

## LES MATEMÀTIQUES A PRE-ESCOLAR

Maria Rosa Mira Castera

### INTRODUCCIÓ

Quan un nen en edat escolar queda endarrerit en els esports, quan no li surten bé els dibuixos, no sap cantar, o té dificultat per a ballar, a ningú se li acudeix dir que té «trastorns d'aprenentatge». Aquesta etiqueta o la més terrible de «fracàs escolar» està reservada per als nens que tenen problemes en llenguatge o en matemàtiques.

Dir que les matemàtiques són una de les assignatures que més sospesos aporta cada curs, no és dir res de nou. El que resulta inquietant és observar la diferent actitud que davant aquesta matèria manifesten els alumnes al llarg de la seva escolaritat, i el que havia començat com un joc es va convertint, per a molts, en una assignatura temible.

El fet que aquest sigui un fenomen generalitzat no ens permet als educadors assumir-ho com a un fet inevitable.

Hem dit que les matemàtiques comencen com un joc i és ben cert que a l'etapa preescolar qualsevol activitat pot convertir-se en un joc. Ara bé, no sempre els jocs, en aquest cas els de contingut matemàtic, ajuden a formar una bona base. Quantes vegades s'intenta inculcar als nens la numeració jugant amb els números, sense tenir en compte ni el nivell de maduració ni la formació prèvia de conceptes bàsics?

La qüestió és: per què es fracassa en matemàtiques? Per què aquesta matèria pot convertir-se en un obstacle insalvable?

Deixant de banda altres factors que puguin intervenir, considerem que si l'edifici matemàtic estigués construït sobre una sòlida base ja no tindria per què caure ni apuntar-se contínuament per mitjà de classes d'ajuda, de repàs, de recuperació o com es digui segons la moda del moment.

Però, amb quins elements hem de construir els fonaments de l'edifici matemàtic? Hi haurien uns grans pilars que estarien a la base de tot desenvolupament infantil:

- Construcció del propi esquema corporal.
- Orientació en l'espai a partir del propi cós.
- Ritme i estructuració temporal.
- Motricitat proptopàtica i epicrítica.
- Percepció i discriminació de les qualitats dels objectes.

Aquests pilars són universals i formen una base vàlida per adaptar-se al món físic qualsevol nen de qualsevol cultura en qualsevol època. Per altra part, aquests universals s'adquireixen de forma natural en les societats més primitives i també quan el nen està en contacte directe amb la natura.

Però ja que la nostra societat manté els nens tancats a les ciutats, reclosos en espais reduïts i artificials, hem de procurar dedicar el nostre esforç a suplir les deficiències ambientals per mitjà de l'educació.

Aquests fonaments, la base psicomotora, la va adquirint el nen per mitjà de situacions educatives viscudes al llarg de tota l'etapa preescolar. A poc a poc anirà construint, sobre aquesta base, les estructures mentals indispensables per a una posterior adquisició de coneixements, els quals han de permetre-li integrar-se en el medi ambient cultural on viu.

Els primers coneixements de llenguatge, oral i escrit, i de matemàtiques es presenten com els instruments necessaris per a la seva integració escolar futura. I no entrem aquí en discussió sobre si l'escola en realitat prepara o no per la vida i per tant per la cultura.

En el cas concret de les matemàtiques, que ens ocupa, trobem una relació molt directa entre l'evolució de cadascuna de les àrees bàsiques de desenvolupament psicomotor i la construcció, per part del nen, dels rudiments de lògica i càlcul (formació de classes i dels nombres naturals).

Potser aquesta relació queda en evidència quan es produeix el fracàs en l'etapa escolar i així, per exemple, una dificultat en l'orientació dreta-esquerra té com a conseqüència una confusió en l'ordenació de xifres; la manca de ritme impedeix poder contar de forma correcta, i una deficient estructuració temporal afecta a la captació de l'ordre de successió temporal en una operació o en un problema.

Per altra banda, també hi ha una estreta relació entre les estructures mentals en formació i la formació de conceptes matemàtics. A l'estudiar l'aprenentatge i la comprensió de les matemàtiques s'està estudiant el funcionament de la intel·ligència (SKEMP, 1980).

Si considerem que durant la primera infància el nen passa per uns determinats estadis de desenvolupament tant a nivell psicomotor com a nivell intel·lectual, si acceptem que l'ordre de successió d'aquests estadis és constant per a tothom, però també que cada nen necessita un temps per assolir cada estadi (PIAGET, 1965), hem d'actuar en conseqüència i adequar els continguts de l'ensenyament a l'etapa evolutiva de cada nen.

És el propòsit del present article estudiar l'evolució dels conceptes matemàtics bàsics en relació amb l'evolució madurativa del nen, amb la finalitat d'adequar els continguts matemàtics de l'ensenyament per a l'etapa preescolar.

Si col·laborem a fixar les bases de l'edifici matemàtic, potser estalviarem el fracàs posterior, al menys quan l'origen del fracàs es troba en el propi sistema educatiu.

## LES PROGRAMACIONS A PRE-ESCOLAR

Els objectius i les activitats de l'etapa pre-escolar estan inclosos en el Reial Decret 69/1981 del 9 de gener pel qual es regulen els ensenyaments d'Educació Pre-escolar i del Cicle Inicial de l'E.G.B. I és de notar l'esforç realitzat per adaptar els continguts a l'evolució intel·lectual del nen.

Ara bé, tot decret es pot interpretar de moltes maneres, i així, a l'acabar el pre-escolar, ens trobem amb grups d'alumnes que disten molt de ser homogenis: el seu nivell depèn del criteri educatiu del centre que els ha acollit fins aquell moment.

De la bona voluntat de les parvulistes en general (en femení, perquè la tan necessària incorporació de l'home dintre d'aquesta etapa educativa és encara excepcional) no en dubtem; però si passem revista als objectius que segons les seves programacions ha d'assolir el nen ens trobem amb tota una àmplia gama que va des dels més respectuosos amb la maduració fins als que semblen fets per satisfer els desitjos de competitivitat dels pares: aquells en els quals els aprenentatges de lectura, d'escriptura i dels números s'han d'acomplir com més aviat millor.

El resultat podria considerar-se pintoresc si allò que està en joc no fóra el futur dels nens.

En els parvularis privats es dona una excessiva importància a l'últim curs de pre-escolar i la pressió social (que no la llei) fan que de vegades quedi convertit en una mena d'acadèmia de preparació per a l'ingrés a l'E.G.B. El problema queda suavitzat, no sempre resolt, en els centre on hi ha contigüitat entre el pre-escolar i l'E.G.B.

Considerant la importància que se li dóna i els problemes que planteja a l'educador, anem a centrar-nos en aquest curs quan patlem de continguts matemàtics a preescolar. A partir d'ara, en aquest article, al dir curs de preescolar ens estarem referint a l'últim curs d'aquesta etapa.

Quan un nen ingressa en aquest «curs de pre-escolar» ja porta darrera, en general, una experiència educativa; però ja hem vist que pot ser molt diferent segons el centre on l'hagi rebuda. És per això que la nostra proposta és partir de zero, és a dir: no donar per assolit cap concepte bàsic.

Quan l'educador es troba davant aquest grup de nens no ha de tenir una idea prefixada sobre el «nivell» que com a grup ha d'haver-hi assolit ni de les nocions que ha de tenir adquirides segons l'edat. Hem de prescindir de l'edat quan parlem de les adquisicions que va fent el nen.

La primera tasca ha d'ésser, doncs, la de conèixer tots i cadascun dels nens, i la primera proposta didàctica la d'assolir els conceptes primaris. D'aquesta manera es podrà observar tant els nens que manifesten facilitat per ésser integrats com els nens que presenten qualsevol tipus de dificultat. La responsabilitat com a educador es té adquirida tant amb els uns com amb els altres. I a partir d'aquesta coneixença inicial es podran establir els objectius adaptats al nivell real dels nens.

Pensem que cada nivell, per a poder acomplir-se correctament, es recolza en els anteriors, cada etapa descansa sobre les experiències viscuades anteriorment, i les estructures construïdes en un nivell es converteixen en part integrant de les estructures del nivell següent. Si en els nivells de base hi ha errors és molt probable que en arribar a nivells superiors ens trobem amb problemes d'aprenentatge, la dificultat dels quals radica, precisament, en la dificultat dels nivells anteriors.

La proposta seria:

1. Conèixer els nens. La qual cosa determina la situació d'entrada.
2. Planificar les activitats segons uns objectius adaptats al nivell maduratiu observat en els nens.
3. Comprovar si s'han acomplert els objectius per a tots els nens.
4. Arribar a una situació de sortida que serà a la vegada la d'entrada en el nivell següent.

Per altra banda, cada concepte matemàtic, excepte els primaris, es dedueix d'altres conceptes contributaris i contribueix a la vegada a la formació d'altres conceptes. Per tant, si un concepte es comprèn imperfectament, qualsevol concepte derivat es troba en perill.

Abans de comunicar un nou concepte hem de trobar quins són els seus conceptes contributaris, i així hem de procedir fins arribar als conceptes primaris. Per això dèiem abans que la primera proposta didàctica en el curs de preescolar hauria d'ésser la d'assolir els conceptes primaris.

## LA FORMACIÓ DE CONCEPTES MATEMÀTICS

La construcció efectiva d'un sistema conceptual matemàtic és una cosa que cada nen ha de fer per ell mateix. El paper de l'educador ha d'ésser el d'afavorir aquest procés en el qual intervenen dos factors fonamentals: les possibilitats psicològiques del nen i el contingut de la matemàtica; el primer determina com es forma un concepte i el segon quins conceptes s'han de formar. Parlem ara del primer:

Els conceptes apareixen al principi com unes nocions difuses que van guanyant en amplitud i profunditat amb la maduració i amb l'experiència (LOVELL, 1977).

Respecte a la maduració insistim que, si es vol evitar el fracàs escolar, l'educador ha de saber adaptar-se a les possibilitats de cada alumne i que, en els primers estadis de l'activitat intel·lectual, tota velocitat és funesta. S'ha de procedir, doncs, lentament.

Quant a l'experimentació, pensem que les primeres idees matemàtiques procedeixen de la vida quotidiana i, per tant, han de suscitar-se tota mena de situacions i utilitzar tots els mitjans possibles per què el nen elabori els primers conceptes a partir d'un contacte directe amb la realitat.

En el curs de pre-escolar els conceptes matemàtics se li han de proposar al nen de forma vivencial, lligats a la vida real. S'ha de partir d'experiències que el portin cap al redescobriment progressiu d'aquests conceptes per donar-li després totes les possibilitats d'expressió simbòlica.

Les etapes que permeten la comprensió d'un concepte per part del nen són:

a) *Manipulativa*. Es refereix a l'experimentació directa amb els objectes.

b) *Oral*. Verbalització de l'experiència.

c) *Gràfica*. Representació de les situacions experimentades.

Per altra banda, durant el curs de pre-escolar, s'ha d'establir una connexió reversible entre l'experiència directa del nen, la traducció verbal i la representació gràfica.

L'etapa posterior, abstracta, de conceptualització de l'experimentat, no correspon a l'etapa preescolar.

Pensem que el grau de comprensió depèn del grau d'experiències que el nen té l'oportunitat d'acumular en torn a un concepte; per tant, en la formació de conceptes matemàtics hem de presentar als nens tan-tes vegades com sigui possible noves situacions, nous elements per que puguin aplicar el nou concepte, per via de la generalització, a situacions diferents de les que li varen servir per poder formar-ho. Quan l'educador, en canvi, opta per la retenció, en lloc de per la comprensió, ens tro-

hem amb conceptes no generalitzables i que els nens sols apliquen a situacions molt similars a aquelles en que es va realitzar per primera vegada (SASTRE MORENO, 1980). Així, molts nens que han tingut contacte amb la noció de conjunt tan sols a partir d'una fitxa, identifiquen aquesta noció únicament quan la veuen representada voltada d'un diagrama, i arriben a negar que es pugui parlar de conjunts quan els elements es presenten sobre la taula sense res que els envolti, o quan el diagrama no presenta la forma circular amb la que es sol representar en les seves fitxes. Un conjunt és per a ells «unes coses dibuixades dintre d'una rodona».

Tractar que un nen pugui assolir un concepte, matemàtic en aquest cas, per mitjà d'una representació gràfica, d'una fitxa, pot ser font de conflictes escolars posteriors si el concepte no està ben integrat a nivell experimental propi. Per desgràcia aquest és un dels errors pedagògics més freqüents i s'ha arribat a parlar de la «fitxitis» que afecta els educadors preescolars. Sembla com si amb les activitats viscudes es perdés molt de temps, però temps és el que sobra quan el nen és nen. Serà més tard quan el temps faltará, sobretot si no sap pensar (JUNQUERA, 1969).

Insistim: l'important és realitzar de forma correcta i ordenada cada una de les etapes, i a cada una ha d'arribar el nen quan està capacitat per a poder acomplir-la correctament per ell mateix i sense ajudes artificials. I no és la fitxa un artifici que pot donar la fatal il·lusió d'un aprenentatge no assolit realment?

## EL CONTINGUT DE LES MATEMÀTIQUES A PRE-ESCOLAR

No entrarem aquí en discussió sobre si les matemàtiques que anem a proposar són «modernes» o «tradicionals». Creiem que de matemàtiques tan sols n'hi ha una. La proposta és, en canvi, una didàctica que busca situacions matemàticament relacionables.

A més a més, el terme «modern» que s'aplica a la teoria de conjunts és molt relatiu. Al 1983 s'ha celebrat el segon centenari d'Euler, que ja va utilitzar els conjunts amb finalitat didàctica.

Però si volem introduir els conjunts cal tenir primer una idea ben clara del que són i de com es desenvolupen les estructures lògiques en el nen.

Els conjunts, diu DIENES (1968), poden ser definits per comprensió: són aquells que agrupen els objectes que tenen una mateixa propietat, pot ser qualsevol característica: «objectes que són quadrats», o bé una mateixa utilitat: «coses que serveixen per vestir-se». Però també podem utilitzar els conjunts definits per extensió; els seus elements no tenen

cap propietat comuna sinó que per un acte de voluntat hem decidit que formen un conjunt: «aquest número de la revista Educar, el monument a Colón i una taronja». DIENES (1968) reconeix que aquesta és una manera de fer conjunts una mica més artificial, i SKEMP (1980) puntualitza: els conjunts més interessants són aquells que permeten, a partir dels seus elements, poder formar un nou concepte.

Tot i considerant que la noció de conjunt no implica necessàriament l'existència prèvia d'una propietat comuna, nosaltres utilitzarem, en el curs de preescolar, els conjunts formats per elements que tenen un atribut que els defineix.

El mètode que s'utilitza per a formar col·leccions d'objectes trobant una propietat comuna és el mateix que s'utilitza per desenvolupar la idea de nombre. El nombre és també la propietat d'un conjunt.

S'ha dit que els conjunts han estat introduïts en l'ensenyament perquè el coneixement del nombre està basat totalment en la lògica. Això exigiria l'adquisició de certs conceptes lògics per part del nen abans de comprendre els nombres.

PIAGET i SZEMISNKA (1975) en les seves investigacions han trobat que la classificació i el nombre són complementaris i es desenvolupen conjuntament. En lloc de voler derivar el nombre de la classe o a la inversa, se'ls pot considerar com a complementaris i solidaris en el desenvolupament.

Els continguts de les matemàtiques a preescolar tindran doncs un objectiu: ajudar al nen perquè passi per tots els nivells de desenvolupament cap a la construcció simultània del concepte de classe i de nombre.

## LA FORMACIÓ DEL NOMBRE NATURAL. LA FORMACIÓ DE CLASSES. EL PAS DE LA PERCEPCIÓ CAP A L'ABSTRACCIÓ

Els nombres naturals són els que utilitzem normalment en la vida quotidiana: 1, 2, 3, 4, ... Es diu que tenen una existència natural. Els nombres negatius i els fraccionaris, per exemple, no són naturals i es consideren producte de la ment humana (LOVELL, 1977).

Els nombres naturals són abstractes i el camí per arribar al seu descobriment i a la seva comprensió és més llarg i més complicat del que sembla.

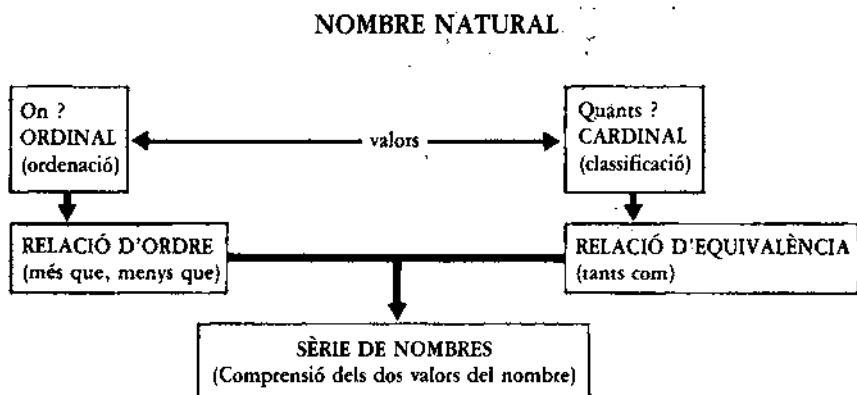
Els educadors que, per voler arribar abans o per manca de coneixements suficients, no cobreixen les etapes d'aprenentatge, no sols estan impeding la formació de processos de maduració tan necessaris per al nen, sinó que cauen en l'error de construir un edifici pseudomatemàtic.

L'elaboració del nombre suposa la comprensió de tres punts:

1. El nombre no és una cosa sinó la propietat d'un conjunt.
2. La conservació de la quantitat suposa la conservació del nombre.
3. La sèrie numèrica s'explica per la idea de successió i ordenació de conjunts.

El nombre és una síntesi que suposa el seu valor cardinal i ordinal alhora. El valor cardinal ens indica quants elements té el grup representat pel nombre (valor sempre constant) i, a més, permet coordinar aquest grup amb qualsevol altre grup que tingui el mateix nombre d'elements. El valor ordinal ens indica quin lloc ocupa en la sèrie numèrica aquest nombre respecte als altres.

La sèrie numèrica es construeix en la mesura que els seus elements, 1, 2, 3, 4, ..., es consideren a la vegada equivalents i no equivalents; quant a equivalents s'agrupen en la mateixa classe caracteritzada per un nombre cardinal. Quant a no equivalents poden ésser ordenats i cada nombre està situat entre l'immediat anterior i l'immediat posterior. CROVETTI (1972) ens ofereix un gràfic per explicar aquesta relació:



La mútua implicació de l'ordinació i la cardinació, patent sota el punt de vista de la lògica matemàtica, es verifica també en el desenvolupament psicològic de les nocions.

En el període pre-numèric el nen té una gran dificultat en acceptar la conservació de la quantitat a partir dels canvis que pugui patir. Tot el que modifica l'aspecte o la composició d'un conjunt fa creure als nens que la quantitat també ha estat modificada.

S'han de superar els obstacles perceptuals per arribar a la idea de nombre. L'experiència directa vincula el nen a la configuració percepti-



va, però la maduració de la seva intel·ligència tendeix a alliberar-lo d'ella.

Per arribar a la conservació, el nen passa per les següents etapes de desenvolupament: (PIAGET, SZEMINSKA, 1975) Les dues primeres corresponen al període pre-numèric:

*Primera etapa:* el nen considera natural que la quantitat variï amb la forma. La quantitat és simplement una distinció entre el «més» i el «menys». La comparació entre dos conjunts és global, no hi ha equivalència ni tan sols després de fer una correspondència terme a terme. L'equivalència entre els dos conjunts està subordinada a la percepció espacial.

*Segona etapa.* Període de transició. Ja apareix la idea de constància, però no es generalitza i es perd de vegades. El nen aconsegueix fer una correspondència terme a terme, però és intuïtiva i sense equivalència duradora: és suficient transformar la configuració espacial del conjunt perquè deixi d'haver correspondència. En aquesta etapa podem reconèixer a molts nens del curs de preescolar.

*Tercera etapa.* El nen suposa que la quantitat és constant. Ja està preparat per tenir la idea d'una quantitat total i estable que pot mesurar-se per mitjà d'unitats i és independent de les diferències en la configuració o en la distribució; la correspondència és operacional amb equivalència duradora. El nen ha arribat a la veritable idea del nombre: ha superat els errors de la percepció.

Per tant, durant el període pre-numèric, s'ha de tenir com a objectiu fonamental realitzar activitats perquè el nen vagi adquirint la idea que el nombre d'un conjunt és independent de l'estructura perceptiva amb la qual es presenta.

En el període pre-numèric les estructures d'ordre també es troben en formació i en principi aquesta estructura està basada en la configuració perceptiva, en la desigualtat percebuda dels elements.

A la *primera etapa* el nen ordena de forma global i és incapaç de construir una sèrie ordenada. Si li oferim una col·lecció graduada d'objectes, palets de diferents llargada, per exemple, pot distingir el més petit, però al demanar-li el més gran tria qualsevol que sigui més gran; el nen compara cada palet amb el més petit, sense considerar la sèrie en la totalitat. De la mateixa manera un nen pot percebre ara que «sis caramels» són més que «tres caramels», sense que pugui ordenar col·leccions de tres, quatre, cinc i sis caramels:

*Segona etapa.* Ara ja pot ordenar de forma intuïtiva: va agafant cada vegada el palet més petit de tots els que li queden. Però si li demanem

que intercali un nou element no sap trobar el seu lloc. De fet, és més fàcil construir la sèrie que insertar un nou element ja que això suposa considerar-ho alhora com «més petit que» i «més gran que». També podria el nen ordenar ara col·leccions amb dos-quatre-sis-vuit elements, però li resultaria molt difícil situar la nova col·lecció amb cinc elements entre la de quatre i la de sis.

*Tercera etapa.* La numeració ja és operacional. Cada element es col·loca a la posició a la qual és precedit per l'immediatament més petit que ell i és seguit per l'immediatament més gran que ell. El lloc que ocupa en la sèrie li indica, per altra part, de quants està precedit i quans li manquen per arribar a «equis».

Les activitats del període pre-numèric: classificacions, correspondències i ordenacions, han d'estar interrelacionades ja que no podem pensar en els components de la numeració com evolucionen cadascú pel seu compte. Mentre la tasca de classificació es refereix al valor cardinal del nombre natural, el treball de seriar es refereix al valor ordinal (CROVETTLI, 1982). Quant a la formació de classes, el nen també ha de superar els obstacles perceptuals, encara que ha de recolzar-se en principi amb les dades sensorials i ha de passar per successius nivells de desenvolupament.

Abans de parlar dels nivells convindria tenir en compte que la formació d'una classe suposa (PIAGET, INHELDER, 1976):

1. Trobar la qualitat comuna als elements d'una classe i als de les classes de les quals forma part. Una pera forma part de la classe de les fruites, la qual a la vegada forma part de la classe dels aliments; la qualitat comuna a tots els elements és que poden ésser menjats.

2. Trobar la relació tot-part (pertenència-inclusió) que està determinada pels quantificadors «tot» «tes» «alguns», aplicats als elements de la classe considerada i als de les classes de les quals forma part. Una classe inclosa a tota classe superior que abarqui tots els seus elements, «totes» les peres són fruites, «totes» les fruites són aliments, «alguns» aliments són fruites, etc.

També es pot parlar de la «conservació de la qualitat» que defineix a una col·lecció d'objectes, ja que aquesta no varia malgrat els canvis que pugui patir la configuració espacial dels seus elements. La propietat «ser quadrat» es manté tant si els quadrats estan apilats o en fila, junts o separats.

Precisament aquesta configuració espacial és la que domina en el nen de la *primera etapa*. Si li oferim com a material a classificar els blocs lògics, el nen disposa els elements agrupant-los segons la configuració es-

pacial: un quadrat amb un triangle a sobre són «una casa», un rectangle amb dos rodones a sota són «un tren», etc. No hi ha una discriminació de les propietats dels objectes. No disposen els elements en col·leccions basades en les similituds, els reuneixen, com ja hem vist, formant col·leccions figurals.

En la *segona etapa* el nen descobreix que un objecte pot tenir moltes qualitats: «ser quadrat, ser vermell, ser de fusta...», però, al construir una col·lecció definida per un atribut comú: «ser quadrat», ha de reconèixer als quadrats com a elements que s'assemblen malgrat les diferències de color, matèria, etc. És a dir: apareix una diferenciació de les propietats dels objectes i el nen fa col·leccions definides per un atribut comú.

Ara es fan classificacions lògiques, però són encara col·leccions i no classes, ja que manca la inclusió.

Observem més de prop el que passa a aquesta segona etapa ja que hi trobem molts nens del curs de pre-escolar.

Els nens en aquesta etapa s'obliguen a classificar tots els elements del material que se'ls presenta: no deixen elements aïllats i els reparteixen sempre en dues o més col·leccions que contenen cadascuna tots els elements que s'assemblen i tan sols ells. Per poder arribar a construir correctament col·leccions definides per un atribut comú el nen ha tingut que superar dos tipus de conducta, de «contaminació» i de «limitació», que apareixen al principi d'aquesta etapa (SASTRE, MORENO, 1980).

Durant aquesta etapa el nen pot construir simultàniament diverses col·leccions amb propietats diferents, però no troba entre elles relacions ni d'intersecció ni d'inclusió.

Si a un nen, recordem que es troba en el període pre-numèric, li mostrem una col·lecció de vuit quadrats, sis dels quals són vermells i dos grocs, i li preguntem si creu que hi ha més quadrats vermells o més quadrats, la resposta serà: hi ha més quadrats vermells. És a dir no estableix relacions d'inclusió. La dificultat sorgeix perquè ha de pensar alhora en el tot i en les parts, ha de fer intervenir dos processos: la síntesi de les propietats relacionades, ser quadrat i ser vermell, i la de l'addició de les dos subclasses, quadrats vermells i quadrats grocs, per formar una de més gran: la dels quadrats.

Però, aquesta relació de les parts amb el tot és alhora la relació constitutiva de la conservació del nombre. I si un nen no ha comprès encara la constància del nombre tampoc pot captar la permanència de la relació «tot-parts» en el domini de les classes. Des del punt de vista additiu, tant al nombre com a les classes hi ha necessàriament més elements en el tot que en una de les parts.

*Tercera etapa:* La noció d'inclusió apareix com un resultat de conside-

rar a la col·lecció com un tot format de parts, però també al mateix temps com un element d'un sistema més ampli. Aquest descobriment converteix les col·leccions en classes.

Les operacions de classificació: inclusió, complementarietat i intersecció són encara operacions concretes, ja que es refereixen directament a objectes. Més tard, a etapes posteriors, el nen podrà alliberar-se de la percepció i podrà operar amb propietats o qualitats dels objectes, de la mateixa manera que podrà operar amb nombres sense necessitat dels objectes.

### ACTIVITATS PROPOSADES PER AL PERÍODE PRE-NUMÈRIC

Fins ara no hem parlat d'un factor: la motivació, que és fonamental per a l'ensenyament de les matemàtiques. En molts centres de pre-escolar les activitats queden globalitzades dintre d'un centre d'interès. Totes les activitats?, normalment queden totes excepte les activitats matemàtiques. El nen ha de trobar un sentit a allò que li estem ensenyant, ha d'estar motivat. Trobar un sentit, motivar, es pot plantejar a tres nivells (VERGNAUD, 1983):

1. Per què un contingut matemàtic tingui sentit per al nen, l'ha de relacionar amb altres activitats que li són significatives.
2. Per què un contingut sigui motivant, el nen ha de trobar en ell un problema que no sigui ni excessivament fàcil ni excessivament difícil. De vegades l'educador creu que un nen ja té adquirit un concepte quan en realitat tan sols està començant a adquirir-ho.
3. Les matemàtiques formen un «saber» vàlid per a tothom, per tant el seu ensenyament ha d'estar adequat per a tothom.

Fins ara hem parlat del procés evolutiu: gènesi de les nocions de conservació, d'ordenació, de formació de classes, però no hem parlat del procés educatiu que és el resultat d'una activitat intencional per part de l'educador. És a dir: com pot ajudar al nen a construir els conceptes? Seguint els nivells citats podem dir que la intervenció pedagògica s'ha de plantejar:

1. Continguts matemàtics molt propers a les vivències del nen i globalitzats dintre la resta d'activitats.
2. Dissenyar activitats que permetin un grau òptim de desequilibri: és a dir que superin el nivell de comprensió de l'alumne, però que no el superin tant que no puguin ser assimilades (COLL, 1983).

3. L'educador ha d'assegurar-se que tots els nens assoleixin els conceptes bàsics, ha de fomentar la creativitat i el «tenir idees» en tots els nens, però, de forma especial, amb els que manifesten un desenvolupament més ràpid; ha de presentar el nou concepte amb ajuda de tots els seus conceptes contributaris a tots els nens, però especialment a aquells que són més lents en el seu desenvolupament. Més val proposar-se pocs continguts i en canvi oferir als nens moltes activitats per a que arribin a generalitzar aquests continguts i a relacionar-los entre si.

Abans de parlar de les activitats que podem proposar al nen del curs de preescolar, que es troba, per regla general, en el període pre-numèric, direm unes quantes paraules sobre el material a utilitzar. Les nocions matemàtiques no es deriven del material sinó de la captació del significat de les accions que el nen realitza sobre el material. A l'operar sobre el material el nen afegeix propietats que no té en sí mateix. Els objectes poden ser agrupats, ordenats, classificats. El nen pot afegir, treure, trencar, reunir, separar, etc.

Per construir un mateix concepte, el nen ha de poder utilitzar diversos tipus de material: material figuratiu (joguines que representen animals, vehicles, «fireta», etc.), material simple, amb pocs atributs, per tal que el nen es fixi més en les relacions que estableix amb ell que en les que estableix amb la natura del material (aigua, sorra, plastilina, botons, pedres, pals, etc.), material amb atributs: regletes Cuisenaire, blocs lògics, material Montessori, material Decroly. Tota mena de jocs didàctics: àbacs, cubs encaixables, etc.

Qualsevol material pot ajudar a provocar situacions matemàtiques.

Les primeres activitats proposades seran les relacionades amb els conceptes primaris. Són activitats que s'inicien a principis de curs i la seva durada depèn de la maduració dels nens. Els conceptes primaris estan relacionats amb:

a) Les qualitats dels objectes:

- Forma (quadrat, cercle, triangle, rectangle...)
- Color (vermell, blau, verd, groc ...)
- Mida (gran-petit-mitjà, alt-baix, llarg-curt, ample-estret...)

b) La posició espacial:

- D'orientació (sobre-sota, davant-darrera, a un costat-a l'altre...)
- De direcció (cap a dalt-cap a baix, cap a...)
- De distància (lluny-prop, junts-separats...)
- De situació (estructures topològiques: obert-tancat, dintre-fora...)

c) Les accions efectuades:

— Ordenar, juntar, treure, afegir, posar, reunir, separar...

d) Els quantificadors:

— Tot-res, cap, molts-pocs, algú, un, ple, buit.

Un cop aquests conceptes estan ben relacionats amb material divers i ben experimentats en múltiples situacions, passarem a proposar les activitats relacionades amb els conceptes bàsics:

— Al comparar els objectes els nens poden trobar relacions de similitud (per la forma o pel color) que el porten directament a fer col·leccions d'objectes que tenen una qualitat comuna.

— Però al comparar també poden trobar relacions de diferència (per la mida) que el porten directament a establir relacions d'ordre.

— Les correspondències terme a terme ajuden a establir la idea de conservació de la quantitat.

— El fet de comparar quantitats (definides encara pels quantificadors) porta a ordenar col·leccions segons la quantitat d'elements que tenen.

— Les operacions: passar de pocs a molts, de molts a pocs, preparen amb anticipació les operacions matemàtiques. És necessari, però, que el nen capti els tres moments (temporalitat de l'operació): hi havia... afegim...; hi ha més. Hi havia... treiem..., hi ha menys.

— Modificar la forma de la plastilina, atrancar una part i tornar-la a afegir, trasbalsar aigua, sorra, etc., són també considerades com a preoperacions.

Afegir un atribut més a una col·lecció ja definida porta a la formació de subconjunts (definits per dos atributs). Al reunir els dos subconjunts tornem a tenir un sol conjunt definit per una sola propietat. Preparació per a les operacions amb classes.

— Repartir una quantitat d'elements en diverses parts i tornar-la a reunir, observar les diferents maneres que podem utilitzar per repartir una mateixa quantitat, són activitats que preparen per captar la relació tot-parts.

— Fer una sèrie de quantitats començant per «un» (quantificador) i posant cada vegada «tants com i un de més», prepara la comprensió de la sèrie numèrica i de la construcció d'un nombre per agregar de la unitat al nombre precedent.

L'educador ha de conseguir que el nen s'habitui a observar totes les modalitats dels fets que es presenten. Un cop ha observat la realitat, i ha experimentat amb el material, ha de representar gràficament la situació i enunciar amb precisió el que ha fet. Recordem el caràcter reversible d'aquestes seqüències.

Les activitats proposades ens indiquen que l'educador no ha d'esperar passivament a que la noció de nombre es desenvolupi en el nen. Ha de provocar i afavorir les activitats que porten al nen cap al nombre (BANDET, 1968).

Per altra banda la nostra societat està impregnada d'idees matemàtiques i això influeix en la comprensió intuïtiva dels nens.

Comptar objectes, recitar els números i representar els grafismes numèrics són activitats que el nen preescolar pot realitzar molt precoçment, la qual cosa no significa que tingui una comprensió del nombre ni que aquesta activitat es pugui considerar com a matemàtica.

El nen aprèn molt aviat a recitar els números fins a deu o més, això no es distingeix del fet de comptar excepte per un petit detall: no tenen necessàriament els conceptes dels nombres que utilitzen. Però comptar forma part del món que envolta al nen de tal manera que aprenen a recitar els noms dels nombres molt aviat. De fet copien paraules dels adults el significat de les quals aprenen gradualment després.

De fet no importa que els nens aprenguin a comptar abans que coneguin realment els conceptes dels nombres, sempre que els conceptes s'aprenguin en un altre moment. El perill és que la transició al treball escrit es fa sobre la base del fals comptar, sense tenir assolits els conceptes bàsics. En aquest cas les matemàtiques comencen sobre uns ciments debilitats.

Al curs de pre-escolar molts nens poden captar quantitats diferents sempre que estiguin formades per cinc o menys elements. Aquests nombres petits s'han de definir primer com a propietat d'un conjunt, s'han de efectuar operacions amb ells i establir relacions entre ells, i després s'han d'utilitzar per formar nous nombres.

Trobar el moment en el qual els nens ja poden captar els nombres petits és un encert per part de l'educador, ja que ha de trobar un punt d'equilibri entre no prolongar excessivament el període pre-numèric, ni tenir pressa perquè el nen arribi al nombre.

## BIBLIOGRAFIA

- BANDET, J. i altres, *Los comienzos del cálculo*. Kapelusz, Buenos Aires 1968.  
 CROVETTI, G.; *Educación lógico-matemática*. Cincel, Madrid 1982.  
 COLL, C., VERGNAUD, G. i altres, *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Siglo XXI, Madrid 1983.  
 DIENES, Z.P., *Conjuntos, números y potencias*. Teide, Barcelona 1968.  
 JUNQUERA, M., *Didáctica del cálculo*. Labor, Barcelona 1969.

- LOVELL, K., *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Morata, Madrid 1977.
- MIALARET, G., *Pedagogía de la iniciación al cálculo*. Kapelusz, Buenos Aires 1967.
- , *Las matemáticas, cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Pablo del Río, Madrid 1977.
- PIAGET, J., INHELDER, B., *Génesis de las estructuras lógicas elementales*. Guadalupe, Buenos Aires 1976.
- PIAGET, J., SZMINSKA, A., *Génesis del número en el niño*. Guadalupe, Buenos Aires 1975.
- SASTRE, G., MORENO, M., *Descubrimiento y construcción de conocimientos*. Gedisa, Barcelona 1980.
- SKEMP, R., *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata, Madrid 1980.

## RESUMEN

Es el propósito del presente artículo estudiar la evolución de los conceptos básicos matemáticos en relación con la evolución madurativa del niño, con la finalidad de adecuar los contenidos matemáticos de la enseñanza para la etapa preescolar.

Las matemáticas que se proponen no se definen ni como «tradicionales» ni como «modernas». La propuesta es, en cambio, de una didáctica que busca situaciones matemáticamente relacionables. El contenido hace referencia tanto a la formación del número natural (cardinal y ordinal) como a la formación de clases.

## SUMMARY

It is the aim of the present article to study the evolution of the basic mathematical concepts in relation to the maturative evolution of the child, with the intention of adapting the mathematical contents of education for the pre-school stage.

The mathematics that is proposed does not define itself neither as «traditional» nor as «modern». The proposal is, on the other hand, of a kind of didactics that pursues situations mathematically related. The content refers to the formation of cardinal and ordinal number as well as the formation of classes.