

# EL DEBATE SOBRE LA MASA RELATIVISTA: EL PROBLEMA DEFINICIONAL Y OTROS ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS

DOMÉNECH CARBÓ, A.

Instituto de Bachillerato de Buñol. Av. Rafael Ridaura, 1. 46360 Buñol. Valencia.

---

## SUMMARY

Some epistemological issues concerning the controversy of relativistic mass, including the translation/incommensurability problem, are presented. Properties of classical and relativistic masses and alternative ontological, functional, relational, and operational definitions are compared, including, *ab initio*, an operational definition of relativistic mass. It is concluded that there are a number of reasons to maintain the concept of relativistic mass in science teaching.

---

## INTRODUCCIÓN

Pese a su indiscutible popularidad, la teoría especial de la relatividad ha sido objeto de una variada serie de interpretaciones controvertidas en escritos de divulgación e incluso en textos destinados a la enseñanza. El ejemplo más llamativo es el de la relación masa-energía, sobre el que existe una extensa bibliografía (Warren, 1976; Gil, 1981; Lehman, 1982; Fadner, 1988; Gil et al., 1988; Baierlein, 1991).

Desde hace algunos años, ha venido desarrollándose una corriente de opinión favorable a restringir el término *masa* a la hasta ahora denominada masa en reposo relativista (Taylor y Wheeler, 1966; Sears et al., 1982; Adler, 1987) haciendo hincapié en su carácter invariante respecto de una transformación de Lorentz (García, 1989)<sup>1</sup>. El referente más radical en este sentido es, probablemente, un reciente artículo de Okun (1989) en el que sustenta la tesis de que debe desecharse completamente el concepto de masa relativista en movimiento, concepto que considera ajeno al marco conceptual de la relatividad en base a consideraciones formales e históricas. Este trabajo ha sido matizado (Baierlein, 1991; Hannibal, 1991; Strnad, 1991) e incluso abiertamente

contestado (Sandin, 1991) aduciendo diferentes argumentos en favor de la denominada masa en movimiento.

Aunque no es posible comentar en detalle las distintas valoraciones realizadas, si conviene señalar que tanto las publicadas en favor como las expuestas en contra de la masa relativista se han centrado en las interpretaciones de la relación masa-energía o las partículas «sin masa».

Sin embargo, un estudio pormenorizado de los aspectos epistemológicos del problema y aún de las dificultades inherentes a la definición y significado físico de la masa relativista parecen haber sido en buena medida omitidos. El presente trabajo pretende aportar algunas consideraciones en el ámbito epistemológico sobre la base del análisis definicional aplicado previamente al concepto clásico de *masa* (Doménech, 1992; Doménech et al., 1993).

En este sentido, cabe precisar que: *a*) nos circunscribimos al marco específico de la relatividad especial; *b*) el análisis se dirige a las cuestiones lógicas y epistemoló-

gicas involucradas en el concepto de *masa relativista*; c) el problema histórico que plantea la posición del propio Einstein sobre la masa relativista (Adler, 1987; García, 1989; Okun, 1989) no será aquí tratado.

### UNICIDAD, UNIVERSALIDAD Y ADITIVIDAD DE LA MASA

De entrada, resulta obligado señalar que la polémica parece centrada no tanto en la formulación matemática de la teoría de la relatividad restringida, sino más bien en la interpretación de la misma. La siguiente afirmación, reiterada en el artículo de Okun, ilustra con claridad una parte significativa de la controversia:

*In the modern language of relativity theory there is only one mass, the Newtonian mass,  $m$ , which does not vary with velocity[....]*

Esta frase contiene dos aspectos fundamentales susceptibles de discusión:

a) La unicidad del concepto de *masa*, esto es, la existencia de un único tipo de masa atribuible a los objetos materiales y, por ende, la identificación de la masa relativista con la masa newtoniana, lo que sugiere una muy concreta visión epistemológica.

b) La masa se concibe como una propiedad no dependiente de la velocidad e implícitamente como una propiedad universal de cada objeto, entendiendo como tal su independencia de posición, movimiento o interacciones a las que estuviera sometido.

En relación con la unicidad de la masa cabe objetar, de entrada, que ni siquiera en el contexto clásico es posible hablar, estrictamente, de un único tipo de masa. De hecho, si nos remitimos a los *Principia* newtonianos, es posible discernir tres concepciones diferentes de *masa* como «cantidad de materia», «inercia» y la que hoy denominamos «masa gravitatoria» (Baierlein, 1991).

Dejando al margen la distinción entre masa gravitatoria activa y pasiva (Price, 1982; Tsai, 1986), parece razonable considerar las masas inercial y gravitatoria como magnitudes conceptualmente diferentes, susceptibles de diferente definición formal, ecuación de dimensiones, unidades y procedimientos de medida (Brown, 1960). Si bien es cierto que en los *Principia* subyace la idea de unicidad (y, por tanto, la de identidad entre las diferentes concepciones de masa), parece más razonable expresarse en términos de proporcionalidad o equivalencia, como hiciera el propio Einstein en *Sobre la teoría especial y la teoría general de la relatividad* (Einstein, 1973) y en *El significado de la relatividad* (Einstein, 1985) que escribiera en 1917 y 1921, respectivamente. De hecho, la unificación de la masa inercial y la masa gravitatoria, que podría considerarse como un axioma implícito de la física clásica (Rindler, 1969), desempeña un papel relevante en el marco conceptual de la relatividad general (Norton, 1985 y 1993; Ray, 1987).

Por añadidura, la afirmación de la existencia de una única masa en física corresponde a una posición epistemológica que parece alejarse sustancialmente de los presupuestos de la reciente filosofía de la ciencia. En particular, la identificación entre *masa newtoniana* y *masa relativista* parecería problemática desde el punto de vista de los análisis lakatosiano y kuhniano. Esto nos remite al debate acerca de la trasladabilidad de las teorías en oposición a su inconmensurabilidad (Sankey, 1991).

Por el momento, interesa destacar que, incluso dentro de un marco estrictamente traslacional de las teorías físicas, no es posible identificar los conceptos de *masa newtoniana* y *masa en reposo* de la relatividad especial. Para ello debemos revisar brevemente algunas de las propiedades de la masa clásica (unicidad, carácter innato, carácter escalar, aditividad, etc.), previamente descritas (Doménech, 1992).

#### Unicidad

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, parece irrazonable hablar de la existencia de una sola masa en física, máxime, cuando en el mismo ámbito de la física clásica pueden enumerarse diferentes concepciones; así, la *res extensa* cartesiana difiere de la *quantitas materiae* newtoniana (Gabbey, 1971) y ésta se aparta de la *inertia* kepleriana (Holton, 1970). Más modernamente, la idea de Mach de que las masas locales estarían determinadas por la totalidad de masas del universo (Nagel, 1978, o Norton, 1993) o la propuesta del origen electromagnético de la masa (Berkson, 1981; Sánchez-Ron, 1985), nacida de las teorías del electrón de principios de siglo, descartan la visión monolítica de la idea de masa en el desarrollo histórico de la física.

#### Universalidad

La masa newtoniana se concibe como una propiedad universal de los objetos en tanto en cuanto se supone independiente de su posición y movimiento respecto al sistema de referencia espacio-temporal elegido. En este sentido, se trataría de una propiedad también consustancial a la masa en reposo relativista. Sin embargo, cabe preguntarse si esta universalidad es requerida necesariamente en el marco conceptual de la relatividad especial. En la física clásica, la universalidad de la masa va íntimamente unida a la concepción absoluta de espacio y tiempo, de forma que la universalidad de distancias, tiempos y masas configuran el núcleo básico de la cosmología newtoniana (Bunge, 1983). La relatividad especial, por contra, desecha la universalidad de distancias y tiempos, de forma que, como es bien conocido, las distancias y tiempos medidos por dos observadores inerciales en movimiento rectilíneo uniforme relativo diferirán entre sí. Es por ello que, en una primera aproximación, no parece existir ninguna restricción de orden lógico a que la masa de un objeto pudiera ser diferente para distintos observadores inerciales (una breve discusión en Bunge, 1983).

### Aditividad y carácter innato

En la física clásica, la masa total de un sistema de partículas es igual a la suma de las masas de las partículas individualmente consideradas. Suele decirse que la masa es aditiva por acumulación y esta aditividad se expresa a través de la conocida ley de conservación de la masa en un sistema aislado. En el marco de la relatividad especial, es posible formular un principio de conservación análogo utilizando la masa relativista. Sin embargo, la restricción del concepto de *masa* a la masa en reposo plantea algunas dificultades que pueden ilustrarse con algunos ejemplos clásicos. Consideremos la aniquilación de un par electrón-positrón (por sencillez, supuestos inicialmente en reposo) para dar lugar a dos fotones (Feynman et al., 1966; García, 1989): en la interpretación ortodoxa, la masa total permanece constante e igual al doble de la masa del electrón en reposo ( $2m_{e0}$ ), pero la masa total en reposo no se conserva.

De acuerdo con la definición de *masa (total) invariante* expuesta por García, el término *masa* se reservaría a la raíz cuadrada del cuadrimomento al cuadrado dividida por la velocidad de la luz en el vacío:  $(E^2 - p^2c^2)^{1/2}/c$ , también denominada *masa invariante*. Entonces, la masa total invariante (o en reposo) del sistema permanece constante, de forma que al sistema bifotónico se le atribuye una masa total en reposo  $2m_e$ ; sin embargo, explícitamente se mantiene que los fotones individuales carecen de masa en reposo. Este resultado es consistente con la mencionada definición de *masa*, de manera que la masa total en reposo se conservaría. Sin embargo, no sería igual a la suma de las masas en reposo de las partículas constituyentes del sistema que, en el caso del sistema bifotónico, carecen de masa en reposo. Dicho en otros términos, si mantenemos la idea de *masa* como propiedad innata de las partículas, deja de cumplirse el principio de conservación de la masa (Landau y Lifshitz, 1979) o, por contra, sería posible mantener la conservación de la masa en reposo pero a costa de perder el carácter innato de la misma.

En suma, y dado que la noción clásica de *aditividad* va íntimamente ligada a la del carácter innato de la masa: *a)* es difícilmente sostenible la afirmación de Okun de que la masa en reposo relativista es idéntica a la masa newtoniana; *b)* cabe plantearse hasta qué punto el abandono de la aditividad y del carácter innato de la masa clásicos es congruente o si, al menos, facilitarían la interpretación de la relatividad.

### EL PROBLEMA DE LA DEFINICIÓN

Las cuestiones anteriores pueden replantearse desde el punto de vista de la definición del concepto de *masa* en el marco teórico de la relatividad especial. En trabajos previos se han analizado las diferentes definiciones de *masa* en la física newtoniana y su empleo en el marco educativo, habiéndose propuesto una clasificación de los diferentes modalidades de definición (Doménech, 1992; Doménech et al., 1993) generalizable, en princi-

pio, a otros conceptos métricos de la física y, en particular, a la masa relativista. Bajo esta perspectiva se analizarán seguidamente algunas de las definiciones usuales de *masa* en el marco relativista.

### Las definiciones ontológicas y funcionales

De entrada, la definición ontológica de *masa* como cantidad de materia (o como medida de la misma, en versión métrica) podría extenderse a la masa en reposo relativista, habida cuenta de que esta definición sostiene implícitamente la universalidad de la masa. Las carencias de una definición de este tipo son las mismas que las apuntadas en el caso de la masa clásica: eventual pérdida del carácter métrico, ausencia de referente teórico concreto y visión «materialista» (en el sentido expresado por Warren (1982)), de las magnitudes físicas. Remarquemos que esta visión «materialista» del concepto de *masa* no parece satisfactoria ni en el marco conceptual clásico ni, por supuesto, en el relativista. Remitámonos para ello a las discusiones en torno a las interpretaciones de la energía en el contexto clásico (Duit, 1981 y 1987; Sexl, 1981; Warren, 1982) y de la relación masa-energía de la relatividad (Warren, 1976; Gil et al., 1988; Baierlein, 1991).

Las definiciones funcionales poseen, en parte, los mismos inconvenientes. La masa inercial se definiría como la tendencia de los cuerpos a mantener su estado de reposo o movimiento uniforme y, en versión métrica, la masa inerte sería la medida de dicha tendencia en relación con un determinado sistema inercial de referencia. Naturalmente, a diferencia del caso clásico, la masa inercial relativista no sería una constante universal (esto es, la misma para todos los observadores inerciales) de cada objeto. En cualquier caso, tanto la idea de *masa* como *quantitas materiae* o como inercia pueden ras- trearse sin dificultad en numerosos textos de relatividad.

### Las definiciones relacionales

En ellas la magnitud problema queda definida mediante una relación funcional explícita entre otras magnitudes cuyo significado se considera preestablecido sin ambigüedad. El cuadro I contiene algunas de las expresiones utilizadas explícitamente como definiciones de *masa relativista* en trabajos recientes, que cabría englobar en el apartado de relacionales. Las limitaciones de estas definiciones derivan, al igual que en el caso clásico, de la dificultad en definir independientemente los conceptos involucrados y de la imposibilidad de recoger todas las propiedades específicas de la masa en el enunciado definicional.

Probablemente el aspecto más significativo sea el que la masa en reposo puede definirse como un invariante respecto a una transformación de Lorentz entre sistemas de referencia inerciales. Éste sería un argumento a favor del criterio restrictivo en lo tocante al concepto de masa relativista, puesto que permitiría, amén de otras consideraciones, distinguir con claridad entre masa y energía

(García, 1989; Okun, 1989). Sin restar plausibilidad a este enfoque, habría que matizar, sin embargo, que el requisito de invariancia con respecto a transformaciones de Lorentz que la relatividad especial impone a las leyes generales de la física no se extiende necesariamente que todos los entes involucrados. La atribución de significado físico a magnitudes relativistas no exige su carácter invariante bajo transformaciones de Lorentz ni, por supuesto, el carácter invariante asegura un significado físico productivo en el marco de la teoría. Por ejemplo, el trimomento o la energía de un sistema no son invariantes bajo dichas transformaciones, lo que no es óbice para que pueda atribuírseles un significado físico y que sus respectivas leyes de conservación puedan articularse, bajo ciertas condiciones, dentro de la teoría. En otros términos, no parece existir ninguna exigencia lógica que obligue a elegir una definición de *masa invariante*, lo que, insistamos en ello, no excluye la conveniencia o utilidad de dicha opción.

Cuadro I

Algunas definiciones de masa en el marco de la relatividad especial.

Masa «en movimiento»

\* Relación energía total/velocidad de la luz al cuadrado:

$$m = E/c^2 \quad (\text{Sandin, 1991})$$

\* Relación trimomento/velocidad:

$$m = p/v \quad (\text{Sandin, 1991})$$

\* A partir de la masa en reposo mediante:

$$m = m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (\text{Sandin, 1991})$$

Masa «en reposo»

\* Raíz cuadrada del cuadrimomento al cuadrado, dividida por c:

$$m_0 = (E^2 - p^2 c^2)^{1/2} / c^2 \quad (\text{García, 1989})$$

\* A partir de los componentes espacial y temporal de la velocidad propia ( $u_x, u_t$ ) en un choque totalmente inelástico:

$$m/m_p = (u_x/V - u_t/c) \quad (\text{Brehme, 1985})$$

### Las definiciones operacionales

Como es bien conocido, la definición clásica de *masa* ha suscitado una prolongada controversia que es posible remontar a la crítica de la física newtoniana que realizara

Mach en las postrimerías del XIX. Sin entrar en detalles, resulta obligado señalar la propuesta de definición operacional de *masa* dada por Mach (Nagel, 1978). Muy brevemente, la masa de un objeto problema  $m$  quedaría definida en función de la masa de un objeto patrón  $m_p$  como la relación entre sus aceleraciones cuando interactúan mutuamente formando un sistema aislado:

$$m/m_p = - a_p/a \quad (1)$$

Esta definición se inscribe en una muy particular concepción filosófica, el denominado operacionalismo, que, en su versión más radical, exigiría que las magnitudes físicas se definieran a través de un procedimiento específico de medida. Tanto esta definición como la filosofía positivista que la sustenta han sido reiteradamente criticadas sobre argumentos de índole formal, lógica y metodológica (Jammer, 1961; Bunge, 1966). En particular, la anterior definición de masa ha sido criticada por su incapacidad para extenderse a sistemas de  $N > 2$  partículas o sistemas de referencia acelerados (Bunge, 1966). Como consecuencia, parece obligado señalar que las definiciones operacionales son insuficientes e inapropiadas como tales definiciones y, por añadidura, la pretensión última que las sustenta de fundamentar la física sobre bases puramente empíricas parece hoy completamente desfasada.

Cuadro II

Aspectos implicados en la traslacionabilidad o inconmensurabilidad de las teorías físicas.

Aspecto	Características
Semántico	Derivado de la no-utilización del mismo lenguaje científico
Perceptual	Tratamiento de diferentes problemas, datos observacionales o elementos transempíricos
Temático	Derivado del estudio de diferentes áreas de conocimiento
Explicativo	Por del desarrollo de diferentes esquemas explicativos
Ontológico	Referido al sustrato ontológico o cosmovisión subyacente

Pese a ello, un operacionalismo moderado parece consustancial a la propia construcción de las teorías físicas, necesitadas, obviamente, de algún tipo de contrastación empírica, sentido que parecen reivindicar revisiones recientes de la filosofía operacionalista (Moyer, 1991). En este sentido, es obligado señalar como la misma teoría especial de la relatividad parece edificada sobre una concepción operacional de espacio y tiempo que obliga a una cuidadosa redefinición de las mediciones espaciotemporales y de los problemas de sincronización (Katsumori, 1992).

Bajo este punto de vista, las definiciones operacionales equivaldrían simplemente a procedimientos de medida y deberían entenderse como herramientas auxiliares útiles en la atribución de significado físico a los conceptos métricos. En éste que pudiéramos denominar *operacionalismo débil* se apoyarían las recientes definiciones operacionales/procedimientos de medida de masa en el marco clásico (Alonso y Finn, 1977; Zimmerer, 1983; Doménech, 1985; Goodinson y Luffman, 1985; Doménech y Doménech, 1988 y 1993) y relativista (Brehme, 1985; Tsai, 1985; Olson y Guarino, 1986).

Por ejemplo, la masa clásica podría redefinirse, como en el texto de Alonso y Finn, a partir del principio de conservación de la cantidad de movimiento de forma que la masa del objeto problema se obtendría en función de la masa patrón a partir de la medida de sus cambios de velocidad cuando ambos formasen un sistema aislado:

$$m/m_p = - v_p/v \quad (2)$$

En el marco del debate sobre la masa relativista, la pregunta que podría plantearse es si es posible encontrar algún tipo de definición operacional compatible con el concepto de *masa relativista* (en sentido amplio) o si, por el contrario, sólo es posible alcanzar definiciones operacionales de *masa en reposo*. Naturalmente, la existencia de una posible definición operacional/procedimiento de medida no es condición necesaria ni suficiente para la adopción de un determinado concepto, pero sí puede contribuir a una mejor interpretación del mismo dentro del marco teórico propuesto.

Es probablemente bajo una perspectiva operacional moderada como la resumida aquí que una definición de este tipo ha sido recientemente propuesta por Brehme (1985) para la masa en reposo relativista que así aparecería dotada de un significado físico mucho más directo. Sin embargo, parece posible extender *ab initio* la definición operacional de masa en reposo propuesta por Brehme a la masa relativista en sentido amplio (Doménech, 1997). Para ello consideremos la colisión totalmente inelástica entre un objeto de masa  $m$  que avanza con velocidad  $v$  y un objeto patrón en reposo de masa (en reposo)  $m_{po}$ . Tras el choque, ambos objetos formarán un sistema de masa  $M$  que se moverá con velocidad  $V$ , de forma que la conservación de energía y cantidad de movimiento podrán escribirse como:

$$mc^2 + m_{po}c^2 = Mc^2, \quad (3)$$

$$mv = MV \quad (4)$$

De estas ecuaciones es inmediato obtener:

$$m/m_{po} = (v/V - 1)^{-1} \quad (5)$$

Esta ecuación permite expresar la masa en movimiento del objeto problema en función de la masa en reposo del objeto patrón a partir de la medida de las velocidades  $v$  y  $V$ . Observemos que, de paso, esta misma definición sería formalmente válida para la masa inercial clásica.

A expensas de un análisis más detallado, y con todas las limitaciones antes expresadas, la definición operacional resumida en la ecuación 5 debe entenderse teniendo en cuenta (Eisenbud, 1958; Goodinson y Luffman, 1985):

a) Es posible atribuir a los objetos un parámetro escalar  $m$  tal que, bajo determinadas condiciones, la suma (vectorial) de los productos masa x velocidad permanece constante.

b) Los coeficientes individuales de masa de los cuerpos podrían ser formalmente determinados con respecto a un objeto patrón mediante los procedimientos idealizados antes indicados en un sistema aislado de dos cuerpos.

c) Los coeficientes de masa asignados a los cuerpos cumplen las propiedades de aditividad, propiedad transitiva e independencia del patrón.

### ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS

El desarrollo anterior no agota el problema de las definiciones formales que, por descontado, está condicionado por la posición epistemológica de partida y, en suma, por el estatus lógico de las relaciones y leyes eventualmente involucradas (Nagel, 1978). Pese a ello, podemos aceptar que la definición de los conceptos físicos involucra: a) relaciones formales (matemáticas o lógicas) con otros conceptos; b) referentes ontológicos que delimitan su interpretación; y c) referentes empíricos entre los que se encontrarían procedimientos directos o indirectos de medida para los denominados conceptos métricos.

El debate en torno a la masa relativista es ilustrativo de los problemas epistemológicos que subyacen en el ámbito didáctico. Comentaremos brevemente algunos de ellos en relación con la enseñanza de la relatividad especial.

#### Traslación versus inconmensurabilidad. El sustrato ontológico

Ya hemos mencionado brevemente que la identificación entre masa newtoniana y masa relativista resultaría comprometida, en principio, desde la óptica de la inconmensurabilidad de los paradigmas teóricos, opuesta a la relativamente extendida noción de *traslacionabilidad* (Sankey, 1991). Realizando una lectura muy drástica de la tesis de la inconmensurabilidad<sup>2</sup>, las masas clásica y relativista serían esencialmente diferentes y, por tanto, no comparables. No obstante, podría aducirse que la existencia de diferentes paradigmas no implica necesariamente que algunos de los conceptos involucrados pudieran ser mutuamente comparables, trasladables o derivables. En otros términos, la inconmensurabilidad afectaría a los paradigmas teóricos en su conjunto, pero no necesariamente a los aspectos parciales (ontológicos, semánticos, temáticos, perceptual y explicativo) involucrados en la inconmensurabilidad (Doppelt, 1982;

Hoyninger-Huene, 1990; Malone, 1993) y que se resumen en el cuadro II. Como resultado, la traslación del concepto de *masa clásica* al ámbito relativista debería plantearse en el contexto de esos diferentes aspectos. De entre ellos, parece especialmente oportuno mencionar el ontológico, ya que, como han puesto de manifiesto diferentes autores (Hewson, 1981; Berkson, 1983), el significado de los conceptos físicos depende del marco teórico general en el que se desarrollan; no sólo en lo que hace a los enunciados matemático-formales, sino en lo relativo a un sustrato que pudiésemos denominar ontológico. Precisamente, la teoría de la relatividad restringida adquiere su carácter renovador por la ruptura con algunos de los principios básicos de la cosmovisión newtoniana.

El cuadro III muestra una comparación entre algunas de las ideas básicas que definen los sustratos ontológicos de la mecánica newtoniana y de la relatividad especial (Doménech, 1985).

En este sentido, cabe añadir que la propuesta restrictiva acerca de la masa relativista parece próxima, implícitamente, a una interpretación materialista de la relatividad y, en cierto modo, influida por la visión ontológica newtoniana. De hecho, el énfasis puesto en las magnitudes propias (masa en reposo, tiempo propio, etc.) por algunos autores (Brehme, 1985; Strnad, 1991), legítimo en el marco formal de la relatividad especial, podría sugerir, ya en el plano didáctico, un acercamiento a la ontología newtoniana.

En el plano más específicamente didáctico, y al margen de otras consideraciones generales relativas al análisis de conceptos (Herron et al., 1977) y a la propia noción de concepto en las *ciencias físicas* (Gilbert y Watts, 1983), la permanencia del sustrato ontológico newtoniano podría encontrarse en la base de algunas dificultades encontradas en la adquisición de ideas relativistas en los estudiantes (Angotti et al., 1978; Hewson, 1982; Villani y Pacca, 1987). De hecho, podríamos aventurar la hipótesis de que es precisamente la ausencia de una revisión explícita de la cosmología newtoniana la que dificulta en buena medida una más correcta comprensión de la relatividad.

### El dilema interpretativo

Al problema didáctico de la diversidad de teorías se le añade el de la propia pluralidad de éstas, en el sentido de que tanto el marco matemático-formal de las teorías físicas como su interpretación puede ser plural. Así, es posible axiomatizar la relatividad especial sin el postulado de la constancia de la velocidad de la luz (Lee y Kalotas, 1975; Lévy-Leblond, 1976; Schwartz, 1984) y utilizar diferentes sustratos interpretativos (Minkowski; Mundi, 1986; Earman y Norton, 1987). Un ejemplo palpable de la importancia de la interpretación lo ofrecen, precisamente, las ecuaciones de transformación de Lorentz. Es su interpretación einsteniana la que les confiere el carácter diferenciador con la física clásica.

Cuadro III

Algunas propiedades básicas de espacio-tiempo y sistemas materiales en el marco clásico y en el de la relatividad especial. Se utiliza la noción usual de *masa relativista* y se asume que todos los movimientos se refieren a sistemas inerciales de referencia.

Física newtoniana	Relatividad especial
<i>El espacio y el tiempo son pasivos, independientes de los cuerpos materiales que se mueven bajo la acción de fuerzas «a distancia»</i>	<i>Espacio y tiempo independientes de los objetos materiales cuyo movimiento queda determinado a causa de la «acción por campos»</i>
<i>Espacio y tiempo son independientes entre sí</i>	<i>Espacio y tiempo están relacionados entre sí</i>
<i>El espacio y el tiempo son homogéneos, continuos e isótropos</i>	
<i>El espacio es euclídeo</i>	<i>El espacio-tiempo es casi euclídeo</i>
<i>Universalidad de distancias y tiempos</i>	<i>No universalidad de distancias y tiempos</i>
<i>Invariancia de las leyes de dinámica respecto a una transformación de Galileo</i>	<i>Invariancia de las leyes de la dinámica respecto a una transformación de Lorentz</i>
<i>La masa es una propiedad escalar característica de los objetos materiales</i>	
<i>Las masas son aditivas, la masa total de un sistema aislado permanece constante en el tiempo</i>	
<i>La masa es independiente de la posición y movimiento de los cuerpos</i>	<i>La masa depende de la velocidad de los cuerpos</i>
<i>Las interacciones se propagan de forma instantánea a través del espacio vacío</i>	<i>La velocidad de la luz en el vacío es el límite para la propagación de objetos y de señales o interacciones</i>

Es en este contexto en el que Adler (1987) concreta un posible riesgo en el mantenimiento del concepto de *masa relativista* desde el punto de vista didáctico.

*[...] the use of relativistic mass can mislead students into believing that the structure of moving objects is actually affected by their motion as was actually the case in the Lorentz theory when in fact, the observed effects are due to an alteration in space-time.*

La frase hace referencia a la que se suele denominar teoría del electrón de Lorentz, que, desarrollada entre 1892 y 1904, formulaba una visión «atómica» de la electricidad coherente con la teoría del electromagnetis-

mo de Maxwell (Sánchez-Ron, 1985). Lorentz plantea el movimiento de los cuerpos cargados a través del éter, revisa los resultados de los experimentos de Michelson y formula las ecuaciones de transformación que hoy llevan su nombre y que interpreta en términos de contracción «real» de la longitud de los objetos en la dirección del movimiento. Más concretamente, y entre otras hipótesis (Holton, 1960), Lorentz suponía que el electrón estacionario era esférico y que poseía su carga uniformemente distribuida de manera que al moverse se deformaría. Sin entrar en el detalle de los problemas aquí descritos, merece la pena señalar que nos situamos en una amplia corriente de investigación que se centra, *grosso modo*, en una visión electromagnética de la naturaleza en la que realizaron notables aportaciones, entre otros, Poincaré, Abraham y Larmor (Sánchez-Ron, 1985). Por otra parte, tanto la teoría del electrón de Lorentz de 1904 como la de Abraham de 1903 contaban entre sus resultados el de la variación de la masa del electrón con la velocidad (se hablaba de las masas longitudinal y transversal del electrón según la dirección de las fuerzas externas en relación con la dirección del movimiento del electrón) y que, de hecho, podía hablarse de un modelo electromagnético de la materia en el que la propia masa sería de origen electromagnético (Berkson, 1981; Cushing, 1981; Sánchez-Ron, 1985).

En este contexto, no es sorprendente que el primer artículo de Einstein sobre la relatividad se titule, precisamente, «Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento» (Zur Elektrodynamik bewegter Körper, reproducido parcialmente el original de 1905 en Einstein, 1981) y que, para algunos autores de la época, la teoría de la relatividad fuese una más de las «teorías del electrón» propuestas (una discusión reciente en Pynson, 1990).

Desde el punto de vista didáctico, la idea de *masa dependiente de la velocidad* podría inducir a una visión de la relatividad más próxima a la interpretación no relativista de Lorentz, lo que aconsejaría el uso restringido del término *masa*. Sin embargo, parece evidente que este uso restringido podría conducir, precisamente, a identificar la masa en reposo con la masa newtoniana, lo que parece injustificado y nos remite, probablemente, a una interpretación materialista. El dilema, planteado al margen de otras consideraciones, precisaría de una investigación específica en el ámbito didáctico.

### El conflicto operacionalista

Llegados aquí, cabe precisar que la perspectiva original einsteniana partía de una concepción operacionalista en la concepción de tiempos, longitudes (y masas), definidas previa prescripción o con relación a procedimientos de medida determinados. Esto es, que los conceptos de *espacio* y *tiempo* quedan dotados de significado físico mediante la especificación de medidas a través de un sistema de varillas rígidas y relojes sincronizados (Einstein, 1981; Katsumori, 1992). Como resultado, la longitud de un objeto *medida* (en la dirección de su

movimiento) en relación con un determinado sistema inercial de referencia varía con la velocidad que posee en relación con dicho sistema. Un enunciado análogo para la masa constituye la base de la interpretación «ortodoxa» de la masa relativista.

La influencia de la filosofía operacionalista en los primeros trabajos de Einstein, suele ser lugar común en los textos de física (Feynman et al., 1966), y sobre este punto, los textos del propio Einstein resultan significativos (Einstein, 1981). Conviene señalar, sin embargo algunas cuestiones relevantes (Berkson, 1981; Sánchez-Ron, 1985; Ray, 1987; Katsumori, 1992; Maxwell, 1993; Norton, 1993):

a) El pensamiento einsteniano estuvo influido por la filosofía operacionalista, pero en ningún momento pudo adscribirse a la corriente positivista subyacente.

b) La epistemología einsteniana cambió profundamente con el tiempo, paralelamente al desarrollo de la teoría general de la relatividad.

c) La visión operacional de espacio y tiempo aplicable en el marco de la relatividad especial no es posible dentro de la teoría general.

Esta última constatación crea una situación problemática para el enfoque operacionalista «débil» antes esbozado. Un análisis en profundidad requeriría estudiar el estatus lógico y epistemológico de la relación entre las teorías especial y general de la relatividad y, ya en el plano didáctico, sería necesario explorar la influencia de una visión operacionalista moderada en la adquisición de conceptos de la relatividad especial.

## CONSIDERACIONES FINALES

Sin pretender alcanzar una conclusión completa o definitiva con relación al que hemos convenido en llamar *problema de la masa relativista*, y respetando la plausibilidad de algunos de los argumentos en contra de la visión ortodoxa de aquélla, las consideraciones anteriores sugieren la necesidad de un estudio minucioso de los aspectos teórico-formales, lógicos y epistemológicos en él involucrados. En particular, cabe señalar algunos argumentos en favor del mantenimiento de la noción de *masa relativista*:

a) No parece existir ninguna exigencia lógica para restringir el término *masa* a la *masa en reposo* en el marco conceptual de la relatividad especial. En particular, la idea de *masa* dependiente del sistema de referencia no parece incompatible con la propia no-universalidad de distancias, tiempos o relaciones de simultaneidad que dicha teoría establece.

b) Dicha restricción permitiría mantener la idea clásica de universalidad de la masa pero obligaría a perder la de aditividad en sentido clásico. En cualquier caso, no es

posible identificar la masa newtoniana con la masa relativista (en reposo o en movimiento).

c) Es posible eventualmente dotar de un significado físico a la masa inercial relativista por medio de una definición operacional, o, en otros términos, es posible establecer algún procedimiento formal de medida de masas relativistas.

Parece deseable, en suma, un examen en profundidad del problema, que considere aspectos epistemológicos y didácticos quizás escasamente investigados, examen que este trabajo desearía contribuir a suscitar.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALONSO, M., FINN, E.J. (1976). *Física, Vol. I*. Madrid: Fondo Educativo Interamericano.

ADLER, C.G. (1987). Does mass really depend on velocity? *American Journal of Physics*, 55, pp. 739-743.

ANGOTTI, J.A.P., CALDAS, I.L., DELIZOICOV, D., RÜDINGER, E. y PERNAMBUCO, M.M.C.A. (1978). Teaching relativity with different philosophy. *American Journal of Physics*, Vol. 46, pp. 1258-1262.

BAIERLEIN, R. (1991). Teaching  $E=mc^2$ . *The Physics Teacher*, Vol. 29, pp. 170-175.

BERKSON, W. (1981). *Las teorías de los campos de fuerza. Desde Faraday hasta Einstein*. Madrid: Alianza Editorial.

BREHME, R.W. (1985). On force and the inertial frame. *American Journal of Physics*, Vol. 53, pp. 925-955.

BROWN, G.B. (1960). Gravitational and inertial mas. *American Journal of Physics*, Vol. 28, pp. 475-483.

BUNGE, M. (1966) Mach's Critique of Newtonian Mechanics. *American Journal of Physics*, Vol. 34, pp. 585-596.

BUNGE, M. (1983). *Controversias en física*. Madrid: Tecnos

CUSHING, J.T. (1981). Electromagnetic Mass, Relativity and the Kaufmann Experiments. *American Journal of Physics*, Vol. 49, pp. 1133-1149.

DOMÉNECH, A. (1985). *Aproximación al estudio de espacio y tiempo*. Valencia: ICE Universidad de Valencia.

DOMÉNECH, A. (1992). El concepto de masa en la física clásica: aspectos históricos y didácticos. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 10, pp. 223-228.

DOMÉNECH, A. y DOMÉNECH, M.T. (1988). Relationships between the scattering angles in pendulum collisions. *European Journal of Physics*, Vol. 9, pp. 117-122.

DOMÉNECH, A., CASASUS, E. y DOMÉNECH, M.T. (1993). The classical concept of mass. Theoretical difficulties and students' definitions. *International Journal of Science Education*, Vol. 15, pp. 163-173.

DOMÉNECH, A. y DOMÉNECH, M.T. (1993) Analysis of two-disc collisions. *European Journal of Physics*, Vol. 14, pp. 177-183.

DOMÉNECH, A. (1997). On the concept of Relativistic Mass: Some Epistemological Considerations. *Physics Education (India)*, Vol. 14 (en prensa).

### NOTAS

<sup>1</sup> En este trabajo, siguiendo el criterio «ortodoxo», emplearemos el término *masa relativista* para designar «la masa  $m$  de un objeto en relación con un determinado sistema de referencia inercial (SRI) con respecto al cual se mueve con velocidad  $v$ ». Usaremos el término *masa en reposo*,  $m_0$ , para designar «la masa relativa a un SRI con respecto al cual el objeto se encuentra en reposo». Entre ambas existe la bien conocida relación  $m = m_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ .

<sup>2</sup> Para una revisión reciente de la evolución de las ideas de Kuhn en torno al propio concepto de *paradigma* y de la noción de *incommensurabilidad* (Hoyninger-Huene, 1990; Malone, 1993).

DOPPELT, G. (1982). *Kuhn's Epistemological Relativism: An Interpretation and Defense*, en Krausz, M. y Meiland, J.M. (eds.), *Relativism: Cognitive and Moral*, Univ. of Notre Dame press, Notre Dame.

DUIT, R. (1981) Understanding Energy as a Conserved Quantity- Remarks on the Article by R.U. Sexl. 1981. *European Journal of Science Education*, Vol. 3, pp. 291-301.

DUIT, R. (1987). Should energy be illustrated as something quasi-material? *International Journal of Science Education*, Vol. 9, pp. 139-145.

EARMAN, J. y NORTON, J. (1987). What Price Spacetime Substantivalism? The Hole Story. *The British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 38, pp. 515-525.

EINSTEIN, A. (1985). *El significado de la relatividad*. Barcelona: Planeta-Agostini.

EINSTEIN, A. (1973) *Sobre la teoría especial y la teoría general de la relatividad*. Madrid: Alianza Editorial.

EINSTEIN, A. (1981). Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, en *La teoría de la relatividad*, selección de Williams, R.P. Madrid: Alianza Editorial, 7a. ed.

EISENBUD, L. (1958). On the Classical laws of Motion. *American Journal of Physics*, Vol. 26, pp. 144-159.

FADNER, W.L. (1988) Did Einstein really discover « $E=mc^2$ »? *American Journal of Physics*, Vol. 56, pp. 114-122.

FEYNMAN, R., LEIGHTON, R. y SANDS, M. (1966). *The Feynman Lectures on Physics*. Addison-Wesley, Reading.

GABBEY, A. (1971). Force and Inertia in Seventeenth-Century Dynamics. *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 2, pp. 51-67.

GARCÍA, G. (1989) Sobre masa y energía. *Revista Española de Física*, Vol. 3, pp. 59-62.

GIL, D. (1981) *Evolución de la idea de materia*. Valencia: ICE Universidad de Valencia.

GIL, D., SENENT, F. y SOLBES, J. (1988).  $E=mc^2$ , la ecuación más famosa de la física. Una incomprendida. *Revista Española de Física*, Vol. 2, pp. 53-55.

GILBERT, J.K., WATTS, D.M. (1983). Concepts, Misconceptions and Alternative Conceptions: Changing Perspectives in Science Education. *Studies in Science Education*, Vol. 10, pp. 61-98.



- GOODINSON, P.A. y LUFFMAN, B.L. (1985). On the definition of mass in classical physics. *American Journal of Physics*, Vol. 53, pp. 40-42.
- HANNIBAL, L. (1991). On the concept of energy in classical relativistic physics. *European Journal of Physics*, Vol. 12, pp. 283-285.
- HERRON, J.D., CANTU, U., WARD, R. y SRIVASON, V. (1977). Problems associated with concept analysis. *Science Education*, Vol. 61, pp. 185-199.
- HEWSON, P.W. (1981). A Conceptual Change Approach to Learning Science. *European Journal of Science Education*, Vol. 3, pp. 383-396.
- HEWSON, P.W. (1982). A case study of conceptual change in special relativity: the influence of prior knowledge in learning. *European Journal of Science Education*, Vol. 4, pp. 61-78.
- HOLTON, G. (1960). On the Origins of Special Theory of Relativity. *American Journal of Physics*, Vol. 28, pp. 627-636.
- HOLTON, G. (1973). *Thematic Origins of Scientific Thought*. Cambridge: Harvard University Press.
- HOYNINGER-HUENE, P. (1990). Kuhn's Conception of Incommensurability. *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 21, pp. 481-491.
- JAMMER, M. (1961) *The Concepts of Mass*. Cambridge: Harvard Univ.
- KATSUMORI, M. (1992). The theories of relativity and Einstein's philosophical turn. *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 23, pp. 557-592.
- LANDAU, L. y LIFHITZ, E. (1979). *Curso abreviado de física teórica*. Moscú: Mir, 2a. ed.
- LEE, A.R. y KALOTAS, T.M. (1975). Lorentz transformations from the first postulate. *American Journal of Physics*, Vol. 43, pp. 434-437.
- LEHERMAN, R.L. (1982). Confused Physics: A tutorial critique. *The Physics Teacher*, Vol. 20, pp. 519-523.
- LEVY-LEBLOND, J.M. (1976). One more derivation of the Lorentz transformation. *American Journal of Physics*, Vol. 44, pp. 271-277.
- MALONE, M.E. (1993). Kuhn reconstructed. Incommensurability Without Relativism. *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 24, pp. 69-93.
- MAXWELL, N. (1993). Induction and Scientific Realism: Einstein versus van Fraassen Part Three: Einstein Aim-oriented Empiricism and the Discovery of Special and General Relativity. *The British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 44, pp. 275-305.
- MOYER, A.E. (1991). P.W. Bridgman's operational perspective on physics'. Part I: origins and development. *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 22, pp. 237-258.
- MUNDY, B. (1986). The Physical Content of Minkowski Geometry. *The British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 37, pp. 25-54.
- NAGEL, E. (1978). *La estructura de la ciencia*. Buenos Aires: Paidós.
- NORTON, J.D. (1985). What Was Einstein's Principle of Equivalence? *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 16, pp. 203-246.
- NORTON, J.D. (1993). General covariance and the foundations of general relativity: eight decades of dispute. *Reports on Progress in Physics*, Vol. 56, pp. 791-858.
- OLSON, D.W. y GUARINO, R.C. (1985). Measuring the active gravitational mass of a moving object. *American Journal of Physics*, Vol. 53, pp. 661-663.
- OKUN, L.B. (1989). The concept of mass. *Physics Today*, Vol. 42, pp. 31-36.
- PRICE, R.H. (1982). General relativity. *American Journal of Physics*, Vol. 50, pp. 300-310.
- PYENSON, L. (1990). *El joven Einstein, el advenimiento de la relatividad*. Madrid: Alianza Universidad.
- RAY, C. (1987). *The Evolution of Relativity*. Bristol: Adam Hilger
- RINDLER, W. (1969). *Essential Relativity: Special, General and Cosmological*. Nueva York: Van Nostrand-Reinhold.
- SÁNCHEZ-RON, J.M. (1985). *El origen y desarrollo de la relatividad*. Madrid: Alianza Universidad, 2a. ed.
- SANDIN, T.R. (1991). In defense of relativistic mass. *American Journal of Physics*, Vol. 59, pp. 1032-1036.
- SANKEY, H. (1991). Translation failure between theories. *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 22, pp. 223-236.
- SCHWARTZ, H.M. (1984). Deductions of the general Lorentz transformations from a set of necessary assumptions. *American Journal of Physics*, Vol. 52, pp. 346-350.
- SEARS, F.W., ZEMANSKY, M.W. y YOUNG, H.D. (1982). *University Physics*. Reading: Addison-Wesley, 6a. ed.
- SEXL, R.U. (1981). Some Observations Concerning the Teaching of the Energy Concept. *European Journal of Science Education*, Vol. 3, pp. 285-289.
- STRNAD, J. (1991). Velocity-dependent mass or proper time? *European Journal of Physics*, Vol. 12, pp. 69-73.
- TAYLOR, E.F. y WHEELER, J.A. (1966). *Spacetime Physics*. San Francisco: Freeman & Co.
- TSAI, L. (1986). The relation between gravitational mass, inertial mass, and velocity. *American Journal of Physics*, Vol. 54, pp. 340-342.
- VILLANI, A. y PACCA, J.L.A. (1987). Students' spontaneous ideas about the speed of light. *International Journal of Science Education*, Vol. 9, pp. 55-66.
- WARREN, J.W. (1976). The mystery of mass-energy. *Physics Education*, Vol. 11, pp. 52-54.
- WARREN, J.W. (1982). The nature of energy. *European Journal of Science Education*, Vol. 4, pp. 295-297.
- ZIMMERER, R.W. (1983). Measurement of mass. *The Physics Teacher*, Vol. 21, pp. 354-359.

[Artículo recibido en octubre de 1996 y aceptado en mayo de 1997.]