

# Análisis de la dinámica de un grupo motobomba diesel: Implicaciones en las causas de rotura.

José A. Becerra Villanueva, Elisa Carvajal Trujillo, Ricardo Chacartegui  
Ramírez, Antonio Muñoz Blanco, Fco. Jiménez Espadafor A.

*Grupo de Máquinas y Motores Térmicos. Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla.  
Av. Camino de los Descubrimientos s/n 41092  
Telf.:954486488 [jabv@esi.us.es](mailto:jabv@esi.us.es).*

## Resumen

En este artículo se analizan las causas de las averías sistemáticas que se producen en un grupo motobomba. Éstas consisten en la rotura de los rotores de la bomba (6 etapas) por la sección de admisión así como del cierre.

El análisis se ha desarrollado en tres etapas: a) desarrollo de un modelo dinámico de torsión, b) desarrollo de un modelo dinámico para identificación de velocidades críticas, c) validación experimental y medida de magnitudes instantáneas.

El análisis ha permitido identificar de forma inequívoca la operación de la motobomba muy próxima a una resonancia a torsión del sistema, lo que ha provocado un deterioro prematuro del chavetero así como la abrasión de los rotores.

**Palabras clave:** análisis dinámico, bomba, torsión, acoplamientos, elementos finitos

## Abstract

In this paper the causes of a pump-engine systematic failure are analyzed. These consist of the breakage of the rotors of the pump (6 stages) by the admission section as well as of the closing.

The analysis has been developed in three steps: a) development of a torsion dynamic model b) development of a dynamic model in order to identify the critics speeds, c) experimental validation and measure of instantaneous parameters.

The analysis has allowed identifying the operation of the pump-motor system closely to a torsion resonance, which has caused a premature deterioration of the keyway, as well as the abrasion of the rotors.

**Keywords:** dynamic analysis, pumps, torsion, couplings, finite elements

## 1. Introducción

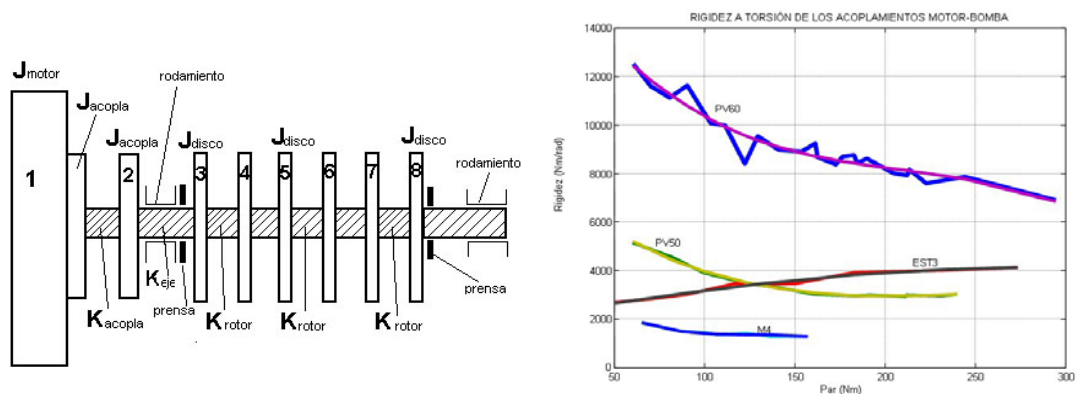
En este trabajo se analizan las causas de las averías de un sistema de bombeo de agua formado por una bomba hidráulica centrífuga de 6 etapas accionada a través de un acoplamiento por un motor diesel de cuatro cilindros marca KUBOTA modelo V1505. Las anomalías consisten básicamente en el deterioro prematuro de los rotores, la pérdida de estanqueidad y por último la disminución de la capacidad de bombeo.

Para la caracterización dinámica del sistema se han llevado a cabo las siguientes etapas: a) definición de un modelo representativo de la dinámica a torsión del conjunto moto-bomba; b) estudio de las velocidades críticas a flexión de la bomba; c) Estudio experimental del comportamiento del grupo motobomba.

La avería consistió en una severa oscilación que provocaba el aplastamiento de los flancos de los alojamientos de chavetas, tanto en el eje como en los rotores. Igualmente se observó pérdida de material en la pista exterior del rotor por su colisión con el estator, indicando la posibilidad de oscilaciones verticales del eje. Esto justifica que se centre en el estudio en la respuesta dinámica a torsión y flexión.

## 2. Estudio de la dinámica a torsión del grupo motobomba

El sistema se puede caracterizar con ocho grados de libertad correspondientes a los seis rotores que integran la bomba, el acoplamiento y el motor (figura 1). Las rigideces a torsión de los diferentes tramos del eje han sido obtenidas con un código de elementos finitos. El factor de amortiguamiento de los elementos de sellado, situados en el eje de la bomba, se ha estimado en  $0,30 \text{ Nm s/rad}$ .

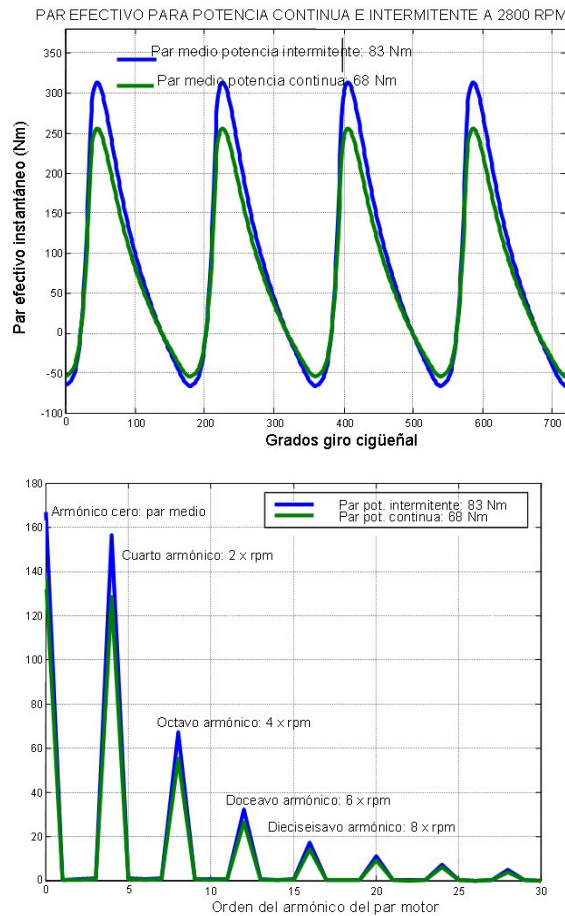


**Figura 9.** Esquema del modelo a torsión del grupo motobomba y gráfico de rigidez de los acoplamientos ensayados

En la figura 1 se representan también las rigideces a torsión, obtenidas experimentalmente, de los diferentes acoplamientos ensayados que como se puede observar presentan una característica no lineal. A efectos del cálculo y por el débil carácter no lineal, se han modelado con características lineales.

El sistema tiene una fuente de excitación que acciona la bomba, el par desarrollado por el motor KUBOTA V1505, y un par resistente que es el desarrollado por cada uno de los seis rotores de la bomba ZEDA más las pérdidas mecánicas en el sistema de sellado.

La figura 2 representa el par desarrollado por el motor para las condiciones de potencia continua e intermitente a 2800 rpm del motor (el punto de operación de la bomba en la red hidráulica en que actúa está próximo a la potencia continua del motor a 2800 rpm).



**Figura 10.** Par instantáneo efectivo para potencia continua e intermitente a 2800 rpm del motor a) Par instantáneo-ángulo; b) Distribución de armónicos del par motor instantáneo en un ciclo

Con objeto de profundizar en el estudio del comportamiento dinámico del sistema, y para identificar las frecuencias naturales del mismo sin amortiguamiento, se ha modelado el sistema con excitación nula y sin amortiguamiento. A continuación se ha completado el modelo anterior con la excitación. La solución de este sistema de ecuaciones diferenciales permite estimar el desfase angular entre grados de libertad

contiguos y a partir de éste las velocidades de cada grado de libertad. El modelo dinámico completo se describe en la ecuación 1:

$$(\underline{\mathbf{J}} + \underline{\mathbf{J}}_{alter.}) \ddot{\underline{\theta}} + \underline{\mathbf{C}} \dot{\underline{\theta}} + \underline{\mathbf{K}} \underline{\theta} = \underline{\mathbf{M}}_{fricc.}(\theta, \dot{\theta}, \mu, dim.) + \underline{\mathbf{M}}_{rotor} + \underline{\mathbf{M}}_{efectivo} \quad (1)$$

$\underline{\mathbf{J}}$  : Matriz de inercia del sistema asociada a los elementos que giran ( $\text{kg m}^2$ )

$\underline{\mathbf{J}}_{alter.}$  : Matriz de inercia asociada a los elementos alternativos ( $\text{kg m}^2$ )

$\ddot{\underline{\theta}}$  : Vector de aceleraciones de cada grado de libertad ( $\text{rad/s}^2$ )

$\underline{\mathbf{K}}$  : Matriz de rigidez del sistema ( $\text{Nm/rad}$ )

$\underline{\theta}$  : Vector de giros de cada grado de libertad ( $\text{rad}$ )

$\underline{\mathbf{C}}$  : Matriz de amortiguamiento ( $\text{Nm s/rad}$ )

$\dot{\underline{\theta}}$  : Vector de velocidades de cada grado de libertad ( $\text{rad/s}$ )

$\underline{\mathbf{M}}_{fricc.}$  : Par de fricción para cada grado de libertad, grados 3 y 8 ( $\text{Nm}$ )

$\underline{\mathbf{M}}_{rotor}$  : Par resistente en cada rotor, grados libertad 3, 4, 5, 6, 7, 8 ( $\text{Nm}$ )

$\underline{\mathbf{M}}_{efectivo}$  : Par efectivo desarrollado por el motor en el grado de libertad, ( $\text{Nm}$ )

Los resultados del modelo sin excitación se muestran en la tabla I. Son las frecuencias más bajas las que pueden resultar más peligrosas por cuanto la excitación contiene amplitudes significativas en armónicos que a la velocidad de giro se sitúan próximas a estas frecuencias. Para el caso del acoplamiento original, a  $2800 \text{ rpm}_{motor}$  el cuarto armónico excita a una frecuencia de  $5600 \text{ rpm}$ , que se sitúa próxima a la primera resonancia. El siguiente armónico relevante es el 16º, que excita a  $8 \times \text{rpm}_{motor} = 22400 \text{ rpm}$  y por tanto se aproxima a la segunda resonancia, aunque con menor amplitud. La tercera frecuencia propia del grupo tiene menor relevancia por la reducida amplitud de ésta.

**Tabla I.** Frecuencias propias del sistema para los distintos acoplamientos

ACOPLAMIENTO	FRECUENCIAS NATURALES EN RPM						
	Iª	IIª	IIIª	IVª	Vª	VIª	VIIª
PV60	5220	21120	31560	51060	70440	85620	95220
PV50	3780	19500	31140	51060	70440	85620	95220
EST3	3060	19020	31020	51060	70440	85620	95220
M4	2220	18600	30960	51060	70440	85620	95220

La figura 3 presenta el diagrama de Campbell del sistema original. A la velocidad de giro nominal, la primera resonancia del sistema está próxima a  $2 \times \text{RPM}_{2800}$  ( $4^{\circ}$  armónico) y la segunda a  $8 \times \text{RPM}_{2800}$  ( $16^{\circ}$  armónico). Como se aprecia, si el grupo trabajara a velocidades próximas a las 2600 rpm se excitarían las tres primeras frecuencias del sistema, por lo que es un punto de operación no deseable. Se deduce por tanto, que el sistema original opera en las proximidades de sus dos primeras resonancias.

En los resultados para los otros tres acoplamientos se observa que a medida que disminuye la rigidez del acoplamiento, las tres primeras frecuencias naturales disminuyen. La misma tendencia se observa con la  $2^{\circ}$  y  $3^{\circ}$  frecuencia natural.

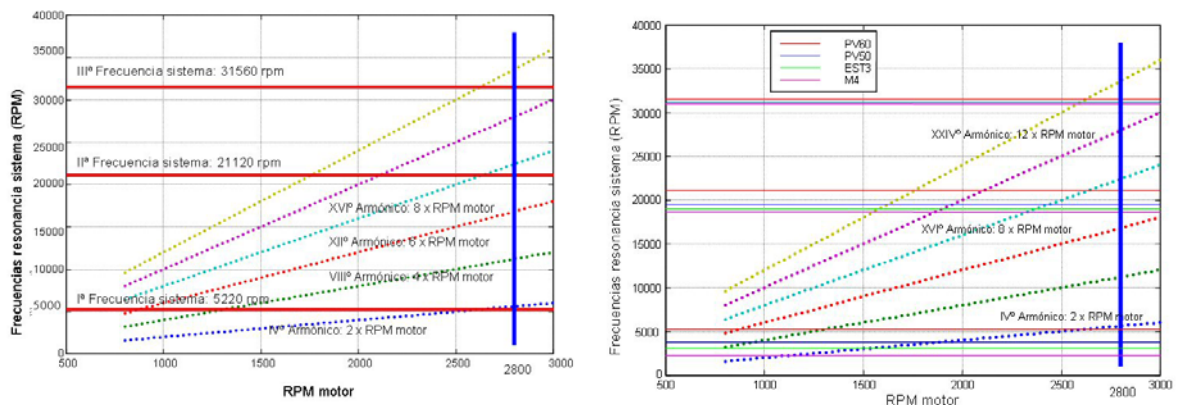


Figura 11. Diagrama de Campbell para el sistema original y variantes del acoplamiento

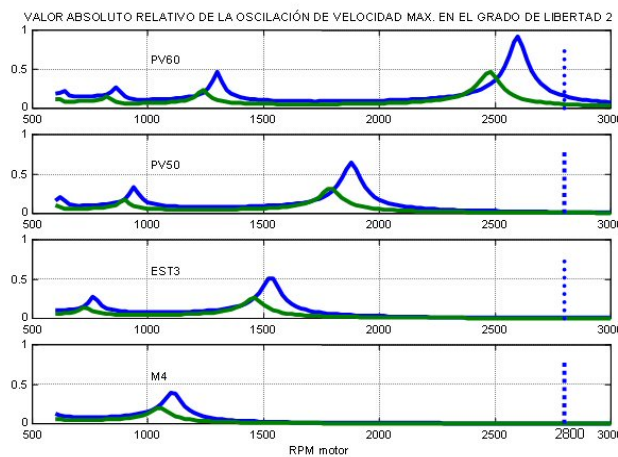


Figura 12. Amplitudes relativas máximas de la oscilación de la velocidad de giro en el grado de libertad 2. Líneas azules con inercia del motor nominal, verdes con inercia duplicada.

Para el caso del modelo excitado, en la figura 4 se representa la evolución del valor absoluto de las oscilaciones de la velocidad máxima en el grado de libertad 2. Se aprecia

como a medida que disminuye la rigidez del acoplamiento lo hace también la velocidad de giro a la que se produce la amplificación, situación favorable en este caso. También se observa el efecto que produciría el aumento de la inercia del motor.

### 3. Estudio de las velocidades críticas de la bomba (ZEDA)

La elevada distancia entre apoyos del eje de la bomba unido a la disposición de los rotores con su elevada masa concentrada en la parte central del eje justifica el estudio de las velocidades críticas a flexión de la bomba. Se han considerado únicamente seis grados de libertad, correspondientes a los seis desplazamientos verticales de cada rotor. Igualmente se ha considerado que la rigidez radial de los rodamientos es muy elevada comparada con la del eje, por lo que a los efectos del modelo actúan como puntos sin desplazamiento. Con esto, la dinámica del sistema no excitado está determinada por:

$$\underline{K} \underline{x} + \underline{M} \ddot{\underline{x}} = \underline{0} \quad (2)$$

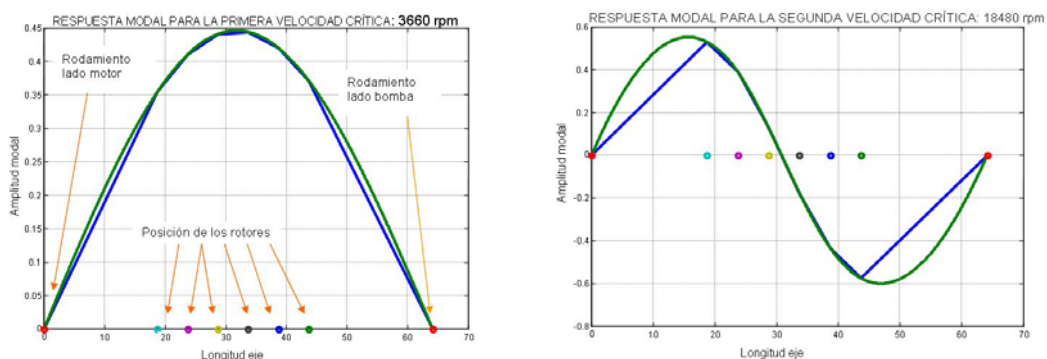
$\underline{M}$  : Matriz de masa del sistema;  $\ddot{\underline{x}}$  : Vector de aceleraciones de cada grado de libertad;

$\underline{K}$  : Matriz de rigidez del sistema;  $\underline{x}$  : Vector de desplazamientos radiales en rotor (m)

Las seis velocidades críticas expresadas en rpm obtenidas son (Hz):

$$3660; 18480; 54360; 120300; 216060; 324540$$

La figura 5 representa las respuestas modales para las dos primeras frecuencias críticas. La primera velocidad crítica, la más cercana a la velocidad nominal, produce una deformada muy amplificada en el centro, situación esta compatible con el grado de deterioro observado en algunas de las bombas dañadas.



**Figura 13.** Respuesta modal para las dos primeras velocidades críticas. Línea azul solución discreta para los seis grados de libertad considerados, verde extrapolación para todo el rotor

#### 4. Estudio experimental del grupo motobomba ZEDA

La tabla II indica la batería de medidas experimentales realizadas y que han permitido validar los resultados de los puntos 2 y 3. Los resultados de las medidas simultáneas de la presión a la salida de la bomba y de la velocidad instantánea en condiciones estacionarias permiten corroborar las predicciones del modelo de torsión.

Tabla II Medidas experimentales

ACOPLAM. (fecha)	RÉGIMEN DE GIRO	CONDICIÓN DE CARGA	VARIABLES INSTANTÁNEAS	VARIABLES MEDIAS
PV60 (21/01/04)	3000 – 2000 rpm en incrementos de 50 rpm	Válvula de descarga abierta, cerrada e intermedias. Medidas estacionarias	Presión de admisión y descarga. Velocidad bomba lado motor y lado libre. Aceleraciones en posiciones de la figura 8	Presión de admisión, presión de descarga
PV50 (28/01/04)	3000 – 2000 rpm en incrementos de 50 rpm	Válvula de descarga abierta y cerrada. Medidas estacionarias y transitorias	Presión de descarga. Velocidad bomba lado motor y lado libre. Aceleraciones en las posiciones de la figura 8	
EST3 (28/01/04)	3000 – 2000 rpm en incrementos de 50 rpm			
M4 (26/03/04)	2700-2900 rpm en incrementos de 100 rpm	Válvula de descarga abierta y cerrada. Medidas estacionarias		
M4 +VOLANTE adicional (26/03/04)	2700-2900 rpm en incrementos de 100 rpm			

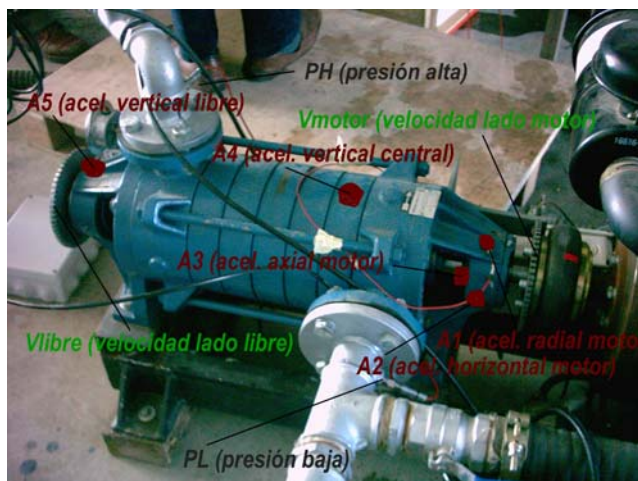
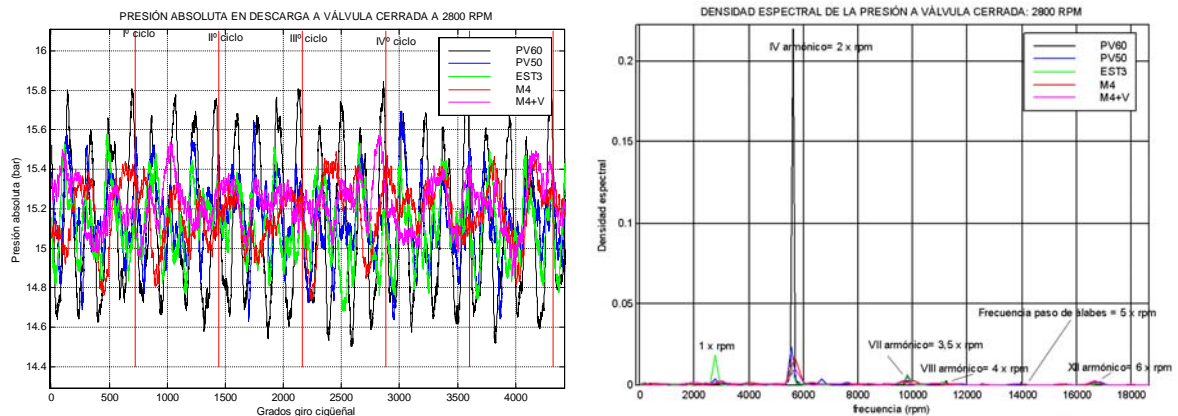


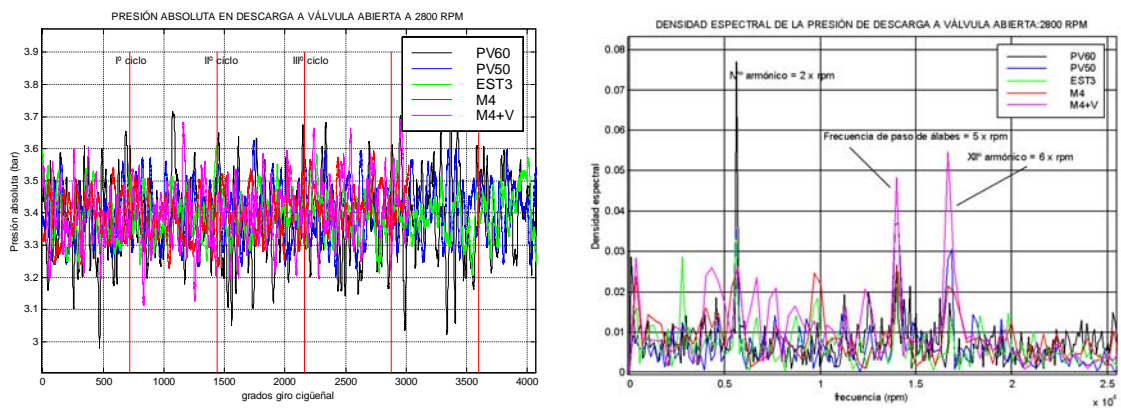
Figura 14. Puntos de medida

La figura 7 presenta los valores instantáneos de la presión de alta para las condiciones de válvula cerrada a 2800 rpm del grupo y para todos los acoplamientos estudiados, las densidades espectrales de la presión de descarga de la bomba correspondientes a los diferentes acoplamientos. Se puede apreciar de manera relevante como las oscilaciones de presión para el caso del acoplamiento PV60 superan ampliamente las del resto.

Por las características de la máquina hidráulica y por estar operando a válvula cerrada las oscilaciones de presión asociadas con armónicos del par motor sólo se pueden deber a oscilaciones de la velocidad instantánea del eje. Para el caso de válvula abierta (figura 8) se vuelve a identificar claramente para el acoplamiento PV60 la frecuencia asociada al armónico de mayor amplitud del par motor, 2 x rpm.



**Figura 15.** Presión instantánea a la descarga de la bomba a 2800 rpm para todos los tipos de acoplamientos ensayados a válvula cerrada



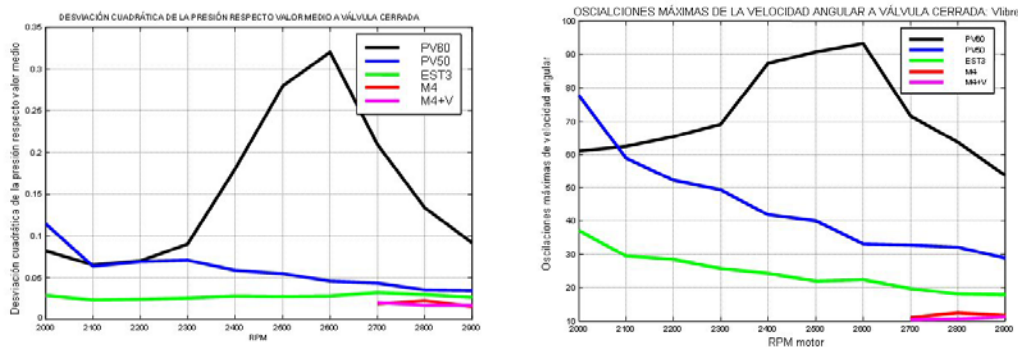
**Figura 16.** Presión instantánea absoluta a la descarga de la bomba a 2800 rpm para todos los tipos de acoplamientos ensayados a válvula abierta

La figura 9 muestra la evolución de la desviación cuadrática media de la presión en la descarga a válvula cerrada, así como las oscilaciones máximas de la velocidad angular a válvula cerrada en el extremo libre de la bomba. Se observa que las oscilaciones de velocidad siguen la misma tendencia que las de la presión.

El análisis de los datos reflejado en la figura 9 constata la causalidad entre las oscilaciones de la velocidad instantánea y las oscilaciones de presión. Puesto que los rotores se mantienen unidos al eje mediante una chaveta, las oscilaciones de velocidad



transmitidas a la bomba dan lugar a oscilaciones de carga en los rotores y por tanto en los chaveteros que acaban deformándose.



**Figura 17.** Evolución de la presión cuadrática media a la descarga y oscilaciones máximas de la velocidad angular en el extremo libre de la bomba, a válvula cerrada.

## 5. Conclusiones

- La dinámica a torsión del sistema, en lo que afecta a la primera frecuencia resonante a torsión, es muy dependiente de la rigidez del acoplamiento. La disminución de la rigidez del acoplamiento actúa disminuyendo la primera frecuencia propia y por tanto alejando el punto de resonancia de la velocidad nominal de la bomba, 2800 rpm.
- Se ha comprobado que el acoplamiento PV60 sitúa la primera frecuencia fundamental ligeramente por debajo de la velocidad de giro nominal, 2800 rpm. Esto ha hecho que las oscilaciones del par motor pasen al eje de la bomba, generando oscilaciones de la velocidad instantánea del eje significativas, llevando estas asociadas oscilaciones del par transmitido en cada rotor que por tanto generan sollicitaciones alternativas sobre los chaveteros. La oscilación de par ha originado un golpeteo que ha terminado achaflanando los bordes de los alojamientos de la chaveta tanto del eje como del rotor, rompiendo en ocasiones el rotor, y aflojando la empaquetadura.
- Se constata que el acoplamiento M4 es el que menor oscilación de velocidad y presión genera, por lo que es de esperar un retraso en la aparición del problema.

## 6. Bibliografía

1. Diesel engine reference book; edited by L.C.R. [i.e. L.R.C.] Lilly, with specialist contributors, Butterworths, London, 1984
2. M.J. Goodwin, Dynamics of rotor-bearing systems; Unwin Hyman, London, 1989