Opciones e incentivos: un modelo binario de agencia*

Óscar Gutiérrez
Centro Politécnico Superior
Universidad de Zaragoza

Vicente Salas Fumás
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Zaragoza

Resumen

El trabajo analiza la eficiencia de las opciones como instrumento de retribución a directivos. Mediante un simplificado modelo de agencia en que la incertidumbre está descrita por una distribución binaria, el análisis permite comparar opciones y acciones como formas de crear incentivos a directivos adversos al riesgo cuando aportar esfuerzo conlleva un coste. Una de las conclusiones del trabajo es que cuando las opciones son preferidas a las acciones, el precio de ejercicio de aquéllas es óptimo fijarlo por encima del valor de mercado del proyecto. Además, el número de opciones que constituyen la retribución del directivo resulta ser el inverso de la probabilidad de ejercicio de aquéllas. En términos comparativos, el contrato de opciones resulta más eficiente cuando la incertidumbre del output es relativamente alta. Este hecho proporciona una posible explicación de porqué las opciones predominan como forma de retribución en empresas pertenecientes a sectores de mayor innovación tecnológica, y en sectores poco maduros en que la continuidad de las empresas no está garantizada a corto plazo.

Palabras clave: *agencia, opciones sobre acciones, distribuciones bimodales y distribuciones binarias, congruencia en incentivos*

Clasificación JEL: *J33, G30, M40.*

Abstract

This paper uses an stylized agency model to evaluate the economic efficiency of options contracts when payoff uncertainty is bimodal, a situation rather common when projects either «fail» or «succeed». We find that options contracts weakly dominate linear contracts, and that options are strictly preferred by the principal when the spread between the modes of the payoff distribution is high enough. When options are the preferred alternative, the optimal contract will fix a number of options equal to the inverse of the probability of exercise together with an exercise price above the expected value of the project. The results are consistent with the extended use of stock options contracts in high tech firms.

Keywords: *agency, stock options, bimodal and binary distributions, congruence in incentives.*

JEL Classification: *J33, G30, M40.*

1. Introducción

Dentro de una amplia controversia sobre su verdadero fin, los defensores de incluir opciones sobre acciones de la empresa como parte las retribuciones de los directivos aluden con frecuencia a las ventajas de esta forma de retribución para atraer, retener e incentivar adecuadamente las decisiones de dichos directivos[1]. Con la entrega de opciones sobre accio-

* Los autores agradecen a Ramón Casadesús Masanell, Rafael Repullo y Francisco Ruiz Aliseda los comentarios realizados sobre el trabajo en versiones anteriores del mismo. También agradecen el apoyo financiero ministerial a través del proyecto MCYT – DGI/FEDER BEC2001-2552-C03-02.

[1] MURPHY (1999), hace un repaso de los esquemas existentes de compensación a directivos además de evaluar sus méritos relativos. El trabajo documenta la difusión de retribución mediante *stock options* entre directivos estadounidenses durante los últimos noventa. Trabajos más recientes confirman esa difusión pero con menos entusiasmo acerca de las ventajas relativas a las limitaciones que presentan: FELTHAM y WU (2001), BEBCHUK Y FRIED (2003), DITTMANN y MAUGG (2003).

nes, la retribución del directivo se vincula con la evolución futura del precio de la acción, lo cual debe incentivarle a tomar decisiones que hagan máximo su valor, objetivo que también comparten los accionistas de la empresa. Sin embargo la vinculación entre variación en el valor de mercado de la empresa y riqueza de los directivos también se consigue con otras formas de retribución, como por ejemplo entregándoles acciones de la empresa de naturaleza restringida, en cuanto a sus derechos políticos o plazos para una posible venta. La comparación de la eficiencia de retribuir a los directivos entregándoles opciones sobre acciones de la empresa o entregándoles acciones restringidas, apenas ha sido objeto de atención en la literatura, sobre todo cuando se incorpora al análisis el coste del esfuerzo que aporta el directivo a la acción colectiva de la empresa. El trabajo aporta esa comparación bajo unos supuestos que creemos describen con cierto realismo el entorno empresarial donde se presenta la oportunidad de elegir entre las dos formas de incentivar a los directivos.

Hall y Murphy (2002), consideran la aversión al riesgo de los ejecutivos como un factor determinante en la valoración de opciones como forma de remuneración, pero ignoran la desutilidad por el coste de realizar más menos esfuerzo. Al centrar el análisis en la sensibilidad de la retribución a movimientos de precio del subyacente, tampoco cuestionan si las opciones cumplen mejor que las acciones la función para la que el accionariado las emplea, que no es otro que el de aumentar el valor de mercado de la empresa. Por su parte, Feltham and Wu (2001), sí introducen en el análisis que el directivo sufre desutilidad por realizar esfuerzo, llegando a la conclusión de que las opciones son menos eficientes como incentivo que las acciones de la empresa, si la volatilidad del proceso subyacente de precios no puede ser afectada por el directivo (y a la conclusión inversa si el directivo sí puede aumentar con sus decisiones la volatilidad). Cadenillas, Cvitanic y Zapatero (2002), emplean un modelo en tiempo continuo y utilidad logarítmica para analizar la misma cuestión, de forma que el directivo elige la deriva (esfuerzo) y la volatilidad instantáneas del proyecto, llegando a la conclusión de que las opciones pueden resultar más eficientes que las acciones. Dittman y Maugg (2003), obtienen la conclusión contraria en un modelo con utilidad tipo CRRA en que la volatilidad está dada, y recomiendan el uso de incentivos lineales frente a *stock options*. Por último, Hemmer, Kim y Verrecchia (2000), analizan el problema desde una perspectiva más general, y tratan de identificar el contrato óptimo (es decir, no restringen a priori la forma funcional de los contratos a dos tipos particulares, como puedan ser acciones y opciones). Su conclusión es que contratos convexos (tipo «opciones») pueden resultar óptimos de segundo rango *(second-best)* si el agente no es «demasiado adverso al riesgo».

En este trabajo comparemos acciones y opciones como contratos de incentivos en un marco de agencia, con ejecutivos adversos al riesgo que sufren desutilidad por esfuerzo, aunque con algunas diferencias respecto a los modelos comentados. Como es habitual, las decisiones tomadas por el directivo (agente) se identificarán con el esfuerzo realizado, que vendrá descrito por una variable continua, mientras que el entorno económico estará caracterizado por una variable aleatoria discreta que únicamente podrá tomar dos valores, lo cual es una estilización de una distribución de probabilidad bimodal. La utilidad esperada del agente la expresaremos como un «equivalente cierto» de la retribución, que dependerá de la media y la dispersión de dicha compensación. Al contrario de lo que es habitual en este tipo de literatura, y merced a la simplificación realizada en el modelo, éste se puede resolver analíticamente. Uno de los resultados obtenidos consiste en dar condiciones necesarias para que las opciones sean preferidas como retribución a las acciones, siempre desde el punto de vista del principal. El paquete retributivo constará de una compensación variable además de un salario fijo, y el principal habrá de considerar ciertas restricciones de incentivos que no están formalmente presentes en los problemas de agencia convencionales.

Como se ha mencionado, supondremos que la incertidumbre viene descrita por una distribución binaria, en contraste con la hipótesis habitual en modelos de agencia en que la incertidumbre viene descrita por distribuciones continuas unimodales. Dicho tipo de *payoffs* –binario, o en general bimodal– está justificado en situaciones en que los posibles resultados de las decisiones empresariales son básicamente dos, «éxito» o «fracaso». Ejemplos de este tipo de situación son proyectos de I+D, lanzamientos de nuevos productos, subastas, fusiones, etcétera. Aunque también puede resultar una descripción realista cuando el proyecto de inversión es la creación de una nueva empresa, especialmente si es en un sector poco maduro como son los sectores *high tech,* así como los relacionados con Internet, donde a corto plazo una empresa recién creada o desaparece del sector, o experimenta un crecimiento considerable (o espectacular).

Como ha sido mencionado, en este estudio compararemos la eficiencia de dos posibles contratos que el principal puede ofrecer al agente. El primero de ellos paga un salario fijo además de cierto número de acciones de la empresa, y lo llamaremos «contrato de *acciones*». El otro contrato considerado paga un salario fijo (distinto del salario fijo anterior) y un número de opciones con un precio de ejercicio por determinar (contrato de *opciones*). Evidentemente, el contrato de *opciones* se reduce al de *acciones* tomando un precio de ejercicio nulo, siempre que el valor del proyecto no pueda tomar valores negativos.

El hecho de que el esfuerzo que el directivo realiza tenga asociado un coste restringe las soluciones en el problema de agencia, y determinará el óptimo *second-best* entre los contratos de opciones. En particular, la utilidad esperada de la retribución correspondiente a las opciones tendrá que ser mayor o igual que cero, si se pretende que dicha retribución induzca un esfuerzo no nulo. Esta restricción limita el rango de variación del precio de ejercicio de las opciones. Por otra parte, con el contrato de acciones, el agente recibe un pago variable positivo sea cual sea la realización de la variable aleatoria, pero comparte con el principal un mayor riesgo. Si la incertidumbre (medida a través de la variable aleatoria que describe el entorno económico) es suficientemente baja, el principal preferirá el uso de acciones como compensación, mientras que si la incertidumbre es alta, serán las opciones la alternativa elegida.

En la sección 2 se describe el modelo de agencia que será empleado en el análisis. La sección 3 contiene el principal resultado del capítulo, junto con su demostración. La sección 4 extiende el análisis realizado a una situación en que las medidas económicas involucradas puedan no ser perfectamente congruentes. La sección 5 está dedicada a discutir en el contexto propuesto los resultados teóricos obtenidos, y finalmente, en la sección 6 se exponen las principales conclusiones del trabajo.

2. El problema de agencia con opciones

Consideremos que un principal neutro al riesgo[2], P, contrata a un agente adverso al riesgo, A, con objeto de realizar un trabajo en beneficio de P. Para llevar a cabo dicho trabajo,

[2] Esta hipótesis es habitual en teoría de agencia. La posibilidad de diversificación de proyectos que la empresa lleva a cabo lo justificaría. Una situación en que el principal es el conjunto del accionariado también valida tal suposición.

el directivo A debe realizar un esfuerzo que incrementa el *output* producido, al mismo tiempo que conlleva cierto coste de oportunidad. Como es habitual en el paradigma *principal-agente,* el esfuerzo no es observable.

La función de producción es de la forma $y = e + \varepsilon$, donde y es el nivel de output alcanzado, e representa el esfuerzo que el agente realiza y ε es la realización de una variable aleatoria binaria (o de Bernoulli) de parámetro p.

Formalmente, si $v < V$ son los posibles valores que ε puede tomar, tendremos:

$$y = \begin{cases} V + e \ (prob = p) \\ v + e \ (prob = 1 - p) \end{cases}$$

Notemos por π y σ^2 la media y la varianza respectivas de y:

$$\pi = e + (1-p)v + pV \equiv e + \overline{v} \quad , \quad \sigma^2 = p(1-p)(V-v)^2$$

Una variable aleatoria de sólo dos realizaciones es la principal simplificación del modelo, pues el resto de hipótesis no implican una pérdida de generalidad o pueden ser relajadas sin que ello afecte cualitativamente a los resultados obtenidos. Otros modelos en que el *output* sólo puede tomar dos valores[3] son Bolton y Scharfstein (1996) o Kwon, Newman y Suh (2001). Grossman y Hart (1983), resuelven explícitamente su modelo de agencia para $n = 2$, y Haubrich (1994), emplea dicho caso con objeto de dar soporte teórico a las evidencias empíricas presentadas por Jensen y Murphy (1991). Por su parte, Assef y Santos (2001) proponen un modelo con una variable aleatoria continua pero con únicamente dos esfuerzos posibles por parte del agente.

Los contratos retributivos que consideraremos a lo largo del trabajo constan de un pago fijo g_F y de N acciones u opciones (con precio de ejercicio K) sobre el producto bruto de la empresa que hemos denotado por y. Esto significa que el agente ejecutará la opción si $y > K$ y no lo hará si $y \leq K$. Al agente lo consideraremos adverso al riesgo y la utilidad esperada de su retribución incierta la consideraremos medida por un *equivalente cierto* (*CE*) que puede derivarse en forma exacta de una función de utilidad cuadrática. Supondremos que *CE* puede aproximarse por la media de la retribución afectada por la varianza (medida de riesgo) de la misma y neta del coste de oportunidad que el esfuerzo supone[4]:

$$CE_A = g_F + NE[(y-K)_+] - (\gamma/2)Var[(y-K)_+] - \alpha e^2/2 \qquad [1]$$

donde $\gamma \geq 0$ es el coeficiente de aversión al riesgo, y $C(e) = \alpha e^2/2$ ($\alpha > 0$) es la desutilidad por esfuerzo. En secciones posteriores también será útil $\hat{\gamma}$, que definimos por $\hat{\gamma} \equiv \dfrac{1-p}{p}\gamma$.

[3] En el modelo propuesto, es la parte aleatoria del *output* lo que sólo puede tomar dos valores. El output puede tomar un continuo de valores pues e es una variable continua.

[4] La expresión que especifica el equivalente cierto de un flujo incierto de ingresos como función de la esperanza y la varianza de tal flujo se puede justificar de distintas formas. Véase MILGROM y ROBERTS (1992), o SALAS (1987): como una aproximación de Taylor de segundo orden a la verdadera pero desconocida función de utilidad de Neumann-Morgenstern (NM); a partir de funciones de utilidad cuadráticas; o partir de funciones de utilidad tipo CARA y perturbación aleatoria dada por una distribución *normal*. Por supuesto, la aproximación tomada se restringe al rango de valores de parámetros y riqueza en que la función de utilidad (cuadrática), u, subyacente en el equivalente cierto empleado satisface $u'(W) > 0$.

El valor esperado (E) y la varianza (Var) son calculadas sobre los valores positivos de la variable aleatoria y-K, pues de no ser así el valor de la variable es cero al no ejecutarse la opción. La utilidad de reserva del agente (coste de oportunidad que el directivo soporta por trabajar en esa empresa, o alternativamente, salario que cobraría en otra empresa) $\bar{U}$ lo tomamos sin pérdida de generalidad igual a cero.

El principal es considerado neutro al riesgo por los motivos anteriormente aducidos, y su riqueza la obtenemos como el valor esperado de la variable de resultados (y) neto de los pagos que constituyen la retribución del agente:

$$CE_P = E(y) - g_F - NE[(y - K)_+] \qquad [2]$$

El problema a que se enfrenta el principal es elegir el vector (g_F, K, N) que maximiza su riqueza CE_P, teniendo en cuenta la restricción de participación del agente y las condiciones de información (asimétrica) del problema planteado. Asumiremos que el principal no puede observar ni determinar el esfuerzo que el agente realiza, por lo que contratos basados en e no son factibles. (Alternativamente, e es observable para el principal pero no verificable, en el sentido de que aunque el empleador pudiera aproximar o incluso conocer el esfuerzo realizado por su empleado, no podría demostrar que ha sido ése el esfuerzo realizado. O también, que el principal podría conocer el esfuerzo realizado por el agente a un coste tan elevado que restricciones de riqueza hacen subóptima tal verificación.)

Un caso particular del contrato descrito es lo que hemos llamado contrato de *acciones*. El agente recibe acciones de la empresa en el inicio de la relación contractual como parte del paquete retributivo, que consta de una parte fija y una parte variable correspondiente al valor de mercado de las acciones. La otra posibilidad bajo consideración consta de un salario fijo y opciones de ejercicio K. En tal situación, habrá casos en que las opciones serán siempre ejecutadas; casos en que sólo a veces lo serán (y que llamaremos opciones de «ejercicio contingente»); y casos en que nunca lo serán. Nuestro objetivo es caracterizar en qué circunstancias el principal preferirá una u otra forma de compensación, y las características contractuales de tales formas de retribución.

3. El contrato óptimo de incentivos

En esta sección se presenta el principal resultado del trabajo, en forma de teorema, junto con su demostración:

Teorema: Para valores de la varianza de ε suficientemente altos,

$$\sigma^2 \geq \frac{1}{\alpha\gamma}\left(\frac{\hat{\gamma}}{2\alpha(\sqrt{1+\hat{\gamma}/\alpha}-1} - 1\right)$$

existe un contrato de opciones que el principal prefiere al contrato de acciones. Para valores inferiores de la varianza, las acciones son el contrato preferido.

El contrato de *opciones* compensa al agente mediante un salario fijo igual a la utilidad de reserva ($g_F = \bar{U} = 0$) y un número de opciones igual al inverso de la probabilidad de ejercicio de las opciones ($N = 1/p$). El precio de ejercicio de éstas es $K = V + \dfrac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$, superior al valor económico del proyecto.

Demostración: Para demostrar el teorema, primeramente resolveremos el problema considerando que la retribución se realiza por medio de acciones; a continuación resolveremos el problema considerando que la retribución se realiza por medio de opciones en vez de acciones; finalmente, compararemos la riqueza que el principal obtiene en ambas situaciones.

- **El contrato de acciones:**

Lema 1: El contrato óptimo de acciones (*sh*) viene especificado por:

$$N^*(sh) = 1/(1 + \alpha\gamma\sigma^2)$$

$$g_F^* = -N^*(sh)\overline{v} - \frac{[N^*(sh)]^2}{2\alpha}(1 - \gamma\alpha\sigma^2)$$

y conlleva:

$$e^*(sh) = N^*(sh)/\alpha$$

$$CE_P^*(sh) = \overline{v} + 1/(2\alpha(1 + \alpha\gamma\sigma^2))$$

Demostración: El problema que el principal ha de resolver, [P1], es formulado en los siguientes términos:

$$\max_{g_F, N} CE_P(sh) \equiv \overline{v} + e - N(\overline{v} + e) - g_F$$

$$s.\ a \begin{cases} N(\overline{v} + e) - \dfrac{\gamma}{2} N^2\sigma^2 - \dfrac{\alpha}{2} e^2 + g_F \geq 0 \\ e \in \arg_{\hat{e}} \max \left[g_F + N(\overline{v} + \hat{e}) - \dfrac{\gamma}{2} N^2\sigma^2 - \dfrac{\alpha}{2} \hat{e}^2 \right] \end{cases} \qquad [P1]$$

Resolviendo la restricción de incentivos obtenemos $e^* = N/\alpha$. Sustituyendo en la función objetivo las dos restricciones, calculamos N^*, que resulta ser:

$$N^*(sh) = 1/(1 + \alpha\gamma\sigma^2)$$

El valor de $g_F^*(sh)$ se obtiene de la restricción de participación, mientras que la riqueza alcanzada por el principal, $CE_P(sh)$, resulta de sustituir $N^*(sh)$ y $g_F^*(sh)$ en la función objetivo del principal.

- **El contrato de opciones:**

Hay dos casos relevantes desde la perspectiva del principal, uno en el que las opciones son siempre ejecutadas, y otro en que las opciones se ejecutan sólo en ocasiones, lo cual dependerá del esfuerzo que el agente lleve a cabo y del precio de ejercicio que la opción estipula.

El siguiente Lema establece que un contrato de *opciones* en que éstas sean ejecutadas con seguridad no mejora la riqueza que el principal obtiene mediante el contrato de *acciones* óptimo.

Lema 2: No existe un contrato de *opciones* (*op*) que son ejecutadas con seguridad preferido por el principal al contrato de *acciones.*

Demostración: Si las *opciones* son ejecutadas con seguridad, la restricción de incentivos del agente coincide con la restricción obtenida para el caso de *acciones* ya resuelta. Por tanto, la función de reacción de esfuerzo óptimo del agente coincide para ambos casos.

Por otra parte, la restricción de participación puede ser satisfecha bien disminuyendo el precio de ejercicio, bien aumentando el salario fijo, siempre que K esté superiormente acotada por la condición que asegura que las opciones sean ejecutadas con certeza, $0 < K \leq v + 1/(\alpha(1 + \alpha\gamma\sigma^2))$.

En tal rango de valores, el salario fijo es creciente con K y la riqueza del principal permanece inalterada.

Lema 3: El contrato de *opciones* de ejercicio contingente (ejercicio no garantizado) que maximiza la riqueza esperada del principal está dado por :

$$N^*(op) = 1/p$$

$$K^*(op) = V + \frac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$$

$$g_F^*(op) = 0$$

Este contrato implica:

$$e^*(op) = \frac{1 + (K^*(op) - V)\hat{\gamma}}{\alpha + \hat{\gamma}} = (\alpha^2 + \alpha\hat{\gamma})^{-1/2}$$

$$CE_P^*(op) = \overline{v} + K^*(op) - V = \overline{v} + \frac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$$

Demostración: El problema de optimización que el principal debe resolver, [P2], es formulado como:

$$\max_{g_F, K, N} CE_P(op) \equiv \overline{v} + e - g_F - pN(V + e - K)$$

$$s.\ a \begin{cases} g_F + pN(V + e - K) - \dfrac{\gamma}{2} p(1-p)N^2(V + e - K)^2 - \dfrac{1}{2}\alpha e^2 \geq 0 & \text{[P2.1]} \\[2ex] e = \dfrac{pN + p(1-p)\gamma N^2(K - V)}{\alpha + p(1-p)\gamma N^2} & \text{[P2.2]} \\[2ex] pN(V + e - K) - \dfrac{\gamma}{2} p(1-p)N^2(V + e - K)^2 - \dfrac{1}{2}\alpha e^2 \geq 0 & \text{[P2.3]} \end{cases}$$

siendo

$$p(V + e - K) = E[(y - K)_+] \quad \text{y} \quad p(1 - V)(V + e - K)^2 = Var[(y - K)_+]$$

La desigualdad [P2.1] es la restricción de participación; [P2.2] se obtiene de las condiciones de primer orden del problema de decisión del agente, $e = \arg\max_{\hat{e}} CE_A(\hat{e})$; por último, [P2.3] es una nueva restricción que deberá ser tenida en cuenta al resolver el problema si la retribución se hace mediante un contrato de *opciones* de ejercicio contingente.

Dicha restricción establece que el equivalente cierto del agente con esfuerzo positivo y ejercicio contingente de opciones derivado de la retribución variable, tiene que ser mayor o igual que cero, o de lo contrario el agente tiene incentivos a no realizar esfuerzo.

Es decir, la restricción de incentivos habitual en problemas de agencia, $e = \arg\max_{\hat{e}} CE_A(\hat{e})$, se descompone en las restricciones [P2.2] y [P2.3] en nuestro problema particular de agencia.

Si resolvemos [P2] ignorando [P2.3] obtendremos que la solución interior obtenida de la condición de primer orden del problema implica:

$$K = V + e, \;\; e = 1/\alpha, \;\; g_F = 1/2\alpha, \;\; CE_A = 0, \;\; CE_P = \overline{v} + 1/2\alpha$$

Aparentemente, es posible alcanzar la solución de *first best* mediante el contrato de *opciones.* Pero es preciso hacer notar que con $e = 0$ (y no ejecutando las opciones) el agente obtendría una riqueza dada por $CE_A = 1/2\alpha$, mayor que cero, que es la utilidad de reserva. Por tanto, el contrato $N = 1/p$, $K = V + e$, $g_F = 1/2\alpha$ no induce al agente a realizar un esfuerzo $e = 1/\alpha$, sino $e = 0$, con lo que el principal alcanza una riqueza dada por $CE_P = \overline{v} - 1/2\alpha$. La restricción [P2.3] excluye $e = 0$ de las soluciones factibles para el agente. Además, como el principal está interesado en hacer K lo mayor posible para un N dado, [P2.3] deberá ser satisfecho como igualdad.

En la solución óptima,

$$dCE_P(op) = \frac{\partial CE_P}{\partial N}\, dN + \frac{\partial CE_P}{\partial K}\, dK + \frac{\partial CE_P}{\partial g_F}\, dg_F = 0$$

Como [P2.1] y [P2.3] son satisfechas como igualdad en la solución óptima, tendremos que $g_F = 0$ y $dg_F = 0$.

Por tanto,

$$dCE_P(op) = \frac{\partial CE_P}{\partial N}\, dN + \frac{\partial CE_P}{\partial K}\, dK = \left(\frac{\partial CE_P}{\partial N} + \frac{\partial CE_P}{\partial K} \frac{dK}{dN} \right) dN = 0$$

Por lo que el contrato óptimo debe cumplir:

$$\frac{\partial CE_P}{\partial N} + \frac{\partial CE_P}{\partial K} \frac{dK}{dN} = 0$$

La derivada dK/dN la podemos calcular a partir de la expresión de CE_A haciendo uso del teorema de la función implícita:

$$\frac{dK}{dN} = -\frac{\partial CE_A/\partial N}{\partial CE_A/\partial K}$$

Operando se obtiene:

$$\frac{\partial CE_A}{\partial N} = p(V+e-K) - \gamma p(1-p)N(V+e-K)^2 + \frac{\partial e}{\partial N}(pN - \gamma p(1-p)N^2(V+e-K) - \alpha e)$$

$$\frac{\partial CE_A}{\partial K} = -pN + \gamma p(1-p)N^2(V+e-K) + \frac{\partial e}{\partial K}(pN - \gamma p(1-p)N^2(V+e-K) - \alpha e)$$

Dado que

$$pN - \gamma p(1-p)N^2(V+e-K) - \alpha e = \frac{\partial CE_A}{\partial e} = 0$$

(restricción de incentivos del agente), tenemos:

$$\frac{dK}{dN} = -\frac{p(V+e-K) - \gamma p(1-p)N(V+e-K)^2}{-pN + \gamma p(1-p)N^2(V+e-K)} = \frac{V+e-K}{N}$$

Sustituyendo en la expresión precedente:

$$\frac{\partial CE_P}{\partial N} + \frac{\partial CE_P}{\partial K}\frac{dK}{dN} = (1-pN)\frac{\partial e}{\partial N} - p(V+e-K) + \left[(1-pN)\frac{\partial e}{\partial K} + pN\right]\frac{V+e-K}{N} =$$

$$= (1-pN)\left[\frac{\partial e}{\partial N} + \frac{\partial e}{\partial K}\frac{V+e-K}{N}\right] = 0$$

El término entre corchetes es distinto de cero, por lo que la ecuación se satisface si y sólo si $N^*(op) = 1/p$.

Sustituyendo $N^*(op) = 1/p$ en la ecuación que especifica e^* obtenemos:

$$e^*(op) = \frac{pN + p(1-p)\gamma N^2(K-V)}{\alpha + p(1-p)\gamma N^2} = \frac{1 + \hat{\gamma}(K-V)}{\alpha + \hat{\gamma}}$$

con

$$\hat{\gamma} = \gamma\,\frac{1-p}{p}$$

Sustituyendo $e^*(op)$ y $N^*(op)$ en (P3.3) determinamos el valor de K^*

$$\frac{1-\alpha(K^*-V)}{a+\hat{\gamma}} - \frac{\gamma}{2}\left(\frac{1-\alpha(K^*-V)}{a+\hat{\gamma}}\right)^2 - \frac{\alpha}{2}\left(\frac{1+\hat{\gamma}(K^*-V)}{a+\hat{\gamma}}\right)^2 = 0$$

Operando, obtenemos

$$K^*(op) = V + \frac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$$

Finalmente, sustituyendo $N^*(op) = 1/p$ y $K^*(op)$ en la función objetivo:

$$CE_P^*(op) = \overline{v} + e^*(1 - pN^*(op)) + pN^*(op)(K^*(op) - V) =$$
$$= \overline{v} + K^*(op) - V = \overline{v} + \frac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$$

con lo que el Lema 3 queda probado.

El contrato de *opciones* con ejercicio contingente será preferido por el principal al contrato de *acciones* si y sólo si $CE_P^*(op) \geq CE_P^*(sh)$, o equivalentemente si y sólo si

$$\frac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}} \geq \frac{1}{2\alpha(1 + \alpha\gamma\sigma^2)}$$

Operando, obtenemos la expresión de σ^2 dada en el enunciado del Teorema.

Probar el resto es inmediato a partir del Lema 3. Como el valor de mercado del proyecto es

$$CE_P(op)^* = \overline{v} + \frac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$$

y el precio de ejercicio óptimo resulta ser

$$K^* = V + \frac{\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$$

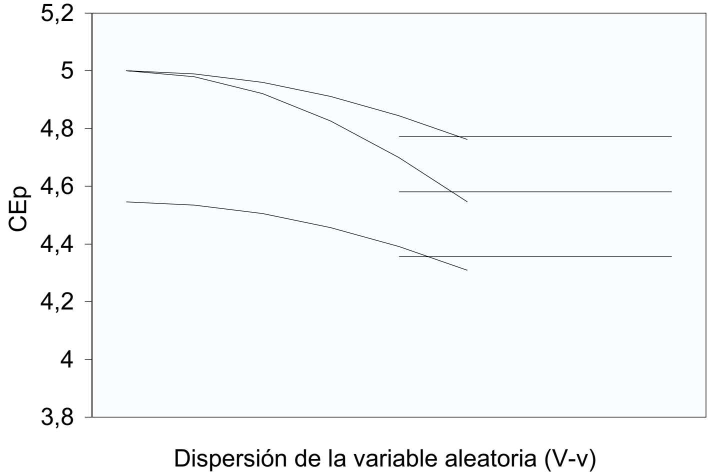
dicho precio es superior al valor de mercado del proyecto[5]. (Fin de la Demostración del Teorema 1).

La Figura 1 muestra el beneficio neto (esperado) del principal con *acciones* y con *opciones* para un conjunto de valores de los parámetros p, α, γ en función de la dispersión de ε. Para valores bajos de V-v, observamos que $CE_P^*(sh)$ resulta ser mayor que $CE_P^*(op)$. A medida que V-v se hace mayor, $CE_P^*(sh)$ decrece, y dado que $CE_P^*(op)$ permanece constante, a partir de un cierto umbral de V-v, retribuir al agente mediante opciones resulta más beneficioso para el principal que hacerlo mediante acciones.

[5] Mediante un desarrollo de Taylor de primer orden podemos comprobar que $K^* = V + (\sqrt{1 + \hat{\gamma}/\alpha} - 1)/\hat{\gamma}$ se puede aproximar por $V + 1/2\alpha$ para valores de $\hat{\gamma}/\alpha$ suficientemente pequeños. CADENILLAS *et al.* (2002), también obtienen que en el contrato óptimo, el precio de ejercicio de las opciones se tiende a establecer por encima del precio de mercado de las acciones (las opciones son *out-of-the-money*).

FIGURA 1

CE DEL PRINCIPAL CON ACCIONES Y OPCIONES



NOTAS:

CE_P representa el equivalente cierto del principal (por encima de 100). La curva superior corresponde a una configuración de parámetros $\alpha = 0{,}1$, $\gamma = 0{,}02$. En la curva intermedia, $\alpha = 0{,}1$, $\gamma = 0{,}04$. Para la curva inferior, $\alpha = 0{,}11$, $\gamma = 0{,}02$. En todos los casos, $p = 0{,}5$.

La línea horizontal representa el *payoff* esperado del principal si emplea el contrato de *opciones*. Como el modelo establece, este *payoff* es invariante frente a cambios del *spread* V-v. Las curvas decrecientes representan la riqueza del principal si éste implementa un contrato de *acciones*. Son curvas decrecientes con V-v pues σ^2 aumenta con el *spread*. La intersección de estas curvas con la horizontal corresponde al valor de V-v para el cual las *opciones* y las *acciones* son equivalentes desde el punto de vista del principal, como el Teorema 1 establece. Este valor es menor que el esfuerzo eficiente $1/\alpha$.

4. Congruencia

En esta sección supondremos que no existe *congruencia* perfecta entre el *output* (en general, la variable que ha de ser maximizada por el principal) y la variable empleada para retribuir al agente. En el modelo presentado en secciones anteriores asumimos que la medida de resultados y empleada para evaluar y retribuir al agente coincide con el *output* de la empresa desde el punto de vista de los intereses del principal. Puede haber situaciones en que tal suposición no sea correcta y la variable usada para recompensar al directivo no sea congruente con el *output* de la empresa (Lambert, 2001).

A continuación nos proponemos comparar los contratos de *acciones* y *opciones* en situaciones en que la variable de medida de resultados empleada en el contrato retributivo no coincide con el valor económico que el principal asigna al proyecto.

Sea $Y = \delta e + \Sigma$ el *output* de la empresa o el valor del proyecto desde el punto de vista del principal, y sea $y = e + \varepsilon$ la medida de resultados que el principal observa y que emplea para retribuir al agente. El parámetro δ toma valores entre $0 \leq \delta \leq 1$, de forma que $\delta = 1$ indica que las variables Y e y son completamente congruentes y $\delta = 0$ que no lo son en absoluto. Σ es una variable aleatoria con valor esperado igual a cero.

En la elección del contrato de incentivos óptimo, el principal tendrá en cuenta sus preferencias en función de la variable que es relevante desde su punto de vista, Y. El equivalente cierto del principal será:

$$CE_P = \overline{v} + \delta e - g_F - NE[(e + \varepsilon - K)_+]$$

Resolviendo análogamente el problema para contratos de *acciones y opciones,* en la situación considerada de congruencia imperfecta tendremos que CE_P es:

$$CE_P^*(sh) = \overline{v} + \delta^2/(2\alpha(1 + \alpha\gamma\sigma^2))$$

$$CE_P^*(op) = \overline{v} + \frac{\sqrt{1 + \delta^2\hat{\gamma}/\alpha} - 1}{\hat{\gamma}}$$

que coinciden con los resultados obtenidos para $\delta = 1$, esto es, para el caso en que ambas medidas Y e y son congruentes. Cuando esto no ocurre el beneficio del principal crece a medida que el parámetro de congruencia converge a la unidad.

Si calculamos el valor crítico de la varianza que determina el punto de indiferencia entre ambos tipos de contratos, se obtendrá:

$$\sigma^2 = \frac{1}{\alpha\gamma}\left(\frac{\delta^2\hat{\gamma}}{2\alpha(\sqrt{1 + \delta^2\hat{\gamma}/\alpha} - 1} - 1\right)$$

Este valor es creciente en δ, luego se hace menor a medida que δ disminuye, lo que significa que $CE_P^*(sh)$ decrece más rápidamente que $CE_P^*(op)$ conforme δ decrece. Por tanto, la preferencia de *opciones* respecto a *acciones* como forma de incentivar al agente por parte del principal aumenta *(ceteris paribus)* a medida que el problema de la congruencia de medidas se acentúa (valores de δ bajos).

5. Discusión

El contrato de acciones óptimo derivado en el Lema 1 coincide, como cabría esperar, con la solución óptima obtenida en modelos de agencia con contratos lineales y un equivalente cierto dado por la media y la varianza de los pagos del agente (Holmstrom y Milgrom, 1987). En dicha solución, el número de acciones (proporción del *output* que constituye la retribución variable del agente) se obtiene como el *trade-off* óptimo para el principal entre compartir el riesgo con el agente y extraer esfuerzo del mismo. Esta proporción decrece conforme aumentan los parámetros de aversión, coste del esfuerzo y varianza de la variable de resultados. El salario fijo se obtiene en ambos casos a partir de la restricción de participación.

El contrato de *opciones* con precio de ejercicio «bajo» (opciones que son siempre ejecutadas) que maximiza la riqueza esperada del principal consta de un número de opciones igual al número de acciones del contrato de *acciones* óptimo. El precio de ejercicio y el salario fijo son en cierta medida intercambiables, pues bajar el precio de ejercicio y el salario fijo simultáneamente implica que el agente realiza el mismo esfuerzo, además de obtener igual retribución. Aunque existen ciertos límites de variación para K, pues tiene que garantizar el ejercicio de las opciones. El Lema 2 formaliza estos hechos, y establece que el principal no consigue un mejor resultado con un contrato de *opciones* de ejercicio seguro que con un contrato de *acciones*.

En el contrato de *opciones* de ejercicio contingente, el número óptimo de opciones es $1/p$, independiente de $K^*(op)$. El principal elige el número de opciones máximo para incentivar al agente: máximo en el sentido de que un mayor número de opciones haría que la retribución marginal, pN, excediera la productividad marginal del agente, 1. Esta elección del N óptimo implica asimismo que el agente elegirá un nivel de esfuerzo donde su ingreso marginal esperado iguala la productividad marginal esperada: la derivada de $pN(V + e - K)$ igualará la derivada de $E(y)= \overline{v}+ e$ si $pN = 1$. El hecho de que con el contrato óptimo, el número de opciones alcanza el máximo posible económicamente relevante sugiere que N es más efectivo que K generando incentivos[6]. En dicho contrato, el precio de ejercicio $K^*(op)$ se obtiene a partir de la restricción que fuerza al agente a realizar esfuerzo no nulo, que conjuntamente con la restricción de participación implica que el salario fijo sea igual a la utilidad de reserva. En la demostración del Lema 3 se lleva a cabo el cálculo explícito del precio óptimo de ejercicio, aunque se pueden extraer algunas conclusiones de la Figura 2. Si la restricción que garantiza un esfuerzo positivo por parte del agente y ejercicio contingente de las opciones, [P2.3], fuera ignorada, las condiciones de primer orden del problema del principal implicarían $K = V + e$, $N = 1/p$, $e = 1/\alpha$, $CE_A = 0$, $CE_P = \overline{v} + 1/2\alpha$. La razón es que $K = V + e$ implica $Var\,[(y - K)_+ = 0$ y el principal no tendría que recompensar al agente por el riesgo asumido. Sustituyendo $K = V + e$, $N = 1/p$ en la función de reacción del agente obtendremos $e = 1/\alpha$ y un salario fijo que iguala el coste de ese esfuerzo. Pero el contrato especificado por $K = V + 1/\alpha$, $N = 1/p$, $g_F = 1/2\alpha$ no implementaría un esfuerzo $e = 1/\alpha$ porque el agente obtendría un pago mayor con $e = 0$: $CE_A = 1/(2\alpha) > 0$. La restricción [P2.3] elimina esta «solución esquina», $e = 0$, del espacio de acciones del agente. En la solución óptima, el principal elige K de [P2.3] satisfecho como igualdad.

---

[6] Este resultado resulta coherente con una conclusión obtenida en ASSEF y SANTOS (2001): «Un dólar adicional invertido en bajar el precio de ejercicio provee menos incentivos y más aseguramiento que un dólar invertido en aumentar el número de opciones.»

El precio de ejercicio óptimo para el principal resulta ser superior al valor de mercado del proyecto, y por tanto cuando las *opciones* sean preferidas a las *acciones,* el precio de ejercicio será mayor que el valor de mercado. Cadenillas *et al.* (2002), también concluyen que en el contrato óptimo, el precio de ejercicio es superior al precio de mercado, pero en la situación que formulan, el salario fijo no forma parte de la remuneración del agente, por lo que en su modelo no aparece una restricción como [P2.3]. Esto confirma que en el diseño del contrato retributivo, el principal tiene que tener en cuenta una nueva restricción al problema de incentivos, que no aparece en los contratos de remuneración lineal. La restricción de incentivos convencional en modelos de agencia proviene del problema de maximización de la utilidad esperada del agente, que da lugar a una solución interior. La restricción [P2.3] de nuestro modelo implica que, en el contrato óptimo, el salario total esperado del agente realizando esfuerzo positivo iguala el pago obtenido si el esfuerzo realizado es nulo. Así, la restricción fuerza al agente a adoptar una solución distinta de la trivial ($e = 0$), pues en caso de indiferencia suponemos que el agente lleva a cabo la acción que favorece al principal (Grossman and Hart, 1983). El contrato óptimo del Lema 3 recupera la solución de *first-best* si el agente es neutral al riesgo $\gamma = 0$, o si la situación es de certidumbre, $p = 1$: el número de opciones en la solución óptima es $1/p$ y el esfuerzo resulta ser $e^*(op) = e^{**} = 1/\alpha$. Para encontrar el precio de ejercicio óptimo, se puede observar que $K^*(op)$ está indeterminado para $\gamma = 0$ y para $p = 1$, pero aplicando la regla de l'Hôpital obtenemos $K^*(op) = K^{**} = V + 1/(2\alpha)$.

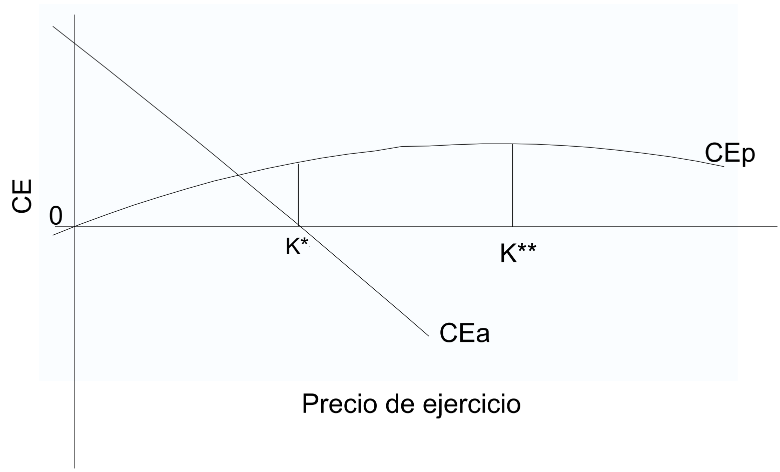
La elección entre acciones y opciones dependerá de los valores de los parámetros de aversión al riesgo, coste por esfuerzo y variabilidad del *output*. Este último aparece como el factor clave en el diseño del contrato, pues afecta de forma diferente a ambos tipos de contratos, siendo más sensible el contrato de *acciones* que el de *opciones* a dicho parámetro. Por este hecho, el contrato de *acciones* será en general el contrato elegido cuando la dispersión de ε sea pequeña, mientras que si es alta el contrato de opciones (de ejercicio contingente) será el más eficiente. Esto proporciona una explicación de porqué las opciones son frecuentemente empleadas para compensar directivos de empresas muy innovadoras o que operan en sectores de reciente creación.

El hecho de que las *opciones* puedan resultar una forma de retribución más eficiente que las *acciones* se debe a que restringen las realizaciones relevantes de la variable de resultados a un entorno próximo al precio de ejercicio K. El precio de ejercicio no debe ser demasiado alto (próximo a la solución *first-best*), o de lo contrario el directivo podría maximizar su utilidad no realizando esfuerzo alguno.

Cuando la variable de resultados del agente no es «congruente» con la medida de resultados de la empresa, las opciones tienden a imponerse como mejor instrumento incentivador que las acciones conforme la congruencia entre medidas decrece. Varios trabajos (véase Baker, 2001) han apuntado que la congruencia es el principal determinante de los altos costes de agencia frecuentemente presentes en contratos de incentivos. Nuestro resultado sugiere que los contratos de opciones pueden reducir estos costes cuando el problema de congruencia es significativo.

FIGURA 2

ELECCIÓN DEL PRECIO DE EJERCICIO ÓPTIMO



NOTAS:

$K^{**} = V + 1/\alpha$ es el valor del precio de ejercicio que daría al principal el resultado de *first best* si no se tuviera en cuenta la restricción adicional que asegura un nivel de esfuerzo positivo. Para este valor de K, la compensación del agente por opciones neta del coste que el esfuerzo conlleva resulta negativa, por lo que el agente elegiría un esfuerzo nulo. Teniendo en cuenta la restricción que elimina tal posibilidad, el valor de K, correspondiente al *«second best»* entre los contratos con opciones, será K^*, valor para el cual la parte variable del equivalente cierto del agente se hace cero.

FUENTE: Elaboración propia.

6. Conclusiones

Durante los últimos años las *stock options* se han convertido en una popular y controvertida forma de compensación a ejecutivos. Las opciones ligan los pagos del agente con la evolución del precio de las acciones de la empresa en que éste presta sus servicios, por lo que proporcionan incentivos a trabajar en la dirección de aumentar el valor de mercado de la empresa. Pero el precio de las acciones es incierto, lo que significa que el directivo comparte el riesgo con el accionariado, y este riesgo asumido por el agente debe ser remunerado. Cuando un recurso productivo tiene un coste, la empresa empleará una cantidad limitada del recurso (la cantidad que maximice beneficios). Este también es el caso del esfuerzo de los ejecutivos. La teoría de la agencia proporciona los resultados básicos sobre retribución óptima para agentes adversos al riesgo que sufren desutilidad por realizar esfuerzo. Utilizando un modelo estilizado de agencia, este artículo extiende el análisis al caso en que el principal pueda implementar contratos no-lineales, como lo son las opciones. Los contratos de opciones tienen tres parámetros en su diseño, el salario fijo, el número de opciones entregadas al directivo y el precio de ejercicio de las opciones. Con una adecuada elección del precio de ejercicio, el contrato reduce la variabilidad de los pagos del agente. Pero el diseño del contrato tiene que tomar en consideración también que si dicho precio es fijado demasiado alto, el agente decidirá no hacer ningún esfuerzo, pues así consigue una utilidad esperada mayor. En particular, el precio de ejercicio se calculará a partir de la restricción que asegura un esfuerzo positivo por parte del agente. Por ello, la restricción de incentivos habitual en problemas de agencia se descompone en nuestro caso en dos restricciones: la que iguala la derivada de la riqueza del agente a cero *(first-order approach)* y otra que asegura que el esfuerzo realizado es positivo, lo que supone un contraste formal con modelos habituales. La principal diferencia entre el presente trabajo y otros que abordan el mismo problema es que éste plantea como objetivo explicar el uso de opciones como incentivo cuando la incertidumbre económica de la medida de resultados puede ser descrita mediante una distribución binaria, lo que parece razonable en proyectos de inversión o empresas recién creadas que básicamente «o tienen éxito o fracasan», algo sensato en sectores de la *nueva economía.*

A lo largo del trabajo se demuestra que con el modelo elegido, el principal tendrá que elegir únicamente entre dos contratos, uno con precio de ejercicio muy bajo, que no mejorará la solución dada mediante *acciones*, y otro con un precio de ejercicio relativamente alto, superior de hecho al valor de mercado del proyecto. El principal parámetro discriminante entre ambos tipos de contratos es la dispersión de la perturbación que el *output* conlleva, de manera que las opciones serán la forma elegida de retribución si dicha dispersión es suficientemente alta. Este resultado implica que cuando el objetivo del contrato es crear incentivos a directivos adversos al riesgo, se deberían observar más contratos de *opciones* en sectores de reciente creación o con alto grado de innovación tecnológica, y más contratos de *acciones* en sectores tradicionales y maduros.

Referencias bibliográficas

[1] ASEFF, J. G. y SANTOS, M. (2001): «Stock Options and Managerial Optimal Contracts», *Working paper,* Arizona State University.

[2] BAKER, G. (2001): «Distortion and Risk in Optimal Incentive Contracts», *Working Paper,* Harvard Business School.

[3] BEBCHUK, L. A. y FRIED, J. M. (2003): «Executive Compensation as an Agency Problem», *Journal of Economic Perspectives,* 17, 71-92.

[4] BOLTON, P. y SCHARFSTEIN, D. (1996): «Optimal Debt Structure and the Number of Creditors», *Journal of Political Economy,* 104, 1-25.

[5] CADENILLAS, A.; CVITANIC, J. y ZAPATERO, F. (2002): «Executive Stock Options with Effort Disutility and Choice of Volatility», *Journal of Financial Economics,* de próxima aparición.

[6] DITTMANN, I. y MAUGG, E. (2003): «Lower Salaries and No Options: The Optimal Structure of Executive Pay», *SSRN Working Paper.*

[7] FELTHAM, G. y WU, M. (2001): «Incentive Efficiency of Stock versus Options», *Review of Accounting Studies,* 6, 7-28.

[8] GROSSMAN, B. y HART, O. (1983): «An Analysis of the Principal-Agent Problem», *Econometrica,* 51, 7-45.

[9] HALL, B. y MURPHY, K. (2002): «Stock Options for Undiversified Executives», *Journal of Accounting and Economics,* 33, 3-42.

[10] HAUBRICH, J. (1994): «Risk Aversion, Performance Pay and the Principal-Agent Problem», *Journal of Political Economy,* 102, 258-276.

[12] HEMMER, T.; KIM, O. y VERRECCHIA, R. E. (2000): «Introducing convexity into optimal compensation contracts», *Journal of Accounting and Economics,* 28, 307-327.

[13] HOLMSTROM, B. y MILGROM, P. (1987): «Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives», *Econometrica,* 55, 303-328.

[14] JENSEN, M. y MURPHY, K. J. (1990): «Performance pay and top-management incentives», *Journal of Political Economy,* 98, 225-264.

[15] KWON, Y. K.; NEWMAN, D. P. y SUH, Y. S. (2001): «The Demmand of Accounting Conservatism for Management Control», *Review of Accounting Studies,* 6, 29-51.

[16] LAMBERT, R. (2001): «Contracting theory and accounting», *Journal of Accounting and Economics,* 32, 3-87.

[17] MILGROM, P. y ROBERTS, J. (1992): *Economics, Organisation and Management,* Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.

[18] MURPHY, K. J. (1999): «Executive Compensation», en Ashenfelter, O. y Card, D. (eds.), *Handbook of Labor Economics,* vol. 3. North-Holland, Amsterdam, 2485-2563.

[19] MURPHY, K. J. (2003): «Stock-based Pay in New Economy Firms», *Journal of Accounting and Economics,* 34, 129-147.

[20] SALAS, V. (1987): *Economía de la Empresa: Decisiones y Organización,* Ariel, Barcelona.