

Trabajo Fin de Grado Grado en Ingeniería Civil

Comportamiento a pandeo de puentes arco

Autor: Francisco José Pacheco Toledano

Tutor: Antonio Martínez De La Concha

**Departamento de Mecánica de los Medios
Continuos y Teoría de Estructuras**

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2016



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Civil

Comportamiento a pandeo de puentes arco

Autor:

Francisco José Pacheco Toledano

Tutor:

Antonio Martínez De La Concha

Departamento de Mecánica de los Medios Continuos
y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016

Trabajo Fin de Grado: Comportamiento a pandeo de puentes arco

Autor: Francisco José Pacheco Toledano

Tutor: Antonio Martínez De La Concha

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal

A mi familia
A mis maestros

Resumen

En este proyecto se estudia el comportamiento a pandeo de puentes arco de diversa morfología, tanto de tablero superior como de tablero inferior. Se analiza, además, el mecanismo resistente frente a la inestabilidad de este tipo de estructuras realizando diversos estudios.

Se calculan las cargas críticas de pandeo de diversos modelos de puentes arco en función de numerosos factores, tales como las condiciones de contorno, flecha, luz, inercia a torsión, inercia a flexión transversal, secciones variables... Estos cálculos se realizarán haciendo uso de los programas de cálculo Midas Civil y Midas NFX.

Por último, señalar que además de los cálculos y resultados numéricos, el proyecto va a realizar un recorrido por las teorías generales de pandeo, tanto para elementos de directriz recta como para elementos de directriz curva, exponiendo las diferentes formas de inestabilidad que pueden presentar los elementos en arco. Así como, se introducirán previamente las características más importantes que presentan los puentes en arco, como su distinguida forma antifunicular y el complejo proceso constructivo que requieren.

Índice general

Resumen	3
Índice general	5
Índice de figuras	8
Índice de tablas	10
Motivación y objetivos generales	12
Estructuración del trabajo	13
1. Puentes arco	14
1.1. Introducción	14
1.2. Tipos de puentes arco	17
1.3. Proceso constructivo.	18
1.4. Antifunicularidad	20
1.5. Resistencia de Materiales. Directriz curva.	22
1.5.1. Hipótesis de cálculo	22
1.5.2. Ecuaciones de equilibrio.	22
1.5.3. Arco triarticulado	24
2. Pandeo	26
2.1. Introducción.	26
2.2. Inestabilidad general	26
2.2.1. Elementos de directriz recta	27
2.2.2. Elementos de directriz curva. Pandeo en el plano	28
2.2.3. Elementos de directriz curva. Pandeo fuera del plano	29
2.3. Tipos de inestabilidad del arco	30
2.4. Tipos de análisis de pandeo	33
2.4.1. Análisis lineal de pandeo	33
2.4.2. Análisis no lineal de pandeo	35
2.4.3. Justificación del análisis adoptado para el cálculo	36

3. Modelos de Cálculo	37
3.1. Introducción.	37
3.2. Geometría y sección.	37
3.2.1. Arco	38
3.2.2. Tablero	38
3.2.3. Pilas	38
3.2.4. Péndolas.	39
3.3. Material.	39
3.4. Valores de las acciones.	39
3.4.1. Cargas permanentes	39
3.4.2. Sobrecarga de uso.	39
3.4.3. Acción del viento	40
3.5. Modelos de cálculo.	40
4. Análisis estructural	43
4.1. Estudio del mecanismo resistente	43
4.1.1. Introducción.	43
4.1.2. Secciones y geometría.	43
4.1.3. Análisis y resultados.	44
4.2. Estudio de la fuerza en las péndolas	45
4.2.1. Introducción y geometría	45
4.2.2. Metodología.	46
4.2.3. Resultados.	47
5. Arco exento	49
5.1. Influencia de las condiciones de contorno	49
5.2. Carga crítica lineal vs no lineal.	52
5.3. Efecto de la sección variable.	53
5.4. Relación entre inercias.	56
5.5. Influencia de la discretización.	58
5.6. Carga no simétrica.	59
5.7. Resumen.	61
6. Puente arco de tablero inferior	62
6.1. Relación flecha-luz.	63
6.2. Relación entre inercias.	64
6.3. Influencia del área de las péndolas	66
6.4. Resumen.	67

7. Puente arco de tablero superior	68
7.1. Relación Flecha-Luz.	69
7.2. Influencia de la inercia de los pilares.	70
7.3. Influencia de las vinculaciones de los pilares.	71
7.4. Resumen.	73
Conclusiones	74
Bibliografía	76

Índice de figuras

1.1. Distribución de tensiones en la sección.	15
1.2. Puente romano de Alcántara.	15
1.3. Puente Bayonne (Nueva York).	16
1.4. Puente Wanxian (China).	16
1.5. Proceso constructivo de arcos mediante voladizos sucesivos.	19
1.6. Proceso constructivo de arcos mediante abatimiento de los semiarcos.	20
1.7. Proceso constructivo de arcos mediante cable colgado	20
1.8. Comparación cable-arco forma antifunicular.	21
1.9. Equilibrio en un elemento infinitesimal del arco.	23
1.10. Arco triarticulado	24
1.11. Equilibrio de una parte aislada del arco.	24
2.1. Configuraciones de equilibrio de un sistema.	26
2.2. Barra biapoyada sometida a compresion	27
2.3. Configuración geométrica de una barra de directriz curva.	29
2.4. Pandeo simétrico de un arco.	30
2.5. Pando antisimétrico de un arco.	31
2.6. Pando fuera del plano de un arco.	31
2.7. Fenómeno de snap-through.	32
2.8. Gráfico carga-desplazamiento snap-through.	33
3.1. Sección tipo del arco.	38
3.2. Sección tipo del tablero	38
3.3. Modelización del arco.	40
3.4. Modelo del Puente arco de tablero inferior.	41
3.5. Puente del Tercer Milenio de Zaragoza.	41
3.6. Modelo del Puente arco de tablero superior.	42
3.7. Viaducto de los Tilos.	42

4.1. Carga crítica y modo de pandeo de los diferentes modelos analizados.	44
4.2. Dirección de la fuerza generada en las péndolas al retener el arco.	46
4.3. Evolución de la componente horizontal de la fuerza en las péndolas.	47
4.4. Evolución de la fuerza horizontal en las péndolas.	48
5.1. Relación Flecha-Luz para arco biapoyado.	50
5.2. Relación Flecha-Luz para arco biempotrado.	51
5.3. Comparación de carga crítica lineal y no lineal.	52
5.4. Puente arco con aumento de sección sobre el río Júcar.	55
5.5. Carga crítica en función de la relación entre la inercia a torsión y flexión.	56
5.6. Resultados obtenidos por Tokarz y Sandhu (relación entre inercias).	58
5.7. Influencia de la discretización en un elemento curvo.	59
5.8. Esquema de carga no simétrica aplicada sobre el arco.	60
6.1. Tipos de péndolas.	62
6.2. Relación Flecha-Luz puente arco de tablero inferior.	63
6.3. Relación inercia torsión-flexión para puente arco de tablero inferior.	64
6.4. Resultados obtenidos por Thompson.	66
6.5. Influencia del área de las péndolas	66
7.1. Relación Flecha-Luz puente arco de tablero superior.	69
7.2. Carga crítica en función de la inercia a flexión lateral de los pilares.	70
7.3. Fuerza desestabilizadora de pilares biapoyados.	72
7.4. Carga crítica en función de las vinculaciones de los pilares.	72

Índice de tablas

1.1 Ejemplos de los puentes arco más grandes del mundo.	17
5.1 Diferencia porcentual entre análisis lineal y no lineal.	53
5.2 Carga crítica para arco biempotrado con aumento de sección.	54
5.3 Diferencia de la carga crítica debido al aumento de sección.	54
5.4 Dimensiones del arco utilizadas para el cálculo de la carga crítica en función de la relación entre inercias.	57
5.5 Carga crítica de un arco en función de su discretización.	59
5.6 Comparación de la inestabilidad para carga no simétrica.	60
6.1 Dimensiones del arco utilizadas para el cálculo de la carga crítica en un puente arco atirantado en función de la relación entre inercias.	65
7.1 Comparativa de la Carga crítica de los diferentes modelos analizados.	69
7.2 Dimensiones utilizadas en los pilares para el cálculo de la carga crítica en función de la inercia a flexión lateral.	71

Motivación

Debido al desarrollo actual de los nuevos diseños de puentes arco de cada vez mayor esbeltez, este tipo de estructuras tienden a sufrir fuertes problemas de inestabilidad que exigen un mejor conocimiento y comprensión sobre este fenómeno, con el objetivo de optimizar al máximo este tipo de construcciones.

El fenómeno de inestabilidad en elementos rectos ha sido muy investigado tanto experimental como teóricamente. Sin embargo, en elementos curvos como los arcos, debido a su geometría característica, no se han desarrollado grandes teorías al respecto siendo fundamental el uso de métodos numéricos para su análisis.

Es por ello que este trabajo se inició con el objetivo de profundizar en los conocimientos sobre la inestabilidad que presentan las estructuras en arco, centrándose especialmente en las más singulares, como son los puentes arco.

Objetivos generales

De manera introductoria en este proyecto se expondrán las características más relevantes que presentan los puentes arco, tanto su particular geometría antifunicular como el complejo proceso constructivo necesario para llevarlas a cabo. Se desarrollarán las teorías generales de pandeo, tanto aquellas aplicables a elementos de directriz recta como a elementos de directriz curva, así como, se expondrán las características principales que presentan los diversos tipos de análisis de pandeo.

Antes de iniciar el estudio a inestabilidad de estas estructuras y con el objetivo de profundizar en el conocimiento estructural, se realizará un análisis del mecanismo resistente frente al pandeo que presentan las distintas tipologías de puentes arco, así como se establecerá una comparativa entre ellas.

La metodología a emplear para estudiar el comportamiento a pandeo que presentan los puentes en arco, estará basada en calcular las cargas críticas de pandeo de los mismos en función de numerosos factores que pudieran tener una influencia considerable en su mecanismo resistente, tales como las condiciones de contorno, relación flecha-luz, inercia a torsión, inercia a flexión transversal, sección variable, etc...

Todos los cálculos numéricos se realizarán utilizando los programas de cálculo *Midas Civil* y *Midas NFX*.

Estructuración del trabajo

El documento se presenta organizado de la siguiente forma:

- **Capítulo I: Puentes arco**

Es un breve capítulo introductorio donde se expone la evolución que han experimentado los puentes arco a lo largo de la historia, así como se introduce su proceso constructivo y la forma antifunicular característica de este tipo de estructuras. También se realiza un breve desarrollo matemático sobre el cálculo de elementos de directriz curva.

- **Capítulo II: Pandeo**

Se desarrollan los aspectos teóricos del problema de inestabilidad tanto para elementos de directriz recta como para elementos de directriz curva. Se exponen además las características que presentan los análisis lineal y no lineal de pandeo, así como los tipos de inestabilidad que puede sufrir un arco.

- **Capítulo III: Modelos de Cálculo**

Se presentan los diferentes modelos que se utilizarán para realizar los diversos cálculos en este proyecto, así como las secciones y el material utilizado para cada elemento estructural.

- **Capítulo IV: Análisis estructural**

Se realiza un análisis sobre los diferentes mecanismos resistentes frente al pandeo que presentan los diversos modelos de puentes arco empleados. Además se elabora un estudio sobre la evolución de la fuerza en las péndolas para puentes arco atirantados.

- **Capítulos V al VII:**

Se presentan los resultados obtenidos sobre la evolución de la carga crítica de pandeo para cada uno de los modelos de puente utilizados en función de numerosos factores, tales como las condiciones de contorno, luz, flecha, inercia a torsión, inercia a flexión transversal, secciones variables, etc...

Capítulo 1

Puentes arco

1.1 Introducción

A lo largo de la historia de la humanidad el ser humano se ha topado con la necesidad de salvar obstáculos naturales tales como ríos o valles. Como solución estructural a este problema surgen los puentes [1], que hoy día no solo se han convertido en un elemento muy básico para la sociedad, sino que representan un símbolo de su capacidad tecnológica.

Los primeros puentes que se construyeron no eran más que plataformas horizontales sujetadas en sus extremos por elementos tales como piedras o troncos. Años más tarde este tipo de construcciones se fue modernizando pero seguían utilizando el mismo mecanismo resistente, plataformas horizontales elevadas a una cierta altura por sus extremos.

Por ello el desarrollo del diseño de puentes arco (cuyos inicios datan entorno a los primeros siglos d.c.) fue un hito en la historia de la ingeniería estructural ya que permitía reducir la cantidad de material empleado y dar solución a las numerosas roturas de puentes que se estaban produciendo hasta la época.

El mecanismo resistente de este nuevo diseño de puentes permite trabajar fundamentalmente mediante esfuerzos de compresión (debido a la disposición de su geometría), a diferencia de los diseños iniciales que trabajan mediante importantes esfuerzos de flexión.

De la ecuación que permite obtener la tensión en función de los esfuerzos axial y flector:

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M}{I_{zz}} \text{ y} \quad (1.1)$$

Se obtiene la distribución de tensiones en la sección para el caso de flexión simple y compresión pura.

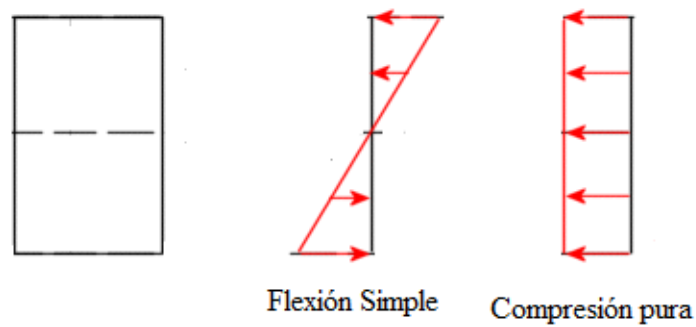


Figura 1.1 Distribución de tensiones en la sección

De ahí que al aprovechar mucho más el material se pudieran salvar grandes luces incluso antes de la aparición de materiales más resistentes como el hormigón armado y el acero.

Muy famosos son los numerosos puentes de piedra romanos cuyo diseño se basaba en este mecanismo de transmisión de tensiones.



Figura 1.2: Puente romano de Alcántara

El diseño del arco se extendió más allá de las construcciones de puentes, acueductos... Llegando a cobrar gran importancia en las construcciones arquitectónicas como palacios y catedrales, ya que además de ser un diseño muy efectivo para salvar distancias dotaba a la estructura de una imponente belleza visual.

Dado que el arco es una estructura básicamente comprimida se puso en auge la utilización de materiales muy resistentes a compresión y con baja resistencia a tracción (madera, piedra y ladrillo). Por lo que se necesitaba adecuar perfectamente la forma del arco con el objetivo de reducir la flexión y evitar así las tracciones. El enorme éxito que tuvo la utilización de estos tipos de materiales para la estructura del arco, hizo que se retrasase durante siglos la aparición de nuevos materiales.

A finales del siglo XVIII se empezó a desarrollar una nueva tipología de puentes arco construidos mediante hierro fundido que posteriormente evolucionaría hacia materiales como el acero o el hormigón [2], que dotaban de una mayor calidad a las estructuras y permitían ampliar el rango de luces que se podía construir.



Figura 1.3 Puente Bayonne. Construido con acero (el más largo del mundo en el momento de su construcción 1931)



Figura 1.4 Puente Wanxian (China) Uno de los puentes arco de hormigón más grandes del mundo.

En la actualidad el diseño de puentes arco convive con otros diseños también muy efectivos desde el punto de vista estructural como son los puentes atirantados, que incluso permiten

salvar mayores luces. Pero este hecho no ha impedido que se sigan desarrollando nuevos diseños de puentes arco cada vez más eficientes y de gran belleza visual.

A continuación se muestra una tabla de los puentes arco construidos a lo largo de los últimos años que permiten salvar mayores distancias:

Año de Servicio	Puente	Longitud(m)	Longitud del vano (m)	Material
2009	Chaotianmen (china)	1741	552	Acero
2003	Lupu (china)	3900	550	Acero/Hormigón
2012	Bosideng (china)	1739	530	Tubo de acero relleno de hormigón
1977	New River Gorge (EEUU)	924	518	Acero
1931	Bayonne (EEUU)	1761	504	Acero
1997	Wanxian (china)	864	420	Hormigón

Tabla 1.1 Ejemplos de los puentes arcos más grandes del mundo

Como se observa en la tabla anterior en la actualidad se han llegado a superar luces de hasta 550 metros demostrando el increíble potencial que han desarrollado este tipo de estructuras con la aparición de materiales más resistentes.

1.2 Tipos de puentes arco

El puente arco se puede clasificar desde un punto de vista de:

1. La morfología

- Puente arco con tablero superior
- Puente arco con tablero intermedio
- Puente arco con tablero inferior

La situación relativa entre el arco y el tablero viene dada por una relación flecha-luz adecuada que permita solventar de manera eficiente la problemática en cada caso.

2. Material utilizado

- Acero
- Hormigón armado
- Piedra, madera y ladrillo (utilizados históricamente)

Como se observa los materiales utilizados a lo largo de la historia para la construcción de puentes arco se caracterizan por una elevada resistencia a compresión debido a su mecanismo resistente.

3. Condiciones de contorno

- Arco biempotrado
- Arco biarticulado
- Arco triarticulado

4. La directriz del arco

La directriz más efectiva será aquella con la cual el arco trabaje con los mínimos esfuerzos de flexión, es decir, aquella directriz que coincida o se aproxime lo mejor posible a la forma antifunicular de las cargas a las cuáles está sometida (véase el capítulo [1.4]). Dicha forma será:

- Forma parabólica
- Forma circular
- Forma de catenaria

5. Sección transversal

De acuerdo a su sección transversal la clasificación de los arcos se divide en varios tipos:

- Sección cajón de una o varias células.
- Sección rectangular maciza.
- Secciones tubulares
- Celosías
- Sección constante o variable

1.3. Proceso constructivo

Uno de los principales motivos por el cual se ha limitado la longitud de los puentes arco a lo largo de la historia, ha sido por el tremendo grado de dificultad que presenta su construcción.

El proceso constructivo de este tipo de puentes es uno de los más complejos y requiere técnicas muy avanzadas [3].

Parte de esta problemática se debe al hecho de que el mecanismo resistente del arco no puede funcionar como tal hasta que la estructura no se encuentra totalmente terminada, produciéndose importantes esfuerzos de flexión durante su construcción.

Los procesos constructivos más frecuentes son los siguientes:

- **Construcción por voladizos sucesivos:** Éste es el método más frecuente donde se avanza desde los estribos [4]. Tiene numerosas variantes, una de ellas se representa en el siguiente esquema donde se muestra la construcción de un puente arco de tablero superior de hormigón utilizando atirantamientos provisionales.

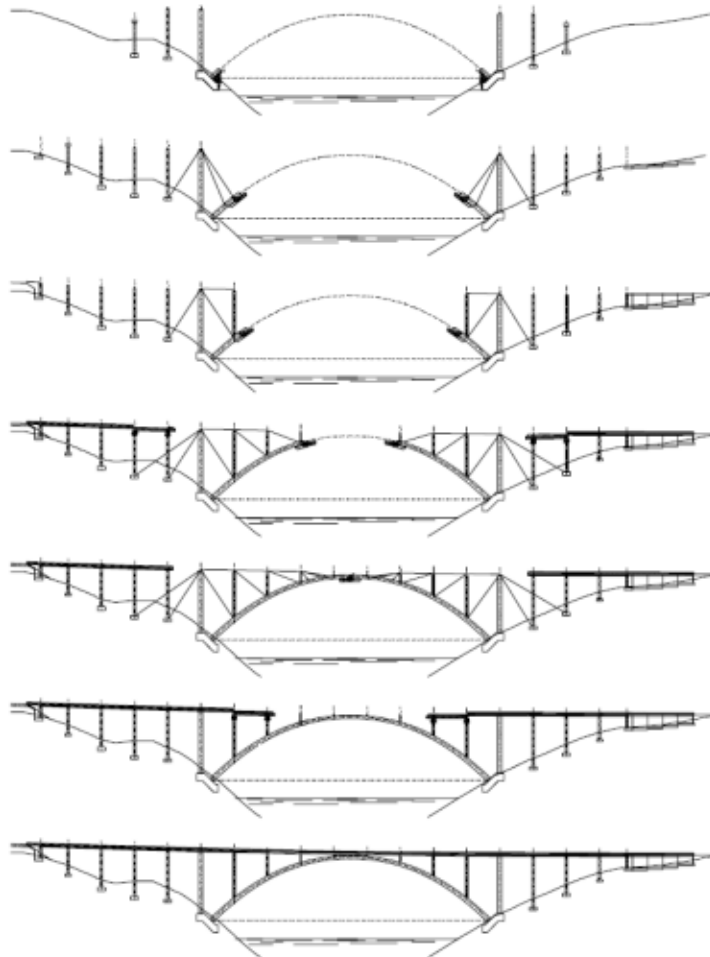


Figura 1.5 Proceso constructivo de arcos mediante voladizos sucesivos.

- **Construcción sobre cimbra:** Se trata del sistema clásico donde las dovelas se apoyan en una estructura auxiliar hasta cerrar el arco. Para el caso de grandes luces, donde las condiciones de apoyo en el centro del vano son complicadas, este sistema de construcción prácticamente desaparece.

- **Abatimiento de los semiarcos:** Consiste en construir los dos semiarcos en la vertical de los estribos y una vez concluidos abatirlos mediante un giro hasta cerrarlos en clave. Muy utilizado para arcos metálicos.

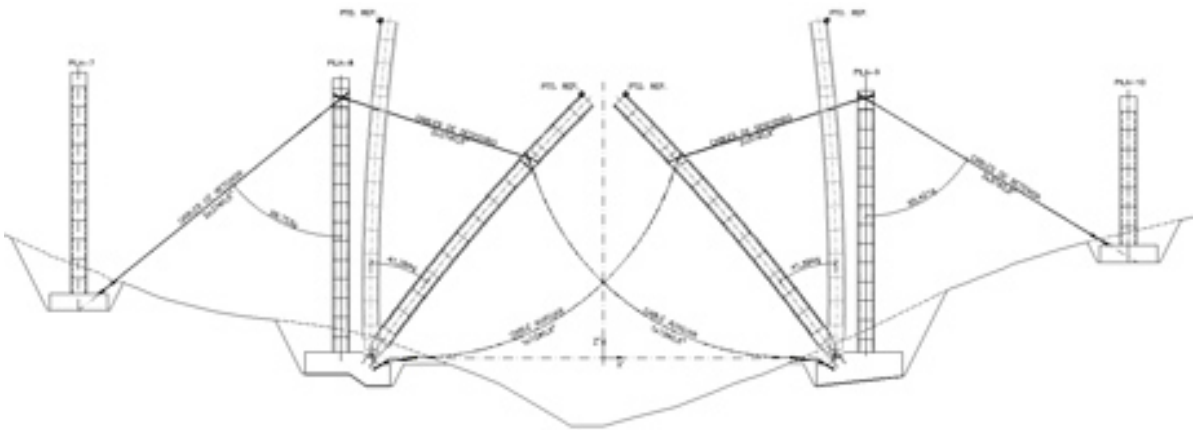


Figura 1.6 Proceso constructivo de arcos mediante abatimiento de los semiarcos

- Basculamiento de arcos con giro horizontal: Éste método de construcción es muy similar al anterior pero el basculamiento del arco se realiza mediante un giro de eje horizontal.
- Construcción mediante cable colgado: Se construyen torres provisionales en los estribos y se cuelgan cables de los cuales penden las dovelas que se empalman hasta cerrar el arco.

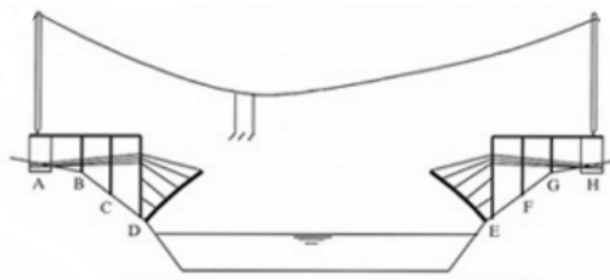


Figura 1.7 Proceso constructivo de arcos mediante cable colgado

- Traslación horizontal o vertical: Se utiliza para arcos de tablero inferior habitualmente.

1.4 Antifunicularidad

El mecanismo resistente de la estructura del arco depende fuertemente de su geometría y por tanto han sido numerosos los estudios que se han realizado a lo largo del tiempo con el objetivo de encontrar la geometría más adecuada para cada tipo de carga.

El concepto de arco está íntimamente ligado, en su forma más o menos perfecta, a la forma antifunicular de las cargas que sobre él actúan.

Intuitivamente se puede llegar al concepto de la estructura antifunicular a través de su comparación con un cable suspendido (que trabaja a tracción en todo su dominio) sometido a una serie de cargas puntuales.

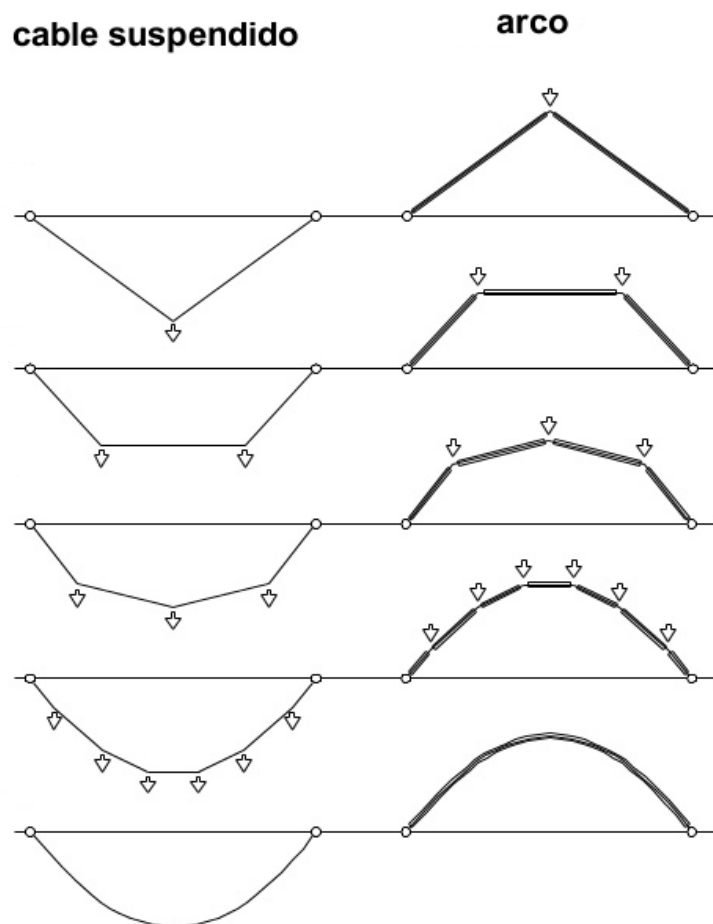


Figura 1.8 Comparación cable-arco forma antifunicular

En el capítulo [1.5.3] se ha desarrollado matemáticamente el cálculo para obtener la forma antifunicular de las cargas de un arco triarticulado como apoyo y mejor comprensión para este apartado.

Así mediante numerosos estudios se han obtenido diversas formas antifuniculares en función de la carga aplicada sobre la estructura:

- Forma parabólica: para arcos sometidos a cargas uniformemente repartidas en proyección horizontal.
- Forma circular: para arcos sometidos a cargas uniformemente repartidas y radiales.
- Forma de catenaria: para arcos sometidos a cargas uniformemente repartidas sobre la directriz.

También hay que destacar que aunque se diseñen los arcos con directrices cuya forma sea la antifunicular de las cargas, no hay que pensar que este tipo de estructuras trabaja solamente a esfuerzos de compresión. De hecho se encuentran sometidos a importantes esfuerzos de

flexión, que exigen que se dote a los arcos de cierta rigidez a flexión. Este hecho se debe principalmente por 2 motivos:

- Aunque se dote de una directriz al arco cuya forma sea la antifunicular de las cargas permanentes consideradas, no hay que olvidar la presencia de cargas móviles sobre la estructura que provocará la aparición de esfuerzos de flexión.
- Si el arco se encuentra sometido a cargas importantes, la compresión provocará un acortamiento de la directriz apareciendo giros de las secciones y por consiguiente flexiones en el arco.

Por tanto habría que considerar al arco como una estructura que trabaja siempre a flexo-compresión independientemente de la forma que siga su directriz.

1.5 Resistencia de Materiales. Directriz curva

1.5.1 Hipótesis de cálculo

Dado que para la mayoría de los arcos que se construyen su radio de curvatura es mucho mayor que las dimensiones transversales de su sección, se puede aceptar la simplificación de pequeña curvatura, lo que permite utilizar la teoría convencional de flexión de vigas considerando un dominio curvo para la estructura, en vez de utilizar una teoría especial para piezas curvas [5].

Dado la gran esbeltez que suelen presentar los arcos no se considera la energía debida al esfuerzo cortante ya que ésta suele ser despreciable.

1.5.2 Ecuaciones de equilibrio

Para hallar las ecuaciones de equilibrio se aísla un elemento infinitesimal ds de la propia sección del arco que corresponde a un ángulo $d\theta$.

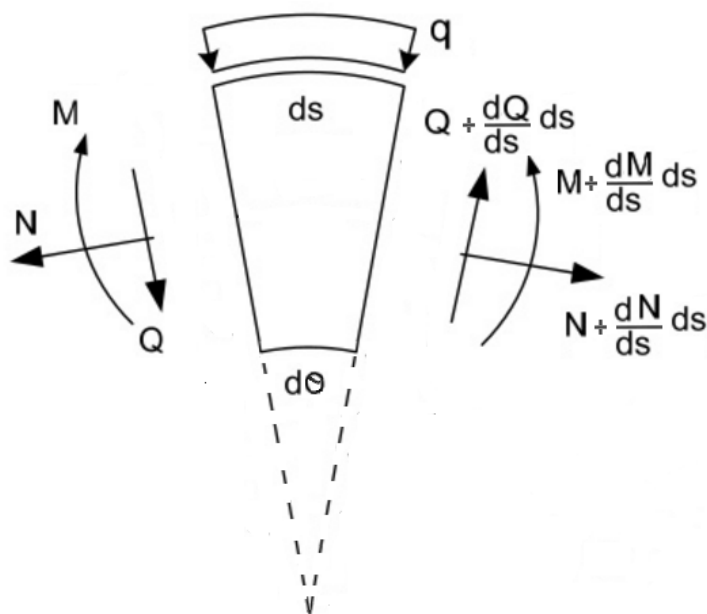


Figura 1.9 Equilibrio en un elemento infinitesimal del arco

Equilibrio de fuerzas en la dirección vertical

Primero será necesario proyectar la carga distribuida q a lo largo del eje vertical. Para ello se utilizará una variable α que recorra el ángulo $d\theta$.

$$\int_{\frac{d\theta}{2}}^{\frac{d\theta}{2}} q \cos(\alpha) ds = q \cdot r \left(\text{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) - \text{sen} \left(\frac{-d\theta}{2} \right) \right) = q \cdot r \left(\frac{d\theta}{2} + \frac{d\theta}{2} \right) = q \cdot r \cdot d\theta = q \cdot ds \quad (1.2)$$

Aplicando equilibrio de fuerzas verticales:

$$\frac{dQ}{ds} ds \cos \left(\frac{d\theta}{2} \right) - N \text{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) - N \text{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) - \frac{dN}{ds} ds \cdot \text{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) - q ds = 0 \quad (1.3)$$

Para ángulos muy pequeños el seno y el coseno tienden a:

$$\cos \left(\frac{d\theta}{2} \right) \rightarrow 1 \quad \text{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) \rightarrow \frac{d\theta}{2} = \frac{ds}{2 \cdot r} \quad (1.4)$$

De manera que aplicando estas simplificaciones y eliminando el término ds , se obtiene la ecuación que gobierna el equilibrio de fuerzas verticales en el arco:

$$\frac{dQ}{ds} = q + \frac{N}{r} \quad (1.5)$$

Esta ecuación es similar a la de vigas rectas pero con la aparición de un nuevo término en el que intervienen tanto el radio de curvatura como el esfuerzo axil. Por lo que se puede observar perfectamente el **acoplamiento entre la flexión y el axil**.

Equilibrio de momentos

Tomando momentos con respecto a la parte derecha de la rebanada:

$$\frac{dM}{ds} ds + Q \cos \left(\frac{d\theta}{2} \right) r \cdot d\theta + N \text{sen} \left(\frac{d\theta}{2} \right) r \cdot d\theta + q \cdot ds \cdot d\theta \cdot \frac{r}{2} = 0 \quad (1.6)$$

Despreciando términos de segundo de orden se llega a la ecuación:

$$\frac{dM}{ds} + Q = 0 \quad (1.7)$$

Obteniéndose la ecuación equivalente a la de flexión de vigas rectas.

1.5.3 Arco triarticulado

Como caso especial para la teoría general de arcos se ha considerado necesario desarrollar la formulación para un arco triarticulado con el objetivo de facilitar la compresión sobre el concepto de antifunicular de las cargas.

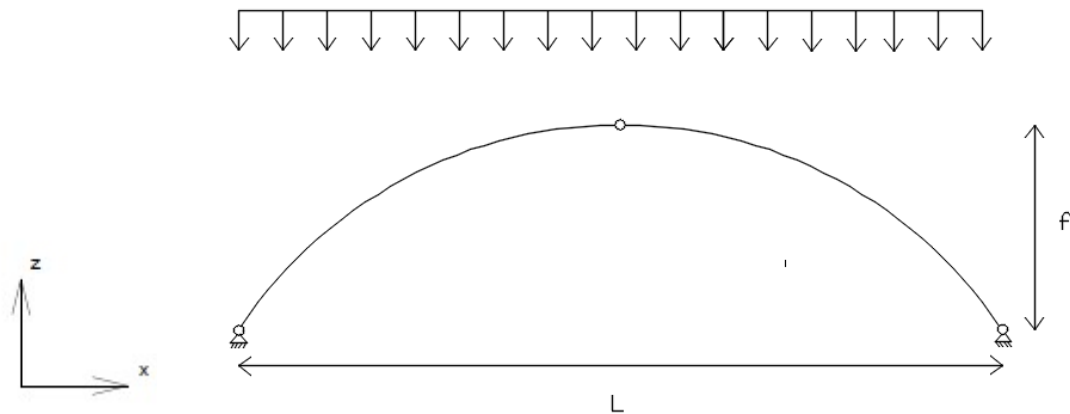


Figura 1.10 Arco triarticulado

Al ser una estructura isostática se pueden calcular las reacciones planteando el equilibrio global sobre la misma, obteniéndose:

$$R_h = \frac{qL^2}{8f} \quad R_v = \frac{qL}{2}$$

Para el cálculo de esfuerzos se realizará el equilibrio sobre una parte aislada del arco, siendo α el ángulo que forma la directriz del arco en todo momento con respecto a la horizontal.

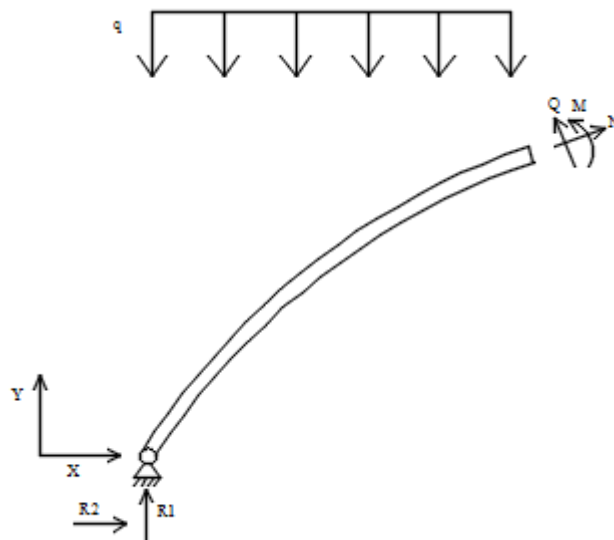


Figura 1.11 Equilibrio de una parte aislada del arco

El momento flector en un punto de coordenadas x, y es:

$$M = \frac{qL}{2}x - \frac{qL^2}{8f}y - \frac{qx^2}{2} \quad (1.8)$$

Imponiendo la condición de $M=0$ se obtiene la ecuación que gobierna la forma del arco, que es una parábola simétrica.

$$y = \frac{4f}{L^2}(Lx - x^2) \quad (1.9)$$

Realizando el equilibrio en la dirección del cortante y teniendo en cuenta la relación:

$$\tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{L^2}(L - 2x) \quad (1.10)$$

Se demuestra que el esfuerzo cortante es nulo en todo momento:

$$\frac{Q}{\cos \alpha} = qx \cos \alpha + \frac{qL^2}{8f} \frac{\sen \alpha}{\cos \alpha} - \frac{qL}{2} \cos \alpha = \left(x - \frac{L}{2}\right) + (L - 2x) \frac{1}{2} = 0 \quad (1.11)$$

Por lo que para dicha forma el arco está sometido únicamente a esfuerzo axial, explicando éste resultado el gran interés de usar arcos de forma parabólica para resistir cargas repartidas.

Capítulo 2

Pandeo

2.1. Introducción

El mecanismo resistente del arco tiene consigo implícito una importante desventaja, el fenómeno de inestabilidad asociado a cualquier elemento comprimido.

Los primitivos constructores de puentes arco ya se enfrentaron a este problema donde, debido a las numerosas roturas de puentes que se estaban produciendo en la época, tuvieron que redimensionar sus estructuras limitando la esbeltez y aumentando la rigidez a flexión de las secciones.

Al ser el pandeo un tema de gran relevancia para el desarrollo de este proyecto se estudiará en profundidad a lo largo de este capítulo.

2.2. Inestabilidad general

El pandeo se define como un fenómeno de inestabilidad elástica que puede darse en elementos esbeltos al ser comprimidos y que se manifiesta por la aparición de importantes desplazamientos transversales a la dirección principal de compresión.

El pandeo sucede cuando un elemento alcanza su configuración de equilibrio inestable.

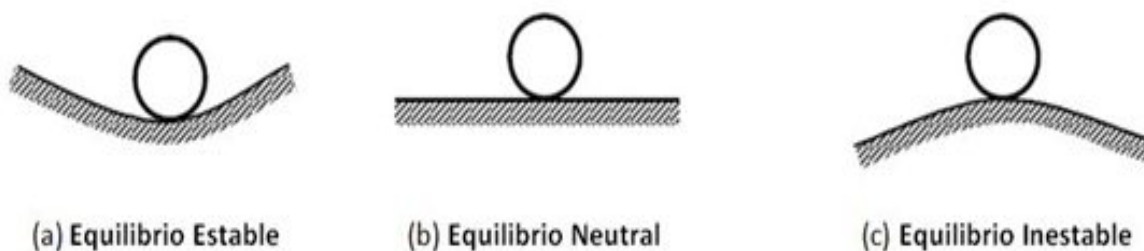


Figura 2.1 Configuraciones de equilibrio de un sistema

Existen diferentes maneras o modos de fallo por pandeo que pueden darse en los elementos estructurales dependiendo de su configuración:

- Pandeo flexional.
- Pandeo torsional.
- Pandeo flexo-torsional
- Pandeo lateral-torsional

2.2.1 Elementos de directriz recta

Dada la complejidad de este fenómeno se empezará mostrando la teoría para el caso más sencillo, una barra de directriz recta o columna. Siendo ésta, la teoría de pandeo de Euler. Esta teoría está basada en una serie de suposiciones que se resumen a continuación:

1. El elemento es perfectamente recto estando la carga aplicada en alineación con su eje longitudinal.
2. El comportamiento del material sigue la Ley de Hooke.
3. Pequeñas deformaciones.

Considerando una barra biapoyada sometida a compresión como se muestra en la figura:

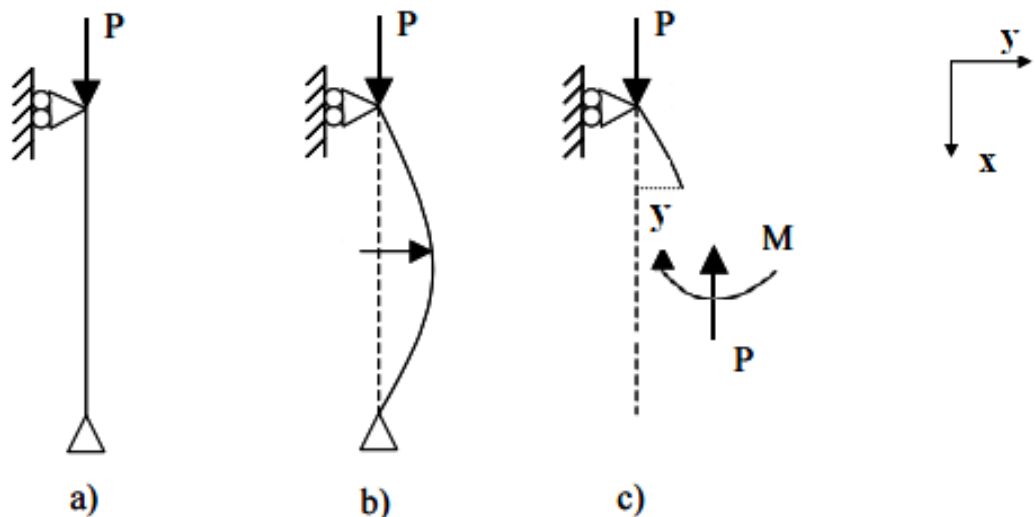


Figura 2.2 barra biapoyada sometida a compresión en situación indeformada a) y deformada b)

Aplicando equilibrio sobre la situación deformada (c) se obtiene:

$$M = Py = -\frac{d^2 y}{d^2 x} EI \quad (2.1)$$

Considerando la relación

$$k^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.2)$$

Se puede reescribir la ecuación anterior como:

$$\frac{d^2 y}{d^2 x} + k^2 y = 0 \quad (2.3)$$

La solución de la ecuación diferencial anterior es del tipo:

$$y = A \cos(kx) + B \sin(kx) \quad (2.4)$$

Imponiendo las condiciones de contorno del problema:

$$y=0 \text{ en } x=0$$

$$y=0 \text{ en } x=L$$

Se obtendría una única solución distinta de la trivial para $kl = n\pi$ donde $n=1,2,3\dots$ a partir de la cual se puede obtener la carga que produce la inestabilidad:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (2.5)$$

El valor de la carga P cuando n tomar el valor 1 es la conocida como carga crítica de Euler y se define como el valor mínimo para que se produzca la inestabilidad en la columna.

$$P_{\text{crítica, Euler}} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (2.6)$$

2.2.2 Elementos de directriz curva (pandeo en el plano)

Toda la formulación expuesta anteriormente, como se indicó al principio, es de aplicación para elementos cuya directriz sea recta. Para el caso de elementos de directriz curva la ecuación que gobierna el problema de pandeo es similar a la de Euler para barras rectas:

$$\frac{d^2 w}{d^2 s} + \left(\frac{1}{R^2} + \frac{P}{EI} \right) w = 0 \quad (2.7)$$

Donde R es el radio de curvatura, w es la deflexión normal al arco y s la longitud del arco.

La ecuación anterior se puede reescribir como:

$$\frac{d^2 w}{d^2 s} + k^2 w = 0 \quad \text{donde} \quad k^2 = \frac{1}{R^2} + \frac{P}{EI} \quad (2.8)$$

Como se observa esta última ecuación es similar a la de Euler para barras rectas, añadiendo un nuevo término que tiene en cuenta el radio de curvatura del arco. Imponiendo las diversas condiciones de contorno se pueden obtener múltiples soluciones al problema de pandeo anterior.

Es necesario indicar, además, que la propia geometría del arco le confiere una inestabilidad natural a su mecanismo resistente, ya que al acortarse por deformación se produce un aumento de los esfuerzos axiales. Pero este tipo de inestabilidad es menos severa que la producida en barras rectas, ya que el arco, debido a que sus apoyos se encuentran fijos, tiende a pandear de una forma más resistente que en el caso de una columna.

De manera que se vuelve imprescindible el uso de modelos numéricos como el método de los elementos finitos para resolver el pandeo de elementos de directriz curva, debido a la no linealidad que presentan este tipo de estructuras.

2.2.3 Elementos de directriz curva (pandeo fuera del plano)

Dados los actuales diseños basados en arcos cada vez más esbeltos, uno de los principales problemas que presentan este tipo de estructuras es la inestabilidad que se produce fuera del plano del arco, apareciendo flexión lateral y torsión en la sección.

El planteamiento clásico de este problema fue desarrollado por Timoshenko [6], en el que se considera una barra de directriz curva con la siguiente configuración:

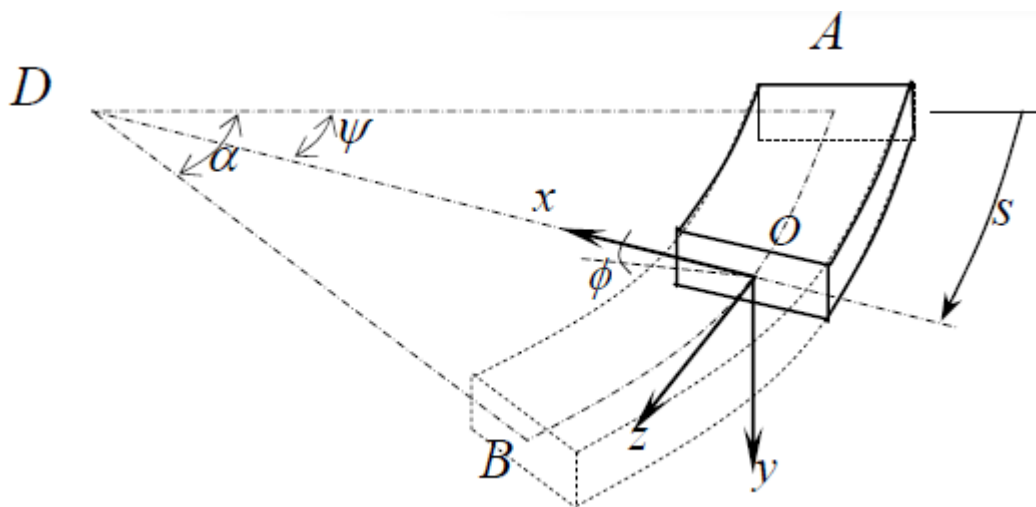


Figura 2.3 Configuración geométrica de una barra de directriz curva

La deformación del elemento de barra curvo se debe a la flexión en cada uno de los planos principales, así como la torsión alrededor del eje z.

Siendo las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema:

$$\begin{aligned} M_x &= EI_x \left(\frac{\phi}{R} - \frac{d^2 y}{ds^2} \right) \\ M_y &= EI_y \left(\frac{x}{R} + \frac{d^2 x}{ds^2} \right) \\ M_z &= GJ \left(\frac{d\phi}{ds} + \frac{1}{R} \frac{dy}{ds} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

A partir de dichas ecuaciones se obtuvo la carga crítica para el pandeo de arcos bajo compresión uniforme (biarticulado):

$$P_{crítica} = \frac{EI_x}{R^2} \frac{(\pi^2 - \alpha^2)^2}{\alpha^2 \left[\pi^2 + \alpha^2 \left(\frac{EI_x}{GJ} \right) \right]} \quad (2.10)$$

Como se observa a través de la carga crítica, la inestabilidad lateral del arco depende de la inercia a torsión, inercia a flexión lateral y del radio de curvatura del elemento.

2.3. Tipos de inestabilidad del arco

a) Pandeo en el plano del arco

Existen dos posibles tipos de pandeo del arco en su propio plano, que se produzca uno u otro depende fundamentalmente de la esbeltez del elemento y de la geometría adoptada en función de su directriz.

- Pandeo simétrico

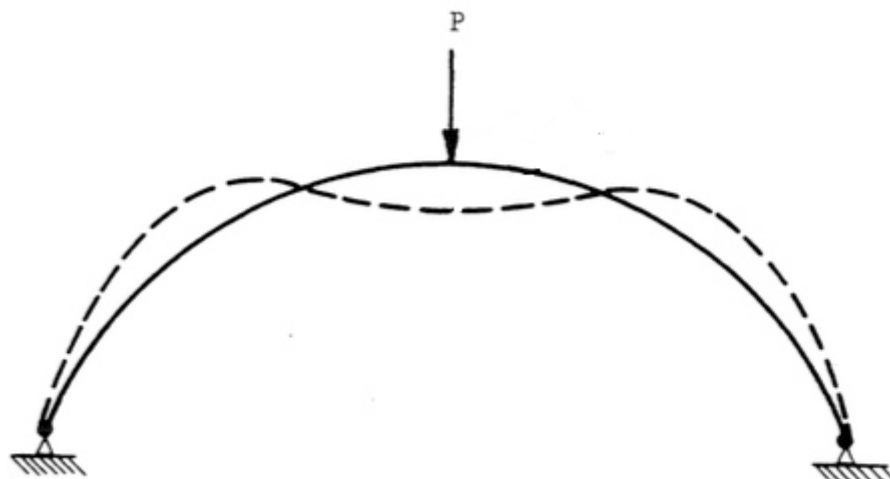


Figura 2.4 Pandeo simétrico de un arco

- Pandeo antisimétrico

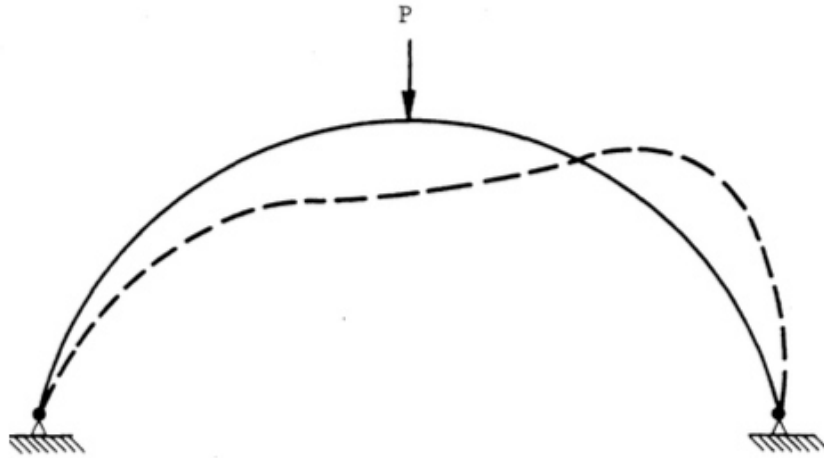


Figura 2.5 Pandeo antisimétrico de un arco

b) Pandeo fuera del plano del arco

Se produce debido a la aparición de torsión y flexión lateral en la sección. Ocurre en arcos estrechos con baja rigidez a flexión lateral.

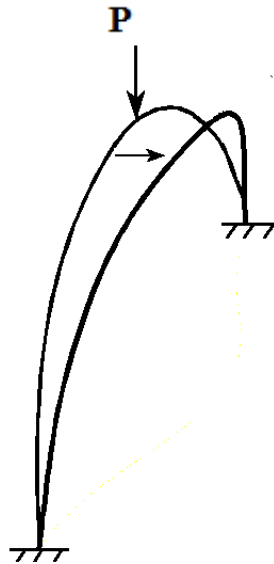


Figura 2.6 Pandeo fuera del plano de un arco

c) Snap-through

Es un problema de inestabilidad característico de los arcos debido a su especial geometría. Consiste en la inversión completa del arco, adoptando una nueva posición de equilibrio que le permite continuar con su labor resistente [7].

En la imagen siguiente se observa perfectamente el fenómeno descrito:

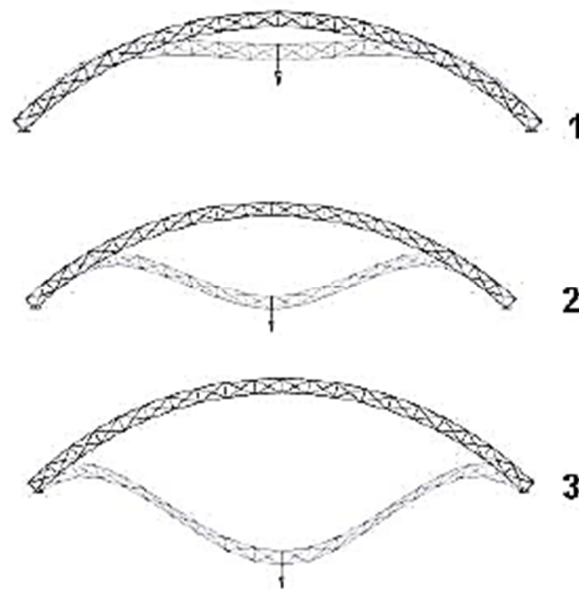


Figura 2.7 fenómeno de snap-through

Al aumentar la carga que actúa sobre el arco, éste se irá deformando y en consecuencia aumentarán los esfuerzos de compresión y las reacciones horizontales en los apoyos.

Al llegar a una determinada posición (punto límite) el arco se vuelve inestable continuando su deformación hasta llegar a una posición de arco completamente invertido. Una vez alcanzada esta nueva configuración de equilibrio el arco se encuentra apto para admitir nuevos incrementos de carga.

A continuación se muestra el gráfico carga-desplazamiento que describe este tipo de inestabilidad:

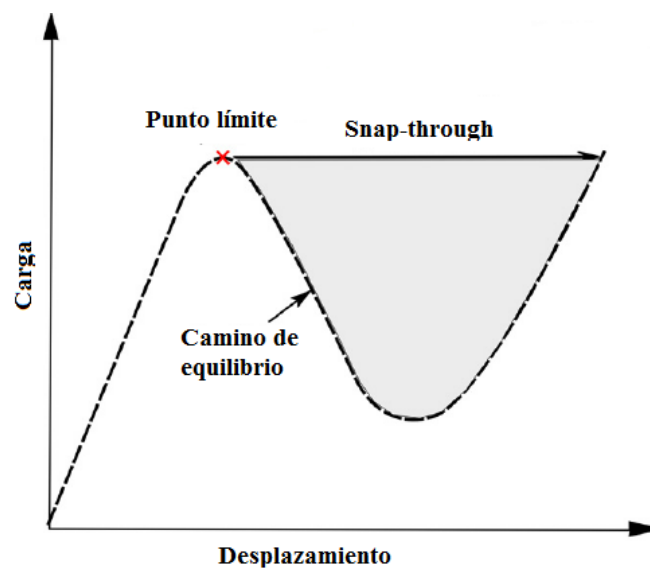


Figura 2.8 Gráfico carga-desplazamiento snap-through

Aunque la nueva configuración de equilibrio alcanzada por el arco le permita continuar con su labor resistente, éste se da por agotado ya que deja de cumplir los requisitos de servicio.

2.4. Tipos de análisis de pandeo

2.4.1 Análisis lineal de pandeo

El método lineal de cálculo asume que el cambio de rigidez debido a la deformación de la estructura es despreciable y por tanto las propiedades no cambian durante todo el proceso de deformación, manteniendo la rigidez inicial de la estructura indeformada.

Éste tipo de análisis permite calcular el valor de la carga crítica de pandeo usando teorías clásicas lineales como la de Euler (vista anteriormente [2.2]).

Se aplica a estructuras en fase elástica con una geometría no muy compleja, o incluso a estructuras complejas cuando se considera que las diferencias producidas por un análisis más detallado son despreciables y asumibles.

Para éste tipo de análisis no se pueden tener en cuenta las no linealidades reales del problema.

El cálculo de las cargas críticas de pandeo se basa en la resolución del problema de autovalores y autovectores (implementado en los programas de cálculo de elementos finitos [8]) que se representa a continuación:

Antes de que ocurra el pandeo, la estructura se encuentra en un estado de equilibrio lineal. El aumento de la fuerza aplicada sobre la estructura puede describirse consecuentemente como:

$$([K] + [K_G])\{\Delta U\} = \{\Delta R\} \quad (2.11)$$

Donde $[K]$ representa la matriz de rigidez elástica, $[K_G]$ la matriz de rigidez geométrica, ΔU representa el vector del incremento del desplazamiento y ΔR el vector del incremento de la fuerza nodal aplicada.

La matriz de rigidez geométrica modela el cambio de rigidez a flexión que se produce en la estructura debido a que existen compresiones (disminuye la rigidez) o tracciones (aumenta la rigidez).

La formulación matricial de la matriz de rigidez geométrica usada para la resolución de este problema es una aproximación de la teoría clásica, en la cual se consideran funciones de estabilidad que relacionan las fuerzas aplicadas y las deformaciones. La matriz de rigidez geométrica para elementos de 6 grados de libertad viene dada por:

$$[K_G] = -\frac{P}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ & \frac{2L^2}{15} & 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

De acuerdo con la teoría lineal de algebra, se cumple:

$$|[K] + [K_G]| = 0 \quad (2.12)$$

Bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones se tiene que K_G es proporcional al esfuerzo y por tanto las cargas externas también están relacionadas de manera lineal.

Como resultado asumiendo una relación lineal entre la carga crítica de pandeo y la carga aplicada.

$$\{P\}_{crítica} = \lambda \{P\} \quad (2.13)$$

y definiendo \bar{K}_G como la matriz de rigidez geométrica por unidad de carga, se llega a:

$$[K_G] = \lambda [\bar{K}_G] \quad (2.14)$$

Reescribiendo la ecuación 2.12 se obtiene:

$$|[K] + \lambda [\bar{K}_G]| = 0 \quad (2.15)$$

Donde la resolución del problema de autovalores anterior permite determinar las distintas cargas críticas de pandeo de la estructura λ (factor por el que se deben multiplicar las cargas externas para que se desencadene el problema de pandeo) y sus correspondientes autovectores asociados a los modos de pandeo de la misma.

2.4.2 Análisis no lineal de pandeo

A diferencia del método lineal, sí se tendrá en cuenta el cambio de rigidez producido en la estructura como consecuencia de su deformación. Este método se basa en la aplicación de pequeños pasos de carga, en los cuáles se calculan las nuevas propiedades de la estructura como consecuencia del cambio de rigidez, hasta que se alcanza una configuración de equilibrio inestable.

Este análisis permite incluir tanto la no linealidad geométrica de la estructura como la no linealidad del material, obteniendo por tanto mejores aproximaciones a la carga crítica de pandeo real.

Además permite realizar un análisis post-pandeo de la estructura, siempre y cuando la aparición de la inestabilidad no suponga el fin de su capacidad portante. De ahí que sea muy utilizado para analizar el fenómeno de snap-through explicado anteriormente.

A continuación se presenta el desarrollo para el cálculo no lineal implementado en el método de los elementos finitos [9]:

La ecuación que gobierna el problema estructural puede ser descrita como:

$$K(u) \Delta u = \Delta P \quad (2.16)$$

Donde Δu representa el desplazamiento incremental desconocido, ΔP la carga incremental aplicada y K la matriz de rigidez de la estructura que depende de la deformación de la misma.

Para resolver este tipo de problemas no lineales la mayoría de programas de elementos finitos usan métodos muy efectivos como el método newton-raphson.

Dicho método empieza con una solución inicial (arbitraria) $u = u_i$ para determinar la magnitud del siguiente incremento:

$$\Delta u_i = K^{-1}(u_i) \Delta P \quad (2.17)$$

y el vector de carga residual:

$$\Delta R_i = \Delta P - K(u_i) \Delta u_i \quad (2.18)$$

que deberá ser 0 o como máximo el criterio de convergencia impuesto previamente.

De manera que si no se satisface la hipótesis anterior se adoptará una nueva solución inicial desarrollando todo el proceso de nuevo.

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= u_i + \Delta u_i \\ \Delta u_{i+1} &= K^{-1}(u_{i+1}) \Delta P \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\Delta R_{i+1} = \Delta P - K(u_{i+1}) \Delta u_{i+1}$$

Este procedimiento se repite hasta que la convergencia sea lograda.

2.4.3 Justificación del análisis adoptado para el cálculo

Debido a la geometría del arco y teniendo en cuenta que las deformaciones en su plano provocarán una variación importante de los esfuerzos axiales afectando consecuentemente a la carga de pandeo crítica, se adoptará un cálculo de pandeo no lineal teniendo en cuenta la no linealidad geométrica de la estructura.

Sin embargo para mostrar las diferencias que podrían producirse al utilizar uno u otro análisis se realizará una comparativa de los resultados obtenidos.

Capítulo 3

Modelos de cálculo

3.1 Introducción

En el presente trabajo se ha empleado para todos los cálculos estructurales el programa de cálculo de puentes *Midas Civil*, excepto para ciertos modelos que ha sido necesario utilizar el programa de elementos finitos *Midas NFX* debido a restricciones de cálculo del primero.

Así mismo, para la generación de gráficos se ha utilizado el programa *Matlab*.

Ambos programas, *Matlab* y *Midas* han sido utilizados por el autor de este proyecto debido al amplio manejo y familiaridad que contaba con los mismos.

Se han utilizado principalmente 2 tipologías de puentes arco que constan de los siguientes elementos:

- Puente arco de tablero inferior: Formado por un tablero que transmite las cargas hacia el arco mediante una serie de péndolas que trabajan a tracción.
- Puente arco de tablero superior: Consta de un tablero que transmite las cargas hacia el arco mediante elementos de compresión como son las pilas.

3.2 Geometría y sección

Para cada uno de los elementos estructurales se utilizará la sección tipo que se detalla a continuación:

3.2.1 Arco

La sección del arco será rectangular hueca con la siguiente geometría:

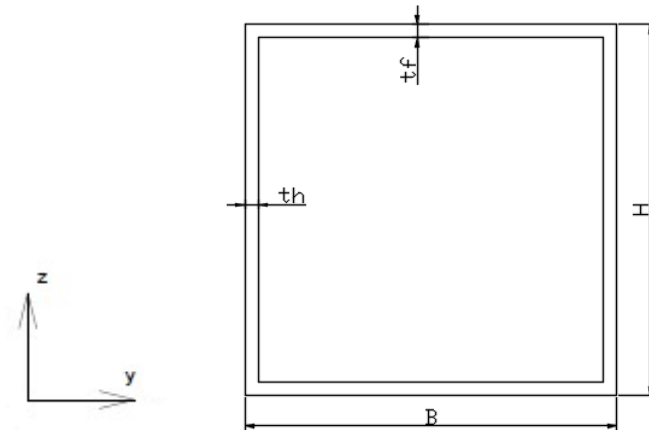


Figura 3.1 Sección tipo del arco

Dado que las cargas impuestas sobre la estructura (para todos los cálculos) son cargas repartidas en proyección horizontal, se ha optado por una directriz parabólica para la forma del arco de manera que se asemeje lo mejor posible a la forma antifunicular de las cargas.

3.2.2 Tablero

La sección del tablero será un perfil en cajón de pared vertical con la siguiente geometría:

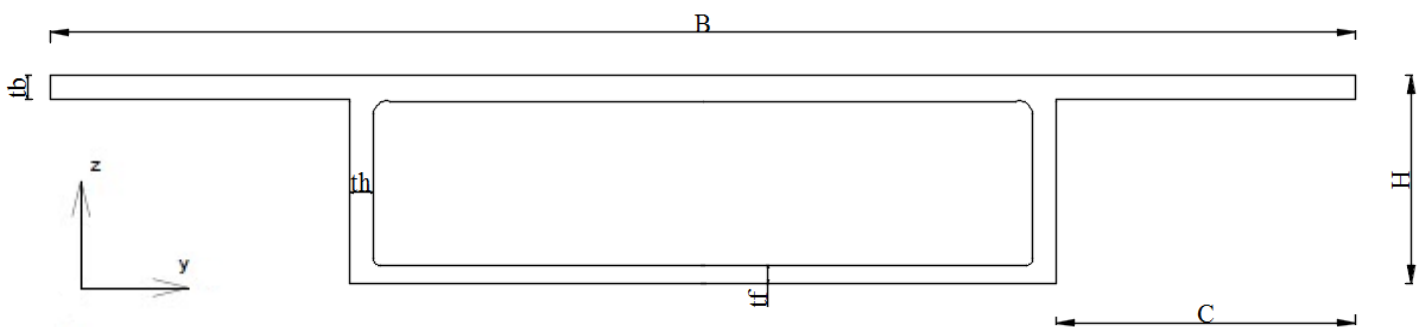


Figura 3.2 Sección tipo del tablero

3.2.3 Pilas

Las pilas están constituidas por perfiles rectangulares macizos de dimensiones $B \times H$

3.2.4 Péndolas

Las péndolas están formados por cordones que se modelan con un diámetro exterior de 10 cm.

Estas dimensiones, junto con los parámetros geométricos de luz L y flecha f se modificarán para cada modelo, con el objetivo de establecer relaciones comparativas entre sus propiedades y la carga de pandeo crítica.

También indicar que las secciones utilizadas en el presente proyecto para realizar el estudio han sido establecidas de acuerdo al amplio uso que se ha hecho de ellas en las numerosas construcciones de puentes arco de todo el mundo.

3.3 Material

El material utilizado para cada elemento estructural es el siguiente:

- Tablero, arco y pilas: Se ha utilizado un hormigón HP-40 que presenta las siguientes características:
 - Módulo de Elasticidad: 35.22 GPa
 - Densidad: 25 KN/m³
 - Coeficiente de Poisson: 0.2
- Péndolas: Se ha utilizado un acero Y1860S7 que presenta las siguientes características:
 - Módulo de Elasticidad: 195 GPa
 - Densidad: 76.98 KN/m³
 - Coeficiente de Poisson: 0.3

3.4 Valores de las acciones

3.4.1 Cargas permanentes

-Peso propio de la estructura

-Carga permanente sobre el tablero que incluye el peso del pavimento y de las barandillas. Dicha carga tomará un valor diferente en función del modelo de cálculo que se esté considerando (de acuerdo a las dimensiones de la sección) y surge de:

- Un valor de 1 KN/m para las barandillas
- Pavimento de 25KN/m³ con un espesor de 0.04 metros.

3.4.2 Sobrecarga de uso

Dado que los modelos de cálculo considerados consisten en puentes arco de 1 vano, se tomará como sobrecarga más desfavorable una carga repartida en proyección horizontal.

Al ser la única carga variable de importancia que se considerará en el cálculo, ésta estará asociada al coeficiente λ que multiplica a la matriz geométrica y cuyo valor desencadena el problema de pandeo.

Se ha empleado un valor de sobrecarga de uso correspondiente a puentes de carretera de 5 KN/m² descrita en el artículo 4.1.2.2 de la IAP-11 [10].

3.4.3 Acción del viento

Para la acción del viento se ha considerado a falta de datos más precisos un valor de 2 KN/m² en la dirección transversal.

3.5 Modelos de cálculo

Para la realización del estudio se han utilizado dos modelos diferentes de puentes arco (de tablero superior y de tablero inferior) además de incluir el propio arco exento.

Debido a la gran variedad de morfologías que pueden presentar este tipo de estructuras, se ha optado como criterio de elección para la realización de los modelos, aquellos puentes cuya morfología difiera lo menos posible de la estructura básica del arco, permitiendo así, realizar una comparativa mucho más exacta de los diferentes mecanismos resistentes frente al pandeo.

Con el objetivo de obtener la mejor precisión, se han utilizado elementos de 2 metros de longitud tanto para el arco como para el tablero, de manera que el efecto de la discretización no tenga una influencia considerable en el cálculo. Aunque se realizará una breve comparativa sobre el efecto que tiene la discretización en la carga crítica de pandeo para la estructura del arco, debido a su especial geometría.

- Arco exento:

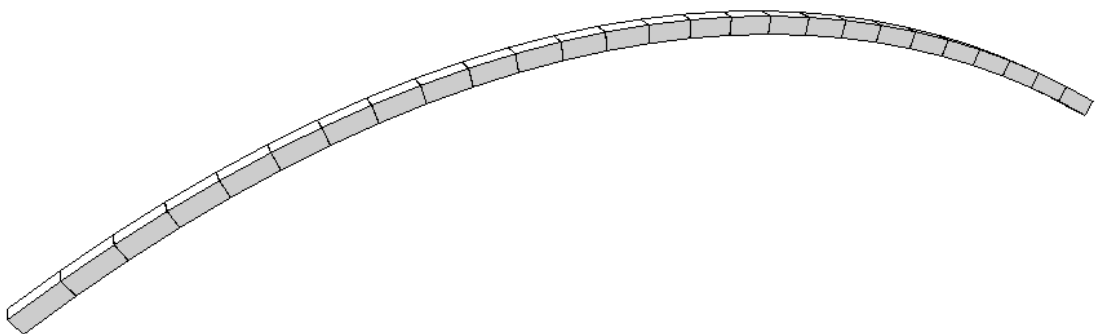


Figura 3.3 Modelización del arco

Para modelar el arco se ha utilizado un modelo de cálculo de directriz parabólica, ya que debido a las cargas actuantes, es la que mejor coincide con el antifunicular de las cargas.

- Puente arco de tablero inferior

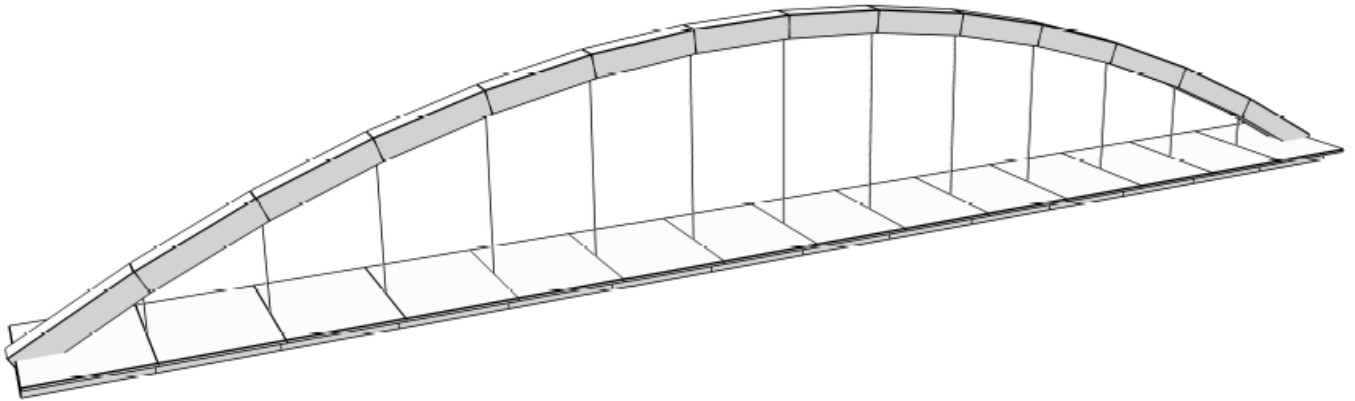


Figura 3.4 Modelo de cálculo del Puente arco de tablero inferior

El puente arco atirantado se modela con péndolas equiespaciadas cada 9 metros L_a .

$$n_p : \text{Número de péndolas} : \frac{L}{L_a}$$

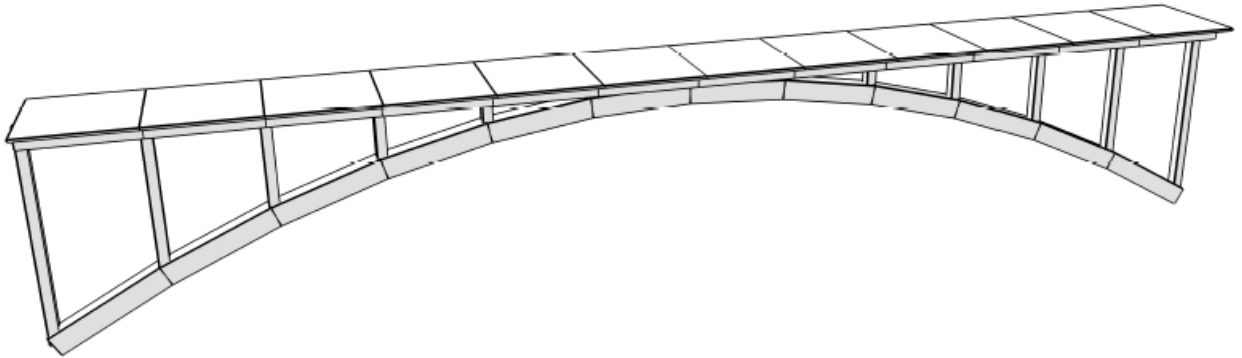
La coacción entre las péndolas y el resto de elementos estructurales (tablero y arco) se ha modelado como biarticulado, ya que obviamente al ser cables tensados no aportan ninguna rigidez a flexión.

El modelo establecido ha sido inspirado en un famoso puente arco de hormigón como es el Puente del Tercer Milenio en Zaragoza, pero del cual no se ha modelizado la abertura del arco hacia los estribos con el objetivo de no modificar la estructura propia del arco.



Figura 3.5 Puente del Tercer Milenio de Zaragoza

- Puente arco de tablero superior

*Figura 3.6 Modelo de cálculo del Puente arco de tablero superior*

A diferencia del caso anterior, la coacción establecida para las pilas del puente se ha modelado con empotramientos en ambos extremos, ya que éstas son estructuras rígidas que aportan una importante rigidez a flexión y torsión a la estructura.

El modelo utilizado ha sido inspirado en un sencillo puente arco de hormigón de gran esbeltez, como es el viaducto de los Tilos ubicado en las Islas Canarias.

*Figura 3.7 Viaducto de los Tilos (España) Construido Mediante hormigón. Se trata de la construcción más grande de Europa.*

Capítulo 4

Análisis estructural

4.1 Estudio del Mecanismo resistente

4.1.1 Introducción

Como ya se ha comentado anteriormente, uno de los objetivos iniciales de este proyecto antes de realizar el estudio en sí del comportamiento a pandeo de puentes arco, es elaborar un pequeño análisis estructural en pos de comprender el mecanismo resistente frente al pandeo de cada una de las diferentes tipologías de puentes arco [11].

La metodología a seguir para este análisis será calcular las cargas críticas de pandeo de cada uno de los modelos establecidos en el capítulo 3 (Puente arco de tablero superior, Puente arco de tablero inferior y arco exento).

Las cargas utilizadas son las definidas previamente en el capítulo 3.

4.1.2. Secciones y geometría

Las secciones utilizadas para cada uno de los elementos estructurales (de acuerdo a la sección tipo definida en el capítulo 3), tienen las siguientes dimensiones:

a) Arco

-tb: 0.15 m	- Área: 0.96 m ²
-th: 0.15 m	- I _{xx} : 0.585 m ⁴
-b: 2 m	- I _{zz} : 0.508 m ⁴
-h: 1.5 m	- I _{yy} : 0.317 m ⁴

b) Tablero

-tb: 0.2 m	- Área: 3.855 m ²
-th: 0.15 m	- I _{xx} : 4.49 m ⁴
-tf: 0.15 m	- I _{zz} : 37.84 m ⁴
-B: 12 m	- I _{yy} : 1.805 m ⁴
-H: 1.7 m	
-C: 2.5 m	

c) Péndolas

-d: 0.1 m

d) Pilas

-b: 1 m

-h: 0.9 m

- Área: 0.9 m²

- Izz: 0.075 m⁴

- Iyy: 0.0607 m⁴

El arco cuenta con una luz L de 120 metros y una flecha f de 18 metros dando un resultado, dada la longitud de equiespaciamento entre péndolas L_a , de 14 péndolas.

La longitud de las pilas y de las péndolas será la necesaria para conectar el arco con el tablero.

4.1.3. Análisis y resultados

Además de la carga crítica se ha considerado importante determinar la dirección del pandeo, si ocurre éste fuera o dentro del plano, y para ello se ha determinado la forma de pandeo correspondiente a dicha carga para cada modelo analizado.

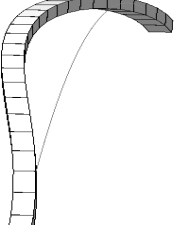
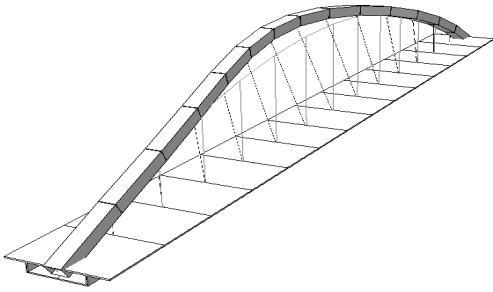
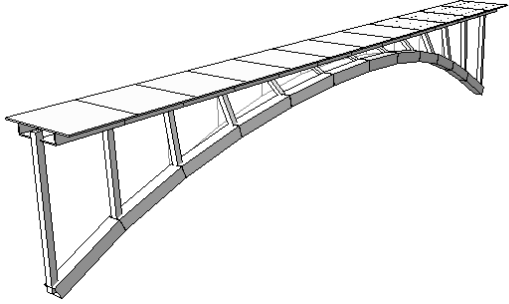
Modelo	Modo de Pandeo	Valor de la carga crítica (KN/m)
Arco exento		357.2
Puente arco atirantado		1263
Puente arco de tablero superior (biempotrado)		3060

Figura 4.1 Carga crítica y modo de pandeo de los diferentes modelos analizados

Al comparar la inestabilidad del arco exento con la del puente arco atirantado se observa que aunque ambos modos de pandeo son similares (pandeo fuera del plano), la solicitación que desencadena la inestabilidad es mucho más alta, casi 4 veces superior. Esto se debe en parte debido a que la colaboración del arco con el tablero aporta mucha rigidez a la estructura y de ahí que las cargas de pandeo sean mucho más altas. Pero para el caso de pandeo fuera del plano, además del aumento de rigidez, existe una contribución muy eficaz de las péndolas que tienden a retener el arco conforme se va deformando, desarrollando una importante componente horizontal cuyo estudio detallado se expone en este mismo capítulo (4.2)

Ocurre un mecanismo resistente totalmente diferente para el caso de puentes arco con tablero superior. El aumento considerable de la carga crítica de pandeo se debe en parte, como en el caso anterior, al aumento de rigidez al colaborar arco y tablero, pero fundamentalmente por la rigidez a torsión y flexión que aportan los pilares. Y es que si se dobla una de las dimensiones de estos pilares se consigue casi duplicar la carga crítica de pandeo (5116.2 KN/m).

Cosa bien diferente ocurre si la coacción de los pilares con los demás elementos estructurales (arco y tablero) fuera libre con respecto al giro, es decir, si los pilares estuvieran biarticulados. En este caso se originaría una fuerza desestabilizadora procedente de la carga de los pilares cuya dirección sería la misma que la deformación del arco. En este caso la carga crítica de pandeo sería de 89.7 KN/m, incluso inferior que la del propio arco exento.

4.2. Estudio de la fuerza en las péndolas

Para comprender de una manera más eficaz el comportamiento estructural de los puentes arco atirantados frente al pandeo y la contribución de las péndolas al mismo, se va a realizar un estudio de las fuerzas horizontales que aparecen en las péndolas a medida que se va produciendo el pandeo en la estructura.

4.2.1. Introducción y geometría

Como se ha indicado en apartados anteriores, uno de los principales motivos por los que se aumenta considerablemente la carga de pandeo en puentes arco atirantados frente a la carga de pandeo del propio arco aislado, además de considerar el aumento de rigidez por colaboración del tablero, se debe a la presencia de las péndolas que unen el arco con el tablero. Al producirse el pandeo fuera del plano las péndolas tienden a retener al arco generando unas fuerzas horizontales [12], que serán objeto de estudio.

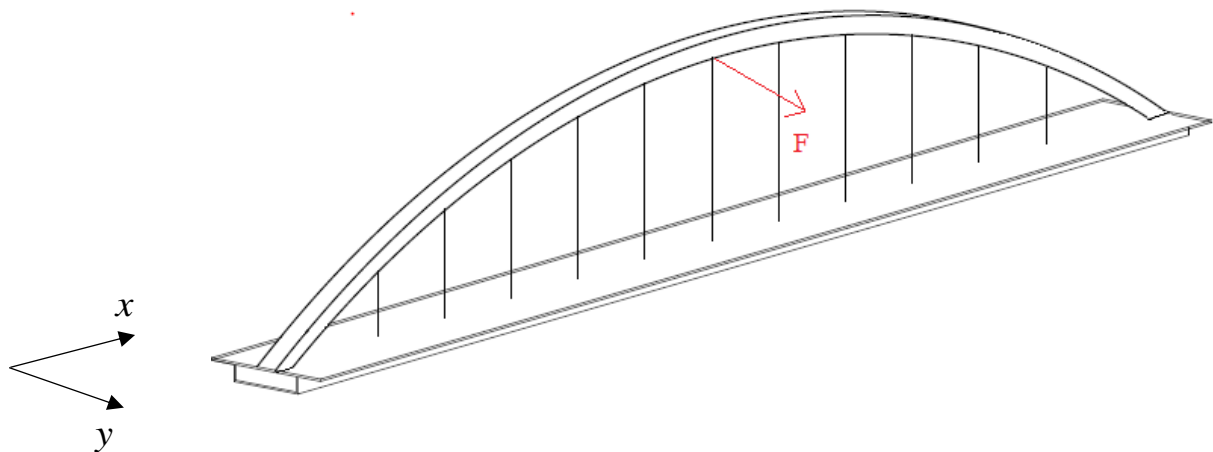


Figura 4.2 Dirección de la fuerza generada en las péndolas al retener el arco

Este estudio se ha realizado para un puente de 120 metros de luz, 18 metros de flecha y con las dimensiones de tablero, arco y péndolas ya predefinidas anteriormente.

4.2.2. Metodología de estudio

El pandeo es un fenómeno de inestabilidad que se produce en las estructuras cuando pierden toda su rigidez. Pero esto no ocurre de manera instantánea sino que se produce una pérdida progresiva de rigidez provocada por un aumento progresivo de la carga. Por lo que antes de que se produzca el fallo completo del puente atirantado, las péndolas habrán desarrollado una fuerza horizontal en función de la carga aplicada.

Ese es por tanto el objetivo principal de este estudio, obtener la distribución de la fuerza horizontal (F_h) generada en las péndolas a lo largo de la luz de la estructura mientras se va produciendo el pandeo, y obtener la evolución de la carga en cada péndola a medida que se incrementa la fuerza aplicada.

Para conseguir éste propósito ha sido necesario realizar un análisis de pandeo no lineal en el que se han establecido diferentes cargas máximas, de cada vez mayor valor, con el objetivo de ir provocando la inestabilidad en la estructura poco a poco e ir observando su evolución.

La metodología a seguir consistirá en el cálculo de la fuerza horizontal generada en cada uno de las péndolas al aplicar sobre la estructura una determinada carga, siempre menor que la carga crítica de pandeo (que para este problema en concreto ya se calculó anteriormente. $\rightarrow \lambda_1 = 1263 \text{ KN/m}$)

Para este análisis en concreto ha sido necesario utilizar el programa de elementos finitos Midas NFX.

4.2.3. Resultados

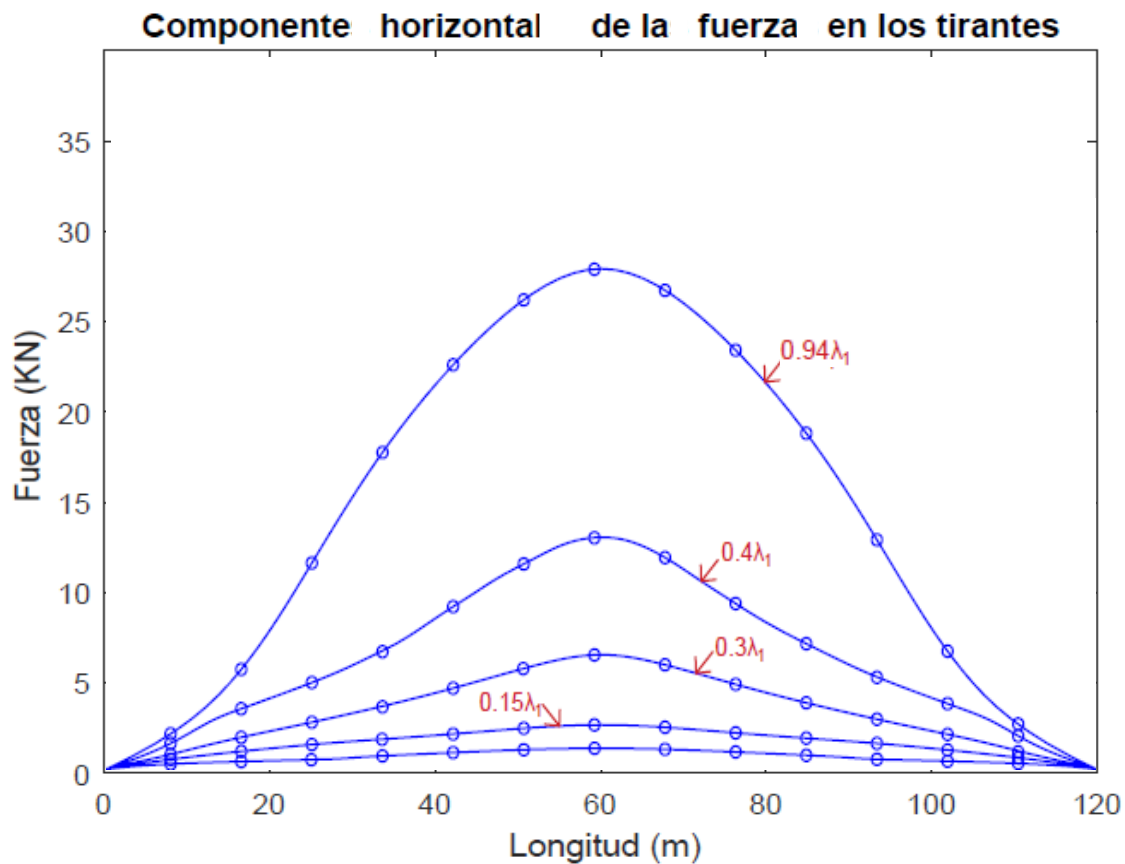


Figura 4.3 Evolución de la componente horizontal de la fuerza en las péndolas

La grafica anterior muestra la distribución de la fuerza horizontal en las péndolas (14 en total con una separación de 9 metros) a medida que se va produciendo el pandeo en la estructura. Se aplica progresivamente una mayor carga desde $0.1 \lambda_1$ a $0.94 \lambda_1$ (considerándose éste último valor lo suficientemente cercano a la carga de pandeo como para no seguir aumentándose).

La diferencia entre la péndola más cargada (la central) y la menos cargada (la del extremo) es mínima para una carga de $0.1 \lambda_1$, debido a que la inestabilidad producida es pequeña. En cambio para una carga cercana a la de pandeo $0.94 \lambda_1$ se observa una gran inestabilidad en la estructura alcanzándose un pico de fuerza en la péndola central de 28.2 KN, aproximadamente unas 12 veces superior a la fuerza que experimenta la péndola menos cargada.

De esto se deduce que mientras va evolucionando la estructura hacia el pandeo, la péndola central es la que desarrolla una mayor fuerza para retener al arco (lo que concuerda perfectamente con la geometría del puente), teniendo dicha fuerza un claro carácter no lineal, aumentando casi exponencialmente para cargas cercanas a la de pandeo. En el siguiente gráfico se puede apreciar perfectamente dicho fenómeno.

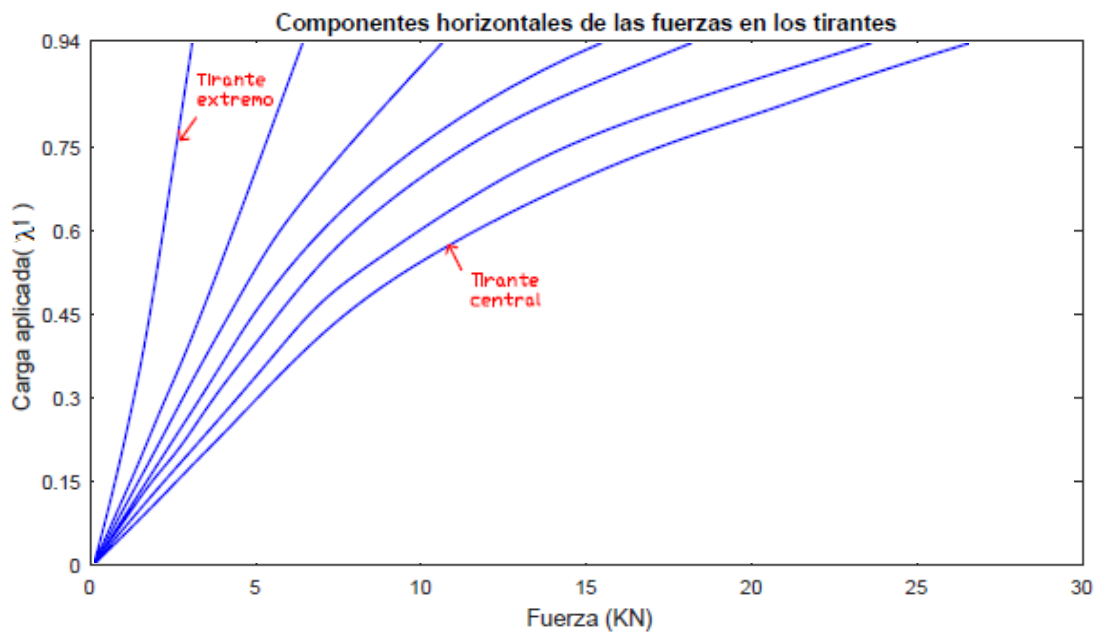


Figura 4.4 Evolución de la fuerza horizontal en las péndolas

Se observa como la evolución de la fuerza que desarrolla la primera péndola con respecto a la carga aplicada tiene una relación casi lineal, mientras que a medida que la péndola se aproxima al centro del puente dicha relación adquiere un carácter exponencial.

Capítulo 5

Arco exento

Realizar previamente el estudio de inestabilidad para el arco exento [13] ayudará mucho a comprender como es la evolución de la carga de pandeo al añadir elementos que aporten una mayor inercia y/o superficie, tales como el propio tablero del puente, las péndolas para el caso de puentes atirantados y las pilas para el caso de puentes con tablero superior.

Es por ello que, antes de realizar el estudio para los diferentes tipos de puentes, se ha considerado muy necesario realizarlo previamente para la estructura esencial de éstos, como es el arco, con el objetivo de aislar su contribución.

Se han utilizado para el arco las dimensiones establecidas en el capítulo 4 de análisis estructural, excepto para aquellos resultados en los que sea necesario modificar dichas dimensiones, que se presentarán en tablas contiguas a los gráficos obtenidos.

5.1 Influencia de las condiciones de contorno

A continuación se presenta la distribución de la carga crítica de pandeo en función de la relación Flecha-Luz para arcos con diferentes tipos de coacción en los estribos [14] (arcos biempotrados y arcos biapoyados).

Como ya se comentó en el capítulo 3 el valor de la carga crítica de pandeo será el correspondiente a la sobrecarga que produciría la inestabilidad en la estructura, al considerarse como única carga variable de importancia en el cálculo.

Se han utilizado modelos de arco cuyas luces varían entre los 60 y 240 metros.

El caso particular de arcos con una relación Flecha-Luz igual a 0 no se ha considerado en el cálculo, ya que sería el ejemplo correspondiente a una barra recta y por tanto no pertenece al objetivo considerado en este proyecto.

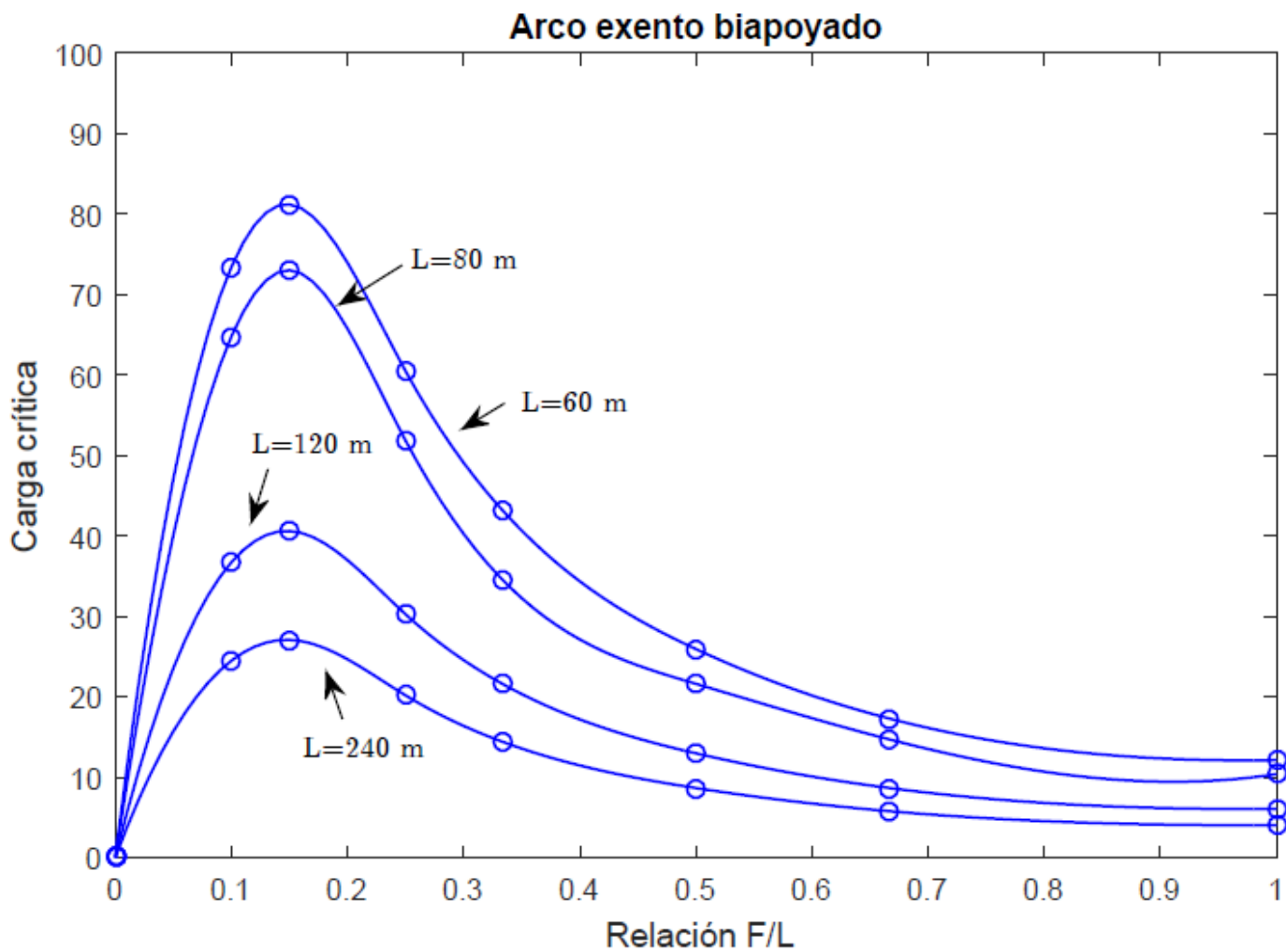


Figura 5.1 Relación Flecha-Luz para arco biapoyado

Del gráfico se deduce que la carga crítica de pandeo aumenta hasta alcanzar un máximo para una relación Flecha-Luz aproximadamente de 0.15 y luego decrece hasta alcanzar un valor casi asintótico.

Dicho máximo se mantiene prácticamente para cualquier rango de luz utilizado para el cálculo.

Se puede observar perfectamente que a mayor luz, la carga crítica de pandeo se reduce drásticamente, deduciéndose de este hecho que cuánto más peraltado sea el arco, debido a su geometría, menores son los esfuerzos axiales que sufre y por consecuencia mayor será la carga crítica de pandeo.

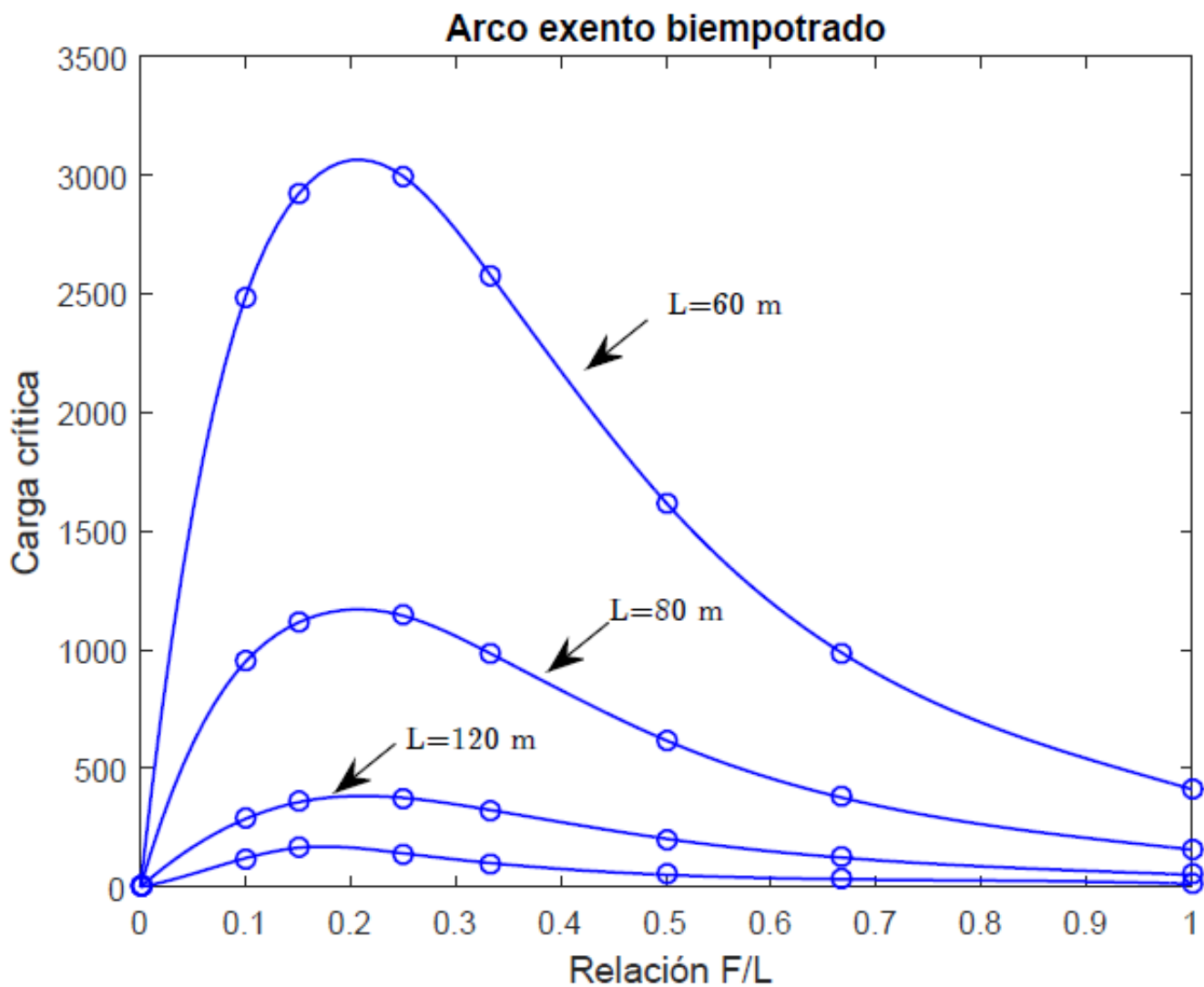


Figura 5.2 Relación Flecha-Luz para arco biempotrado

Para el caso de arcos biempotrados el máximo de la carga crítica de pandeo se da para una relación Flecha-Luz entre 0.2 y 0.25.

De aquí se puede deducir la primera conclusión sobre la influencia de las condiciones de contorno en la carga crítica de pandeo, ya que en éste último caso, debido a que se genera una forma de pandeo del arco más resistente, permite aumentar la relación Flecha-Luz para la cual dicha carga alcanza su máximo.

Observando la magnitud de las cargas críticas de pandeo y comparando con el resultado anterior se puede deducir la enorme inestabilidad que se produce en este tipo de estructuras al permitir el libre giro en los estribos sin ningún tipo de coacción. Además el aumento de la carga crítica al reducir la luz del arco se acentúa mucho más para el caso de arcos biempotrados, donde la diferencia de carga máxima entre el arco de menor luz con respecto al de mayor es casi 10 veces superior.

No es casualidad que los grandes puentes arco de hormigón se hayan diseñado para relaciones Flecha-Luz cercanas al máximo. Como es el caso del Viaducto de los Tilos, del cual ya se comentó en el capítulo 3 por ser el referente utilizado para la modelización del puente arco de tablero superior en este proyecto.

5.2 Carga crítica lineal vs No lineal

Con el objetivo de observar la influencia que se produce en la carga crítica realizar los diferentes tipos de análisis de pandeo, se ha establecido un gráfico comparativo en el que se muestra la relación Flecha-Luz para diferentes modelos de arcos biempotrados, mediante cálculo lineal y cálculo no lineal.

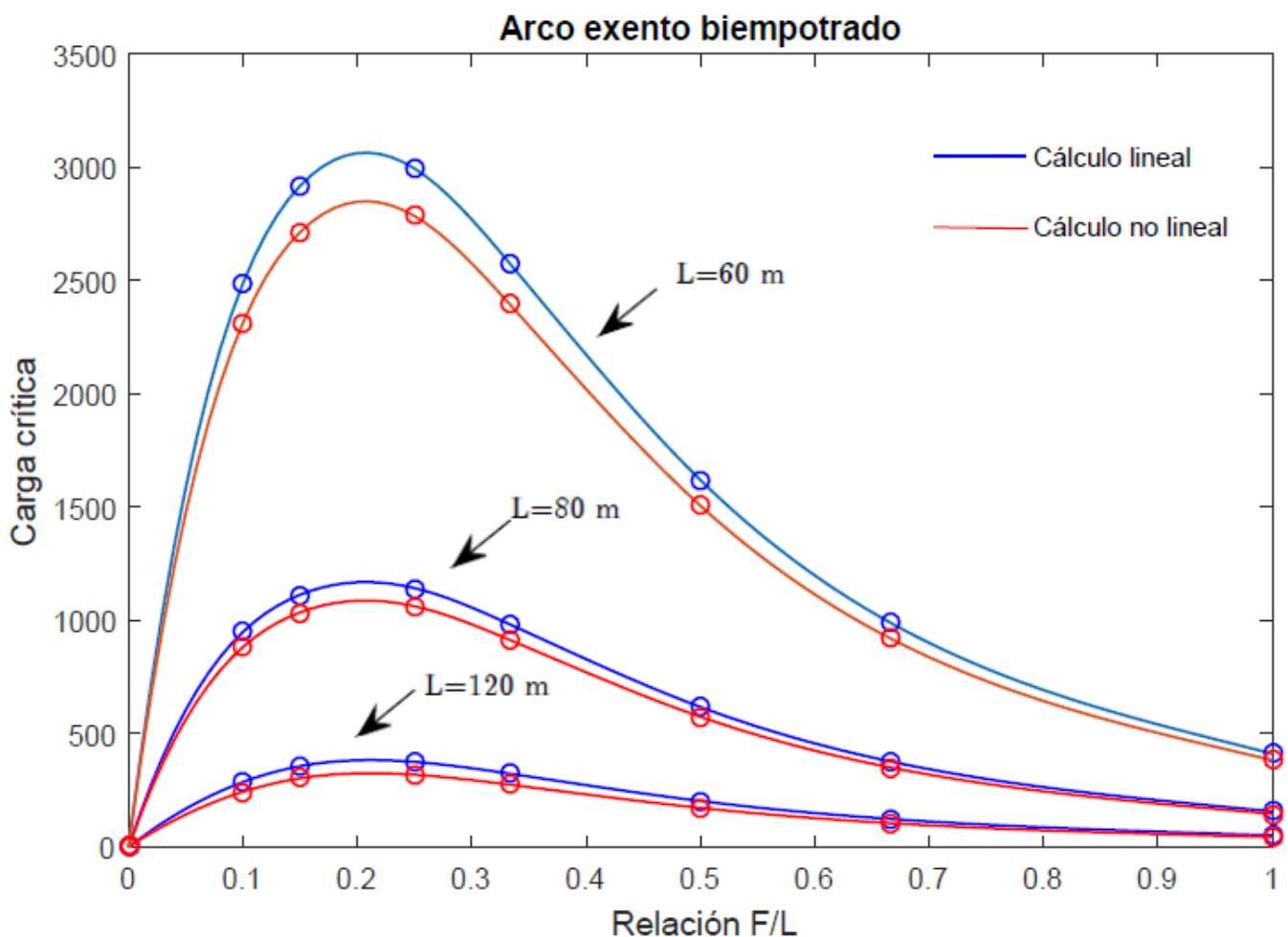


Figura 5.3 Comparación de carga crítica lineal y no lineal

Como se aprecia en la figura las cargas críticas de pandeo calculadas mediante análisis no lineal son sensiblemente menores en todos los casos a las calculadas mediante análisis lineal.

El cambio de rigidez provocado por la deformación del arco al acortarse, se deriva en un aumento de los esfuerzos axiales y los momentos. Debido a la propia geometría del arco, éste aumento de los axiales será menor cuanto más peraltado sea el mismo. De modo que cuanto más relación flecha-Luz presente el arco, menor diferencia de carga crítica se producirá entre los dos tipos de análisis.

A continuación se presenta una tabla que muestra las diferencias porcentuales de la carga crítica con respecto a los dos tipos de análisis para los modelos calculados:

Diferencia porcentual entre análisis lineal y no lineal			
Relación F/L	L=60 m	L=80 m	L=120 m
0.1	8.75	8.55	8.59
0.15	8.4	8.32	8.39
0.25	8.12	8.033	8.24
0.33	7.63	7.66	7.7
0.5	7.1	6.92	7.03
0.66	6.55	6.71	6.1
1	4.5	4.7	4.8

Tabla 5.1 Diferencia porcentual entre análisis lineal y no lineal

Como se puede observar en la tabla anterior, las diferencias entre los dos tipos de análisis disminuyen al aumentar la relación Flecha-Luz, tal y como se explicó previamente.

5.3 Efecto de la sección variable

En la gran mayoría de los arcos de hormigón que se construyen, se suelen aumentar los espesores de la sección cerca de los estribos, debido al gran aumento de los esfuerzos de flexión que se producen en dicha zona.

Por ello se ha querido estudiar la influencia que produce en la carga crítica de pandeo el aumento los espesores de la sección.

Dicho aumento se ha modelado con una variación lineal desde el estribo (dimensiones máximas) hasta una tercera parte del semiarco considerado (dimensiones mínimas), tal y como se establece en las numerosas fichas técnicas de puentes arco de hormigón consultadas.

Las dimensiones del arco a considerar serán:

Dimensión estribo

-H:1.5 m
-B:2 m
-th:0.25 m
-tf:0.25 m

Dimensión estándar

-H:1.5 m
-B:2 m
-th:0.15 m
-tf:0.15 m

Carga crítica de pandeo Arco biempotrado con aumento de sección

Relación F/L	L=60 m	L=80 m	L=120 m	L=240 m
0.1	2609.5	991.48	300.1	126.13
0.15	3062.8	1166	373.01	171.86
0.25	3145.02	1197.46	393.4	147.8
0.33	2708.7	1031.5	339.5	105.242
0.5	1707.5	649.4	213.46	53.8
0.66	1043.7	396.85	130.13	34.5

Tabla 5.2 Carga crítica para arco biempotrado con aumento de sección

Diferencia porcentual entre secciones

Relación F/L	L=60 m	L=80 m	L=120 m	L=240 m
0.1	4.87	4.4	4.23	3.85
0.15	4.91	4.64	4.41	3.94
0.25	4.96	4.71	4.63	4.07
0.33	5.1	4.86	4.71	4.2
0.5	5.34	4.96	4.87	4.35
0.66	5.5	5.1	4.96	4.67

Tabla 5.3 Diferencia porcentual de la carga crítica debido al aumento de sección

Como se deduce de la tabla anterior el aumento de la carga crítica de pandeo se acentúa al aumentar la relación flecha-luz del arco, ya que como se explicó anteriormente, al ser más

peraltado un arco menores son los esfuerzos axiales que sufre y por tanto la influencia del aumento de la sección será mayor.

Como se observa el ensanchamiento del arco cerca de los estribos no produce un aumento notable en la carga crítica de pandeo (un máximo de hasta un 5.5 % para el arco de Luz=60 m y relación F/L de 0.66), por tanto su función se reduce meramente a resistir los esfuerzos de flexión que se generan en dicha zona.

Cosa bien diferente ocurriría si ese aumento de la sección se produjese en la zona más crítica de pandeo de un arco, el centro del mismo, pero que por razones constructivas y funcionales difícilmente se plantea llevarse a la práctica.

Aunque existen algunas soluciones de puentes arco que han adoptado el esquema anterior y con el objetivo de controlar la inestabilidad lateral del puente se ha aumentado la sección del arco en clave, resultando más estrecho en la zona de arranques, como es el ejemplo del puente arco sobre el río Júcar en Valencia.



Figura 5.4 Puente arco con aumento de sección sobre el río Júcar

5.4 Relación entre Inercias

Como ya se mostró en el capítulo 2, la inestabilidad fuera del plano para un arco depende de la rigidez a torsión y flexión lateral del mismo, además de su radio de curvatura.

Es por ello que con el objetivo de visualizar la influencia que dichas rigideces tienen sobre la carga crítica de pandeo, se han calculado diversos modelos en los que se han modificado las dimensiones del propio arco para conseguir diferentes relaciones entre rigideces, presentando los resultados en función de la relación flecha-luz. Los resultados han sido obtenidos para modelos de luz=120 m.

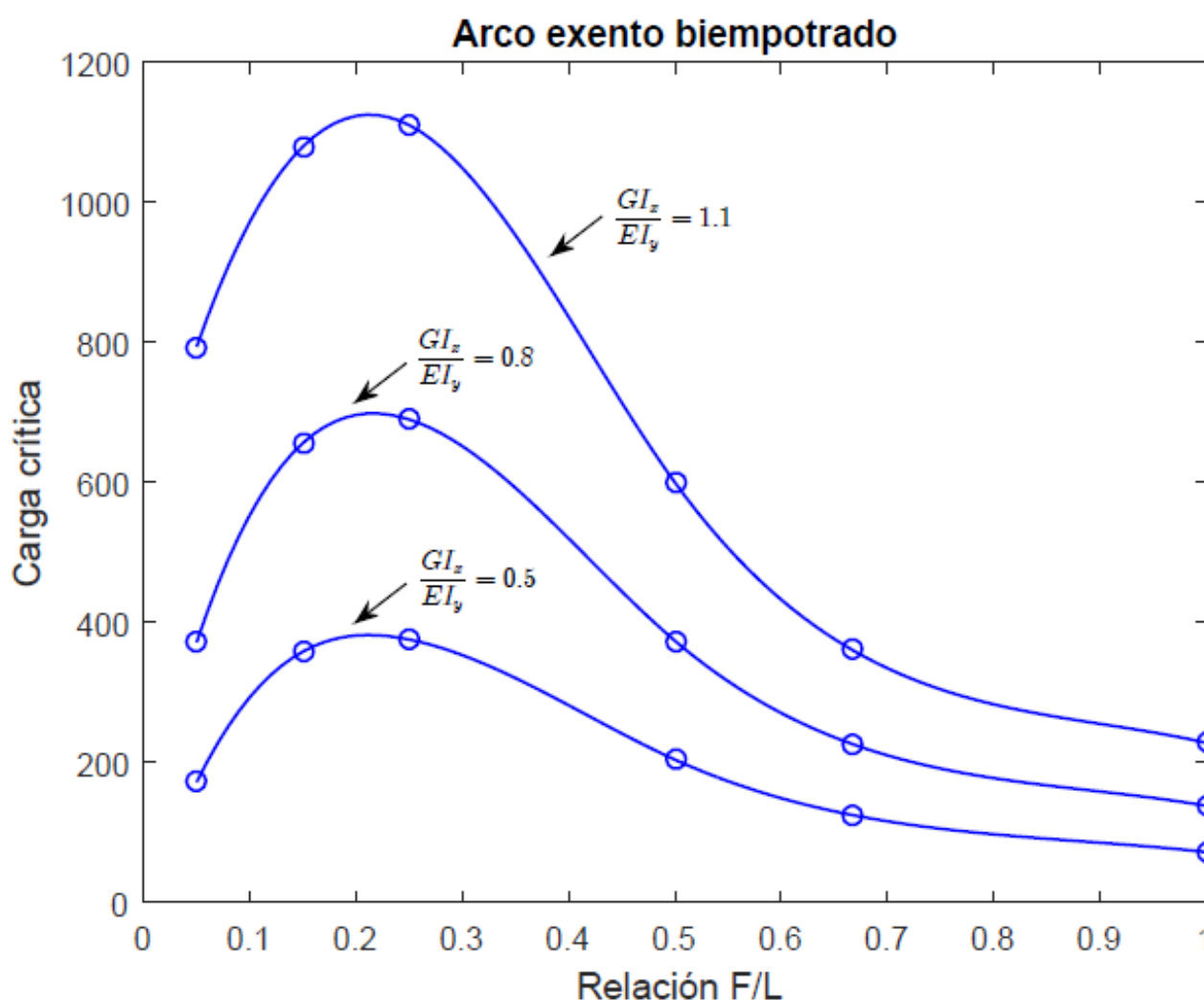


Figura 5.5 Carga crítica en función de la relación entre la inercia a torsión y flexión

Como se observa en el gráfico anterior, cuánto mayor es la relación entre la rigidez torsional y la rigidez a flexión transversal del arco mayor es la carga crítica de pandeo.

Dicha relación muestra un claro carácter no lineal, ya que como se puede deducir de la figura anterior, un aumento del doble de la relación entre rigideces, produce un incremento 4 veces superior de la carga crítica.

A continuación se muestran las dimensiones del arco utilizadas para la resolución de los cálculos anteriores, así como sus propiedades de inercia a flexión y torsión:

Carga crítica en función de la relación entre inercias de un arco (Luz =120 m)								
Flecha (m)	B (m)	H (m)	tf (m)	th (m)	I_x (m ⁴)	I_y (m ⁴)	GI_x/EI_y	Carga crítica (KN/m)
6	1.5	2	0.15	0.15	0.5847	0.507	0.503	171.84
18	1.5	2	0.15	0.15	0.5847	0.507	0.503	358.44
30	1.5	2	0.15	0.15	0.5847	0.507	0.503	375.6
60	1.5	2	0.15	0.15	0.5847	0.507	0.503	203.94
80	1.5	2	0.15	0.15	0.5847	0.507	0.503	124.8
120	1.5	2	0.15	0.15	0.5847	0.507	0.503	72
6	3	2.5	0.2	0.2	1.77	0.894	0.804	371.64
18	3	2.5	0.2	0.2	1.77	0.894	0.804	656.4
30	3	2.5	0.2	0.2	1.77	0.894	0.804	690
60	3	2.5	0.2	0.2	1.77	0.894	0.804	373.8
80	3	2.5	0.2	0.2	1.77	0.894	0.804	226.2
120	3	2.5	0.2	0.2	1.77	0.894	0.804	138
6	4.5	2.25	0.18	0.18	3.61	1.42	1.095	793.8
18	4.5	2.25	0.18	0.18	3.61	1.42	1.095	1080
30	4.5	2.25	0.18	0.18	3.61	1.42	1.095	1110.6
60	4.5	2.25	0.18	0.18	3.61	1.42	1.095	600
80	4.5	2.25	0.18	0.18	3.61	1.42	1.095	360.6
120	4.5	2.25	0.18	0.18	3.61	1.42	1.095	228

Tabla 5.4 Dimensiones del arco utilizadas para el cálculo de la carga crítica en función de la relación entre inercias.

El estudio de la interacción entre las rigideces a torsión y flexión lateral de un arco y su influencia en la carga crítica de pandeo, ha sido un tema previamente estudiado por algunos autores como Tokarz y Sandhu [15], que calcularon la carga crítica de pandeo lateral para arcos metálicos biempotrados y biapoyados de directriz parabólica, aunque para secciones diferentes de las utilizadas en este proyecto.

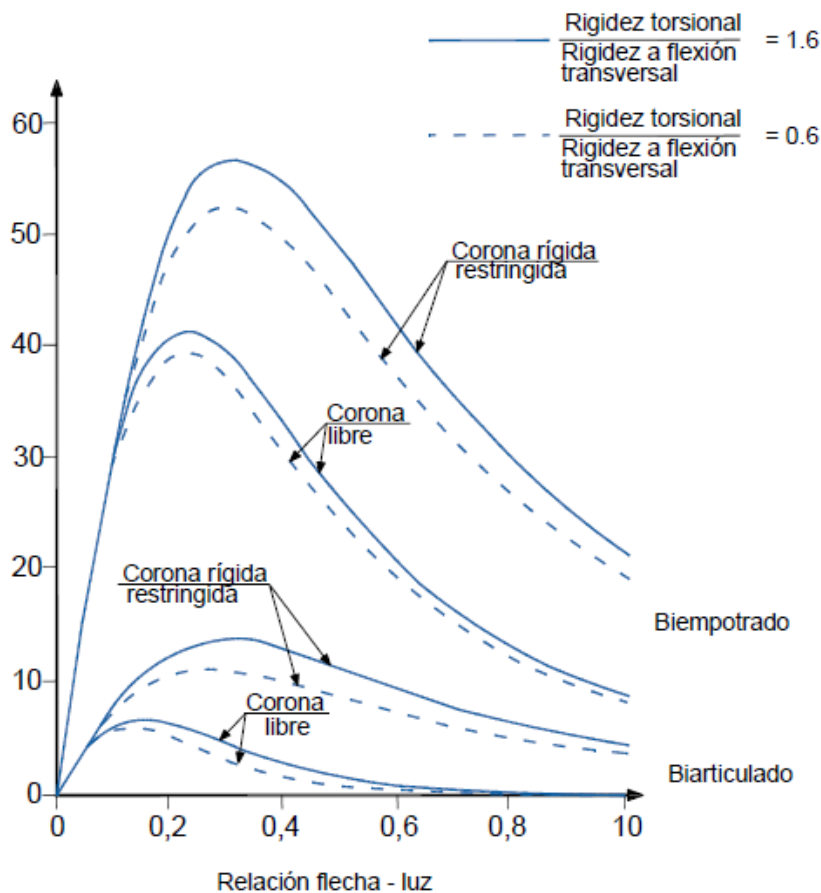


Figura 5.6 Resultados obtenidos por Tokarz y Sandhu (relación entre inercias)

Como se observa, los resultados de ambos autores son muy parecidos a los obtenidos en este proyecto, mostrando una distribución muy similar de la carga crítica en función de la relación flecha-luz.

5.5 Influencia de la discretización

En los programas de elementos finitos es muy común que solo puedan utilizarse elementos rectos para analizar cualquier tipo de estructura. Por lo que para representar modelos de geometría curva como el arco, se utilizan sucesivos elementos rectos de manera que adopten la geometría requerida.

Es por ello que con el objetivo de determinar la influencia que tiene la discretización sobre la carga crítica de pandeo se han calculado diversos modelos de arcos con un número creciente de elementos utilizados.

Como se puede apreciar en la siguiente imagen, cuanto mayor es el número de elementos utilizados en el modelo, mayor es la precisión con la que se adopta la geometría.

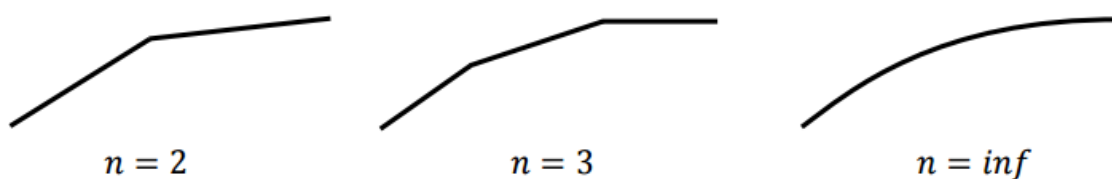


Figura 5.7 Influencia de la discretización en un elemento curvo

A continuación se muestran los cálculos realizados para un arco de luz=120m y flecha=18m.

Nº Elementos	Carga crítica(KN/m)	Diferencia (KN/m)	% Diferencia
3	368,1	9,72	2,71
4	364,98	6,6	1,84
5	362,64	4,26	1,19
10	359,34	0,96	0,27
15	358,74	0,36	0,10
20	358,44	0,06	0,02
30	358,38	0	0,00
35	358,38	0	0,00

Tabla 5.5 Carga crítica de un arco en función de su discretización

El efecto que la discretización tiene sobre la carga crítica de pandeo de un arco no es de gran influencia, ya que como se observa las diferencias obtenidas no son excesivamente grandes, siendo menores del 3% para el elemento menos discretizado.

Los resultados reflejan que para un número de elementos igual a 30 se consigue estabilizar la solución. Por lo que teniendo en cuenta la luz más pequeña utilizada para los modelos de cálculo (60 m), se obtiene que utilizando elementos de 2 metros de longitud se consiguen eliminar los efectos que la discretización tiene sobre el cálculo de la carga crítica, explicando así, porqué se eligió dicho tamaño de elemento en el capítulo 3.

5.6 Carga no simétrica

Como ya se introdujo en el capítulo 3, la sobrecarga más desfavorable para el cálculo de la inestabilidad es aquella repartida a lo largo de toda la estructura, carga para la cual, la directriz adoptada por el arco presenta la forma del antifunicular de las cargas.

Sin embargo la aplicación de cargas no simétricas, de manera que la directriz del arco se aleje de la forma antifunicular, originan unos importantes esfuerzos de flexión que favorecen la inestabilidad en la estructura.

Con el objetivo de estudiar la influencia que produce la aplicación de cargas no simétricas sobre la inestabilidad del arco, se van a calcular las cargas críticas de pandeo para diferentes estados de carga, siendo éstos:

- Carga uniformemente repartida a lo largo de todo el arco: A (antifunicular)
- Carga uniformemente repartida en uno de los semiarcos: B
- Carga uniformemente repartida en uno de los semiarcos incrementando progresivamente la carga en el otro: C, tal y como se muestra en el siguiente esquema:

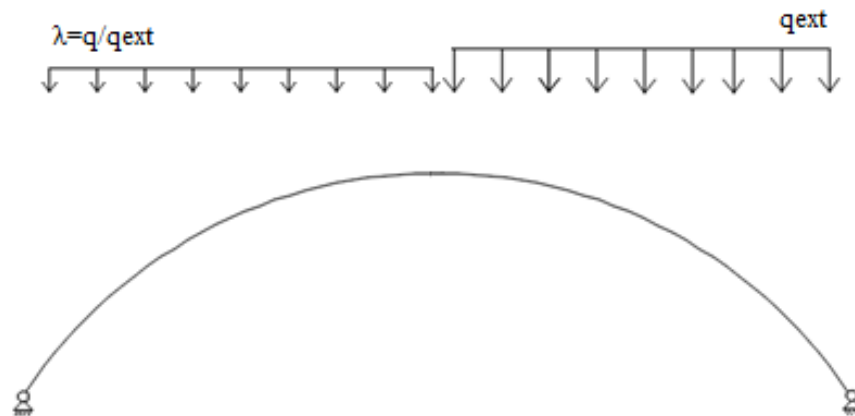


Figura 5.8 Esquema de carga no simétrica aplicada sobre el arco

Los resultados obtenidos para los diferentes estados de carga se muestran en la siguiente tabla:

Estado de carga	Factor de carga	Carga total que produce la inestabilidad (KN)
A	5,973	43005.6
B	10,45	37620
C $\lambda=0.25$	8,829	39730.5
C $\lambda=0.5$	7,626	41180.4
C $\lambda=0.75$	6,74	42104.2

Tabla 5.6 Comparación de la inestabilidad para carga no simétrica

Como se observa en la tabla anterior, el estado de carga correspondiente a una carga uniformemente repartida a lo largo de todo el arco, es el que presenta el menor valor del factor de carga crítica, siendo por tanto más desfavorable para el cálculo de la inestabilidad.

Sin embargo si se calcula la carga total aplicada sobre la estructura necesaria para que se produzca el fenómeno de inestabilidad, ésta alcanza el menor valor para el caso correspondiente a una carga repartida sobre uno de los semiarcos, que sería la situación que generaría mayores esfuerzos de flexión. A medida que se aumenta la carga sobre el otro semiarco los esfuerzos de flexión comienzan a compensarse y la carga total necesaria para que se desencadene el problema de pandeo aumenta.

Por tanto podría concluirse que la aparición de los esfuerzos de flexión como consecuencia de directrices alejadas de la forma antifunicular, favorecen en gran medida el fenómeno de pandeo reduciendo consecuentemente la carga para la cual se alcanza.

5.7 Resumen

- La evolución de la carga crítica de pandeo en función de la relación flecha-luz presenta un valor máximo, influenciado notablemente por las condiciones de contorno existentes en el arco.
- El análisis no lineal proporciona unos valores de carga crítica siempre inferiores a los calculados mediante análisis lineal. Siendo esta diferencia menor con el aumento de la relación flecha-luz en el arco.
- El aumento de sección que se diseña para el arco en la zona de arranques no tiene una influencia considerable en la inestabilidad de la estructura. En cambio este aumento si sería de consideración en la zona central del arco.
- Una adecuada relación entre las rigideces a flexión y torsión del arco permite controlar el fenómeno de inestabilidad lateral en el mismo. La carga crítica de pandeo aumenta con la relación entre la inercia a torsión y flexión del arco.
- La discretización en el dominio del modelo del arco no tiene una influencia considerable en la carga crítica de pandeo.
- La aplicación de cargas no simétricas sobre el arco, originando importantes esfuerzos de flexión en el mismo, aumenta el riesgo de inestabilidad reduciendo la carga crítica para la cual se produce dicho fenómeno.

Capítulo 6

Puente arco de tablero inferior

La principal característica de esta tipología de puentes es que debido a su mecanismo resistente, el arco no transmite cargas horizontales a la cimentación al estar atirantado en el tablero.

De acuerdo a la posición relativa de las péndolas con respecto al arco y tablero se pueden presentar diversas morfologías:

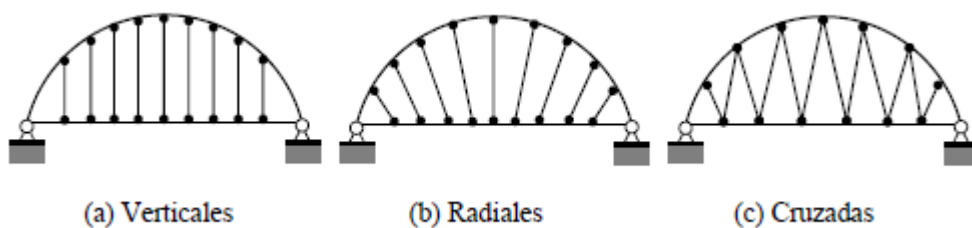


Figura 6.1 Tipos de Péndolas

Pero cuya influencia en la carga crítica de pandeo es despreciable y por tanto se utilizarán únicamente péndolas verticales por ser las más adecuadas para las cargas empleadas.

La funcionalidad de este tipo de estructuras está sujeta a una adecuada relación de inercias entre el arco y el tablero que determina la respuesta resistente del conjunto. Así, se pueden encontrar puentes arco de tablero inferior con arcos flexibles y tableros rígidos y viceversa.

Por otro lado la inercia horizontal y la rigidez a torsión del conjunto arco-tablero se enfrentan con el problema de la inestabilidad y las acciones de viento a resistir, que son factores muy a tener en cuenta a la hora de diseñar una adecuada relación entre las rigideces arco-tablero.

Es muy común dotar de una gran inercia vertical al propio tablero con el objetivo de controlar el pandeo en el plano mediante la interacción arco-tablero. A su vez, la inestabilidad lateral se controla mediante arriostramientos transversales para el caso de puentes de doble arco, por lo que para el caso del modelo de estudio, de arco único, la inestabilidad lateral vendrá

controlada por una adecuada relación de inercias arco-tablero, además de la componente transversal que producen las péndolas cuando el arco se empieza a salir del plano, como ya se ha estudiado en el capítulo 4.

Las dimensiones de las secciones utilizadas a lo largo de este capítulo para la resolución de los diversos modelos son las presentadas en el capítulo 4, excepto para aquellos resultados en los que sea necesario modificar dichas dimensiones que se presentarán en tablas contiguas a los gráficos obtenidos.

6.1 Relación flecha-luz

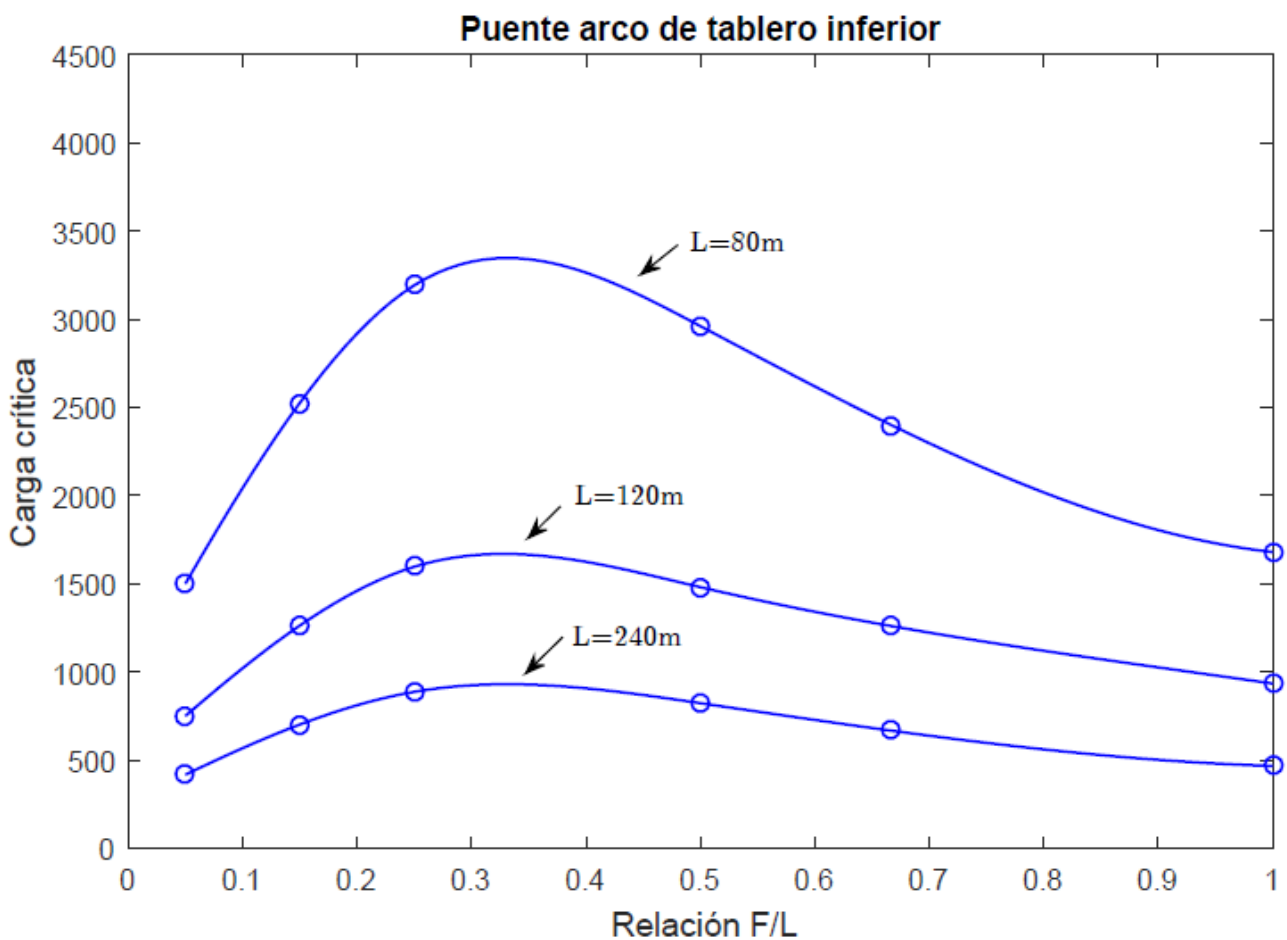


Figura 6.2 Relación Flecha-Luz puente arco de tablero inferior

La distribución de la carga crítica de pandeo para puentes arco de tablero inferior sigue el mismo esquema que con respecto a la del arco exento, presentando un máximo y posteriormente decreciendo hasta un valor casi asintótico.

Sin embargo la interacción del tablero provoca que dicho máximo sea menos acusado, presentando una distribución mucho más suave que para el caso del arco exento.

Se produce también un desplazamiento de la relación flecha-luz para el cual se alcanza el valor máximo de la carga crítica de pandeo, produciéndose en este caso para una relación de aproximadamente 0.35, difiriendo de los 0.25 para el cual se alcanzaba en el arco exento.

También se puede observar, como ya ocurría para el arco exento, que a mayor luz de la estructura mayor esbeltez, y por tanto más riesgo de pandeo disminuyendo el valor de la carga crítica.

6.2 Relación de Inercias

Como se ha comentado anteriormente, la inestabilidad lateral de puentes arco de tablero inferior depende fundamentalmente de una adecuada relación entre las inercias a torsión y flexión transversal, además de la inercia horizontal del conjunto arco-tablero. Es por ello que se van a estudiar las influencias que dichas relaciones tienen sobre la carga crítica de pandeo.

A continuación se muestra una gráfica en la que se representa la evolución de la carga crítica de pandeo en función de la relación entre la inercia a torsión y la inercia a flexión transversal del arco $\frac{GI_x}{EI_y}$.

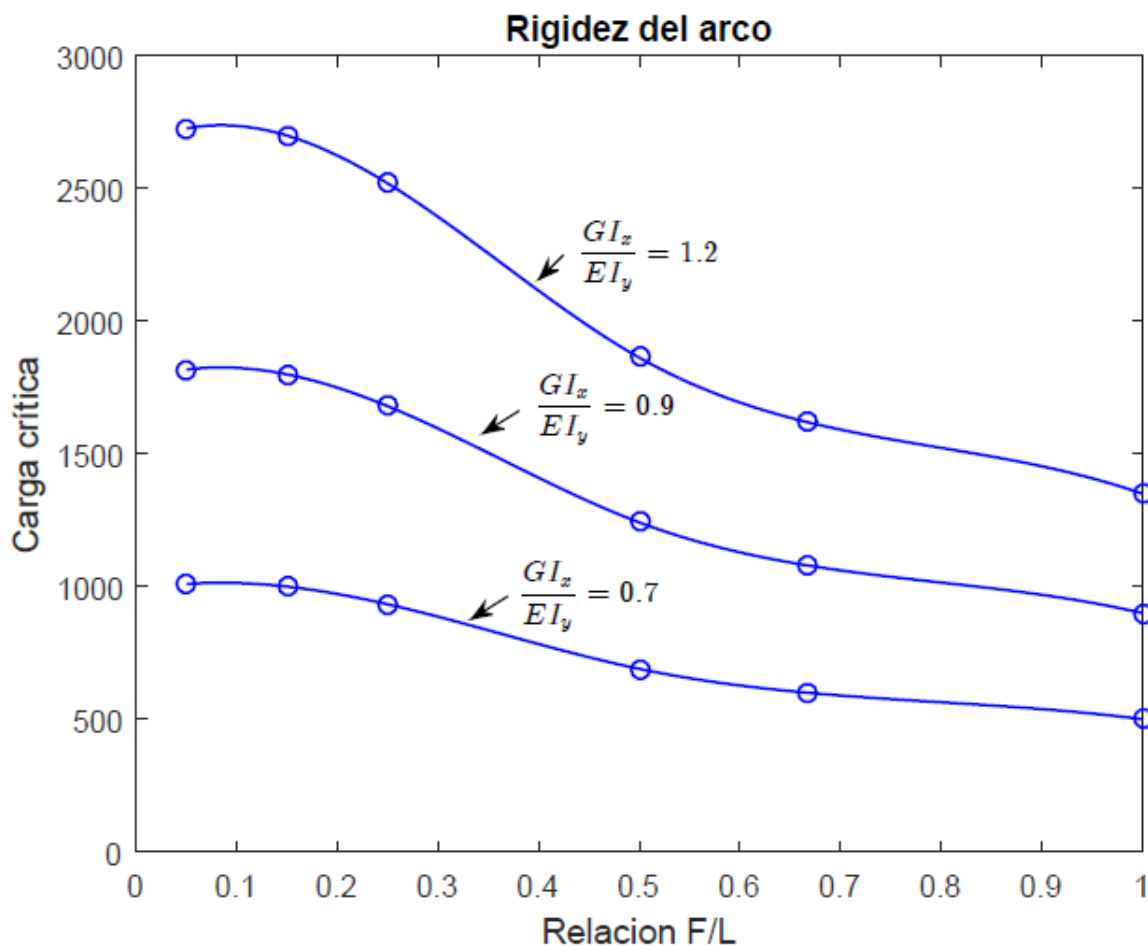


Figura 6.3 Relación inercia torsión-flexión para puente arco de tablero inferior

En la tabla siguiente se presentan las dimensiones del arco utilizadas para la resolución de los cálculos anteriores, así como sus propiedades de inercia a flexión y torsión:

Carga crítica en función de la relación entre inercias de un Puente arco atirantado (Luz =120 m)								
Flecha (m)	B (m)	H (m)	tf (m)	th (m)	I_x (m ⁴)	I_y (m ⁴)	GI_x/EI_y	Carga crítica (KN/m)
6	2.75	2	0.15	0.15	1.35	0.77	0.708	1010.5
18	2.75	2	0.15	0.15	1.35	0.77	0.708	1001.2
30	2.75	2	0.15	0.15	1.35	0.77	0.708	933.5
60	2.75	2	0.15	0.15	1.35	0.77	0.708	690.6
80	2.75	2	0.15	0.15	1.35	0.77	0.708	610.7
120	2.75	2	0.15	0.15	1.35	0.77	0.708	506.9
6	3	2.5	0.25	0.25	1.98	0.92	0.901	1817.3
18	3	2.5	0.25	0.25	1.98	0.92	0.901	1796.9
30	3	2.5	0.25	0.25	1.98	0.92	0.901	1680.2
60	3	2.5	0.25	0.25	1.98	0.92	0.901	1242.9
80	3	2.5	0.25	0.25	1.98	0.92	0.901	1077.4
120	3	2.5	0.25	0.25	1.98	0.92	0.901	935.8
6	1.5	5	0.2	0.2	2.77	1.01	1.19	2727.04
18	1.5	5	0.2	0.2	2.77	1.01	1.19	2704.9
30	1.5	5	0.2	0.2	2.77	1.01	1.19	2520.5
60	1.5	5	0.2	0.2	2.77	1.01	1.19	1863.7
80	1.5	5	0.2	0.2	2.77	1.01	1.19	1620.65
120	1.5	5	0.2	0.2	2.77	1.01	1.19	1353.8

Tabla 6.1 Dimensiones del arco utilizadas para el cálculo de la carga crítica en un puente arco atirantado en función de la relación entre inercias.

Como ya ocurría para el caso del arco exento, la carga crítica de pandeo aumenta con la relación entre la inercia a torsión y la inercia a flexión transversal, disminuyendo a su vez, a medida que aumenta la relación Flecha-Luz.

Sin embargo la influencia de la interacción del tablero no produce un máximo de la carga crítica, como ocurría para el arco simple, si no que se produce un decrecimiento continuado de la carga en todo el rango de relación flecha-luz.

La interacción entre las rigideces a torsión y flexión del arco y su influencia en la carga crítica para modelos de puentes arco de tablero inferior, ha sido un tema de interés que ha suscitado numerosos estudios. Uno de ellos fue realizado por Thompson, que fabricó un modelo a escala de un puente arco metálico de tablero inferior, estudiando posteriormente su inestabilidad lateral. Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

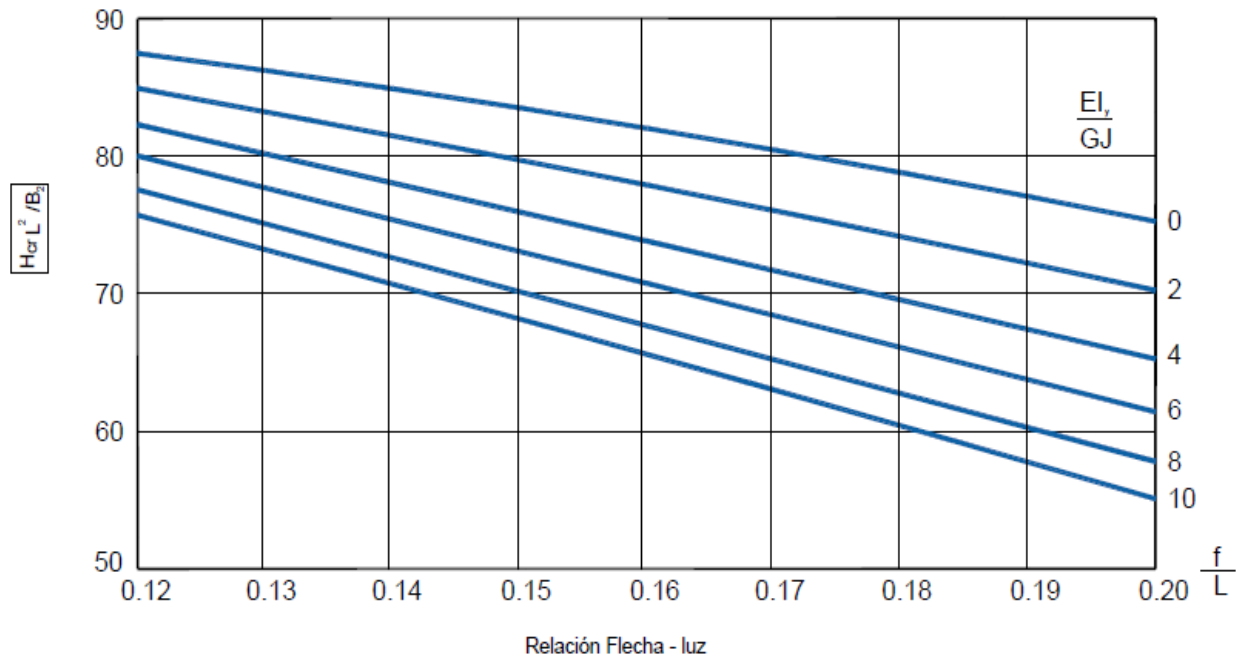


Figura 6.4 Resultados obtenidos por Thompson

Como se observa tanto los resultados obtenidos por Thompson como los conseguidos en este proyecto muestran una distribución muy similar de la carga crítica, a pesar de haber sido realizados para modelos muy diferentes con diferentes secciones transversales.

6.3 Influencia del área de las péndolas

El área de las péndolas fue variada desde la mitad hasta 5 veces la magnitud del área de la péndola original para modelos de puentes de diferentes luces. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

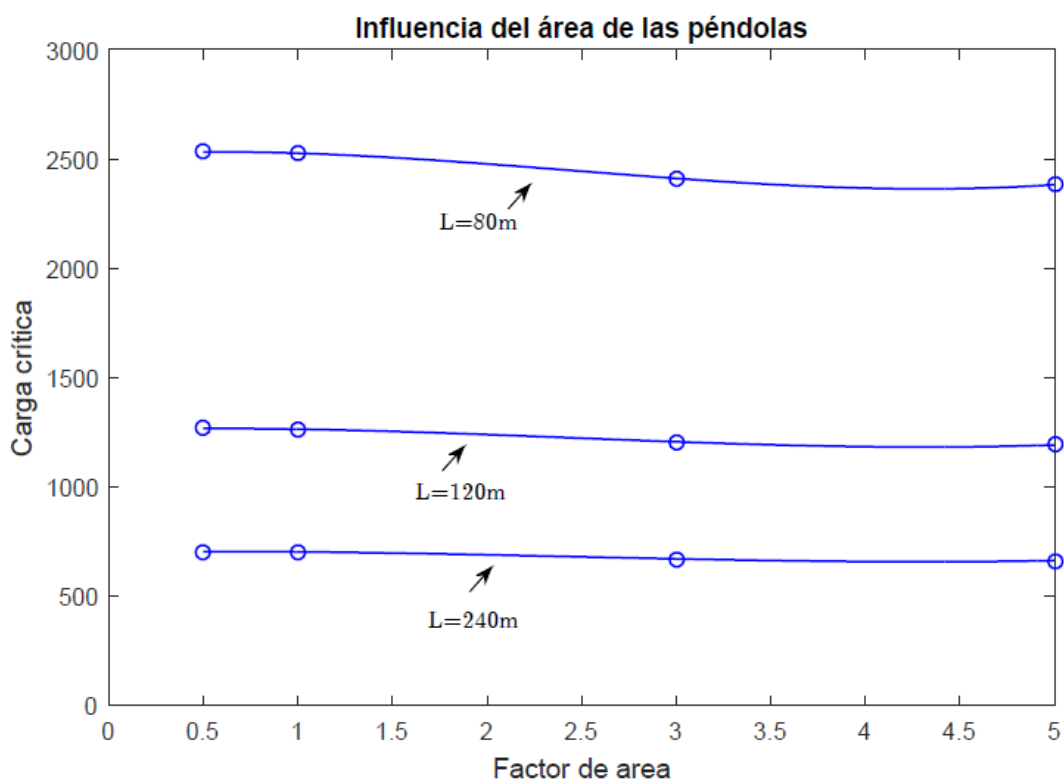


Figura 6.5 Influencia del área de las péndolas

Como se observa la variación del área de las péndolas prácticamente no varía el valor de la carga crítica de pandeo, por lo que el diseño de éstas se limita meramente a transmitir las cargas desde el tablero hacia el arco sin que se produzca la rotura de las mismas.

6.4 Resumen

- La interacción del tablero con el arco permite aumentar el mecanismo resistente frente al pandeo de la estructura, aumentando la relación flecha-luz para el cual se alcanza el valor máximo de la carga crítica.
- La distribución de la carga crítica en función de la relación entre la inercia a torsión y flexión difiere de la calculada previamente para el arco exento. Dicha diferencia se debe principalmente por la interacción del resto de elementos estructurales presentes (tablero y péndolas).
- El área de las péndolas no influye en la carga crítica de pandeo.

Capítulo 7

Puente arco de tablero superior

Esta tipología de puentes arco es la que ha permitido desarrollar estructuras de mayores luces, debido tanto a su morfología como a su mecanismo resistente [12], en el cual, se distribuyen las cargas mediante compresiones en cada uno de los elementos estructurales existentes: las cargas del tablero se transmiten comprimiendo a los pilares y éstos a su vez lo hacen con respecto al arco.

Generalmente los puentes arco de tablero superior presentan condiciones de borde biempotrados, ya que las articulaciones introducen una gran deformabilidad en el arco y son elementos muy costosos. Es por ello que todos los modelos utilizados para este tipo de estructuras presentan dichas condiciones de borde.

La respuesta resistente de esta tipología de puentes está determinada fundamentalmente por una adecuada relación entre las rigideces del arco, tablero y los pilares que la componen. Siendo la colaboración de estos últimos fundamental a la hora de controlar el pandeo fuera del plano de la estructura, actuando de cara a la inestabilidad lateral como muelles transversales y de torsión dependientes de su propia rigidez y de la rigidez transversal y de torsión de arco y tablero.

Es habitual en este tipo de construcciones reducir al mínimo la inercia vertical del arco, adjudicándosela al tablero, que controla a su vez el pandeo vertical, y así dotar al propio arco de una mayor inercia horizontal para controlar la inestabilidad fuera del plano. De manera que la mayoría de secciones utilizadas para el arco en esta tipología de puentes, presentan una dimensión horizontal mucho mayor que la vertical, permitiendo así acomodar los diversos pilares que conectan el arco con el tablero.

Debido a que en este tipo de estructuras las cargas que solicitan al arco se transmiten directamente desde los pilares, existe un problema relativo entre la luz del arco y la adecuada distancia de separación entre los propios pilares. De manera que para que la directriz del arco presente la forma del antifunicular de las cargas permanentes, el número de pilares que componen el puente deberá estar comprendido entre 8 y 14. Es por ello que para los distintos modelos de puente arco de tablero superior utilizados, se dispondrá de un número de 10 pilares separados una distancia equidistante.

7.1 Relación flecha-luz

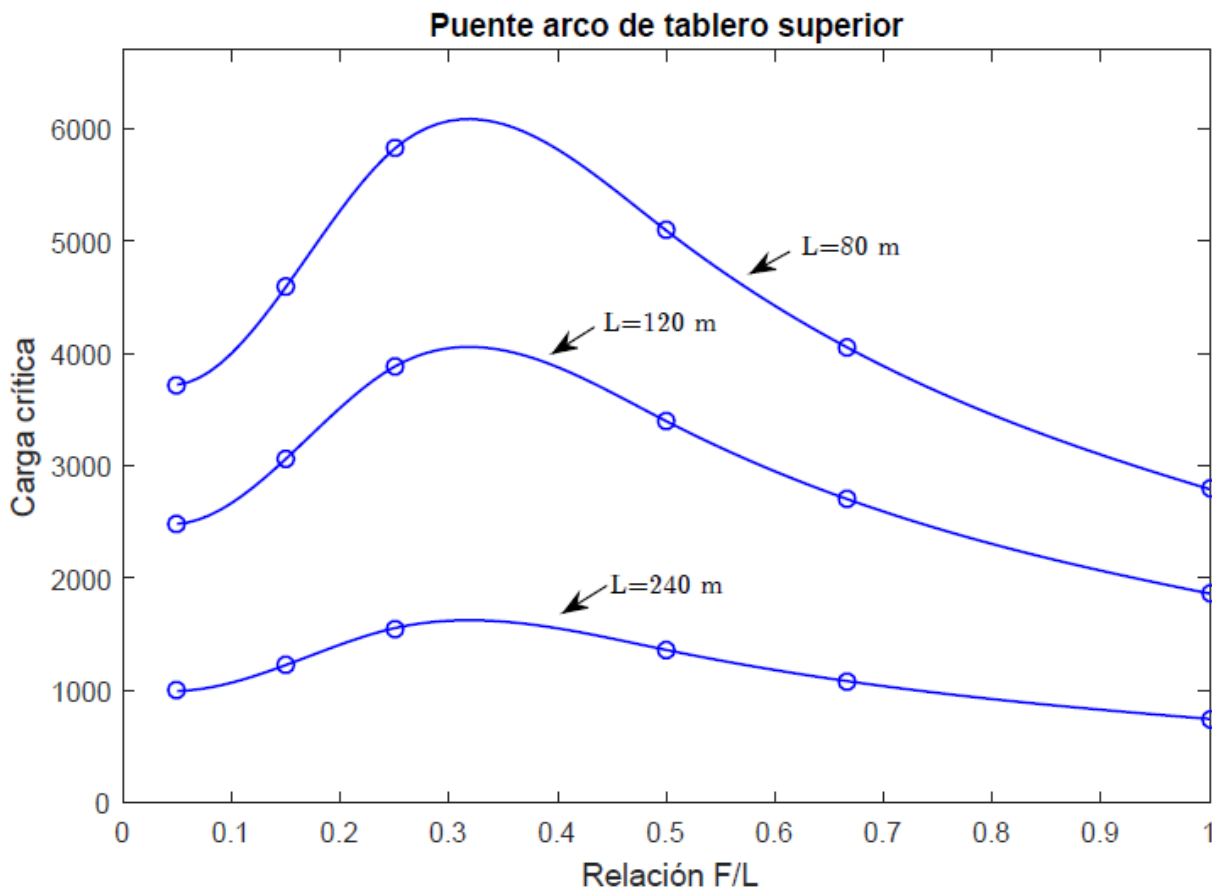


Figura 7.1 Relación Flecha-Luz puente arco de tablero superior

La distribución de la carga crítica de pandeo para puentes arco de tablero superior es muy similar a la del puente arco de tablero inferior, aunque presenta valores de carga crítica mucho más elevados, lo que demuestra que es una estructura mucho más resistente como ya se comentó en la introducción de este capítulo.

A continuación se presenta una tabla comparativa de la carga crítica obtenida para modelos de luz=120 m en las diferentes estructuras analizadas.

Modelo	Relación Flecha-luz			
	0.15	0.25	0.5	0.67
Arco exento biapoyado	40.6	30.24	12.96	8.64
Arco exento biempotrado	357.2	376.09	203.5	123.9
Puente de tablero inferior	1263	1596.6	1480.8	1261.1
Puente de tablero superior	3060	3881.4	3396	2700.1

Tabla 7.1 Comparativa de la Carga crítica de los diferentes modelos analizados

En la tabla anterior se puede observar perfectamente la influencia que tiene en la inestabilidad del arco la colaboración de los distintos elementos estructurales (tablero, pilas y péndolas) mejorando el mecanismo resistente frente al pandeo de la estructura y aumentando considerablemente la carga crítica.

Como conclusión final para este tipo de análisis se podría destacar que al producirse una forma de pandeo más resistente en este tipo de estructuras, se produce un aumento de la relación flecha-luz para la cual se alcanza el valor máximo de la carga crítica de pandeo, como sucede al comparar los casos de arco exento biapoyado y biempotrado (de 0.15 a 0.25) y éste último con respecto a los diversos puentes arco (de 0.25 a 0.35).

7.2 Influencia de la inercia de los pilares

Como se ha comentado anteriormente, la inestabilidad lateral de los puentes arco de tablero superior depende fundamentalmente de la inercia horizontal que aportan los pilares al conjunto de la estructura.

A continuación se presenta la evolución de la carga crítica de pandeo en función de la inercia a flexión lateral de los pilares para modelos de diferentes luces.

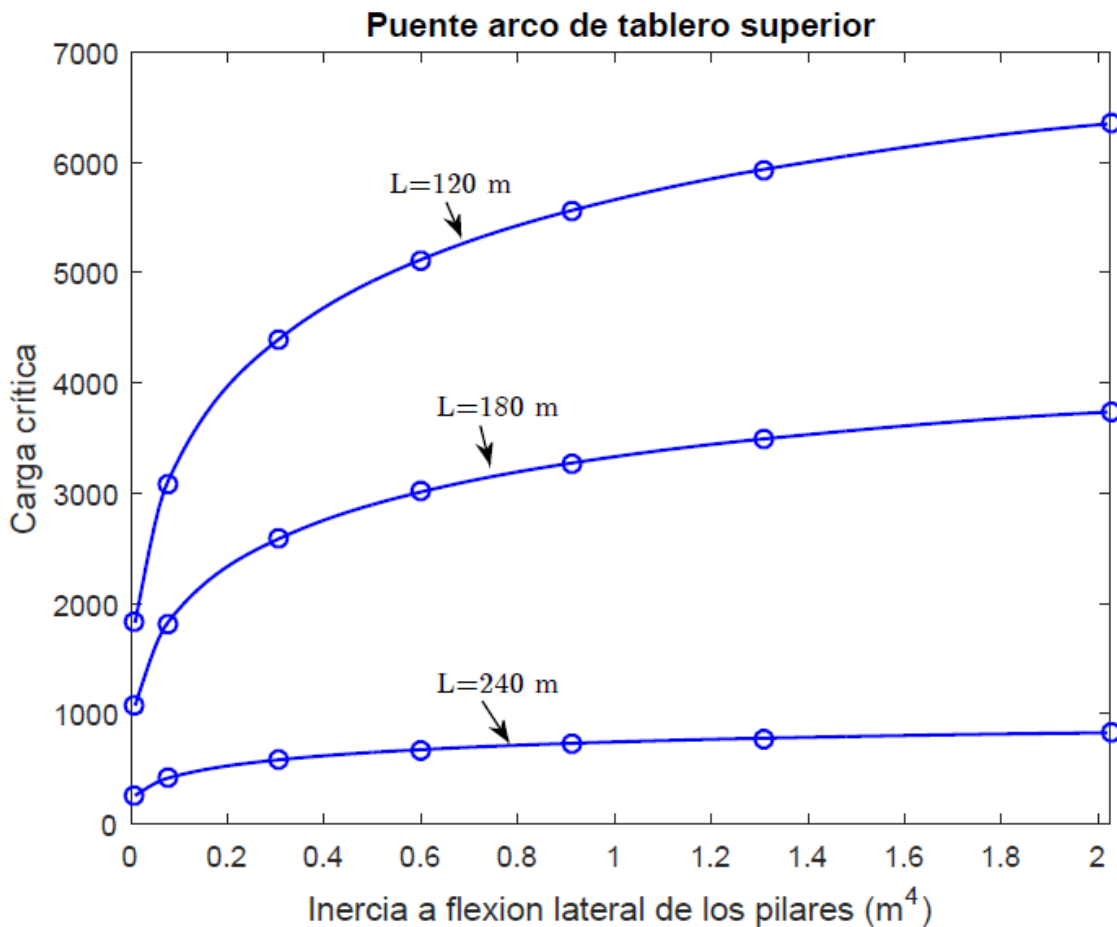


Figura 7.2 Carga crítica en función de la inercia a flexión lateral de los pilares

La carga crítica presenta un aumento casi exponencial para valores pequeños de la inercia a flexión lateral, en cambio ese aumento disminuye progresivamente a medida que se incrementa la inercia a flexión en los pilares.

En la siguiente tabla se muestran las dimensiones de los pilares utilizados para la resolución de los cálculos anteriores, así como sus propiedades de área e inercias a flexión y torsión:

Carga crítica en función de la inercia a flexión lateral de los pilares.								
Luz (m)	Flecha (m)	Relación F/L	H (m)	B (m)	Área (m ²)	I _x (m ⁴)	I _y (m ⁴)	Carga crítica (KN/m)
120	18	0.15	0.9	0.5	0.45	0.024	0.009	1824
120	18	0.15	0.9	1	0.9	0.112	0.075	3087
120	18	0.15	0.9	1.6	1.44	0.252	0.307	4396.2
120	18	0.15	0.9	2	1.8	0.34	0.6	5116.2
120	18	0.15	0.9	2.3	2.07	0.42	0.91	5560.2
120	18	0.15	0.9	2.6	2.34	0.494	1.31	5935.2
120	18	0.15	0.9	3	2.7	0.6	2.025	6348
180	27	0.15	0.9	0.5	0.45	0.024	0.009	1072
180	27	0.15	0.9	1	0.9	0.112	0.075	1815.4
180	27	0.15	0.9	1.6	1.44	0.252	0.307	2586.7
180	27	0.15	0.9	2	1.8	0.34	0.6	3009.3
180	27	0.15	0.9	2.3	2.07	0.42	0.91	3270.7
180	27	0.15	0.9	2.6	2.34	0.494	1.31	3491.3
180	27	0.15	0.9	3	2.7	0.6	2.025	3734.1
240	36	0.15	0.9	0.5	0.45	0.024	0.009	256
240	36	0.15	0.9	1	0.9	0.112	0.075	412.7
240	36	0.15	0.9	1.6	1.44	0.252	0.307	581
240	36	0.15	0.9	2	1.8	0.34	0.6	673.2
240	36	0.15	0.9	2.3	2.07	0.42	0.91	730.2
240	36	0.15	0.9	2.6	2.34	0.494	1.31	777
240	36	0.15	0.9	3	2.7	0.6	2.025	826.2

Tabla 7.2 Dimensiones utilizadas en los pilares para el cálculo de la carga crítica en función de la inercia a flexión lateral.

7.3 Influencia de las vinculaciones de los pilares

Las vinculaciones adoptadas entre los pilares con respecto al arco y tablero tienen una influencia bastante importante frente a la inestabilidad fuera del plano de este tipo de estructuras [12], de modo que si los pilares estuviesen biarticulados existiría una fuerza desestabilizadora procedente de la carga de los mismos cuya dirección sería la misma que la deformación del arco, reduciendo considerablemente la carga crítica de pandeo.

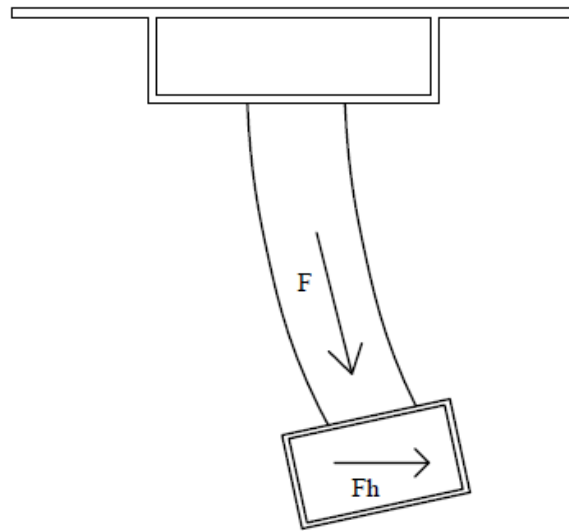


Figura 7.3 Fuerza desestabilizadora de pilares biapoyados

Es por ello que se van a analizar los distintos tipos de vinculaciones que pueden tener los pilares y su influencia en la carga crítica de pandeo. Los cálculos han sido realizados para modelos de Luz=120 m.

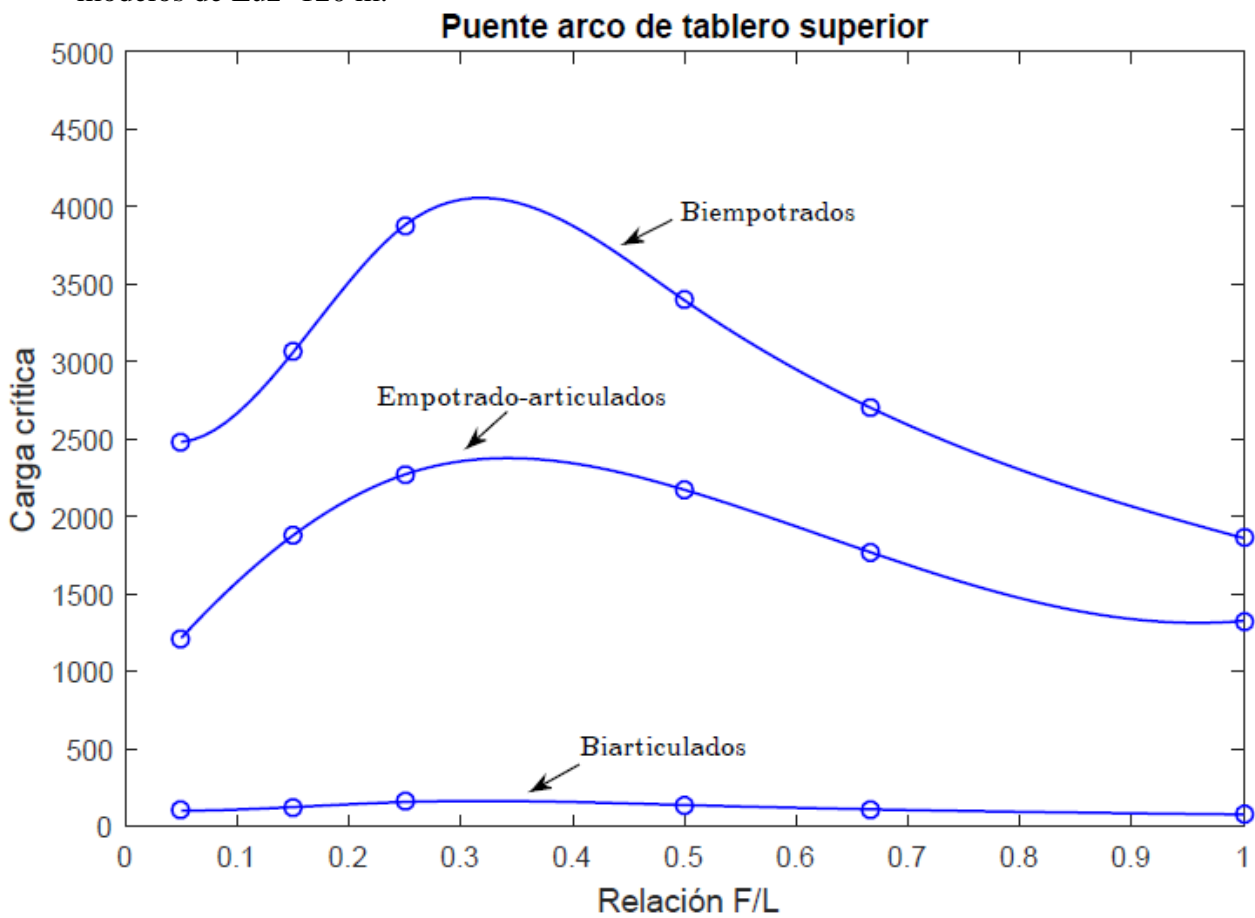


Figura 7.4 Carga crítica en función de las vinculaciones de los pilares

El gráfico anterior muestra la evolución de la carga crítica de pandeo para cada una de las vinculaciones que pueden adoptar los pilares: biarticulados, biempotrados, empotrados en el arco y articulados en el tablero.

Para el caso de pilares biarticulados se observa la influencia que la fuerza desestabilizadora tiene en la inestabilidad lateral de la estructura, reduciendo la carga crítica incluso a valores inferiores a los del propio arco exento.

El hecho de adoptar una vinculación articulada de los pilares con respecto al tablero reduciendo la inercia a flexión horizontal del conjunto de la estructura, también tiene una influencia considerable en la carga crítica, reduciéndola casi a la mitad.

7.4 Resumen

- La evolución de la carga crítica de pandeo en función de la relación flecha-luz es similar a la obtenida para puentes arco de tablero inferior presentando un valor máximo de la carga crítica para la misma relación flecha-luz.
- El aumento de la carga crítica de pandeo que se consigue al aumentar la inercia a flexión lateral de los pilares, es casi exponencial para valores pequeños de la inercia a flexión, disminuyendo progresivamente a medida que aumenta la misma.
- Las vinculaciones adoptadas por los pilares resultan fundamentales para controlar la inestabilidad lateral en estas estructuras.

Conclusiones

El presente trabajo tenía como objetivo analizar el comportamiento a pandeo de puentes arco a través de numerosos modelos, a partir de los cuales se ha modificado su configuración inicial con el objetivo de analizar aquellos factores que pudieran tener una influencia considerable en su mecanismo resistente, y consecuentemente pudieran afectar a la carga crítica de pandeo.

Se presentan a continuación las conclusiones más destacadas que se pueden obtener de los diversos cálculos realizados:

- Arco exento
 - La distribución de la carga crítica de pandeo de un arco en función de su relación flecha-luz aumenta hasta alcanzar un valor máximo, y posteriormente decrece alcanzando un valor casi asintótico.

El rango de relación flecha-luz para el cual se produce dicho máximo depende de numerosos factores, tales como las condiciones de contorno existentes, la interacción del tablero, etc...
 - Las condiciones de contorno tienen una importante influencia en la carga crítica de pandeo, ya que como se ha analizado en el presente trabajo, la modelización de los extremos del arco mediante condiciones de empotramiento origina una forma de inestabilidad mucho más resistente que para el caso biapoyado (al impedir el giro inicial) produciendo cargas de pandeo mucho más elevadas.
 - Las cargas críticas de pandeo calculadas mediante análisis no lineal proporcionan unos valores siempre inferiores a los obtenidos mediante análisis lineal, así como, debido al hecho de que el aumento de los esfuerzos axiales por deformación del arco es menor cuanto más peraltado es éste, las diferencias de las cargas críticas obtenidas por los diferentes análisis disminuyen al aumentar la relación flecha-luz.
 - El aumento de sección que se suele diseñar en los arcos de hormigón en la zona de arranques no tiene una influencia considerable en la carga crítica de pandeo, limitando principalmente su función a reforzar estructuralmente el arco debido al aumento de los esfuerzos de flexión que se producen en dicha zona.

En cambio, dicha influencia si sería de consideración en el caso de que el aumento de sección del arco se produjese en la zona crítica de pandeo de un arco como es el centro del vano.

- La carga crítica de pandeo aumenta con la relación entre la inercia a torsión y la inercia a flexión transversal, disminuyendo a su vez, a medida que aumenta la relación Flecha-Luz.
 - La aplicación de cargas no simétricas sobre la estructura del arco, de manera que la directriz del mismo se aleja de la forma antifunicular, provoca la aparición de importantes esfuerzos de flexión que favorecen en gran medida el fenómeno de inestabilidad, reduciendo consecuentemente la carga para la cual se alcanza.
- Puente arco de tablero inferior
 - El área de las péndolas no afecta al valor de la carga crítica de pandeo para puentes arco de tablero inferior.
 - Las péndolas situadas en la zona central del puente son las que más contribuyen a retener el arco cuando se produce la inestabilidad lateral del mismo, generando un mayor valor de la componente horizontal de la fuerza.
 - La interacción entre el tablero y el arco genera una forma de inestabilidad mucho más resistente que para el caso del arco exento, de manera que se aumenta el valor de la relación flecha-luz para el cual se alcanza el máximo.
- Puente arco de tablero superior
 - Este tipo de estructuras presentan un mecanismo resistente frente al pandeo mucho más eficiente que para el caso de puentes arco de tablero inferior, presentando valores de carga crítica mucho más elevados.
 - Los pilares actúan de cara a la inestabilidad fuera del plano como muelles transversales y de torsión, siendo los principales elementos para controlar el pandeo lateral en los puentes arco de tablero superior.
 - La vinculación adoptada por los pilares para unir el arco con el tablero es fundamental para controlar la inestabilidad lateral de la estructura, de modo que si se adoptasen pilares biapoyados se generaría una fuerza desestabilizadora que reduciría drásticamente la carga crítica de pandeo.

Bibliografía

- [1] **Leonardo Fernández Troyano.** *Tierra sobre el agua. Visión histórica universal de los Puentes.* Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos (2004).
- [2] **Javier Manterola Arminsén.** *Historia de los Puentes arco. Los primeros arcos de hormigón.* Revista de Obras públicas nº 3561. (2015)
- [3] **Hector M. Somenson.** *Estudio y proyecto de puentes de hormigón armado.* Diaz de Santos (2015).
- [4] **Ricardo Llago Acero.** *Puentes arco de hormigón consideración sobre la construcción por avance en voladizo.* Revista de Obras públicas nº 3470. (2006).
- [5] **Juan Tomás Celigüeta.** *Curso de análisis estructural. Capítulo 6 Arcos.* Ed. Eunsa (2003).
- [6] **Stephen P. Timoshenko y James M. Gere.** *Theory of Elastic Stability.* Mc Graw- Hill (1961).
- [7] **Raymond H. Plaut.** *Snap-through of arches and buckled beams under unilateral displacement control.* International Journal of Solids and Structures 63. (2015).
- [8] **Denise Lori-Eng Poy.** *On the Buckling Finite Element Analysis of Beam Structures.* Massachusetts Institute of Technology (2002).
- [9] **J. F. Harris & A. R. Robinson.** *Numerical Methods for the analysis of buckling and postbuckling behavior of arch structures.* University of Illinois. (1970).
- [10] **Dirección General de carreteras.** *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carreteras IAP-11.* (2011).

-
- [11] **Fernández Casado.** *Formulario para proyectos de puentes de hormigón armado.* Ed Dossat, Madrid.
- [12] **Javier Manterola A.** *Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción. Tomo 2.* Colegio de ingenieros de caminos, canales y puertos (2006)
- [13] **Ignacio H. Sánchez-Barbudo.** *Pandeo lateral de estructuras metálicas en arco. Tesis doctoral.* (2009).
- [14] **F. Stüssi.** *Lateral Buckling and Vibration of Arches.* International Association of bridges and structural Engineering. (1973).
- [15] **Tokarz F.J** *Experimental Study of Lateral Buckling of Arches* (1971)