

# ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE UNA ESTRUCTURA DE HORMIGÓN SOMETIDA A ASIENTOS DIFERENCIALES

**Rubén DARÍO CANO**

Arquitecto

Dpto. MCC e Ingeniería del Terreno U.S.

Doctorando

[rubendariocano@gabinete-rdc.com](mailto:rubendariocano@gabinete-rdc.com)

## RESUMEN

La presente ponencia tiene como objetivo ofrecer un método de cálculo que nos permitirá analizar el comportamiento de una sección de hormigón sometida a una distorsión angular a lo largo de toda la pieza, definiendo el límite a partir del cual tomará un comportamiento lineal, no lineal o plástico hasta alcanzar su rotura.

Planteamos una modificación del diagrama de pivotes limitando el rango de deformación de los materiales para imponer que los planos de deformación describan el comportamiento deseado.

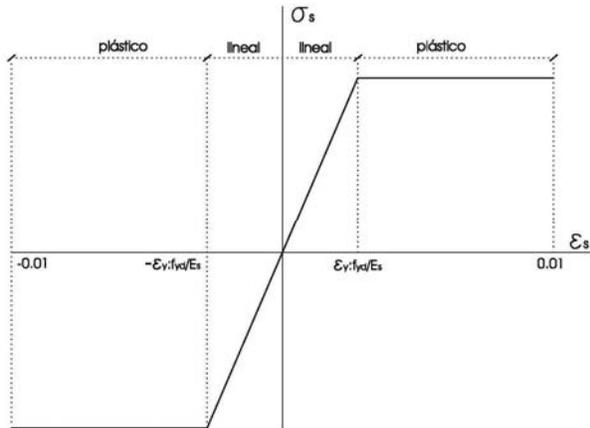
Empleando las leyes de equilibrio y los valores de curvatura correspondientes a los tres regímenes de comportamiento por los que pasará la pieza, podemos determinar el máximo momento en flexión positiva y negativa correspondiente a cada una de estas fases, siendo  $M_y$  el máximo flector para un comportamiento lineal,  $M_p$  para un comportamiento no lineal y  $M_u$  para la rotura.

**PALABRAS CLAVE:** Asiento diferencial, Distorsión angular, Elasticidad, Plasticidad, Rotura.

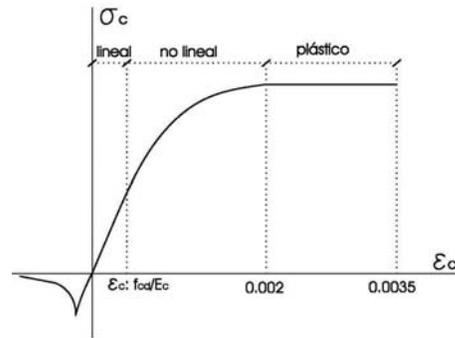
## 1. Comportamiento de los materiales.

Si consideramos para el acero un modelo tensión-deformación bilineal, sin endurecimiento y simétrico [1] según la figura 1, el material mantendrá un régimen elástico y lineal hasta alcanzar una deformación  $\varepsilon_{sy} = \pm f_{yd} / E_s$ , momento a partir del cual plastificará hasta alcanzar su rotura para un valor de  $\varepsilon_{su} = \pm 0.01$ .

Tomando para el hormigón el modelo parábola rectángulo según la figura 2, considerando la relación tensión deformación del hormigón traccionado planteada por Collins y Mitchell [2], podemos considerar que el material mantendrá un régimen elástico y lineal hasta alcanzar una deformación  $\varepsilon_{cy} = f_{cd} / E_c$ , elástico y no lineal hasta alcanzar la deformación de rotura del hormigón a compresión simple  $\varepsilon_{cp} = 0.002$ , y un régimen plástico desde dicho valor hasta su rotura por flexión equivalente a una deformación  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ .

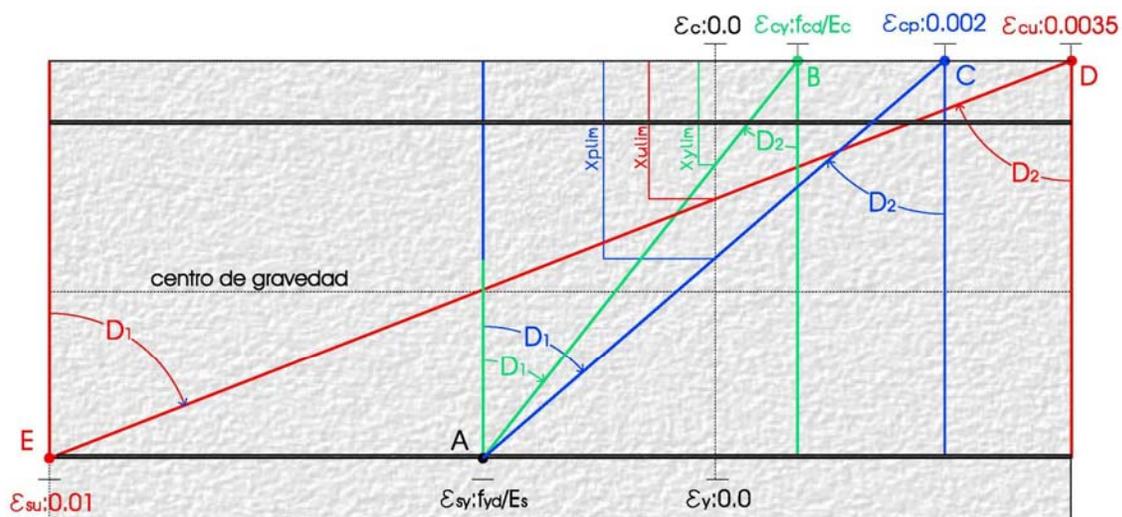


**Figura 1. Modelo tensión deformación del acero**



**Figura 2. Modelo tensión deformación del hormigón**

Si trasladamos los anteriores valores de deformación a un diagrama de pivotes y consideramos el agotamiento de la pieza definido por los máximos valores de deformación establecidos para cada fase de estudio, tendremos dos dominios para una deformación lineal y elástica definidos por los planos que pivotan en los valores  $\varepsilon_{sy}$  y  $\varepsilon_{cy}$ , cuyo máximo momento flector será  $M_y$ , dos dominios para una deformación no lineal definidos por los pivotes  $\varepsilon_{sy}$  y  $\varepsilon_{cp}$  con flector asociado  $M_p$ , y dos dominios de deformación por los que pasarán los planos de rotura definidos por los pivotes  $\varepsilon_{su}$  y  $\varepsilon_{cu}$ , cuyo momento flector será  $M_u$ , según reflejamos en la figura 3.



**Figura 3. Diagramas de pivotes**

### 1.1. Definición de los dominios de deformación.

Admitiendo la hipótesis de que las deformaciones normales a la sección siguen una ley plana y por tanto una variación lineal, al conocerse las deformaciones en dos fibras de la sección quedan definidas las deformaciones en todas sus fibras según las siguientes ecuaciones de compatibilidad:

$$\phi(x) = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{x-y} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} \quad (1)$$

La deformación del acero traccionado y comprimido, así como la deformación de la hormigón en cualquier fibra de la sección situada a una distancia “y”, queda por tanto definida como sigue:

$$\text{Deformación a una distancia “y”} \quad \varepsilon(x, y) = \phi(x) \cdot (x - y) \quad (2)$$

$$\text{Deformación del acero traccionado en flexión positiva} \quad \varepsilon_{s1}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d) \quad (3)$$

$$\text{Deformación del acero traccionado en flexión negativa} \quad \varepsilon_{s1}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d')$$

$$\text{Deformación del acero comprimido en flexión positiva} \quad \varepsilon_{s2}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d') \quad (5)$$

$$\text{Deformación del acero comprimido en flexión negativa} \quad \varepsilon_{s2}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d) \quad (6)$$

Considerando que los planos de deformación pivotarán sobre los valores de deformación impuestos a los materiales,  $\varepsilon_{cy}$ ,  $\varepsilon_{cp}$  ó  $\varepsilon_{cu}$  para la deformación a compresión del hormigón y  $\varepsilon_{sy}$  ó  $\varepsilon_{su}$  para la deformación a tracción del acero, la curvatura asociada quedaría:

$$\text{Comportamiento no lineal} \quad \phi_y(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{y \text{ lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cy}}{x} & \text{si } x_{y \text{ lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{Comportamiento plástico} \quad \phi_p(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{p \text{ lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cp}}{x} & \text{si } x_{p \text{ lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{Rotura} \quad \phi_u(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{su}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{u \text{ lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cu}}{x} & \text{si } x_{u \text{ lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (9)$$

Donde valor de la profundidad de la fibra neutra que definirá el cambio de dominio  $x_{\text{lim}}$ , se puede deducir despejando la expresión (3) como sigue:

$$x_{y \text{ lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{sy}} \quad (10) \quad x_{p \text{ lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cp} + \varepsilon_{sy}} \quad (11) \quad x_{u \text{ lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \quad (12)$$

## 1.2. Ecuaciones de equilibrio.

El comportamiento de una sección recta de hormigón ante un esfuerzo o una deformación impuesta variará linealmente a lo largo de la pieza en función al armado de la misma. Para incorporar dicha variable a las ecuaciones de equilibrio definimos geoméricamente el armado de la pieza en función de una distancia “ $f$ ” de la sección, que definimos como sigue:

$$\text{Armadura a tracción} \quad A_{s1}(f) = n\phi_n \quad \text{si } 0 \leq f \leq L \quad (13)$$

$$\text{Armadura a compresión} \quad A_{s2}(f) = m\phi_m \quad \text{si } 0 \leq f \leq L \quad (14)$$

Tomando el diagrama parábola rectángulo para la relación tensión-deformación del hormigón, las ecuaciones de equilibrio quedan definidas como sigue:

$$\text{Esfuerzo axial} \quad N_c(x) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y)) \cdot b \cdot dy \quad (15)$$

$$\text{Momento flector} \quad M_c(x) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y)) \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot dy \quad (16)$$

Máximo axil que soporta la sección en su plano de rotura

$$N(x, f) = N_c(x) + A_{s1}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x)) + A_{s2}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x)) \quad (17)$$

Máximo momento flector que soporta la sección en su plano de rotura en flexión positiva

$$M_p(x, f) = M_c(x) + A_{s1}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right) + A_{s2}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (18)$$

Máximo momento flector que soporta la sección en su plano de rotura en flexión negativa

$$M_n(x, f) = M_c(x) + A_{s1}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_{s2}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right) \quad (19)$$

Conocido el axil, por ejemplo  $N(x, f) = 0$ , podemos determinar la profundidad de la fibra neutra para el plano de deformación equivalente y el máximo momento flector asociado al comportamiento lineal, no lineal o plástico en flexión positiva y negativa,  $M_{yp}(x_{yp}, f)$ ,  $M_{yn}(x_{yn}, f)$ ,

$M_{pp}(x_{pp}, f)$ ,  $M_{pn}(x_{pn}, f)$  y  $M_{up}(x_{up}, f)$ ,  $M_{un}(x_{un}, f)$  respectivamente.

## 2. ESFUERZOS

### 2.1. Situación de servicio.

El empleo de determinados coeficientes de seguridad en el cálculo de una estructura permite que la misma pueda absorber ciertas deformaciones admisibles sin que ello afecte a su estabilidad.

Si tomamos como hipótesis de carga la simplificación de la combinación de acciones para la situación persistente o transitoria establecida por Jiménez Montoya (2008) [3], definido por la expresión (20), podemos determinar el coeficiente medio de mayoración de cargas como sigue:

$$Q = \Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_Q Q_k \quad (20)$$

Donde:

$\Sigma G_k$  Valor característico de las acciones permanentes

$\Sigma Q_k$  Valor característico de las acciones variables determinantes.

$\gamma_G = 1.35$  Coeficiente de mayoración de cargas permanentes

$\gamma_G = 1.50$  Coeficiente de mayoración de cargas variables

El coeficiente medio de mayoración de cargas  $\gamma_{fM}$  vendrá definido por la siguiente expresión:

$$\gamma_{fM} = \frac{\Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_Q Q_k}{\Sigma G_k + \Sigma Q_k} \quad (21)$$

Si resolvemos gráficamente la ecuación de dos variables anterior para un rango de cargas de permanentes entre 2kN/m<sup>2</sup> a 8kN/m<sup>2</sup> y variables entre 2kN/m<sup>2</sup> a 5kN/m<sup>2</sup>, deducimos para la hipótesis establecida que el coeficiente medio de mayoración empleado en el cálculo oscila entre  $1.39 \leq \gamma_{fM} \leq 1.45$ , es decir que las cargas de servicio de la estructura estarán comprendida entre el 69% y el 72% de las cargas de cálculo.

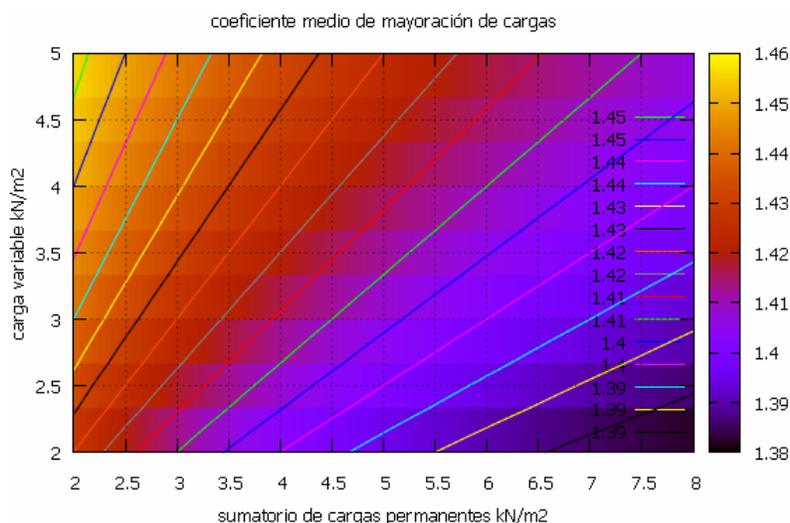


Figura 4. Ábaco de coeficientes medios de mayoración de cargas

La ley de momentos flectores correspondiente a esta situación de servicio vendrá definida por la expresión siguiente:

$$M_s(f) = \frac{Q}{\gamma_{JM}} (L_1^2 - 6f \cdot L_1 + 6f^2) \quad (22)$$

## 2.2. Esfuerzo generado por la distorsión angular.

Un pórtico de hormigón sometido a un asiento diferencial “ $\delta$ ” genera un momento flector “ $M_\delta$ ” según la ley de esfuerzos (20).

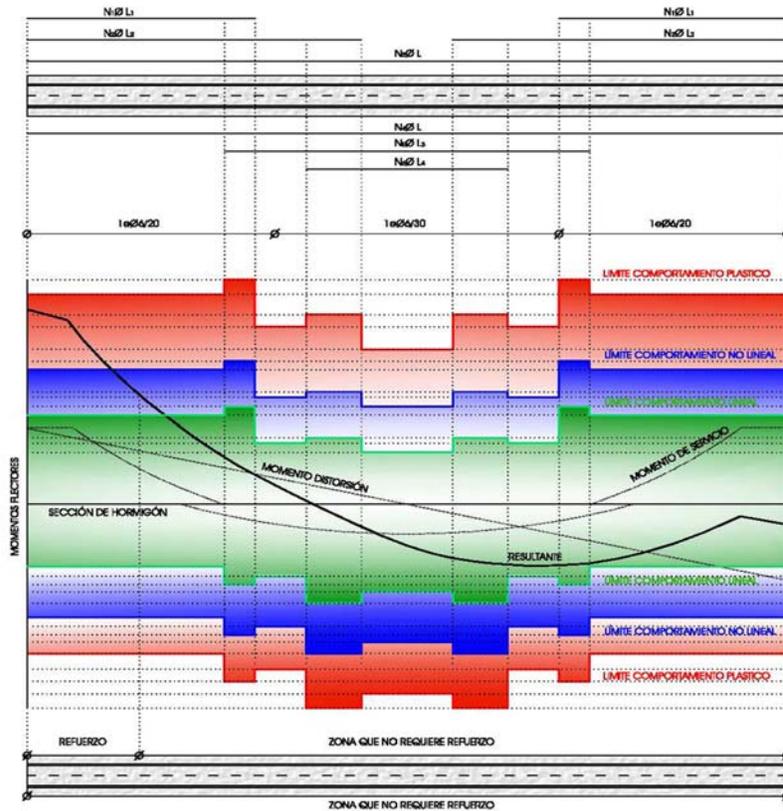
$$M_\delta(f) = \alpha \cdot \frac{12 \cdot EI(f)}{L_1^3} \left( \frac{L_1}{2} - f \right) \cdot \delta \quad (23)$$

Siendo  $\alpha$  el grado de empotramiento que consideramos perfecto a efectos de simplificación del cálculo y  $\delta$  el movimiento diferencial.

El cálculo no lineal requiere su iteración para determinar un valor coherente entre la rigidez  $EI(f)$  y la ley de esfuerzos, por lo que tomamos como simplificación un módulo de deformación longitudinal secante del hormigón a los 28 días, y un valor lineal y elástico de la inercia fisurada según la Instrucción Española [4], simplificación que deja el cálculo del lado de la seguridad.

La suma de los esfuerzos generados por las cargas de servicio y la distorsión angular podrá dar lugar a los siguientes escenarios:

- Que la suma del flector generado por la deformación y las cargas de servicio  $M_t$ , no supere el flector máximo para el comportamiento elástico y lineal de la sección  $M_y$ .
- Que el momento flector  $M_t$  sea superior a al momento  $M_y$  e inferior al momento de plastificación  $M_p$ , en cuyo caso la sección perderá su comportamiento lineal.
- Que el momento flector  $M_t$  sea superior a al momento  $M_p$  e inferior al momento último  $M_u$ , en cuyo caso la sección tendrá un comportamiento plástico.
- Que el momento flector  $M_t$  sea superior a al momento  $M_u$ , en cuyo caso se producirá la rotura de la sección por plastificación del acero y/o compresión del hormigón.



**Figura 5. Resultado gráfico de cálculo**

La aplicación de los diferentes coeficientes de seguridad en el cálculo de la estructura supone que su comportamiento general en condiciones de servicio sea elástico y no lineal.

Para determinar el posible refuerzo de una sección que como consecuencia de una deformación impuesta entra en régimen plástico, basta con deducir la distancia  $f$  en la que la resultante de esfuerzos iguala el momento plástico.

$$M_t(f) = M_\delta(f) + M_s(f) = M_{|p|}(x_{|p|}, f) \quad (24)$$

Del mismo modo el refuerzo vendrá definido por la máxima diferencia entre ambos valores en ambos empotramientos, rebana de la pieza que condicionará su resistencia última.

$$M_r(f) = M_{|p|}(x_{|p|}, f) - M_t(f) \quad (25)$$

Por último se podría determinar el porcentaje de pérdida de los coeficientes de seguridad dado por el valor medio de la mayoración de las cargas, como sigue:

$$\gamma_{\%} = 100 \left( 1 - \frac{M_u(f) - M_t(f)}{M_u(f) - M_s(f)} \right) \quad (26)$$

### 3. Aplicación práctica.

Para analizar la estabilidad de una estructura de hormigón sometida a un asiento diferencial resulta necesario examinar el comportamiento ante la distorsión angular asociada a cada uno de los elementos que la componen, puesto que su capacidad de deformación dependerá entre otros factores de la rigidez y la relación Luz / Canto útil de cada sección.

Por otra parte los esfuerzos que condicionarán la resistencia última frente a esta deformación impuesta serán los momentos flectores experimentados por la estructura horizontal, puesto que la relación rigidez pilar – rigidez viga [5], no suele permitir grandes giros en los nudos de pórticos intraslacionales.

Tomamos como caso práctico el estudio realizado en la vivienda situada la Urbanización Virgen de los Dolores nº 35, Encinas Reales, Córdoba, España.

Se trata de promoción de viviendas ejecutadas mediante una estructura de pórticos de hormigón armado y una cimentación mediante zapatas aisladas y vigas riostras, que se ubica en el límite concordante de tres estratos formado por margas, conglomerados, lutita y limos de baja permeabilidad, sobre los que existe una formación superficial de 1m de arcillas con riesgo medio de expansividad.

El siniestro surge como consecuencia de la falta de sección de la cimentación, su falta de arriostramiento y el apoyo en un estrato no consolidado y sin compactar.

Para el análisis de la estabilidad de la estructura se procedió en primer lugar a la elaboración de una nivelación topográfica mediante láser autonivelante para medir los movimientos diferenciales de la cimentación. Estos datos fueron contrastados con los obtenidos mediante la medición con fisurómetros planos del espesor y evolución de las grietas y fisuras existentes en la albañilería, así como del levantamiento de los daños.

El cruce de esta toma de datos ha permitido deducir que el movimiento diferencial no viene asociado a un giro de la cimentación, lo que hubiera implicado en el cálculo de la distorsión angular experimentada por la estructura, la deducción del movimiento diferencial dado por el giro del plano de cimentación.

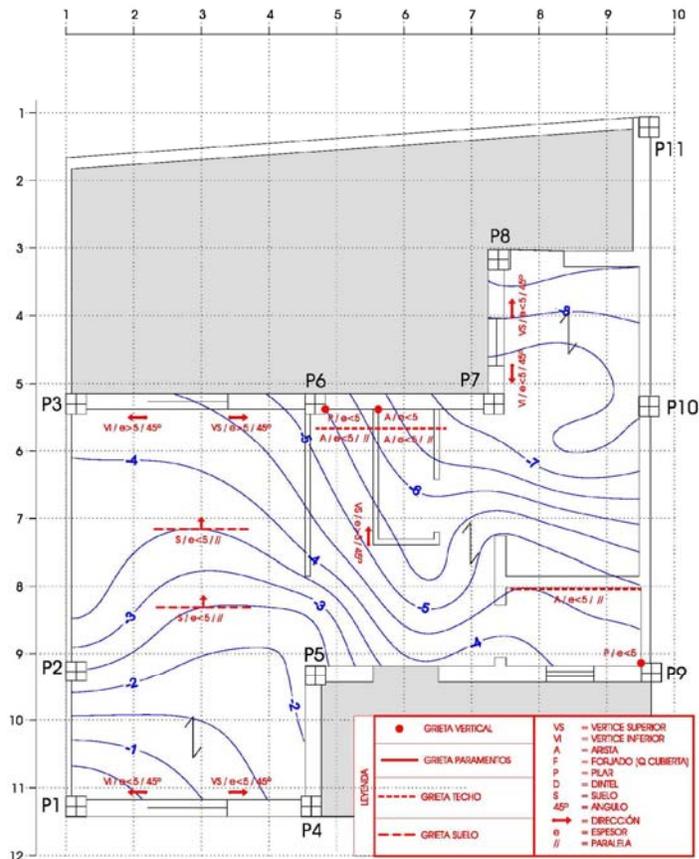


Figura 6. Nivelación topográfica y levantamiento de daños de la planta baja del inmueble.

Obtenido el valor de la distorsión en cada pórtico, analizamos el comportamiento de las jácenas en base al cálculo anteriormente descrito, del que deducimos tres posibles escenarios:

- Estable. La suma de los esfuerzos derivados de las cargas de servicio y la distorsión son inferiores en todo caso al máximo momento flector que define el comportamiento elástico y no lineal de la estructura,  $M_{pp}(x_{pp}, f)$  y  $M_{pn}(x_{pn}, f)$ .
- Inestable. La suma de los esfuerzos es superior al valor anterior e inferior al momento último, por lo que la sección ha entrado en régimen plástico.
- Colapso. La suma de esfuerzos ha superado el valor del momento último en flexión positiva o negativa  $M_{up}(x_{up}, f)$  y  $M_{un}(x_{un}, f)$ .

La tabla siguiente refleja el resultado del análisis practicado, donde  $\beta$  es la distorsión angular,  $M_r$  el momento flector que deberá asumir el refuerzo y  $f$  la distancia del refuerzo desde el empotramiento estudiado.

Pórtico	Luz (cm)	Sección (cm)	Distorsión angular $\beta = L/\delta$	Nudo	Análisis	Refuerzo	
						$M_r$	$f$
P1-P2	198	30x25	79	1	Colapso	--	--
				2	Estable	--	--
P2-P3	394	30x25	157	2	Inestable	14,21kNm	0-75cm
				3	Estable	--	--
P3-P6	349	30x25	349	3	Estable	--	--
				6	Estable	--	--
P5-P6	394	30x25	131	5	Inestable	28,70kNm	0-85cm
				6	Estable	--	--
P4-P5	198	30x25	198	4	Estable	--	--
				5	Estable	--	--
P1-P4	343	30x25	228	1	Estable	--	--
				4	Estable	--	--
P5-P9	501	30x25	200	5	Estable	--	--
				9	Estable	--	--
P9-P10	394	30x25	131	9	Inestable	28,70kNm	0-85cm
				10	Estable	--	--
P6-P7	264	30x25	132	6	Inestable	28,03kNm	0-57cm
				7	Estable	--	--
P7-P8	212	30x25	106	7	Inestable	49,75kNm	0-80cm
				8	Estable	--	--
P10-P11	408	30x25	136	10	Inestable	17,77kNm	0-70cm
				11	Estable	--	--

- [1] EUROCÓDIGO 2. Proyecto de estructuras de hormigón. 1992.
- [2] COLLINS M.P. Y MITCHELL D., "Prestressed Concrete Structures", Prentice-Hall, New Jersey, 1991
- [3] JIMÉNEZ-MONTOYA P., GARCÍA-MESEGUER A. Y MORÁN-CABRÉ F., "Hormigón Armado". 15ª edición, Editorial Gustavo Gili. 2012.
- [4] Instrucción del hormigón estructural. Ministerio de Fomento. 2008.
- [5] RODRÍGUEZ-MONTEVERDE Y CANTARLL, Mª DEL PILAR, "Influencia de las deformaciones diferidas del terreno sobre la redistribución de cargas y la fisuración de estructuras". Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. 2003.