Gestión óptima de aguas subterráneas: regulación frente a no regulación*

F. Javier Pardo
J. Patricio Castro
Constantino Martínez
Universidad de Murcia. Departamento Fundamentos del Análisis Económico.

Recibido: enero de 1997
Aceptado: febrero de 1998

Resumen

En este artículo se comparan dos modelos de gestión de aguas subterráneas: *control* y *no-control*. La diferencia entre ambos viene dada porque en el primero de ellos se computa el coste de uso del recurso, mientras que en el segundo no. La demanda de agua subterránea se desagrega por cultivos lo que permite obtener una asignación inter e intratemporal del recurso. Asimismo se realiza la aplicación sobre el acuífero de Ascoy-Sopalmo (Cuenca del Segura). La obtención del valor presente del excedente neto de los agricultores en ambos escenarios permite concluir que la pérdida de eficiencia es mínima para unos valores normales de las tasas de descuento y recarga.

Palabras clave: agua subterránea, control óptimo, derechos de propiedad, regulación, valor presente.

Abstract. *Optimal Groundwater Management: Pumping Control vs. no-control*

In this paper two management models of groundwater (*control* and *no-control*) are compared. The difference between these models is that in the first one user cost is considered whilst in the second one is not. The groundwater demand is disaggregated by crops, which makes possible to obtain an inter and intratemporal resource allocation. Furthermore, an application to the aquifer of Ascoy-Sopalmo (Segura Basin) is carried out. From the present value of the farmer's net surplus, derived in both models, we can conclude that the efficiency loss is minimum for normal values of the discount rate and recharge rate.

Key words: Groundwater, Optimal Control, Property Rights, Regulation, Present Value.

(*) Una versión de este trabajo fue presentada en el *II Seminario sobre Economía Medioambiental y de los Recursos Naturales* celebrado en la Universitat de Girona en mayo de 1997. Asimismo, queremos dejar constancia de nuestro agradecimiento a diversos evaluadores anónimos por las valiosas sugerencias ofrecidas.

1. Introducción

En España y en los últimos años el número de trabajos de investigación ha crecido considerablemente en el marco de los recursos naturales y medio ambiente en referencia al tema del agua. Estos trabajos han sido expuestos en el ámbito de revistas especializadas en economía, si bien en algunas ocasiones la fundamentación económica no ha sido muy rigurosa. En términos generales, y no siendo muy exhaustivos, los factores desencadenantes de esta preocupación serían la extrema sequía sufrida en esta década en España y las sucesivas discusiones provocadas por el Anteproyecto del Plan Hidrológico Nacional, los problemas medioambientales ocasionados por la interacción del hombre en la actividad económica y el mimetismo que se ha producido en nuestra profesión por trabajos de investigación realizados fuera de nuestras fronteras.

En particular, el trabajo de investigación que se desarrolla a continuación hay que enmarcarlo, adicionalmente a los planteamientos realizados más arriba, en el ámbito de la Región de Murcia, donde se circunscribe la aplicación empírica, puesto que se dan unas particularidades añadidas y diferenciadoras que subrayan el interés del mismo, como pueden ser: condiciones climáticas más severas, pluviometría muy escasa y en consecuencia un régimen natural de la Cuenca del Segura bajo mínimos, producciones agrícolas que están basadas en una agricultura intensiva y perfectamente comercializable con abundante necesidad del factor productivo agua, fuentes de suministro de agua concretadas principalmente en los acuíferos y el trasvase Tajo-Segura, y una explotación excesiva de las aguas subterráneas que ha llevado a declaraciones provisionales de sobreexplotación de algunos acuíferos de la Cuenca. Bajo estas premisas el presente trabajo resuelve un modelo de explotación socialmente óptima de un acuífero en el que el agua extraída se emplea para regar distintos cultivos, mediante un modelo de control óptimo, comparándolo con una solución donde se aplica la regla de captura (precio igual al coste medio) como si se tratase de un recurso natural de propiedad común no cooperativo. La cuantificación de los resultados obtenidos con la fundamentación económica se ha llevado a cabo en el acuífero Ascoy-Sopalmo de la Cuenca del Segura que tiene como característica principal que las reservas son mínimas, indicando cierto agotamiento del recurso. Geológicamente se estima que el nivel piezométrico actual está muy por debajo del que sería deseable, puesto que las condiciones de salinidad de las aguas son muy elevadas y están apareciendo serios riesgos de colmatación de algunas zonas del acuífero.

La preocupación de la ciencia económica por el agua subterránea no es nueva, siendo numerosas las contribuciones que han ido arrojando luz sobre la cuestión de la gestión óptima de este recurso desde los años cincuenta. Ya en 1971 R.G. Cummings, con importantes contribuciones en el estudio de este tipo de recursos, argumentaba: «a great deal of attention has been given to problems of aquifer management over the past two decades. The growth of interest in this class of problems has resulted from teh increasing importance of groundwater reserves for use in rapidly expanding economic activity, particularly in irrigation» [p. 1415].[1]

1. Este argumento, lógicamente, se refiere a situaciones en las que las necesidades totales de agua son superiores a las aguas superficiales de la zona.

En este sentido, es obligado mencionar los trabajos pioneros de Milliman (1956), Burt (1964, 1966, 1967, 1970), Domenico y otros (1968), Brown y Deacon (1972), Gisser y Mercado (1972), Gisser y Sánchez (1980), Allen y Gisser (1984), Kim y otros (1989), Neher (1990), Castro (1993), Rubio y otros (1994) y Rubio y Castro (1996).

Una característica común de esta literatura es la utilización de una función de demanda *agregada* de agua subterránea para uso agrícola, en la que se engloba a todos los cultivos a los que se abastece con el agua del acuífero, obteniendo una trayectoria óptima para la única variable de control: el agua total de riego extraída del acuífero; y otra para la variable de estado: normalmente alguna medida del stock de agua subterránea.

En este planteamiento no se tiene en cuenta el hecho de que los cultivos pueden ser distintos, y con distintas productividades, por lo que surgen varias cuestiones que quedarían por resolver: ¿cuál es el volumen de agua subterránea que resulta óptimo destinar a cada uno de esos cultivos en cada instante de tiempo?[2], a lo largo del tiempo ¿todos los cultivos de la zona deben regarse con las aguas del acuífero?, ¿sería óptimo dejar de regar inicialmente algunos de ellos?, o ¿sería óptimo abandonarlos pasado cierto período de tiempo?

Las cuestiones planteadas y sus posibles respuestas podrían incidir básicamente en la discusión actual del Anteproyecto del Plan Hidrológico Nacional y en la del Plan Nacional de Regadíos, en el sentido de que tanto una distribución racional y eficiente del recurso, particularmente de las aguas subterráneas en aquellas zonas donde su importancia es crucial para el desarrollo agrícola, como una planificación de las inversiones financieras para modernizar los regadíos, deben de tener en consideración las asignaciones *inter* e *intratemporales* del agua entre los diferentes cultivos que suelen tener diferentes productividades en las diversas áreas geográficas españolas.

Pues bien, el objetivo general de este trabajo se orienta a dar respuesta a este tipo de cuestiones. Basándonos en Kim y otros (1989) plantearemos un modelo en el que se incorpora al proceso de optimización dinámica la adaptación de la superficie de riego de cada cultivo a la evolución de la cantidad disponible del recurso agua subterránea. Adaptación que vendrá mediatizada por las productividades particulares de cada uno de esos cultivos.

En el trabajo mencionado, suponiendo que el acuífero se encuentra en su nivel de máxima capacidad, se obtienen trayectorias decrecientes para las variables de control (dos cultivos) y de estado, y creciente para el coste de uso del recurso, por lo que el precio del mismo se incrementa paulatinamente a lo largo del tiempo, hasta llegar al equilibrio de estado estacionario. A medida que esto ocurra, será óptimo ir reduciendo la superficie de los cultivos que presenten una menor capacidad para remunerar al input agua, hasta el punto del abandono de su producción (si es que no existiesen fuentes alternativas de abastecimiento), para ir dedicando dicho factor al riego de los cultivos con una mayor capacidad para remunerarlo.

2. Dado que para cada cultivo existe un requerimiento de agua deseable (*dotación teórica*) en función de diversos factores (especie, técnica de riego y características agroclimáticas de la zona) la respuesta de esta cuestión implicaría una determinada extensión de tierra dedicada a cada cultivo.

Frente a la situación analizada en el trabajo de Kim y otros (1989), aquí se presenta una modelización en sentido inverso. Se partirá de una situación de agotamiento del acuífero, lo que viene a corresponder al estado en el que se encuentra la unidad hidrogeológica de Ascoy-Sopalmo (Cuenca del Segura). Este acuífero constituye prácticamente la única fuente de abastecimiento de las tierras de regadío de su zona de influencia, presentando uno de los déficit hídricos más acentuados de la cuenca ya que desde los años setenta las extracciones han superado a la recarga[3]. Estas circunstancias suponen su idoneidad para aplicar este tipo de modelos de explotación socialmente óptima, tanto desde una vertiente de fundamentación económica, como desde una perspectiva de aplicación empírica.

Tomando como punto de partida el bajo nivel de las reservas de agua del acuífero, y como se verá en la resolución empírica del modelo, el stock correspondiente al estado estacionario será superior al inicial, lo que significa que la explotación del recurso comenzará con unas tasas de extracción inferiores a la recarga. Por lo tanto, las trayectorias de las variables de control y de estado serán crecientes, y las del coste de uso decreciente. Esto significa, al contrario de lo ocurrido en el trabajo de los autores mencionados anteriormente, que el comportamiento óptimo supondrá que se comience a regar únicamente los cultivos con una mayor productividad marginal. A medida que el stock de agua subterránea se aproxime al de equilibrio, se irá reduciendo el precio de dicho factor variable, lo que hará posible la puesta en producción de nueva superficie con cultivos de una menor productividad marginal.

De la resolución del modelo se obtendrán los instantes de tiempo (instantes *críticos* o de *transición*) en los que se inicia el riego de los cultivos de la zona. El hecho de partir de una situación inversa a la del trabajo de Kim y otros (1989) en cuanto al nivel de las reservas, permite ampliar y generalizar los resultados presentados por éstos, puesto que en nuestro trabajo, por una parte, se definen las trayectorias de las variables de control y estado a la izquierda del estado estacionario, lo que significa que los instantes críticos son instantes de incorporación de cultivos y, por otro lado, se modeliza el programa de optimización dinámica con una dimensión más amplia, siendo el número de cultivos cuatro. Adicionalmente, se obtendrá la expresión general de dichos instantes endógenos de transición, en función de los parámetros del problema, y se demostrará, adaptando el desarrollo de Burt (1964), que el coste de uso del recurso depende positivamente de la recarga del acuífero, y negativamente del tipo de interés.

Por lo tanto, del planteamiento de un modelo con estas características se desprenden dos resultados novedosos respecto a los modelos tradicionales de control óptimo aplicados a acuíferos: i) la obtención de una asignación *intertemporal* óptima del agua subterránea, determinando, adicionalmente, los instantes en que los cultivos comenzarían a o dejarían de ser regados con aguas procedentes del subsuelo; y ii) la obtención de una asignación *intratemporal* (transversal) óptima

3. Esto condujo a las autoridades competentes en la materia a emitir una declaración oficial de acuífero sobreexplotado: Acuerdo de 18 de noviembre de 1986 de *Declaración Provisional de Sobreexplotación del Acuífero de Ascoy-Sopalmo* (*Boletín Oficial de la Región de Murcia* de 7 de enero de 1987).

del recurso, quedando, pues, determinado el volumen de agua que se debe destinar a cada cultivo en un instante concreto de tiempo.

En vista del razonamiento anterior, el rasgo fundamental en el desarrollo de un modelo que recoja esta adaptación de los cultivos hay que buscarlo en la modelización de la demanda del agua subterránea. En lugar de utilizar una demanda agregada del factor, habría que partir de funciones *desagregadas* por cultivos, de modo que quedase individualizada la disposición a pagar que tiene el agricultor por el agua subterránea para cada especie cultivada. De este modo, la evolución del precio del recurso nos determinará la combinación óptima, tanto intertemporal como intratemporal, de las especies que se deben cultivar.

Una vez descritas las líneas maestras de este trabajo en los párrafos anteriores, nos parece relevante destacar una cuestión con el fin de establecer el verdadero alcance de las implicaciones de política económica que se desprendan del mismo. Tradicionalmente las aguas subterráneas han sido clasificadas como un recurso de propiedad común, en el que la no exclusividad en la explotación de las mismas conlleva la existencia de efectos externos. Estas externalidades implican que los agentes usuarios del recurso adoptan un comportamiento competitivo (descentralizado o de *no-control*), ya que no tienen incentivo a considerar las repercusiones de sus bombeos sobre el resto de usuarios, ni sobre los futuros costes de extracción. El resultado es una explotación ineficiente que se concreta en que el valor presente del flujo de beneficios futuros no es el máximo posible. En esta linea cabe mencionar los trabajos de Gisser y Mercado (1973), Gisser y Sánchez (1980), Feinerman y Knapp (1983), Negri (1989) y Provencher y Burt (1993).

Frente a la situación competitiva también se ha tratado el caso en el que el recurso se explota de una forma centralizada (o de *control*), tal y como sucede cuando existe un único propietario con acceso exclusivo al recurso (poco probable en relación a los acuíferos) o cuando una autoridad central (planificador) se encarga de la gestión del recurso. En este caso se han aplicado modelos de control óptimo (o programación dinámica) con el fin de determinar los programas de explotación eficientes, esto es, las trayectorias de extracciones que conducen a la maximización del valor del recurso. Buenos ejemplos de estos modelos de control los podemos encontrar en Burt (1964, 1967, 1970), Brown y Deacon (1972), Cumming y McFarlan (1974), Gisser y Sánchez (1980) y Kim y otros (1989).

En el caso de las aguas subterráneas, tal y como también sucede en el acuífero de Ascoy-Sopalmo, la situación habitual es que exista un número más o menos elevado de agentes con derecho a la utilización del recurso, por lo que su gestión no corresponde a la del propietario único. Por tanto si lo deseable es alcanzar una explotación socialmente óptima habrá que acudir a una explotación centralizada, en la que un planificador, a través de diversos mecanismos (impuestos, cuotas o haciéndose cargo directamente de las extracciones) provea una regla eficiente de utilización del recurso. Pero claro está, la implantación de un sistema de esta naturaleza no es gratuito. La modificación de los derechos de propiedad y todas las actuaciones necesarias para poner en marcha una explotación de control óptimo suponen unos costes a los que la comunidad ha de hacer frente. La cuestión que surge es inmediata: ¿la ganancia que se obtendría con una explotación de control frente a una competitiva es lo suficientemente elevada como para justificar su implantación?

En este contexto, es obligatorio mencionar el trabajo de Gisser y Sánchez (1980) en el que se comparan analíticamente las trayectorias de control y no-control, para unos supuestos concretos sobre funciones de costes, demanda y características hidrogeológicas. Citando textualmente concluyen: «[…] it was shown that if the storage capacity of the aquifer is relatively large, then the two strategies perform equally well.» [p. 641]. La aplicación que llevan a cabo sobre el acuífero de la cuenca del río Pecos (Nuevo México) arroja un resultado prácticamente idéntico tanto en términos de las trayectorias como del valor presente de los beneficios, por lo que desde este punto de vista y para ese caso concreto, parece poco justificable la implantación de un modelo de control.

A partir de esta aportación vieron la luz diversos trabajos encaminados a corroborar o refutar la conclusión de Gisser y Sánchez, todos ellos con aplicaciones referidas a acuíferos de Estados Unidos. Podemos mencionar Feinerman y Knapp (1983), Allen y Gisser (1984), Nieswiadomy (1985) y Kim y otros (1989).

Por nuestra parte uno de los objetivos pretendidos en este trabajo es extender este análisis a un acuífero español, en concreto al ya mencionado de Ascoy-Sopalmo, con el fin de justificar recomendaciones de política económica sobre la gestión del mismo. Esto implica la necesidad de estimar las funciones de demanda de agua subterránea para los diferentes cultivos de la zona, siendo esta parte un valor añadido de este artículo en relación a la literatura de recursos naturales y medio ambiente en España.

La estructura que seguiremos para alcanzar los diferentes objetivos planteados será la siguiente. En los epígrafes 2, 3 y 4, respectivamente, se describen los supuestos del modelo dinámico con adaptación de cultivos y se obtiene la solución del mismo para un escenario de *control* y otro de *no-control*. En el epígrafe 5 se lleva a cabo la contrastación empírica del modelo bajo sendos escenarios y se realizan diversas simulaciones para distintos valores del tipo de descuento y de la tasa de recarga. De esta forma se valorará cómo incide cada uno de esos parámetros en la pérdida de eficiencia del modelo competitivo frente al de control óptimo. En el epígrafe 6 se subrayan las conclusiones más importantes del trabajo. Por último, se configuran tres anexos: uno para demostrar la existencia de las trayectorias del escenario de control, un segundo en el que se resuelve el modelo de control en su primera iteración, y un tercero en el que se exponen algunos puntos sobre las funciones de demanda de agua subterránea de los cultivos.

2. Modelo dinámico con adaptación al entorno

En este apartado desarrollaremos los supuestos básicos de los modelos de optimización dinámica (*control* y *no-control*) que se analizarán posteriormente.

En primer lugar supondremos que en todo el horizonte del problema no se producen innovaciones tecnológicas ahorradoras de agua. Pensamos que este supuesto no resulta especialmente problemático dado que en la zona de estudio, el acuífero de Ascoy-Sopalmo, dada la carestía crónica de recursos hídricos, la tecnología actualmente utilizada alcanza un nivel de eficiencia cercano al 80%, que puede ser calificado de muy alto en relación a otras zonas españolas, y dificilmente mejorable, ya que es necesario cubrir unos requerimientos mínimos de agua para hacer viable el desarrollo de las especies cultivadas (García y Krinner (1993)). Evidentemente podemos pensar en mejoras revolucionarias que podrían tener su orijen en avances en la ingeniería genética, que sin duda no se producirían ni a corto ni a medio plazo. Adicionalmente, téngase en cuenta que en esta zona se riegan especies arbóreas por lo que el horizonte de vida de las explotaciones agrarias con la configuración actual es muy amplio. En cualquier caso, los resultados empíricos de este trabajo están basados en la estimación de las funciones de demanda actuales, y por lo tanto, tener en cuenta mejoras tecnológicas ahorradoras de agua afectaría sustancialmente a dichas demandas, lo que iría más alla del objetivo de este trabajo y podría constituir objeto de un trabajo posterior.

En segundo lugar, y relacionado con la aplicación empírica que se llevará a cabo en el epígrafe 5, se considerará que el stock inicial de agua subteránea es bajo, es decir, se partirá de una situación de agotamiento del recurso, lo que vendría a corresponder al estado de Ascoy-Sopalmo tal y como se ha comentado en la introducción.

Y en tercer lugar, escogeremos unas funciones de demanda de agua subterránea lineales.[4] Para un cultivo *i*, dicha demanda vendría dada por la expresión:

$$W_i = a_i - b_i P \qquad a_i, b_i > 0 \qquad i = 1, \ldots, n \tag{1}$$

donde W_i es el volumen de agua subterránea extraída para el riego de dicho cultivo, P es el precio por unidad de agua subterránea, y a_i, b_i son los parámetros de la demanda.

La configuración de estas funciones de demanda permiten definir la adaptación de los cultivos a la evolución del stock del agua subterránea. A medida que el stock del recurso aumenta para aproximarse a la situación estacionaria, su coste marginal disminuye lo que implicará el inicio del riego de cultivos con una menor demanda de agua subterránea. Concretamente, dicho inicio se producirá en el instante en el que el coste marginal se iguale a la ordenada en el origen de la función inversa de demanda del cultivo que comienza a ser regado. De esta forma, obtendremos de la resolución iterativa del problema, *n* instantes de tiempo (que llamaremos instantes críticos o de transición) en cada uno de los cuales se comienza a aplicar agua del subsuelo a un nuevo cultivo. En el estado estacionario los *n* cultivos se encontrarán en producción.[5]

4. Algunos exponentes representativos de la utilización de funciones lineales de demanda de agua subterránea son Gisser y Mercado (1973), Gisser y Sánchez (1980), Gisser (1983) y Conrad (1992).
5. En concreto, serán *n* los instantes si, inicialmente, el coste marginal del agua es superior a todas las ordenadas en el origen de las funciones inversas de demanda de agua subterránea, y si además, dicho coste marginal en el estado estacionario es inferior a las mencionadas ordenadas. Si algún cultivo presentase una ordenada superior al coste marginal inicial, entonces ese cultivo se regaría desde el comienzo de la extracción del recurso, siendo, por lo tanto, el número de instantes de incorporación igual a *n*-1 (este caso será el que adoptaremos en el desarrollo analítico posterior). Y así sucesivamente.

El excedente bruto asociado a la utilización del agua subterránea como input agrícola será el área bajo las funciones inversas de demanda, dadas unas tasas de extracción de agua para cada cultivo, representando la disposición a pagar de los agricultores por la utilización de este recurso. Por lo tanto, dicho excedente bruto total vendrá definido por la expresión:

$$\pi_B = \sum_{i=1}^{n} \int_0^{W_i} \left[\frac{a_i}{b_i} - \frac{1}{b_i} w \right] dw$$

donde W_i es el agua extraída para el riego del cultivo i. Es decir, para la función de demanda definida el excedente bruto será:

$$\pi_B = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{a_i}{b_i} W_i - \frac{1}{2b_i} W_i^2 \right]$$

El coste total de extracción del input supondremos que responde a la siguiente especificación:

$$CT = k_1 (SR - h) \sum_{i=1}^{n} W_i = (k_2 - k_1 h) \sum_{i=1}^{n} W_i$$

donde $k_1 > 0$ representa el coste de bombeo de un metro cúbico de agua por metro de elevación, SR es la cota de la superficie de riego, h la cota del nivel piezométrico y $k_2 = k_1 \cdot SR$.[6]

De este modo, el excedente neto de los agricultores vendrá determinado por la diferencia entre el excedente bruto y el coste de extracción del agua subterránea en un instante de tiempo determinado, es decir:

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{a_i}{b_i} - (k_2 - k_1 h) \right) W_i - \frac{1}{2b_i} W_i^2 \right]$$

Por último, el modelo se completa con la ecuación que modeliza la dinámica del acuífero:

$$(As)\dot{h} = R - \sum_{i=1}^{n} W_i \qquad [2]$$

donde A es el área del acuífero, s el coeficiente de almacenamiento del mismo, R la recarga natural y $\dot{h}$ el cambio a lo largo del tiempo de la cota del nivel piezométrico.[7]

6. Este tipo de representación de los costes de extracción ha sido empleada ampliamente en la literatura económica, siendo buenos ejemplos de ello Domenico y otros (1968), Martin y Archer (1971), Gisser y Sánchez (1980), Nieswiadomy (1985) y Kim y otros (1989).
7. El coeficiente de almacenamiento se define como la cantidad de agua cedida por un prisma de acuífero de un metro cuadrado de sección y altura la del acuífero, cuando el nivel piezométrico baja un metro.

Asímismo, y con fines simplificadores, estamos suponiendo que el flujo de retorno es nulo.[8]

Una vez explicitados los supuestos básicos del modelo, el objetivo del organismo o de los agricultores en la explotación de un acuífero es la maximización del valor presente descontado del excedente neto de estos últimos restringido tanto a las restricciones dinámicas como a las condiciones iniciales y de no-negatividad usuales. Formalmente, el problema de optimización dinámica que hay que resolver en varias etapas será, pues:

$$\left.\begin{array}{l} \underset{W_i,\, T_j}{Max}\; V = \sum_{j=1}^{n} J_j = \sum_{j=1}^{n} \int_{T_{j-1}}^{T_j} e^{-rt} \sum_{i=1}^{j} \left[\left(\frac{a_i}{b_i} - (k_2 - k_1 h_j) \right) W_i - \frac{1}{2b_i} W_i^2 \right] dt \\ \text{sujeto a:} \\ (As)\dot{h}_j = R - \sum_{i=1}^{j} W_i\,, \quad h_1(T_0) = h_0\,, \quad T_{j-1} \le t < T_j\,, \quad j = 1, \ldots, n \end{array}\right\} \qquad [3]$$

donde e es la función exponencial, T_0 es el instante inicial, T_j para $j = 1, \ldots, n-1$ son los instantes de incorporación que se obtendrán de la resolución del problema, $T_n = \infty$, y $a_1, \ldots, a_n$, $b_1, \ldots, b_n$, k_2, k_1, R y h_0 son constantes dadas que verifican:

$$\frac{a_1}{b_1} \ge k_2 - k_1 h_0 > \frac{a_2}{b_2} > \ldots > \frac{a_n}{b_n}$$

Planteado el problema de optimización desarrollaremos en los dos próximos apartados las soluciones de control y de no-control o competitiva.

3. Situación de control

El objetivo de una situación de control en la explotación de un acuífero es la maximización del valor presente descontado del excedente neto de los agricultores. En términos teóricos, la determinación de las trayectorias óptimas de todas las variables implica que se deba imponer un coste de uso del recurso en el proceso de gestión del mismo, el cual reflejará la ganancia que se puede obtener del ahorro de una unidad de stock de agua subterránea al reducir el futuro coste de extracción. En consecuencia, el problema de optimización [3] es válido para conseguir la solución perseguida.

Para esta tarea aplicaremos el Principio del Máximo, extendido a varias etapas[9], siendo las funciones hamiltonianas asociadas:

8. No obstante, introducir el flujo de retorno no alteraría los resultados del modelo. Adicionalmente, en el acuífero de Ascoy-Sopalmo se constata que el flujo de retorno es prácticamente nulo.
9. Un tratamiento formal de la teoría del control óptimo puede encontrarse en Kamien y Schwartz (1991), Seierstad y Sidsæter (1987). Para varias etapas puede verse Tomiyama (1985), Rossana (1985) y Amit (1986).

$$H_j(W_i,h_j,\lambda_j,t) = e^{-rt}\sum_{i=1}^{j}\left[\left(\frac{a_i}{b_i}-(k_2-k_1h_j)\right)W_i-\frac{1}{2b_i}W_i^2\right]+\lambda_j\frac{R-\sum_{i=1}^{j}W_i}{As}; \qquad [4]$$

$$T_{j-1}\leq t<T_j \qquad j=1,\ldots,n$$

donde W_i son las variables de control, h_j son las variables de estado en cada etapa, y λ_j son las variables de coestado o adjuntas. Esta variable, λ_j, representa el precio sombra del recurso para cada etapa, o sea, el beneficio presente de renunciar a extraer agua para reducir el futuro coste de extracción.[10] En palabras de Conrad y Clark (1987) el precio sombra del recurso se interpreta en términos económicos como: «the imputed value of an incremental unit in $x(t)$ (la variable de estado que en nuestro caso es $h(t)$) from the perspective of $t=0$» [p. 36].

Las condiciones necesarias que deben cumplirse en cada etapa son las siguientes:

$$\frac{\partial H_j}{\partial W_i}=0; \quad e^{-rt}\frac{(a_i-W_i)}{b_i}=e^{-rt}(k_2-k_1h_j)+\frac{\lambda_j}{As}; \quad i,j=1,\ldots,n \quad i\leq j \qquad [5]$$

$$-\frac{\partial H_j}{\partial h_j}=\dot{\lambda}_j; \quad \dot{\lambda}_j=-e^{-rt}k_1\sum_{i=1}^{j}W_i; \quad j=1,\ldots,n \qquad [6]$$

$$\frac{\partial H_j}{\partial \lambda_j}=\dot{h}_j; \quad \dot{h}_j=\frac{R-\sum_{i=1}^{j}W_i}{As}; \quad j=1,\ldots,n \qquad [7]$$

Siendo las condiciones de continuidad:

$$\lambda_j(T_j-)=\lambda_{j+1}(T_j+); \quad j=1,\ldots,n-1 \qquad [8]$$

$$H_j(T_j)=H_{j+1}(T_j); \quad j=1,\ldots,n-1 \qquad [9]$$

y la de transversalidad:

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_n\geq 0 \quad \text{y} \quad \lim_{t\to\infty}\lambda_n h_n=0 \qquad [10]$$

Cada etapa, por tanto, supone un problema de control óptimo con una variable de coestado específica, λ_j. Las ecuaciones [5] aseguran que para cada cultivo se iguale el beneficio marginal al coste marginal de extracción más el coste de uso, y también que el agua se asigne entre los cultivos hasta igualar el valor marginal de la productividad física de cada uno de ellos. Por lo tanto estas ecuaciones son

10. El Hamiltoniano anterior está definido en valor presente, con lo que el precio sombra, λ, también viene en valor presente. No obstante, el Hamiltoniano podríamos definirlo en valor corriente, con lo que el precio sombra equivalente quedaría: $\mu(t)=e^{\delta t}\lambda(t)$. En este caso, aunque difieran las condiciones necesarias del problema de optimización, la resolución no varía ni las trayectorias finales (véase Kamien y Schwartz (1991)).

necesarias para alcanzar la eficiencia intertemporal e intratemporal en la distribución de un recurso escaso. Las ecuaciones [6] expresan la dinámica del coste de uso. Las [7] representan la restricción dinámica del modelo en cada etapa.

Las ecuaciones [8] y [9] nos aseguran que la variable de coestado y la función hamiltoniana son continuas en el instante de incorporación.[11] La ecuación [10] muestra la condición de transversalidad que debe cumplirse cuando el tiempo se aproxima a infinito.

El problema planteado se resuelve iterativamente, teniendo que satisfacer las condiciones anteriores en cada iteración (etapa) así como en los instantes de transición de una a otra. A continuación resolveremos dicho problema para una etapa genérica j ($T_{j-1} \leq t < T_j$) para lo que es necesario tener en cuenta que la condición inicial será el valor de la variable de estado al final de la etapa anterior, es decir que la condición inicial para la etapa j será que $h_{j-1}(T_{j-1}) = h_j(T_{j-1})$. Asimismo se obtendrá el instante de inicio de la etapa siguiente T_j en el que se incorpora al riego el cultivo j+1.

La extracción óptima de agua para una etapa cualquiera j ($T_{j-1} \leq t < T_j$), así como su asignación entre los distintos cultivos, requiere que se cumplan las condiciones [5] a [7]. Resolviendo [5] para la variable de coestado tendremos que:

$$\lambda_j = (As)e^{-rt}\left[\left(\frac{a_i}{b_i} - (k_2 - k_1 h_j)\right) - \frac{1}{b_i} W_i\right]; \quad i = 1, \ldots, j \qquad [11]$$

diferenciando con respecto al tiempo:

$$\dot{\lambda}_j = -r(As)e^{-rt}\left[\left(\frac{a_i}{b_i} - (k_2 - k_1 h_j)\right) - \frac{1}{b_i} W_i\right] + (As)e^{-rt}\left[k_1 \dot{h}_j - \frac{1}{b_i}\dot{W}_i\right]; \quad i = 1, \ldots, j$$

y utilizando [7] para $\dot{h}_j$, [6] para $\dot{\lambda}_j$, y despejando $\dot{W}_i$ tenemos que:

$$\dot{W}_i = rW_i - rb_i k_1 h_j + \left(rb_i k_2 - ra_i + \frac{k_1 b_i R}{As}\right); \quad i = 1, \ldots, j$$

que junto con la restricción dinámica de las reservas forman el siguiente sistema de j+1 ecuaciones diferenciales:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{W}_i - rW_i - N_i h_j = M_i\,; \quad i = 1, \ldots, j \\ &\dot{h}_j + \frac{\sum_{i=1}^{j} W_i}{As} = m \end{aligned}\right\} \qquad [12]$$

donde $N_i = -r\, b_i\, k_1$, $M_i = r\, b_i\, k_2 - r\, a_i + (k_1\, b_i\, R)/(A\, s)$, y $m = R/As$.

11. Para el caso de dos etapas puede consultarse en relación a estas condiciones Tomiyama (1985). En Tomiyama y Rossana (1989) también se estudian las condiciones de optimalidad pero cuando las funciones del problema dependen explícitamente del instante de transición.

Se resolverá en primer lugar el sistema homogéneo y obtendremos posteriormente la solución particular del sistema completo. La resolución del sistema homogéneo pasa por resolver el determinante de orden j+1 siguiente:

$$\begin{vmatrix} \gamma - r & 0 & \cdot & 0 & -N_1 \\ 0 & \gamma - r & \cdot & 0 & -N_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \gamma - r & -N_j \\ \dfrac{1}{As} & \cdot & \cdot & \dfrac{1}{As} & \gamma \end{vmatrix} = 0$$

cuya ecuación característica asociada es:

$$(\gamma - r)^{j-1} \left[(\gamma - r)\gamma + \frac{1}{As} \sum_{i=1}^{j} N_i \right] = 0 \, .$$

Dado que se trata de un modelo con una sola variable de estado resulta que la ecuación característica relevante es la que aparece entre corchetes, por lo que sólo son dos las raíces a tener en cuenta para la resolución del problema (una mayor y otra menor que r).

Por lo tanto, las soluciones para las j variables de control y para la de estado tendrán la forma general:

$$W_i(t) = L_i + \sum_{q=1}^{2} l_{i,q} \exp[\gamma_q (t - T_{j-1})]; \quad T_{j-1} \le t < T_j; \quad i = 1, \ldots, j \qquad [13]$$

$$h_j(t) = L_{j+1} + \sum_{q=1}^{2} l_{j+1,q} \exp[\gamma_q (t - T_{j-1})]; \quad T_{j-1} \le t < T_j \qquad [14]$$

donde γ_q es el valor propio q-ésimo, $l_{i,q} = [\, N_i / (\gamma_q - r)] \cdot l_{j+1,q}$ es la constante arbitraria de la ecuación i-ésima asociada al valor propio q-ésimo, y L_i es la i-ésima solución particular.

Estas trayectorias deben satisfacer la condición de transversalidad [10], para lo cual introducimos [13] y [14] en la expresión [11] del precio sombra λ, con lo que obtenemos:

$$\lambda_j = (As) e^{-rt} \left[\frac{a_i - L_i}{b_i} + k_1 L_{j+1} - k_2 \right] -$$
$$- (As) \left[-k_1 \sum_{q=1}^{2} l_{j+1,q} \exp\{(\gamma_q - r)(t - T_{j-1})\} + \frac{1}{b_i} \sum_{q=1}^{2} l_{i,q} \exp\{(\gamma_q - r)(t - T_{j-1})\} \right] \qquad [15]$$

De [15] resulta claro que el cumplimiento de la condición de transversalidad requiere:

$$l_{j+1,q}, l_{i,q} = 0 \quad \text{si} \quad \gamma_q \ge r; \quad i = 1, \ldots, j$$

Por lo tanto, dado que sólo un valor propio es menor que r (que llamaremos γ_1), las trayectorias óptimas presentarán la forma:

$$W_i(t) = L_i + l_{i,1}\exp[\gamma_1(t - T_{j-1})]; \quad T_{j-1} \leq t < T_j; \quad i = 1, \ldots, j \qquad [16]$$

$$h_j(t) = L_{j+1} + l_{j+1,1}\exp[\gamma_1(t - T_{j-1})]; \quad T_{j-1} \leq t < T_j \qquad [17]$$

El siguiente paso es la obtención de los valores de estado estacionario de las variables de control y estado del problema (L_i y L_{j+1}) que corresponden a la solución particular del sistema completo. Hay que resolver, pues:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \cdot \\ L_j \\ L_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 & \cdot & 0 & -N_1 \\ 0 & -r & \cdot & 0 & -N_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & -r & -N_j \\ \dfrac{1}{As} & \cdot & \cdot & \dfrac{1}{As} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \cdot \\ M_j \\ m \end{bmatrix}$$

de donde se obtiene que:

$$L_i = \frac{N_i \sum_{i=1}^{j} M_i}{r \sum_{i=1}^{j} N_i} + \frac{N_i R}{\sum_{i=1}^{j} N_i} - \frac{M_i}{r}; \quad i = 1, \ldots, j \qquad [18]$$

$$L_{j+1} = -\frac{\sum_{i=1}^{j} M_i - rR}{\sum_{i=1}^{j} N_i} \qquad [19]$$

Sólo resta determinar los valores de las constantes $l_{i,1}$. Para ello acudimos a la condición inicial de la etapa j en la que nos encontramos, que se obtiene a partir de la condición inicial de [3] aplicando de forma secuencial la solución del problema:

$$h_{j-1}(T_{j-1}) = h_j(T_{j-1}) \qquad [20]$$

Teniendo en cuenta esta condición, haciendo $t = T_{j-1}$ en [17] y despejando se tendrá:

$$l_{j+1,1} = h_{j-1}(T_{j-1}) - L_{j+1}$$

valor que nos permite calcular $l_{i,1}$ mediante la expresión:

$$l_{i,1} = [N_i / (\gamma_1 - r)] \cdot l_{j+1,1}$$

De esta forma tendremos caracterizadas las trayectorias de las variables de control y de estado para el período $T_{j-1} \leq t < T_j$.

La transición a la siguiente etapa j+1 se producirá en el instante T_j. En dicho instante se iniciará el riego del cultivo siguiente. Por lo tanto dichos intantes de transición son valores endógenos que pasamos a determinar a continuación. Para ello se recurre a la ecuación [5] que establece que el beneficio marginal es igual para todos los cultivos a lo largo del tiempo, por lo que en T_j, dado que $W_{j+1}(T_j) = 0$, se cumplirá la siguiente condición[12]:

$$\frac{a_1 - W_1(T_j)}{b_1} = \frac{a_2 - W_2(T_j)}{b_2} = \ldots = \frac{a_j - W_j(T_j)}{b_j} = \frac{a_{j+1}}{b_{j+1}}\,; \quad j = 1, \ldots, n-1$$

Recurriendo a la última igualdad y despejando $W_j(T_j)$ se tiene:

$$W_j(T_j) = a_j - \frac{a_{j+1} b_j}{b_{j+1}}$$

que sustituyendo en la expresión [16] para $i = j$ permite obtener:

$$L_j + l_{j,1} \exp[\gamma_1 (T_j - T_{j-1})] = a_j - \frac{a_{j+1} b_j}{b_{j+1}} \qquad [21]$$

Resolviendo [21] para T_j tendremos:

$$T_j = \frac{1}{\gamma_1} \cdot \ln\left\{ \frac{1}{l_{j,1}} \left[a_j - \frac{a_{j+1} b_j}{b_{j+1}} - L_j \right] \right\} + T_{j-1}$$

Realizando en la expresión anterior las siguientes sustituciones:

— L_j por [18] para $i = j$
— $l_{j,1} = [N_j / (\gamma_1 - r)] \cdot l_{j+1,1}$
— $l_{j+1,1} = h_{j-1}(T_{j-1}) - L_{j+1}$
— L_{j+1} por [19]
— $N_i = -r\, b_i\, k_1$
— $M_i = r\, b_i\, k_2 - r\, a_i + (k_1 b_i\, R)/(As)$

y simplificando llegamos a la expresión de T_j en función de los parámetros del problema[13]:

$$T_j = \frac{1}{\gamma_1} \cdot \ln\left\{ \frac{As(r-\gamma_1)\left(b_{j+1} \sum_{i=1}^{j} a_i - a_{j+1} \sum_{i=1}^{j} b_i - b_{j+1} R \right)}{b_{j+1}\left[rAs\left(\sum_{i=1}^{j} a_i + \sum_{i=1}^{j} b_i \, (h_{j-1}(T_{j-1}) k_1 - k_2) - R \right) - k_1 R \sum_{i=1}^{j} b_i \right]} \right\} + T_{j-1}$$

12. En el Anexo I se demuestra que la condición de continuidad [9] implica que $W_{j+1}(T_j) = 0$.
13. En aras de una mayor claridad ilustrativa presentaremos en el Anexo II la resolución anterior para el caso concreto de la iteración 1 ($j = 1$).

De esta forma quedaría completada la iteración j. En T_j se incorporaría el cultivo j+1 y se iniciaría una nueva iteración resolviendo de nuevo el sistema de ecuaciones [12] para j+1.

Como ya se comentó en la introducción, uno de los objetivos del trabajo es determinar en qué medida los cambios en el tipo de descuento y en la tasa de recarga influyen en la divergencia entre la solución de control y la de no-control. Aunque en el epígrafe 5 llevaremos a cabo este análisis de sensibilidad para el acuífero de Ascoy-Soplamo, nos parece que puede resultar clarificador determinar teóricamente el papel de estos parámetros. Dado que la diferencia entre ambos escenarios viene dada porque en el de control se considera el coste de uso del recurso y en el competitivo no, la forma de proceder será calcular la expresión de dicho coste de uso en el estado estacionario. Este cálculo permitirá conocer los determinantes de esta variable y establecer qué parámetros juegan a favor o en contra de la convergencia de los programas de explotación.[14]

En el estado estacionario podemos eliminar los subíndices para λ y h y escribir la condición necesaria [5] como:

$$p - CMg = \frac{1}{As}\lambda e^{rt}$$

donde $p = (a_i - W_i)/b_i$, $CMg = k_2 - k_1 h$ y el miembro de la derecha es el coste de uso. Si calculamos el límite de este coste de uso tenemos un símbolo de indeterminación del tipo $0 \cdot \infty$, ya que por la condición de transversalidad $\lim\limits_{t\to\infty}\lambda = 0$. Este símbolo de indeterminación también se puede escribir como:

$$\lim_{t\to\infty}\lambda e^{rt} = \lim_{t\to\infty}\frac{\lambda}{e^{-rt}} = \frac{0}{0}$$

por lo que aplicando la regla de L'Hôpital tendremos:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\lambda}{e^{-rt}} = \lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}}{-re^{-rt}}$$

donde $\dot{\lambda} = -e^{-rt}k_1 W$ por la condición [6], siendo W la tasa de extracción agregada. En ese caso tendremos que:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\lambda}}{-re^{-rt}} = \lim_{t\to\infty}\frac{k_1 R}{r}$$

ya que el $\lim\limits_{t\to\infty} W = R$, lo que finalmente nos da:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{As}\lambda e^{rt} = \frac{k_1 R}{Asr}$$

14. Para más detalle véase Burt (1964).

Por lo que el coste de uso será tanto mayor cuanto mayor sea la recarga (R), mayor sea el coste de bombeo de un m^3 de agua por metro de elevación (k_1), y será tanto menor cuanto mayor sea el área del acuífero (A), el coeficiente de almacenamiento (s) y el tipo de interés (r).

4. Situación competitiva entre usuarios (no-control)

En este apartado vamos a modelizar la situación que se produce cuando se actúa bajo un régimen de propiedad común sobre las aguas subterráneas, pero con competencia entre los agricultores extractores de las mismas. Esta circunstancia puede surgir de la ausencia de derechos de propiedad sobre las aguas del subsuelo o por la inexistencia de mecanismos eficientes destinados a garantizar el respeto a tales derechos, junto con la presencia de interacción en los bombeos de los agricultores.

En este contexto se actuaría bajo competencia, con lo que el agricultor extraerá agua hasta el punto en el que el valor de la productividad marginal iguale al coste marginal de dicha extracción. Este comportamiento miope produce una pérdida de bienestar social a lo largo del tiempo que se hace patente en el hecho de no tener en cuenta el coste de uso en la toma de decisiones, incrementándose conforme el tipo de interés es cada vez más pequeño.

Una vez dicho lo anterior, se sustituye el coste marginal, $CM_g = k_2 - k_1 h_1$, por el precio en [1], y despejando W_1, resulta:

$$W_1 = a_1 - k_2 b_1 + k_1 b_1 h_1 \qquad [22]$$

de este modo el coste de uso es ignorado a lo largo del tiempo.[15]

Introduciendo [22] en [2] y reordenando tendríamos:

$$(As)\dot{h}_1 + k_1 b_1 h_1 - (R - a_1 + k_2 b_1) = 0$$

con lo que:

$$\dot{h}_1 + \frac{k_1 b_1 h_1}{As} - \frac{(R - a_1 + k_2 b_1)}{As} = 0 \qquad [23]$$

La resolución de la ecuación diferencial lineal [23] nos permite hallar la trayectoria del stock para la primera etapa:

$$\bar{h}_1(t) = \frac{R - a_1 + k_2 b_1}{k_1 b_1} + \left[h_0 - \frac{R - a_1 + k_2 b_1}{k_1 b_1}\right] \cdot \exp\left\{-\frac{k_1 b_1}{As}(t - T_0)\right\} \qquad [24]$$

Introduciendo [24] en [22] tenemos que:

$$\overline{W}_1(t) = \frac{a_1 b_1 + b_1(R - a_1)}{b_1} - \frac{b_1[(R + (k_2 - k_1 h_0) b_1) - a_1]}{b_1} \cdot \exp\left\{-\frac{k_1 b_1}{As}(t - T_0)\right\} \qquad [25]$$

15. Para simular los mismos resultados que se alcanzarán con la resolución del problema de *no-control*, se podría suponer que el coste de uso es cero o el tipo de interés es infinito en el problema planteado [3].

Las ecuaciones [24] y [25] caracterizan las trayectorias en la etapa 1, cuando se riega un solo cultivo. Hallado $\overline{T}_1$, estas ecuaciones representan el equilibrio para la situación de propiedad común con competencia para $T_0 \le t < \overline{T}_1$.

De nuevo, la obtención de las trayectorias para el resto de etapas se realiza iterativamente, incorporando tras la obtención de cada instante de transición un nuevo cultivo. Las soluciones generales tendrán, por lo tanto, la forma:

$$\overline{h}_j(t) = \frac{R-\alpha(j)+k_2\beta(j)}{k_1\beta(j)} + \left[\overline{h}_{j-1}(\overline{T}_{j-1}) - \frac{R-\alpha(j)+k_2\beta(j)}{k_1\beta(j)}\right] \cdot \\ \cdot \exp\left\{-\frac{k_1\beta(j)}{As}(t-\overline{T}_{j-1})\right\} \quad \overline{T}_{j-1} \le t < \overline{T}_j \;; \quad j = 1,\ldots,n \qquad [26]$$

$$\overline{W}_i(t) = \frac{a_i\beta(j)+b_i(R-\alpha(j))}{\beta(j)} - \frac{b_i[\delta(j)-\alpha(j)]}{\beta(j)} \cdot \exp\left\{-\frac{k_1\beta(j)}{As}(t-\overline{T}_{j-1})\right\} \qquad [27]$$

$$\overline{T}_{j-1} \le t < \overline{T}_j \;; \quad i,j = 1,\ldots,n \;; \quad i \le j$$

Siendo

$$\beta(j) = \sum_{i=1}^{j} b_i\,, \quad \alpha(j) = \sum_{i=1}^{j} a_i\,, \quad \text{y} \quad \delta(j) = [R+(k_2-k_1\overline{h}_{j-1}(\overline{T}_{j-1}))\beta(j)]$$

A pesar de no considerar una renta de escasez, y tal como ya comentamos anteriormente, habría que tener en cuenta que la pauta de comportamiento de los agentes usuarios del recurso en este escenario también respeta la restricción dinámica del modelo, con lo que en el estado estacionario el acuífero presentará un balance equilibrado, al igual que en un escenario de control óptimo.

Al igual que se hizo para el escenario de control, podemos obtener las expresiones de los instantes de transición en función de los parámetros del problema. Para ello tendremos en cuenta lo comentado anteriormente, esto es, que el agricultor extrae agua hasta el punto en el que el coste marginal de extracción se iguala al precio del recurso. Dado que $W_{j+1}(\overline{T}_j) = 0$ en el instante de transición $\overline{T}_j$, se cumplirá:

$$k_2 - k_1\overline{h}_j(\overline{T}_j) = \frac{a_{j+1}}{b_{j+1}}$$

Sustituyendo $h_j(\overline{T}_j)$ por la expresión [26] y resolviendo para $\overline{T}_j$ obtendremos:

$$\overline{T}_j = -\frac{As}{k_1\sum_{i=1}^{j} b_i}\ln\left\{\frac{b_{j+1}\sum_{i=1}^{j} a_i - a_{j+1}\sum_{i=1}^{j} b_i - b_{j+1}R}{b_{j+1}\left[\sum_{i=1}^{j} a_i + \sum_{i=1}^{j} b_i\,(h_{j-1}(\overline{T}_{j-1})k_1-k_2)-R\right]}\right\}$$

Al igual que en el escenario anterior, resolveríamos el problema de una forma recursiva incorporando en cada instante de transición un nuevo cultivo.

5. Un caso práctico: el acuífero de Ascoy-Sopalmo

El acuífero de Ascoy-Sopalmo se encuentra situado en la parte noroeste de la Cuenca del Segura. Sus aguas constituyen la única fuente de abastecimiento de las tierras de regadío de su zona de influencia. El agua extraida se destina al riego, fundamentalmente, de cultivos leñosos, siendo los más importantes desde el punto de vista del consumo de agua y de la superficie ocupada, el melocotón, albaricoque, ciruela y limón. Estos cuatro cultivos absorben más del 80% del agua y del 75% de la tierra que se destinan al uso agrícola. Es de destacar la importancia del melocotón que supone el destino del 58,3% del agua de riego.[16]

En la tabla 1 recogemos los parámetros hidrogeológicos y económicos de este acuífero, con los que resolveremos numéricamente el problema de optimización.

En el Anexo III se proporciona información adicional sobre los parámetros de las funciones de demanda lineales de agua subterránea para los cuatro cultivos representativos. Como podemos observar en esta tabla, suponemos como condición inicial que el nivel piezométrico se sitúa a 200 metros sobre el nivel del mar, altura comprendida dentro de los márgenes estimados en Ascoy-Sopalmo para esta variable, reflejando la situación de fuerte agotamiento a la que está sometido este acuífero.[17]

Las ecuaciones [28] a [31] siguientes son las trayectorias de las variables de control y de estado, para la situación de control, considerando un valor para la recarga de **3 Hm³/año**, una tasa de descuento del 10%, y que $T_0 = 0$:

— Para $0 \leq t < 35{,}4$, se regaría con agua subterránea sólo el melocotón. $T_1 = 35{,}4$ es el instante en el que se comenzaría a regar el albaricoque:

$$\begin{aligned} W_1(t) &= 3.000.000 - 993.747 \cdot \exp[(-0{,}00134575)t] \\ h_1(t) &= 501{,}4 - 301{,}4 \cdot \exp[(-0{,}00134575)t] \end{aligned} \qquad [28]$$

— Para $35{,}4 \leq t < 70{,}2$, se regaría melocotón y albaricoque. $T_2 = 70{,}2$ es el instante en el que se comenzaría a regar el ciruelo:

$$\begin{aligned} W_1(t) &= 2.869.154 - 816.669 \cdot \exp[-0{,}00155811(t-35{,}4)] \\ W_2(t) &= 130.846 - 130.846 \cdot \exp[-0{,}00155811(t-35{,}4)] \\ h_2(t) &= 462{,}2 - 248{,}2 \cdot \exp[-0{,}00155811(t-35{,}4)] \end{aligned} \qquad [29]$$

16. Para un mayor detalle sobre las características de este acuífero véase Pardo (1995).
17. Concretamente, según datos de la Consejería de Política Territorial y Obras Públicas de la Región de Murcia (1987) la cota del nivel piezométrico presenta un abanico comprendido entre 163 y 227 metros sobre el nivel del mar.

— Para $70{,}2 \le t < 86{,}4$, se regaría melocotón, albaricoque y ciruelo. $T_3 = 86{,}4$ es el instante en el que se comenzaría a regar el limón:

$$\begin{aligned}
W_1(t) &= 2.569.786 - 474.174 \cdot \exp[-0{,}00251801(t-70{,}2)] \\
W_2(t) &= 82.881 - 75.972 \cdot \exp[-0{,}00251801(t-70{,}2)] \\
W_3(t) &= 347.332 - 347.332 \cdot \exp[-0{,}00251801(t-70{,}2)] \\
h_3(t) &= 372{,}6 - 145{,}5 \cdot \exp[-0{,}00251801(t-70{,}2)]
\end{aligned} \qquad [30]$$

— Y finalmente, para $86{,}4 \le t < \infty$, se regarían los cuatro cultivos:

$$\begin{aligned}
W_1(t) &= 2.411.627 - 297.042 \cdot \exp[-0{,}00381067(t-86{,}4)] \\
W_2(t) &= 57.542 - 47.592 \cdot \exp[-0{,}00381067(t-86{,}4)] \\
W_3(t) &= 231.480 - 217.583 \cdot \exp[-0{,}00381067(t-86{,}4)] \\
W_4(t) &= 299.352 - 299.352 \cdot \exp[-0{,}00381067(t-86{,}4)] \\
h_4(t) &= 325{,}3 - 92{,}3 \cdot \exp[-0{,}00381067(t-86{,}4)]
\end{aligned} \qquad [31]$$

Tabla 1. Parámetros económicos e hidrogeológicos de Ascoy-Sopalmo.

Símbolo	**Descripción**	**Valor**
b_1	Pendiente de la función de demanda de agua para melocotón (v.abs.)	27845,6
b_2	Pendiente de la función de demanda de agua para albaricoque (v.abs.)	4461,4
b_3	Pendiente de la función de demanda de agua para ciruela (v.abs.)	20396,9
b_4	Pendiente de la función de demanda de agua para limón (v.abs.)	28062,2
a_1	Ord. en el orig. de la función de demanda de agua para melocotón	2702090
a_2	Ord. en el orig. de la función de demanda de agua para albaricoque	104079,5
a_3	Ord. en el orig. de la función de demanda de agua para ciruela	444244,6
a_4	Ord. en el orig. de la función de demanda de agua para limón	592075,1
k_1	Coste de bombeo de un m^3 de agua por metro de elevación (Pts)	0,12
k_2	Ord. en el orig. de la función de coste marginal	48,0
α	Coeficiente de retorno	0,0
A	Area del acuífero (km^2)	350,0
s	Coeficiente de almacenamiento	0,007
R	Recarga del acuífero (m^3/año)[a]	3.000.000,0
H_0	Cota inicial del nivel piezométrico (m)	200,0

Fuente: Consejería de Política Territorial y Obras Públicas (1987) y elaboración propia (véase Anexo III).

a. Se calcula que la recarga está comprendida entre 3 y 7 Hm^3/año, siendo dicha recarga muy irregular debido al régimen escaso y torrencial de las precipitaciones en la zona (Consejería de Política Territorial y Obras Públicas de la Región de Murcia (1987)).

donde W_1, W_2, W_3 y W_4 representan el agua subterránea para melocotón, albaricoque, ciruela y limón, respectivamente. El valor presente del excedente neto (VPEN en adelante) de los agricultores ascendería en este caso a $7{,}55744 \cdot 10^8$ pesetas.

Por otro lado, para el escenario de no-control y considerando asimismo una recarga de **3 Hm³/año** y una tasa de descuento del 10%, tendríamos las ecuaciones [32] a [35] siguientes:

— Para $0 \leq t < 14{,}3$, se regaría con agua subterránea sólo el melocotón. $\overline{T}_1 = 14{,}3$ es el instante en el que se comenzaría a regar el albaricoque:

$$\begin{aligned} \overline{W}_1(t) &= 3.000.000 - 966.204 \cdot \exp[-0{,}00136386\, t] \\ \overline{h}_1(t) &= 489{,}2 - 289{,}2 \cdot \exp[-0{,}00136386\, t] \end{aligned} \tag{32}$$

— Para $14{,}3 \leq t < 48{,}6$, se regaría el melocotón y albaricoque. $\overline{T}_2 = 48{,}6$ es el instante en el que se comenzaría a regar el ciruelo:

$$\begin{aligned} \overline{W}_1(t) &= 2.869.154 - 816.671 \cdot \exp[-0{,}00158238(t-14{,}3)] \\ \overline{W}_2(t) &= 130.846 - 130.846 \cdot \exp[-0{,}00158238(t-14{,}3)] \\ \overline{h}_2(t) &= 450{,}0 - 244{,}4 \cdot \exp[-0{,}00158238(t-14{,}3)] \end{aligned} \tag{33}$$

— Para $48{,}6 \leq t < 64{,}4$, se regaría melocotón, albaricoque y ciruelo. $\overline{T}_3 = 64{,}4$, es el instante en el que se comenzaría a regar el limón:

$$\begin{aligned} \overline{W}_1(t) &= 2.569.786 - 474.174 \cdot \exp[-0{,}00258141(t-48{,}6)] \\ \overline{W}_2(t) &= 82.882 - 75.972 \cdot \exp[-0{,}00258141(t-48{,}6)] \\ \overline{W}_3(t) &= 347.332 - 347.332 \cdot \exp[-0{,}00258141(t-48{,}6)] \\ \overline{h}_3(t) &= 360{,}4 - 141{,}9 \cdot \exp[-0{,}00258141(t-48{,}6)] \end{aligned} \tag{34}$$

— Y finalmente, para $64{,}4 \leq t < \infty$, se regarían los cuatro cultivos:

$$\begin{aligned} \overline{W}_1(t) &= 2.411.627 - 297.042 \cdot \exp[-0{,}00395589(t-64{,}4)] \\ \overline{W}_2(t) &= 57.542 - 47.592 \cdot \exp[-0{,}00395589(t-64{,}4)] \\ \overline{W}_3(t) &= 231.480 - 217.583 \cdot \exp[-0{,}00395589(t-64{,}4)] \\ \overline{W}_4(t) &= 299.352 - 299.352 \cdot \exp[-0{,}00395589(t-64{,}4)] \\ \overline{h}_4(t) &= 313{,}1 - 88{,}9 \cdot \exp[-0{,}00395589(t-64{,}4)] \end{aligned} \tag{35}$$

En este caso el VPEN estimado asciende a $7{,}53414 \cdot 10^8$ pesetas.

Como se puede observar, de la resolución del problema de optimización obtenemos unas trayectorias crecientes para todas las variables. El carácter creciente de la variable de estado, h_j, está reflejando un bajo nivel del stock inicial y, por lo tanto, una situación de agotamiento del acuífero. En este sentido, la adopción de un programa de explotación del acuífero tendente a la consecución de su equilibrio, pasaría por iniciar dicha explotación con unas tasas de extracción inferiores a la recarga natural, lo cual haría incrementar el stock del recurso progresivamente. Así, de un modo gradual, y siempre distribuyendo el agua bombeada entre los cultivos según las trayectorias correspondientes a las variables de control, aumentaría el volumen extraído hasta llegar al estado estacionario, en el que dichas extracciones serían iguales a la recarga natural, como queda reflejado en la ecuación [2] al hacer $\dot{h} = 0$.

Por otro lado, los resultados obtenidos suponen que los cultivos comiencen a ser regados con agua del acuífero secuencialmente a medida que el coste del recurso descienda como consecuencia del aumento del stock. El programa óptimo comenzaría por utilizar agua del acuífero para el riego del melocotón. Concretamente, cuando se considera una recarga de 3 Hm^3/año, aproximadamente los 2/3 de la recarga se destinarían a este cultivo durante 35,4 y 14,3 años, para los escenarios de control y no-control, respectivamente. Transcurrido este período, el precio del recurso habría descendido hasta un nivel tal que permitiría destinar parte de las extracciones al riego del albaricoque. El siguiente cultivo en comenzar a ser regado con agua subterránea sería el ciruelo y, en último lugar, el limón. Los instantes concretos de este inicio se recogen en la tabla 2.

Como se puede ver, los instantes de incorporación son inferiores en la situación competitiva que en la de control. Esta diferencia viene ocasionada por la imputación en el precio del agua de un coste de uso en este último escenario. En el instante de inicio del riego de un cultivo, el precio del recurso se iguala al valor máximo de la productividad marginal de dicho cultivo. En el escenario de control, dado que se está teniendo en cuenta el coste de uso, el coste marginal de extracción ha de ser inferior que en el escenario de no-control. Por lo tanto, el stock habrá de ser mayor, lo cual implica que debe transcurrir un mayor período de tiempo hasta la incorporación del cultivo (véase tabla 3 columnas 4ª y 5ª).

La tabla 3 permite comparar los volúmenes de extracción y la cota del nivel piezométrico en ambos regímenes de explotación a lo largo del tiempo. En concreto se han utilizado los instantes de transición expuestos en la tabla 2. Como podemos ver, para cualquier momento del tiempo, el nivel de agua extraído en la situación de control es inferior al de no-control, lo cual es consecuencia de lo comentado en el párrafo anterior. Así, por ejemplo, véase que para el instante 14,3 el nivel de extracción en la situación de no-control es 37.300 m^3 más, siendo el volumen total el resultado de igualar el coste de extracción al valor máximo de

Tabla 2. Instantes de inicio de riego con agua de Ascoy-Sopalmo.

	Recarga: 3 Hm^3/año	
Cultivos	**Control**	**No-control**
Albaricoque	35,4	14,3
Ciruela	70,2	48,6
Limón	86,4	64,4

Tabla 3.

	$W(t)$ (Hm³/año)		$h(t)$ (m)	
Instantes	**Control**	**No-control**	**Control**	**No-control**
0	2,0063	2,0338	200,0	200,0
14,3	2,0252	2,0525	205,7	205,6
35,4	2,0525	2,0793	214,0	213,6
48,6	2,0691	2,1025	219,1	218,5
64,4	2,0944	2,1384	225,0	224,2
70,2	2,1025	2,1580	227,1	226,2
86,4	2,1384	2,2102	233,0	231,6
∞	3,0000	3,0000	325,3	313,1

la productividad marginal del albaricoque (cultivo que se incorpora en dicho instante). Ese mismo nivel de extracción de agua se alcanza en la situación de control en el instante 35,4. La diferencia con el escenario de no-control es que ahora el stock de agua es mayor, con lo que el coste de extracción será menor, si bien la interpretación de este escenario supone sumar a dicho coste de extracción el coste de uso, siendo esta suma igual al valor máximo de la productividad marginal del albaricoque.

Las diferencias mencionadas entre ambos escenarios indican que una de las cuestiones relevantes a considerar es el coste de uso, de tal forma que si éste es tenido en cuenta, las reservas del acuífero son más elevadas, como se puede observar comparando la cuarta y la quinta columna de la tabla 3, que diferencia esos valores para los escenarios de control y no-control, respectivamente. Esto permite argumentar que la consideración del coste de uso podría ser una justificación plausible para la regulación del acuífero, puesto que permitiría a largo plazo almacenar un mayor volumen de reservas. No obstante, posicionarse sobre la regulación de las extracciones basándose solamente en esta información parece no ser conveniente, puesto que se debería complementar con la cuantificación del valor presente del excedente neto que se alcanza en cada escenario. En el apartado siguiente se tratará esta cuestión, lo que va a facilitar información adicional para considerar la posible regulación del acuífero estudiado.

5.1. ¿Control o no-control?

Además del análisis positivo que se ha llevado a cabo en los apígrafes anteriores, uno de los objetivos iniciales de este trabajo era comparar la pérdida de eficiencia, en términos del VPEN, que supone una explotación competitiva frente a una de control óptimo en el contexto del acuífero sobre el que se realiza el estudio. Esto permitirá ofrecer alguna conclusión de tipo normativo acerca de la gestión de Ascoy-Sopalmo, estableciendo la comparación con los resultados obtenidos por otros autores para acuíferos del sur de los Estados Unidos. Por lo tanto, nues-

Tabla 4. Valor presente del excedente neto de los agricultores (pts).

	Recarga: 3 Hm³/año	
Tasa de descuento	**Control**	**No-control**
10%	$7{,}55744 \cdot 10^8$	$7{,}53414 \cdot 10^8$
5%	$1{,}54224 \cdot 10^9$	$1{,}53161 \cdot 10^9$

tra intención es aportar datos adicionales, y referidos por primera vez a un caso español, que apoyen o no la conclusión de Gisser y Sánchez.

Estos autores establecieron analíticamente que cuanto mayor fuese la capacidad de almacenamiento del acuífero en relación a la recarga y a la pendiente de la función de demanda de agua subterránea, menores serían las diferencias entre las trayectorias de control y no-control. Así pues, esta conclusión tiene un claro componente normativo ya que si la capacidad de almacenamiento es grande en los términos anteriormente apuntados, los beneficios adicionales que podrían obtener los agricultores con una explotación óptima pueden ser insignificantes, no existiendo, pues, justificación económica para regular la explotación del recurso. Adicionalmente, este último argumento se ve reforzado si se consideran los costes de implantar un control de las extracciones, ya sea mediante coutas o impuestos (cálculo exacto, vigilancia, efectos redistributivos, resistencia de los usuarios si los beneficios potenciales no son sustanciosos,…).[18]

Pasemos, pues, a comparar los valores del VPEN para control y no-control, realizando, además, una pequeña calibración de la sensibilidad de dicho valor presente ante una variación del tipo de interés y de la tasa de recarga.

En la tabla 4 se recoge esta magnitud en el caso en que la recarga es de 3 Hm^3/año, para unas tasas de descuento del 10 y del 5%.

Este análisis de sensibilidad pone de manifiesto la pérdida de eficiencia que se produce en el escenario de no-control, puesto que el VPEN es inferior al obtenido en el escenario de control. Esta pérdida de eficiencia está provocada por la externalidad que supone la explotación del acuífero en un contexto competitivo en el que los bombeos de un usuario afecta a los costes del resto.

Ahora bien, también se constata que la diferencia entre ambos escenarios es extremadamente pequeña. Para una tasa de descuento del 10% dicha diferencia asciende a 2.330.000 pesetas, es decir a un 0,31%. Utilizando una tasa de descuento del 5% la diferencia nominal es de 10.630.000 pesetas y en términos porcentuales del 0,69%.

Se corrobora, tal y como se demostró teóricamente en el apartado 3, que el resultado de ambos escenarios converge conforme aumenta la tasa de descuento.

18. En relación a este último extremo puede verse Milliman (1956), Baumol y Oates (1975), Sadka (1980) o Feinerman y Knapp (1983).

Efectivamente, a mayores tasas de descuento, mayor es la importancia que tiene el presente en el comportamiento de los agentes, con lo que el papel que juega el coste de uso en el escenario de control queda contrarrestado. Es decir, menor será el incentivo a renunciar a extracciones en el presente con el fin de reducir el coste de extracción en el futuro.

También se ha realizado la estimación del VPEN para una recarga de 7 Hm^3/año, que es el valor máximo que se da para este parámetro en Ascoy-Sopalmo. Los resultados quedan recogidos en la tabla 5.

En este caso, con una tasa de descuento del 10%, la diferencia porcentual entre los VPEN de los dos escenarios considerados es igual que con la recarga de 3 Hm^3/año, es decir, un 0,31%, lo que supone una diferencia nominal de 2.538.000 pts. Si se utiliza una tasa de descuento del 5%, entonces la diferencia aumenta, tanto en términos porcentuales como en valor absoluto. En concreto, dicha diferencia ascendería a 38.580.000 pts., que equivale a un 2,1%.

Con los resultados obtenidos se puede decir que los potenciales beneficios de un escenario de control sobre el acuífero de Ascoy-Sopalmo frente a uno competitivo, serían exiguos. Sólo en una situación de recarga elevada y sostenida en el tiempo (poco probable en este acuífero), y tipos de interés muy reducidos, las ganancias nominales totales de la regulación pueden ser apreciables, si bien en términos per-cápita serían poco relevantes. En cualquier caso, aunque no se han estimado los costes de implantar una regulación de las extracciones (que queda fuera del objetivo de este trabajo), los resultados apuntan la posibilidad de que las ganancias sean escasas, por lo que, desde el punto de vista del VPEN, no habría justificación para la puesta en marcha de una gestión de control óptimo. Por lo tanto, la evidencia aquí recogida coincide con la conclusión de Gisser y Sánchez.

Estos resultados son coincidentes con los obtenidos en otros estudios (tabla 6). Así, en el propio trabajo de Gisser y Sánchez (1980) utilizando una tasa de descuento del 10%, obtienen el mismo VPEN para control y no-control en el acuífero de la cuenca del río Pecos (Nuevo México). Posteriormente, Allen y Gisser (1984) utilizando una función de demanda no lineal y para la misma zona, vuelven a obtener el mismo valor para ambos escenarios. En Nieswiadomy (1985), para el acuífero del Altiplano de Texas, la diferencia obtenida es del 0,28% con una tasa de descuento del 10%, y del 1,92% con el 5%. En Worthington y otros (1985), centrados en el acuífero Crow Creek (Montana), para una tasa de

Tabla 5. Valor presente del excedente neto de los agricultores (pts).

	Recarga: 3 Hm^3/año	
Tasa de descuento	**Control**	**No-control**
10%	$8{,}25401\cdot10^8$	$8{,}22863\cdot10^8$
5%	$1{,}82179\cdot10^9$	$1{,}78321\cdot10^9$

Tabla 6.

Trabajo	**FD**	**TD**	**VC**	**DIF**	**Zona**
Gisser y Sánchez (1980)	Lineal	10	1	0	Pecos Basin
Feinerman y Knapp (1983)	Lineal	5	1	14	Kern County
Allen y Gisser (1984)	Lineal	5	1	0,02	Pecos Basin
	Isoelástica	10	1	0,01	
	Isoelástica	5	1	0,03	
Nieswiadomy (1985)	Lineal	10	1	0,28	High Plains
	Lineal	5	1	1,92	
Worthington y otros (1985)	PM	6	1	2,4-0,9	Crow Creek V.
Kim y otros (1989)	Lineal	5	2	0,75	High Plains
	Lineal	2	2	3,7	
Provencher y Burt (1994)	PM	5	1	3	Madera County
Knapp y Olson (1995)	Lineal	5	1	2,6	Kern County

FD: Función de demanda estimada; **TD:** Tasa de descuento (%); **VC:** Número de variables de control; **DIF:** Diferencia en el VPEN de control y no-control (%); **PM:** Programación matemática.

descuento del 6% la diferencia va de un 0,9 a un 2,4% para valores del stock en los que el acuífero se comporta como libre (como en el resto de trabajos).[19]

En Kim y otros (1989), para el Altiplano de Texas y desagregando las demandas por cultivos (algodón y sorgo), las diferencias a las que se llegan son: 0,75% utilizando una tasa de descuento del 5%, y del 3,7% con una del 2%. En Provencher y Burt (1994) la diferencia es del 3% (Madera County en California y 5% de tasa de descuento), y en Knapp y Olson (1995), utilizando la información de Feinerman y Knapp (1983), aunque introduciendo el uso conjunto con aguas superficiales y recarga artificial, la diferencia es del 2,6%. Es precisamente en el trabajo de Feinerman y Knapp (1983) en el que nos encontramos con la mayor diferencia entre ambos escenarios: un 14% si se consideran sólo las aguas subterráneas, y un 6% si se tienen en cuenta las aguas superficiales de la zona (Kern County en California y 5% de tasa de descuento).

19. Sin pretender entrar en precisiones técnicas, los acuíferos se pueden dividir de dos grandes grupos: *libres* y *confinados*. El primer tipo es el más simple: el acuífero tiene una capa (sustrato) impermeable que sirve de base a una zona permeable que contiene (está saturada de) agua. Al perforar pozos el agua en ellos se sitúa al ras de la zona saturada ya que la presión es exactamente la atmosférica. En el segundo tipo, el acuífero está encajado por encima y por debajo por terrenos impermeables, siendo la presión del agua en los poros y fisuras mayor que la atmosférica. Cuando se perfora un pozo en ellos el agua «sube» por la perforación, quedando el nivel del agua por encima del punto en el que el pozo alcanzó al acuífero. En Worthington y otros (1985), para niveles del stock elevados el acuífero es confinado, obteniendo diferencias en el VPEN de hasta un 29%. La explicación está en que los costes de bombeo disminuyen ostensiblemente ya que el agua sube por sí sola, situándose a poca profundidad.

Por tanto, una vez más aunque en un contexto geográfico diferente, los resultados empíricos aquí obtenidos sostienen la predicción de Gisser y Sánchez. Ahora bien, el debate sobre la posible regulación de las aguas subterráneas en general y del acuífero de Ascoy-Sopalmo en particular, lejos de quedar cerrado apunta varias direcciones en las que es preciso avanzar. En este sentido, consideramos oportuno realizar una pequeña reflexión sobre algunos puntos, que contribuya a clarificar el alcance de las conclusiones obtenidas en este y otros trabajos, e indiquen posibles vías para investigaciones posteriores.

En primer lugar, es necesario resaltar el papel clave de la función estimada de demanda de agua subterránea. En todos los trabajos mencionados hasta ahora las trayectorias de las extracciones de control y de no-control, basadas en la misma función de demanda, son similares, cumpliéndose por tanto la predicción de Gisser y Sánchez. Pero, ¿qué sucede si comparamos las extracciones de control (o no-control) obtenidas a partir de funciones de demanda distintas? La única referencia encontrada es la recogida en Allen y Gisser (1984). En concreto llevaron a cabo la comparación de los resultados obtenidos en Gisser y Sánchez, basados en una función lineal, con los obtenidos a partir de una función isoelástica. El resultado fue que para los primeros 100 años de la simulación las extracciones de control basadas en la función no lineal eran alrededor de un 30% inferiores a las basadas en la función lineal. A resultado similar se llega si se comparan las extracciones de no-control (29% en el instante inicial y 32% en el instante 100).

Por lo tanto, para una misma función de demanda es muy probable que la diferencia entre control y no-control sea escasa. Por contra, para un mismo escenario (control o no-control) la trayectoria de las extracciones basada en una demanda puede ser muy distinta a la trayectoria basada en otra especificación diferente. A efectos prácticos, y siguiendo a Allen y Gisser, esto puede significar que las extracciones reales (no control) estén más próximas al verdadero control óptimo (el basado en la demanda real —no conocida—) que al control óptimo obtenido a partir de una demanda estimada. Es decir, que un plan de regulación de las extracciones basado en la resolución de un problema de control, aún en el caso de que la capacidad de almacenamiento del acuífero sea relativamente pequeña, sólo será recomendable si se tiene la certeza de la proximidad de la demanda estimada y la real (y si, además, los costes de articular tal regulación no son excesivos). Es necesario, pues, avanzar en la estimación de funciones de demanda de agua, para poder comparar las trayectorias de las extracciones que arrojan distintos escenarios, y establecer de una forma acertada recomendaciones de política económica.

Esta cuestión no es baladí, y mucho menos en el contexto español. A los problemas generales de estimación estadística de funciones de demanda (simultaneidad, identificación y escasez de datos) hay que unir un problema típico de la economía del agua. Y es que la información disponible sobre uso de recursos hídricos recoge las cantidades efectivamente consumidas, que en la mayoría de los casos no son decididas a partir de su precio o coste. Por lo tanto hay que interpretar con cautela las demandas estimadas. En este sentido Kindler y Russell (1984) argumentaron lo siguiente: «Many attempts to analyze water demands are undertaken on the basis of statistical data that do exist, but reveal nothing about price responsiveness of water use. If water users are no charged according to the quantity of water they use (but are charged a flat-rate per unit of time), how can one draw any conclusion about their price responses?» [p. 27]. Pero es que además, en el contexto español, ni siquiera la información sobre los consumos es precisa, y mucho menos para la agricultura de regadío (ni en relación a las hectáreas, ni a los consumos por hectárea, ni para las producciones obtenidas)[20]. En nuestro caso concreto, la información, aunque escasa, es más detallada ya que la misma es el resultado del estudio previo que, según la Ley de Aguas de 1985, es preceptivo realizar para que un acuífero pueda ser declarado sobreexplotado por parte de la confederación hidrográfica afectada (en este caso la del Segura).

Una posible vía para evitar los problemas de escasa información a los que se enfrentan las estimaciones estadísticas de las funciones de demanda de agua, es la utilización de técnicas de programación matemática, que constituye una aproximación ingenieril a tales demandas. En este caso no se precisa de grandes cantidades de información estadística registrada, aunque, por contra, es necesario conocer profundamente la actividad a estudiar (por ejemplo, una explotación agrícola o la producción agraria en una región). En este caso, se parte de una modelización de la actividad que consiste en plantear un problema de optimización de una función objetivo (normalmente minimización del coste o maximización de los beneficios), sujeta a una serie de restricciones que representan todo tipo de requerimientos, interrelaciones y productos de dicha actividad (por ejemplo, superficie máxima de cultivo, volumen de agua disponible, cantidades de otros inputs, técnicas de laboreo, técnicas de riego, salinidad máxima tolerable, etc.)[21]. Esta modelización permite, por ejemlo, detectar la respuesta de la actividad a cambios en el coste del agua, y obtener de este modo una función de demanda de dicho input. Es necesario apuntar, no obstante, que estas funciones de demanda son *normativas*, esto es, muestran las cantidades de agua que *deberían* utilizarse para cada precio del agua con el fin de alcanzar el objetivo perseguido, lo cual implica asumir que la actividad real se desarrolla tal y como se recoge en el modelo. Esto significa que este tipo de demandas no siempre serán más fieles a la realidad que las funciones estadísticas.

En segundo lugar, y al hilo de la cuestión anterior, es posible que en función de los parámetros del acuífero una solución de esquina sea plausible, por lo que la solución de control llevaría al agotamiento físico de las reservas. Adicionalmente, si las condiciones de la demanda son dinámicas, por cambio en los cultivos, variaciones en los mercados agrícolas internos y externos, etc., la única solución del programa de optimización es el agotamiento del recurso[22]. Estas argumentaciones

20. Véase Pérez-Díaz y otros (1996) sobre todo pp. 29-34. Es interesante la nota a pie de página 11 en la que apuntan que «resulta llamativo que el Anuario de Estadística Agraria no incluya el agua entre los medios de producción cuantificados; se trata, quizá, de una ausencia reveladora de la mentalidad con la que se ha actuado en cuanto a la provisión y la gestión del recurso agua.» [p. 30]. También García y Krinner (1993).
21. Véase Kindler y Russell (1984) cap. 2, 4 y 6, y Gibbons (1986). Aplicaciones concretas para agricultura pueden encontrarse, por ejemplo, en Gisser (1970), y Kulshreshtha y Tewari (1991).
22. La demostración teórica de las posibilidades de soluciones esquina en la explotación de un acuífero con una demanda tanto estática como dinámica puede encontrarse en Castro (1993) y Rubio y otros (1994).

ayudan a matizar cualquier posibilidad de regulación del acuífero atendiendo a la distinción de los escenarios de control y no-control, ya que si las condiciones de demanda son tales que la solución es la indicada, el comportamiento de los agricultores con tierras por encima del acuífero, y que lo sobreexplotan, es coherente con los programas de optimización. Por lo tanto, desde este punto de vista, la sobreexplotación es socialmente óptima, no existiendo ninguna justificación económica para la regulación del recurso. Este resultado invalida la doctrina generalmente aceptada según la cual cuando la tasa de extracción es superior a la recarga, el acuífero está sobreexplotado y es necesaria su regulación. De ser necesarias, las recomendaciones de política económica enfocadas a la regulación del recurso habría que justificarlas con otros argumentos, entre los que se pueden destacar los siguientes, primero, evitar el agotamiento físico del recurso, segundo, imponer un coste de uso del recurso y, tercero, atenuar o eliminar los problemas medioambientales relacionados con la degradación de las aguas subterráneas (salinización, contaminación por productos químicos,…).

En tercer y último lugar, es preciso señalar que el escenario de no-control aquí presentado no refleja todas las externalidades que pueden tener lugar en la explotación de aguas subterráneas. Siguiendo a Provencher y Burt (1993) se pueden dar tres externalidades: i) la que surge por el hecho de que el coste de extracción depende del stock de agua subterránea, de tal forma que las extracciones actuales de un usuario incrementarán el futuro coste de bombeo del resto (*pumping cost externality*); ii) la que se origina por el incentivo de los agricultores a extraer más agua de la socialmente óptima ya que el agua que no se extraiga hoy será extraida, al menos en parte, por sus rivales en el futuro (*stock externality*); y iii) la que es causada por el papel estabilizador, en relación a los ingresos, que juega el agua subterránea en situaciones con incertidumbre, lo que también genera unas extracciones superiores a las socialmente óptimas (*risk externality*).[23] Pues bien, en la modelización del escenario de no-control que se presenta en este trabjo la causa de la ineficiencia está en la primera externalidad de las descritas anteriormente. Cabría, pues, avanzar en la modelización del resto de externalidades, para determinar su importancia, generalizar, en su caso, la predicción de Gisser y Sánchez, y cuantificar sobre acuíferos de nuestro entorno la ineficiencia añadida por las mismas a la solución descentralizada.

Por lo tanto, las argumentaciones expresadas en esta reflexión matizan cualquier conclusión de este trabajo en referencia a la regulación del acuífero, si bien facilitan a nuestro juicio posibles vías de ampliación en futuros estudios.

6. Conclusiones

En este trabajo se resuelven dos modelos de explotación de un acuífero. Uno correspondiente a la solución socialmente óptima (modelo de control) y otro

23. Véase, además, Negri (1989) para aguas subterráneas y Eswaran y Lewis (1984), Reinganum y Stokey (1985) y Bolle (1986) para recursos de propiedad común en general.

correspondiente a la solución descentralizada en la que la existencia de efectos externos en los bombeos conlleva una pérdida de eficiencia (no-control).

Se parte de demandas de agua subterránea individualizadas por cultivos, lo que permite obtener en términos teóricos las trayectorias de extracción de agua con destino a cada uno de dichos cultivos. Por lo tanto, frente a los modelos tradicionales en los que se considera una única función de demanda del recurso, este modelo permite obtener la asignación intratemporal (o transversal) de agua (volumen utilizado en el riego de cada especie en cada instante de tiempo), así como la intertemporal (volumen utilizado en el riego de un cultivo a lo largo del tiempo). Adicionalmente, se obtienen las expresiones que permiten calcular, a partir de los parámetros del problema, los instantes críticos en los que se comenzarían a regar las distintas especies con las aguas del subsuelo.

La aplicación empírica, llevada a cabo sobre la zona de influencia del acuífero Ascoy-Sopalmo situado en la Cuenca del Segura, se inicia con la estimación de las funciones de demanda de agua subterránea para cada uno de los cuatro cultivos tenidos en cuenta. Según la resolución del problema se comenzaría por regar únicamente el melocotón, para ir incorporando secuencialmente el resto de cultivos en este orden: albaricoque, ciruela y limón.

El cálculo del valor presente del excedente de los agricultores, refleja una pérdida de eficiencia en el escenario de no-control. Dicho valor presente es calculado para dos tipos de interés y dos tasas de recarga diferentes, lo que permite corroborar, como se determinó en la parte teórica, que la pérdida de eficiciencia de la solución descentralizada está relacionada, positivamente con la recarga del acuífero, y negativamente con el tipo de interés.

Ahora bien, la magnitud de dicha pérdida de eficiciencia es mínima, por lo que parece cumplirse la conclusión de Gisser y Sánchez. En términos normativos esto significa que desde el punto de vista del valor presente del excedente de los agricultores, no estaría justificada la regulación de las extracciones, más aún si se tiene en cuenta que tal regulación podría implicar unos costes importantes.

Por tanto, en este caso particular, las posibles recomendaciones sobre el control del acuífero tendrían que apoyarse en otro tipo de justificaciones, como pueden ser valorar el stock de agua subterránea y/o evitar problemas medioambientales a medio y largo plazo.

No obstante, la modelización y estimación de las funciones de demanda de agua subterránea juegan un papel importante en el cálculo de las trayectorias, y por lo tanto de los valores descontados de los beneficios. Esto da pie a pensar, siguiendo a Allen y Gisser, en la posibilidad de que las extracciones reales estén más cerca de la verdadera solución óptima, que la solución de control obtenida en la resolución del modelo. Por tanto, de cara a futuros desarrollos, es recomendable utilizar diversas funciones de demanda para establecer si arrojan resultados similares o no.

Por último, también queda abierta la puerta a la generalización de los resultados aquí obtenidos, y por tanto de la regla de Gisser y Sánchez, mediante la modelización de las diversas externalidades que se pueden dar en la explotación de un recurso de propiedad común.

Anexo I

A continuación se demuestra que $H_j(T_j) = H_{j+1}(T_j)$ implica que $W_{j+1}(T_j) = 0$ para $j = 1, \ldots, n-1$. Partiendo de [4] tendremos:

$$H_j(T_j) = e^{-rT_j} \sum_{i=1}^{j} \left[\left(\frac{a_i}{b_i} - (k_2 - k_1 h_j) \right) W_i - \frac{1}{2b_i} W_i^2 \right] + \lambda_j \frac{R - \sum_{i=1}^{j} W_i}{As} \qquad \text{[A.I.1]}$$

$$\begin{aligned} H_{j+1}(T_j) = {} & e^{-rT_j} \sum_{i=1}^{j} \left[\left(\frac{a_i}{b_i} - (k_2 - k_1 h_{j+1}) \right) W_i - \frac{1}{2b_i} W_i^2 \right] + \\ & + e^{-rT_j} \left[\left(\frac{a_{j+1}}{b_{j+1}} - (k_2 - k_1 h_{j+1}) \right) W_{j+1} - \frac{1}{2b_{j+1}} W_{j+1}^2 \right] + \\ & + \lambda_{j+1} \frac{R - \sum_{i=1}^{j} W_i}{As} - \lambda_{j+1} \frac{W_{j+1}}{As} \end{aligned} \qquad \text{[A.I.2]}$$

Igualando [A.I.1] y [A.I.2] y teniendo en cuenta las condiciones de continuidad $h_j(T_j) = h_{j+1}(T_j)$ y $\lambda_j(T_j-) = \lambda_{j+1}(T_j+)$ resulta:

$$0 = e^{-rT_j} \left[\left(\frac{a_{j+1}}{b_{j+1}} - (k_2 - k_1 h_{j+1}) \right) W_{j+1} - \frac{1}{2b_{j+1}} W_{j+1}^2 \right] - \lambda_{j+1} \frac{W_{j+1}}{As}$$

que puede escribirse como:

$$e^{-rT_j} \left(\frac{a_{j+1}}{b_{j+1}} W_{j+1} - \frac{1}{2b_{j+1}} W_{j+1}^2 \right) = e^{-rT_j} (k_2 - k_1 h_{j+1}) W_{j+1} + \lambda_{j+1} \frac{W_{j+1}}{As}$$

dividiendo por W_{j+1} quedaría:

$$e^{-rT_j} \left(\frac{a_{j+1}}{b_{j+1}} - \frac{1}{2b_{j+1}} W_{j+1} \right) = e^{-rT_j} (k_2 - k_1 h_{j+1}) + \frac{\lambda_{j+1}}{As}$$

Por otra parte, de la condición necesaria [5] tenemos que:

$$e^{-rT_j} \left(\frac{a_{j+1} - W_{j+1}}{b_{j+1}} \right) = e^{-rT_j} (k_2 - k_1 h_{j+1}) + \frac{\lambda_{j+1}}{As}$$

por lo que igualando las dos expresiones anteriores resulta:

$$\frac{a_{j+1}}{b_{j+1}} - \frac{1}{2b_{j+1}} W_{j+1} = \frac{a_{j+1}}{b_{j+1}} - \frac{1}{b_{j+1}} W_{j+1}$$

cuya solución es $W_{j+1}(T_j) = 0$.

Anexo II

A continuación procederemos a resolver el problema planteado en el epígrfe 3, correspondiente al escenario de control, para la etapa 1 en la que sólo hay un cultivo. Partimos del sistema de ecuaciones diferenciales [12] para j = 1. Dicho sistema queda:

$$\left.\begin{aligned}\dot{W}_1 - rW_1 - N_1 h_1 &= M_1\\ \dot{h}_1 + \frac{W_1}{As} &= m\end{aligned}\right\}$$

donde $N_1 = -rb_1k_1$, $M_1 = rb_1k_2 - ra_1 + (k_1b_1R)/(As)$, y $m = R/As$. Como ya comentamos en el epígrafe 3, dado que sólo un valor propio cumple la condición de transversalidad, nos encontramos con que las trayectorias óptimas tendrán la forma:

$$W_1(t) = L_1 + l_{1,1}\exp[\gamma_1(t-T_0)]\,; \quad T_0 \le t < T_1 \qquad \text{[A.II.1]}$$

$$h_1(t) = L_2 + l_{2,1}\exp[\gamma_1(t-T_0)]\,; \quad T_0 \le t < T_1$$

De la expresión anterior y utilizando la condición inicial del problema tendremos que $h_1(T_0) = h_0 = L_2 + l_{21}$, por lo que $l_{21} = h_0 - L_2$. La solución particular del problema nos da los valores de L_1 y L_2. Esto es, resolviendo:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & -N_1 \\ \dfrac{1}{As} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_1 \\ m \end{bmatrix}$$

de donde

$$L_1 = R, \quad L_2 = -\frac{M_1 - rR}{N_1}$$

El cultivo 2 se comienza a regar en el intante de transición T_1. En dicho instante, dado que se debe cumplir la condición necesaria [5] para todos los valores de i, y que se cumple que $W_2(T_1) = 0$, entonces tendremos:

$$\frac{a_1 - W_1(T_1)}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

Despejando $W_1(T_1)$ y sustituyendo en la expresión [A.II.1] resulta:

$$L_1 + l_{1,1}\exp[\gamma_1(T_1 - T_0)] = a_1 - \frac{a_2b_1}{b_2}$$

Resolviendo la expresión anterior para T_1 y realizando las sustituciones pertinentes de l_{11}, l_{21}, L_1 y L_2, tendremos la expresión del primer instante de transición:

$$T_1 = \frac{1}{\gamma_1}\cdot \ln\left\{\frac{As(r-\gamma_1)(b_2a_1 - a_2b_1 - b_2R)}{b_2[rAs(a_1 + b_1(h_0k_1 - k_2) - R) - k_1Rb_1]}\right\} + T_0$$

Una vez determinado T_1 se procede de una forma recursiva. La siguiente iteración comenzaría por plantear de nuevo el sistema [12] para j = 2, siendo la nueva condición inicial $h_1(T_1) = h_2(T_1)$. Y así sucesivamente.

Anexo III

A la hora de estimar las funciones de demanda de agua subterránea, la primera cuestión que debemos plantearnos es decidir qué cultivos se van utilizar. Dada la gran cantidad de información necesaria hay que optar por los cultivos para los que se disponga de toda ella y que sean, al tiempo, suficientemente representativos de la zona. Según información directa facilitada por la Confederación Hidrográfica del Segura, los cultivos de la zona de influencia del acuífero son: albaricoque, almendro, ciruelo, limón, melocotón, olivo, parral, peral, tomate y viñedo. De todos ellos los más importantes para los que se dispone de información son los siguientes: melocotón, albaricoque, ciruelo y limón (Tabla A.III.1).

En Diewert (1973) se demuestra que las ecuaciones de demanda de inputs, maximizadoras de beneficio, se pueden configurar en función de los precios de los outputs y de los inputs, así como de los factores fijos.[24] Teniendo en cuenta, además, los trabajos de Kindler y Russell (1984), Nieswiadomy (1985) y Kim y otros (1989), centrados en aplicaciones agrícolas, utilizaremos una *aproximación estadística* (Kindler y Russell, 1984: 30) a la función de demanda de agua subterránea. En concreto proponemos la siguiente especificación:

$$W_i = C + \sum_{j=1}^{4} \beta_j VRTO_j + \beta_5 CEXT + \beta_6 NPOZ + \beta_7 LLUV \qquad [A.III.1]$$
$$i = 1, \ldots, 4$$

donde W_i tiene el significado dado en el epígrafe anterior (m^3), C es el término independiente, *VRTO* es el valor del rendimiento obtenido por el agricultor para cada cultivo (pts/ha), *CEXT* es el coste de extracción del agua, que corresponde con el precio pagado por el agricultor (pts/m^3), *NPOZ* es el número de pozos y *LLUV* las precipitaciones en la zona (mm).[25]

En esta especificación lineal vamos a utilizar el coste de extracción como aproximación al precio del input agua subterránea, dado que aquél es el que realmente pagan los agricultores.[26] Es de esperar que su coeficiente, β_1, sea negativo, de tal forma que incrementos del coste de extracción impliquen reducciones del agua demandada.

Por otro lado, el parámetro β_{j} con $j = i$ nos recoge el efecto del valor del rendimiento por hectárea del cultivo j sobre el volumen de agua con destino al riego de dicho cultivo, y es de esperar que sea positivo, ya que incrementos de dicho valor significarían un mayor incentivo a su producción. Nótese que las variacio-

24. Este autor analiza las restricciones que deben cumplir algunas funciones de transformación generales, para que posean significado económico, entre ellas las lineales.
25. Las fuentes estadísticas son: información directa facilitada por la Confederación Hidrográfica del Segura y por el Centro Meteorológico Territorial de Murcia, Consejería de Economía, Hacienda y Fomento (1990), Consejería de Política Territorial y Obras Públicas (1987), Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación años 1985 a 1989.
26. En algunos casos se suele sumar un suplemento por distribución que varía por zonas y por propietarios de pozos.

Tabla A.III.1. Cultivos más representativos de Ascoy-Sopalmo.

Cultivos	**% Agua / total agua**	**% has / total has**
Melocotón	58,3	50,4
Albaricoque	11,7	12,4
Ciruela	8,3	6,7
Limón	5,1	7,4
Total	83,4	76,9

Fuente: elaboración propia a partir de información directa de la Confederación Hidrográfica del Segura.

nes de esta variable dependerán tanto de las modificaciones del precio del producto como de los cambios en el rendimiento medio del mismo. Por el contrario, β_j con $j \neq i$ representaría el efecto cruzado entre rendimiento del output j y el agua con destino al cultivo i. Su valor previsible, en este caso, sería negativo, dado que se trata de especies sustitutivas en producción, es decir, que incrementos del rendimiento del cultivo j deben suponer desincentivo a la producción del i.

Además de las variables explicativas anteriores, hemos considerado también el número de pozos y la lluvia caída en la zona de influencia del acuífero. El coeficiente correspondiente a la primera de estas dos variables, β_6, debe ser, en principio, positivo, dado que a mayor número de pozos más extracciones, puesto que las necesidades de agua han sido crecientes como consecuencia de un incremento de las hectáreas de regadío en la zona. Por lo que respecta a la lluvia, β_7 reflejaría el efecto de la misma sobre el agua extraída, con lo que, inicialmente, cabría esperar un valor negativo.

Somos conscientes que cabría incluir más variables explicativas, pero ello hubiese supuesto un mayor número de parámetros a estimar, lo que dado lo limitado del número de años para los que disponemos de información, hubiese ido en detrimento de la fiabilidad de las estimaciones.[27]

27. En concreto, la información primaria de que se dispone para la variable dependiente, está constituida por los volúmenes totales extraídos del acuífero en los años 1985 a 1989, según estimaciones de la Confederación Hidrográfica del Segura. Estos volúmenes hay que distribuirlos entre los cultivos seleccionados para llevar a cabo la estimación de sus funciones de demanda [A.III.1]. Pero dado que el número de regresores a estimar de cada una de esas ecuaciones, 8, es superior al número de años para los que se dispone de información, 5, es necesario desdoblar las observaciones transversalmente (por municipios), para así constituir un panel de datos que permita llevar a cabo las regresiones. La estimación de las ecuaciones [A.III.1] se lleva a cabo con las técnicas econométricas pertinentes de estimación con datos de panel. A pesar de haber realizado un desdoblamiento transversal, el hecho de disponer de pocos años consecutivos para la variable dependiente, hace que debamos estimar el modelo más restringido de todos los que cabe plantear con datos de panel. Es decir, vamos a estimar un modelo cuya especificación impone la homogeneidad, tanto del término independiente como de las *pendientes*, a través de todas las unidades muestrales (en nuestro caso municipios), es decir, que son comunes a las distintas submuestras. Para un estudio introductorio de las estimaciones con datos de panel puede consultarse Novales (1993), y para un nivel avanzado Hsiao (1986).

Tabla A.III.2. Funciones de demanda estimadas.

Variable independiente	Variable dependiente							
	Melocotón		Albaricoque		Ciruela		Limón	
	Coef.Est	Error St	Coef.Est	Error St	Coef.Est	Error St	Coef.Est	Error St
C	2202909,9*	114188,4	221520,0	983606	1557420*	97833,3	2785890*	353091,2
$VRTO_M$	2,20*	0,27	-0,28*	0,093	-0,05	0,84	-0,55*	0,15
$VRTO_A$	2,38*	0,16	0,32*	0,12	-0,29*	0,10	-0,40*	0,06
$VRTO_C$	-1,54	0,87	-0,02	0,53	-0,28	0,39	-0,003	0,18
$VRTO_L$	-0,61*	0,047	0,20	0,27	0,19*	0,06	0,05	0,09
CEXT	-27845,6*	1618,5	-4461,4*	853,9	-20396,9*	4386,4	-28062*	2498,8
NPOZ	978647,0*	10347,7	154707,0*	21203,3	106360,1*	25476,2	-12858,6	33174,8
LLUV	-2693,7	1535,4	202,7*	41,9	68,6*	21,9	982,4*	106,4

*Indica significatividad al 5%.

Los resultados de las estimaciones aparecen en la tabla A.III.2. Como podemos ver, resulta destacable el hecho de que la demanda de agua subterránea para los cuatro cultivos decrece con el coste de extracción, es decir, que el signo del coeficiente de la variable *CEXT* es el que se esperaba a priori. Dicho coeficiente, además, es significativo al 5% en todos los casos.[28]

A partir de los resultados obtenidos es necesario que expresemos la demanda de agua subterránea sólo en función del coste de extracción, con el fin de adoptar la especificación que requiere el modelo dinámico, recogida en la ecuación [1]. Con este fin adoptaremos los siguientes criterios [Kim y otros (1989)]:

1º. Multiplicamos los coeficientes que son significativos al 5%, excepto el del coste de extracción, por la media geométrica de su variable asociada. Posteriormente tomamos la media geométrica de esos productos con el fin de establecer un término independiente medio.

2º. El coeficiente correspondiente a la variable *CEXT* será la pendiente de la función lineal de demanda, dado que tomamos esta variable como aproximación al precio del recurso.

De este modo obtenemos las siguientes funciones para cada uno de los cultivos:

$$W_1 = 2702090{,}0 - 27845{,}6 \cdot CEXT$$
$$W_2 = 104079{,}5 - 4461{,}4 \cdot CEXT$$
$$W_3 = 444244{,}6 - 20396{,}9 \cdot CEXT$$
$$W_4 = 592075{,}1 - 28062{,}2 \cdot CEXT$$

28. Para mayor detalle sobre estimaciones análogas véase Pardo (1995). Los valores del *R-cuadrado* y *R-cuadrado ajustado* para las ecuaciones estimadas son, respectivamente: Melocotón: 0,98 y 0,97; Albaricoque: 0,85 y 0,79; Ciruela: 0,98 y 0,98; Limón: 0,80 y 0,74.

donde W_1, W_2, W_3 y W_4 representan el agua subterránea destinada al riego del melocotón, albaricoque, ciruela y limón, respectivamente.[29]

Referencias bibliográficas

ALLEN, R.C.; GISSER, M. (1984). «Competition versus Optimal Control in Groundwater Pumping When Demend is Nonlinear». *Water Resources Research,* 20: 752-756.

AMIT, R. (1986). «Petroleum Reservoir Exploitation: Switching from Primary to Secondary Recovery». *Operations Research,* 34 (July-August 1986), p. 534-549.

BAUMOL, W.; OATES, W. (1975). *The Theory of Environmental Policy*. Prentice-Hall.

BOLLE, F. (1986). «On the Oligopolistic Extraction of non-renewable Common-pool Resources». *Economica,* 53: 519-527.

BROWN, G., Jr.; DEACON, R. (1972). «Economic Optimization of a Single-Cell Aquifer». *Water Resources Research,* 8: 557-564.

BURT, O.R. (1964). «Optimal Resource Use over Time with an Application to Groundwater». *Management Science*, 11: 80-93.

— (1966). «Economic Control of Groundwater Reserves». *Journal of Farm Economics,* 48: 632-647.

— (1967). «Temporal Allocation of Groundwater». *Water Resources Research,* 3: 45-56.

— (1970). «Groundwater Storage Control under Institutional Restrictions». *Water Resources Research*, 6: 1540-1548.

CASTRO, J.P. (1993). *Gestión Optima del Recurso Agua Subterránea*. Tesis Doctoral. Departamento de Fundamentos del Análisis Económico, Facultad de Económicas. Murcia.

CASTRO, J.P.; MARTÍNEZ, C.; RUBIO, S.J. (1994). «Modelo de Gestión de un Acuífero». En AZQUETA, D.; FERREIRO, A. (eds.). *Análisis económico y gestión de recursos naturales.* Madrid: Alianza Editorial, cap. 13, p. 259-292.

CONRAD, J.M. (1992). «Economics and the Management of Water Resources». En el seminario *Análisis Económico en la Gestión de los Recursos Naturales*. Universidad Internacional Menéndez y Pelayo. Santander, Junio-Julio 1992. Publicado en castellano en AZQUETA, D.; FERREIRO, A. (eds.) (1994), cap. 12, p. 249-258.

CONRAD, J.M.; CLARK, C.W.(1987). *Natural Resource Economics: Notes and Problems.* Nueva York: Cambridge University Press.

CONSEJERÍA DE ECONOMÍA, HACIENDA Y FOMENTO (1990). *Anuario Estadístico de la Región de Murcia.* Comunidad Autónoma de la Región de Murcia.

CONSEJERÍA DE POLÍTICA TERRITORIAL Y OBRAS PÚBLICAS (1987). *El Sistema Acuífero de Ascoy- Sopalmo.* Documentación Técnica. Dirección General de Recursos Hidraúlicos. Comunidad Autónoma de la Región de Murcia.

29. Apuntamos que el coeficiente correspondiente a la variable *CEXT* para el albaricoque es sensiblemente inferior a los del resto de ecuaciones. Este hecho no afecta a los resultados en tanto en cuanto lo que determina el valor de los instantes de transición, y por lo tanto la secuencia de incorporaciones de cultivos, no es este coeficiente por sí solo, sino el cociente entre el término independiente y dicho coeficiente (es decir, la ordenada en el origen de la función de demanda en el espacio *W-CEXT* -véase nota a pie de página número 5).

CUMMINGS, R.G. (1971). «Optimun Exploitation of Groundwater Reserves with Saltwater Intrusion». *Water Resources Research,* 7: 1415-1424.

CUMMINGS, R.G.; MCFARLAND (1974). «Groundwater Management and Salinity Control». *Water Resources Research,* 10: 909-915.

DIEWER, W.E. (1973). «Fundamental Forms for Profit and Transformation Functions». *Journal of Economic Theory,* 6: 284-316.

DOMENICO, P.A.; ANDERSON, D.V.; CASE, C.M. (1968). «Optimal Groundwater Mining». *Water Resources Research,* 4: 247-255.

ESWARAN, M.; LEWIS, T. (1984). «Appropriability and the Extraction of a Common Property Resource». *Economica,* 51: 393-400.

FEINERMAN, E.; KNAPP, K.C. (1983). «Benefits from groundwater management: magnitude, sensitivity and distribution». *American Journal of Agricultural Economics,* 65: 703-710.

GARCÍA, A.; KRINNER, W. (1993). «Aprovechamiento del agua en las zonas regables españolas». *Revista de Obras Públicas,* nº 3320, abril de 1993.

GIBBONS, D.C. (1986). *The economic value of water*. Resources for the Future. Washington, D.C.

GISSER, M. (1970). «Linear Programing Models for Estimating the Agricultural Demand Function for Imported Water in the Pecos River Basin». *Water Resources Research,* 6: 1025-1032.

— (1983). «Groundwater: Focusing on the Real Issue». *Journal of Political Economy,* 91: 1001-1027.

GISSER, M.; MERCADO, A. (1972). «Integration of the Agricultural Demand Function for Water and the Hidrologic Model of the Pecos Basin». *Water Resources Research,* 8: 1373-1384.

— (1973). «Economic aspects of ground water resources and replacement flows in semiarid agricultural areas». *American Journal of Agricultural Economics,* 3: 461-466.

GISSER, M.; SÁNCHEZ,D.A. (1980). «Competition Versus Optimal Control in Groundwater Pumping». *Water Resources Research,* 16: 638-642.

HSIAO, C. (1986). *Analysis of Panel Data.* Nueva York: Cambridge University Press.

INSTITUTO TECNOLÓGICO GEOMINERO DE ESPAÑA (1990). *Actualización del Catálogo de los Acuíferos de la Región de Murcia*. (no publicado).

KAMIEN, M.I.; SCHWARTZ, N.L.(1991). *Dynamic Optimization: the Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. Amsterdam: Elsevier.

KIM, C.S.; MOORE, M.R.; HANCHAR, J.J.; NIESWIADOMY, M. (1989). «A Dynamic Model of Adaptation to Resource Depletion: Theory and a Application to Grounwater Mining». *Journal of Environmental Economics and Management,* 17: 66-82.

KINDLER, J.; RUSSELL,C.S. (eds.) (1984). *Modeling Water Demands*. London: Academic Press Inc.

KNAPP, K.C.; OLSON, L.J. (1995). «The Economics of Conjunctive Groundwater Management with Stochastic Surface Supplies». *Journal of Environmental Economics and Management,* 28: 340-356.

KULSHRESHTHA, S.N.; TEWARI, D.D. (1991). «Value of Water in Irrigated Crop Production Using Derived Demand Functions: a Case Study of South Saskatchewan River Irrigation District». *Water Resources Bulletin,* 27: 227-236.

MARTIN, E.; ARCHER,T. (1971). «Cost of Pumping Irrigation Water in Arizona: 1891 to 1967». *Water Resources Research,* 7: 23-31.

MILLIMAN, J.W. (1956). «Commonality, the Price System and Use of Water Supplies». *The Southern Journal*, 22: 426-437.

MINISTERIO DE AGRICULTURA, PESCA Y ALIMENTACIÓN. *Anuario de Estadística Agraria.* Años 1985 a 1989. Madrid.

NEGRI, D.H. (1989). «The Common Property Aquifer as a Differential Game». *Water Resources Research*, 25: 9-15.

NEHER, P.A. (1990). *Natural Resource Economics. Conservation and Exploitation*. Cambridge: Cambridge University Press. Cambridge.

NIESWIADOMY, M. (1985). «The Demand for Irrigation Water in the High Plains of Texas, 1957-1980». *American Journal of Agricultural Economics,* 67: 619-626.

NOVALES, A. (1993). *Econometría.* Madrid: McGraw-Hill, 2ª ed.

PARDO, F.J. (1995). *Gestión Óptima Intertemporal de un Acuífero: Teoría y Aplicación al Acuífero de Ascoy-Sopalmo (Murcia).* Consejo Económico y Social de la Región de Murcia.

PÉREZ-DÍAZ, V.; MEZO, J.; ÁLVAREZ-MIRANDA, B. (1996). *Política y Economía del Agua en España.* III Premio Círculo de Empresarios. Círculo de Empresarios, Madrid.

PROVENCHER, B.; BURT, O. (1993). «The Externalities Associated with the Common Property Exploitation of Groundwater». *Journal of Environmental Economics and Management,* 24: 139-158.

— (1994). «A Private Property Rights Regime for the Commons: the Case for Groundwater». *American Journal of Agricultural Economics*, 76: 875-888.

REINGANUM, J.; STOKEY, N. (1985). «Oligopoly Extraction of a Common Property Natural Resource: the Importance of the Period of Commitment in Dynamic Games». *International Economic Review,* 26: 161-173.

ROSSANA, R,J. (1985). «Delivery Lags and Buffer Stocks in the Theory of Investment by the Firm». *Journal of Economic Dynamics and Control,* 9: 153-193.

RUBIO, S.J.; MARTÍNEZ, C.; CASTRO, J.P. (1994). «Optimal Management of Groundwater with Increasing Demand». *Revista Española de Economía,* Monográfico: «Recursos Naturales y Medio Ambiente».

RUBIO, S.J.; CASTRO, J.P. (1996). «Long-Run Groundwater Reserves under Uncertainty». *Investigaciones Económicas*, XX (1), p. 71-88.

SADKA, E. (1980). «The Distributional Aspects of a Tax on Externalities». *European Economic Review*, 14: 335-359.

SEIERSTAD, A.; SIDSÆTER, K. (1987). *Optimal Control Theory with Economics Applications*. Amsterdam: Elsevier.

TOMIYAMA, K. (1985). «Two-State Optimal Control Problems and Optimality Conditions». *Journal of Economic Dynamics and Control*, 9: 317-337.

TOMIYAMA, K.; ROSSANA, R. (1989). «Two-State Optimal Control Problems with an Explicit Switch Time Point Dependence». *Journal of Economic Dynamics and Control,* 13: 319-337.

WORTHINGTON, V.E.; BURT, O.R.; BRUSTKERN, R.L. (1985). «Optimal Management of a Confined Groundwater System». *Journal of Environmental Economics and Management,* 12: 229-245.