

INFORMACIÓ I CONTROL EN EDUCACIÓ MATEMÀTICA

Josep M.^a Fortuny Aymeri

Dpto. de Dta. Matemàtiques i Ciències U.A.B.

RESUMEN

En este artículo se analizan dos aspectos clave de la educación matemática: los procesos de información y de control en el marco de la teoría de la instrucción. El artículo se estructura en los siguientes puntos:

1. Introducción: la educación matemática, las variables instructivas y el constructivismo como modelo epistemológico y psicológico.
2. Implementación: acciones, gestión y decisiones.
3. Eficiencia: observación, autorreflexión y evaluación-*recursión*.

ABSTRACT

In this article we analyse two key aspects of the mathematical education: the processes of information and control within the framework of the theory of instruction. The article is structured as follows:

1. Introduction: mathematical education, instructive variables and constructivism as an epistemological and psychological model.
2. Implementation: actions, management and decisions.
3. Efficiency: observation, selfreflection and evaluation.

1. Principis

1.1. L'educació matemàtica

Els professors de matemàtiques es dediquen a fer d'intermediaris entre la cultura, en aquest cas les matemàtiques, i els alumnes, aprenents d'aquests (sabers) culturals. La professió de professor exigeix, doncs una clarificació dels aspectes culturals de les matemàtiques, com *informació* i el procés d'ensenyament-aprenentatge com a *control*.

Els principals estàndards de les matemàtiques des del punt de vista de l'educació els podem esquematitzar en les següents concepcions, procediments i normes:

- Les matemàtiques com a resolució de problemes
- Les matemàtiques com a comunicació
- Les matemàtiques com a raonament
- Les matemàtiques com a càlcul, estimació i mesura
- Les matemàtiques com a model i relació
- Les matemàtiques com a sentit espacial
- Les matemàtiques com a estructura conceptual

(N.C.T.M., 1989)

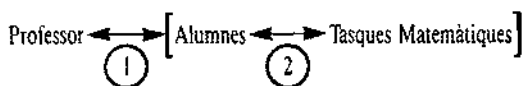
Aquesta informació ens marca la consideració de les finalitats de l'ensenyament matemàtic, com a pas previ a l'inici del disseny curricular.

Quant a les funcions dels professors de Matemàtiques s'ha d'assumir una categoria de control del procés d'ensenyament-aprenentatge en el sentit de prendre decisions globals que regulin la selecció i la implementació dels recursos i estratègies que poden ser caracteritzades per les conductes següents:

- Planificació
- Gestió i avaluació
- Presa de decisions
- Actes metacognitius conscients

(A.H. Schoenfed, 1985)

Aquestes conductes han de referir-se i implicar-se dins el procés de l'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques, tal com s'il·lustra en l'esquema següent:



(B. Christiansen & G. Walther, 1986)

Les dues implicacions 1) i 2) de l'esquema anterior constitueixen dues interaccions que són mútuament recursives, i la seva anàlisi, comportament, modelització, validació i sistematització és l'objecte de l'educació matemàtica com una nova ciència. Aquest sistema interactiu posa en relació, d'una forma quasi necessària els següents fenòmens:

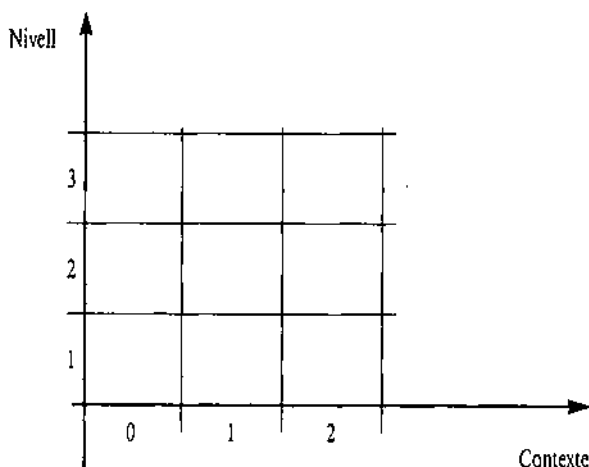
- pedagògics (com a organització de les situacions d'ensenyament)
- epistemològics (com a valoració i evolució dels coneixements matemàtics)
- psicològics (tant des del punt de vista cognitiu de l'adquisició de coneixements, com social quant a la integració social)
- lingüístics (com interpretació i comunicació)
- culturals (valors i utilitat dels coneixements matemàtics)

Així doncs, la qüestió clau en Educació matemàtica és precisament el domini i l'eficàcia de funcionament d'aquesta interdisciplinarietat de cara a optimitzar les seves contribucions des de la perspectiva de la pràctica escolar real.

1.2. Les variables instructives

Enmarcada l'Educació matemàtica com a disciplina, les variables a tenir en compte per al seu desenvolupament pràctic dins l'aula les posariem en l'elecció del *curriculum o disseny curricular base*, l'anàlisi del *context* on es pot operatitzar i les etapes o *nivells d'aprenentatge* dels alumnes. Una vegada fixat cada bloc temàtic del curriculum la instrucció corresponent queda determinada per la relació entre les variables del context i de nivell. Podem valorar la variable nivell mitjançant tres valors: 1er nivell de percepció global, 2n nivell d'anàlisi de les propietats i 3r nivell de connexions formals. Quant a la variable del context la podem valorar com: grau 0 de context matemàtic, grau 1 de context científic-tècnic i grau 2 de context social i artístic. D'aquesta manera la relació entre les variables la podem representar mitjançant gràfics del producte cartesià Context x Nivell, tal com s'il·lustra en la figura següent.

Podem generalitzar aquest model admetent que es poden prendre valors continus de les variables, oferint així la possibilitat de considerar nivells intermitjos de context interdisciplinar. Si fixem un ordre en l'elecció dels nivells, cada possible «grafó», serveix com un model operatiu de la instrucció. Així, per exemple el grafó [(0,1), (0,2) (0,3)] representa una instrucció lineal descontextualitzada en oposició al grafó [(0,1), (1,1), (2,1), (0,2), (1,2), (2,2), (0,3) (1,3), (2,3)] d'instrucció totalment contextualitzada. Entre aquests dos



models extrems hi cap la possibilitat de formar diferents recorreguts intermitjos.

L'eficiència pedagògica d'aquests models d'instrucció pot ser analitzada considerant separatament els rangs horitzontal per a la variable de context i el rang vertical per a la variable de nivell. La gradació del nivell ve justificada en la teoria dels nivells de pensament de Van Hiele. La activitat del nivell més baix es converteix en objecte d'anàlisi en el nivell superior. El nivell 1 és el nivell de totalitat en el qual es poden reconèixer formes per la seva apariència global, malgrat no es veuen explícitament les propietats de les figures, les quals constitueixen l'objecte d'anàlisi del nivell 2. En aquest nivell no s'interrelacionen figures i propietats. El nivell 3 és el nivell de les relacions implicatives sense considerar explícitament la veracitat d'aquestes implicacions. En el proper nivell es dona la capacitat de demostrar explícitament afirmacions sobre figures concretes però sense entrar en el rigor formalista dels matemàtics. El pas d'un nivell a d'altre es modelitza mitjançant la progressió de diferents fases: fase inquistica ---> orientació directa ---> explicitació ---> orientació lliure ---> integració. De forma que cada tasca operativa d'un nivell inferior es converteix en objecte de consideració en el nivell superior. Aquesta gradació de nivells va dirigida a establir tant una progressiva matematització conceptual com a estimular el desenvolupament dels corresponents, constructa, esquemes i estructures cognitives. Aquesta gradació constitueix el que A. TREFFERS (TREFFERS, 1987) anomena la matematització vertical, fent la diferenciació a la vegada de la matematització horitzontal que s'ocupa de situar un concepte en relació als diferents fenòmens matemàtics, científics, tècnics, socials i artístics per al que han estat creats. Aquests diferents fenòmens representaran el rang de la variable

de context que té com a finalitat ajudar a la formació d'un determinat concepte o procés i donar-li motivació, significat i utilitat als diferents àmbits culturals.

La interrelació entre aquestes dues variables així com el marc referencial de la teoria de la instrucció matemàtica enllaça directament amb la fenomenologia didàctica de H. FREUDENTHAL (FREUDENTHAL, 1983) i la matemàtica progressiva de A. TREFFERS (TREFFERS, 1987).

A partir d'aquest marc podem dissenyar les fases corresponents que implementen el procés d'ensenyament-aprenentatge d'instrucció.

1.3. El constructivisme com model epistemològic i psicològic

Abans de plantejar-nos les fases d'aprenentatge, necessitem un model d'aprenentatge. És aquí, on els resultats de la psicologia entren en acció com disciplina en integració amb l'educació matemàtica. L'elecció d'un determinat model psicològic ve condicionat pel tipus de concepció de la matemàtica que es vol comunicar, per tant es fa necessari optar per un punt de vista epistemològic determinat. Si ens situem en el punt de vista de que les idees matemàtiques es van reelaborant per construccions successives i interactives amb altres dominis, s'adopta una postura de les matemàtiques, no platonista o ideal, sino més aviat constructivista connectades empíricament i cognitivament amb la realitat, tal com suggereix J. KILPATRICK. En aquesta perspectiva es pot adoptar un model de psicologia constructivista basat en els principis següents:

1. El coneixement és activament construït per un subjecte cognitiu, no rebut de l'entorn d'una forma passiva.

2. L'adquisició d'un coneixement és un procés adaptable que organitza el món experimental, no es fa un descobriment independentment de la ment del coneixedor. Per tant, tenim que elaborar una estructura conceptual (constructes) per a organitzar el món de les nostres experiències i tenir autoconsciència o control d'elles i comunicar-les mitjançant el llenguatge per a provocar una significació en interacció social.

2. Implementació

2.1. Accions

L'aprenentatge de les matemàtiques es pot descriure com un procés actiu constructiu. Des d'aquesta perspectiva l'aprenentatge es pot plan-

ACCIONS	ESTRATÈGIES	OBJECTIUS
ACTIVITATS	<ul style="list-style-type: none"> — preparatòries — perceptives — fenomenològiques — exploratòries — d'observació — d'experimentació — de construir 	<ul style="list-style-type: none"> — iniciar, facilitar el començament — primera presa d'informacions cognitives — anàlisi empíric de contextes — desenvolupament — intuïció
REPRESENTACIÓ	<ul style="list-style-type: none"> — visualització — aproximació — esquematització — figures — interpretació — generar — modelització — formalització — desenvolupament de capacitats 	<ul style="list-style-type: none"> — construcció d'imatges mentals — producció — interacció amb l'entorn — adquisició de conceptes i procediments — diferència de nivells — capacitació
CONCIENCIACIÓ	<ul style="list-style-type: none"> — estructuració — reflexió — descobriment, investigació — generalització — modificació — autocontrol — correctives — conflictius 	<ul style="list-style-type: none"> — memòria comprensiva — cognició — autoregulació — influència social y física — adaptació — verificació — grau d'assimilació — readaptació — superació obstacles epistemològics — actituds, valors, normes
COMUNICACIÓ	<ul style="list-style-type: none"> — codificacions — expressió oral, escrita — tècniques multimedia — discussió — interpretació lingüística — debats, contrast, negociació — traducció múltiple, interpretació — tècniques ARMP — síntesis — presentació — posta en comú — vocabulari visual — semiòtica 	<ul style="list-style-type: none"> — interacció social — llenguatges — validació social — mediació — semiòtica
RECURSIÓ	<ul style="list-style-type: none"> — reiteració — ampliació — integració 	<ul style="list-style-type: none"> — significació — recontextualització — funcionalitat

tejar mitjançant un procés de tasques que es desenvolupen amb un pla d'accions. Aquest pla d'accions presuposa l'existència d'un motiu d'aprenentatge que actua com a motor i defineix les seves finalitats, les fases i tipologies.

Cada tipus d'accions ve determinada per les estratègies corresponents que es resumeixen en el quadre anterior:

S'ha d'entendre aquest quadre com una caricatura de la implementació del procés d'aprenentatge. No suposa una rígida classificació linial ja que en la pràctica es produeixen interrelacions i coexistències múltiples de diferents accions, estratègies i objectius.

Aquestes accions tenen diferent caràcter i grau de precisió segons el cicle educatiu.

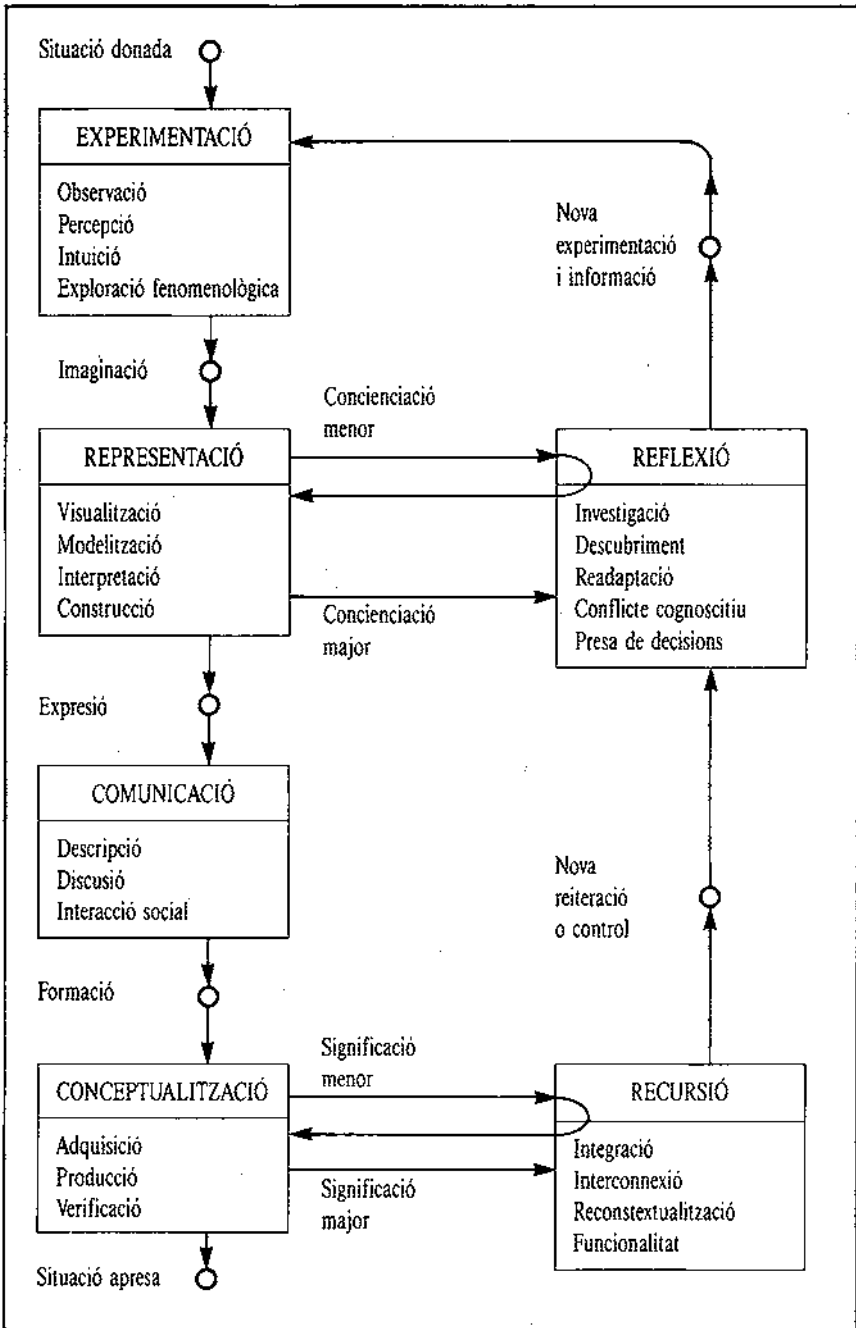
A més a més, aquestes actituds d'aprenentatge han de situar-se en un ambient educatiu on intervinguin la dinàmica del sistema, el pensament i formació del professor, la dinàmica de grups, les conductes personals, les actituds, etc... i a més situar-se en els ambients extraescolars, com són els moviments de comunicació de masses, les interrelacions socials, culturals, quotidianes, aspectes antropològics, etc...

2.2. Gestió del procés

L'execució de les accions d'ensenyament-aprenentatge es realitzen mitjançant una planificació de fases en la que cada activitat i estratègia es realitza seguint un determinat ordre, el qual podem esquematitzar d'una manera semblant a la que proposa A.H. SCHOENFELD (A.H. SCHOENFELD, 1985) per al procés heurístic de resolució d'un problema.

Aquest diagrama representa una guia o programa d'aprenentatge prescriptiu per arribar a la formació d'un concepte o al domini d'un procés. No ha d'entendre's com un programa d'ordinador on els alumnes i el professor l'implementen mecànicament. La diferenciació en l'aprenentatge de determinats grups d'alumnes pot seguir un altre itinerari per arribar a la conceptualització desitjada. La seva utilitat rau en ésser un model de control de la situació d'aprenentatge que pot ser aplicat per obtenir un coneixement de l'estat del procés cognitiu i a la vegada pot considerar-se com una estratègia executiva per a gestionar l'esmentat procés.

Aquest programa exigeix el desenvolupament d'una seqüència d'activitats programades orientades a tenir un aprenentatge. És essencial, de cara al seu bon funcionament, centrar-se en les que correspon a l'autocontrol del procés mitjançant el bloc de reflexió. Aquí és on s'espera que es manifestin els possibles obstacles epistemològics de l'alumne, de forma que se'n



prengui consciència i serveixin per a reconsiderar una decisió o estratègia canviant d'acció per tal de corregir-la.

Per a que aquest programa s'implementi és imprescindible que es desenvolupi en una atmòsfera o ambient d'aprenentatge, on la creació i gestió d'aquest corresponen al professor. Aquest ambient ve determinat per un munt d'interaccions entre el professor, els alumnes i el saber. És necessari que s'estableixi una negociació en que es classifiqui mitjançant un contracte didàctic les regles del joc de cada estament, de cara a una evolució i producció efectives. Per a la descripció i control dels fenòmens d'aprenentatge d'aquest ambient és útil la consideració del model de les situacions didàctiques de BROSSEAU (J. CENTENO, 1988):

«Para BROSSEAU, la situación didáctica es el medio que tiene el maestro de hacer comprender al alumno lo que quiere que este aprenda. El profesor elige un conjunto de relaciones del alumno con el «medio» para que estos les ayuden a construir un conocimiento para adaptación a la situación». Dit en les pròpies paraules d'en BROSSEAU: «Una situación didáctica es el conjunto de relaciones establecidas explícita e/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos que comprende instrumentos y objetos, y el profesor con el fin de hacer que los alumnos se apropien un saber constituido o en vías de constitución» (BROSSEAU, 1986).

Per organitzar aquesta situació didàctica en un ambient d'aprenentatge en el que els alumnes desenvolupen les seqüències d'aprenentatge seguint les diferents categories d'accions del programa s'han de tenir en compte els aspectes següents:

En primer lloc, el professor ha d'informar sobre el tipus de tasca a realitzar i la dinàmica del procés de producció que es seguirà. Les tasques i la dinàmica definiran la situació didàctica. Els treballs consistiran en activitats delimitades en les sis categories d'accions de comportament o conductes del programa: Experimentació, Representació, Reflexió, Comunicació, Conceptualització i Recursió. Cada una d'elles tindrà un espai, un protocol i un temps de realització.

En segon lloc, el professor haurà de gestionar la bona evolució del programa inicialitzant l'experimentació i la representació, propiciant la comunicació, institucionalitzant la conceptualització i controlant i en el seu cas rellant la reflexió i recursió.

En tercer lloc, l'alumne, el petit grup i el grup classe, una vegada s'hagin acceptat les regles del joc ha de fer-se seu el procés i desenvolupar-lo de forma personal i social, en el sentit de que es produeixi a la vegada un aprenentatge personal i institucionalitzat socialment en el grup, realitzant accions individuals amb el suport d'experiències i coneixements previs i propis, així com accions en petit grup de discussió, de contrastació, d'autoreflexió, posada en comú en grup, síntesi, autorekursió,...

Evidentment és condició necessària que l'alumne i el grup classe s'involucri en el procés, sinó s'haurà de tornar a plantejar una altra negociació d'una situació didàctica.

En aquest àmbit de coses podem interpretar l'ambient o atmòsfera d'aprenentatge com un espai de comportament i el programa com una forma de producció, resituant el procés d'ensenyament-aprenentatge en el marc del que es coneix com estructura de laboratori (ALSINA, Burgues, Fortuny 1988).

2.3. Presa de decisions

Una vegada descrit el procés d'ensenyament-aprenentatge, es pot analitzar com s'implementa aquest procés en el desenvolupament d'un currículum escolar correcte. El professor es troba davant seu amb un disseny curricular base que ha de desenvolupar en les seves classes quotidianes. Ha d'assegurar que els seus alumnes assoleixin uns objectius finals classificats en fets conceptuals, procediments, valors, actituds o normes en un temps escolar determinat. A cop d'ull l'execució completa del programa d'aprenentatge proposat sembla que exigeix una quantitat de temps no disponible, si es vol prendre en consideració tots els blocs temàtics del disseny curricular. Per una altra banda una classe no es comporta com un aprenent ideal sino que es donen diferents nivells i ritmes d'aprenentatge. També s'ha de tenir en compte la variable lloc, les característiques tècniques del centre educatiu en general i les condicions de l'aula en particular. És a dir, en el desenvolupament del procés d'ensenyament-aprenentatge intervenen entre d'altres, els següents condicionants: a) Temps, b) Diferenciació, c) Tema, d) Lloc. Aquests condicionants reals exigeixen en el control del procés d'una presa de decisions executives, estratègiques i eficients que s'ha d'explicitar i preveure per tal d'optimitzar l'evolució i producció de l'aprenentatge.

¿Com prendre decisions?

a) Situat el professor en un cicle educatiu determinat, el nivell cognitiu dels seus alumnes determinarà la insistència protocolària en el temps d'unes determinades categories del programa en detriment dels temps dedicat a les altres. Així per exemple, en l'educació primària s'ha d'insistir en les categories d'experimentació i representació. Mentre que en l'educació secundària s'insistirà en les categories de comunicació i conceptualització. Les categories de reflexió indicaran en cada nivell l'estat o control del procés d'aprenentatge corresponent.

b) El condicionant de la diferenciació exigeix tenir preparades i classifica-

des diferents sèries d'activitats i tasques, que es poden amotllar a l'aprenentatge de grups diferenciats d'alumnes, amb la qual cosa s'ha d'abandonar la idea de disposar d'un resolutor ideal del programa d'aprenentatge i ser conscient de que s'ha de gestionar diferents processos que es desenvolupen simultàniament i de forma diferent en les sessions d'un curs escolar.

c) S'ha de prendre la decisió de que els fets conceptuals o continguts no es poden separar dels processos, actituds, valors i normes que hi ha implícites. Per tant quan s'escull un contingut de forma explícita, d'una forma implícita o si es vol, d'una forma oculta s'entra en consideració dels altres aspectes del disseny curricular i a l'inrevés. Això suposa que els objectius finals d'un tema determinat s'han de prendre de forma integrada o almenys ésser conscient del seu desenvolupament simultani. En determinats temes, com per exemple la geometria, el procés d'aprenentatge es pot optimitzar explicitant accions procesuals, com poden ser les de generar, visualitzar o construir i prenent en consideració els valors culturals subjacents.

Quant el desenvolupament de continguts, s'ha de prendre la decisió de reordenar-los agafant les idees fonamentals de cada cicle, per exemple el tema de la proporcionalitat per les edats de 12 a 14 anys i treballar-lo exhaustivament mitjançant el programa d'aprenentatge prescit. Una vegada estan assimilats els conceptes bàsics, no és necessari construir la resta que estan directament relacionats amb aquells, sino que s'han d'interconnectar amb els anteriors i tractar-los com aplicació, utilització i consideració.

d) Moltes vegades quan es consideren innovacions educatives, es mitifiquen les condicions materials de l'aula de classe: mínima relació espai/alumne, localització de les taules dels alumnes, no disposició d'instruments i materials, problemes d'alteració de disciplina... Evidentment això són condicions reals per afrontar una innovació, però no són, en la gran part dels casos, absolutament determinants per no portar-la a termini. Si s'està convençut de l'eficiència de la innovació s'ha de prendre la decisió de canviar per algunes sessions la disposició de les taules de l'aula, desenvolupar la classe fora de la seva aula habitual, en el laboratori del centre, en una zona fòra del centre, per tal d'iniciar un treball de camp, ja sigui en una zona urbanitzada o en un parc, i cal també proveir-se de tots els materials necessaris per a desenvolupar certes activitats, a partir de les dotacions del propi centre, o d'un centre de professors de la zona...

3. Eficiència

Per avaluar el grau d'eficiència del programa d'aprenentatge es proposen quatre tipus de tasques:

- G.O.** Guia d'observació de tasques pràctiques i experimentals.
- C.A.** Qüestionari autoreflexiu de conceptes, procediments, actituds, valors i normes.
- P.R.** Proves de rendiment conceptual i procesual.
- D.R.** Diagnosi i recursió.

Aquestes tasques tenen la missió de garantir el **control** del procés quant a assoliment i eficiència. Amb les dades obtingudes s'ha de dissenyar altres categories de treballs de recursió i reforç per tal d'assegurar una qualitat en el desenvolupament i producte final de l'aprenentatge.

A continuació describim les tècniques d'avaluació de cada tasca presentada:

3.1. Observació (G.O.)

El professor ha de disposar d'una guia explícita i detallada per a registrar de forma sistemàtica les diferents components o categories que es poden identificar en el desenvolupament del programa d'aprenentatge. La guia d'observació pot incloure els registres següents:

- PTC** Grau de participació en el treball de classe.
- ERP** Us d'estratègies de resolució de problemes.
- DRE** Assoliment de descobriments i resultats en les activitats experimentals.
- CRA** Capacitat de recursió i aplicació.
- IRG** Interpretació i representació gràfica.
- IRS** Interpretació i representació simbòlica.
- IRF** Interpretació i representació figurativa.
- ECE** Expressió i comunicació escrita.
- ECO** Expressió i comunicació oral.
- ICP** Interrelació de conceptes i processos.
- RCE** Reconèixer conceptes i processos en l'entorn real.
- PPC** Plantejar preguntes i qüestions.
- MCR** Memòria comprensiva i relacional.

Per tal de facilitar les tasques del professor és necessari dissenyar formularis d'observació clars i ràpids de complir en la pròpia classe mentre els alumnes treballen d'una forma autònoma. El formulari consistirà en un quadre de doble entrada, cada fila correspondrà a un alumne i en cada columna es registrarà una valoració de les categories anteriors.

Aquesta observació correspondrà a una avaluació interna dels alumnes per part del propi professor. Es faran registres en les classes ordinàries de forma contínua i al llarg del període escolar. La valoració de cada tasca es

pot realitzar a partir d'una escala numèrica o una estimació qualitativa mitjançant la descripció de paraules diferents o frases clau.

3.2. Autoreflexió (C.A.)

Es passa als alumnes un qüestionari en el qual tenen que explicitar mitjançant un escrit el tipus d'actituds, valors i normes de les quals tenen consciència i que han anat formant al llarg del desenvolupament del programa d'aprenentatge respecte als diferents blocs temàtics tractats. L'explicitació que es demana està en la línia d'afavorir una autorreflexió sobre l'estat actual del procés d'aprenentatge. El qüestionari autorreflexiu ha d'entendre's com una presa de coneixements dels objectius aconseguits o assimilats. Aquesta tècnica ens marcarà una pauta d'autoavaluació. Es passaran diferents qüestionaris segons es vulguin valorar els conceptes, els processos, les actituds, els valors o les normes de cada unitat temàtica tractada.

Aquest tipus de tasca pot ser considerat tant com una avaluació interna del professor i els seus alumnes com externa, portada a terme per un grup de professionals d'un centre de formació de professors, d'innovació educativa, de recursos,... per a donar suport al treball del professor.

3.3. Avaluació i recursió (P.R., D.R.)

Per a mesurar el rendiment i eficàcia del programa es poden fer una part proves experimentals i per una altra proves de resolució de problemes. En les proves experimentals es proporciona a cada alumne una guia de treball juntament amb el material necessari per a portar-la a terme durant un temps determinat (30, 45, 60 minuts). Una vegada realitzat el treball es plantegen qüestions molt precises sobre l'activitat realitzada de cara a donar significat als descobriments. Aquest sistema dona informació sobre la capacitat d'investigació de l'alumne. Té, però, l'inconvenient de ser molt lent i la necessitat de disposar d'un material per a cada alumne, però en canvi és molt efectiu per a evaluar el treball pràctic en matemàtiques. Quant a l'avaluació del desenvolupament de les estratègies de resolució de problemes es segueixen els mètodes standards d'anàlisi de protocols, on la seva descripció pot veure's en (SCHOENFELD, 1985).

Un darrer treball d'avaluació té com objecte definir amb precisió el tipus de coneixement que té un alumne determinat. S'analitzen els possibles obstacles epistemològics que pot presentar un bloc temàtic determinat i es gradua d'una forma rigurosa el nivell d'assoliment i la formació dels conceptes. La tècnica avaluadora consisteix en dissenyar una sèrie d'ítems amb la finalitat

de provocar conflictes cognoscitius que posin en crisi determinats aprenentatges de cara a prendre'n autoconsciència i afavorir la voluntat de superar-los. Aquesta és la tècnica usual anomenada ensenyament per diagnòstic (veure A. BELL, 1987).

Una vegada dissenyat el qüestionari amb els ítems de diagnòstic es passen a una àmplia mostra d'alumnes i els resultats es codifiquen en una llista provisional de categories de conducta. S'estableixen les tipologies definitives escollint un nombre petit d'alumnes que presentin resultats típics i se'ls sotmet a una exploració més precisa i àmplia mitjançant entrevistes, on es posi especial cura en la seva transcripció. Aquest és un tipus d'avaluació externa que exigeix una preparació uniforme dels avaluadors de cara a interpretar els resultats de manera uniforme.

Es pot fer una diagnosi inicial i final per fer una comparació dels resultats de cara a analitzar el progrés i l'eficiència del programa d'aprenentatge.

Aquestes quatre tasques d'avaluació GO, CA, PR i DR ens permeten tenir una visió comprensiva de tot el medi docent i per tant tenen una funció de control del procés d'aprenentatge, en el sentit metafòric de control de qualitat del procés de producció.

Aquest control a la vegada ens proporciona les informacions necessàries per a poder introduir modificacions en el programa d'aprenentatge que millorin els resultats. Aquests models d'avaluació utilitzen tècniques qualitatives de recollida, interpretació i tractament de dades afavorint innovacions didàctiques i donen un nou marc al treball del professor situant-lo en l'àmbit de l'acció-investigació.

BIBLIOGRAFÍA

- ALSINA, C., BURGUES, C., FORTUNY, J.M. *Construir la Geometría*, Síntesis, Madrid. 1988.
- BELL, A. *Diseño de enseñanza diagnóstica en matemáticas*. En A. ALVÁREZ (Ed.) *Psicología y Educación. Realizaciones y tendencias actuales en la investigación y en la práctica*. Actas de las II Jornadas Internacionales de Psicología y Educación. pp. 73-93. Madrid. 1987.
- BROSSEAU, G. *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Thèse d'Etat. Bordeaux. 1986.
- CENTENO, J. *Números decimales*. Síntesis. Madrid. 1988.
- CHRISTIANSEN, A. HOWSON, A.G., OTTE, M. (ed.). *Perspectives on Mathematics Education* D. Reidel, Dordrecht. 1986.
- FREDENTHAL, H. *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Dordrecht. 1983.
- GATTEGNO, G. y otros. *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Aguilar. Madrid. 1967.
- KILPATRICK, J. *Reflection and Recursion*. En Proceedings of the fifth international congress on Mathematical Education. Birkhäuser. Boston. 1986.
- KILPATRICK, J. *What Constructivis Might be in Mathematics Education*. En Proceedings of 11th. anual meeting of the international group for psicology of Mathematics Education Montréal. 1987.
- NCTM. *Curriculum and Evaluation Standards for school Mathematics*. National Council of teachers of mathematics. Reston. 1989.
- SCHOENFELD, A. *Mathematical Problem Solving*. Academic press. Orlando. 1985.
- TREFFERS, A. *Three Dimensions*. Reidel. Dordrecht.

