

(1) Classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x, y) = \left(\frac{x^4}{2^4} + \frac{y^4}{3^4} - 1 \right) (x^2 - 1) - 1$$

(2) Siano $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \alpha_{nn} \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$, e si definisca $f \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ mediante

$$f(t) = \det \begin{pmatrix} \alpha_{11}(t) & \dots & \alpha_{1n}(t) \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1}(t) & \dots & \alpha_{nn}(t) \end{pmatrix}$$

Trovare una formula per $f'(t)$. Motivare la risposta.

(3) Sia $f(x, y) = x^3 - 3x - e^y + y + 1$. Quale forma del Teorema della Funzione implicita posso applicare in $(0, 0)$? Studiare poi la curva di livello passante per $(0, 0)$. Motivare le risposte.