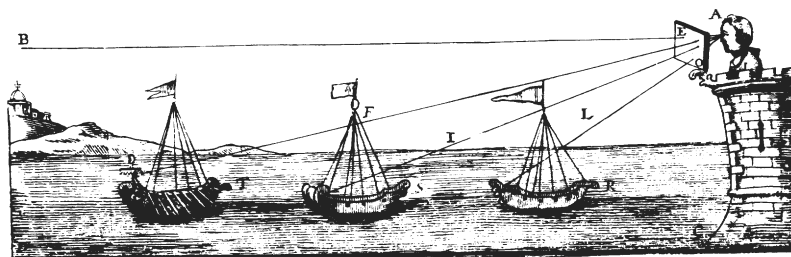


INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA



CREENCIAS DE LOS ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS. LA INFLUENCIA DEL CONTEXTO DE CLASE

GÓMEZ-CHACÓN, INÉS MARÍA¹, OP 'T EYNDE, PETER² y DE CORTE, ERIK²

¹ Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid

² Center for Instructional Psychology and Technology (CIP&T). University of Leuven. Belgium

Resumen. En este artículo se describe la estructura y la naturaleza de los sistemas de creencias de un grupo de estudiantes de secundaria obtenidas a través de un cuestionario diseñado para este fin desde un enfoque sistémico. Se identifican las relaciones entre creencias, género, contexto sociocultural, rendimiento y opción de estudio elegida por los estudiantes. A través de un estudio de casos se estudian las relaciones existentes entre el rol y el funcionamiento del profesor y el estilo instructivo en clase y las creencias de los estudiantes.

Palabras clave. Sistemas de creencias de los estudiantes de matemáticas, cambios en las creencias, conceptualización y medidas de creencias.

Belief systems of students of mathematics: Classroom context influences

Summary. This article describes the nature and structure of systems of beliefs of a group of secondary level students, which were elicited by means of a questionnaire designed for this purpose with a distinct organising focus. The relations between beliefs, gender, socio-cultural context, achievement level, and the study area chosen by students are identified. Through case studies we investigate the relations existing between the role and behaviour of the teacher, the teaching style in the classroom and the beliefs of the students.

Keywords. Beliefs of mathematics students, conceptualisation and measurement of beliefs, change of beliefs.

Recientes estudios internacionales de evaluación, como el informe PISA 2003, TIMSS, etc., ponen de relieve las dificultades y la falta de destrezas de los alumnos para reconocer, formular y abordar problemas matemáticos en contextos reales. El impacto de los resultados en la comunidad internacional y en cada país está favoreciendo un debate sobre varios aspectos, como qué conlleva la competencia matemática de los estudiantes, cuáles son los conocimientos esenciales y qué ocurre con los conocimientos inertes, cómo influye el profesor en la práctica del aula y en el pensamiento de los alumnos en el aula, a qué son debidos los índices de ansiedad tan altos ante las matemáticas, etc.

En los últimos 25 años los investigadores (De Corte, Verschaffel, y Op 't Eynde, 2000; Schoenfeld, 2002; De Corte, 2004) han destacado cinco categorías de aptitud que el estudiante debería adquirir para tener una buena disposición en matemáticas: *conocimiento matemático, métodos heurísticos, metaconocimientos, habilidades de autorregulación y creencias positivas sobre la matemática y su aprendizaje.*

Estos autores señalan que gran parte de la complejidad de aprender y enseñar matemáticas se debe a la interconexión que el estudiante debe establecer entre estas aptitudes. Ahora bien, la dificultad estriba en cómo determinar elementos operativos para favorecer esta conexión y cómo el profesor, en los procesos de enseñanza y aprendizaje, es uno de los factores determinantes para el cambio. En este artículo vamos a presentar una discusión detallada sobre una de las categorías: las creencias de los estudiantes. Para ello, en primer lugar se describen los sistemas de creencias de un grupo de estudiantes de matemáticas, en nivel de secundaria, mediante un cuestionario diseñado para ese fin. En un segundo momento se identifican las relaciones entre creencias, género, contexto sociocultural, rendimiento y opción de estudio elegida por los estudiantes. Y se profundizará, a través de un estudio de casos, en qué relaciones existen entre rol y el funcionamiento del profesor en clase y las creencias de los estudiantes. Interesa poner de relieve si las creencias y comportamientos de los estudiantes están en correspondencia con el enfoque y metodología planteados por el profesor en el aula.

1. ANTECEDENTES

De la literatura más reciente sobre creencias, destacamos dos revisiones críticas y síntesis de investigaciones: la de Leder, Pehkonen y Töner (2002) y la de Muis (2004). En ellas se han puesto de manifiesto tres necesidades:

- determinar las dimensiones constitutivas de los sistemas de creencias de los estudiantes para la constitución de un marco conceptual,
- describir las relaciones entre las creencias de los estudiantes y su comportamiento en el aprendizaje, y
- desarrollar estudios que profundicen en estilos instruccionales que favorecen un cambio de creencias.

Como indican Muis (2004, p. 364) y Lester (2002, p. 346) urge plantear más investigaciones que examinen las relaciones entre creencias de los estudiantes y ambientes de clase. Esta autora señala que muchos de estos estudios han sido unidireccionales. Por ejemplo, investigaciones que examinan el impacto de creencias en el logro y aprendizaje de los estudiantes centrándose sólo en estrategias de aprendizaje o en procesos cognitivos o en factores motivacionales (Frank, 1988; Garofalo, 1989 y Schoenfeld, 1985a, 1992). Todas las investigaciones sobre cambios de creencias implícita o explícitamente proponen una modificación de las estrategias de aprendizaje. Ahora bien, cambiar un ambiente de aprendizaje supone un cambio más sustancial que afecta a la forma de comprometerse el estudiante en el aprendizaje y no sólo a las técnicas empleadas (Pintrich y Schrauben, 1992). En los estudios sobre cambios de creencias podemos encontrar algunas intuiciones y condiciones necesarias para esta modificación. Como primera condición señalan que el individuo debe estar insatisfecho con sus creencias. En segundo lugar, las nuevas concepciones deben ser inteligibles, es decir, la persona debe ser capaz de comprender las nuevas creencias. Tercero, las nuevas concepciones deben ser plausibles, de tal forma que los individuos se acomoden a ellas. Y por último, que éstas sean fructíferas.

Los estudios realizados por Kloosterman (1996 y 2002) han puesto de manifiesto la influencia de las creencias en el interés y la motivación de los estudiantes. Este autor insiste en la urgencia de elaborar un marco explicativo sobre creencias teniendo en cuenta las teorías recientes sociológicas y psicológicas, como por ejemplo, la teoría de atribución y la teoría de la autoeficacia. En el modelo que elaboró sobre creencias, motivación y logro incorporó el estudio de las creencias de los estudiantes sobre el rol del profesor como transmisor de conocimiento y como fuente de respuesta, asignándole una categoría clave. También este investigador ha señalado las limitaciones de las escalas de Likert para la elicitación de creencias en contexto.

Recientemente, la aproximación sociocultural al estudio de las creencias ha explicitado la fuerte interacción entre las creencias, los valores y las normas sociales que gobiernan las actividades en clase, y la importancia de tener en cuenta estos aspectos para el cambio. Distintos autores han puesto de relieve que los conocimientos y las creencias de los estudiantes acerca de las reglas que gobiernan la clase –en la que se incluyen las creencias sobre el rol y funcionamiento del profesor–, en interacción con las creencias acerca de sí mismos y acerca de la matemática, operan en la construcción e interpretación del acto emocional (Bishop, 1988; Bishop y Abreu, 1991; Cobb et al., 1989; Eisenhart, 1988; Grows y Cramer, 1989; Nunes, 1992; Gómez-Chacón, 1995, 1997, 2000, 2005; Op 't Eynde, De Corte y Verschaffel, 2001; Cobb, P. y Yackel, E., 1998).

A continuación vamos a presentar un marco en el que nos apoyaremos para el diagnóstico y análisis de las creencias. Éste trata de estudiar los sistemas de creencias y sus relaciones internas y externas.

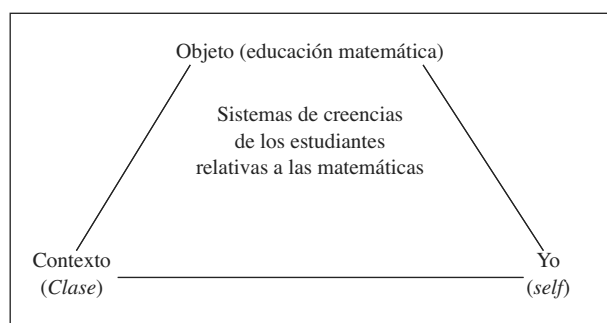
2. MARCO TEÓRICO Y CUESTIONES DE INVESTIGACIÓN

Una creencia nunca se sostiene con independencia de otras, por ello se suele hablar más de sistemas de creencias que de creencias aisladas. Una definición clásica es la de Rokeach (1968, p. 2): «una forma organizada psicológicamente, aunque no necesariamente lógica, de todas y cada una de las incontables creencias personales sobre la realidad física y social».

No se trata, por tanto, de una suma o yuxtaposición de creencias, sino de una red organizada. Hay autores que afirman que la noción de sistema de creencias es «una metáfora» para examinar y describir cómo se organizan las creencias de una persona (Green, 1971). Como en los sistemas de conocimientos, su potencialidad no reside tanto en su contenido cuanto en sus relaciones: el sistema de creencias de una persona se caracteriza por la forma en que cree y no tanto por lo que cree. Dos personas pueden tener las mismas creencias y distintos sistemas de creencias y, por tanto, abordarán y desarrollarán de manera diferente la actividad matemática.

En los trabajos de De Corte y de Op 't Eynde en el 2002 y 2003 se presenta un marco unificador para las investigaciones en creencias de los estudiantes, que permite una comprensión mejor de estas interacciones. Estos autores señalan, como elementos constitutivos para el análisis de la naturaleza y la estructura del sistema de creencias, el contexto social, el yo (*self*) y el objeto. Estas dimensiones las representan tal como aparece en la figura 1:

Figura 1
Representación de la estructura de los sistemas de creencias.



Las creencias de los estudiantes sobre la educación de las matemáticas están determinadas por el contexto social en el que participan, así como por sus necesidades psicológicas individuales, los deseos, las metas, etc. En otras palabras, los sistemas de creencias están constituidos por creencias sobre la educación matemática, sobre sí mismos y sobre el contexto. Los estudios realizados en estas categorías por separado muestran la utilidad del establecimiento de subcategorías. De Corte y Op 't Eynde (2002) establecen las siguientes categorías y subcategorías:

Creencias sobre la educación matemática, que incluye:

- 1) creencias de los estudiantes sobre las matemáticas,
- 2) creencias sobre el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos,
- 3) creencias sobre la enseñanza de la matemática.

Creencias de los estudiantes sobre sí mismos, se refieren a:

- 1) su creencia intrínseca relativa a la orientación de la meta relacionada con las matemáticas,
- 2) creencia extrínseca de la orientación de la meta,
- 3) creencia sobre el valor de la tarea,
- 4) creencia sobre el control,
- 5) creencia sobre la auto-eficacia.

Creencias de los estudiantes sobre su contexto específico de la clase, entre las que se puede distinguir:

- 1) creencias sobre el papel y el funcionamiento de su profesor,
- 2) creencias sobre el papel y el funcionamiento de los estudiantes en su propia clase,
- 3) creencias sobre las normas y las prácticas sociomatemáticas en la clase.

De acuerdo con este planteamiento, en nuestro estudio se definieron los sistemas de creencias de los estudiantes como «las concepciones implícita o explícitamente sostenidas por los estudiantes acerca de la educación matemática, acerca de sí mismos como aprendices y acerca del contexto social. Estas creencias están en estrecha interacción entre ellas y con los conocimientos previos sobre el aprendizaje de la matemática y las actividades de resolución de problemas en el aula».

Como podemos constatar, estas categorías no son realmente nuevas, sino que han sido reconocidas y trabajadas por otros investigadores. Sin embargo, el establecimiento de subcategorías realizado nos permite destacar un rango mayor de matices y una mayor profundización en su naturaleza sistémica. En este sentido, esta aproximación puede ser un marco complementario para el estudio del comportamiento de los estudiantes en el aula.

En el marco sistémico que adoptamos para el diagnóstico y análisis de los sistemas de creencias, éstas serán estudiadas respecto a variables externas como género, rendimiento, opción de estudios y la trayectoria que el estudiante experimenta en el contexto de clase. Las creencias sobre el contexto social de las matemáticas se refieren a la visión de los estudiantes y a las percepciones de las normas establecidas en clase, a las percepciones sobre el rol y el funcionamiento tanto de estudiantes como de profesores en el aula. Como se constata, esta perspectiva marca cierta diferencia con la categoría aportada por Kloosterman, quien incluye las creencias acerca del rol del profesor dentro de las categorías de creencias sobre el aprendizaje. La perspectiva sociocultural indica que la coordinación de la perspectiva psicológica (por ejemplo, creencias de los estudiantes) y sociológica (por ejemplo, normas

sociomatemáticas en el aula) puede establecer modelos para la descripción de cambios de creencias y formas de nutrir las creencias de los estudiantes.

Ya hemos mencionado que el análisis de la naturaleza y estructura de los sistemas de creencias muestra que tienen una fundamentación social y que están determinados por el contexto sociohistórico. En otros artículos hemos puesto de manifiesto cómo algunas de las creencias mostradas acerca de las matemáticas provienen del método de problemas usado en la clase, la forma de evaluación, las dinámicas de grupo y las tareas, que contribuyen directamente a que el estudiante desarrolle unas determinadas creencias que pueden dar lugar a patrones de falso o de verdadero aprendizaje.

En este artículo se presentan los resultados del estudio realizado con estudiantes españoles en 2004. Éste forma parte de un estudio comparativo más amplio sobre sistema de creencias en estudiantes españoles y belgas de secundaria².

Las cuestiones a las que se tratará de dar respuesta en la investigación que se presenta aquí fueron: ¿cuáles son los sistemas de creencias de los estudiantes y cómo se organizan según el modelo de De Corte y Op 't Eynde? ¿Hay diferencias según el género, el nivel de rendimiento, la opción elegida por los estudiantes y el colegio? ¿Cuáles son las creencias de los estudiantes sobre las creencias acerca del rol y el funcionamiento del profesor? ¿Cómo afectan el profesor y el estilo instruccional en las creencias de los estudiantes?

3. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

3.1. Métodos e instrumentos

La investigación realizada está orientada a la mejora de la práctica educativa. Ha sido diseñada y realizada con el propósito de proporcionar información sobre la influencia de las creencias y poder tomar decisiones en los contextos de aula. La metodología se ha basado en la aplicación empírica analítica de una escala de Likert para el diagnóstico de las creencias, complementada con una metodología cualitativa descriptiva e interpretativa, a través del estudio de casos para la descripción de colegios, grupos clase y análisis detallados de relaciones entre creencias de los estudiantes y estilo de enseñanza del profesor.

Se han utilizado distintos instrumentos:

– Un cuestionario aplicado a los estudiantes sobre creencias *Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ)*. Este cuestionario está estructurado según el marco descrito anteriormente. Está compuesto por 44 ítems que contemplan diferentes subescalas o multidimensiones: las creencias acerca del papel y la función del profesor, creencias sobre el significado y la competencia en matemáticas, creencias sobre las matemáticas como una actividad social, creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia. (Op 't Eynde y De Corte (2003) (Anexo 1).

– Un cuestionario sobre creencias respecto a la educación matemática aplicado a los profesores elaborado por Gómez-Chacón (2000a) (cuestionario *Enseñar matemáticas* (Anexo 2).

– Entrevistas a los profesores para indagar el rendimiento de los estudiantes y las dificultades de aprendizaje de los estudiantes.

El cuestionario aplicado a los profesores nos permitió detectar algunas de las creencias de los profesores y aspectos metodológicos desarrollados en el aula. Estos resultados, junto con los de las entrevistas, se utilizaron para triangular la información obtenida de los estudiantes y la aportada por el profesor con respecto a las dimensiones cognitivas, motivadoras y afectivas en la enseñanza de la disciplina.

3.2. Grupo de estudio

El cuestionario sobre creencias hacia las matemáticas MRBQ fue aplicado a 279 estudiantes de 15 años de tercero de secundaria. Los alumnos estaban distribuidos en nueve clases de tres colegios diferentes, de características muy diversas, tanto sociales como contextuales. La elección de los colegios ha estado motivada por la diferenciación física y sociocultural de los contextos, aunque, sin embargo, participan de la misma filosofía educativa³. En todos los colegios se favorece un proyecto educativo y metodologías de aula de calidad, considerando como centro del aprendizaje la persona del estudiante.

El total de estudiantes que componían la muestra fue de 279: 149 chicas y 130 chicos.

El colegio 1 está situado en un contexto de clase social alta y con alumnos pertenecientes a clase social media y media alta. Es un centro asociado a las escuelas de la UNESCO. Participaron un total de 79 alumnos (55 chicas y 28 chicos). Participaron en la investigación dos profesores: una profesora (con 20 años de experiencia docente en el centro educativo) y un profesor (con 5 años de experiencia docente en el centro educativo).

El colegio 2 está ubicado en un medio sociocultural considerado como zona residencial, media alta. Participa habitualmente en proyectos nacionales, autonómicos y locales en las áreas de matemáticas, física y química. Es un centro que ha sido reconocido entre los cien mejores centros educativos de España por su nivel académico y por su proyecto educativo. Participaron un total de 96 alumnos (49 chicas y 47 chicos). Participaron en la investigación dos profesores: una profesora (con 24 años de experiencia docente en el centro educativo) y un profesor (con 16 años de experiencia docente en el centro educativo).

El colegio 3 atiende a una población que se sitúa, en términos generales, en un nivel socioeconómico medio bajo. El centro está ubicado en un medio sociocultural considerado como zona obrera, medio bajo. Destaca-

mos también, como dato relevante, el número creciente de alumnos y alumnas que, por situaciones de inestabilidad familiar, desestructuración, integración de minorías y otras causas, necesitan una verdadera integración social en el centro. Tienen como prioridad mejorar la calidad de los procesos educativos a través de experiencias de innovación que favorezcan una pedagogía de la equidad y desarrolla una metodología de diversificación curricular sobre agrupamientos flexibles. El centro tiene un fuerte reconocimiento social en su entorno por la preparación de su alumnado y por favorecer la equidad y la integración de distintas culturas. Participaron un total de 104 alumnos (56 chicos y 48 chicas). Participaron en la investigación cinco profesores: tres profesoras (una con 22 años de experiencia docente en el centro educativo, otra con 8 años de experiencia docente en el centro educativo y una tercera con 8 años de experiencia docente en el centro educativo) y dos profesores (uno con 5 años de experiencia docente en el centro educativo y otro con 16 años de experiencia docente en el centro educativo).

Como características de los estudiantes nos fijamos en las de género, nivel de rendimiento y elecciones que los estudiantes hacían sobre su orientación futura. Estas opciones se categorizaron según el tipo de opciones planteadas en el sistema español: opción orientación científica (bachillerato de Ciencias de la Salud y bachillerato de Tecnología), 139 estudiantes; opción orientación de Humanidades (bachillerato de Humanidades y Arte), 76 estudiantes; y opción de formación profesional (está comprendida la garantía social), 39 estudiantes; y otra categoría, 25 estudiantes.

Los datos de los grupos de rendimiento o logro son los siguientes: nivel alto (39 personas: 19 chicos y 20 chicas), nivel medio (183 personas: 81 chicos y 102 chicas), nivel bajo (37 personas: 20 chicos y 17 chicas). Estos grupos fueron constituidos según los datos aportados por el profesor en la entrevista en la que se les pedía que indicaran los estudiantes de rendimiento alto, bajo y medio en clase. El colegio 3 tiene establecido un programa de diversificación con estos tres niveles de rendimiento, que se describirán en el estudio de casos.

El cuestionario *Enseñar matemáticas* fue aplicado a los 9 profesores, de los tres colegios, responsables de los cursos en los que los estudiantes estaban.

3.3. Técnicas de análisis de los datos

Cada uno de los instrumentos ha requerido análisis diferenciados.

3.3.1. Análisis del cuestionario de creencias sobre las matemáticas MRBQ

Para el análisis de este cuestionario hemos utilizado tres programas el SPSS, el SAS y el SPAD. Son programas que permiten realizar un análisis factorial de componentes principales y obtener un resumen descriptivo

del conjunto de los datos (variables dependientes e independientes). Se hizo un análisis factorial de componentes principales, rotación Varimax. Para las diferencias de los factores según sexo, rendimiento, colegios, opción, se ha hecho un estudio de normalidad mediante el test T-Shapiro-Wilks, obteniéndose como resultado la no normalidad de los datos. Por tanto, no se eligió análisis de varianza ya que los datos se alejaban de la normalidad. Se aplicó test de rasgos significativos de puntuaciones de Wilcoxon (sumas de rango) clasificado por variables. Y se aplicó el test de Kruskal-Wallis, no paramétrico o el de la suma de rangos de Wilcoxon, dependiendo del número de grupos. Cuando era significativo el test de Kruskal-Wallis, hemos realizado un test no paramétrico de comparaciones múltiples para su estudio, teniendo en cuenta como nivel de significación global $\alpha = 0,05$. Además se realizaron análisis de Clusters o conglomerados y análisis de fiabilidad. También se estudió la consistencia interna a través del alpha de Cronbach, obteniendo como resultado $\alpha = 0,85$; se dedujo que la consistencia interna del cuestionario resultaba aceptable.

La puntuación de distribución del cuestionario fue una puntuación-resumen, de tal forma que se distribuyen las respuestas entre las cinco opciones desde «totalmente de acuerdo» hasta «totalmente en desacuerdo». La puntuación de los ítems fue de cero a cinco.

3.3.2. El cuestionario Enseñar matemáticas y entrevistas

Han requerido un tratamiento cualitativo de los datos mediante análisis de contenido para dar respuesta a las categorías siguientes: creencias acerca de la naturaleza de la matemática, creencias que detecta en los alumnos, mensaje que transmite a los alumnos en el aula, atribuciones de éxito y fracaso en matemáticas.

En los siguientes apartados se explicitarán los resultados del análisis del cuestionario de creencias sobre las matemáticas MRBQ.

4. RESULTADOS DEL ESTUDIO DE LOS ANÁLISIS FACTORIALES

El análisis factorial dio como resultado tres factores más explicativos. Éstos quedaron definidos como:

Factor I: *Creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor*. La formulación de los ítems estaba referida a las dimensiones cognitivas, motivadoras y afectivas del comportamiento de los profesores.

Factor II: *Creencias sobre el significado y la competencia en matemáticas*.

Factor III: *Creencias sobre la matemática como actividad social*.

En la tabla 1 se describen ítems que los componen, variable explicada, fiabilidad, etc.

Tabla 1
 Descripción de factores. Análisis factorial de componentes principales, rotación Varimax.

	Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3
Creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor	it29	,662	-	-
	it30	,738	-	-
	it31	,619	-	-
	it32	,349	-	-
	it33	,832	-	-
	it34	,728	-	-
	it35	,770	-	-
	it37	,430	-	-
	it38	,679	-	-
	it39	,794	-	-
	it40	,689	-	-
	it42	,489	-	-
it44	,357	-	-	
Creencias sobre el significado y la competencia en matemáticas	it4	-	,354	-
	it14	-	,616	-
	it15	-	,790	-
	it16	-	,336	-
	it17	-	,757	-
	it18	-	,502	-
	it20	-	,598	-
	it21	-	,413	-
	it22	-	,667	-
	it23	-	,699	-
	it27	-	,769	-
it28	-	,821	-	
Creencias sobre la matemática como actividad social	it1	-	-	,760
	it7	-	-	,449
	it9	-	-	,277
	it11	-	-	,578
Fiabilidad		$\alpha 1 = 0,883$	$\alpha 2 = 0,872$	$\alpha 3 = 0,48$
Varianza explicada		13,349%	12,528	3,772
Media		2,84	3,28	3,76
Desviación estándar		0,652	0,839	0,706

Obtuvimos una descripción de las creencias los estudiantes analizando la media y desviación estándar de los factores. Se puso de manifiesto *la relevancia de las creencias de los estudiantes sobre el papel y la función de su profesor*: los estudiantes parecían tener una perspectiva clara de la dimensión cognitiva, motivadora y afectiva del funcionamiento de su profesor y la consiguiente repercusión en su comportamiento en clase.

Además, la manera en que los estudiantes expresaban la aceptación por parte del profesor y la sensibilidad que éste mostraba por sus necesidades parecían estar relacionadas con la forma como los estudiantes percibían que el profesor estaba motivado y cuáles eran sus percepciones sobre cómo él organiza la instrucción. Estos ítems referidos a estas subcategorías tenían una carga significativa en el mismo factor. Por ejemplo, los estudiantes subra-

yaban el reconocimiento del esfuerzo de los profesores por hacer las lecciones de matemáticas interesantes y en poner énfasis en la comprensión del contenido, no en la memorización del mismo. Los estudiantes de la muestra percibían las estrategias metodológicas que sus profesores desempeñaban, como el trabajo en grupo, o la exploración de estrategias de resolución de problemas.

Las correlaciones entre los diferentes factores indican que para estos estudiantes hay una correlación más estrecha entre los factores segundo y tercero. Parecen sostener una perspectiva dinámica y social de la matemática (Factor 3) y atribuyen más valor a las matemáticas y a tener más confianza en sus capacidades matemáticas (Factor 2) ($r = ,349$ chicas) ($r = ,419$ chicos). Además, tienden a expresar unas creencias más positivas sobre el profesor y su funcionamiento en clase, aunque la correlación es muy baja (Factor 1) ($r = ,166$ chicas) ($r = ,297$ chicos).

Además, la correlación $r = ,331$ chicas ($r = ,297$) entre Factor 1 y Factor 2 indica que los estudiantes sostienen creencias positivas sobre cómo perciben a su profesor y la confianza que sienten en ellos mismos. La media del Factor 2 es 3,28 y las del Factor 3 es 3,76.

5. RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE VARIANZA

A continuación estudiaremos las creencias que los estudiantes sostenían, según nivel de rendimiento, opción y género. Para ello usaremos los tres factores de creencias como variables dependientes.

Aunque estas tres variables independientes se midieron en el ámbito de los estudiantes, se podrían ver como características de los estudiantes y, en algunos casos, como características del contexto. Desde esta clave, fueron interpretadas en el estudio. También, en esta investigación, se ha tomado en cuenta la variable *colegio*, debido a las diferencias socioculturales de los estudiantes y al contexto en el que estaban.

Los resultados de esta investigación indican que el sistema de creencias de los estudiantes está interconectado con los aspectos de opción de estudios elegida y el nivel de rendimiento y menos con la dimensión de género. Aunque hemos considerado el sistema de creencias como un todo, es claro que estas variables independientes tienen una relación más estrecha con algunas categorías de creencias que con otras.

5.1. Relaciones entre creencias, opción de estudios elegida y rendimiento

En el caso de estos estudiantes, las diferencias significativas entre niveles de rendimiento alto y medio respecto al nivel bajo han estado relacionadas con la confianza y la competencia personal en matemáticas (Factor 2). Los de rendimiento bajo demuestran menos gusto por las

matemáticas (comparaciones nivel de rendimiento alto [n1] y nivel de rendimiento medio [n2]; nivel de rendimiento alto [n1] y nivel de rendimiento bajo [n3]. Estos datos han tenido una correspondencia con las opciones elegidas. Los de la opción científica y la humanista muestran más confianza en su competencia personal en matemáticas que los de la opción profesional (opción científica y la de humanidades; entre la opción científica y la profesional) (Tabla 2).

5.2. Relaciones entre creencias y género

En el estudio no hubo diferencias significativas entre los factores respecto a la variable *género*. Sin embargo, realizando un estudio más pormenorizado por ítems y colegios pudimos constatar que las chicas muestran mayor interés por las matemáticas que los chicos, pero, sin embargo, tienen menos confianza en obtener buenos resultados. También hubo algunas diferencias significativas en algunos ítems relativos al profesor; por ejemplo, en los estudiantes de rendimiento medio y en estudiantes de la opción científica, los chicos, a diferencia de las chicas, reconocen que sus profesores prestan más atención a sus sentimientos. Los datos indicaron diferencias entre géneros: en estudiantes de rendimiento medio y en estudiantes de opción científica, respecto a la valoración del trabajo en grupo, son las chicas las que valoran más esta metodología. Los datos de los *clusters* indicaron que había un grupo de individuos varones y de rendimiento alto que valoraban mucho las calificaciones y no atribuían mucho valor al rol del profesor. Los sujetos de este *cluster* pertenecían en su mayoría al colegio 3.

5.3. Relaciones entre creencias y colegios

Se detectaron diferencias significativas por colegios respecto a los tres factores (creencias sobre el papel y la función del profesor, creencias sobre el significado y la competencia en matemáticas, las matemáticas como una actividad social). Entre el colegio 1 (c1) y el colegio 2 (c2) y el colegio 1 y el colegio 3 (c3) respecto al factor 1, función del profesor. Y entre el c1 y el c3 y el c2 y el c3, en lo referente al factor 3, visión dinámica de la matemática (Tabla 2).

Esto nos confirmó la necesidad de profundizar en las creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor, como categoría importante en el estudio de las creencias acerca del contexto social de la clase.

Se dieron diferencias significativas en algunos ítems relativos al profesor en los estudiantes de rendimiento medio y en estudiantes de la opción científica; los chicos, a diferencia de las chicas, reconocen que sus profesores prestan más atención a sus sentimientos. También, se puso de relieve un grupo de individuos varones y de rendimiento alto que valoran mucho las calificaciones y no atribuyen mucho valor al rol del profesor.

Tabla 2
Factores significativos según género, rendimiento, opción y colegio.

	Género		Rendimiento			Opción			Colegio		
	Chico	Chica	Alto (n1)	Medio (n2)	Bajo (n3)	Científica	Humanidades	Formación Profesional	C1	C2	C3
Factor 1	-	-	-	-	-	-	-	-	2,48	2,95	2,89
p-valor	n. s.		n. s.			n. s.			c1 y c2 (p-valor= 0,00001) c1 y c3 (p-valor= 0,00005)		
Factor 2	-	-	3,70	3,22	2,57	3,46	3,00	2,80			
p-valor	n. s.		p-valor n1 y n2= 0,0007 p-valor n1 y n3= 0,000000017 p-valor n2 y n3= 0,00008			científica y humanidades p-valor= 0,0012 científica y profesional (p-valor= 0,00014)			n.s.		
Factor 3	-	-	-	-	-	-	-	-	3,66	3,66	3,94
p-valor	n. s.		n. s.			n. s.			c1 y c3 p-valor= 0,01557 c2 y c3 p-valor= 0,003		

6. RESULTADOS DE LAS CREENCIAS DE LOS ESTUDIANTES SOBRE EL CONTEXTO ESPECÍFICO DE LA CLASE

Para el estudio de estas creencias y las comparaciones entre colegios y contextos de clases, además de los datos que arrojaba el cuestionario aplicado a los estudiantes, hemos utilizado los datos del cuestionario *Enseñar matemáticas* aplicado a los profesores, las entrevistas realizadas a estos profesores y la documentación aportada por los responsables de los colegios.

Como hemos indicado en el apartado, una subcategoría de las creencias de los estudiantes sobre el contexto específico de la clase es la referida a las creencias sobre el rol y el funcionamiento del profesor.

6.1. Resumen de las tendencias en los colegios

En los tres colegios los datos pusieron de manifiesto la relevancia de las creencias de los estudiantes sobre el papel y el funcionamiento del profesor, como ha quedado reflejado en la tabla 2. Ahora bien, se constataron diferencias según colegios.

Los datos procedentes del colegio 1 indicaron una tendencia mayor por parte de los estudiantes a no reconocer la aportación de su profesor en lo referente a la dimensión afectiva y de motivación, con la consiguiente repercusión en su comportamiento en clase y en las creencias que manifestaban. En este colegio se detectó un grupo de alumnos con una alta creencia en una perspectiva absolutista de la matemática (la matemática es para gente inteligente, los que son buenos en matemáticas pueden resolver muchos problemas en pocos minutos, etc.), aunque no estaban de acuerdo en que el aprendizaje de la matemática sea memorización. Manifestaban una creencia baja en la aportación positiva del profesor y en la no aplicabilidad de la matemática. No consideraban la

matemática como una actividad social. Este grupo señaló que no realizaban muchos trabajos en grupo. Según los datos evidenciados por el cuestionario aplicado al profesor, estas creencias tienen una correspondencia con las creencias y el comportamiento del profesor. Las concepciones que manifestaba el profesor podían ser categorizadas, según Ernest, como una concepción platónica, donde la matemática es un dominio de excelencia, y no un producto cultural.

Los datos obtenidos de los estudiantes del colegio 2 y los del colegio 3 son los que muestran mayor reconocimiento positivo de la dimensión cognitiva, motivadora y afectiva del funcionamiento de su profesor. Sin embargo, en el colegio 2 hay una coherencia entre las creencias de los estudiantes, el rol y el funcionamiento del profesor y las creencias de los profesores, mientras que en el colegio 3, no es así. Además, en el colegio 3, esto entra en contradicción con la finalidad metodológica pretendida en su programa de diversificación.

Esto nos ha llevado a realizar un estudio de casos y a tratar de comprender en más profundidad el colegio 3.

6.2. Estudio de un caso. Creencias de los estudiantes y funcionamiento del profesor en el aula en el colegio 3

Además de la presentación realizada al principio, señalamos que este centro tiene un proyecto de renovación pedagógica denominado «Programa de agrupamientos flexibles», en las áreas de lengua y de matemáticas, en los cursos de secundaria. El equipo de profesores de los departamentos de lengua y de matemáticas han establecido los objetivos mínimos comunes para los diferentes cursos y han realizado conjuntamente las programaciones didácticas. Constituyeron los grupos clase teniendo en cuenta la historia educativa de los alumnos, sus capacidades y sus intereses o motivación. Estos tres aspectos, junto con los resultados de las pruebas

iniciales y el diálogo mantenido con cada uno de los alumnos, permitió al centro ubicar a cada uno de los estudiantes en uno de estos grupos:

Grupo 3: alumnos con mayores capacidades y mayor grado de motivación. Es el grupo más numeroso.

Grupo 2: alumnos con dificultades académicas y/o de motivación, sin llegar a ser muy significativas. Está formado por menos alumnos que el grupo anterior.

Grupo 1: alumnos con mayores dificultades académicas y/o más bajo nivel de motivación. A lo largo del curso se han reforzado aprendizajes básicos todavía no superados. Ha sido el grupo menos numeroso.

Dentro del centro estos grupos han tenido un carácter flexible ya que ha sido posible el cambio de uno a otro teniendo en cuenta la evolución en el aprendizaje de los alumnos.

Han participado en la investigación cinco profesores. Para el caso que deseamos ilustrar explicitamos sólo los datos de tres de ellos. Los datos proceden del cuestionario *Enseñar matemáticas* y de las entrevistas. Describimos algunos elementos significativos que caracterizaron las creencias del profesor y su punto de vista respecto a las creencias de sus estudiantes y los mensajes que da a sus alumnos en clase.

Los tres profesores tienen una perspectiva dinámica de las matemáticas y utilizan actividades y mensajes para socializar a los estudiantes en creencias positivas (Tabla 3). Todos ellos usan una metodología de colaboración y de trabajo en grupos, y desarrollan en el aula estrategias y técnicas para reforzar la motivación. De forma más específica los profesores C34 y C35 realizan actividades que desarrollan la creatividad del alumnado y permiten situar las matemáticas en la vida cotidiana y conectarlas con el entorno más próximo.

Tabla 3
Elementos significativos señalados por el profesorado⁴.

Profesor	Grupo al que enseña	Creencias acerca de la naturaleza de la matemática	Creencias que detecta en los alumnos	Mensaje que transmite a los alumnos en el aula	Por qué son mejores los estudiantes	Origen de las dificultades de los estudiantes
C31 (profesora)	Rendimiento medio	<ul style="list-style-type: none"> - Son lógicas - Construibles y creadas - Resolución de problemas - Valor de belleza y utilidad 	<ul style="list-style-type: none"> - Que son difíciles y que sólo sirven para los técnicos 	<ul style="list-style-type: none"> - Que se aprende de los errores, que sin esfuerzo no se consigue nada en la vida y que tenemos más capacidades de las que creemos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Gusto por las matemáticas - Se enfrentan sin inhibición a las cuestiones y problemas - Consideran los errores como un camino para el aprendizaje 	<ul style="list-style-type: none"> - No tienen desarrollado el razonamiento lógico - Trabajan poco
C34 (profesor)	Rendimiento bajo	<ul style="list-style-type: none"> - Construibles - Construidas socialmente - La resolución de problemas, eje del aprendizaje matemático - Valores acerca de la matemática: importante, interesante, cambiante, útil y poderosa 	<ul style="list-style-type: none"> - Creencia en la mecanización de los procesos - Piensan que todos los procesos sólo tienen una forma de hacerse - Creen que todo es memorización, les cuesta conectar con la utilidad del área 	<ul style="list-style-type: none"> - Las matemáticas son participación, trabajo continuo, ingenio, estrategia. 	<ul style="list-style-type: none"> - Conocen los procesos, los procedimientos y operaciones - Tienen estrategias de resolución ingeniosas - Son rápidos - Aprenden de los errores 	<ul style="list-style-type: none"> - Seleccionan la información de forma incorrecta - Tienen despistes o errores constantes - Falta de estudio, de interés y de motivación - Tienen otras prioridades por encima de los estudios
C35 (profesor)	Rendimiento alto	<ul style="list-style-type: none"> - Lógicas - Construibles y creadas - La resolución de problemas, eje del aprendizaje matemático - Valores: belleza, interés, utilidad y poder 	<ul style="list-style-type: none"> - Creencia en la complejidad de algunos contenidos - Piensan que las matemáticas son aburridas - Piensan que no tienen utilidad de algunos contenidos en su futuro 	<ul style="list-style-type: none"> - Las matemáticas son fáciles - Todo se puede lograr con motivación - Se aprende de los fallos - Es importante aprenderlas pues «te servirán para siempre» 	<ul style="list-style-type: none"> - Tienen ganas de trabajar y se esfuerzan, aunque no tienen grandes capacidades 	<ul style="list-style-type: none"> - Necesitan más tiempo para asimilar los contenidos

Hemos podido constatar que en este centro hay una gran distancia entre las creencias y las formas de trabajar de sus profesores, y el sistema de creencias de los estudiantes. La mayoría de éstos reconocieron el rol y el funcionamiento de su profesor en los aspectos cognitivos, afectivos y volitivos en la gestión del aula de forma positiva. Además los estudiantes son conscientes de la metodología de aula colaborativa y de los esfuerzos de sus profesores por transmitir una perspectiva dinámica de las matemáticas. No obstante, aunque ellos perciben ese dinamismo expansivo del conocimiento matemático y su conexión con la vida cotidiana, consideraron que el aprendizaje matemático era memorización. Vieron como algo positivo la metodología de trabajo en grupo, pero no fueron capaces de modificar sus creencias más arraigadas sobre las matemáticas, para acercarse a una matemática más constructiva.

En este colegio se han encontrado diferencias entre los niveles de rendimiento. El de nivel bajo es el que percibía menos que su profesor se preocupaba de su dimensión emocional y comprendía los problemas y dificultades que experimentan en su aprendizaje. Las creencias que manifestaba este grupo coincidían con las creencias que su profesor detectaba. Por tanto, estos datos indican que la contrasocialización en creencias positivas que el profesor trataba de transmitirles no tenía suficiente influencia, para modificar las suyas. Estos estudiantes de nivel bajo manifestaban poca confianza en el nivel de su competencia matemática.

Los estudiantes que habían elegido la opción profesional manifestaban más creencias absolutistas del conocimiento matemático (hay una sola forma de pensar la solución de un problema de matemáticas) y les faltaba reconocimiento sobre el valor de la matemática, aunque consideraban que el trabajo en grupo facilitaba el aprendizaje.

Por último, en este mismo centro detectamos un grupo de individuos varones y de rendimiento alto que valoraban mucho las calificaciones y no atribuían mucho valor al rol del profesor. Este grupo se aproximaba más a la perspectiva que tenían los del colegio 1.

7. CONCLUSIONES

La investigación ha mostrado una relación entre creencias sobre sí mismos (la confianza y la competencia personal en matemáticas) y la opción de estudios elegida y el rendimiento. Igualmente se constata la variabilidad según contexto sociocultural (contexto de clase) respecto a las creencias de los estudiantes sobre el papel y el funcionamiento del profesor, sobre el significado y la competencia en matemáticas y sobre la matemática como actividad social. Esto coincide con los resultados del estudio realizado por Op 't Eynde y De Corte (2003) con estudiantes belgas, al aplicar el mismo instrumento.

En nuestro estudio se ha puesto de manifiesto que los estudiantes perciben las dimensiones cognitiva, motivadora y afectiva que los profesores utilizan en su estilo

de enseñanza en el aula. No obstante, en algunos casos hemos detectado que el funcionamiento de su profesor y el estilo instruccional en el aula no tienen la consiguiente repercusión en sus creencias y en su comportamiento en clase. En dos de los colegios estudiados, los profesores suministran de forma explícita información y estructuran las experiencias de aula en una contrasocialización en creencias positivas. Sin embargo, parece que ésta no forma parte de la base de lo que los estudiantes creen de las matemáticas.

Esto pone una vez más de manifiesto la estabilidad de las creencias y las dificultades en un cambio de las mismas (Muis, 2004). Además, cuando se adopta esta perspectiva, según la cual la persona (el estudiante) no es un individuo aislado, sino un individuo social, en su motivación y en su razonar, debemos tener en cuenta una aproximación más holística del individuo. Esto nos lleva a destacar la importancia de tener en cuenta un cambio en la perspectiva de análisis de las creencias: el estudio de las mismas a tres niveles (macro, micro y meso).

Para explicar las creencias de los estudiantes no sólo se deben tener en cuenta las reacciones emocionales del estudiante individualmente (aspectos microafectivos) y las variables «macroafectivas» a las que aquellas reacciones emocionales atenderían (sistemas de creencias de su entorno social, de la sociedad en general sobre matemáticas, etc.), sino además, mediando entre éstas segundas y las primeras otros procesos sociales intermedios referentes a la difusión y obtención de información matemática, a la mediación en el aprendizaje, a la creación de opiniones y valoraciones grupales en la clase, a la emergencia de redes de apoyo dentro del sistema de enseñanza o sistema de aprendizaje que favorece estas creencias. Llamamos a estos procesos «el nivel meso» (Gómez-Chacón, 1997), queriendo expresar con ello dos cosas. Primera, que son procesos que inevitablemente median entre lo que objetivamente ocurre en los grandes escenarios educativos, escolares, y el horizonte de reacción que guía las creencias de los estudiantes. Segunda, que el conocimiento de estos procesos es crucial para entender qué creencias se producen, cuáles son las redes de creencias y con qué clase de disposición y de conveniente conocimiento se podrían abordar en el marco educativo.

Todo esto nos lleva a concluir que la identificación de las diferentes categorías de creencias que constituyen el sistema de creencias de los estudiantes hacia la matemática es un primer paso necesario para desentrañar el papel de las creencias en el aprendizaje matemático. No obstante, si buscamos comprender la naturaleza y el funcionamiento de las creencias de los estudiantes plenamente, debemos identificar no sólo las diferentes categorías de creencias y sus relaciones internas, sino también investigar cómo se relacionan con otras características de los estudiantes, cómo es el contexto de clase. Después de todo, las creencias de los estudiantes están determinadas en gran parte por el contexto social en el que participan. Los estudiantes en su participación en clase desarrollan creencias respecto al aprendizaje, la matemática, la enseñanza, etc. Las creencias están estrechamente relacionadas con sus conocimientos anteriores y con las creencias

acerca de sí mismos que a su vez son el resultado de sus formas de participación en la clase y en otros contextos (Op 't Eynde y De Corte (2003). Las creencias de los estudiantes son el exponente de una reflexión entre el contexto y el individuo, entre lo social y lo personal (Cobb y Bowers, 1999; Gómez-Chacón, 2005; Cobb, P. y Hodge, [press]). Comprender realmente lo que los estudiantes creen, implica situar esta creencia dentro del contexto personal relevante para ellos y dentro del contexto sociohistórico, es decir, analizar las relaciones con otros estudiantes y con otras características del contexto. Esto nos aportará no sólo una mejor comprensión de las creencias del estudiante, sino que puede clarificar algunos de sus orígenes y los mecanismos que las desencadenan. Pensamos que estas conclusiones pueden ser de gran importancia para una intervención educativa sobre la dimensión emocional en matemáticas y para la modificación de creencias.

NOTAS

- ¹ Gómez-Chacón, I.M. (2002). Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas. Una perspectiva para el profesor (Affective Questions in the teaching of Mathematics. A perspective for the teacher). In L.C. Contreras and L.J. Blanco, *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente*, Cáceres: Universidad de Extremadura, pp. 23-58.
- ² Gómez-Chacón, I.M. (2004). Project Rapport «Study of beliefs about mathematics of Spanish and Flemish students», Leuven University.
- ³ Son tres colegios que están gestionados por la misma entidad titular.
- ⁴ Datos procedentes del análisis de contenido de entrevista y cuestionario de los profesores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BISHOP, A.J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Boston: Kluwer Publication.

BISHOP, A.J. y ABREU, G.D. (1991). Children's use of outside-school knowledge to solve mathematics problems in-school, en *Proceedings of the PME-15 Conference*, 2, pp. 128-135. Asís (Italia).

COBB, P. y HODGE, L.L. (en prensa). An Interpretive Scheme for Analyzing the identities that Students Develop in Mathematics Classrooms. *Journal of the Learning Sciences*.

COBB, P. y BOWERS, J. (1999). Cognitive and situated learning: Perspectives in theory and practice. *Educational Researcher*, 28(2), pp. 4-15.

COBB, P. y YACKEL, E. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, en Seeger, F., Voigt, J. y Waschescio, U. (eds.). *The culture of the mathematics classroom*, pp. 158-190. Cambridge: Cambridge University Press.

COBB, P., YACKEL, E. y WOOD, T. (1989). Young children's emotional acts while engaged in mathematical problem solving, en McLeod, D.B. y Adams, V.M. (eds.). *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. Nueva York: Springer-Verlag.

DE CORTE, E. (2004). Mainstreams and Perspectives in Researcher on Learning (Mathematics) from Instruction. *Applied Psychology: An International Review*, 53(2), pp. 279-310.

DE CORTE, E., OP 'T EYNDE, P. y VERSCHAFFEL, L. (2002). Knowing what to believe: The relevance of students' mathematics beliefs for mathematics education, en Hofer, B.K. y Pintrich, P.R. (eds.). *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing*, pp. 297-320. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L. y OP 'T EYNDE, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics learning, en Boekaerts, M., Pintrich, P.R. y Zeidner, M. (eds.). *Handbook of Self-Regulation*, pp. 687-726. San Diego: Academic Press.

EISENHART, M.A. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, pp. 99-114.

ERNEST, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Londres: Falmer.

- FRANK, M.L. (1988). Problem solving and mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher*, 35, pp. 32-34.
- GAROFALO, J. (1989). Beliefs and their influence on mathematical performances. *Mathematics Teacher*, 82, pp. 502-505.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (1997-2004). «Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas». Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (1995). Mathematics in the «Centro-Taller»: Looking for the connections between the affective issues and the cultural influences in the mathematical learning. Comunicación presentada en la 19th Annual Meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), en Booklet Cultural aspects in the Learning of Mathematics. Some current developments. PME19, Recife, pp. 33-46.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (2000a). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático (Emotional Mathematics. Affects in Mathematics Learning)*. Madrid: Narcea.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (2000b). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 43, pp. 149-168.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (2005). Affect, Mathematical thinking and intercultural learning: A study on educational practice, en Hannula, M., Gómez-Chacón, I.M., Philippou, G. y Zan, R. *Thematic Working Group 2: Affect and Mathematical Thinking*. En Bosh, M. (ed.). *Proceedings of CERME 4: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* 17-21 febrero 2004 en España: Sant Feliu Guíxols.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. y FIGUEIRAL, L. (2004). Emotion and Affect in Mathematical Education. Exploring a Theoretical Framework of Interpretation. *Proceedings 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, PME28, en Bergen, Noruega 14 - 18 julio.
- GREEN, T. (1971). *The activities of teaching*. Nueva York: McGraw-Hill.
- GROWS, D.A. y CRAMER, K. (1989). Teaching practices and student affect in problem-solving lessons of selected junior-high mathematics teachers, en McLeod, D.B. y Adams, V.M. (eds.). *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*, pp. 149-161. Nueva York: Springer-Verlag.
- KLOOSTERMAN, P. (1996). Students' beliefs about knowing and learning Mathematics: Implications for motivation, en Carr, M. *Motivation in mathematics*, pp. 131-156. Nueva Jersey: Hampton Press.
- KLOOSTERMAN, P. (2002). Beliefs about Mathematics and Mathematics Learning in the Secondary School: Measurement and Implications for Motivation, en Leder, G.C., Pehkonen, E. y Törner, G. (eds.). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, pp. 247-269. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- LEDER, G.C., PEHKONEN, E. y TÖNER, G. (eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Holanda: Kluwer Academic Publishers
- LESTER, F.K. (2002). Implications of research on students' beliefs for classroom practice, en Leder, G.C., Pehkonen, E. y Törner, G. (eds.). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, pp. 345-353. Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- MCLEOD, D.B. (1992). *Research on affect in mathematics education: A reconceptualization*, en Douglas A. Grows (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 575-596. Nueva York: Macmillan, NCTM.
- MUIS, K.R. (2004). Personal epistemology and mathematics: A critical review and Synthesis of research. *Review of Educational Research*, 74(3), pp. 317-377.
- NUNES, T. (1992). Ethnomathematics and everyday cognition, en Grouws, D.A. (ed.). *Handbook of Research on Mathematics teaching and learning*, pp. 557-574. Nueva York: MacMillan P.C.
- OP 'T EYNDE, P., DE CORTE, E. y VERSCHAFFEL, L. (2001). «Understanding the student-in-context: What he feels, what he thinks, and what he does when solving a mathematical problem». Comunicación presentada en la 9th EARLI-conference, 28 de agosto - 1 de septiembre, 2001, en Fribourg, Suiza.
- OP 'T EYNDE, P. y DE CORTE, E. (2003). «Junior High students' mathematics-related beliefs systems: An empirical análisis of their internal and external structure». Comunicación presentada en la 10th Biennial Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction, agosto 26-30, 2003 en Padua.
- OP 'T EYNDE, P., DE CORTE, E. y VERSCHAFFEL, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs: A quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization, en Leder, G.C., Pehkonen, E. y Törner, G. (eds.). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, pp. 13-38. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- PINTRICH, P. R., y SCHRAUBEN, B. (1992). Students' motivational beliefs and their cognitive engagement in academic tasks, en Schunk, D. y Meece, J. (eds.). *Students' perceptions in the classroom: Causes and consequences*, pp. 149-183. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- ROKEACH, M. (1968). *Beliefs, Attitudes and Values*. Jassay-Bass, San Francisco.
- SCHOENFELD, A.H. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity. *Educational Researcher*, 31(1), pp. 13-25.
- SCHOENFELD, A.H. (1985a). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- SCHOENFELD, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics, en Grouws, D.A. (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 334-370. Nueva York: MacMillan P.C..

[Artículo recibido en noviembre de 2005 y aceptado en marzo de 2006]

ANEXO 1

CUESTIONARIO SOBRE CREENCIAS ACERCA DE LA MATEMÁTICA

Nombre y apellidos
 Curso
 Colegio
 Varón/mujer
 Edad
 Fecha

Responde a las siguientes preguntas. Indica tu grado de acuerdo poniendo una cruz en la respuesta que consideres que expresa tu opinión.
 Por ejemplo:

Yo nunca hago matemáticas al menos que tenga que preparar clases

- Totalmente de acuerdo De acuerdo Más o menos de acuerdo Más o menos en desacuerdo No de acuerdo Totalmente en desacuerdo

Ahora responde tú a estas preguntas:

1. Cometer errores es una parte importante del aprendizaje de la matemática.

- Totalmente de acuerdo' De acuerdo Más o menos de acuerdo Más o menos en desacuerdo No de acuerdo Totalmente en desacuerdo

2. El trabajo en grupo facilita el aprendizaje de las matemáticas.

3. El aprendizaje matemático es principalmente memorización.

4. Es una pérdida de tiempo cuando el profesor nos hace pensar solos sobre cómo se resolvería un nuevo problema.

5. Cualquiera puede aprender matemáticas.

6. En los problemas de matemáticas hay diversas formas para llegar a encontrar una solución correcta.

7. Las matemáticas te capacitan para comprender mejor el mundo en que vives.

8. Resolver un problema exige pensar mucho y ser un estudiante inteligente.

9. Las matemáticas están en continua expansión. Muchas cosas quedan aún por descubrir.

10. Hay una sola forma de pensar la solución correcta de un problema de matemáticas.

11. Mucha gente utiliza las matemáticas en su vida diaria.

12. Los que son buenos en matemáticas pueden resolver muchos problemas en pocos minutos.

13. Sólo estoy satisfecho cuando logro buenas calificaciones en matemáticas.

14. Pienso que seré capaz de usar lo que he aprendido en matemáticas y también en otros cursos.

15. Creo que este año recibiré una excelente nota en matemáticas.

16. Para ser el mejor hay que controlar las matemáticas. Quiero demostrar al profesor que yo soy mejor que muchos otros estudiantes.

17. Me gusta hacer matemáticas.

18. Espero lograr un buen resultado en los trabajos y los exámenes de matemáticas.

19. Quiero hacer bien las matemáticas y demostrar al profesor que mis compañeros son tan buenos como yo.

20. Puedo comprender el material del curso de matemáticas.

21. Para mí las matemáticas son una asignatura importante.

22. Prefiero las tareas matemáticas, me esfuerzo para encontrar una solución.

23. Puedo comprender incluso las cosas más difíciles que nos dan en clase de matemáticas.

24. Mi mayor preocupación cuando aprendo las matemáticas es obtener buenas calificaciones.

25. Si trabajo duro, entonces puedo comprender toda la materia del curso de matemática.

26. Cuando tengo oportunidad, escojo las tareas de matemáticas que puedo aprender, aunque no estoy seguro de lograr una buena calificación.
27. Estoy muy interesado en matemáticas.
28. Teniendo en cuenta el nivel de dificultad de nuestro curso de matemáticas, el profesor, mis habilidades y mis conocimientos, tengo confianza en que lograré un buen resultado en matemáticas.
29. Nuestro profesor piensa que los errores están bien y son buenos para el aprendizaje.
30. Nuestro profesor presta atención a cómo nos sentimos en las clases de matemáticas.
31. Nuestro profesor explica por qué las matemáticas son importantes.
32. Nuestro profesor primero muestra paso a paso cómo nosotros debemos resolver un problema específico, y antes él nos da ejercicios similares.
33. Nuestro profesor quiere que estemos a gusto cuando aprendemos nuevas cosas.
34. Nuestro profesor comprende los problemas y las dificultades que experimentamos.
35. Nuestro profesor escucha atentamente cuando preguntamos o decimos algo.
36. Nosotros realizamos bastantes trabajos en grupo durante la clase.
37. Nuestro profesor nos da tiempo para explorar realmente nuevos problemas y tratar de obtener estrategias de resolución.
38. Nuestro profesor está contento cuando nos esforzamos mucho, aunque nuestros resultados no sean buenos.
39. Nuestro profesor es muy amable con nosotros.
40. Nuestro profesor trata de hacer las lecciones de matemáticas interesantes.
41. Nuestro profesor piensa que él es el mejor para conocer todas las cosas.
42. Nuestro profesor quiere que comprendamos el contenido del curso de matemáticas, no que lo memoricemos.
43. No está permitido preguntar a los compañeros para que me ayuden en las tareas de clase.
44. Nuestro profesor no se preocupa de nuestros sentimientos en clase. Él o ella está totalmente absorto en el contenido del curso de matemáticas.

Estos ítems se pueden agrupar en subescalas que miden las siguientes dimensiones: las creencias acerca del papel y la función del profesor (29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44), creencias sobre el significado y la competencia en matemáticas (2, 3, 4, 15, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 28), creencias sobre las matemáticas como una actividad social (1, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 27), creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia (10, 12, 13, 16, 19, 24).

NOTAS

¹ Por motivos de espacio, no repetimos para cada ítem las opciones de respuesta.

ANEXO 2

CUESTIONARIO «ENSEÑAR MATEMÁTICAS»

Institución educativa.....
 Fecha Años de docencia..... Nivel.....Sexo
 Grupo de secundaria.....

1. Escribe tres aspectos importantes que dirías en las clases de matemáticas a tus alumnos.

2. ¿Cómo es tu interés por las matemáticas? Para cada una de las siguientes frases, escoge una posible respuesta:

a) Me divierto leyendo libros de matemáticas:

a menudo algunas veces rara vez

b) Me divierto tratando de resolver problemas de matemáticas:

a menudo algunas veces rara vez

c) La gente que tiene pasión por las matemáticas tiende a ser:

un poco excéntrica normal

d) Indica tu grado de acuerdo con esta frase: «Yo nunca hago matemáticas al menos que tenga que preparar clases»

de acuerdo posiblemente en desacuerdo

3. Refleja tus creencias acerca de la naturaleza de las matemáticas (no acerca de su enseñanza, sino acerca de la matemática misma). Subraya las palabras que sueles utilizar:

construible	verdad absoluta	reglas y operaciones	lógica
construida socialmente	inventada	descubierta	acultural
creada	secuencial	resolución de problemas	irremplazable

Anota otras palabras que sean utilizadas por ti de forma más específica

4. Refleja tus sentimientos y valores acerca de la matemática (no acerca de la enseñanza de la matemática sino de la matemática misma). Subraya las palabras que más sueles utilizar:

bonita	difícil	importante
interesante	elitista	aburrida
cambiable	mal orientada	irrelevante
útil	agradable	poderosa

Anota otras palabras que sean utilizadas por ti de forma más específica

5. Subraya las palabras que describan tu forma usual de enseñar las matemáticas:

transmisión	mezcla de ideas	informativa	usando la pizarra	creativa	relajada	sin inspiración
	estimulante	caótica	con energía	lógica	ejercicios y práctica	
coherencia	soporífera	ordenada	orientada por los estudiantes		orientada por los exámenes	a saltos
	orientada por el libro de texto		aceptando la perspectiva de los estudiantes		mecánica	

Anota otras palabras que sirvan para describir tu práctica de forma más específica

6. Ahora subraya las palabras que indiquen cómo piensas que tus estudiantes describen tu forma de enseñar las matemáticas:

transmisión mezcla de ideas informativa creativa coherencia usando la pizarra
 caótica lógica ordenada mecánica estimulante ejercicios y práctica
 orientada por los estudiantes con energía soporífera a saltos relajada
 orientada por los exámenes sin inspiración orientada por el libro de texto
 aceptando la perspectiva de los estudiantes

7. ¿Cómo eres de bueno/a con las matemáticas? Rodea con un círculo aquella palabra que te dé respuesta:

extremadamente capaz muy bueno/a
 bastante bueno/a hacia el medio
 por debajo de la media inútil
 bastante malo/a
 ninguna de las anteriores.....

8. Como profesor/a de matemáticas, ¿cuál es tu mayor preocupación?

.....

9. ¿Cómo podrías mejorar tus clases de matemáticas?

.....