

Estudio del flujo meridional en turbomáquinas axiales

Ricardo Chacartegui Ramírez , David Sánchez Martínez, Fº Jiménez Espadafor A., Antonio Muñoz Blanco, Tomás Sánchez Lencero

*GMTS Escuela Superior de Ingenieros Sevilla. Avda de los Descubrimientos s/n Sevilla
41092.*

954487242/ 46 ricardo@esi.us.es

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio numérico del flujo meridional en turbomáquinas axiales. Para ello se ha implementado un código numérico que resuelve el flujo meridional tanto a partir de las ecuaciones de equilibrio radial simplificado, como mediante las ecuaciones completas que modelan el flujo meridional, usando la función de corriente, mediante la teoría clásica del disco actuador [1][2]. El trabajo ha partido del estudio para flujo incompresible, siendo validado para las configuraciones encontradas en bibliografía [1-3] y se ha implementado una aplicación informática genérica para la resolución del problema de análisis directo así como para el problema inverso (en el caso de imponer una ley torsional genérica). Asimismo se ha extendido el análisis de cascadas aisladas de estator y rotor a escalonamientos y turbomáquinas con múltiples escalonamientos. Finalmente tras el proceso de análisis y validación de los métodos implementados se ha pasado a la extensión del análisis a escalonamientos de cascadas en turbomáquinas térmicas. Para ello se ha complementado el método del disco actuador, mediante la inclusión de los términos asociados a densidad variable, tratándolos como términos fuente correctores[1].

Palabras Clave: turbomáquinas, disco actuador, métodos numéricos, flujo meridional.

Abstract

In this work a numerical analysis of meridional flow in axial turbomachinery has been performed applying the actuator disk theory. A numerical tool for non compressible flows was implemented based on the actuator disk theory, improving the results from the simple radial equilibrium analysis. Later on the model was also extended to the analysis for compressible flows under the actuator disk theory.

Keywords: turbomachinery, meridional flow, numerical methods, actuator disk methods.

1. Introducción

El estudio numérico de la evolución del flujo en turbomáquinas axiales se suele reducir a un tratamiento unidimensional en la línea media para el análisis de la evolución de los principales parámetros en la máquina completa, mientras que estudios numéricos bidimensionales o tridimensionales se suelen emplear para la caracterización pormenorizada del flujo en cascadas o escalonamientos. La principal ventaja que presenta el tratamiento unidimensional viene dada por el bajo coste computacional que presenta y como principal inconveniente la dependencia experimental presente en la estimación de las diferentes pérdidas y estimación de rendimientos a partir de

correlaciones semiempíricas. Una extensión del método unidimensional es el estudio del flujo meridional. Este estudio aumenta la complejidad del tratamiento de la evolución del flujo y sigue teniendo una fuerte dependencia experimental para la estimación de las pérdidas. Su aplicación principal viene ligada al problema de diseño, en el cual se marca una ley de variación del flujo con el radio a la salida de las coronas, marcando con ello en el rotor el intercambio de energía. Asimismo se puede aplicar al estudio del problema directo, conocidas las geometrías de los escalonamientos permite estimar la distribución de los diferentes parámetros del flujo. En este trabajo se presentan los resultados obtenidos en el estudio del flujo meridional en turbomáquinas térmicas aplicando la teoría del disco actuador desarrollada inicialmente para flujo incompresible y extendida a flujo compresible.

2. Ecuaciones del flujo meridional en turbomáquinas.

La ecuación del equilibrio radial aplicada en el espacio existente entre coronas, bajo las hipótesis en la zona de aplicación de flujo estacionario, axilsimétrico, no viscoso y adiabático queda reducida a [1]:

$$\frac{\partial h_0}{\partial r} - T \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial (rc_\theta)}{\partial r} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} \quad (1)$$

Si se desprecian las variaciones de la componente radial de la velocidad en la dirección axial y las variaciones de entropía con el radio se tiene la ecuación de equilibrio radial simplificado, ampliamente utilizada por su simplicidad y aproximación en resultados.

2. Teoría del disco actuador.

La teoría del disco actuador es un modelo matemático constituido por un plano discontinuo en el cual se supone se produce la deflexión del flujo de forma instantánea. A diferencia del equilibrio radial simplificado en cuya aplicación las variaciones de las líneas de corriente se producen bruscamente y en un plano (en la cara posterior de los álabes), permaneciendo después constante, la teoría del disco actuador asume que las perturbaciones afectan de forma gradual. Se puede considerar como si al efecto brusco del equilibrio radial simplificado se le añadiese una perturbación adicional que suavizara el salto creado en las líneas de corriente. Se presentan a continuación las

líneas generales del método [1][2] para flujo incompresible. Partiendo de la vorticidad tangencial y empleando la función de corriente de Stokes se llega a la ecuación de Stokes para flujo incompresible axilsimétrico(2):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = -w_\theta r = -c_\theta r \frac{d(c_\theta r)}{d\psi} + \frac{r^2}{\rho} \frac{dp_o}{d\psi} \quad (2)$$

la cual nos dará la distribución de las líneas de corriente en un espacio anular, en el cual tendremos una distribución específica de la vorticidad tangencial. Esta vorticidad para flujo incompresible axilsimétrico depende de las distribuciones del momento angular y la presión de remanso [1]. Teniendo en consideración las características de las dos componentes de la vorticidad se llega a la ecuación del disco actuador:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = F_1(\psi) + r^2 F_2(\psi) \quad (3) \quad F_1(\psi) = c_\theta r \frac{dc_\theta r}{d\psi} \quad (4) \quad F_2(\psi) = \frac{1}{\rho} \frac{dp_o}{d\psi} \quad (5)$$

Para hallar la solución a estas ecuaciones para un flujo que atraviesa una corona de álabes se han realizado las hipótesis: 1)la corona de álabes está representada por un plano (disco actuador) en el cual la vorticidad tangencial es creada discontinuamente; 2)la vorticidad tangencial se asume que converge corriente abajo del disco actuador a lo largo de las líneas de corriente sin perturbar. La segunda hipótesis permite linealizar dichos términos:

$$r w_\theta = F_1(\psi) + r^2 F_2(\psi) \approx F_1(r) + r^2 F_2(r) \approx F(r) \quad (6)$$

Y por tanto expresar la solución como la superposición de diferentes problemas:

$$\psi = \psi(r) + \psi'_\infty(r) + \psi'(x, r) \quad (7)$$

donde el primer término representa la corriente a la entrada C_{x_0} de la corona en ($x = -\infty$), el segundo término representa el flujo del equilibrio radial simplificado ($x = \infty$) y el tercero es una función suave la cual convierte progresivamente el flujo entre esos dos extremos. La ecuación puede ser reemplazada ahora por las tres ecuaciones independientes siguientes:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = 0 \quad (8); \quad -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_\infty}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_\infty}{\partial r^2} = -F(r) \quad (9); \quad \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi'}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial r^2} = 0 \quad (10)$$

Donde (8) es la solución correspondiente a una corriente uniforme de entrada, (9) se corresponde con la expresión del equilibrio radial simplificado y (10) se corresponde con la perturbación irrotacional en la solución. La integración de las mismas requiere

realizar una aproximación de la solución mediante desarrollos en serie de Fourier-Bessel. Si sólo se tiene en cuenta el primer término de ese desarrollo la expresión de la solución conjunta queda:

$$c_x = C_{x0} + \frac{1}{2} c'_{x\infty} e^{k_1 x} \quad x < 0; \quad c_x = C_{x0} + c'_{x\infty} \left(1 - \frac{1}{2} e^{-k_1 x} \right) \quad x > 0 \quad (11)$$

donde el coeficiente k_1 es una función del coeficiente del desarrollo en serie y de los radios de raíz y de cabeza. Las modificaciones del flujo vienen influenciadas por dos términos, uno correspondiente al “propio” disco y otro que se corresponde con la solución del equilibrio radial simplificado, que representa la solución de dicho flujo en zonas suficientemente alejadas. En el caso de un escalonamiento múltiple, hay que tener en cuenta la interferencia que produce cada corona con las adyacentes. En el caso del disco actuador tendremos un ‘campo’ de vórtices emanando de cada disco. El efecto de cada uno dura hasta que se alcanza otro disco, donde se reemplazaría por el nuevo campo de vórtices generados en ese otro disco. La velocidad axial en cualquier x , se hallaría a partir de la ecuación del disco actuador aplicada a todos los escalonamientos de modo que tendríamos:

$$c_x = C_{x0} + c'_x = \sum_1^n c'_{x\infty i} [F(x - x_{ADi}) - F(x - x_{ADi+1})] + c'_{x\infty n} F(x - x_{ADn}) \quad (12)$$

donde el último término, representa el efecto del último disco que se asume que se extiende hasta el infinito.

3. Teoría del disco actuador compresible.

Si hacemos un análisis similar partiendo de la expresión de la función de corriente para flujo compresible, se llega a la ecuación de gobierno en función de la vorticidad y de la función de Stokes:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = -\rho r w_\theta - r c_r \frac{\partial \rho}{\partial x} + r c_x \frac{\partial \rho}{\partial r} \quad (13)$$

donde aparecen dos términos asociados a los gradientes de densidad además del efecto de la vorticidad tangencial. Usando coordenadas curvilíneas y linealizando el término compresible:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \approx -\rho r \omega_\theta + r C_x \frac{d\rho}{dr} = F_1(r) + F_2(r) \quad (14)$$

Bajo las hipótesis hechas se puede hallar la solución para flujo compresible como una perturbación de la solución del flujo incompresible. Los efectos creados por la compresibilidad pueden ser simulados por un problema incompresible en el cual supusiéramos que en el plano del disco actuador tenemos una distribución de fuentes equivalentes $S(r)$, las cuales generan el término correspondiente. Esta distribución de fuentes se puede definir como flujo creado en un punto por unidad de volumen y tiempo. El problema asociado a la variación de densidad con vorticidad tangencial nula implica flujo irrotacional y la existencia de una función potencial, pudiendo expresar la ecuación de continuidad para flujo axilsimétrico como:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = -\frac{c_s}{\rho} \frac{d\rho}{ds} = S(x, r) \quad (15)$$

donde $S(x,r)$ es la distribución de fuentes del flujo incompresible equivalente. Esto hace que podamos sustituir la corona de álabes por un disco de fuentes $S(r)$ situado en el plano del disco actuador, en el cual las fuentes generadas se asume que se crean de forma instantánea. Siguiendo un desarrollo similar al correspondiente al disco actuador para el término irrotacional del flujo incompresible, mediante el uso de series de Fourier-Bessel y quedándose con el primer término del desarrollo se tiene que la perturbación de la velocidad asociada a la variación de densidad:

$$c_x = C_{x01} - \frac{1}{2} S_m - \frac{1}{2} (S(r) - S_m) e^{kx} \quad (x < 0); \quad c_x = C_{x01} + \frac{1}{2} S_m + \frac{1}{2} (S(r) - S_m) e^{-kx} \quad (x > 0) \quad (16)$$

donde las velocidades de entrada y salida del conducto son:

$$C_{x1} = C_{x01} - \frac{1}{2} S_m \text{ en } x = -\infty; \quad C_{x2} = C_{x01} + \frac{1}{2} S_m \text{ en } x = +\infty \quad (17)$$

donde S_m es la distribución de fuentes media a la entrada. Estas ecuaciones representan las perturbaciones causadas por el efecto compresible en términos de la distribución de fuentes. La solución completa resultaría de añadir esta perturbación a la solución hallada en apartados anteriores para flujo incompresible. Para una corriente que atraviese por un conducto de superficie de entrada S_1 a través de un disco situado en un plano AD, tanto la densidad como la velocidad axial cambiarán de forma discontinua en

xAD pero el flujo de masa por unidad de área se conservará. La solución previa del flujo incompresible a través del disco se transforma ahora para flujo compresible en:

$$c_x = C_{x1} + \frac{(\rho_2 C_{x2} - \rho_1 C_{x1})}{\rho_m} \frac{1}{2} e^{k1x} \quad x < 0; \quad c_x = C_{x2} - \frac{(\rho_2 C_{x2} - \rho_1 C_{x1})}{\rho_m} \frac{1}{2} e^{-k1x} \quad x > 0 \quad (18)$$

relacionando la fuente del flujo incompresible considerada con el cambio de densidad que se produce a través del disco para flujo compresible en el problema equivalente. A efectos de resolución será necesario incorporar ecuaciones que nos den la relación de densidades en función de los datos de entrada y del trabajo intercambiado, para ello será necesario ubicar las líneas de corriente. Un esquema del proceso se muestra en Figura 1.

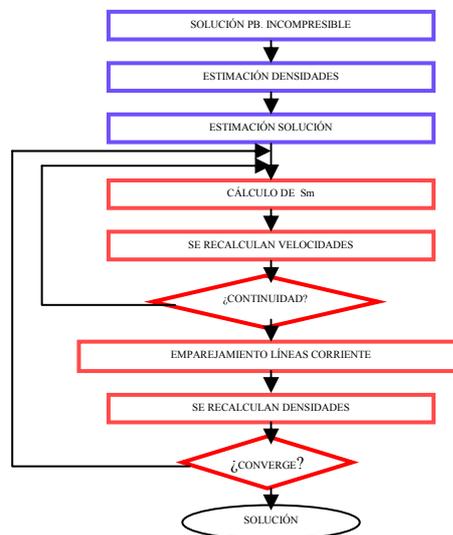


Figura 1 Esquema iterativo del proceso de resolución combinando la teoría del disco actuador para flujo incompresible y compresible.

4. Resultados.

A continuación se muestran algunos de los resultados obtenidos de la aplicación de la teoría del disco actuador, en la Figura 2 se muestra la variación porcentual de la componente axial con el radio mediante la aplicación de la teoría del disco actuador para flujo incompresible (azul salida de la corona y verde entrada de la corona) para una soplante de dos etapas [1], frente a la resolución mediante la aplicación del equilibrio radial simplificado (rojo salida de la corona).

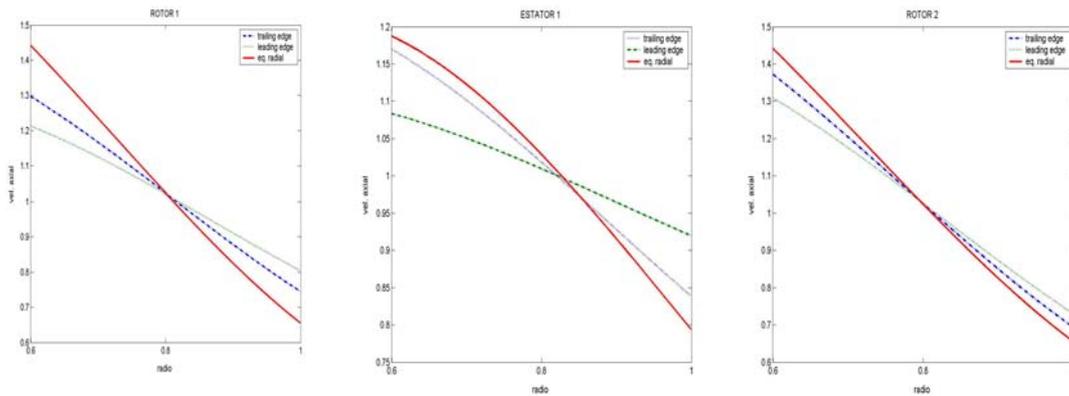


Figura 2 Método disco actuador para flujo incompresible, soplante de dos etapas comparación con el equilibrio radial simple.

Se observa como la variación porcentual de la componente axial de la velocidad a la salida con el radio varía del uso de una metodología a otra hasta en un 10% en los radios de raíz y cabeza. En las Figura 3 y 4 se muestran los resultados obtenidos para una soplante de una única etapa [3]:

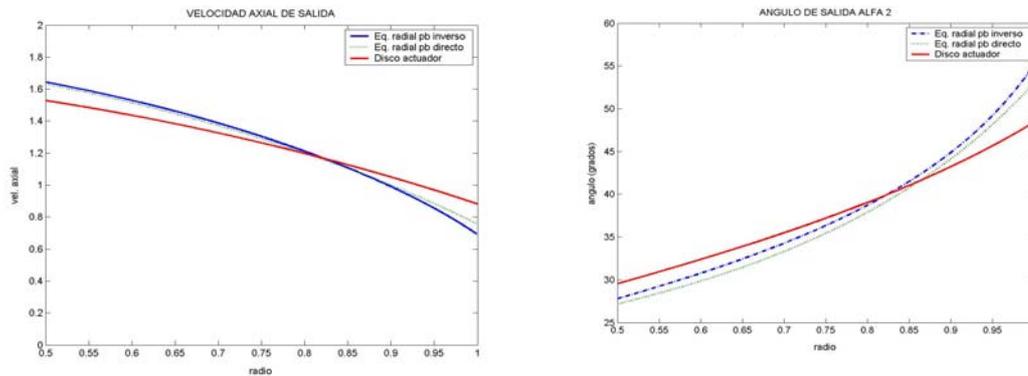


Figura 3 Método disco actuador para flujo incompresible, soplante una etapa..

En la Figura 3 se comparan los resultados obtenidos mediante la aplicación de la teoría del disco actuador y la aplicación del equilibrio radial simplificado tanto para el problema directo como para el problema inverso y en la Figura 4 se muestran la variación con el radio de los triángulos de velocidades, ángulos y componente tangencial de la velocidad.

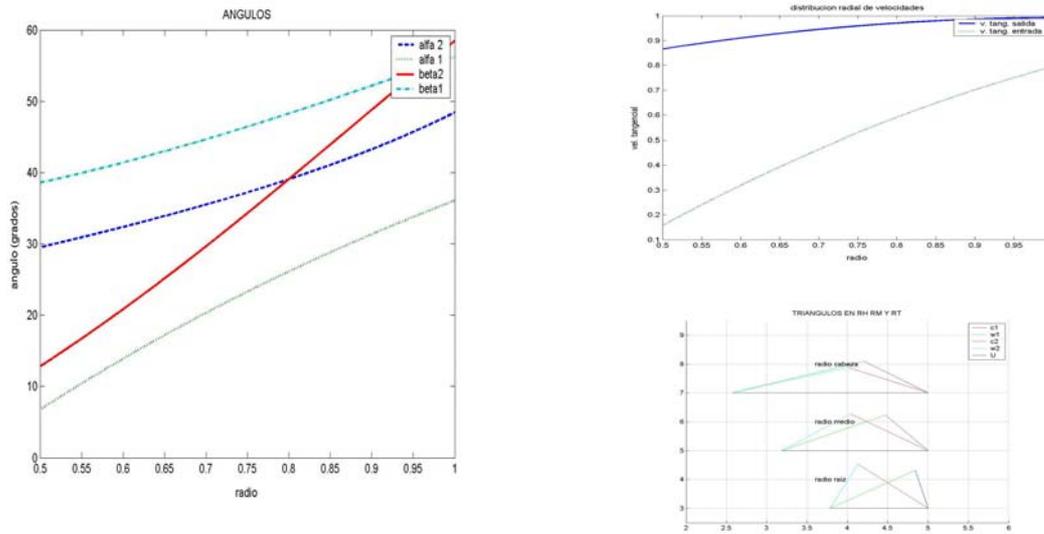


Figura 3 Método disco actuador para flujo incompresible, soplante simple.

La extensión para flujo compresible se muestra en la Figura 5 donde se aplica a un escalonamiento de turbina diseñado bajo una ley torsional de torbellino libre con los siguientes parámetros globales:

Radio raíz entrada = 0.3 m ; Radio cabeza entrada = 0.6 m ;
 Veloc. entrada = 110 m/seg ; $T_{03} = 1300$ K ;
 Relación aspecto álabe = 6.0 ; Velocidad rotación = 6000.0 r.p.m. ;
 Flujo másico = 35 kg/s ; Rendimiento total a total = 92.0 % ;
 Wescal = 98646 J/Kg ;

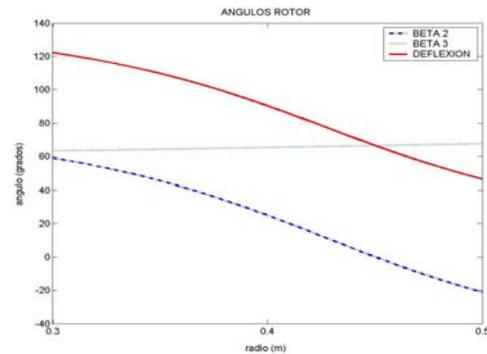


Figura 5 Método disco actuador para flujo compresible, turbina axial de un escalonamiento con álabes diseñados con ley torsional de torbellino libre.

En las figuras 5 y 6 se muestran los resultados obtenidos para los ángulos en rotor y estator así como los parámetros fundamentales en función del radio. Los resultados obtenidos se ajustan a los obtenidos a través de [1].

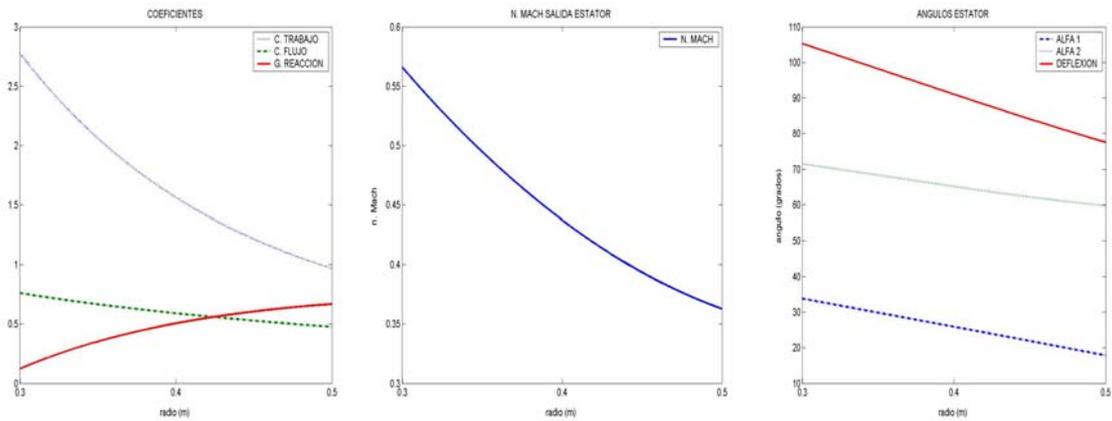


Figura 6 Método disco actuador para flujo compresible, turbina axial de 1 escalonamiento con álabes diseñados con ley torsional de torbellino libre.

5. Conclusiones

Los resultados obtenidos muestran la validez del método implementado para el análisis de la variación del flujo en el plano meridional en aplicaciones en las que prime la velocidad de cálculo y se pueda complementar con información experimental para la evaluación de las diferentes pérdidas y modificaciones en el flujo frente a los valores teóricos obtenidos. Aplicaciones de interés pueden ser problemas de diseño, combinando este análisis con el análisis en cascadas planas, aproximando el problema tridimensional mediante la resolución de dos problemas bidimensionales acoplados de bajo coste. Esta línea es actualmente seguida por los autores.

6. Referencias

- 1 R.I.Lewis (1996), "Turbomachinery Performance Analysis". John Wiley & Sons London.
- 2 J.H. Horlock(1978), "Actuator Disk Theory". Mc Graw & Hill, Great Britain.
- 3 J.H. Horlock(1958), "Axial Flow Compressor"s. Butterworths Scientific Publications, London