

Il linguaggio di Tarski's world

Il linguaggio di Tarski' world contiene i seguenti simboli descrittivi:

- nomi: a, b, c, d, e, f ,
- simboli predicativi 1-ari : Cube, Tet, Dodec, Small, Medium, Large,
- simboli predicativi 2-ari : Smaller, Larger, LeftOf, RightOf, BackOf, FrontOf, =
- simboli predicativi 3-ari : Between.
- parentesi: (,)

Enunciati atomici nel linguaggio di Tarski sono, ad esempio :

| | | |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|
| Tet(a) | <i>significato inteso</i> | a è un tetraedro |
| Medium(a) | <i>sig. int.</i> | a è di grandezza media |
| Dodec(b) | <i>sig. int.</i> | b è un dodecaedro |
| Cube(c) | <i>sig. int.</i> | b è un cubo |
| FrontOf(a, b) | <i>sig. int.</i> | a sta di fronte a b |
| Between(a, b, c) | <i>sig. int.</i> | a sta tra b e c |
| $a = b$ | <i>sig. int.</i> | a è uguale a b |
| Larger(a, b) | <i>sig. int.</i> | a è più grande di b |
| Smaller(a, c) | <i>sig. int.</i> | a è più piccolo di b |
| LeftOf(b, c) | <i>sig. int.</i> | b sta a sinistra di c |
| RightOf(b, c) | <i>sig. int.</i> | b sta a destra di c |
| BackOf(b, c) | <i>sig. int.</i> | b sta a dietro a c |

Esercizi

1. Traduci i seguenti enunciati atomici nel linguaggio di Tarski.

- a è un cubo
- b è più piccolo di a
- c è situato tra a e d
- d è grande
- e è più grande di a
- b è un tetraedro
- e è un dodecaedro
- e è a destra di b
- e è più piccolo di e
- d sta dietro ad a

2. Traduci i seguenti enunciati nel linguaggio di Tarski.

- (a) c non è medio ed è più piccolo di a
- (b) non si dà il caso che c sia medio e più piccolo di a
- (c) O d è un cubo o f un tetraedro
- (d) Non si dà il caso che d sia un cubo o f un tetraedro
- (e) d non è un cubo o f non è un tetraedro
- (f) a è un tetraedro oppure f e c sono entrambi tetraedri
- (g) O a o f sono tetraedri ed inoltre c è un tetraedro
- (h) Se d è un cubo, allora anche f è un cubo
- (i) Se a è a sinistra di b allora b è a destra di a
- (j) d è grande se e solo se a è piccolo
- (k) d è un dodecaedro solo se f è un cubo
- (l) d è un dodecaedro se f è un cubo
- (m) se a o f sono cubi, allora o c è un dodecaedro o b lo è.

3. Esercizio 36

- (a) Nota che f (il largo dodecaedro dietro a b e c) non è di fronte ad a .
- (b) Nota che f è alla destra di a e alla sinistra di b .
- (c) Di che f è o dietro o più piccolo di b .
- (d) Esprimi il fatto che sia e che d stanno fra c ed a .
- (e) Nota che né a né d è più grande di c .
- (f) Nota che e non è più grande né più piccolo di d .
- (g) Nota che c è più piccolo di a ma più grande di e .
- (h) Nota che c sta di fronte ad f ; inoltre che è più piccolo di f .

4. Esercizio 37 Formalizza i seguenti enunciati.

- (a) a è piccolo o sia b che c sono grandi.
- (b) d ed e sono entrambi dietro a b .
- (c) d ed e sono dietro a b e più grandi di esso.
- (d) Sia b che c sono cubi; inoltre nessuno dei due è piccolo.
- (e) Né e né a sono a destra di c e a sinistra di b .
- (f) O e non è grande oppure sta dietro ad a .
- (g) c non è fra a e b , né di fronte a loro.
- (h) O sia a che e sono tetraedri oppure sia a che f lo sono.
- (i) Né d né c stanno di fronte a c o a b .
- (j) c si trova tra d ed f o è più piccolo di entrambi.

5. Esercizio 41

- (a) Nota che c è un tetraedro e che a non lo è.
- (b) Comunque nota che lo stesso è vero di b e d . Cioè se b è un tetraedro, allora d non lo è.
- (c) Infine osserva che se b è un tetraedro, allora c non lo è.
- (d) Esprimi che se a è un cubo e b un dodecaedro, allora a è a sinistra di b . d è un tetraedro se e solo se è piccolo.
- (e) Esprimi il fatto che se a e d sono entrambi dei cubi, allora uno è a sinistra dell'altro. (Nota : Dovrai usare una disgiunzione per esprimere il fatto che uno è a sinistra dell'altro.)
- (f) d è un cubo se e solo se o è medio o è grande.
- (g) Se b non è né alla destra né alla sinistra di d , allora uno dei due è un tetraedro.
- (h) Infine, esprimi il fatto che b e c hanno la stessa grandezza se e solo se uno è un tetraedro e l'altro un dodecaedro.

6. Esercizio 42 Formalizza i seguenti enunciati.

- (a) Se a è un tetraedro, allora non sta di fronte a d .
- (b) a sta da una parte o dall'altra di d solo se è un cubo.
- (c) c sta fra a ed e oppure fra a e d .
- (d) c sta destra di a se è piccolo.
- (e) c è a destra di d solo se è a destra di c e a sinistra di e .
- (f) Se e è un tetraedro, allora sta a destra di b se e solo se sta anche di fronte a b .
- (g) Se b non è di fronte a d , allora non è neppure dietro a d , purché sia un cubo.
- (h) c sta dietro ad a , ma di fronte ad e .
- (i) e sta di fronte a d a meno che sia un grande tetraedro.
- (j) Almeno uno fra a , c ed e è un cubo.
- (k) a è un cubo solo se b sta di fronte a c .
- (l) b è più grande sia di a che di e .
- (m) a ed e sono entrambi più grandi di c , ma nessuno dei due è grande.
- (n) d è della stessa grandezza di b .
- (o) b è grande se e solo se è un cubo.
- (p) e è un tetraedro se c non è un cubo.
- (q) Se e non è un tetraedro, allora b e d sono piccoli.
- (r) b o d è un dodecaedro se o a o c è un tetraedro.

- (s) d è un dodecaedro proprio nel caso in cui b è un cubo.
- (t) b è un dodecaedro proprio quando lo è c .

7. Esercizio 45 Formalizza i seguenti enunciati.

- (a) Se a è un tetraedro, anche b lo è.
- (b) c è un tetraedro se b lo è.
- (c) a e c sono tetraedri solo se almeno uno di essi è grande.
- (d) a è un tetraedro, ma c non è grande.
- (e) Se d è un dodecaedro, allora non è né grande né piccolo, sotto l'assunzione che c sia piccolo.
- (f) c è medio solo se nessuno fra d , e ed f è un cubo.
- (g) d è un piccolo dodecaedro a meno che a sia piccolo.
- (h) e è grande proprio nel caso in cui d è grande se e solo se lo è f .
- (i) d ed e sono della stessa grandezza.
- (j) d ed e hanno la stessa forma.
- (k) f è un cubo o un dodecaedro, se è grande.
- (l) c è più grande di e solo se b è più grande di c .