

***PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE INVENTARIO MULTI-ARTÍCULOS EN LA
EMPRESA BERHLAN DE COLOMBIA***

WAYNE ELVIS DUFFIS BRITTON

PHD JOSÉ ADALBERTO SOTO MEJÍA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA Y ESTADÍSTICA

2017

Tabla de Contenido

RESUMEN.....	4
ABSTRACT.....	4
1. INTRODUCCIÓN	6
2. MARCO REFERENCIAL.....	8
2.1. Problemas de gestión combinada de inventarios y de enrutamiento con un horizonte temporal inmediato.	8
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
3.1. Delimitación	13
4. JUSTIFICACIÓN	14
5. OBJETIVOS	15
5.1. Objetivo General.....	15
5.2. Objetivos Específicos.....	15
6. MARCO TEÓRICO.....	16
6.1. Repaso del Tema	17
6.2. Cadenas de suministro	20
6.3. Visión integrada de inventario y transporte.....	23
6.3.1. Inventario y gestión de inventario.....	24
6.3.2. Enrutamiento de vehículo.....	26
6.3.3. Flota de vehículos	28
6.3.4. Combinación de la gestión de inventario y el enrutamiento	28
6.4. Topología.....	30
7. Desarrollo del Problema.....	32
7.1. Diagnóstico de los procesos de empaque, palletizado y preparación de producto terminado.....	32
7.2. Identificación de las limitaciones de las operaciones de transporte.....	32
7.3. Conjunto de variables que afectan esta operación logística	33
7.4. Diagnóstico del control y manejo de inventarios.....	33
7.5. Modelo Matemático	34

7.5.1. Método de solución: Optimización Secuencial Basada en Programación Entera Mixta.....	36
7.5.2. Parte I: El problema de Asignación de Inventarios.....	38
7.5.3. Parte II: El subproblema de Ruteo	39
7.6. Resultados Computacionales	42
7.7. Resultados de comparación con datos reales	47
8. CONCLUSIONES.....	49
9. BIBLIOGRAFIA	51
10. ANEXO 1 - Tablas de resultados de las pruebas (ver resumen general en tabla 6).....	54
11. Anexo 2. Algoritmo en EDI GAMS	55

Lista de Ilustraciones

Ilustración 1. La cadena de suministros.....	20
Ilustración 2. Logística.	21
Ilustración 3. Tipos de Cadenas de Suministro.....	22
Ilustración 4. Concepto de Ahorros. Tomado de Lysgaard 1997, Clarke & Wright's Saving Algorithm.....	40

Lista de tablas

Tabla 1. Horizonte de tiempo instantáneo. Fuente: Elaboración propia.....	11
Tabla 2. Típicos agentes responsables en varios tipos de cadenas de suministro.	23
Tabla 3. Resultados Prueba 1.....	43
Tabla 4. Resultados prueba 2.	44
Tabla 5a. Resultados prueba 3 (programación empresa).....	45
Tabla 5b. Resultados prueba 3 (resultados algoritmo).	45
Tabla 6. Resultados pruebas con datos de la empresa.	47

PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE INVENTARIO MULTI-ARTÍCULOS EN LA EMPRESA BERHLAN DE COLOMBIA

RESUMEN

En este estudio, se analiza el sistema de enrutamiento de inventario de una empresa del Quindío que produce (maquila) y distribuye productos de aseo en el territorio nacional. La compañía ha presentado dificultades en el proceso de distribución del producto terminado entre la planta de producción (depósito) y los clientes. Los clientes son abastecidos por el depósito de acuerdo a los pedidos realizados, lo cual se intenta cumplir en un cierto plazo máximo y las entregas deben ser programadas. En este sistema de distribución de inventario multi-artículos, el principal problema es sincronizar las decisiones de inventario y distribución. Se propone un modelo de optimización por programación entera mixta integrando planificación de inventario y distribución de un sólo periodo, con el fin de coordinar de forma óptima la gestión de inventario y el enrutamiento de vehículos. El modelo realiza la asignación de inventario a cada cliente, de acuerdo a la disponibilidad en depósito y construye las rutas de entrega con el objetivo de minimizar costos. El modelo integrado está codificado en GAMS, resuelto por CPLEX y se simula con datos retrospectivos de la empresa. Se proporcionan resultados computacionales.

ABSTRACT

In this study, the inventory routing system of a Quindío company that produces and distributes cleaning products throughout the national territory, is analyzed. The company has presented difficulties in the process of distributing the finished products between the production plant (warehouse) and the customers. Customers are supplied by the warehouse according to the orders placed, which is intended to be

met within a certain maximum period and, deliveries must be scheduled. In this multi-item inventory distribution system, the main problem is to synchronize inventory and distribution decisions. A single period Integrated Mixed Integer Programming Optimization model for Inventory – Distribution planning, is proposed, in order to optimally coordinate inventory management and vehicle routing. The model performs the assignment of inventory to each customer, according to the availability at the warehouse and builds the delivery routes with the aim of minimizing costs. The integrated model is coded in GAMS, solved by CPLEX and simulated with retrospective data of the company. Computational results are provided.

1. INTRODUCCIÓN

En esta tesis, se estudia el problema de enrutamiento de inventario para una empresa de producción de productos de aseo. La empresa maquila diferentes productos de aseo para varias empresas de cadena del país. La empresa consta de una planta de producción de varias líneas y un depósito, donde se realiza la preparación, carga y envío de mercancía a todos los clientes de la empresa. La gestión eficaz de la cadena de suministro es un factor clave del éxito para que la compañía refuerce su posición en la industria y aumente su cuota de mercado.

A mediados del año 2015, la empresa decidió realizar un estudio para mejorar su proceso de distribución de mercancía entre el depósito y los clientes para reducir costos logísticos, lo cual se espera que sea de una cantidad considerable.

El diseño de la red de distribución es una decisión de nivel estratégico y afecta las decisiones en los sistemas tácticos y operativos de la compañía. Uno de estos problemas de diseño de sistemas en este contexto es determinar la cantidad óptima de vehículos a utilizar para realizar la distribución de pedidos a los clientes, la carga asignada a cada cliente / vehículo y la ruta o recorrido de cada vehículo desde el depósito pasando por todos los clientes a ser servidos, estableciendo políticas de abastecimiento de inventario. En el problema de diseño es preciso enfocarse en minimizar el costo global del sistema de distribución y no de los clientes individuales puesto que esto último no garantiza la optimización global.

En esta tesis, se considera el problema de reabastecimiento de inventario desde el depósito central de la empresa hasta los depósitos de clientes junto con los costos de transporte entre ellos. Los problemas de decisión que incluyen los costos de inventario y transporte y la compensación entre ellos se denominan en la literatura, problemas de enrutamiento de inventario. En este estudio, se considera el problema de enrutamiento de inventario que surge en el diseño de la red de un solo nivel. Se

supone en el estudio, que el sistema con sus decisiones de inventario y los métodos de envío son gestionados por la empresa con el fin de lograr una optimización del mismo.

En el tema del transporte, existen diferentes enfoques para ser utilizados. Uno de ellos es el enfoque de entrega directa. En el caso de entrega directa, cada cliente tiene un camión dedicado. Una cantidad ordenada por un cliente es entregada directamente por su camión dedicado y luego el camión regresa al almacén regional. Un segundo enfoque es entregar, con el mismo camión, las órdenes de pedido de diferentes clientes. En este caso, el camión lleva la carga de diferentes clientes y los entrega en secuencia. Este enfoque requiere determinar una ruta para cada camión. En este caso, el problema se compone tanto de decisiones de inventario como de decisiones de enrutamiento.

2. MARCO REFERENCIAL

El problema de gestión combinada de inventario y enrutamiento se puede ver desde dos puntos de vista, el primero como un problema de gestión de inventario con la inclusión de un componente de enrutamiento, y el segundo como un problema de enrutamiento con un componente de gestión de inventario. El enfoque depende de los investigadores.

La gestión combinada de inventario y transporte se ha estudiado desde varios enfoques de tiempo, como son: Con horizonte de tiempo inmediato, horizonte de tiempo finito y horizonte de tiempo infinito. Este estudio se basa en el primero de los tres casos ya que la empresa que se presenta utiliza este tipo de enfoque para desarrollar sus labores diarias en la logística de inventario y distribución.

2.1. Problemas de gestión combinada de inventarios y de enrutamiento con un horizonte temporal inmediato.

El equilibrio entre el inventario, los costos de transporte y el riesgo de desabastecimiento es una de las características más destacadas de estos problemas. En la mayoría de los análisis, las demandas del cliente se consideran estocásticas y no conocidas en el momento de la planificación. Básicamente, existen dos enfoques que se han utilizado para hacer frente a esto. La estocasticidad o bien se incluye como una parte del algoritmo principal o se utiliza en un pre-análisis para decidir los días óptimos de reposición para los clientes y el costo de cambiar estos días. En este último enfoque, el problema principal se convierte en determinística.

(Federgruen & Zipkin, 1984) adoptan el primer enfoque y tienen consumo aleatorio como parte de la función objetivo. Analizan un problema donde los niveles de inventario son conocidos por el planificador, quien tiene que decidir la cantidad de recurso escaso para entregar a cada cliente y cómo encaminar la flota de vehículos. El modelo de programación no-lineal entera mixta propuesto tiene tres diferentes conjuntos de variables de decisión. El primero determina los movimientos de los vehículos, el segundo la asignación de los clientes a las rutas, y el tercero la cantidad entregada a cada cliente. El enfoque de solución se basa en la observación de que si el segundo conjunto de variables es fijo, el problema se descompone en un problema de asignación de inventario y un problema del vendedor ambulante (agente viajero) por cada vehículo. El algoritmo comienza con un conjunto inicial de rutas, es decir, una asignación viable de los clientes a los vehículos, y luego evalúa cambios, utilizando métodos *r-opt*, en la asignación. En una segunda parte, se presenta un algoritmo exacto basado en la descomposición generalizada de Benders.

Considerando la selección del cliente, la asignación de recursos y el enrutamiento de los vehículos en el mismo modelo se realiza por (Chien, Balakrishnan, & Wong, 1989) que formula el problema como un modelo de programación lineal entera mixta. Usando la relajación Lagrangiana, el problema se descompone en un problema de asignación de inventario y un problema de asignación de cliente / vehículo utilizado. Ambos sub-problemas se resuelven hasta la optimalidad y luego un método de sub-gradiente se utiliza para actualizar los multiplicadores. Usando las soluciones del problema relajado, una heurística en dos fases se utiliza para encontrar soluciones factibles. En la primera fase, una primera serie de rutas de vehículos se construye en base a la asignación de inventario y las asignaciones de los clientes. En la segunda fase de las rutas se mejoran de manera codiciosa.

Dada una secuencia fija de clientes con demandas desconocidas, otro problema con un horizonte de tiempo instantáneo es cómo distribuir los productos, dado un

camión con capacidad limitada. La diferencia entre este problema y el de (Federgruen & Zipkin, 1984) es que la cantidad a descargar se decide en las instalaciones del cliente en este problema, mientras que en el último problema, la asignación se realiza antes de que los vehículos salgan del depósito. Un problema similar fue analizado por (Berman & Larson, 2001), siendo las diferencias principales, la introducción de un porcentaje de relleno ideal y el conocimiento sobre el nivel de inventario en el cliente actual. (Berman & Larson, 2001) discuten casos con el conocimiento de los niveles de inventario, pero también cuando los niveles son desconocidos.

(Cordeau, Laporte, Savelsbergh, & Vigo, 2004) se centran en áreas enfocadas al modelado amplio y su solución al discutir sobre la literatura de gestión combinada de inventario y enrutamiento. Las áreas son: modelos de programación entera para problemas con un horizonte finito de tiempo, análisis de problemas de un solo cliente con horizonte de tiempo instantáneo, análisis asintótico de problemas con horizonte de tiempo infinito.

Una visión logística general de los problemas de enrutamiento de inventario se afirma en (Moin & Salhi, 2007). En el documento se clasifica la literatura de acuerdo con el número de períodos de tiempo; modelos de periodo único, multi-período y de horizonte infinito, y trata los problemas con demandas estocásticas por separado.

Una introducción a problemas de gestión combinada de inventarios y enrutamiento es presentado por Bertazzi et al. en un capítulo del libro (Sharda & Voß, 2008). En este desarrollan un pequeño ejemplo determinístico e investigan varias configuraciones diferentes relacionadas con las capacidades de inventario, los costos de mantenimiento y producción continua.

Tabla 1. Horizonte de tiempo instantáneo. Fuente: Elaboración propia

	Documentos	Año	Demanda / Topología	Inventario / Flota	Enfoque
1	Federgruen & Zipkin	1984	Estocástico / uno a muchos	Stock out / heterogéneo	Ruteo, descomposición de locación, heurística de intercambio, descomposición generalizada de Benders
2	Chien, et al	1989	Determinístico / uno a muchos	Back order / heterogéneo	Programación entera mixta, heurística Lagrangiana
3	Berman & Larson	2001	Estocástico / uno a muchos	Stock out / heterogéneo con un solo vehículo	Programación dinámica estocástica
4	Cordeau, et al	2004	Determinístico / uno a muchos	Stock out / homogéneo	Programación lineal entera, relajación Lagrangiana, Decisiones de Markov

En la Tabla 1, los documentos centrales con horizonte de tiempo instantáneo son presentados y ordenados en orden cronológico.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad, la logística inmersa en el almacenamiento y transporte de productos terminados que son necesarios para la compañía Berhlan, presentan indicadores desfavorables para su sostenibilidad en el tiempo. Esto se evidencia en la ausencia de un plan de manejo de inventarios, así como el almacenamiento descontrolado de productos y la falta de trazabilidad en la etapa de distribución, de la misma forma dados los problemas de planeación táctica y operativa se encuentra que la compañía en algunos casos debe trabajar en jornadas extendidas, lo que genera insatisfacción del personal, altos costos de operación y constantes incumplimientos en los tiempos de entrega a los clientes tanto internos como externos.

El costo más alto que puede pagar una organización es el de perder a sus clientes cuando la recurrencia en los incumplimientos ocasiona la pérdida de confianza y credibilidad por parte de estos. Los clientes son la razón de ser y el motor que jalona las organizaciones y cada día cobra más importancia su opinión y satisfacción desde etapas como el diseño del producto hasta el servicio postventa. La satisfacción del cliente garantiza las ventas y una empresa que vende debe trabajar para satisfacer lo que este le demanda.

Dentro de esta satisfacción no solo se considera recibir el producto o servicio como tal sino también, la oportunidad y valores agregados que lo diferencian de la competencia. Es por esto que las empresas enfocan sus esfuerzos en la satisfacción del cliente para lograr permanecer en el mercado y su sostenibilidad en el tiempo.

Partiendo de esta situación, se decide formular un proyecto en el cual se realice la identificación de causas teniendo en cuenta las fallas que está presentando actualmente el proceso logístico de la compañía Berhlan de Colombia y plantear las

posibles opciones de optimización con su respectivo modelamiento (algoritmo de optimización).

Lo anterior nos lleva a formular las siguientes preguntas...

¿Cuáles son las variables que afectan el proceso de almacenamiento y transporte (distribución) de productos de aseo terminados en la empresa Berhlan de Colombia?

¿Cuál es el modelo matemático más eficiente que permita la optimización de las operaciones de almacenamiento y transporte terrestre (distribución) de productos de aseo terminados de la empresa Berhlan de Colombia?

3.1. Delimitación

El presente proyecto se centra específicamente en el diagnóstico, análisis del control y manejo de inventarios, así como de los procesos de transporte terrestre (distribución) de producto terminado de la empresa Berhlan de Colombia, además de una propuesta de mejoramiento desde las operaciones de almacenamiento de producto terminado hasta la entrega final de los pedidos a los clientes. Se considerarán problemas como costos demasiado altos, incumplimiento de la entrega de los pedidos, falencias en los procedimientos y controles realizados, escasez de información oportuna y veraz entre otros aspectos. Se sugerirá a la empresa la implementación de un modelo de optimización que permita mejorar el desempeño conjunto de los procesos de inventario y transporte, esto con el fin de garantizar a los clientes la llegada oportuna de los productos en las condiciones adecuadas.

4. JUSTIFICACIÓN

Berhlan de Colombia es una empresa Quindiana en constante crecimiento cuya visión (BERHLAN de Colombia, 2014) es “ser la empresa Colombiana con mayor crecimiento en el sector de fabricación y comercialización de productos de aseo, con el fin de impactar positivamente los mercados y canales de distribución nacionales e internacionales”, es por ello que para la empresa es de vital importancia hacer todos y cada uno de sus procedimientos eficientes y únicos con el fin de obtener un puesto privilegiado en el mercado que cada vez es más exigente, globalizado y competitivo.

La empresa es consciente de las falencias que se tiene en el manejo de la logística de su área de operaciones donde considera que el almacenamiento y transporte de producto terminado es uno de los principales eslabones para la correcta administración de su cadena de suministro. Debido a esto y en su afán de reducir los altos costos de operación que se están generando, la empresa Berhlan de Colombia se encuentra interesada en optimizar sus operaciones de almacenamiento y distribución de producto terminado, pues de estos dos procesos depende que la entrega de los productos a los clientes sea oportuna y se de en excelentes condiciones.

5. OBJETIVOS

5.1. Objetivo General

Diseñar un modelo matemático de optimización que permita programar de forma eficiente las operaciones conjuntas de inventario y transporte terrestre (distribución) de productos de aseo terminados de la empresa Berhlan de Colombia.

5.2. Objetivos Específicos

- *Diagnosticar las operaciones de transporte (distribución) de los productos de aseo terminados en la empresa Berhlan de Colombia relacionando el conjunto de variables que afectan esta operación logística.*
- *Realizar un análisis de control y manejo de inventarios para establecer cuál es el comportamiento de los productos ofertados por la compañía y definir los más relevantes.*
- *Plantear un modelo matemático para el problema combinado de inventario y distribución desde un depósito a varios clientes.*
- *Validar el modelo matemático, mediante una corrida aplicada a N productos.*
- *Comparar los resultados operacionales actuales con los del modelo de optimización para los procesos de almacenamiento y transporte terrestre de productos terminados de los N productos, mediante la variable costos.*

6. MARCO TEÓRICO

La creciente popularidad de los conceptos de gestión basada en la cooperación de las empresas a lo largo de la cadena de suministro anima a las empresas a utilizar métodos modernos para su planificación operativa. La característica principal que se espera de los enfoques contemporáneos es permitir el análisis simultáneo de los flujos de mercancías a lo largo de la cadena en múltiples eslabones de la cadena. Hoy en día, una estructura adecuada de un sistema de distribución y selección de políticas de distribución e inventario afecta no sólo el coste de ejecución de suministro del producto, sino también la calidad del costo de inventario y servicio al cliente. En sus esfuerzos por mejorar las características seleccionadas de la totalidad o una parte particular de la cadena de suministro, las empresas tienen que resolver los problemas que resultan mucho más complejas que en el caso de los enfoques tradicionales, donde se analiza un solo tema.

Al realizar un pedido, el cliente especifica la fecha de entrega requerida. Cada plan de entrega se refiere a un mismo período y el proceso de planificación se repite en períodos consecutivos. En la planificación de la operación de entrega, este problema clásico con frecuencia cada vez mayor, ha generalizado a admitir la posibilidad de determinar las fechas de entrega de los proveedores. Naturalmente, el vendedor no debe diseñar las rutas de entrega libremente. Las partes a menudo se ponen de acuerdo sobre los niveles especificados de los parámetros de cooperación, como la cantidad mínima o máxima de entrega, valores de inventario mínimos o máximos, o el número máximo de entregas con que el vendedor deberá cumplir. Cuando se considera con respecto al problema de enrutamiento de entregas, esta modificación facilita la ejecución de las mismas cantidades de entrega con una longitud de recorrido total más corto. Por desgracia, el vendedor se hace cargo de las funciones de análisis de inventario de sus clientes y la planificación de rutas en condiciones complejas.

Entre los criterios más utilizados para clasificar los problemas de ruteo de inventario, (IRP, en inglés, Inventory Routing Problem), están: longitud del horizonte de planificación, la inclusión / exclusión de los costes de almacenamiento, la demanda de un cliente (variable o constante en el tiempo, expresado de manera determinista o estocástica), y el tipo de solución buscado.

6.1. Repaso del Tema

Todo el negocio de fabricación, desde la extracción de las materias primas a través de varias etapas de la cadena de suministro hasta los clientes finales, ha sido testigo de una creciente necesidad de un comportamiento eficiente debido al aumento de la competencia y los márgenes de beneficios reducidos. Toda la cadena se ve afectada, y tanto los fabricantes como los proveedores de servicios en la industria del transporte se enfrentan a una situación de este modo más difícil que hace sólo unas pocas décadas. En esta situación, muchas empresas se han visto obligadas a cambiar su enfoque de la optimización de su propio negocio para planear para el beneficio de toda la cadena (Chopra & Meindl, 2004). La experiencia demuestra que la competencia hoy en día es más bien entre las cadenas de suministro y no entre actores autónomos dentro de la cadena de suministro. Esto ha dado lugar a un aumento de la colaboración entre los actores dentro de una cadena. Algunas de las empresas, que anteriormente negociaban sobre precios y tarifas, están compartiendo información actual con el fin de mejorar el rendimiento general.

La gestión de la cadena de suministro es un conjunto de enfoques utilizados para integrar eficazmente a proveedores, fabricantes, almacenes y tiendas, por lo que la mercancía es producida y distribuida en las cantidades adecuadas, a la ubicación correcta, y en el momento adecuado, con el fin de minimizar los costos de todo el sistema, mientras se satisfacen los requisitos de nivel de servicio (Chopra & Meindl, 2004). Esto implica una serie de actividades de gestión como compras, control de

inventario, producción, ventas y distribución (Christopher, 1992). El objetivo general de la gestión de la cadena de suministro es la integración de las unidades de organización y coordinación de los flujos de materiales, información y dinero, para que la competitividad de la cadena de suministro se mejore (Stadtler & Kilger, 2007).

Este estudio se centra en los procesos y decisiones relacionados con la gestión de inventario y el transporte, y sobre todo la combinación de estas actividades, por tanto el enfoque será en el transporte y la gestión de inventario entre las instalaciones de producción y consumo.

Varias compañías de transporte desean ampliar su área de toma de decisiones para incluir la gestión de inventario de sus clientes. De esta manera, pueden lograr una mejor utilización de su flota de vehículos y ofrecer un mejor precio y calidad de servicio a sus clientes. En la práctica, el actor responsable de la planificación coordinada puede ser el productor, consumidor o la empresa de transporte en función del tipo de negocio (Chopra & Meindl, 2004).

Sin importar quién sea el actor responsable de la tarea de planificación integrada, la gestión de inventario y el transporte han sido generalmente gestionados por separado en la industria. Sin embargo, cada vez más las cadenas de suministro ahora se aprovechan de la posibilidad de sincronizar la producción y los inventarios en dos instalaciones consecutivas. Una política bien establecida en la industria y la literatura, véase por ejemplo (Chopra & Meindl, 2004), es introducir el inventario administrado por el proveedor (VMI, en inglés, Vendor Managed Inventory). En este caso, el vendedor es responsable de todas las decisiones con respecto a los inventarios de productos de sus clientes. Como resultado, el control de reposición lo tiene el vendedor en lugar de sus clientes y por tanto deberá tomar tres decisiones simultáneas: (1) Cuándo debe abastecer a un cliente determinado, (2) la cantidad a entregar y (3) la forma de secuenciar los clientes para asignar las rutas, todo para

asegurar que sus clientes nunca estén sin inventario (Coelho, Cordeau, & Laporte, 2012).

En la literatura, el concepto VMI a menudo se explica y discute con vendedores como los fabricantes o proveedores y clientes como los minoristas.

Idealmente, los actores que están practicando VMI deben integrar la gestión del inventario y la planificación del transporte, pero esto no es siempre el caso en la realidad. Una de las razones puede ser la falta de apoyo de varios de los sistemas de planificación de recursos empresariales (ERP, en inglés, Enterprise Resource Planning) y otros sistemas de planificación avanzada que hay en el mercado.

Por la gran variedad de problemas de planificación para la gestión combinada del inventario y el transporte, la investigación se limita a los problemas con las siguientes características comunes:

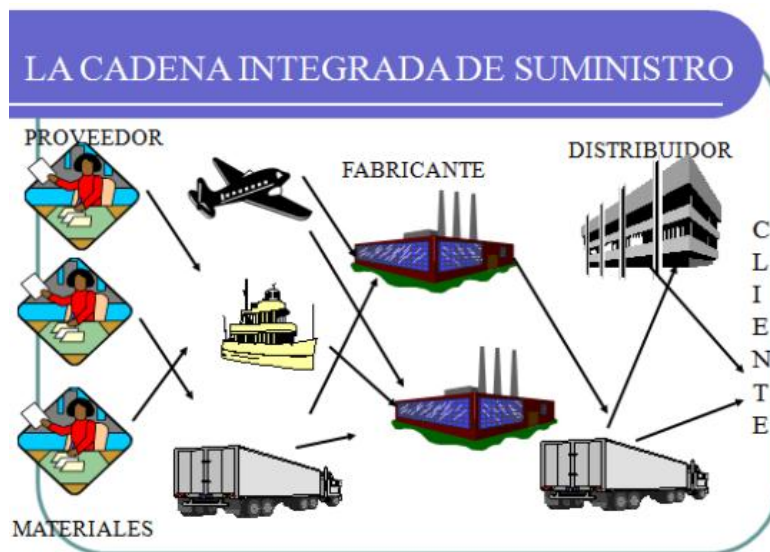
- La planificación es a nivel táctico y/u operativo.
- Un agente de la cadena de suministro es responsable tanto del transporte y la gestión de inventarios en un extremo de la rama de transporte.
- En el lugar en que es necesaria la gestión del inventario, se fabrican los productos a ser transportados
- Las capacidades de inventario son conocidas, junto con las características de producción y consumo. Tanto la producción como el consumo pueden darse como entradas o son variables de decisión en el proceso de planificación.
- El problema consiste en el diseño de un plan de enrutamiento y la programación en materia de gestión de inventario en la instalación pertinente, al tiempo que minimiza los costes de esta parte de la cadena de suministro.

6.2. Cadenas de suministro

Los diferentes tipos de negocios tienen estructuras distintas de la cadena de suministro. La cadena de suministro se define como la red de organizaciones que están involucradas, a través de enlaces ascendentes y descendentes en los diferentes procesos y actividades que producen valor en forma de productos y servicios para los clientes (Christopher, 1992). Este estudio se centra en las cadenas de suministro que contienen productos físicos (Ilustración 1).

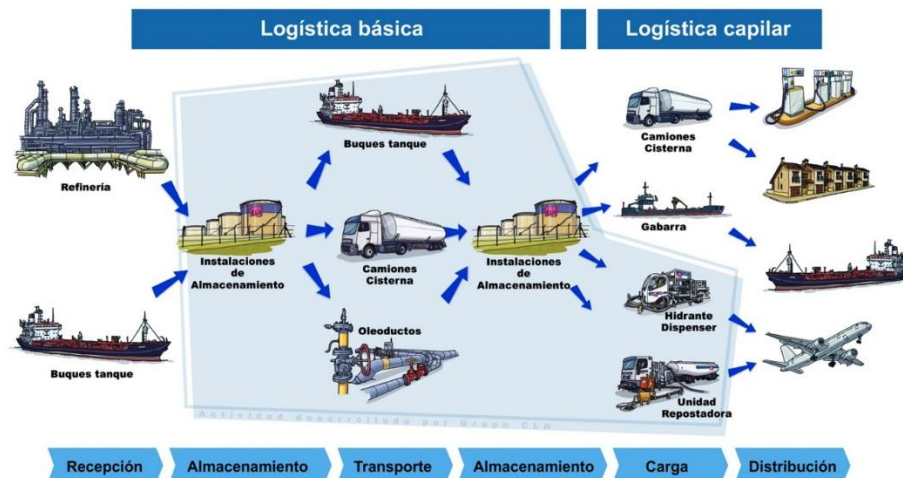
Las cadenas comienzan típicamente en las fuentes de producción de materia prima, continúan con la producción de los principales productos en las plantas de manufactura y terminan en los clientes o consumidores. El transporte se necesita normalmente entre las principales etapas en la cadena (Ilustración 2).

Ilustración 1. La cadena de suministros.



Fuente: Tomado de UPBUSINESS 2013, upnegociosyeventos.wordpress.com/2013/05/09/cadena-de-suministro-o-supply-chain

Ilustración 2. Logística.

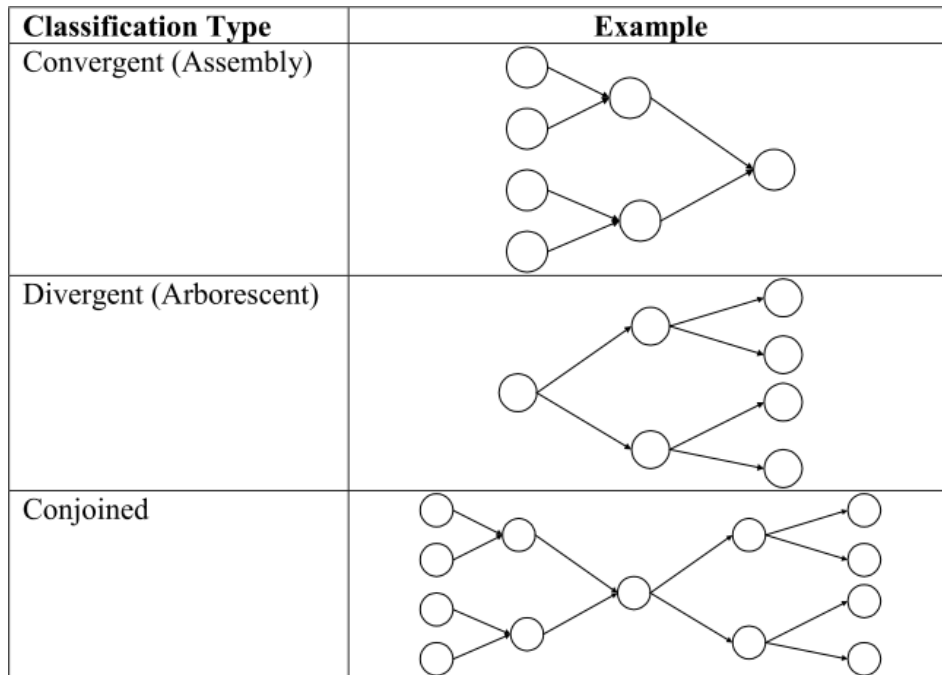


Fuente: Tomado de Pérez, 2013, operacioneslogi.blogspot.com.co/ - Desarrollo de operaciones logísticas en la cadena de abastecimiento

Siguiendo el flujo del producto, podríamos hablar de dos tipos extremos típicos de cadenas de suministro, convergente y divergente (Ilustración 3). Las estructuras convergentes son estructuras de tipo ensamble, en las que cada nodo (o instalación) de la cadena tiene como máximo un sucesor, pero puede tener cualquier número de predecesores; La industria de fabricación de automóviles es parte de una cadena de suministro convergente típica en el que son necesarios para hacer un coche muchas entradas de factores y piezas. Por otra parte, una cadena de suministro puede clasificarse como divergente (arborescente) si cada nodo tiene como máximo un predecesor, pero cualquier número de sucesores; la industria del petróleo es de este tipo, donde el aceite en bruto se procesa en un número de calidades de aceite y productos químicos (Beamon & Chen, 2001).

La estructura de la cadena tiene impacto en el tipo de problema combinado de gestión de inventario y de enrutamiento que enfrenta la industria involucrada. La tabla 2 muestra una visión general del típico actor responsable del problema combinado de la gestión de inventario y de enrutamiento para diferentes estructuras.

Ilustración 3. Tipos de Cadenas de Suministro.



Fuente: Tomado de Beamon & Chen 2001, Performance Analysis of Conjoined Supply Chains

En una cadena de suministro de múltiples agentes, el tamaño y el poder de los agentes tienen vital importancia para el agente que toma la responsabilidad general. Como alternativa, los agentes son autónomos y tienen que colaborar en estas cuestiones de gestión. En una empresa integrada verticalmente, la empresa externaliza el transporte a los proveedores especializados, u opta por operar, ella misma, una flota de vehículos con la capacidad necesaria. Por supuesto, algunas empresas integradas verticalmente combinan estas estrategias y son responsables de parte del transporte (Isaza, 2016). Por lo general, una empresa provee para sí misma el transporte, en temporada baja, pero contrata la capacidad de transporte adicional en la temporada alta.

Tabla 2. Típicos agentes responsables en varios tipos de cadenas de suministro.

Tipo de Cadena de suministro	Agente responsable		
	Productor	Transportista	Cliente
Un productor - un cliente	X	X	X
Un productor - varios clientes	X	X	
Varios productores - un cliente		X	X
Varios productores - varios clientes		X	

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 2 también se enumeran cuatro tipos principales de cadenas de suministro. El problema más simple contiene una planta de producción y una instalación de consumo. Para tal problema está dado el enrutamiento, pero un horario tiene que ser determinado, junto con las cantidades de recogida y entrega. Además, muchos de los problemas reales de gestión combinada de inventario y transporte tienen una estructura clásica de un problema de ruteo de vehículos (VRP, en inglés, Vehicle Routing Problem) que consiste en un depósito central y un conjunto de clientes dispersos geográficamente con inventarios locales y las tasas de producción o de consumo (Campbell, Clarke, Kleywegt, & Savelsbergh, 1998). Un ejemplo de transporte por carretera es la entrega de gasolina para estaciones de servicio desde una refinería o depósito central. Aquí la refinería es la planta de producción, mientras que todas las estaciones de servicio son los consumidores. La estructura opuesta, por ejemplo, se puede hallar en la recogida de leche desde las granjas a una lechería. Las granjas son los productores, y el depósito (planta) es el consumidor.

6.3. Visión integrada de inventario y transporte

La asignación de inventarios y el enrutamiento de vehículos son dos decisiones importantes y estrechamente interrelacionadas que surgen en varios contextos de planificación de la distribución en un sistema logístico.

Con el fin de determinar qué clientes deben ser servidos y la cantidad a suministrar a cada cliente seleccionado, se necesita información de costos de enrutamiento para calcular los beneficios marginales. Por otro lado, el costo de entrega para cada cliente depende de las rutas del vehículo, lo que a su vez requiere información sobre la selección del cliente y la cantidad de inventario a asignar. De esta interrelación se desprende la motivación para realizar un estudio que integre ambos casos simultáneamente (Chien et al., 1989).

A continuación se hará una breve descripción de gestión de inventario y enrutamiento, de forma separada y luego como un problema combinado.

6.3.1. Inventario y gestión de inventario

Según Ballou, los inventarios son acumulaciones de materias primas, provisiones, componentes, trabajo en proceso y productos terminados que aparecen en numerosos puntos a lo largo del canal de producción y de logística de una empresa. Hoy en día son usados por la mayoría de empresas como colchón entre los procesos, destinado a contrarrestar las variaciones y manejar la incertidumbre. El rendimiento de la producción que trabaja mejor bajo economías de escala puede estar desacoplado de la variación de los requerimientos de la demanda de un mercado volátil, por lo que los inventarios existen para actuar como amortiguadores y equilibran estos dos objetivos en conflicto, (Ballou, 2004). Un tiempo corto de respuesta a los clientes y un uso eficaz del aparato de producción a menudo es muy difícil de combinar sin un inventario. Por tanto, la gestión de inventario puede verse como la gestión de la meta en conflicto entre la oferta (obtención y producción) y la demanda.

Ballou nos sigue diciendo que “los inventarios aparecen en numerosos puntos a lo largo del canal de producción” pero a menudo es la demanda de clientes lo que está

bajo consideración en la teoría de gestión de inventario. Una razón para esto es que la filosofía de planificación de la producción a menudo anula la decisión de inventario realizada en los inventarios de productos terminados. En un entorno de incremento (método push), donde el trabajo está programado en función de los pronósticos, los niveles de inventario son consecuencias directas de las órdenes de pedidos y cantidades, mientras que en un entorno de tracción (método pull), el trabajo se autoriza por el estado (las necesidades) del sistema y los inventarios están idealmente fijos y precalculados (Ballou, 2004).

La literatura sobre gestión del inventario es amplia y el uso de modelos de investigación de operaciones (OR, en inglés, Operations Research) y sistemas de apoyo de las decisiones (DSS, en inglés, Decisions Support Systems) dentro de la gestión de inventario se encuentra bastante difundido en la industria. El número de proveedores de software que ofrecen DSS para la gestión del inventario es grande y creciente, y los proveedores de sistemas de planificación de recursos para grandes empresas, tienen todos, la gestión de inventario como parte integral de sus sistemas.

Un marco general de gestión de inventario se presenta en (Hillier & Lieberman, 2006), y se compone de los siguientes cuatro pasos:

1. Formulación de un modelo matemático que describe el comportamiento del sistema de inventario.
2. Búsqueda de una política óptima de inventario con respecto a este modelo.
3. Utilizar un sistema de procesamiento de información computarizado para mantener un registro de los niveles actuales de inventario.
4. Con el uso de este registro de los niveles de inventario actuales, aplicar la política de inventario óptimo para señalar cuándo y cuánto inventario reponer.

A pesar de que los cuatro pasos son importantes y para que todo el sistema funcione, es sobre todo en los pasos 1 y 2 que se necesita experiencia en investigación de operaciones. Desde sistemas hechos a la medida y muy sofisticados hasta productos genéricos, algunos de los sistemas están basados relativamente en la teoría básica de investigación de operaciones, mientras que otros incluyen métodos y algoritmos avanzados.

Algo que la mayoría de los modelos y sistemas no abordan adecuadamente es el aspecto de enrutamiento de transporte. A menudo se asume que el transporte es manejado por el proveedor, y el costo de ese modo se incluye en el precio unitario, o el costo de transporte por envío es fijo, y por tanto es una parte del costo de preparación de pedidos. Los estudios realizados por (Carter & Ferrin, 1996) y (Swenseth & Godfrey, 2002) muestran claramente las diferencias entre un costo de transporte plano y uno que depende del tamaño de los envíos en el cálculo de las cantidades óptimas. Ambos documentos expresan el costo de transporte variable en función de las tarifas de carga.

Para una descripción clara y precisa de la gestión de inventarios, se remite al lector a Fundamentos de Control y Gestión de Inventarios (Vidal, 2010).

6.3.2. Enrutamiento de vehículo

El problema clásico de ruteo de vehículos consiste en determinar un conjunto de rutas de vehículos, en los que una ruta es un recorrido que se inicia en la estación / depósito, atraviesa un subconjunto de los clientes en una secuencia especificada, y vuelve al depósito. Cada cliente debe ser asignado a exactamente una de las rutas de los vehículos y el tamaño total de las entregas para los clientes asignados a cada vehículo no debe exceder la capacidad del vehículo. Las rutas deben ser elegidas para minimizar el costo total del viaje (Federgruen & Simchi-Levi, 1995).

En problemas de enrutamiento la decisión de ordenar y la decisión de enrutamiento no se realizan al mismo tiempo, y por lo general no por el mismo agente. A menudo, la decisión de ordenar se hace por el consumidor, y una orden se envía al proveedor. El proveedor reúne todas las órdenes y hace un plan de enrutamiento para cumplir con todos los pedidos. Las cantidades a entregar a los consumidores son fijas y conocidas por el proveedor y deben ser entregadas dentro del período de planificación. Dependiendo de la topología de la aplicación, es común distinguir entre los problemas con un almacén central, donde todos los productos son recogidos o entregados, y problemas sin un almacén de este tipo. En muchos casos, todos los vehículos comienzan y terminan su recorrido en un depósito en el almacén central, pero también hay casos en los que el depósito se encuentra lejos del almacén o cuando no hay un depósito y los vehículos no tienen una posición fija de inicio.

Para una presentación completa del problema de ruteo de vehículos y algunas de sus variantes, se remite al lector a (B. L. Golden, Raghavan, & Wasil, 2008).

En el IRP se pueden distinguir tres casos para el enrutamiento. En el primer caso, un vehículo recoge mercancías en el almacén central y luego las distribuye a un solo cliente, antes de regresar al almacén. Se usa el término envío directo en la literatura (Li, Chu, & Chen, 2011). Un segundo caso se denota como múltiples visitas, donde un vehículo puede visitar a más de un cliente en un viaje. Aquí también, el trayecto empieza y termina en el almacén central y el problema de fondo es un problema de ruteo de vehículos (Li et al., 2011). En el tercer caso, la configuración de recogida y entrega, el viaje puede ser visto como continuo, sin inicio o fin (Savelsbergh & Sol, 1995).

6.3.3. Flota de vehículos:

La flota utilizada para distribuir o recoger la mercancía puede ser clasificada de acuerdo a su composición y tamaño. En una flota homogénea, todos los vehículos tienen las mismas características como la velocidad, el costo fijo, el costo variable, el equipo, y el tamaño. Si la flota es heterogénea, algunos, o la totalidad de las características de los vehículos son diferentes. Esto significa que una solución puede ser infactible si se intercambian dos vehículos. Se utilizan los términos homogéneos y heterogéneos para describir las dos posibilidades (Sharda & Voß, 2008).

El tamaño de la flota es un aspecto importante del problema. Si la flota se compone de un vehículo, se usa el término *unitario*. Si la flota se compone de un número de vehículos y esto podría ser un factor limitante, se usa el término *múltiple o limitado* para describir esta situación. Este es el caso, por ejemplo, si el distribuidor posee la flota y no puede contratar la capacidad de distribución adicional. La capacidad extra a menudo puede ser contratada a corto plazo. Si es posible contratar la capacidad de distribución adicional, el planificador siempre tendrá suficientes vehículos y se usa el término *sin restricciones o ilimitado* para estas situaciones (Sharda & Voß, 2008).

6.3.4. Combinación de la gestión de inventario y el enrutamiento

La gestión del inventario es clave en la planificación de las industrias de producción y manufactura. El control de inventarios es necesario para cualquier empresa dedicada a productos físicos, incluyendo fabricantes, mayoristas y minoristas.

Las industrias de fabricación y producción tienen normalmente otro problema clave de planificación, a saber, el transporte de materias primas, productos intermedios y

productos terminados. Como se mencionó anteriormente, una empresa, ya sea de producción o consumo de un producto, puede subcontratar el transporte o elegir tomar esta responsabilidad.

Tener la gestión de inventario de un lado, en el que los aspectos de enrutamiento del transporte no son tratados de manera adecuada, y el enrutamiento en la otra, con una serie de órdenes predefinidas para entregar, una extensión natural a ambos problemas es combinarlos. Vemos los beneficios económicos, la flexibilidad en los servicios, y la mejora de la robustez como resultado de dicha coordinación (Campbell et al., 1998).

Con el fin de lograr resultados positivos de la integración, ciertas características son preferibles. Un gran volumen producido y consumido junto con los costos asociados de inventario y transporte motiva la integración. Otra posibilidad es que sea un producto crítico desde la perspectiva de la cadena de suministro y grandes costos son inducidos si la no disponibilidad del producto causa interrupciones en el flujo de la cadena de suministro. Un Sistema de Apoyo a las Decisiones (DSS, en inglés, Decisions Support Systems) para la gestión combinada de inventario y enrutamiento puede ser beneficioso, ya que:

- Tanto el problema de la gestión de inventarios y el problema de enrutamiento es lo suficientemente compleja de tal manera que un DSS será útil para resolver cada uno de ellos.
- Debe haber disponibilidad de datos necesarios.
- La empresa debe estar dispuesta a reorganizarse internamente.
- Los costes de desarrollo, implementación y operación de un DSS deben ser compensados por los beneficios (Ballou, 2004; Christiansen, Fagerholt, & Ronen, 2004).

La gran variedad de aspectos y supuestos que pueden surgir en gestión combinada de inventario y enrutamiento es evidente. Esto se muestra en la formulación del problema y el modelado. A diferencia de otros problemas de enrutamiento, para los cuales existen definiciones claras con supuestos bien definidos, hay casi una nueva versión del problema por cada artículo publicado.

Así como muchas versiones del problema, hay también un sin número de diferentes nombres utilizados en la literatura. Uno de los primeros documentos que abordan el problema de la gestión combinada de inventario y el transporte (B. Golden, Assad, & Dahl, 1984), utiliza el término problema de inventario / enrutamiento, y define este problema como un problema de enrutamiento con características de inventario explícitas. El nombre “el problema de enrutamiento de inventario” (IRP) ha sido desde entonces uno de los más utilizados para problemas que combinan la gestión de inventario y el transporte.

Una definición más precisa es dada por (Dror, Ball, & Golden, 1985), quien afirma que “El IRP consiste en un conjunto de clientes, donde cada cliente tiene una demanda diferente cada día. ... El objetivo es el de reducir al mínimo los costos anuales de entrega, al tratar de garantizar que ningún cliente se queda sin el producto en cualquier momento”.

6.4. Topología

Enrutamiento: organización del movimiento físico de mercancías entre diferentes sitios geográficos, tales como depósitos, almacenes, puntos de producción y minoristas, entre otros (Baita, Ukovich, Pesenti, & Favaretto, 1998).

Según (Baita et al., 1998), “los problemas dinámicos de enrutamiento e inventario tratan de cómo administrar la actividad de suministrar (uno o varios) bienes desde

(uno o varios) orígenes a (uno o varios) destinos durante algún horizonte temporal (finito o infinito), teniendo en cuenta los problemas de enrutamiento e inventario”

Para las actividades de distribución que Baita et al. consideran, “las cuestiones específicas que deben abordar los encargados de la toma de decisiones de estas actividades son:

Cuándo los envíos tienen que hacerse, es decir cuándo los camiones tienen que ser cargados y cuándo los clientes tienen que ser visitados,

Cuánto debe cargar cada camión, en términos de cantidad de cada artículo considerado, y cómo debe distribuirse dicha carga entre los clientes solicitantes,

Qué ruta debe seguir cada camión para visitar a sus clientes”

También nos indican que según la topología de la distribución se utilizan tres modos; uno a uno, uno a muchos y muchos a muchos, para describir el problema. El caso muchos a uno está incluido en el caso de uno a muchos (este puede ser transformado en una topología de uno a muchos). El modo de uno a muchos es el dominante para el enrutamiento de inventario por carreteras, donde una sola instalación da servicio a un conjunto de clientes utilizando una flota de vehículos. La instalación central es un almacén en el cual los vehículos comienzan y terminan sus rutas y donde las mercancías son almacenadas antes de la entrega a los clientes (Baita et al., 1998).

7. Desarrollo del Problema

Después de realizar un seguimiento por varios días en las bodegas de alistamiento y despacho de producto terminado, junto con personal de cargue, se llega a los diagnósticos en la operación logística que se presentan a continuación.

7.1. Diagnóstico de los procesos de empaque, palletizado y preparación de producto terminado

- Deficiente manejo de información con área de producción
- Falta de personal para alistamiento de producto para despacho
- Faltantes en material de empaque por planeación deficiente en compras
- Se hace palletizado sólo para ciertos clientes y esto, sólo cuando se prepara el pedido para despacho.

7.2. Identificación de las limitaciones de las operaciones de transporte

- Falta de mantenimiento de equipos de apoyo (montacargas eléctrico), cantidad y capacidad insuficiente
- Falta de personal de carga de camiones
- Tiempo de cargue excesivo
- Programación de camiones para despacho
- Capacidad de vehículos disponibles (reducción por normas legales)
- No se utiliza GPS para seguimiento de vehículos en sus rutas de distribución o para control de tiempos.
- La mayoría de vehículos pertenece a transportadores independientes

7.3. Conjunto de variables que afectan esta operación logística

- Demanda / pedido de clientes
- Número de vehículos disponibles
- Cantidad de clientes
- Capacidad de los vehículos
- Costo de viaje directo de un sitio a otro (por vehículo)
- Cantidad de producto disponible en el depósito central
- Cantidad de producto despachado a cada sitio (toneladas)

7.4. Diagnóstico del control y manejo de inventarios

Al realizar un análisis del control y manejo de inventarios para establecer el comportamiento de los productos ofertados por la compañía, se concluye lo siguiente:

- Deficiente planeación
- Excesivo espacio de almacenamiento de Producto Terminado y falta de delimitación para diferentes productos
- Gestión de inventarios inadecuada: El almacén no tiene definidas normas ni procedimientos de organización, distribución y almacenaje de materiales.
- Falta de seguimiento para la ejecución de traslados de mercancía; es decir, el movimiento físico de mercancía dentro del almacén no se realiza mediante un sistema de almacenamiento específico.
- Dos clientes reciben atención especial para el manejo de su pedido, lo cual es empacado y palletizado para su distribución.

Nota: Por su principal característica, la maquila de diferentes productos de limpieza y aseo para varias empresas de cadena del país, no es conveniente definir productos de inventario relevantes, sino de clientes, un total de 25.

7.5. Modelo Matemático

La notación y el modelo se basan en el documento de (Federgruen & Zipkin, 1984) que luego será aplicado al caso específico de la empresa bajo estudio.

Parámetros

D_n : demanda (pedido) cliente n

Constantes

V : número de vehículos

n : número de locaciones (clientes), indexado de 1 a n ; índice 0 es para el depósito

b_v : capacidad (peso o volumen) de vehículo v

C_{ij} : costo de viaje directo de i a j (por vehículo)

A : cantidad de producto disponible en depósito central

q_i : función de costo de inventario

Variables

Se define una ruta ficticia $v = 0$ que consiste en aquellos lugares a los que no se va a enviar nada ($b_0 = 0$)

$Y_{iv} = 1$ si punto de entrega i es asignado a ruta v ; 0 en caso contrario

$X_{ijv} = 1$ si vehículo v viaja directo de i hasta j ; 0 en caso contrario

W_i : cantidad entregada a cliente i (toneladas)

Con esta notación, el problema puede plantearse de la siguiente forma:

$$\mathbf{Min} Z = \sum_{i,j,v} C_{ij} * X_{ijv} + \sum_i q_i(w_i) \quad (1)$$

Sujeto a

$$\sum_i w_i * y_{iv} \leq b_v, \quad v = 0, \dots, V \quad (2)$$

$$\sum_i w_i \leq A, \quad w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{v=1}^V y_{0v} = V \quad (4a)$$

$$\sum_{v=0}^V y_{iv} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (4b)$$

$$y_{iv} = 0 \text{ ó } 1, \quad j = 0, \dots, n; \quad v = 0, \dots, V \quad (5)$$

$$\sum_i x_{ijv} = y_{jv}, \quad j = 0, \dots, n; \quad v = 1, \dots, V \quad (6)$$

$$\sum_j x_{ijv} = y_{iv}, \quad i = 0, \dots, n; \quad v = 1, \dots, V \quad (7)$$

$$\sum_{(i,j) \in S \times S} x_{ijv} \leq |S| - 1, \quad S \subseteq \{1, \dots, n\},$$

$$2 \leq |S| \leq n - 1; \quad v = 1, \dots, V \quad (8)$$

$$x_{ijv} = 0 \text{ ó } 1, \quad i = 0, \dots, n; \quad j = 0, \dots, n; \quad v = 0, \dots, V \quad (9)$$

La restricción (2) garantiza que la carga asignada a cada vehículo esté dentro de su capacidad.

La restricción (3) garantiza que la cantidad total enviada esté disponible en el almacén o depósito.

Restricciones (4) y (5) garantizan que se asigne cada punto de entrega a una sola ruta (posiblemente la ruta ficticia 0) - Nota: El problema es factible para cualquier vector y que satisfaga estas dos restricciones (Federgruen & Zipkin, 1984)

Restricciones (6) - (9), definen un problema de agente viajero (TSP) entre los clientes asignados al vehículo v .

Restricciones (6) y (7) garantizan que haya una sola visita a un punto de entrega.

Restricción (8) garantiza que no se presenten subtours en los recorridos de los vehículos, estos deben iniciar y finalizar en el depósito.

Observe que con y fijo, el problema se descompone en sub-problemas más simples, es decir, un problema de asignación de inventario y V problemas de agentes viajeros (V TSPs), uno para cada vehículo. Esta propiedad fundamental de separación es la base del enfoque computacional (Federgruen & Zipkin, 1984).

7.5.1. Método de solución: Optimización Secuencial Basada en Programación Entera Mixta

El método consiste en encontrar una solución resolviendo a optimalidad dos sub-problemas de forma separada, teniendo en cuenta que el costo de la solución final se obtiene sumando los costos conseguidos en cada uno de los sub-problemas. Cada sub-problema se resuelve en una parte del modelo matemático basado en programación entera mixta, enfocado a la optimización de soluciones parciales de forma secuencial.

En la primera parte del modelo matemático (*Fase I*) se soluciona un problema de inventarios, ignorando las restricciones de ruteo, con el objetivo de encontrar el costo mínimo de gestión de inventarios y las cantidades a enviar a cada uno de los minoristas. Para esta fase se consideran las restricciones (2) y (3).

En una segunda parte del modelo matemático (*Fase II y Fase III*), se optimizan las decisiones de ruteo fijando las variables de decisión asociadas al problema de gestión de inventarios encontradas en la primera parte. Para esta parte se aplican las restricciones (6) a (8).

Finalmente se calcula el costo total de la solución como la suma del costo de inventario y ruteo encontrada por cada sub-problema.

Se utiliza el optimizador CPLEX para la experimentación, en EDI GAMS.

7.5.2. Parte I: El problema de Asignación de Inventarios

Cualquier valor específico de y determina una partición $\{y_v: v = 0, \dots, V\}$ de índices $\{1, \dots, n\}$ donde $y_v = \{i: y_{iv} = 1\}$. Por lo tanto y_v es el conjunto de locaciones que serán atendidas por el vehículo v de acuerdo a la asignación y , $v = 0, \dots, V$

El problema de la asignación de inventario (AI) se puede escribir entonces, de la siguiente manera:

(AI) *propuesto por* (Federgruen & Zipkin, 1984):

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n q_i(w_i) \quad (10)$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n w_i \leq A, \quad (11)$$

$$\sum_{i \in Y_v} w_i \leq b_v, \quad v = 0, \dots, V,$$
$$w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

Para hallar la solución a este problema, las variables w_i para $i \in Y_0$ y la restricción para $v = 0$ pueden ser ignorados. Esto se da porque para estos casos, las rutas son ficticias y por tanto no se enviará mercancía a esos destinos.

Al proyectar este problema sobre nuevas variables $W_v = \sum_{i \in Y_v} w_i$, con $v = 1, \dots, V$ se tendrá:

$$Q_v(W_v) = \min \sum_{i \in Y_v} q_i(w_i)$$

Sujeto a

$$\sum_{i \in Y_v} w_i = W_v \quad (13)$$

$$w_i \geq 0, \quad i \in Y_v$$

Este problema de asignación de inventario (A) es equivalente al siguiente modelo:

$$\mathbf{Min} \sum_{v=1}^V Q_v(W_v)$$

Sujeto a

$$\sum_{v=1}^V W_v \leq A$$

$$0 \leq W_v \leq b_v \quad v = 1, \dots, V$$

De acuerdo a (Chien et al., 1989) este sub-problema de asignación de inventario (A) es un problema continuo de la mochila el cual puede ser resuelto de manera eficiente por un procedimiento goloso, esencialmente asignando inventario a los diferentes clientes en un orden específico, siempre que exista inventario disponible.

El procedimiento se describe a continuación,

1. Inicialización: $W_v \leftarrow 0$, para todo v . $Q1 \leftarrow Q$
2. Ordenar clientes y reindexar
3. $v \leftarrow 1$
 - a. Si $Q1 > 0$ entonces,
 - i. $W_v \leftarrow \min(Q1, d_v)$
 - ii. $Q1 \leftarrow Q1 - W_v$
 - iii. $v \leftarrow v + 1$, ir a 3a.
 - b. De lo contrario, finalizar.

7.5.3. Parte II: El subproblema de Ruteo

El subproblema consiste de las variables x (flujo de inventario de acuerdo a los resultados fase I) y las variables y (rutas de vehículos). Al fijar las variables y se

resuelven problemas de agente viajero (*TSP*) entre los clientes asignados a cada vehículo v

$$\mathbf{Min} \mathbf{Z} = \sum_{i,j,v} C_{ij} * X_{ijv}$$

$$\sum_i x_{ijv} = y_{jv}, \quad j = 0, \dots, n; \quad v = 1, \dots, V \quad (6)$$

$$\sum_j x_{ijv} = y_{iv}, \quad i = 0, \dots, n; \quad v = 1, \dots, V \quad (7)$$

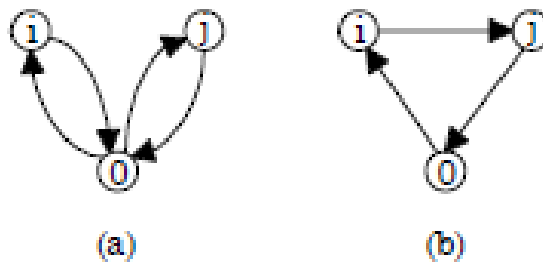
$$\sum_{(i,j) \in S \times S} x_{ijv} \leq |S| - 1, \quad S \subseteq \{1, \dots, n\},$$

$$2 \leq |S| \leq n - 1; \quad v = 1, \dots, V \quad (8)$$

Para solucionar este subproblema se hará en dos pasos, un primer paso, haciendo una combinación de vehículos a utilizar de acuerdo a la asignación de inventario (resultados de la fase I), esto con el fin de utilizar la mínima cantidad de vehículos y dejando el menor espacio de capacidad disponible sin usar. Luego un segundo paso, para resolver los problemas de agente viajero (v -*TSP*) para cada vehículo.

Para el primer paso (Fase II), se utiliza el algoritmo de ahorros de Clarke & Wright publicado en 1964 y que se encuentra resumido en (Lysgaard, 1997), que ha sido uno de los algoritmos más implementados para resolver VRP en general, el cual consiste en realizar una exploración limitada del espacio de búsqueda y dar una solución factible en poco tiempo. El algoritmo se desarrolla partiendo de una solución con dos rutas $(0, \dots, i, \dots, 0)$ y $(0, \dots, j, \dots, 0)$, las cuales pueden ser unidas creando así una sola ruta $(0, \dots, ij, \dots, 0)$ como se muestra a continuación:

Ilustración 4. Concepto de Ahorros. Tomado de Lysgaard 1997, Clarke & Wright's Saving Algorithm



El ahorro en distancia se encuentra representado por las siguientes ecuaciones:

- Indicando el costo de transporte D_a entre dos puntos dados, como se muestra en la ilustración 4, figura a.

$$D_a = C_{0i} + C_{i0} + C_{0j} + C_{j0} \quad (14)$$

- De manera equivalente, los costos de transporte D_b al unir dos nodos, de la ilustración 4, figura b,

$$D_b = C_{0i} + C_{ij} + C_{j0} \quad (15)$$

Al realizar la combinación de estos dos costos, se obtienen los ahorros S_{ij}

$$S_{ij} = D_a - D_b = C_{0i} + C_{j0} - C_{ij} \quad (16)$$

El algoritmo parte de una solución inicial y realiza las uniones de nodos que mayor ahorro generen, siempre y cuando cumplan con las restricciones planteadas en el problema. Los valores relativos grandes de ahorros son los que indican, en relación a los costos, que es atractivo visitar a los clientes i y j en la misma ruta. Para usar este método es necesario entonces, conocer los costos o las distancias que existen entre los diferentes nodos, o sea el costo de cada trayecto.

Este método puede ser implementado de dos formas, la primera es paralela, es decir cuando se usan todos los nodos en la construcción de todas las rutas, simultáneamente, y la segunda es secuencial, que se refiere a la construcción de las rutas una por una (Lysgaard, 1997).

Para la solución del problema actual, se usará el algoritmo de ahorro paralelo.

Algoritmo de Ahorro versión paralela

Los pasos para la construcción de la solución en el método paralelo son:

Paso 1 (inicialización) para cada cliente i , construir la ruta $(0, \dots, i, \dots, 0)$.

Paso 2 (cálculo de ahorros) calcular S_{ij} para cada par de clientes i y j

Paso 3 (mejor unión). Sea $S_{ij} = \max S_{ij}$, donde el máximo se toma entre los ahorros que no han sido considerados aún. Sean r_i y r_j las rutas que contienen a los clientes i y j respectivamente. Si el cliente i es el último cliente de r_i y el primer cliente de r_j y la combinación de r_i y r_j es factible, combinarlas.

Paso 4 Eliminar S_{ij} de futuras consideraciones. Si quedan ahorros por examinar ir a 3, si no, terminar.

Para el siguiente paso (Fase III), resolver un problema combinatorial conocido como el Problema del Agente Viajero (TSP, por su sigla en inglés), para calcular las mejores rutas de vehículos de acuerdo a los clientes asignados en la fase II, es decir, se desarrolla el TSP a partir de la información que se halla con el método de ahorros. Esto para cada vehículo en cuestión. Ver el libro *Técnicas Heurísticas de Optimización de* (Gallego Rendón, Escobar Zuluaga, & Toro Ocampo, 2008) para una explicación completa del problema combinatorial.

7.6. Resultados Computacionales

Usando un computador portátil con procesador Genuine Intel (R) U4100 @ 1.30 Ghz, con memoria RAM de 2.00 GB y sistema operativo de 64 bits, se realizó la prueba del algoritmo en EDI GAMS 24.7.1, para un depósito y 41 clientes (tabla con

datos de distancias de prueba, tomado de GAMS, ver anexo), dando los siguientes resultados (ver tabla 3):

Tabla 3. Resultados Prueba 1

Vehículo	Carga (ton)	Ruta	Distancia ruta (km)	# Clientes
1	15	d-13-14-15-d	379	3
2	14	d-16-17-18-19-d	385	4
3	14	d-12-20-21-d	348	3
4	15	d-4-29-28-27-d	233	4
5	15	d-11-10-22-d	261	3
6	13	d-23-26-25-d	184	3
7	15	d-33-31-32-39-d	194	4
8	15	d-1-24-9-8-d	184	4
9	13	d-30-34-d	174	2
10	13	d-36-35-37-d	148	3
11	13	d-6-5-40-d	124	3
12	15	d-2-7-3-d	111	3
13	13	d-38-41-d	78	2
Totales	183	Tiempo=35.564 seg	2803	41

En la tabla se da información de los vehículos que se requieren (13) para poder distribuir la cantidad de mercancía a la totalidad de clientes (41) habiendo la disponibilidad en el depósito, según la demanda de cada uno de ellos.

En la columna dos, se da información de la carga total que llevaría cada vehículo.

En la columna tres, el recorrido de cada vehículo para servir a los clientes de su ruta cubriendo una distancia mínima.

En la columna cuatro, la distancia total recorrida por cada vehículo en su ruta.

En columna cinco, cantidad de clientes atendidos.

En la parte inferior de la tabla se encuentra el total de tiempo del algoritmo para dar una respuesta (cerca de 36 segundos), el total recorrido por todos los vehículos y el total de clientes servidos.

Para la prueba del algoritmo se usa una capacidad de vehículo de 15 toneladas e información de distancias (también se puede usar el algoritmo con información de costos) de recorrido entre depósito y cada uno de los clientes ó entre clientes.

Tabla 4. Resultados prueba 2.

Camión	Carga	Ruta	Distancia ruta	# Clientes
1	11	d-9-1-2-15-d	2963	4
2	11	d-13-16-d	700	2
3	10	d-18-14-19-d	704	3
4	10	d-6-4-8-d	396	3
5	10	d-5-7-d	392	2
6	10	d-12-20-d	696	2
7	10	d-3-11-d	572	2
8	10	d-17-21-d	696	2
9	7	d-22-23-d	91	2
10	6	d-10-d	572	1
11	6	d-24-d	88	1
12	8	d-25-d	572	1
Totales	109	Tiempo=17.856 seg	8442	25

En la tabla 4 aparecen los resultados de una segunda prueba con 25 clientes, que son relevantes de la empresa Berhlan de Colombia (no se utilizan nombres ni razón social de las empresas, por confidencialidad).

Al igual que en la prueba anterior, la información en la tabla corresponde a los resultados arrojados por el algoritmo. Incluye cantidad de vehículos requeridos, carga a transportar por cada vehículo, recorrido para servir a los clientes en la ruta y distancia de recorrido. También se da el tiempo que toma el algoritmo en arrojar el resultado, que es alrededor de 18 segundos.

Para la prueba del algoritmo se usa una capacidad de vehículo de 9 toneladas e información de distancias (también se puede usar el algoritmo con información de costos) de recorrido entre depósito y cada uno de los clientes ó entre clientes.

Tabla 5a. Resultados prueba 3 (programación empresa).

Ciudad destino	Vehículo	Carga (ton)	Ruta	Distancia ruta (km)	# Clientes
Cali	1	6,3	d-1-d	388	1
Cali	2	4,7	d-2-d	388	1
Cali	3	5,5	d-3-d	388	1
Cali	4	5,9	d-4-d	388	1
Pereira	5	5,7	d-5-d	88	1
Pereira	6	5,1	d-6-d	88	1
Pereira	7	9,2	d-7-d	88	1
Funza	8	5,9	d-8-d	572	1
Tocancipá	9	5,8	d-9-d	572	1
	Totales	54,1	04-nov-15	2960	9

Tabla 6b. Resultados prueba 3 (resultados algoritmo).

Ciudad destino	Vehículo	Carga (ton)	Ruta	Distancia ruta (km)	# Clientes
Cali	1	6,3	d-1-d	388	1
Cali	2	10,2	d-2-3-d	392	2
Cali	3	5,9	d-4-d	388	1
Pereira	4	10,8	d-5-6-d	91	2
Pereira	5	9,2	d-7-d	88	1
Funza	6	5,9	d-8-d	572	1
Tocancipá	7	5,8	d-9-d	572	1
	Totales	54,1	Tiempo=8.377 seg	2491	9
	Información arrojada por el Algoritmo como solución al problema de distribución de carga entre la Bodega de la empresa en el Quindío y los clientes a nivel nacional. Los datos resaltados son de optimización				

La tabla 5 se divide en dos partes, una primera parte tiene la información de la programación de despacho de varios vehículos realizado por el área de bodega en

la empresa Berhlan (Información recibida del jefe de despachos), con fecha Nov. 04, 2015.

En esta parte se tiene información de ciudades de destino, cantidad de vehículos utilizados (uno por cada destino / cliente), carga transportada por vehículo, ruta de cada vehículo iniciando y finalizando en depósito, distancia recorrida y cantidad de clientes servidos.

En la segunda parte de la tabla aparece la información arrojada por el algoritmo, que indica ciudades de destino, cantidad de vehículos a utilizar (dos menos que lo programado manualmente), carga transportada por vehículo, ruta de cada vehículo iniciando y finalizando en depósito, distancia recorrida y cantidad de clientes servidos. También incluye tiempo que toma el algoritmo en dar una respuesta al problema de distribución (8.5 segundos aprox), siendo esta distribución mucho mejor que la realizada por el personal de despachos y que se obtiene en un tiempo relativamente bajo.

Para la prueba del algoritmo se usan datos de capacidad de vehículos de 11.5 ton (FRR - camión), 9 ton (FRR – camión) y 6.5 ton (turbo camión), las mismas utilizadas por la empresa en cuestión, con información de distancias (también se puede usar el algoritmo con información de costos) de recorrido entre depósito y cada uno de los clientes ó entre clientes.

En la empresa se realiza una reunión diaria entre las áreas de producción y distribución para determinar la cantidad (peso) de pedidos a sacar que deberán ser alistados y cargados a diferentes vehículos durante el día para ser despachados a los clientes correspondientes. Con la información obtenida de esta reunión, una persona del área de distribución es la encargada de calcular la cantidad de vehículos a enviar, asignar clientes a vehículos y determinar las rutas de los vehículos a despachar. En general los clientes de la empresa son supermercados de cadenas y por tanto, cada sucursal se maneja como un cliente independiente, lo cual complica la programación de vehículos y normalmente es largo el tiempo de

asignación de inventario a un vehículo así como la decisión de ruta de cada vehículo. Los despachos no se pueden iniciar hasta tanto no se tenga la información correspondiente de rutas de distribución y clientes a ser atendidos. En la mayoría de los casos, no se utiliza en su totalidad la capacidad de los vehículos pero de igual forma la empresa debe pagar el flete completo.

Con la utilización de este algoritmo se reducirá sustancialmente el tiempo de asignación de inventario de los clientes a cada vehículo (usando al máximo la capacidad disponible) y la programación de las rutas de los vehículos, asegurando el mejor recorrido posible, desde un punto de vista global para reducción de costos de transporte.

7.7. Resultados de comparación con datos reales

Se hace una corrida con datos reales de la empresa y se comparan los resultados arrojados del modelo con la programación de vehículos hecha manualmente en la empresa (datos históricos).

Tabla 7. Resultados pruebas con datos de la empresa.

	vehículos requeridos	clientes visitados	carga entregada (ton)	distancia recorrida (km)	costo ruteo (\$)	diferencia costos (\$)
Prueba 3	9	9	54,1	2960	\$ 3.966.765	\$ 437.586
	7	9	54,1	2491	\$ 3.529.179	
Prueba 4	9	9	62,4	4440	\$ 6.395.421	\$ 898.798
	7	9	62,4	3663	\$ 5.496.623	
Prueba 5	8	8	60	3172	\$ 4.168.187	\$ 351.031
	6	8	60	2788	\$ 3.817.156	
Prueba 6	11	11	82,5	7776	\$ 9.860.246	\$ 264.672
	9	11	82,5	7392	\$ 9.595.574	
Prueba 7	13	13	109,7	7882	\$ 10.903.152	\$ 379.119
	11	13	109,7	7709	\$ 10.524.033	

En la tabla aparece el resumen de los resultados de varias pruebas (ver tablas completas en anexo). En la fila superior de cada prueba, se encuentra la información de datos históricos de la empresa y en la parte inferior los resultados que arroja el algoritmo.

En la columna 2 está la información de cantidad de vehículos requeridos para servir a varios clientes. En la columna 3 se tiene la información del total de clientes visitados. En columna 4 la carga total transportada por todos los vehículos. En columna 5 la distancia total recorrida por vehículos para servir a todos los clientes. En columna 6 se da el costo de ruteo (información tomada de la tabla de fletes de mintransporte, <https://www.mintransporte.gov.co/visorpdf.php?id=11934&pdf=1> consultado en Abril 11, 2017). En columna 7 la diferencia de costos en caso de haber programado las rutas con los resultados arrojados por el algoritmo. En columna 8 se indican los tiempos de procesamiento del algoritmo para dar resultados de asignación de inventario y ruteo de vehículos.

7.7.1. Un análisis simple

De la tabla 6, columna de 7, se puede tomar la información para hacer un sencillo análisis de ahorro en costos de transporte.

Promedio ahorros diarios = \$466.000

Se calcula sumando todos los resultados y dividiendo entre el total de observaciones

Total días laborados al mes (se asumen 4 semanas laborales de 6 días) = 24

Total meses laborados al año (se asume 1 mes de descanso) = 11

Ahorro en transporte al año = $466.000 * 24 * 11 = \$123'024.000$

8. CONCLUSIONES

En esta investigación, se analiza el sistema de inventario-distribución de una empresa que opera en la industria de maquila de productos de aseo en el departamento del Quindío. Tras realizar análisis previos en la empresa, se detecta un problema de asignación de inventario en los vehículos a ser despachados y dificultad para programación de rutas de distribución. El sistema de distribución entre el depósito y los clientes se convierte en un sistema de enrutamiento de inventario y se requiere un modelo para optimizar los costos de manejo de inventario y los costos de transporte del sistema.

El modelo de enrutamiento de inventario determina las cantidades de reposición de los productos del depósito a los clientes, de acuerdo a sus pedidos. Basado en (Federgruen & Zipkin, 1984) se construye un modelo programación entera mixta para determinar las rutas óptimas del vehículo y la cantidad de reabastecimientos, para minimizar el costo del transporte y el inventario en todo el sistema. Con el fin de superar la complejidad multi-artículos del problema, la carga de vehículo se toma en peso en toneladas de todos los pedidos. Para solucionar el modelo se utiliza una heurística en tres fases (algoritmo goloso, algoritmo de ahorros y algoritmo de optimización).

Se han utilizado algunos datos irreales para no publicar información concerniente a clientes de la empresa, pero sólo para demostrar que el modelo funciona de manera general y puede ser aplicado a cualquier empresa que tenga problemas similares.

Menos distancia recorrida y mayor utilización de la capacidad de los camiones son ventajas que genera el uso del sistema de ruteo de inventario. Además, el costo de transporte disminuye, como resultado de la utilización de menos camiones para distribución de la mercancía.

Una de las mayores ventajas en la utilización del modelo es el tiempo reducido para determinar una programación de rutas de vehículos, en especial cuando se presentan inconsistencias entre el inventario existente y el inventario del sistema, fácilmente se puede realizar una reasignación de vehículos y rutas de distribución, ajustando la nueva información de inventario.

En resumen se puede decir que, con el sistema de enrutamiento de inventario propuesto, se puede obtener un mejor nivel de servicio al cliente con menos costes logísticos, valor que puede superar los \$100' millones de pesos anuales.

Para la aplicación y uso del algoritmo se recomienda hacer una integración del mismo con un lenguaje de programación de alto nivel para que a través de este último, se interactúe con el usuario y en un nivel intermedio, en el algoritmo en GAMS se realicen los procesos y cálculos necesarios para la aplicación de parámetros que indique el usuario en cuestión.

9. BIBLIOGRAFIA

- Baita, F., Ukovich, W., Pesenti, R., & Favaretto, D. (1998). Dynamic routing-and-inventory problems: a review. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 32(8), 585–598. [http://doi.org/10.1016/S0965-8564\(98\)00014-7](http://doi.org/10.1016/S0965-8564(98)00014-7)
- Ballou, R. H. (2004). *Logística: Administración de la Cadena de Suministro* (Quinta ed.). México: Pearson Education Inc.
- Beamon, B. M., & Chen, V. C. P. (2001). Performance Analysis of Conjoined Supply Chains, (206).
- BERHLAN de Colombia. (2014). Berhlan de Colombia. Retrieved from <http://berhlan.co/>
- Berman, O., & Larson, R. C. (2001). Deliveries in an Inventory / Routing Problem Using Stochastic Dynamic Programming. *Transportation Science*, 35, 192–213.
- Campbell, A., Clarke, L., Kleywegt, A., & Savelsbergh, M. (1998). The Inventory Routing Problem. *Fleet Management and Logistics*, 46(Ddm), 95–113. <http://doi.org/10.1007/978-1-4615-5755-5>
- Carter, J. R., & Ferrin, B. G. (1996). Transportation costs and inventory management: Why transportation costs matter. *ABI/INFORM Research*, 37(3), 58–61.
- Chien, T. W., Balakrishnan, A., & Wong, R. T. (1989). An Integrated Inventory Allocation and Vehicle Routing Problem. *Transportation Science*, 23(December 2014), 67–76. <http://doi.org/10.1287/trsc.23.2.67>
- Chopra, S., & Meindl, P. (2004). Resumen de Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation. In *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation* (2nd ed., p. 567). Pearson / Prentice Hall. Retrieved from <http://dspace.ucbscz.edu.bo/dspace/handle/123456789/20901>
- Christiansen, M., Fagerholt, K., & Ronen, D. (2004). Ship Routing and Scheduling: Status and Perspectives. *Transportation Science*, 38(1), 1–18. <http://doi.org/10.1287/trsc.1030.0036>
- Christopher, M. (1992). *Logistics & supply chain management. Logistics and Supply Chain Management: Creating Value-adding Networks* (4th ed.). Prentice Hall.
- Coelho, L. C., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2012). Thirty years of Inventory Routing. *CIRRELT*, (January), 1978–2011.

- Cordeau, J., Laporte, G., Savelsbergh, M., & Vigo, D. (2004). Short-Haul Routing. In *Centre for Research on Transportation* (p. 79). Montreal.
- Dror, M., Ball, M., & Golden, B. (1985). A computational comparison of algorithms for the inventory routing problem. *Annals of Operations Research*, 4(1), 1–23. <http://doi.org/10.1007/BF02022035>
- Federgruen, A., & Simchi-Levi, D. (1995). Analysis of Vehicle Routing and Inventory-Routing Problems. In *Handbooks in Operations Research and Management Science* (Vol. 8, pp. 297–373). [http://doi.org/10.1016/S0927-0507\(05\)80108-2](http://doi.org/10.1016/S0927-0507(05)80108-2)
- Federgruen, A., & Zipkin, P. (1984). A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem. *Operations Research*, 32(5), 1019–1037. <http://doi.org/10.1287/opre.32.5.1019>
- Gallego Rendón, R., Escobar Zuluaga, A., & Toro Ocampo, E. (2008). *Técnicas Metaheurísticas de Optimización* (2a ed.). Pereira: Taller de Publicaciones UTP.
- Golden, B., Assad, A., & Dahl, R. (1984). Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component. *Large Scale Systems*, 7(2–3), 181–190.
- Golden, B. L., Raghavan, S., & Wasil, E. A. (2008). *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges* (Vol. 43). Springer Science & Business Media.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. (2006). *Introducción a la Investigación de Operaciones , 8th Edition* (8th ed.). Mexico: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Isaza, J. J. (bienpensado. com. (2016). Qué es integración vertical e integración horizontal. Retrieved from <http://bienpensado.com/integracion-vertical-e-integracion-horizontal/>
- Li, J., Chu, F., & Chen, H. (2011). Coordination of split deliveries in one-warehouse multi-retailer distribution systems. *Computers & Industrial Engineering*, 60(2), 291–301. <http://doi.org/10.1016/j.cie.2010.11.012>
- Lysgaard, J. (1997). Clarke & Wright 's Savings Algorithm, (September), 1–7.
- Moin, N. H., & Salhi, S. (2007). Inventory routing problems: a logistical overview. *Journal of the Operational Research Society*, 58, 1185–1195. <http://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602264>
- Savelsbergh, M., & Sol, M. (1995). The General Pickup and Delivery Problem. *Transportation Science*, 29, 17–29.
- Sharda, R., & Voß, S. (2008). *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and*

New Challenges. (B. Golden, S. Raghavan, & E. Wasil, Eds.) *Information Systems Journal* (Vol. 43). Springer. <http://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8>

Stadtler, H., & Kilger, C. (2007). *Supply Chain Management and Advanced Planning*. *European Journal of Operational Research* (Vol. 179). <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.023>

Swenseth, S. R., & Godfrey, M. R. (2002). Incorporating transportation costs into inventory replenishment decisions. *International Journal of Production Economics*, 77(2), 113–130. [http://doi.org/10.1016/S0925-5273\(01\)00230-4](http://doi.org/10.1016/S0925-5273(01)00230-4)

Vidal, C. J. (2010). *Fundamentos de Control y Gestión de Inventarios*. Programa Editorial - Universidad del Valle. Cali.

Prueba 7											
Ciudad	Camión	Carga	Ruta	Distancia	Costo flete	Camión	Carg	Ruta	Distancia	Costo flet	
pereira	1	9,3	d-1-d	88	115.187	1	11	d-1-2-d	91	138.224	
pereira	2	1,7	d-2-d	88	115.187	2	11,5	d-3-9-d	696	836.528	
pereira	3	5,3	d-3-d	88	115.187	3	5,3	d-4-d	388	431.796	
cali	4	5,3	d-4-d	388	431.796	4	11,5	d-5-d	696	1.008.310	
medellin	5	11,5	d-5-d	696	1.008.310	5	11,5	d-6-d	696	1.008.310	
medellin	6	11,5	d-6-d	696	1.008.310	6	9,2	d-7-d	696	1.008.310	
medellin	7	9,2	d-7-d	696	1.008.310	7	10,2	d-8-d	696	1.008.310	
medellin	8	10,2	d-8-d	696	1.008.310	8	10,6	d-10-d	696	1.008.310	
medellin	9	6,2	d-9-d	696	1.008.310	9	9,6	d-11-d	696	1.008.310	
medellin	10	10,6	d-10-d	696	1.008.310	10	10	d-12-d	2196	2.757.786	
medellin	11	9,6	d-11-d	696	1.008.310	11	9,3	d-13-d	162	309.839	
barranquilla	12	10	d-12-d	2196	2.757.786						
ibague	13	9,3	d-13-d	162	309.839						
	Totales	109,7	21-nov-15	7882	10.903.152	Totales	109,7	Tiempo=11.617 seg	7709	10.524.033	

11. Anexo 2. Algoritmo en EDI GAMS

GAMS 24.7.1 r56632 Released Mar 14, 2016 WEX-WEI x86 64bit/MS Windows 12/14/16 22:29:09 Page 1
General Algebraic Modeling System

```

1 *Problema de logistica, Berhlan Armenia IRP;
2 $offlisting
3 * LOS DATOS
4 SETS
5 * Clientes definidos por ciudades // índices
6 i Tiendas /
7
8 c0 'Depot Armenia'
9 c1 'Barranq 01'
10 c2 'Barranq 02'
11 c3 'Bogota'
12 c4 'Cali 01'
13 c5 'Cali 02'
14 c6 'Cali 03'
15 c7 'Cali 04'
16 c8 'Cali 05'
17 c9 'Cucuta'
18 c10 'Funza'
19 c11 'Ibague'
20 c12 'Manizales'
21 c13 'Medellin 01'
22 c14 'Medellin 02'
23 c15 'Medellin 03'
24 c16 'Medellin 04'
25 c17 'Medellin 05'
26 c18 'Medellin 06'
27 c19 'Medellin 07'
28 c20 'Medellin 08'
29 c21 'Pereira 01'
30 c22 'Pereira 02'
31 c23 'Pereira 03'
32 c24 'Pereira 04'
33 c25 'Tocancipa'
34
35 /
36
37 m lista ahorro /m1*m3/

```

```

38
39 h camiones /
40 h1 'turbo'
41 h2 'FRR'
42 h3 'camion' /;
43 alias (i,j,k,ii,jj,kk)
44
45 * Nombre de vectores y asignación de valores
46 parameter
47 B(h) capacidad camiones /h1 6.5, h2 9, h3 11.5/
48 S(k) producto enviado
49 cap_camion(k) cap camion
50 Q inventario disponible /350/
51 D(k) Demanda cliente k /c0 0, c1 2, c2 2, c3 6, c4 1, c5 3, c6 7
52 c7 7, c8 2, c9 5, c10 6, c11 4, c12 3, c13 7,
53 c14 6, c15 2, c16 4, c17 6, c18 1, c19 3, c20 7,
54 c21 4, c22 5, c23 2, c24 6, c25 8 /
55
56 * Matriz de distancias entre ciudades / clientes
57 Table distancia(i,k)
58 c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8 c9 c10 c11 c12 c13
59 c0 1098 1098 286 194 194 194 194 194 935 286 81 95 348
60 c1 4 1302 1212 1212 1212 1212 1212 1212 926 1302 1179 1003 750
61 c2 1302 1212 1212 1212 1212 1212 1212 926 1302 1179 1003 750
62 c3 484 484 484 484 484 649 23 205 299 552
63 c4 4 4 4 4 1133 484 279 275 462
64 c5 4 4 4 1133 484 279 275 462
65 c6 4 4 1133 484 279 275 462
66 c7 4 1133 484 279 275 462
67 c8 1133 484 279 275 462
68 c9 649 854 984 1201
69 c10 205 299 552
70 c11 176 429
71 c12 253
72
73 +
74
75 c14 c15 c16 c17 c18 c19 c20 c21 c22 c23 c24 c25
76 c0 348 348 348 348 348 348 348 44 44 44 44 286
77 c1 750 750 750 750 750 750 750 1054 1054 1054 1054 1302
78 c2 750 750 750 750 750 750 750 1054 1054 1054 1054 1302
79 c3 750 750 750 750 750 750 750 1054 1054 1054 1054 1302
80 c4 462 462 462 462 462 462 462 224 224 224 224 484
81 c5 462 462 462 462 462 462 462 224 224 224 224 484
82 c6 462 462 462 462 462 462 462 224 224 224 224 484
83 c7 462 462 462 462 462 462 462 224 224 224 224 484
84 c8 462 462 462 462 462 462 462 224 224 224 224 484
85 c9 1201 1201 1201 1201 1201 1201 1201 979 979 979 979 649
86 c10 552 552 552 552 552 552 552 330 330 330 330 50
87 c11 429 429 429 429 429 429 429 125 125 125 125 205
88 c12 253 253 253 253 253 253 253 51 51 51 51 299
89 c13 4 4 4 4 4 4 4 304 304 304 304 552
90 c14 4 4 4 4 4 4 4 304 304 304 304 552
91 c15 4 4 4 4 4 4 304 304 304 304 552
92 c16 4 4 4 4 304 304 304 304 552
93 c17 4 4 4 304 304 304 304 552
94 c18 4 4 304 304 304 304 552
95 c19 4 304 304 304 304 552
96 c20 304 304 304 304 552
97 c21 3 3 3 330
98 c22 3 3 330
99 c23 3 330

```



```

100 c24 330;
101
102 parameter Ahorros(i,k) unir dos ciudades
103 ruta(i,j) recorridos camiones ;
104 *crear matriz de ahorros en distancia (Clarke - Wright)
105 Ahorros(i,k)$(ord(i) ne 1 and ord(k) gt ord(i))
106 = distancia('c0',i) + distancia('c0',k) - distancia(i,k);
107
108 * Definir variables
109 variable mine;
110 scalar cap_camion1,camion_f,camion_r,q1,q2,p,r;
111
112 Q1 = Q;
113 * ayuda para ordenar matriz de ahorros
114 * se calcula tamaño de matriz de ahorros
115 r=0;
116 loop(k,
117   r$(ord(k) lt card(k) - 1) = r + ord(k);
118 );
119 camion_r = card(k);
120 set w /w1*w900/
121 lt(i,j) upper triangular
122 pp(i) subset;
123
124 * ordenar información de tabla de ahorros de mayor a menor
125 parameter saver(*,m) tabla ahorros ordenada
126 temp (*,m) vector temporal
127 cam (j,k) informacion rutas camiones;
128 * colocar la información en matriz saver indicando ciudad origen y
destino
129 * con su ahorro correspondiente
130 p=1;
131 loop(i$(ord(i) gt 1),
132   loop(k$(ord(k) gt ord(i)),
133     loop(w,
134       if (ord(w) lt r+1 and ord(w) eq p,
135         saver(w,'m1') = ord(i)-1;
136         saver(w,'m2') = ord(k)-1;
137         saver(w,'m3') = ahorros(i,k);
138       );
139     );
140     p=p+1
141   );
142 );
143 * ordenar matriz saver de mayor a menor basado en información de
ahorros
144 alias (w,y)
145 loop(w,
146   loop(y,
147     if (ord(w) lt ord(y) and ord(y) lt r+1,
148       if (saver(w,'m3') lt saver(y,'m3'),
149         temp('w1',m) = saver(w,m);
150         saver(w,m) = saver(y,m);
151         saver(y,m) = temp('w1',m);
152       );
153     );
154   );
155 );
156 *display saver;
157 * FASE I: IA, inventory allocation
158 * Asignación de inventario a clientes según su pedido y dependiendo
159 * de disponibilidad en el depósito

```

```

160 loop(k,
161     if (Q1 > 0,
162         S(k) = min(Q1,D(k));
163         Q1 = Q1 - S(k)
164     );
165 );
166
167 *Incluir información de mercancía a enviar a todas las ciudades en
tabla ahorros
168 Ahorros(i,k)$(ord(i) eq 1 and ord(k) gt ord(i)) = s(k);
169 *display ahorros;
170 *Asignación capacidad de vehiculos;
171 p=sum(k,s(k));
172
173 Cap_camion1 = B('h3');
174 q1 = 0;
175 q2 = 0;
176 $ontext
177 loop(j$(ord(j) lt 6),
178     cap_camion(j) = B('h3');
179     loop(k,
180         cam(j,k) = 0;
181     );
182 );
183
184 loop(j$(ord(j) gt 5 and ord(j) lt 12),
185     cap_camion(j) = B('h2');
186     loop(k,
187         cam(j,k) = 0;
188     );
189 );
190
191 loop(j$(ord(j) gt 5 and ord(j) lt 10),
192     cap_camion(j) = B('h1');
193     loop(k,
194         cam(j,k) = 0;
195     );
196 );
197 $offtext
198
199 loop(j$(ord(j) le camion_r),
200     cap_camion(j) = cap_camion1;
201     loop(k,
202         cam(j,k) = 0;
203     );
204 );
205 * display cap_camion;
206 * combinar clientes en rutas
207 * and ord(w) gt 1 "instrucción adicional para crear una combinación
distinta"
208 loop(w$(ord(w) le r),
209     loop(i$(ord(i) gt 1),
210         loop(k$(ord(k) gt ord(i)),
211             if (saver(w,'m1') eq ord(i)-1 and saver(w,'m2') eq ord(k)-1,
212                 loop(j$(ord(j) le camion_r),
213                     p = Ahorros('c0',i) + Ahorros('c0',k);
214                     if (p le cap_camion(j) and p ne 0 and ahorros('c0',i) ne 0
215                         and ahorros('c0',k) ne 0,
216                         cam(j,i) = ahorros('c0',i);
217                         cam(j,k) = ahorros('c0',k);
218                         ahorros('c0',i) = 0;
219                         ahorros('c0',k) = 0;

```

```

220         cap_camion(j) = cap_camion(j) - p;
221 *cantidad vehículos requeridos
222         q1 = q1 + 1;
223
224         elseif (p le cap_camion(j) and p ne 0 and ahorros('c0',i)
225             ne 0 and ahorros('c0',k) eq 0),
226             cam(j,i)$(cam(j,k) ne 0) = ahorros('c0',i);
227             ahorros('c0',i)$(cam(j,i) ne 0) = 0;
228             cap_camion(j)$(cam(j,i) ne 0) = cap_camion(j) - p;
229
230         elseif (p le cap_camion(j) and p ne 0 and ahorros('c0',i)
231             eq 0 and ahorros('c0',k) ne 0),
232             cam(j,k)$(cam(j,i) ne 0) = ahorros('c0',k);
233             ahorros('c0',k)$(cam(j,k) ne 0) = 0;
234             cap_camion(j)$(cam(j,k) ne 0) = cap_camion(j) - p;
235
236             );
237         );
238     );
239 );
240 );
241 );
242
243 * Agregar últimos destinos a camiones en caso de que no se hayan
244 asignado
245 * display q1;
246 * display cap_camion;
247 camion_r = q1 + 1;
248 loop(i$(ord(i) gt 1),
249     if (ahorros('c0',i) ne 0,
250         loop(j$(ord(j) eq camion_r),
251             cam(j,i) = ahorros('c0',i);
252             cap_camion(j) = ahorros('c0',i);
253             ahorros('c0',i) = 0;
254         );
255         camion_r = camion_r + 1;
256     );
257     );
258 );
259 camion_r = camion_r - 1;
260 *display cap_camion;
261 loop(j$(ord(j) gt camion_r),
262     cap_camion(j) = 0;
263 );
264 *display cap_camion;
265 *FASE III: preparar subconjunto de ciudades para desarrollar TSP
266 set lt(i,j) upper triangular;
267
268 binary variable x;
269 equations OBJ, obj2, R1, R2;
270
271 OBJ.. MINE =e= SUM(lt(ii,jj),ruta(ii,jj)*x(ii,jj));
272 * R1 asegura que cada ciudad tenga una sola visita
273 R1(kk)$(pp(kk)).. sum(lt(ii,kk),x(ii,kk)) + sum(lt(kk,jj),x(kk,jj))
274 =e= 2;
275 * R2 asegura que no se formen subtours
276 R2(kk)$(pp(kk)).. sum(lt(ii,kk),ord(ii)) - sum(lt(ii,kk),ord(kk)) +
277 sum(lt(ii,kk),r*x(ii,kk)) =l= r - 1;
278 OBJ2.. MINE =e= SUM(lt(ii,jj),ruta(ii,jj)*2);
279
280 * modelo para varios destinos en una ruta (entrega en secuencia)

```

```

280 model vrp /OBJ, R1, R2/ ;
281 * modelo para un solo destino (entrega directa)
282 model vrp01 /OBJ2/;
283
284 pp(i)=no;
285 lt(i,j)=no;
286 ruta(i,j)=no;
287 * FASE II: construir subgrupos de visita y calcular distancias de los recorridos
288 loop(j$(ord(j) le camion_r),
289     loop(i,
290         loop(k$(ord(k) gt ord(i)),
291             lt(i,k)$(ord(i) < ord(k) and cam(j,i) ne 0 and cam(j,k) ne 0) =
292                 yes;
293             lt(i,k)$(ord(i) eq 1 and ord(i) < ord(k) and cam(j,k) ne 0) =
294                 yes;
295             ruta(i,k)$(ord(i) < ord(k) and cam(j,i) ne 0 and cam(j,k) ne 0)
296                 = distancia(i,k);
297             ruta(i,k)$(ord(i) eq 1 and ord(i) < ord(k) and cam(j,k) ne 0)
298                 = distancia(i,k);
299             );
300             pp(i)$(cam(j,i)) = yes;
301         );
302     );
303 *display lt
304 display ruta
305 display pp;
306 if (card(pp) gt 1,
307     pp('c0')=yes;
308     r = card(pp);
309     solve vrp using mip minimizing mine;
310 else
311     pp('c0')=yes;
312     solve vrp01 using mip maximizing mine;
313 );
314 pp(i)=no;
315 lt(i,k)=no;
316 ruta(i,k)=no;
317 cap_camion(j)$(ord(j) le q1) = cap_camion1 - cap_camion(j);
318 q2 = q2 + mine.l;
319 );
320 display cap_camion;
321 display 'total recorrido es: ',q2;
322 display camion_R;
323 $libinclude xldump cam tesis.xls output2!a1

```

12. Anexo 3. Revisión Bibliográfica y Análisis de Crítico de Documentos

PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE INVENTARIO MULTI-ARTÍCULOS EN LA EMPRESA BERHLAN DE COLOMBIA

ANÁLISIS DEL CASO

Vivencia: El proceso de distribución de productos de aseo entre la empresa Berhlan de Colombia y los Clientes (Mayoristas, Minoristas y consumidores finales) se hace por medio de actividades como:

- Almacenamiento de producto terminado (aseo) en depósito propio
- Transporte y distribución con camiones propios y/o contratados.

PROBLEMA: *Optimización de las operaciones de Almacenamiento de Inventario de Producto Terminado y el Transporte – Distribución del producto entre el depósito principal y los clientes*

MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA LAS OPERACIONES DE

- **ALMACENAMIENTO,**
- **TRANSPORTE Y DISTRIBUCIÓN**

La Cadena de abastecimiento compuesta por proveedor, producción, almacenamiento, transporte, distribución y consumidor final se encarga de sincronizar los requerimientos del consumidor con el flujo de materiales por parte del proveedor. La logística de abastecimiento requiere de actividades que consumen recursos limitados como: espacio disponible de almacenamiento del producto terminado, capacidad disponible de camiones de carga, disponibilidad de

espacio en horarios de entrega de mercancía en los puntos finales, personal disponible de turno.

Revisión bibliográfica: ¿Qué hay en la literatura? ¿Cómo se ha resuelto y bajo qué circunstancias y restricciones? ¿Cuántos aspectos han sido considerados en el mismo modelo?

PALABRAS CLAVE:

Programación dinámica, Logística, Inventario, Ruteo de inventario, Transporte, Distribución, Entrega dividida, Ruteo de vehículos, Inventory Allocation

12.1. ANTECEDENTES Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

A continuación se presenta un compendio de artículos especializados, enmarcados en las temáticas que se utilizarán en el desarrollo de esta investigación.

12.1.1. TÍTULO: *Managing Stochastic Demand in an Inventory Routing Problem with Transportation Procurement*

AUTORES: (Bertazzi, Bosco, & Laganà, 2014)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 2014

OBJETIVO:

Minimizar los costos esperados totales en un horizonte de planeación, dado por la suma de costos de inventario del proveedor, costo de inventario del minorista, costo de penalización por desabastecimiento del minorista y costo de transporte

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

En el documento se estudia el problema de enrutamiento de inventario en el cual el proveedor tiene capacidad limitada de producción y la demanda estocástica de los minoristas se satisface por la contratación de servicios de transporte. Se muestra que una política basada solamente en la demanda promedio puede tener un costo

esperado total peor que el obtenido al tomar en cuenta la distribución general de probabilidad de la demanda en el proceso de decisión.

El enfoque del documento es en el problema de enrutamiento de inventario con contratación de transporte (SIRP-TP). En este problema, las decisiones sobre cuándo y cuánto se debe entregar a un grupo de minoristas se realizan en un horizonte de planeación finita y discreta. El proveedor tiene capacidad de producción limitada en cada periodo, la demanda de los minoristas se modela con variables aleatorias discretas y las entregas se hacen por medio de la contratación del transporte. Se asume que el tamaño de las entregas se define por la política de ordenar hasta el nivel, i.e. la cantidad que se entrega a cada minorista llenará su espacio de almacenamiento. Esta situación se presenta, por ejemplo, cuando decisiones de inventario relacionadas con un grupo de minoristas ocurren en un sistema de inventario administrado por vendedor (VMI), donde entregas de pequeños paquetes, que cumplen con los requisitos de capacidad, se necesitan con frecuencia en un horizonte de tiempo finito. Para casos similares, la contratación del transporte puede reducir considerablemente los costos de operación. Adicionalmente, esfuerzos administrativos y problemas legales de la empresa vendedora se reducen ya que los conductores son empleados de otra empresa o trabajadores independientes.

Para lograrlo se introduce la formulación del problema mediante una programación dinámica estocástica que permite hallar una política óptima en pedidos de menor tamaño. Se diseña e implementa un enfoque metaheurístico integrando un modelo de algoritmo de despliegue y una solución óptima de un modelo de programación lineal entera mixta, que es capaz de solucionar casos de problemas de tamaño real.

Se provee una formulación matemática del SIRP-TP con demanda determinística; se prueba que el SIRP-TP es NP-difícil y se prueba que la política clásica de referencia, basada solamente en la demanda promedio puede ser mucho peor que la política óptima; se provee una formulación del problema con programación dinámica estocástica; se implementa un algoritmo de programación dinámica exacta para determinar una política óptima en pedidos de menor tamaño; se diseña e implementa un algoritmo metaheurístico basado en el despliegue para determinar una política casi-óptima; se proveen ideas gerenciales en la gestión de demanda estocástica.

ANÁLISIS CRÍTICO:

Cuadro 1. **Análisis crítico del artículo** *Managing Stochastic Demand in an Inventory Routing Problem with Transportation Procurement*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
La formulación del modelo matemático, se enfatisa en la minimización de los costos esperados totales en un horizonte de planeación, dado por la suma de costos de inventario del proveedor, costo de inventario del minorista, costo de penalización por desabastecimiento del minorista y costo de transporte	Enfatiza en la minimización de los costos esperados totales en un horizonte de planeación, dado por la suma de costos de inventario del proveedor, costo de penalización por desabastecimiento del minorista y costo de transporte y distribución
Se determina la cantidad de vehículos con capacidad restringida contratados a utilizar y costos fijos por usar total o parcialmente	Se determinará la cantidad de vehículos contratados a utilizar y sus costos fijos por uso parcial o total además de costos por uso de vehículos propios .
El proveedor administra y controla envíos por nivel de inventario de minoristas con capacidad restringida de almacenamiento	El control de envíos se hará en respuesta a demanda (pedidos) de minoristas. Se asume que el minorista hace pedidos que cumplan con su capacidad máxima de almacenamiento
Las entregas se hacen en periodos definidos por el proveedor	Las entregas de pedidos se hacen en espacios de tiempos predefinidos por los minoristas
Las variables de decisión h_i, h_o, f, d_i , que representan costo de inventario del proveedor, costo de inventario del minorista, costo de transporte y costo de penalización, respectivamente.	Se usan las mismas variables excepto costo de inventario del minorista.

<p>Las restricciones contempladas son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La capacidad de vehículos de transporte • Distribución de probabilidad de la demanda • Nivel de inventario inicial del proveedor • Nivel de inventario inicial de los minoristas • Cantidad producida por el productor en cada periodo • 	<p>Restricciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los tipos de vehículos de transporte y capacidad de cada tipo • Tipos de vehículos por rutas definidas • Cantidad producida por el productor de acuerdo a los pedidos <ul style="list-style-type: none"> • Ventanas de tiempo de entrega estipuladas por minoristas • Tiempo estimado de viaje entre proveedor - minoristas, minorista – minorista • Tiempos de carga y descarga de vehículos • Número de minoristas en el sistema
<p>Fuente: <i>Wayne Elvis Duffis Britton</i></p>	

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabuscador: Scopus

Frase lógica: dynamic programming AND transportation AND inventory routing

Dirección URL: <http://www-scopus-com.ezproxy.utp.edu.co/record/display.uri?eid=2-s2.0-84937951712&origin=resultslist&sort=plf:f&src=s&st1=dynamic+programming&st2=transportation&searchTerms=inventory+routing%3f%21%22%24&sid=982588E06888CAD91211C97CDBDFD8F1.N5T5nM1aaTEF8rE6yKCR3A%3a10&sof=b&sof=b&sl=106&s=%28TITLE-ABS-KEY%28dynamic+programming%29+AND+TITLE-ABS-KEY%28transportation%29AND+TITLE-ABS-KEY%28inventory+routing%29%29&relpos=0&citeCnt=0&searchTerm=%28TITLE-ABS-KEY%28dynamic+programming%29+AND+TITLE-ABS-KEY%28transportation%29AND+TITLE-ABS-KEY%28inventory+routing%29%29>

12.1.2. TÍTULO: *Coordination of Split Deliveries in One-Warehouse Multi-Retailer Distribution Systems*

AUTORES: (Li, Chu, & Chen, 2011)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 2011

OBJETIVO:

El documento propone y analiza una clase de políticas de coordinación para las entregas divididas que puedan reducir los costos de inventario de los minoristas sin incrementar costos de transporte

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

En el documento se considera un sistema de distribución donde una bodega (almacén) es responsable de la reposición de inventarios para múltiples minoristas por medio de una flota de vehículos de capacidad limitada. Si una política de distribución del sistema incluye entregas divididas, esto es, el inventario de al menos un minorista se repone con el uso múltiples rutas de vehículos, la coordinación de las entregas puede reducir más el costo de inventario del minorista. Se considera la coordinación donde dos entregas divididas se realizan por entregas directas y envío de paradas múltiples, respectivamente.

La distribución física, que entrega producto terminado desde un almacén o depósito a un grupo de minoristas o clientes finales, juegan un papel muy importante en la cadena de suministro. Reducciones significativas de costo se pueden obtener por la buena integración de la administración del inventario y el ruteo de vehículo en la distribución de productos en la industria minorista. Esto ha dado nacimiento a problemas de ruteo de inventario (IRP) donde se determinan, al mismo tiempo, decisiones de reposición de inventario para minoristas y decisiones de ruteo de vehículos que realizan esa reposición. En el documento se considera un sistema de distribución que consiste en un depósito central y múltiples minoristas dispersos geográficamente. Cada minorista enfrenta una demanda externa por un solo producto que ocurre a una tasa constante pero específica por minorista. Toda demanda de los minoristas debe ser satisfecha.

El sistema de distribución se asume que es de inventario administrado por vendedor (VMI) en el cual el depósito (vendedor) asume la responsabilidad de administrar la reposición de inventario para cada minorista. En este tipo de sistema, en vez de que cada minorista presente órdenes de envío, el depósito hará reposición de inventario de los minoristas cuando se requiera, dentro de un rango mínimo y máximo

acordado previamente, que esté especificado en un contrato. La reposición de inventario de los minoristas se realiza con una flota de vehículos de capacidad limitada. Cada vez que se envíe un vehículo para hacer reposición de inventario para un grupo de minoristas, este incurre en un costo fijo más un costo variable proporcional a la distancia total recorrida. La frecuencia con la cual cada vehículo será conducido para hacer una entrega tendrá un límite superior, el cual será determinado por la distancia total de la entrega. Los costos de inventario para los minoristas son considerados pero no en el depósito. El objetivo del depósito es hallar una estrategia de distribución que integre las decisiones de reposición de inventario y transporte, esto es, cantidad de entrega, frecuencia y patrón de ruta de cada vehículo, para que los costos totales promedio de recorrido e inventario del sistema por periodo se minimice y al mismo tiempo cubrir las demandas de cada minorista en un horizonte de tiempo infinito. Este problema de distribución de un solo depósito y varios minoristas, puede ser formulado como un problema de ruteo de inventario (IRP).

El IRP es bastante complejo y es un problema de ruteo de vehículos tipo NP-duro, por tanto, su solución óptima es difícil de hallar. Aun cuando se pueda hallar la solución óptima, puede ser muy compleja su implementación. Por esta razón, la mayoría de estudios realizados sobre estos problemas se concentran en un tipo especial de políticas de distribución conocida como políticas de particionamiento (división) porque son efectivos y pueden ser fácilmente implementados.

Existen dos versiones de políticas de particionamiento: con entregas completas y entregas divididas. El primero indica que las demandas de cada minorista en cada periodo se suplen con una ruta de un solo vehículo y el segundo indica que la demanda se suple con varias rutas de vehículos. Una política de partición con entrega completa se define dividiendo a los minoristas en un número disjunto de subgrupos, en donde los minoristas de cada subgrupo son servidos con la misma ruta. Para una solución factible se asume que la tasa de demanda de cada minorista no excede la cantidad de entrega máxima posible de cada vehículo en un periodo dado, para que se pueda cubrir esas demandas con una sola ruta. Esta suposición podría no ser cierta en realidad. En caso de que la demanda del minorista exceda la cantidad de entrega máxima posible, deberá ser surtida por rutas múltiples con la demanda dividida entre las rutas. Esta política de partición con entregas divididas se puede especificar por un conjunto de subgrupos / regiones de minoristas, donde cada uno en un subgrupo se atiende por la misma ruta. Dos subgrupos pueden contener al mismo minorista. Si el minorista pertenece a varios subgrupos, su demanda se divide en fracciones que se entregan por distintas rutas. Es importante entonces coordinar las entregas divididas que se realizan por diferentes rutas para

poder reducir costos de inventario. Esta coordinación se vuelve compleja ya que existen restricciones en las frecuencias de vehículos que hacen entregas y diferentes frecuencias de entrega en las rutas. Cuando la tasa de demanda de un minorista excede la mayor cantidad posible de entrega por vehículo por periodo, la demanda debe ser cubierta por entregas divididas en varias rutas. Intuitivamente, será de sabios subdividir la demanda del minorista en dos partes: un múltiplo de la máxima cantidad de envío posible que se reponen por envíos directos en vehículos cargados completamente y una fracción de la máxima cantidad que se reponen con envíos con paradas múltiples (Archetti, Savelsbergh, & Speranza, 2006; Zhao, Wang, & Lai, 2007). Envío directo se refiere a la estrategia de distribución donde cada vehículo usado para entregas, visita a un solo cliente (minorista) en su ruta, y envíos de múltiples paradas se refiere a la estrategia de distribución donde cada vehículo usado visitará a varios clientes en su ruta.

En el documento se asume que una política de partición con entregas divididas está dada para el sistema de distribución considerado. Se estudia la coordinación de entregas divididas realizadas por diferentes rutas en el sistema. Por simplicidad se asume que la tasa de demanda de cada minorista en el sistema no es mayor al doble de la máxima cantidad de entrega posible por vehículo en cada periodo. Entonces, la coordinación de entregas divididas se reduce a la coordinación de una ruta de envío directo y una ruta de envío con paradas múltiples, como se muestra en la figura, para un solo depósito.

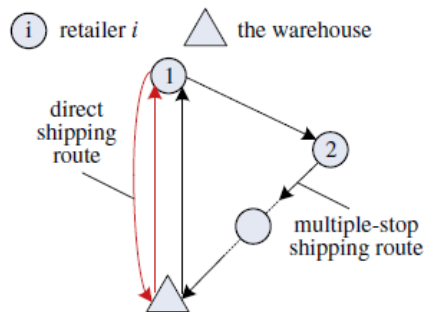


Fig. 1. A distribution system with split deliveries realized by direct shipping and multiple-stop shipping.

Para un sistema de distribución con entregas divididas, se propone una clase de política de coordinación para envío directo y para envío de parada múltiple, que puede reducir costos de inventario sin incrementar costos de transporte. Se establece un modelo de programación no lineal, cuyas soluciones factibles corresponden a políticas de solución factibles en la clase. A causa de la complejidad del modelo, la política de coordinación óptima que corresponde a la solución óptima

del modelo será difícil de hallar o implementar. Por esta razón, se proponen dos políticas de coordinación que corresponden a dos soluciones factibles del modelo, que son sencillas pero efectivas bajo muchas condiciones. Una es la política de coordinación de entregas divididas con tiempos equidistantes (TE SDC) que tiene aplicación generalizada. La otra es la política de coordinación de entregas divididas con cero inventarios (ZI SDC) que se aplica a un caso especial.

Se establece un modelo de programación no lineal para formular la clase de políticas. Ya que la política de coordinación óptima que corresponde a una solución óptima del modelo sería difícil de hallar o implementar, se proponen dos sencillas pero efectivas políticas de coordinación. Los ahorros en costos de inventario que se obtienen por las dos políticas se evalúan analítica y algorítmicamente. El análisis teórico y experimentos computacionales muestran que ambas políticas son efectivas.

ANÁLISIS CRÍTICO:

Cuadro 2. **Análisis crítico del artículo** *Coordination of Split Deliveries in One-Warehouse Multi-Retailer Distribution Systems.*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
<ul style="list-style-type: none"> • Se asume un sistema de distribución con una política de partición con entregas divididas. • La política se especifica por un grupo de rutas, la fracción de demanda de cada minorista que se supe por cada ruta y la frecuencia de cada ruta para las entregas. • Por cada ruta, una vez que se visita un minorista, el orden de minoristas visitados por la ruta y su longitud de recorrido se determina resolviendo un problema de agente viajero (TSP), y la frecuencia de cada ruta usada para las entregas (intervalo de tiempo entre dos entregas consecutivas que se realizan en la ruta) se determinan por la fórmula 	<p>Modelo similar, sin cambios</p>

<p>de cantidad económica de ordenamiento.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se asumen entregas divididas para cada minorista con una ruta de entrega directa y una ruta con paradas múltiples. En la primera solo se visita al minorista y en la segunda se visitan a varios minoristas 	
<ul style="list-style-type: none"> • La función objetivo optimiza los ahorros en costo de inventario por la coordinación entre envíos directos y con múltiples paradas. <p>$\Delta_i = CI_i - CI_i^*$, denota ahorros en costo promedio de inventario logrado por la coordinación de entregas divididas para minorista i</p> <p>$r_i = \Delta_i / CI_i$, denota tasa de ahorros en costo de inventario logrado por la coordinación de entregas divididas para minorista i</p>	<p>La función objetivo minimiza los costos esperados totales en un horizonte de planeación, dado por la suma de costos de inventario del proveedor, costo de penalización por desabastecimiento del minorista y costo de transporte</p>
<p>Restricciones:</p> <p>N = número de minoristas en el sistema de distribución considerado</p> <p>D_i = tasa de demanda del minorista i ($i = 1, 2, \dots, N$), $D_i = D_i^d + D_i^v$</p> <p>D_i^d = tasa de demanda de minorista i, surtido por envío directo</p> <p>D_i^v = tasa de demanda de minorista i surtido por envío con paradas múltiples</p> <p>T_i^d = intervalo de tiempo de entrega de envío directo para minorista i, la frecuencia está dada por $1/T_i^d$</p> <p>T_i^v = intervalo de tiempo de entrega de envío con paradas múltiples para minorista i, la frecuencia está dada por $1/T_i^v$</p>	<p>Además se incluye:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tipos de vehículo y capacidad de cada tipo de vehículo <p>Se excluye:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Nivel de inventario de minoristas • costo de mantener inventario por unidad de tiempo por unidad de producto almacenado por el minorista i

Sin perder generalidad, se asume que

T_i^d y T_i^v son enteros

T_i = el menor múltiplo común de T_i^d y T_i^v

$$K_i^d = T_i / T_i^d$$

$$K_i^v = T_i / T_i^v$$

$$K_i^d = T_i / T_i^d$$

t_{im}^d = hora del m-ésimo envío directo para minorista i sin coordinación de entregas divididas

t_{in}^v = hora del n-ésimo envío con múltiples paradas para minorista i sin coordinación de entregas divididas

s_{im}^d = nivel de inventario inicial para minorista i al momento del m-ésimo envío directo para ese minorista sin coordinación de entregas divididas. Por conveniencia en análisis, si un envío de paradas múltiples se hace al mismo tiempo, la cantidad de entrega se incluye en el inventario inicial

s_{in}^v = nivel de inventario inicial para minorista i al momento del n-ésimo envío con paradas múltiples para ese minorista sin coordinación de entregas divididas. Similarmente, si un envío directo se hace al mismo tiempo, la cantidad de entrega se incluye en el inventario inicial

Q = capacidad de cada vehículo

f = límite superior de la frecuencia de entrega de cada ruta/vehículo usado.

Qf es entonces la máxima cantidad de entrega posible de cada vehículo por periodo

c = costo fijo por ruta/vehículo usado

h_i = costo de mantener inventario por unidad de tiempo por unidad de producto almacenado por el minorista i
 d_{ij} = distancia entre minorista i y minorista j

d_{0i} = distancia entre depósito y minorista i

Sin perder generalidad, se asume que la variable costo de transporte por unidad de distancia es 1

CI_i = costo promedio de inventario en recorrido largo del minorista i sin coordinación en entregas divididas

C = costo promedio asociado de inventario y transporte con política de partición sin coordinación de entregas divididas

\widehat{t}_{im}^d , \widehat{t}_{in}^v , \widehat{s}_{im}^d , \widehat{s}_{in}^v , \widehat{CI}_i y \widehat{C}_i son los parámetros correspondientes a t_{im}^d , t_{in}^v , s_{im}^d , s_{in}^v , CI_i y C , con coordinación de entregas divididas

\widehat{t}_{ik} = hora de la k -ésima entrega hecha, ya sea por envío directo o envío con paradas múltiples para minorista i , con coordinación de entregas divididas

\widehat{s}_{ik} = nivel de inventario inicial de minorista i a la hora de la k -ésima entrega con coordinación de entregas divididas

\widehat{e}_{ik} = nivel de inventario final de minorista i a la hora de la k -ésima entrega con coordinación de entregas divididas

Fuente: *Wayne Elvis Duffis Britton*

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabuscador: Science Direct

Frase lógica: logistics AND distribution AND Split delivery AND Inventory

Dirección URL:

<http://www.sciencedirect.com.ezproxy.utp.edu.co/science/article/pii/S0360835210002950>

12.1.3. TÍTULO: *An Inventory-Distribution System with LTL Deliveries - Mixed Integer Approach*

AUTORES: (Hanczar, 2011)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 2011

OBJETIVO:

Hallar la solución óptima al problema conjunto de inventario y transporte con tiempos discretos en un horizonte finito.

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

El documento se refiere a un tipo de problema de la gestión de la cadena de suministro conocido como “problema conjunto de transporte e inventario” (JTIP). Este tipo de problema se caracteriza por la presencia de consideraciones tanto de transporte como de inventario, ya sea como política de variables o restricciones.

La investigación busca determinar una política conjunta óptima de transporte e inventario. Se aplica un modelo matemático para hallar la solución óptima al JTIP. La formulación de partición conjunta para resolver el problema de ruteo de vehículos se incorpora a un problema de planificación de inventario con tiempo discreto en un horizonte finito.

La creciente popularidad de conceptos de gestión basados en la cooperación de empresas a lo largo de la cadena de suministros alienta a las empresas a utilizar métodos modernos para su planificación operativa. La característica principal que se espera de los enfoques contemporáneos es permitir el análisis simultáneo del flujo de mercancías a lo largo de la cadena en múltiples eslabones de la cadena. Hoy en día, una estructura adecuada de un sistema de distribución y selección de políticas de distribución e inventario afecta no sólo el costo de la ejecución de la oferta de productos, sino también el costo de inventario y la calidad del servicio al cliente. En sus esfuerzos por mejorar las características seleccionadas de la totalidad o de una parte específica de la cadena de suministro, las empresas tienen que resolver problemas que resultan mucho más complejos que en el caso de los enfoques tradicionales, donde un solo tema es analizado. Un ejemplo de tal método tradicional de planificación de la distribución es el problema de ruteo de vehículos (VRP). En este problema, un vendedor, a sabiendas de las cantidades de los pedidos realizados por los clientes territorialmente dispersas, planea las rutas de entrega para su flota de vehículos. Al hacer un pedido, el cliente especifica la fecha de entrega requerida. Cada plan de entrega se refiere a un solo período y el proceso de planificación se repite en períodos consecutivos. En la planificación de la operación de entrega, este problema clásico, con creciente frecuencia, ha sido

generalizado para admitir la posibilidad de que los proveedores determinen las fechas de entrega. Naturalmente, el vendedor no debe diseñar libremente las rutas de entrega. Las partes a menudo se ponen de acuerdo sobre niveles especificados de parámetros de cooperación, tales como cantidades mínimas o máximas de entrega, inventario mínimo o máximo, o el número máximo de entregas con las que el vendedor tiene que cumplir. Cuando se considera con respecto al problema de enrutamiento de entregas, esta modificación facilita la ejecución de las mismas cantidades de entrega con una longitud de recorrido total más corta. Por desgracia, el vendedor se hace cargo de las funciones de análisis de inventario de sus clientes y la planificación de rutas en condiciones complejas. En la práctica empresarial, dependiendo del momento de la transferencia de la propiedad de los bienes del proveedor al cliente, tales soluciones se clasifican como inventario remesa/consignación (donde no es la entrega física lo que significa el cambio de titularidad, pero sólo la venta de los productos del cliente o el uso del mismo en un proceso de producción) y el inventario gestionado por proveedor (VMI, donde al momento de la entrega es que el cliente asume la propiedad de los productos suministrados).

ANÁLISIS CRÍTICO:

Cuadro 3. Análisis crítico del artículo *An Inventory-Distribution System with LTL Deliveries - Mixed Integer Approach*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
El modelo de inventario y transporte es una formulación conjunta de partición para resolver el problema de ruteo de vehículos con un modelo de planificación discreta con suministro cíclico. Se incluyen clientes, rutas y periodos.	Además se incluye en el modelo las capacidades de vehículos
La función objetivo asegura minimizaciones de costos conjuntos en toda la planificación horizonte. Los primeros componentes de suma son los costos de transporte, mientras que el segundo son los costos de inventario Variables de decisión: X_{jk} , binarias para indicar ruta j en periodo k	Similar

Y_{ik} , inventario de cliente i en periodo k Z_{ijk} , cantidad entregada a cliente i en ruta j en periodo k	
<p>El parámetro $a_{i, j}$ contiene rutas posibles para llevar a cabo</p> <p>Los parámetros b_i y c_i representan, respectivamente, para los costos de inventario de una unidad de bienes con un cliente i y para los costos de la realización de una ruta j.</p> <p>Parámetro d_i, las demandas de los clientes, g_i, por último, es el nivel de inventario mínimo que se le mantenga en i al cliente</p> <p>Además, la capacidad de un vehículo utilizado en el transporte se denota por un símbolo L. El parámetro M también se utiliza en la formulación, lo que significa valor positivo mayor que la suma de todas las demandas de destinatarios en el horizonte analizado.</p>	<p>Modelo similar</p> <p>No se incluye nivel de inventario de clientes</p>
<p>Fuente: <i>Wayne Elvis Duffis Britton</i></p>	

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabuscador: ScienceDirect

Frase lógica: "inventory routing problem"

Dirección URL:

<http://www.sciencedirect.com.ezproxy.utp.edu.co/science/article/pii/S1877042811014066>

12.1.4. TÍTULO: *Integrating Routing and Inventory Decisions in One - Warehouse Multiretailer Multiproduct Distribution Systems*

AUTORES: (Viswanathan & Mathur, 1997)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 1997

OBJETIVO:

Determinar políticas de reposición que especifiquen las cantidades de entrega y las rutas de vehículos usadas para las entregas, así como para minimizar los costos promedio de inventario y transporte de largos recorridos en un sistema de distribución multinivel.

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

Se consideran sistemas de distribución con una bodega central y varios minoristas que almacenan una cantidad de diferentes productos. Demanda determinística de cada producto se presenta en las tiendas minoristas. El depósito actúa como un centro de distribución y no mantiene inventarios. Los productos se entregan desde el depósito a las tiendas por vehículos que combinan en rutas eficientes las entregas a varios minoristas. El objetivo es determinar políticas de reposición que especifiquen las cantidades de entrega y las rutas de vehículos usadas para las entregas, así como para minimizar los costos promedio de inventario y transporte de largos recorridos. En el documento se presenta una nueva heurística que desarrolla una política de reposición conjunta anidada y estacionaria. A diferencia de métodos existentes, la heurística propuesta es capaz de resolver problemas que involucran sistemas de distribución con productos múltiples. Se presentan resultados de un estudio computacional de problemas generados aleatoriamente de un solo producto.

INTRODUCCIÓN

En muchos sistemas de distribución multiproducto y multinivel, hay potencial para reducción de costos y mejora de eficiencia al combinar la entrega de productos a los minoristas a través del uso de eficientes rutas de vehículos. El estudio se hace sobre el problema integrado de inventario y ruteo de vehículos (IIVRP). El objetivo del problema es minimizar el promedio de costos de inventario y transporte de largos recorridos en un sistema de distribución multinivel.

Se considera un sistema de distribución que consiste de una bodega y n minoristas que enfrentan demanda externa por m productos diferentes. Las demandas por los m productos se presentan a los minoristas a una tasa constante específica de producto y minorista. Un producto ubicado con un minorista se referencia como un ítem, y el mismo producto para diferentes detallistas se consideran como ítems distintos. Los inventarios se mantienen en el lugar de los minoristas, pero no en la bodega del mayorista, que actúa como un centro de distribución. Los productos son entregados a los minoristas por medio de vehículos con capacidad limitada. Entregas a varios minoristas se combinan por el uso de eficientes rutas de vehículos. Las entregas deben ser hechas solo en períodos que sean múltiplos de un periodo de planeación base. El objetivo es hallar las cantidades óptimas de reposición para los productos, así como las rutas de vehículos para la entrega de estas cantidades, para minimizar el promedio de costos de inventario y transporte en un horizonte de tiempo infinito.

Se presenta una heurística que genera una política de reposición conjunta anidada y estacionaria (SNJRP) para el problema. Una política se define como estacionaria si la reposición de cada artículo se hace en puntos equidistantes en el tiempo, esto es, con intervalos de reposición constantes. Una política anidada significa que si el intervalo de reposición de un artículo dado es mayor que el de otro artículo, el anterior es múltiplo del posterior.

Las SNJRP tienen sentido práctico y son simples y fáciles de implementar. Un producto con baja demanda en una tienda localizada lejos de la bodega mayorista no se repone muy a menudo, ya que el costo fijo de entrega al minorista (costo de transporte) es bastante alto, mientras que el costo de tenencia del inventario que se requiere para cubrir la demanda es bajo. Aun cuando el producto se repone para un minorista particular, naturalmente tiene sentido combinar la entrega con otros productos / minoristas que hacen reposiciones más a menudo, disminuyendo de ese modo el costo de transporte. Con el uso de este razonamiento, es fácil apreciar la lógica de tener rutas anidadas. Un enfoque fácil y práctico para el uso de rutas anidadas estacionarias es el adoptar políticas de potencia-de-dos, donde los intervalos de reposición son múltiplos de potencia-de-dos del periodo de planeamiento base.

HEURÍSTICA PARA EL PROBLEMA DE CAPACIDAD

Para el IIVRP capacitado, no sería económico anidar todas las rutas en un solo cluster, ya que la restricción de capacidad podría llegar a ser vinculante después

que sean agregadas cierta cantidad de artículos al cluster. Por tanto, se forman clusteres separados, cada uno con un grupo de rutas anidadas.

La heurística para el problema de capacidad inicia con un solo cluster. Se crea un nuevo cluster cuando la capacidad disponible del vehículo en la mayor ruta del cluster no es suficiente para adicionar un artículo. Para artículos cuyas cantidades de reposición son bastante grandes, un nuevo cluster deberá ser creado aun cuando haya capacidad disponible en el cluster actual. Por tanto, en una iteración en particular, pueden haber varios clusteres con superavit de capacidad.

Un artículo puede incluirse en cualquiera de los clusteres que tenga suficiente capacidad. Para hallar el costo marginal de instalación, para un artículo r , el costo es calculado con respecto a todos los clusteres que tengan capacidad adecuada para incluir ese artículo y el menor de estos costos será tomado. El artículo con intervalo de reposición t de menor valor se incluye en el cluster t .

Aun cuando se use completamente la capacidad del vehículo en la mayor ruta de un cluster en particular, sigue siendo posible adicionar más artículos al cluster reduciendo los intervalos de reposición de los artículos en el cluster. De hecho cuando la capacidad vehicular es poca, la restricción de capacidad vehicular se volverá vinculante aun con pocos artículos en el cluster. Para evitar la formación de clusteres con muy pocos artículos, los artículos pueden ser adicionados a un cluster que haya alcanzado su capacidad completa siempre y cuando la demanda anual total en dólares del cluster sea menor a un valor mínimo (MINDEM). El valor de demanda mínimo MINDEM es un parámetro que puede variar, y la heurística SNJRP generará diferentes soluciones para distintos valores de este parámetro. Este parámetro MINDEM puede estar preestablecido o de manera alterna se puede correr la heurística para distintos valores del parámetro y de las soluciones que se generen, se selecciona la de menor valor.

Aun cuando se revise disponibilidad de capacidad en un vehículo antes de incluir un artículo, es posible que esta capacidad sea excedida después de agregar el artículo. Esto puede ocurrir por una de las siguientes razones: *i)* un solo artículo agregado a un nuevo cluster excede la capacidad, *ii)* la ejecución del proceso de reoptimización que incrementa el valor del intervalo de reposición del artículo a ser agregado, *iii)* un artículo se adiciona al cluster a pesar de la restricción de capacidad obligatoria, porque la demanda anual total en dólares del cluster es menor a MINDEM. En estos casos, los intervalos de reposición de los artículos en el cluster en particular se ajustan en consecuencia, para satisfacer las restricciones de capacidad.

Una variable booleana CAPFULL se usa para indicar cuando el cluster ha llegado a su capacidad máxima. Esto ayuda a reducir el esfuerzo de calcular los costos marginales de instalación.

HEURÍSTICA

- (1) Se inicializan las variables para el primer cluster. La variable Booleana CAPFULL(c) indica si la restricción de capacidad es obligatoria para el cluster c y se inicializa en FALSE.
- (2) Se revisa si existe un cluster vacío disponible. Se inicializa uno nuevo si no se encuentra. Esto permite incluir un artículo en cualquiera de los clusters existentes, o en un cluster nuevo si es necesario

SNJRP Heuristic for the Capacitated Problem

1. Initialize $G = \{1, \dots, nm\}$, $C = 1$, $c = 1$, $R_c = \phi$,
 $\ell_c = 0$, $M_c(0) = 0$, $q_c = 0$,
 $D_c = 0$, CAPFULL(c) = FALSE.
2. If $R_c \neq \phi$, then
begin
 $C = C + 1$
 $R_c = \phi$, $\ell_c = 0$, $M_c(0) = 0$,
 $q_c = 0$, $D_c = 0$, CAPFULL(C) = FALSE
end
3. For all items $r \in G$, calculate
begin
 $s_r = K(\{r\})$
$$t_r = B \left[\sqrt{\frac{s_r}{2B^2H_r}} \right]_2$$

 $c^*(r) = C$
For $c = 1$ to $C - 1$ do
begin
If { (CAPFULL (c) = FALSE) or (D_c
 $+ \mu_r$) < MINDEM) } then
begin
 $\delta = K(R_c \cup \{r\}) - K(R_c)$
$$\hat{t} = B \left[\sqrt{\frac{\delta}{2B^2H_r}} \right]_2$$

If ($\delta < s_r$) then
If { ($(q_c + \phi, \hat{t}) \leq W$) or ($D_c + \mu_r$)
< MINDEM} then
 $s_r = \delta$, $t_r = \hat{t}$, $c^*(r) = c$.
end
end
end
end

- (3) El costo marginal de reposición más económico se calcula para todo artículo que no haya sido incluido en un cluster. Por cada artículo r , el costo marginal se calcula para todos los clusters c en los cuales pueda ser incluido el artículo en particular. Un artículo puede ser incluido en cualquier cluster c en el cual, ya sea la capacidad vehicular no se exceda al adicionar la cantidad de reposición del nuevo artículo o la demanda anual total en dólares del cluster incluyendo el nuevo artículo sea menor que MINDEM. El menor costo entre estos clusters se toma como el costo marginal de instalación s_r . El intervalo de reposición t aproximado correspondiente (potencia-de-dos) se calcula usando una modificación de la fórmula estandar EOQ, donde el costo marginal s es usado como costo de instalación.

```

4. Find  $r^* = \arg \min_{r \in G} \{t_r\}$ .
5. Set  $c = c^*(r^*)$ ,  $\ell_c = \ell_c + 1$ ,  $P_c(\ell_c) = \{r^*\}$ ,  $M_c(\ell_c) = t_{r^*}$ ,  $k_c(\ell_c) = s_{r^*}$ 
    $G = G \setminus \{r^*\}$ ,  $R_c = R_c \cup \{r^*\}$ ,  $D_c = D_c + \mu_{r^*}$ 
6. Repeat until  $\{M_c(\ell_c) > M_c(\ell_c - 1)\}$ 
   begin
      $k_c(\ell_c - 1) = k_c(\ell_c - 1) + k_c(\ell_c)$ 
      $P_c(\ell_c - 1) = P_c(\ell_c - 1) \cup P_c(\ell_c)$ 
      $\ell_c = \ell_c - 1$ 

     
$$M_c(\ell_c) = B \left[ \frac{\sqrt{k_c(\ell_c) / (2B^2 \sum_{r \in P_c(\ell_c)} H_r)}}{2} \right]$$

   end

```

- (4) Se identifica el artículo con el menor valor t .
- (5) Se incluye el artículo en el cluster R_1 y luego es removido del grupo G
 El artículo r^* que es incluido en el cluster R_1 , crea una nueva ruta anidada junto con todos los otros artículos incluidos anteriormente en R_1 . Dentro del grupo R_1 , artículos con el mismo valor de intervalo de reposición se agruparán. $M_1(l_1)$ indica el valor del intervalo de reposición para todo artículo que pertenezca al grupo denotado por el índice l_1 . Cuando r^* se incluye en R_1 , un nuevo grupo con r^* como su primer miembro se forma. Artículos que pertenezcan a un grupo en particular forman una ruta anidada separada con

artículos que pertenezcan a grupos incluidos antes en el mismo cluster (grupo con índices menores)

Al agregar más artículos al cluster, el costo marginal s_r de un artículo puede decrecer sustancialmente, y el intervalo de reposición t que se calcula podría llegar a ser menor que los de artículos incluidos antes. El costo s se ha calculado asumiendo que el artículo sería repuesto con los artículos que ya estaban incluidos en el cluster. Por tanto, el intervalo de reposición t_{r^*} , para el ítem r^* no puede ser menor que aquellos agregados antes al cluster R_1 . Esta condición se define como condición de anidamiento y se puede escribir matemáticamente como,

$$M_1(l_1) \geq M_1(l_1 - 1), \text{ para todo } l_1 \quad (4)$$

Si esta condición es violada para el grupo nuevo creado que contiene el artículo r^* , entonces los artículos en este grupo se fusionan con los del grupo anterior y de manera correspondiente, el costo marginal de iniciación $k_1(l_1)$ del grupo fusionado se actualiza. La fórmula modificada EOQ se usa para recalcular el intervalo de reposición para el nuevo grupo fusionado. Este proceso es llamado proceso de reoptimización y se repite hasta que la condición de anidamiento (4) se satisfaga para todos los grupos de artículos en el cluster. Los pasos (6) y (7) de la heurística realizan este proceso.

En cada iteración de la heurística, un nuevo artículo se adiciona al grupo anidado R_1 . Pasos (3) al (7) son realizados en cada iteración. La heurística se detiene cuando todos los artículos hayan sido incluidos en un cluster.

En pasos (8) y (9) se realizan ajustes necesarios si se excede la capacidad de vehículo después de la inclusión del artículo. El intervalo de reposición para el grupo con el mayor valor en ese cluster se reduce a la mitad. Después de realizado lo anterior, si dos grupos dentro del cluster tienen intervalos de reposición idénticos, estos se fusionan. Esto se hace en orden para mantener la condición de anidamiento. El proceso de reducir a la mitad el intervalo de reposición del grupo con el mayor intervalo (y fusionar con otro cuando se hace necesario) se repite hasta que se satisfaga la restricción de capacidad del cluster.

7. For all items $r \in P_c(\ell_c)$, set $t_r = M_c(\ell_c)$.
8. Compute $q_c = \sum_{r \in R_c} \phi_r t_r$. If $(q_c \geq W)$ then set CAP-FULL(c) = TRUE.
9. While $(q_c > W)$ do
 - begin
 - IF $(\ell_c = 1)$ then

$$M_c(\ell_c) = B \left\lfloor W / \left(B \sum_{r \in R_c} \phi_r \right) \right\rfloor$$
 - ELSE
 - begin
 - $M_c(\ell_c) = M_c(\ell_c) / 2$
 - IF $\{M_c(\ell_c) = M_c(\ell_c - 1)\}$ then
 - begin
 - $k_c(\ell_c - 1) = k_c(\ell_c - 1) + k_c(\ell_c)$
 - $P_c(\ell_c - 1) = \{P_c(\ell_c - 1) \cup P_c(\ell_c)\}$
 - $\ell_c = \ell_c - 1$
 - end
 - end
 - end
 - For all items $r \in P_c(\ell_c)$, set $t_r = M_c(\ell_c)$, Compute $q_c = \sum_{r \in R_c} \phi_r t_r$
 - end
 10. If $(G = \phi)$, then go to step (11), otherwise go to Step (2).
 11. If $(R_C = \phi)$ then
 - set $C = C - 1$
 12. For $c = 1$ to C , set $L_c = \ell_c$. STOP.

ANÁLISIS CRÍTICO:

Cuadro 4. **Análisis crítico del artículo** *Integrating Routing and Inventory Decisions in One-Warehouse Multiretailer Multiproduct Distribution Systems.*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
<p>El objetivo del problema es determinar las cantidades / intervalos de reposición por cada artículo y las rutas de vehículos usadas para las entregas, y así minimizar los costos promedio de inventario y transporte de largos recorridos</p>	<p>El objetivo es minimizar costos promedio de inventario y transporte, teniendo en cuenta restricciones de capacidad de carga de vehículos y órdenes de pedidos de los clientes.</p>
<p>n: número de minoristas en el sistema m: número de productos en el sistema j: índice para minoristas, $j = 1, 2, \dots, n$ i: índice para productos, $i = 1, 2, \dots, m$ r: índice por artículo (un producto en una tienda específica), $r = 1, 2, \dots, nm$ i_r: producto correspondiente al artículo r j_r: tienda correspondiente al producto r μ_{ij}: tasa de demanda de producto i en tienda j en dólares por año F_0: costo fijo de operación de camión por viaje F_j: costo fijo de entrega de productos a tienda j, sin considerar los productos específicos que sean entregados</p>	<ul style="list-style-type: none"> • No se incluyen costos de reposición de los productos • No se incluyen clusteres • Los camiones tienen capacidades diferentes de carga • Los productos se entregan a cada minorista en respuesta a los pedidos realizados

<p>k_i: costo fijo de ordenar producto i</p> <p>W: capacidad de camión en términos de peso</p> <p>θ^l: longitud de recorrido de la solución TSP para todos los minoristas en el grupo J y bodega de mayorista</p> <p>B: periodo de planeación base</p> <p>H_r: coeficiente del costo de tenencia de inventario para artículo r, es igual a 0.5 veces el producto de la tasa del costo de tenencia y la tasa de demanda del artículo r.</p> <p>ϕ_r: tasa de demanda de artículo r en términos de peso</p> <p>R: grupo de artículos $\{r\}$, donde r corresponde al artículo i_r en la tienda j_r</p> <p>$I_R: \{i_r: r \in R\}$</p> <p>$J_R: \{j_r: r \in R\}$</p> <p>$K(R)$: costo fijo de reponer un grupo de artículos R</p> <p>c: índice para un cluster</p> <p>C: número total de clusteres</p> <p>l_c: índice para una ruta / grupo en cluster c</p> <p>L_c: número de rutas anidadas en cluster c</p> <p>R_c: grupo de artículos en cluster c</p>	
---	--

$P_c(l_c)$: grupo de artículos en el grupo l_c -ésimo de cluster c

$k_c(l_c)$: costo de instalación marginal de reposición de artículos en el grupo l_c -ésimo de cluster c junto con los artículos en grupos $(1, 2, \dots, l_c - 1)$ del mismo cluster

$M_c(l_c)$: intervalo de reposición para los artículos en el grupo l_c -ésimo de cluster c

q_c : peso de cantidad entregada en la ruta más grande en cluster c

D_c : suma de la tasa de demanda (en dólares por año) de todos los artículos que pertenecen a un cluster

Sin pérdida de generalidad, se asume que el costo variable de operar el camión por unidad de distancia es uno. Todos los camiones disponibles se asumen de capacidad idéntica W . Los intervalos de reposición están obligados a ser enteros múltiplos del periodo de planeación base B . Esta restricción se impone porque en la práctica, las actividades relacionadas con la revisión y reposición de un gran número de artículos se coordinan y llevadas a cabo periódicamente.

Distintos productos en una tienda particular pueden tener diferentes horarios de reposición. Por tanto, se considera cada producto en una tienda en particular como un artículo

separado, por el cual se usa el índice de artículo <i>r</i> .	
Fuente: <i>Wayne Elvis Duffis Britton</i>	

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabusador: Scopus

Frase lógica: distribution system AND inventory control AND vehicle routing

Dirección URL:

<http://www-scopus-com.ezproxy.utp.edu.co/record/display.uri?eid=2-s2.0-0031083926&origin=resultslist&sort=plf-f&src=s&st1=distribution+system+and+inventory+control+and+vehicle+routing&nlo=&nlr=&nls=&sid=36D7AA1ADE1AD0D075823ABB6131ACDB.aqHV0EoE4xllF3hgVWgA%3a1350&sot=b&sdt=b&sl=76&s=TITLE-ABS-KEY%28distribution+system+and+inventory+control+and+vehicle+routing%29&relpos=47&citeCnt=109&searchTerm=TITLE-ABS-KEY%28distribution+system+and+inventory+control+and+vehicle+routing%29>

12.1.5. TÍTULO: *Logistics Scheduling to Minimize Inventory and Transport Costs*

AUTORES: (Wang & Cheng, 2009)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 2009

OBJETIVO:

El objetivo es minimizar la suma de los costos de inventario en proceso y transporte, que incluyen tanto los costos de suministro y entrega.

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

Se estudia un problema de programación logística donde un fabricante recibe materia prima de un proveedor, fabrica productos en la planta y entrega producto terminado a un cliente. El proveedor, el fabricante y el cliente se encuentran localizados en diferentes lugares. El objetivo es minimizar la suma de los costos de inventario en proceso y transporte, que incluyen tanto los costos de suministro y entrega. Para el caso especial del problema donde todas los trabajos tienen tiempo de procesamiento idénticos, se muestra que la función de costo de inventario se puede unir en una expresión común para varios esquemas de loteo. Basados en esta característica y otras propiedades óptimas, se desarrolla un algoritmo $O(n)$ para resolver este caso. Para el problema general, se examinan varios casos especiales, se identifican sus propiedades óptimas y se desarrollan de tiempo polinomial para resolverlos óptimamente

INTRODUCCIÓN

La actividad logística de producción de las empresas se compone típicamente por tres estados llamados suministro, producción y distribución.

El documento formula un modelo de programación logística que considera programación de producción, suministro de materia prima y entrega de productos al mismo tiempo. Se asume que el proveedor, fabricante y cliente se encuentran localizados en diferentes lugares. El servicio de transporte lo provee un tercero, así los vehículos están disponibles en cualquier momento. El fabricante deberá pagar al tercero por el servicio de transporte de materiales a la fábrica y para la entrega de productos al cliente. El trabajo u oficio debe ser trasladado desde el almacén del proveedor a la fábrica del productor, y un producto estará disponible para ser entregado al cliente tan pronto como termine su procesamiento en la fábrica.

De otro lado, ya que el costo normal de procesar todas las tareas en un periodo de planeación es fijo e independiente del programa de producción, sólo se considera el costo de mantener inventario intermedio, el cual está en términos del nivel de inventario en proceso de la fábrica.

El problema que se estudia es el de hallar un horario conjunto óptimo para suministro de material, programación de producción y entrega de trabajo para minimizar la suma de los costos de inventario en proceso y transporte. Este problema de programación logística modela la situación práctica donde una sola firma dominante controla la cadena de suministro. Entonces la firma puede optimizar sus propias decisiones operacionales independientemente de lo que esto pueda ocasionar en otras instancias del negocio.

DESCRIPCIÓN Y NOTACIÓN

Suponiendo que un fabricante recibe n órdenes de trabajo $N = (J_1, J_2, \dots, J_n)$ de un cliente. El cliente representa un centro de distribución que sirve a varios clientes cercanos entre sí en un área geográfica. Las órdenes son procesadas por una sola máquina (instalación) en la fábrica. Cada orden J_i tiene un tiempo de procesamiento P_i . Los trabajos (órdenes) como materia prima antes de su procesamiento deben ser transportados desde el almacén del proveedor. Se supone que un vehículo puede cargar como máximo K_s trabajos en un viaje de suministro de almacén a fábrica y su costo de transporte es $\mu_s + x_s y_s$, donde μ_s es un costo fijo por viaje con suministro, y_s es el costo por cada orden de trabajo en la carga y x_s es la cantidad de órdenes de trabajo en el viaje. Todas las órdenes de trabajo en un viaje de suministro constituyen un lote de suministro. Los trabajos como productos ya procesados en la fábrica deben ser entregados al cliente. Se supone que un vehículo puede cargar un máximo de K_d órdenes en un viaje de entrega al cliente y el costo de transporte de ese viaje es $\mu_d + y_d \dot{y}_d$, donde μ_d es un costo fijo por viaje entregado, y_d es el costo por orden en la carga y \dot{y}_d es la cantidad de órdenes cargadas en el viaje. Todos los trabajos en un viaje de entrega constituyen un lote de entrega.

Al controlar los tamaños de lotes de suministro y entrega, las horas de arribo de lotes de suministro, las horas de salida de lotes de entrega y seleccionando una secuencia adecuada para procesar las órdenes en la fábrica, se busca minimizar la suma de costos de transporte e inventario en proceso.

El costo de inventario en proceso en la fábrica, en teoría, debe ser una función de la suma de los tiempos que cada trabajo (orden) dura en la fábrica. Se asume que

los costos de inventario en proceso asociado a un trabajo J_i es $c_i(k, h) = \alpha(T_h^d - T_k^s)$, si $J_i \in B_k^s$ y $J_i \in B_h^d$, donde $\alpha(>0)$ es el costo de inventario de cada trabajo por unidad de tiempo. La función objetivo está dada por:

$$F(\varphi, \psi) = (u\mu_s + n\gamma_s) + (v\mu_d + n\gamma_d) + \sum_{J_i \in B_k^s, B_h^d} c_i(k, h)$$

Donde los tres términos del lado derecho de la igualdad representan el costo de suministro, el costo de entrega y el costo total de inventario en proceso, respectivamente.

Observación 1: Una vez arribe un lote de suministro a la fábrica, se inicia el procesamiento de un trabajo en el lote

Observación 2: Una vez todos los trabajos del lote de entrega hayan sido procesados, el lote de entrega debe salir de la fábrica

Observación 3: No deben haber tiempos de inactividad entre el primer y último trabajos procesados en la fábrica

Observación 4: Los trabajos que pertenecen al mismo lote de suministro deben ser procesados consecutivamente, y un lote de entrega debe consistir de trabajos procesados consecutivamente.

- **ANÁLISIS CRÍTICO:**

Cuadro 5. Análisis crítico del artículo *Logistics Scheduling to Minimize Inventory and Transport Costs*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
Se formula un modelo de programación logística que considera programación de producción, suministro de materia prima y entrega de productos al mismo tiempo. Se asume que el proveedor, fabricante y cliente se encuentran localizados en diferentes lugares. El servicio de transporte lo provee un tercero, así los	No se considera el área de producción ni suministro de materia prima

vehículos están disponibles en cualquier momento	
La función objetivo incluye el costo de suministro, el costo de entrega y el costo total de inventario en proceso, respectivamente.	No se incluyen costos de entrega
<p>La siguiente notación es usada:</p> <p>B_k^s : el k-ésimo lote de suministro</p> <p>T_k^s: la hora de arribo del lote de suministro (B_k^s) a la fábrica</p> <p>B_h^d: el h-ésimo lote de entrega</p> <p>T_h^d: la hora de salida del lote de entrega (B_h^d) desde la fábrica</p> <p>$\varphi = [B_1^s, B_2^s, \dots, B_u^s]$: un esquema de suministro que transporta todos los trabajos desde el almacén a la fábrica, donde u es el número de lotes de suministro en un esquema de suministro</p> <p>$x_k = [B_k^s]$: número de trabajos en B_k^s para $k = 1, 2, \dots, u$</p> <p>$X = (x_1, x_2, \dots, x_u)$: un vector que denota el número de trabajos en un lote de suministro</p> <p>$\psi = [B_1^d, B_2^d, \dots, B_v^d]$: un esquema de entrega que transporta todos los trabajos desde la fábrica al cliente, donde v es el número de lotes de entrega en un esquema de entrega</p>	

<p>$y_h = [B_h^d]$: el número de trabajos en Bdh para $h = 1, 2, \dots, v$</p> <p>$Y = (y_1, y_2, \dots, y_v)$: un vector que denota el número de trabajos en un lote de entrega</p> <p>$x -$: el entero más pequeño que no es menor que x</p> <p>$x +$: el entero más grande que no es mayor que x</p>	
Fuente: <i>Wayne Elvis Duffis Britton</i>	

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabuscador: Science Direct

Frase lógica: Logistics AND distribution AND Split delivery AND Inventory

Dirección URL:

<http://www.sciencedirect.com.ezproxy.utp.edu.co/science/article/pii/S0925527309001698>

12.1.6. TÍTULO: *A New Model and Hybrid Approach for Large Scale Inventory Routing Problems*

AUTORES: (Yu, Chen, & Chu, 2008)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 2008

OBJETIVO:

Resolver un problema de enrutamiento de inventario (IRP) con entrega dividida y restricción de la flota de vehículos mediante el uso de un modelo aproximado del problema y la relajación de Lagrange.

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

En el trabajo se estudia un problema de enrutamiento de inventario con entrega dividida (IRPSD) y restricción del tamaño de la flota de vehículos, donde se asume conocida la demanda de cada cliente por periodo y debe ser satisfecha sin quedar pedido pendiente. Debido a la complejidad del IRP, es muy difícil desarrollar un algoritmo exacto que pueda resolver problemas de gran escala en un tiempo de cálculo razonable. Como alternativa, un enfoque, que de forma rápida y casi de manera óptima pueda resolver el problema, se desarrolla sobre la base de un modelo aproximado del problema y la relajación de Lagrange. La entrega de cada cliente en cada período se puede dividir y ser realizada por múltiples vehículos. Permitir entrega dividida aumenta la flexibilidad de la distribución, lo que puede reducir aún más los costos de transporte. Se utiliza un modelo determinista en lugar de un modelo estocástico para el IRP, debido a la alta complejidad del IRP estocástico. En la práctica, las futuras demandas de los clientes pueden ser estimadas (pronosticadas) con márgenes de error aceptables, especialmente para demandas en un futuro cercano. Estas estimaciones de demanda pueden ser utilizadas como insumos del modelo. Nuestro enfoque de planificación también adopta un marco de horizonte rodante, es decir, aunque en cada período, los planes de inventario y de enrutamiento se generan durante todo el horizonte de tiempo, sólo los planes para el periodo actual son realmente implementados. A medida que pasa el tiempo, el horizonte de tiempo se mueve hacia adelante y los planes no implementados para períodos futuros se actualizarán utilizando nuevos datos de previsión de la demanda.

A fin de resolver IRPSD a gran escala, en lugar de proporcionar un modelo exacto para el problema, se propone un modelo aproximado, cuya solución sólo define la cantidad entregada a cada cliente, la cantidad transportada a través de cada arco dirigido y el número de veces que cada arco dirigido recibe la visita de los vehículos, donde un arco dirigido conecta dos clientes o un cliente y el depósito central de la red de transporte correspondiente. Nuevas restricciones de eliminación sub-rutas para el subproblema de enrutamiento de vehículo son introducidos en el modelo. Si

se consideran N clientes, sólo se requieren N restricciones de eliminación subrutas en el modelo. También se introduce un conjunto de restricciones para evitar rutas parciales vacías y otras limitaciones vigentes para reducir el espacio de soluciones. Se desarrolla un nuevo y más sólido enfoque de la relajación lagrangiana por reformulación de restricciones y mediante el uso de un marco de relajación de restricción diferente, que es un procedimiento basado en resolver secuencialmente un conjunto de problemas de asignación, asignando la cantidad transportada a través de cada arco dirigido y el número de veces que cada arco dirigido recibe la visita de los vehículos en la red de transporte correspondiente a un conjunto de rutas de vehículos factibles. Por último, se utiliza una búsqueda local sencilla para mejorar aún más la calidad de las rutas, que conduce a una solución casi óptima de la IRPSD. La metodología de solución para encontrar una solución casi óptima de la IRPSD se esboza en la figura 1

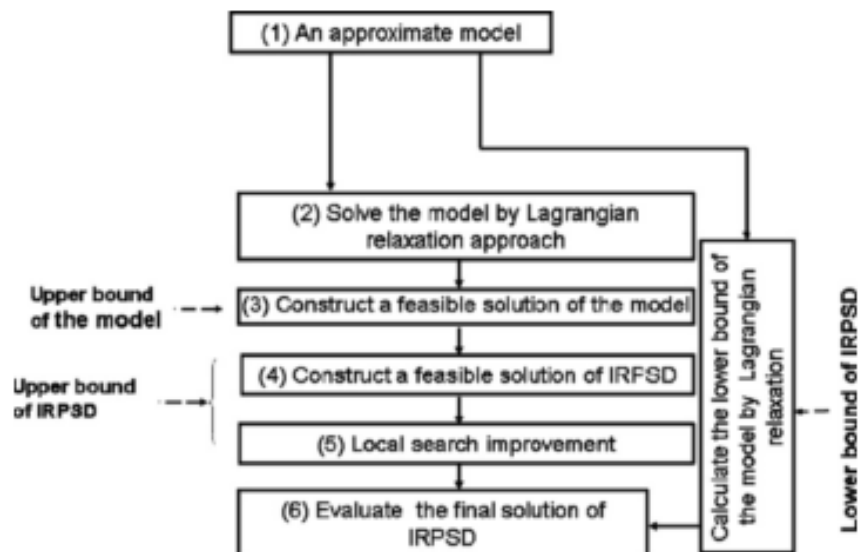


Fig. 1. The solution methodology for IRPSD.

1. Un modelo aproximado del IRPSD se desarrolla sobre la base de algunas propiedades importantes del problema
2. La relajación de Lagrange se utiliza para descomponer el modelo en un sub-problema de inventario y un sub-problema de enrutamiento que se resuelven mediante un algoritmo de programación lineal y un algoritmo de flujo de coste mínimo (MCF), respectivamente
3. Una solución factible del modelo se construye sobre la base de los resultados de la función de relajación de Lagrange
4. La solución, que puede ser no factible para el IRPSD original, se transforma en una factible mediante la resolución de una serie de problemas de asignación
5. La solución factible se mejora aún más por una sencilla búsqueda local para obtener una solución casi óptima de la IRPSD

6. Con el fin de evaluar la calidad de la solución final, otro enfoque de relajación lagrangiana con descomposición exacta se utiliza para calcular un límite inferior de la IRPSD

El modelo:

$$Z = \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_{it} I_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{j=0, j \neq i}^N \sum_{i=0}^N c_{ij} q_{ijt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N f_i x_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N c_{it}^b x_{it} \quad (1)$$

subject to

$$I_{it} = I_{i,t-1} + d_{it} - r_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2)$$

$$I_{i,t-1} + d_{it} \leq V_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (3)$$

$$\sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijt} = \sum_{j=0, j \neq i}^N x_{jit}, \quad i = 0, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (4)$$

$$\sum_{j=0, j \neq i}^N q_{jit} - \sum_{j=0, j \neq i}^N q_{ijt} = d_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N q_{0it} = \sum_{i=1}^N d_{it}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} \leq M, \quad t = 1, \dots, T, \quad (7)$$

$$q_{ijt} \leq C \cdot x_{ijt}, \quad i, j = 0, \dots, N, \quad i \neq j, \quad t = 1, \dots, T, \quad (8)$$

$$I_{it} \geq 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (9)$$

$$x_{ijt} \geq 0 \quad \text{and integer } i = 0, \dots, N, \quad j = 0, \dots, N, \quad i \neq j, \quad t = 1, \dots, T, \quad (10)$$

$$d_{it} \geq 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad q_{ijt} \geq 0, \quad i = 0, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N, \quad j \neq i, \quad t = 1, \dots, T. \quad (11)$$

La función objetivo (1) incluye tanto costos de inventario de cada cliente como costos de transporte (fijos y variables)

(2) restricción de balance de inventario de cada cliente

(3) limitaciones de capacidad de inventario de cada cliente

(4) asegura que el número de vehículos que parten de un cliente o del depósito sea igual al número de vehículos de llegada

(5) ecuaciones de conservación de flujo de productos, asegurando el equilibrio de flujo a cada cliente y la eliminación de todas las subrutas

(6) asegura la recaudación de cantidad de entrega acumulada en el depósito

(7) asegura que el número de vehículos utilizados para entrega en cada periodo no supera el tamaño de la flota de vehículos

(8) modela la capacidad de los vehículos y la relación lógica entre q_{ijt} y x_{ijt}

(9) asegura que la demanda de cada cliente es satisfecha totalmente y sin pedido pendiente

El modelo aproximado:

$$Z = \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_{it} I_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{i=1}^N c_{ij} q_{ijt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N c_{0i} \left(\sum_{m=1}^{M_i} p_{mit} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N f_i \left(\sum_{m=1}^{M_i} y_{mit} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N c_{0i}^b x_{0it} \quad (18)$$

Sujeto a restricciones (2), (3), (7), (9), (17) y subsiguientes

$$\sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijt} = \sum_{m=1}^{M_i} y_{mit} + \sum_{j=1, j \neq i}^N x_{jit} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{for customers}), \quad (19a)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{0it} = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{M_i} y_{mit}, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{for the depot}), \quad (19b)$$

$$\sum_{m=1}^{M_i} p_{mit} + \sum_{j=1, j \neq i}^N q_{jit} - \sum_{j=0, j \neq i}^N q_{ijt} = d_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{M_i} p_{mit} = \sum_{i=1}^N d_{it}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (21)$$

$$q_{ijt} \leq x_{ijt} C, \quad i, j = 1, \dots, N, \quad i \neq j, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{for customers}), \quad (22a)$$

$$\sum_{m=1}^{M_i} p_{mit} \leq C \cdot \sum_{m=1}^{M_i} y_{mit}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{for the depot}), \quad (22b)$$

$$C \cdot \left(\sum_{m=1}^{M_i} y_{mit} - 1 \right) \leq \sum_{m=1}^{M_i} p_{mit}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (23)$$

$$y_{mit}, x_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad x_{0it} \geq 0 \text{ and integer } i, j = 1, \dots, N, \quad i \neq j, \quad m = 1, \dots, M_i, \quad t = 1, \dots, T, \quad (24)$$

$$d_{it}, \quad p_{mit}, \quad q_{ijt} \geq 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 0, \dots, N, \quad j \neq i, \quad m = 1, \dots, M_i, \quad t = 1, \dots, T, \quad (25)$$

Donde restricciones (19a) y (19b) son la reformulación de la restricción (4); restricciones (20) y (21) son la reformulación de las restricciones (5) y (6), respectivamente; restricciones (22a) y (22b) son la reformulación de la restricción (8); restricción (23) es la reformulación de la restricción (16); restricciones (24) y (25) son la reformulación de las restricciones (10) y (11), respectivamente.

Enfoque de relajación de Lagrange:

$$Z_{\hat{q}(t), \hat{p}(t), x(t), y(t)}^{2t} = \min \sum_{i=1}^N (c_{i0}^b + f_i) x_{i0t} + \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{i=1}^N (\lambda_{ijt} - \gamma_{ijt} \hat{q}_{ijt}) x_{ijt} + \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{M_i} (\alpha_{it} C + \bar{\alpha}_{mit} - \bar{\gamma}_{mit} \hat{p}_{mit}) y_{mit} \quad (35)$$

subject to

$$\sum_{j=0, j \neq i}^N x_{ijt} = \sum_{m=1}^{M_i} y_{mit} + \sum_{j=1, j \neq i}^N x_{jit}, \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{for customers}), \quad (36a)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0t} = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{M_i} y_{mit} \quad (\text{for the depot}), \quad (36b)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i0t} \leq M, \quad (37)$$

$$x_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad j \neq i, \quad y_{mit} \in \{0, 1\}, \quad x_{i0t} \geq 0 \text{ and integer}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (38)$$

(35) Descomposición del modelo en T subproblemas; (36a) y (36b) reformulan (19a) y (19b), respectivamente; (37) reemplaza (7); (38) es la reformulación de (24) y (25).

ANÁLISIS CRÍTICO:

Cuadro 6. **Análisis crítico del artículo** *A New Model and Hybrid Approach for Large Scale Inventory Routing Problems*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
En este trabajo se estudia el problema de enrutamiento de inventario con entregas divididas y restricción de tamaño de flota de vehículos con igual capacidad.	En el modelo, los vehículos tienen diferentes capacidades.
Para problemas a gran escala, se propone un modelo aproximado por relajación de Lagrange	No se incluye en modelo ya que los clientes de la empresa bajo estudio son limitados, aunque puede ser incluido para un estudio futuro.
La función objetivo incluye costos de inventario de los clientes y costos de transporte	La función objetivo incluye costos de inventario del depósito y costos de

	transporte, más costos por pedido pendiente
<p>Notación usada, T = índice de periodos i, j = índice de clientes o depósito</p> <p>Parámetros, C = capacidad de vehículos c_{ij} = costo de envío por unidad de producto en el arco (i, j) c_{i0}^b = costo de viaje con vehículo vacío desde cliente i hacia depósito f_t = costo fijo de vehículo por viaje en periodo t h_{it} = costo de tenencia por unidad de producto para el cliente i en periodo t I_{i0} = nivel inicial de inventario del cliente i al inicio del periodo 1 M = tamaño de la flota de vehículos (número de vehículos disponibles) r_{it} = demanda de cliente i en periodo t V_i = capacidad de inventario de cliente i</p> <p>Variables, d_{it} = cantidad entregada a cliente i en periodo t I_{it} = nivel de inventario de cliente i al final del periodo t q_{ijt} = cantidad transportada por el arco (i, j) en periodo t x_{ijt} = número de veces que el arco (i, j) es visitado por vehículos en periodo t</p>	<p>Notación a usar, las mismas</p> <p>Parámetros, las mismas excepto que, se adicionan tipos de vehículos para diferenciar por capacidad</p> <p>No se incluyen, h_{it} = costo de tenencia por unidad de producto para el cliente i en periodo t I_{i0} = nivel inicial de inventario del cliente i al inicio del periodo 1 V_i = capacidad de inventario de cliente i</p> <p>Variables, I_{it} = nivel de inventario de cliente i al final del periodo t</p>
<p>Fuente: <i>Wayne Elvis Duffis Britton</i></p>	

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabuscador: ScienceDirect

Frase lógica: "inventory routing problem"

Dirección URL:

<http://www.sciencedirect.com.ezproxy.utp.edu.co/science/article/pii/S037722170700673X>

12.1.7. TÍTULO: *A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem*

AUTORES: (Federgruen & Zipkin, 1984)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 1984

OBJETIVO:

El objetivo es abordar el problema combinado de asignación de un recurso escaso disponible en un depósito central entre varias ubicaciones (o "clientes"), cada uno con un patrón variable de demanda, determinando las entregas a realizar por cada uno de los vehículos de la flota y en qué orden, equilibrando costos de manejo de inventario, de escasez y de transporte.

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

Se estudia el problema combinado de la asignación de un recurso escaso entre varias ubicaciones y la planificación de entregas utilizando una flota de vehículos. Las demandas son aleatorias, y los costos de inversión y de escasez deben ser considerados en la decisión, junto con los costos de transporte. Se muestra cómo extender algunos de los métodos disponibles para el problema determinístico de ruteo de vehículos para este caso.

INTRODUCCIÓN

El problema en mención es una extensión del problema de ruteo para vehículos estándar (VRP). Allí, hay que diseñar un conjunto de rutas de vehículos con costo total mínimo, partiendo de, y eventualmente, volviendo al depósito, al tiempo que satisface las restricciones de capacidad y cumpliendo de los requisitos del cliente. Estos requisitos incluyen tamaños de entrega conocidas y determinadas de manera exógena. Por otro lado, la mayoría de los modelos de asignación de recursos existentes, asumen una función de coste que es poco variable, así como separable y aditivo en las actividades. Como consecuencia, su aplicación a los problemas de distribución física se limita a situaciones en las que todos los puntos reciben entregas individuales en lugar de ser servidos en rutas.

Hay muchas situaciones en las que los horarios de los vehículos y los tamaños de entrega son (o deberían ser) determinados simultáneamente. Tal es a menudo el caso, por ejemplo, cuando en cada ubicación la demanda para el recurso es aleatoria. Aquí, las entregas sirven para reponer los inventarios a niveles que equilibren adecuadamente los costos de manejo de inventario y de escasez, pero

con ello incurren también en costes de transporte. Este tipo de problema es el principal objetivo del documento.

DESCRIPCIÓN Y NOTACIÓN

Constantes

K : número de vehículos

n : número de locaciones, indexados de 1 hasta n ; índice 0 denota el depósito central

b_k : capacidad (peso o volumen) de vehículo k

C_{ij} : costo de viaje directo desde locación i a locación j

$F_i(\cdot)$: función de distribución acumulada de la demanda de un periodo en la locación i ,
que se asume estrictamente creciente

h_i^+ : costo de transporte de inventario por unidad en sitio i

h_i^- : costo de faltantes por unidad en sitio i

A : cantidad de producto disponible en depósito central

B_i : inventario inicial en locación i

Variables

Se define una ruta ficticia $k = 0$, consiste en locaciones a los que no se envía nada ($b_0 = 0$)

$Y_{ik} = "1"$ si punto de entrega i se asigna a ruta k , "0" en caso contrario

$X_{ijk} = "1"$ si vehículo k viaja directo de i hasta j , "0" en caso contrario

W_i : cantidad entregada a locación i

La función de costo de inventario $q_i(\cdot)$ y su derivada $q_i'(\cdot)$ se calculan por:

$$q_i(w_i) = \int_{\beta_i + w_i}^{\infty} h_i^-(\xi - \beta_i - w_i) dF_i(\xi) + \int_0^{\beta_i + w_i} h_i^+(\beta_i + w_i - \xi) dF_i(\xi),$$

$$q_i'(w_i) = (h_i^+ + h_i^-)F_i(\beta_i + w_i) - h_i^-, \quad i = 1, \dots, n.$$

Con esta notación, el problema puede plantearse de la siguiente forma:

$$\mathbf{Min} \mathbf{Z} = \sum_{i,j,k} C_{ij} * X_{ijk} + \sum_i q_i(w_i) \quad (1)$$

Sujeto a

$$\sum_i w_i * y_{ik} \leq b_k, \quad k = 0, \dots, K \quad (2)$$

$$\sum_i w_i \leq A, \quad w_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_k y_{0k} = K \quad (4a)$$

$$\sum_k y_{ik} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (4b)$$

$$y_{ik} = 0 \text{ ó } 1, \quad j = 0, \dots, n; \quad k = 0, \dots, K \quad (5)$$

$$\sum_i x_{ijk} = y_{jk}, \quad j = 0, \dots, n; \quad k = 1, \dots, K \quad (6)$$

$$\sum_j x_{ijk} = y_{ik}, \quad i = 0, \dots, n; \quad k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$\sum_{(i,j) \in S \times S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad S \subseteq \{1, \dots, n\}, \quad (8)$$

$$2 \leq |S| \leq n - 1; \quad k = 1, \dots, K$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ ó } 1, \quad i = 0, \dots, n; \quad j = 0, \dots, n; \quad k = 0, \dots, K \quad (9)$$

La restricción (2) garantiza que la carga asignada a cada vehículo esté dentro de su capacidad.

La restricción (3) garantiza que la cantidad total enviada esté disponible en el almacén o depósito.

Restricciones (4) y (5) garantizan que se asigne cada punto de entrega a una sola ruta (posiblemente la ruta ficticia 0).

Restricciones (6) - (9), definen un problema de agente viajero (TSP) entre los clientes asignados al vehículo k.

Observe que con **y** fijo, el problema se descompone en sub-problemas más simples, es decir, un problema de asignación de inventario y K problemas de agentes viajeros (TSPs), uno para cada vehículo. Esta propiedad fundamental de separación es la base del enfoque computacional.

- **ANÁLISIS CRÍTICO:**

Cuadro 7. Análisis crítico del artículo *A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
Se estudia el problema combinado de la asignación de un recurso escaso entre varias ubicaciones y la planificación de entregas utilizando una flota de vehículos. Las demandas son aleatorias, y los costos de inversión y de escasez deben ser considerados en la decisión, junto con los costos de transporte.	El servicio de transporte lo provee un tercero, así los vehículos están disponibles en cualquier momento.
La función objetivo incluye el costo fijo de viaje de punto a punto, costo por transporte de inventario, penalidad por no entregar pedido.	Similar para este trabajo
<p>La siguiente notación es usada:</p> <p><u>Constantes</u></p> <p><i>K</i>: número de vehículos</p> <p><i>n</i>: número de locaciones</p> <p><i>b_k</i>: capacidad de vehículo <i>k</i></p> <p><i>C_{ij}</i>: costo de viaje directo <i>i – j</i></p> <p><i>F_i(.)</i>: función de distribución – acumulada de la demanda</p> <p><i>h_i⁺</i>: costo de transporte de inventario</p> <p><i>h_i⁻</i>: penalidad por faltantes</p> <p><i>A</i>: producto disponible en depósito central</p>	No se incluye inventario inicial en locación <i>i</i>

<p>B_i: inventario inicial en locación i</p> <p><u>Variables</u></p> <p>Ruta ficticia $k = 0$, no se envía nada ($b_0 = 0$)</p> <p>$Y_{ik} = "1"$ si punto i se asigna a ruta k</p> <p>$X_{ijk} = "1"$ si vehículo k viaja directo $i - j$</p> <p>W_i: cantidad entregada a locación i</p>	
<p>El problema se descompone en dos subproblemas, el primero de asignación de inventarios "IA" y el segundo de agente viajero "TSP" por cada IA</p>	<p>Similar al desarrollado en este trabajo</p>
<p>Fuente: <i>Wayne Elvis Duffis Britton</i></p>	

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabuscadore: Google

Frase lógica: Inventory Allocation and VRP

Dirección URL:

https://www0.gsb.columbia.edu/mygsb/faculty/research/pubfiles/4064/federgruen_vehicle_routing.pdf

12.1.8. TÍTULO: *Solución al Problema de Asignación-Distribución*

AUTORES: (Elizondo Cortés & Aceves García, 2007)

FECHA DE PUBLICACIÓN: 2007

OBJETIVO:

El presente artículo expone una estrategia de solución, a partir de un modelo entero mixto denominado de asignación-distribución (AD), para el problema de decidir la asignación de clientes a vehículos y la cantidad de producto que le será entregada a cada uno de ellos.

RESUMEN: (QUÉ, COMO, PARA QUE)

El problema de Ruteo de Inventario (IRP) surge en un contexto logístico que se presenta en las empresas y que pretende satisfacer las demandas de un conjunto de clientes distribuidos geográficamente, utilizando una flotilla de vehículos de capacidad limitada que se encuentran en un almacén central, al menor costo posible. El IRP es un problema NP-duro que en aplicaciones reales suele ser de gran tamaño. Para su resolución se diseñó una estrategia que utiliza de forma conjunta, la descomposición cruzada y la relajación Lagrangeana separable, con lo que se obtienen un esquema tipo ping-pong entre los dos subproblemas, que son del tipo transporte, para el cual se tiene un algoritmo de solución muy eficiente y fácil de implementar para el problema completo.

INTRODUCCIÓN

Uno de los obstáculos principales para la competitividad de las pequeñas y medianas empresas en México, es la falta de recursos y cultura para invertir en proyectos de desarrollo logístico. El desarrollo de estrategias poco costosas y fáciles de implementar que mejoren sus indicadores de desempeño, les proporcionarán instrumentos para sortear el inestable y cambiante entorno económico mexicano.

La investigación en el área logística de las últimas dos décadas, se ha avocado a desarrollar varias estrategias, encaminadas a coordinar la toma de decisiones en las actividades dentro de los elementos de las cadenas de suministro, para mejorar su desempeño y efectividad en términos de costo, tiempos de respuesta, suministro a tiempo y servicio al cliente.

En particular el problema de inventario ruteo (Inventory Routing Problem, IRP), modela una situación que se presenta comúnmente en las empresas e involucra en un solo modelo a las dos actividades más costosas de la cadena de suministro: el manejo de inventarios y la distribución física de productos. El IRP típico considera que una compañía de distribución, opera desde un almacén central y abastece a un gran número de clientes, geográficamente distribuidos (Baita, Ukovich, Pesenti, & Favaretto, 1998).

El artículo expone una estrategia de solución, a partir de un modelo entero mixto denominado de asignación-distribución (AD), para el problema de decidir la asignación de clientes a vehículos y la cantidad de producto que le será entregada a cada uno de ellos. Para su resolución se utiliza la técnica de descomposición cruzada separable propuesta por Aceves (1996).

DESCRIPCIÓN Y NOTACIÓN

Sea el problema AD, en el cual un número finito m de vehículos disponibles distribuyen un solo tipo de producto, para atender la demanda de una cierta población de usuarios concentrada en n puntos discretos, cada uno con una demanda d_j

Cuando un vehículo en particular es seleccionado, se incurre en un costo fijo f_i por la utilización del vehículo i y un costo variable $c_{ij}x_{ij}$ que está en función del costo unitario de viaje del vehículo i al destino j atendiendo la fracción x_{ij} de la demanda del cliente j .

Asumiendo que la capacidad de cada vehículo es limitada, el problema consiste en decidir cuáles de los posibles vehículos serán utilizados, de tal manera que sus capacidades no sean excedidas y las demandas satisfechas; así como qué patrón de distribución deberá utilizar, tal que el costo total de establecer las unidades en servicio, conformado por costos fijos más costos variables, sea minimizado en un horizonte finito de planeación.

El problema AD se puede formular como sigue:

$$\textit{Minimizar} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^m f_i y_i$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad \forall j \quad (1.1)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i, j \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^m a_i y_i \geq \sum_{j=1}^n d_j \quad (1.3)$$

$$\sum_{j=1}^n d_j x_{ij} \leq a_i y_i, \quad \forall i \quad (1.4)$$

$$x_{i,j} \geq 0, \quad y_i = 0,1 \quad \forall i, j$$

Donde,

m: número de vehículos disponibles

n: número de clientes

d_j: demanda del cliente *j*

f_i: costo fijo para el vehículo *i*

a_i: capacidad del vehículo *i*

c_{ij}: costo (en función de la distancia recorrida) de distribución al cliente *j* utilizando el vehículo *i*

x_{ij}: fracción de la demanda total atendida del cliente *j* utilizando el vehículo *i*

y_i = 1 si se usa el vehículo *i*, 0 en otro caso

La restricción (1.1) asegura la atención total de la demanda, (1.2) establece la distribución sólo con vehículos activos, (1.3) considera el uso de suficientes vehículos para atender la demanda y (1.4) considera no exceder la capacidad del vehículo.

El AD tienen dos decisiones inherentes: elegir los vehículos que se utilizarán y la forma de distribuir mejor la demanda para atender a los clientes. Esta complejidad lo hace un atractivo campo para el uso de técnicas de descomposición, ya que si la

decisión discreta de elegir el vehículo se ha tomado, el problema continuo de distribución, generalmente es más fácil de resolver.

- **ANÁLISIS CRÍTICO:**

Cuadro 8. Análisis crítico del artículo *Solución al Problema de Asignación-Distribución*

Modelo presentado en este artículo	Modelo propuesto en este trabajo de maestría
Se estudia el problema combinado de la asignación de un recurso escaso y la distribución entre varias ubicaciones utilizando una flota de vehículos de capacidad limitada.	El servicio de transporte lo provee un tercero, así los vehículos están disponibles en cualquier momento, con distintas capacidades (heterogéneas).
La función objetivo incluye costos fijos y variables de transporte de punto a punto, cantidad de inventario, con horizonte de tiempo finito.	Similar para este trabajo son los costos con la diferencia de un horizonte de tiempo instantáneo.
La siguiente notación es usada: <i>m</i> : número de vehículos disponibles <i>n</i> : número de clientes <i>d_j</i> : demanda del cliente <i>j</i> <i>f_i</i> : costo fijo para el vehículo <i>i</i> <i>a_i</i> : capacidad del vehículo <i>i</i> <i>c_{ij}</i> : costo (en función de la distancia recorrida) de distribución al cliente <i>j</i> utilizando el vehículo <i>i</i> <i>x_{ij}</i> : fracción de la demanda total atendida del cliente <i>j</i> utilizando el vehículo <i>i</i> <i>y_i</i> = 1 si se usa el vehículo <i>i</i> , 0 en otro caso	Se incluye en el modelo una penalidad por no entregar pedido al cliente
El problema se descompone en dos subproblemas, el primero de asignación de inventarios "IA" y el segundo de agente viajero "TSP" por cada IA y se aplica descomposición	El problema se descompone en dos subproblemas, el primero de asignación de inventarios "IA" y el segundo de agente viajero "TSP" por cada IA, que

de Benders para modificar el modelo y luego se aplica el esquema de Relajación Lagrangeana para su solución.	son resueltos sin modificación del modelo.
Fuente: <i>Wayne Elvis Duffis Britton</i>	

CRITERIO DE BÚSQUEDA:

Metabuscador: Google Scholar

Frase lógica: Ruteo Asignación-Distribución

Dirección URL:

<http://revistas.unam.mx/index.php/ingenieria/article/view/13484/12824>