



周期入力制御によるパラメータ励振系のエネルギー制御と強制引き込み現象 - 実機による検証 -

著者	日西 杜夫, 梶原 秀一, 青柳 学, 花島 直彦
雑誌名	計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会論文集
巻	SI2016
号	第17回
ページ	1864-1867
発行年	2016-12
URL	http://hdl.handle.net/10258/00009489

周期入力制御によるパラメータ励振系の エネルギー制御と強制引き込み現象 — 実機による検証 —

○日西 杜夫 (室蘭工大), 梶原 秀一 (室蘭工大)
青柳 学 (室蘭工大), 花島 直彦 (室蘭工大)

Forced Entrainment and Energy Control of Parameter Excitation System by Periodic Input Control — Verification using Real Machine —

○Morio HINISHI (Muroran Inst.of Tech.) , Hidekazu KAJIWARA (Muroran Inst.of Tech.)
Manabu AOYAGI (Muroran Inst.of Tech.) , Naohiko HANAJIMA (Muroran Inst.of Tech.)

Abstract: In our previous work, we showed that an energy of a swing system which is a parametric excitation system can be controllable by the periodic input control method. Furthermore, we demonstrated that the energy controlled swing system is a self-excited oscillation system and forced entrainment arises in that system by numerical simulation. In this paper, we describe the result verified the above results with an actual machine.

1. はじめに

引き込み現象は同期現象とも呼ばれ、固有周期の異なる複数の振動子が相互作用により同期する相互引き込み現象と振動子に周期外力を加えたとき振動子の周期が外力の周期に同期する強制引き込み現象がある¹⁾²⁾。

自励振動系である van der Pol(VDP)方程式の強制引き込み現象を利用すると、周期入力と制御対象を同期させ制御することが可能となる³⁾。また、周期入力の振幅や位相を目標エネルギーからの偏差によって変調することで、制御対象のエネルギーを制御することも可能である⁴⁾。

これまで我々は、パラメータ励振系であるブランコに対し周期入力制御を適用することによりエネルギー制御が可能であること、さらにエネルギー制御されたパラメータ励振系で強制引き込み現象が起きることを数値シミュレーションにより明らかにしてきた⁵⁾。

本報では、パラメータ励振系のエネルギー制御が可能かどうか、また強制引き込み現象が起こるかどうか実機により検証した結果について述べる。

2. ブランコのモデルとダイナミクス

Fig.1 に示すようにブランコのモデルとして、支点から重心までの距離が時間的に変化する振り子を考える。Fig.1 に示すように座標系を設定し、以下に示す記号を定義する。

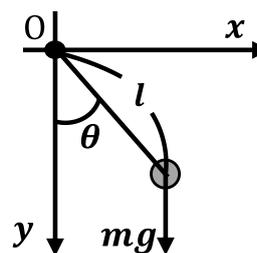


Fig.1 Swing system and its coordinates

l : 振り子の長さ[m]

θ : 振り子の振れ角[rad]

m : おもりの質量[kg]

g : 重力加速度[m/s²]

ブランコの運動方程式を求めると以下のようなになる。

$$ml^2\ddot{\theta} + 2ml\dot{l}\dot{\theta} + mgl\sin\theta = 0 \quad (1)$$

上式において $|\theta| \ll 1$ であるとし、重心位置を以下のように微小変化させる場合を考える。ただし l_0 は支点から重心までの平均位置である。

$$l = l_0 - \alpha \quad (l_0 > 0, |\alpha| \ll 1) \quad (2)$$

このとき近似運動方程式は次式となる。

$$\ddot{\theta} - 2\frac{\dot{\alpha}}{l_0}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta + \frac{\omega_0^2\alpha}{l_0}\theta = 0 \quad (\omega_0^2 = g/l_0) \quad (3)$$

3. パラメータ励振系のエネルギー制御

周期入力制御によりブランコのエネルギーを制御するために以下のように重心位置を変化させることを考える。

$$\alpha = K_p(E_d - E)\theta\dot{\theta} \quad (4)$$

上式において、 E_d は目標エネルギー、 E はブランコの運動エネルギーであり次式で表される。

$$E = \frac{1}{2}ml_0^2\dot{\theta}^2 \quad (5)$$

上式を時間微分し式(2)を考慮して整理すると次式となる。

$$\dot{E} = 2ml_0\dot{\alpha}\dot{\theta}^2 - ml_0^2\omega_0^2\theta\dot{\theta} - ml_0\omega_0^2\alpha\theta\dot{\theta} \quad (6)$$

ここでブランコが次式で運動すると仮定する。

$$\theta = a \sin(\omega_0 t) \quad (a > 0, \omega_0 = 2\pi f_0) \quad (7)$$

式(4)(7)とその時間微分を式(6)に代入してエネルギー変化率の時間平均を求めると以下となる。

$$\dot{E}^* = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{E} dt = \frac{ml_0 K_p a^4 \omega_0^4}{2} (E_d - E^*) \quad (8)$$

ただし、 E^* は E の時間平均で以下のように表される。

$$E^* = \frac{1}{4}ml_0^2 a^2 \omega_0^2 \quad (9)$$

目標エネルギーからの偏差を $e = E_d - E^*$ と定義して、式(8)を整理すると以下となる。

$$\dot{e}^* = -\frac{ml_0 K_p a^4 \omega_0^4}{2} e \quad (10)$$

上式より $K_p > 0$ のとき時間 $t \rightarrow \infty$ のとき $e^*(\infty) \rightarrow 0$ となりエネルギーの時間平均を目標値に制御できることがわかる。

4. パラメータ励振系の強制引き込み現象

前章では周期入力制御によりパラメータ励振系のエネルギーを制御できることを示した。ここではエネルギー制御されたパラメータ励振系に周期外力を加えたとき強制引き込み現象が起きる条件を解析した結果について述べる。次式のようにエネルギー制御入力に周期的な外力 F を加えた場合を考える。

$$\alpha = K_p(E_d - E)\theta\dot{\theta} + F \quad (11)$$

$$F = K_f \sin(2\omega t) \quad (K_f > 0, \omega = 2\pi f) \quad (12)$$

上式の制御入力を加えたとき、ブランコの周期解は自励振動解と強制振動解からなるとし、次式で仮定する。

$$\theta = a \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + A \sin(\omega t + \varphi) \quad (13)$$

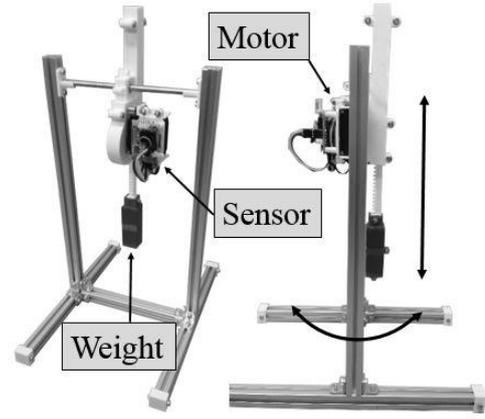


Fig.2 Swing robot system

式(11)(12)(13)およびその時間微分を式(3)に代入して自励振動解が $a = 0$ となる条件を求めると以下となる。

$$A > \sqrt{\frac{4E_d}{ml_0^2|7\omega^2 - \omega_0^2|}} \quad (14)$$

このとき、外力の振幅 K_f が大きいかつ $\omega \approx \omega_0$ として強制振動解を求めると次式となる。

$$\theta = \sqrt{\frac{2\{K_p E_d + \sqrt{K_p(K_p E_d^2 + 2ml_0^2 \omega K_f)}\}}{K_p ml_0^2 \omega^2}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (15)$$

5. 実験

5.1 実験装置

Fig.2 に製作した実験装置を示す。ブランコの支持部には RC 用サーボモータが取り付けられており、このモータが回転しラックアンドピニオン機構が動作することで、おもりが上下に移動する。ブランコの角速度は支点部に取り付けたジャイロセンサーにより計測している。制御器にはシグナルプロセッサを使用し制御周期は1[msec]とした。実験システムではブランコの角度 θ を直接計測できないので式(11)の周期入力を以下のように構成している。

$$\alpha = \beta K_{AG1} x K_{AG1} \dot{x} + F \quad (16)$$

$$\beta = K_p(E_d - E) \quad (17)$$

ただし x 、 \dot{x} は以下のブランコの角速度が入力された VDP 方程式の解である。

$$\ddot{x} - \varepsilon(1 - x^2)\dot{x} + \Omega^2 x = K_g \dot{\theta} \quad (18)$$

また、 K_{AG1} 、 K_{AG2} はそれぞれ x 、 \dot{x} の振幅を 1 にするオートゲインコントロールのゲインであり、これらのゲインは次式で示すようにそれぞれの振幅を半周期毎に計測し、その逆数をとったものである。

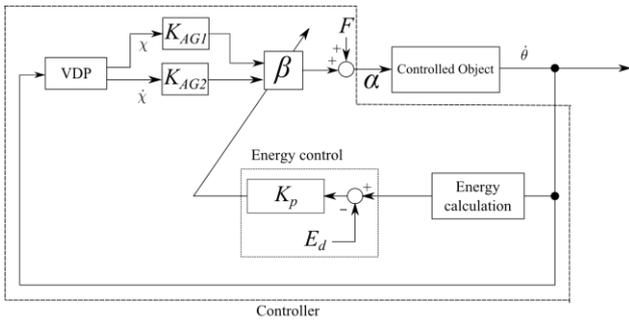


Fig.3 Block Diagram

Table.1 Parameters of the experiment system

Parameter	Value
ε	1.3
K_g	6
Ω	9[rad/s]
m	0.192[kg]
l_0	0.0378[m]

$$K_{AG1} = \frac{1}{\max|x|}, \quad K_{AG2} = \frac{1}{\max|\dot{x}|} \quad (19)$$

以上の周期入力ブランコに加えられた場合の制御ブロックを Fig.3 に示す。式(18)においてブランコの周期 ω_0 と VDP 方程式の発振周期 Ω がほぼ等しく($\omega_0 \approx \Omega$)、ゲイン K_g が大きければ強制引き込みが起き VDP 方程式の周期解 x はブランコの角速度 $\dot{\theta}$ から $\pi/2$ 遅れて同期するので、 x と θ 、 \dot{x} と $\dot{\theta}$ はそれぞれ同相で同期する。 K_{AG1} と K_{AG2} は x と \dot{x} の振幅が小さいとき周期入力小さくなるのを防ぐために利用している。実験装置および VDP 方程式の各パラメータを Table.1 に示す。

5.2 実験結果

式(16)で $F = 0$ としエネルギー制御則よりブランコの運動エネルギーを制御できるかどうか確認した結果について述べる。

Fig.4 に目標エネルギーを $E_d = 4 \sim 11.2$ [mJ]の範囲に設定して制御した場合を示す。ブランコの運動エネルギーの時間平均 E^* は運動エネルギー E をカットオフ周波数 0.012[Hz]のローパスフィルタに入力した時の出力値とした。図よりブランコの平均運動エネルギーをほぼ目標値に制御できることがわかる。わずかに定常偏差が生じているのは支点部の摩擦の影響だと考えられる。Fig.5 にエネルギー制御しているときのブランコの周期運動を周波数解析した結果を示す。図より E_d を大きく設定していくと振幅が大きくなり自励発振周波数は低くなっていくことがわかる。Fig.6 に $E_d = 4$ [mJ]で制御しているときの VDP 方程式の周期解 x と $\dot{\theta}$ の位相関係を示す。図より x と $\dot{\theta}$ は位相 $\pi/2$ で同期していることがわかる。また Fig.7 に $\dot{\theta}$ と $x\dot{x}$ の位相関係を示す。図よりブランコと周期入力は 1 : 2 の割合で同期していることが確認できる。

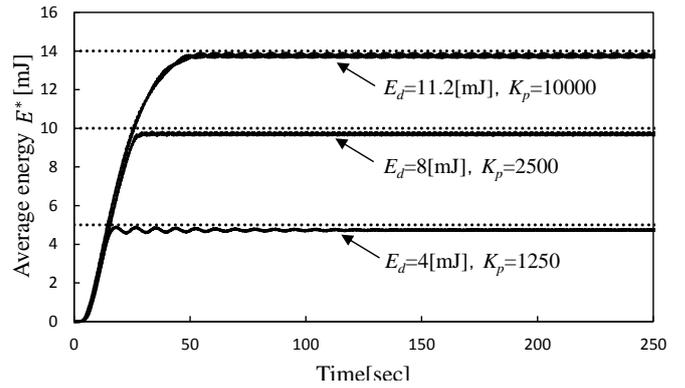


Fig.4 Energy control

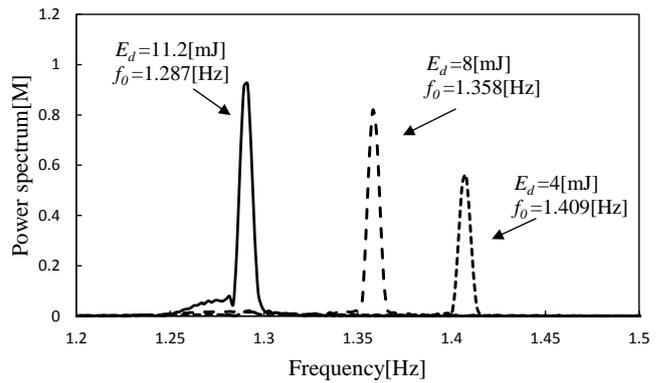


Fig.5 Frequency spectrum of the swing motion

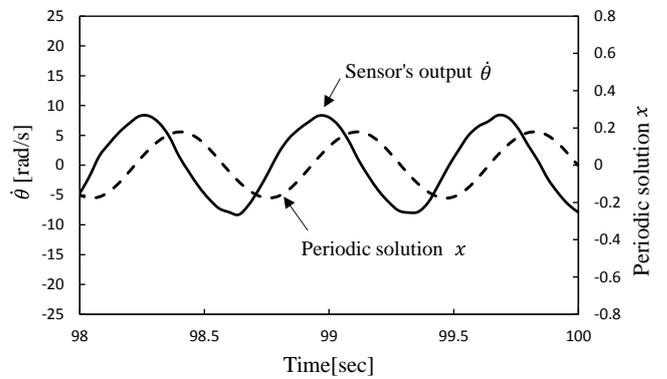


Fig.6 Timing of periodic solution x and Sensor's output

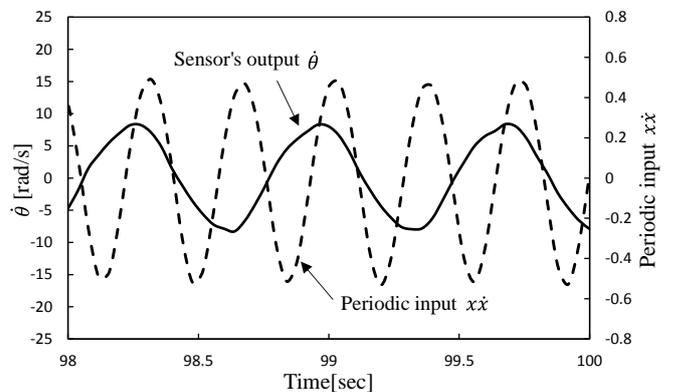


Fig.7 Timing of periodic input x and periodic input $x\dot{x}$

次に $F \neq 0$ として強制引き込み現象が生じるかどうか確認した結果について述べる. $F = 0$ のときの自励発振周期 ω_0 と周期外力 F の周期が $\omega_0 \approx \omega$ であるとき, 強制引き込み時の理論的な角速度は式(15)を時間微分した式となる.

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2\left\{K_p E_d + \sqrt{K_p(K_p E_d^2 + 2ml_0^2 \omega K_f)}\right\}}{K_p ml_0^2 \omega^2}} \sin(\omega t) \quad (20)$$

角速度が上式となるかどうか $E_d = [4\text{mJ}]$, $K_f = 10$, $f = 1.41[\text{Hz}]$ として実験した結果を Fig.8 に示す. 図より周期外力と角速度は同相で同期するが振幅は理論値より大きくなっていることがわかる. これは振幅が大きいため高調波成分の影響によるものと思われる.

次に同条件で $f = 1.49[\text{Hz}]$ とした場合を Fig.9 に示す. 図より外力の周波数を変化させると同期する位相はずれものの振幅が小さくなるため振幅は理論値に近づくと考えられる.

Fig.10 に周期外力を加えたときの $\dot{\theta}$ を周波数解析した結果を示す. $K_f = 0$ のときは $f_0 = 1.409[\text{Hz}]$ で振動している成分が $K_f \neq 0$ のとき抑制され, 外力の周波数に引き込まれていることがわかる.

K_f を変化させたとき強制引き込み現象が起きる領域を調べた結果を Fig.11 に示す. 図より K_f を大きくすると引き込み領域が広がること, E_d を大きくすると領域が上にずれることがわかる. また, 自励発振周波数よりも低い周波数の方が引き込み易いこともわかる.

6. まとめ

本報では, パラメータ励振系であるブランコが周期入力制御によりエネルギー制御できると強制引き込み現象が起きることを実機で確認した. 今後はブランコロボットを複数台使用して相互引き込み現象の検証を行ってきたい.

7. 参考文献

- 1) Arkady Pikovsky, Michael Rosenblum, Jürgen Kurths : 同期理論の基礎と応用, 7/14,45/55 (2009)
- 2) 郡宏 : 同期現象研究の広がり, 日本物理学会誌, vol.69,no.9, 602/603 (2014)
梶原秀一, 橋本幸男, 松田敏彦, 土谷武士 : 引き込みを利用したブランコの振れ制御, 日本ロボット学会誌, vol.17,no.4, 64/69 (1999) (2000)
- 3) 梶原秀一, 橋本幸男, 土谷武士 : 周期入力による振子の運動制御, 日本機械学会誌論文集(C), vol.67,no.663, 84/90 (2001)
- 4) 日西杜夫, 梶原秀一, 青柳学, 花島直彦 : 周期入力制御されたパラメータ励振系の相互引き込み現象, ロボティクスメカトロニクス講演会 2016, 1A1-04a2(2016)

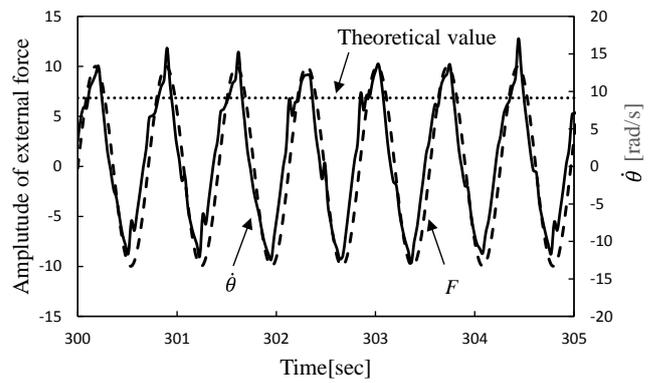


Fig.8 Relationship between external force and angular velocity ($f = 1.41\text{Hz}$)

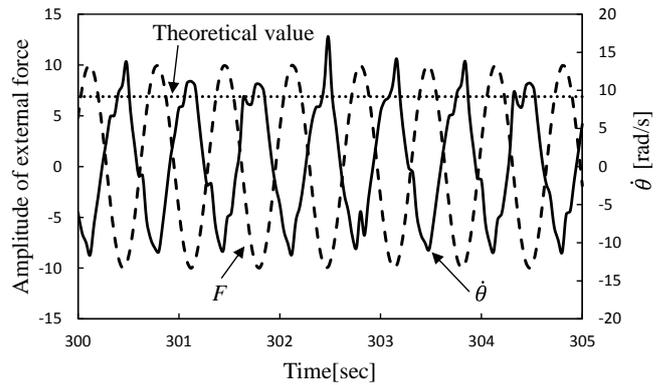


Fig.9 Relationship between external force and angular velocity ($f = 1.49\text{Hz}$)

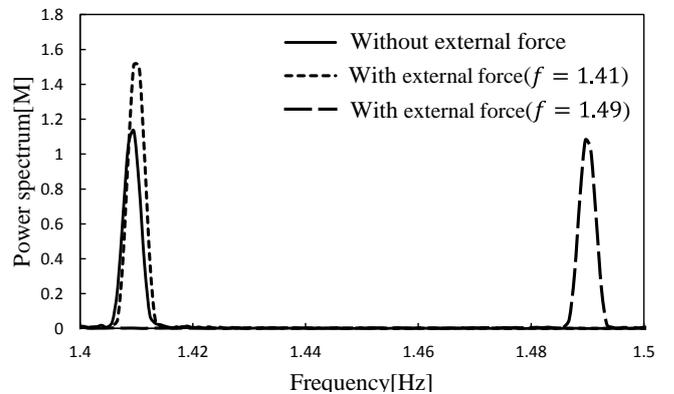


Fig.10 Frequency spectrum of the swing motion

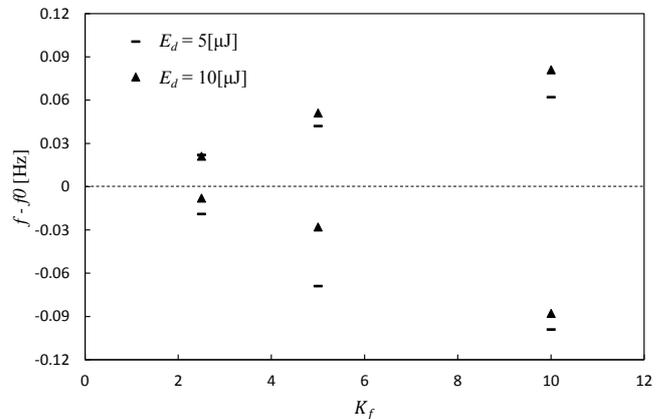


Fig.11 Relationship between K_f and entrainment region