

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

Estudio numérico de la generación de vórtices de punta de álabe en una placa plana

Autor: Álvaro Díaz Campillejo

Tutor: Javier Dávila Martín

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Estudio numérico de la generación de vórtices de punta de álabe en una placa plana

Autor:

Álvaro Díaz Campillejo

Tutor:

Javier Dávila Martín

Profesor titular

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016

Trabajo Fin de Grado: Estudio numérico de la generación de vórtices de punta de álabe en una placa plana

Autor: Álvaro Díaz Campillejo

Tutor: Javier Dávila Martín

El tribunal nombrado para juzgar el Trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal

A mi familia y amigos

A mis maestros

Resumen

Los vórtices de punta de ala que se generan en las superficies sustentadoras son los causantes de la resistencia inducida, la cual es una parte importante de la resistencia aerodinámica de estas superficies. No obstante, este fenómeno no es únicamente perjudicial, es posible aprovechar el carácter rotatorio y mezclador de este tipo de flujo. Concretamente, estos torbellinos pueden utilizarse en dispositivos mezcladores para optimizar dichos dispositivos.

Este documento trata de analizar, haciendo uso de simulaciones numéricas, cuál es la configuración óptima de una placa plana con el fin de obtener la mayor eficiencia en los vórtices generados. Es decir, la mayor intensidad con la menor resistencia aerodinámica generada. Los parámetros que se estudian en cuanto a la configuración de la placa son el ángulo de ataque y su forma en planta. Aunque el objetivo fundamental de este estudio es determinar el punto óptimo, también se analiza el comportamiento de estos vórtices. Por esta razón se estudian las tendencias que siguen la intensidad de los torbellinos, la resistencia y la eficiencia con los parámetros contemplados.

Abstract

The wingtip vortices generated in wing surfaces are the cause of induced resistance which is an important part of the aerodynamic resistance of these surfaces. However, this phenomenon is not only harmful, but also it is possible to use the rotary and mixer nature of this kind of flow. Specifically, these vortices can be used in mixing devices to optimize the mixer efficiency.

This document attempts to analyze, using numerical simulations, the optimal configuration of a flat plate in order to obtain greater efficiency in the vortices generated. In other words, the highest intensity with the least generated aerodynamic resistance. The parameters studied in terms of the configuration of the plate are the angle of attack and its planform. Although the main objective of this study is to determine the optimum point, the behavior of these vortices is also analyzed. For this reason the trends that follow the intensity of the vortices, resistance and efficiency with the examined parameters are studied.

Índice

Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xiii
Índice de Tablas	xiv
Índice de Figuras	xv
Notación	xvii
1 Introducción	1
1.1. <i>Objetivos y alcance</i>	1
1.2. <i>Definición de vórtices</i>	2
1.2.1 Vorticidad	4
1.2.2 Vórtices de punta de ala	4
1.3. ANSYS	6
2 Configuración de los parámetros de ANSYS	9
2.1. <i>Descripción del funcionamiento de Fluent</i>	9
2.2. <i>Elección de los parámetros iniciales</i>	10
2.3. <i>Elección de los parámetros definitivos</i>	18
3 Obtención de resultados	25
3.1. <i>Variables de las simulaciones</i>	25
3.2. <i>Descripción del proceso de obtención de datos</i>	27
3.1.1 Medida de CD	27
3.1.2 Medida de Γ	28
4 Resultados	31
4.1. <i>Coeficiente de resistencia</i>	31
4.2. <i>Circulación</i>	32
4.3. <i>Eficiencia</i>	34
5 Conclusiones y trabajos futuros	37
5.1. <i>Efectos del ángulo de ataque</i>	37
5.2. <i>Efectos del ángulo φ</i>	37
5.3. <i>Conclusiones</i>	38
5.4. <i>Trabajos futuros</i>	40
Bibliografía	43
ANEXO: RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS	45

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla I: Descripción de las partes del módulo Fluid Flow (Fluent)	7
Tabla II: Dimensiones de las placas estudiadas	27
Tabla III: Relación de φ y α en los que se da eficiencia máxima	35
Tabla IV: Resultados para $\varphi = 0^\circ$	45
Tabla V: Resultados para $\varphi = 10^\circ$	46
Tabla VI: Resultados para $\varphi = 20^\circ$	47
Tabla VII: Resultados para $\varphi = 30^\circ$	47
Tabla VIII: Resultados para $\varphi = 40^\circ$	48
Tabla IX: Resultados para $\varphi = 45^\circ$	49

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Calle de vórtices sobre Madeira y las islas Canarias	3
Figura 1.2: Representación del vórtice de Rankine	4
Figura 1.3: Visualización de vórtices de punta de ala en el avión A330	5
Figura 1.4: Spitfire durante una exhibición aérea	5
Figura 1.5: Winglet natural en águila (izquierda) y winglet artificial en avión (derecha)	6
Figura 1.6: Portada ANSYS	6
Figura 2.1: Descripción del volumen de control preliminar (medidas en mm)	11
Figura 2.2: Malla inicial para el volumen de control y la placa	11
Figura 2.3: Historial de convergencia de C_D	13
Figura 2.4: Historial de convergencia de C_L	13
Figura 2.5: Evolución de los residuos	14
Figura 2.6: Residuos mostrados en la consola de ANSYS con parámetros preliminares	14
Figura 2.7: y^+ obtenido con parámetros preliminares	15
Figura 2.8: Isosuperficie de vorticidad coloreada según velocidad obtenida con parámetros preliminares	15
Figura 2.9: Velocidades en el plano YZ del borde de salida obtenidas con parámetros preliminares	16
Figura 2.10: Velocidades en el plano YZ a 1m aguas abajo obtenidas con parámetros preliminares	17
Figura 2.11: Velocidades en el plano YZ a 3m aguas abajo obtenidas con parámetros preliminares	17
Figura 2.12: Descripción del volumen de control definitivo (mediadas en mm)	18
Figura 2.13: Perfil de velocidades v_y en plano de simetría XY obtenido con parámetros preliminares	19
Figura 2.14: Perfil de velocidades en plano de simetría XY obtenido con parámetros preliminares	20
Figura 2.15: Malla poliédrica definitiva	20
Figura 2.16: y^+ obtenido con parámetros definitivos	21
Figura 2.17: Isosuperficie de vorticidad coloreada según velocidad obtenida con parámetros definitivos	21
Figura 2.18: Velocidades en el plano YZ del borde de salida obtenidas con parámetros definitivos	22
Figura 2.19: Velocidades en el plano YZ a 2m aguas abajo obtenidas con parámetros definitivos	22
Figura 2.20: Perfil de velocidades en plano de simetría XY obtenido con parámetros definitivos	23
Figura 3.1: Parámetros geométricos del trapecio	26
Figura 3.2: Formas en planta analizadas	26
Figura 3.3: Medición de v_θ para $\varphi = 20^\circ$ y $\alpha = 7^\circ$	28
Figura 3.4: Perfil de velocidades v_θ para $\varphi = 30^\circ$ y $\alpha = 10^\circ$	29
Figura 3.5: Evolución de los radios en los que v_θ es máxima con α	30
Figura 4.1: Coeficiente de resistencia en función del ángulo de ataque	31
Figura 4.2: Coeficiente de resistencia en función de φ	32

Figura 4.3: Circulación de corriente en función del ángulo de ataque	32
Figura 4.4: Circulación de corriente en función de φ	33
Figura 4.5: Eficiencia en función del ángulo de ataque	34
Figura 5.1: Isosuperficie de vorticidad coloreada según velocidad para la configuración óptima	39
Figura 5.2: Extradós de la isosuperficie de vorticidad de la configuración óptima.	39
Figura 5.3: Intradós de la isosuperficie de vorticidad de la configuración óptima.	40

Notación

α	Ángulo de ataque
γ	Constante adiabática de los gases
Γ	Circulación de la corriente
δ	Espesor de la capa límite
η	Eficiencia de la generación de vórtices
κ	Constante universal de los gases
μ	Viscosidad dinámica
π	Número π
ρ	Densidad
$\bar{\bar{\tau}}^i$	Tensor de esfuerzos viscosos
$\bar{\bar{\tau}}^i_v$	Tensor de esfuerzos viscosos para el flujo medio
$\bar{\bar{\tau}}_T$	Tensor de esfuerzos aparentes de Reynolds
φ	Ángulo formado por la vertical y un lateral de la placa
ω	Tasa de disipación específica de la turbulencia
$\vec{\omega}$	Vector vorticidad
a	Longitud del borde de ataque
b	Envergadura
C_D	Coefficiente de resistencia
\vec{f}_m	Vector de las fuerzas másicas
L	Longitud de la placa
K	Grados Kelvin
K	Energía cinética turbulenta
\vec{n}	Vector normal
p	Presión
P	Presión media

r	Coordenada radial
S	Superficie de la placa
T	Temperatura
U_{∞}	Velocidad de la corriente incidente
u_{τ}	Velocidad de fricción
\vec{v}	Vector velocidad
\vec{v}'	Vector de la fluctuación turbulenta de la velocidad
\vec{V}	Vector velocidad media
v	Módulo del vector velocidad
v_{θ}	Componente circunferencial de la velocidad
y^{+}	Distancia adimensional a la pared
Re	Número de Reynolds
M_{∞}	Número de Mach de la corriente incidente
∇	Operador gradiente
$\nabla \cdot$	Operador divergencia
$\nabla \times$	Operador rotacional
∇^2	Operador laplaciano
\tan	Función tangente
\sin	Función seno
\cos	Función coseno
$<$	Menor
$>$	Mayor
\leq	Menor o igual
\geq	Mayor o igual
\ll	Mucho menor
\gg	Mucho mayor
$\langle x \rangle$	Media de x

1 INTRODUCCIÓN

El presente trabajo está dividido en dos partes. En primer lugar se tratan los pasos seguidos para obtener una correcta simulación del fenómeno de los vórtices de punta de álabe, también conocidos como de punta de ala, y se describe la manera en la que se han fijado los parámetros del volumen de control, condiciones de contorno, mallado y método de resolución del software empleados en las simulaciones. De forma que todas las simulaciones se han realizado en un marco común que permite la comparación con independencia de variables externas no contempladas. Además se comenta cómo se han ido modificando dichos parámetros hasta encontrar una solución realista. Por otro lado se describen las simulaciones realizadas así como la obtención de los resultados y las conclusiones a las que se ha podido llegar.

En este capítulo se introduce el tema que trata el trabajo así como los conceptos generales que deben ser conocidos para comprender bien el estudio realizado.

1.1. Objetivos y alcance

El objetivo del presente trabajo es estudiar la intensidad de los vórtices de punta de ala generados por una superficie sustentadora. Se analizarán dos parámetros geométricos, el ángulo de ataque y la forma en planta, de dicha superficie con el fin de maximizar la intensidad de estos vórtices. Para ello, se hará uso de un software de simulación, concretamente ANSYS. Se simularán multitud de configuraciones y se procesarán los resultados para estimar la intensidad de los vórtices y cuál es aquella configuración más óptima. Fuera del alcance de este estudio queda analizar los efectos de la curvatura y del espesor de la superficie que afectarían de forma importante a la intensidad de los vórtices generados. Por tanto la superficie estudiada es una placa plana. No se van a considerar ni la utilización de perfiles aerodinámicos, ni torsión en la superficie, ni curvatura en la dirección de la envergadura. Estos parámetros se han descartado para no tener un número demasiado alto de variables que desvirtúen los resultados y conclusiones que se puedan obtener.

Este estudio está destinado a aplicar la generación de vórtices de puntas de ala a un mezclador de fluidos. Se pretende hacer uso únicamente de una o varias superficies generadoras de vórtices en un conducto para realizar el proceso de mezcla sin necesidad de aportar energía extra a la necesaria para hacer circular los fluidos por el conducto mezclador. Gracias al flujo rotatorio propio de los vórtices es posible inducir velocidades a los distintos fluidos que recorren el conducto para que interfieran entre ellos y se mezclen de la forma más homogénea posible. Esto garantiza la ejecución de un proceso minimizando el consumo de energía para tal fin, lo cual puede conllevar un notable ahorro en operaciones en las que sea necesario mezclar fluidos. Aunque existen numerosos tipos de mezcladores no se han encontrado sistemas de mezcla en conductos sin aporte de energía que hagan uso de este fenómeno, por lo que resulta en una importante línea de investigación. Existen mezcladores que hacen uso de inyección de burbujas o de agitadores con diversas formas y orificios, pero este tipo de

dispositivos hacen uso de energía adicional. En cuanto a mezcladores en conductos sin aporte de energía, existen algunos que inducen un movimiento rotacional al fluido para realizar la mezcla pero no es a partir de superficies sustentadoras ni aprovechando los vórtices de punta de álabe sino mediante numerosas aletas que redireccionan el flujo.

Una parte fundamental de la ingeniería es buscar soluciones de la forma más eficiente posible, por lo que se busca que el mezclador tenga una alta eficiencia. La eficiencia de este mezclador se puede definir como el cociente entre la intensidad de los vórtices generados y la pérdida de carga entre el principio y el final del conducto. Esta pérdida de carga puede caracterizarse de muchas formas y en este trabajo se ha caracterizado a partir del coeficiente de resistencia aerodinámica que genera la superficie. Por tanto, el alcance de este trabajo es buscar aquella configuración que maximice el cociente entre la intensidad de los torbellinos y el coeficiente de resistencia aerodinámica.

1.2. Definición de vórtices

Los vórtices son flujos que se caracterizan por tener una velocidad de rotación en torno a un eje, el cual marca a su vez, en general, la dirección de propagación del fluido resultando en una trayectoria helicoidal. Por esto el estudio y análisis de los vórtices es complejo debido a la tridimensionalidad del campo de velocidades que suele llevar asociado. Para solventar la dificultad de estos flujos se recurre a ensayos experimentales o simulaciones numéricas, siendo el caso de este trabajo, sobre todo cuando afectan a productos ingenieriles. Aunque este trabajo trata sobre los vórtices que se forman en las puntas de las alas y su aplicación a los mezcladores, hay más ámbitos que se ven afectados por ellos como pueden ser los alerones presentes en algunos coches, intercambiadores de calor o separadores ciclónicos. Aunque los separadores ciclónicos no se basan en vórtices de punta de ala, sí hacen uso de vórtices columnares para su funcionamiento. Además, aparecen vórtices de manera natural como los que se forman debido a condiciones meteorológicas dando como resultado tornados y huracanes (*Referencia [1]*).

Otro ejemplo de vórtices muy presente en la naturaleza son los conocidos vórtices de Von Karman. Estos vórtices se generan cuando un fluido a una velocidad suficientemente alta se encuentra en su trayectoria con un obstáculo produciéndose el desprendimiento de la capa límite y dando lugar a una recirculación que se extiende aguas abajo del obstáculo de forma cíclica. (*Referencia [2]*).

Estos vórtices son los responsables del movimiento ondeante de las banderas e incluso se pueden ver en formaciones nubosas cerca de islas, como se muestra en la figura 1.1, debido a que éstas perturban el flujo dando lugar a la calle de vórtices. La imagen fue tomada por el satélite Terra de la NASA el 20 de mayo de 2015. La naturaleza de estos tipos de vórtices es muy diferente a los vórtices de punta de ala que se tratan en este trabajo ya que los vórtices de Von Karman están basados en la fricción y el desprendimiento de la corriente mientras que los vórtices de punta de ala se fundamentan en diferencia de presiones.

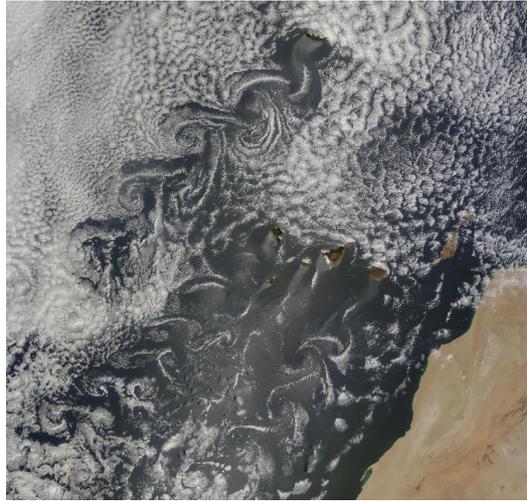


Figura 1.1: Calle de vórtices sobre Madeira y las islas Canarias

Para el análisis de la intensidad de los vórtices es necesario caracterizar la velocidad de rotación de los mismos con el fin de poder compararlos. En un flujo potencial, la velocidad inducida por un torbellino viene expresada por la ecuación (1.1)

$$v_{\theta}(r) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (1.1)$$

Donde r es la distancia radial al centro del vórtice y Γ es la circulación de la velocidad \vec{v} a lo largo de un camino C que encierra el centro del vórtice y recorrido en el sentido contrario a las agujas del reloj. (Referencia [3] y [4]).

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot \vec{dl} \quad (1.2)$$

Esto lleva a que la velocidad tangencial v_{θ} tiende a valores muy grandes cuando el radio es muy pequeño llegando a una singularidad en el eje del torbellino. En la realidad, en el núcleo del torbellino el campo de velocidades deja de ser potencial y está dominado por efectos viscosos. (Referencia [2]). La zona del centro del torbellino se puede modelar de varias formas. Una de ellas es el conocido modelo de Rankine según el cual la velocidad tangencial del fluido es sólo función de la distancia radial a dicho eje como se muestra en la ecuación (1.3)

$$v_{\theta}(r) = \begin{cases} \frac{-\Gamma r}{2\pi R^2}, & r \leq R \\ \frac{-\Gamma}{2\pi r}, & r > R \end{cases} \quad (1.3)$$

Donde R es el radio para el cual se produce la velocidad tangencial máxima. El signo menos hace referencia a que v_{θ} tiene el sentido opuesto al que se utiliza en la definición de Γ . Cualitativamente la representación de esta expresión viene dada por la figura 1.2.

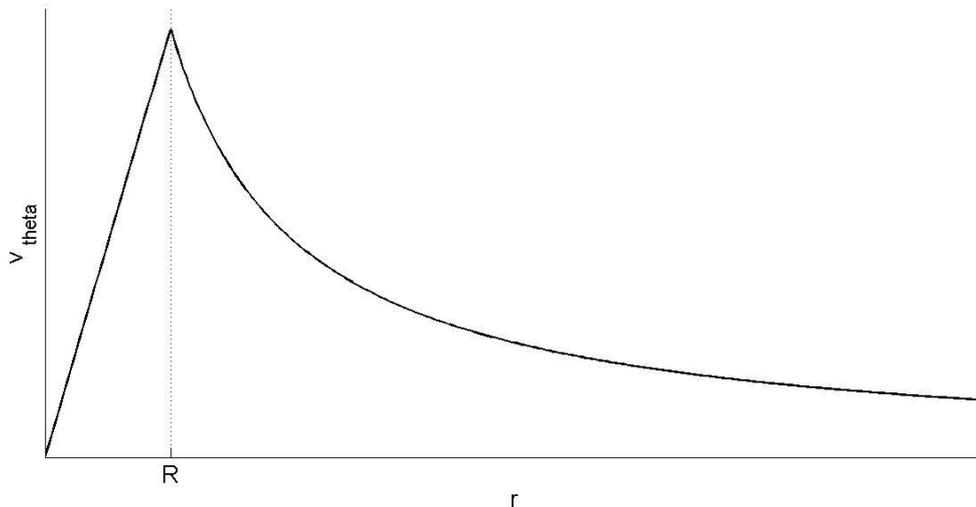


Figura 1.2: Representación del vórtice de Rankine

1.2.1 Vorticidad

Si aplicamos el teorema de Stokes a la ecuación (1.2) integrando en la superficie Σ encerrada por el camino C , se obtiene la expresión de la circulación en función del vector vorticidad $\vec{\omega}$ que se define como el rotacional de la velocidad. (Referencia [3]).

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_{\Sigma} \nabla \times \vec{v} \cdot \vec{n} \, d\sigma = \int_{\Sigma} \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, d\sigma \quad (1.4)$$

Según uno de los teoremas de Helmholtz sobre el movimiento de los vórtices, la intensidad de los vórtices es constante a lo largo de su longitud, caracterizando esa intensidad como la circulación Γ . (Referencia [2]). Este desarrollo se ha explicado para dar una definición más formal de vórtice como la que sigue. Un vórtice de intensidad Γ se puede definir como una estructura con un núcleo muy estrecho (según la teoría potencia es puntual) que tiene una distribución de vorticidad compatible con su circulación.

1.2.2 Vórtices de punta de ala

Experimentalmente se observa que el comportamiento del campo fluido entorno a un ala de envergadura finita es diferente respecto al que se produce al suponer el ala de envergadura infinita, es decir el perfil aerodinámica. Por tanto existen diferencias entre el flujo bidimensional y el tridimensional alrededor de un ala auténtica.

Esta diferencia se debe a la aparición de un rebordeo de punta de ala por parte de la corriente. El rebordeo es causado por la diferencia de presiones entre el extradós del ala y el intradós. Dicha diferencia de presiones es la misma que genera la fuerza de sustentación gracias a la cual los aviones vuelan. En el extradós la presión es menor que en el intradós y por eso el fluido rebordeo la punta del ala pasando desde el intradós hasta el extradós tendiendo a disminuir la presión en el intradós y aumentar la presión en el extradós. De esta forma se genera un gradiente de presión a lo largo de la envergadura del ala aumentando la presión en el extradós hacia los bordes marginales del ala y lo

contrario ocurre en el intradós. Este rebordeo en la punta del ala unido a la corriente incidente da lugar a los torbellinos que se mueven aguas abajo del ala generando un vórtice concentrado en cada borde marginal del ala. Estos vórtices giran en sentidos opuestos, ambos hacia el interior del ala. (Referencia 2]). Los vórtices pueden verse en la figura 1.3, fotografía de Aleksí Hamakainen a un A330 en las cercanías del aeropuerto de Vantaa cerca de Helsinki (Finlandia).



Figura 1.3: Visualización de vórtices de punta de ala en el avión A330

Además, debido a los efectos de los vórtices, se le induce a la corriente una velocidad descendente. Al girar los vórtices hacia el interior del ala, añaden una componente descendente al vector velocidad de la corriente incidente. Por tanto, la corriente incide sobre el ala con un cierto ángulo conocido como ángulo inducido. El ángulo inducido sumado al ángulo de ataque original del ala da como resultado el ángulo de ataque efectivo, menor que el ángulo de ataque original. El ángulo de ataque efectivo es el ángulo de ataque real con el que el ala ve la corriente que llega hasta ella. Al disminuir este ángulo de ataque disminuye la sustentación y se genera la denominada resistencia inducida que aparece por el hecho de que un ala finita sustente. Mientras los vórtices sean más intensos, la velocidad descendente que inducen es mayor y a su vez el ángulo inducido, generando una mayor resistencia inducida.

Cuando se consiguió caracterizar la resistencia inducida con una expresión analítica, se pudo determinar que la forma en planta del ala influye mucho en el valor de esta resistencia. Incluso se determinó que una forma elíptica minimiza el coeficiente de resistencia inducido. El problema de este tipo de alas es la dificultad de fabricación por lo que existen muy pocos aviones con alas elípticas. El avión de la fotografía tomada por Stefan Genner en una exhibición aérea en 2014 en Suiza que aparece en la figura 1.4 es uno de los más famosos por su ala elíptica, el *Spitfire*. El *Spitfire* fue un icono durante la Segunda Guerra Mundial en cuanto a los aviones de caza.



Figura 1.4: Spitfire durante una exhibición aérea

Sin embargo, hoy en día no se fabrica ningún avión con ala elíptica ya que resulta demasiado costoso. Para poder seguir usando alas más baratas de producir se recurrió a la naturaleza. En algunas aves se puede observar cómo levantan las plumas de los extremos de las alas mientras planean. Esta misma idea se ha trasladado a los aviones actuales. Con el objetivo de disminuir la resistencia inducida provocada por los vórtices de punta de ala, en la práctica se utilizan unas superficies adicionales en las puntas de las alas de forma similar a las plumas de algunas aves como se aprecia en el águila de la fotografía tomada por Steffen Glock de la figura 1.5. Estas superficies o plumas dificultan la formación de los vórtices mejorando de esta forma las características aerodinámicas del ala. Dichas superficies, denominadas winglets, se colocan aproximadamente perpendicular al ala dificultando que la corriente pase del intradós al extradós ya que bloquea el paso y frena el flujo proveniente del vórtice. Además de provocar que los vórtices formados sean mucho más débiles, los winglets contribuyen a que no se formen en los extremos del ala sino en los extremos del winglet, al estar más elevados respecto al plano del ala la velocidad descendente que inducen es también menor. Pero en este trabajo no se busca este efecto sino todo lo contrario, conseguir unos vórtices lo más intensos posibles.



Figura 1.5: Winglet natural en águila (izquierda) y winglet artificial en avión (derecha)

1.3. ANSYS

ANSYS es un software de simulación, desarrollado por la empresa de mismo nombre, cuya función es la de predecir cómo se comportarán los productos y procesos de fabricación de éstos en la vida real. Permite simular, analizar y optimizar el diseño de productos. Este software abarca cuatro grandes áreas de la ingeniería: fluidos, mecánica y estructuras, electrónica y por último sistemas y multifísica.

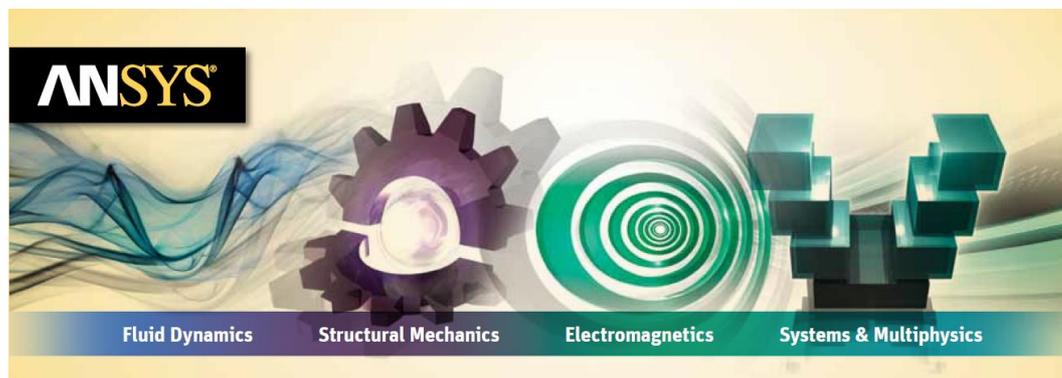


Figura 1.6: Portada ANSYS

ANSYS es líder mundial en innovación y es uno de los softwares de simulación y análisis más usados. Empresas líderes en ingeniería recurren a este software para diseñar desde productos cotidianos hasta los productos más complejos entre los que se encuentran reactores, aviones o placas solares. (Referencia [5]).

Este programa incluye una gran cantidad de módulos. Existen módulos que permiten hacer un seguimiento completo de la simulación u otros que están destinados meramente a mostrar o procesar resultados exportados de programas externos. En este trabajo el módulo que se va a utilizar es el denominado *Fluid Flow*. Este módulo permite ejecutarse con dos programas de resolución, CFX y Fluent. En este trabajo se utiliza la opción de Fluent. *Fluid Flow* permite diseñar y resolver cualquier problema en el que esté involucrado algún fluido. Dentro del módulo, se encuentran varias aplicaciones secundarias que marcan el camino a seguir desde la definición geométrica del problema hasta el postprocesado de los resultados. Estas aplicaciones se muestran en la tabla I junto con una breve descripción.

 Fluid Flow (Fluent)	
 Geometry	Permite crear una nueva geometría o importarla de un programa CAD.
 Mesh	Ofrece gran cantidad de opciones para configurar el mallado de la geometría.
 Setup	Define las propiedades de los modelos, materiales y condiciones de contorno.
 Solution	Configura las opciones de los métodos de resolución e inicia la resolución numérica.
 Results	Procesa los resultados obtenidos pudiendo generar una gran variedad de gráficos y representaciones.

Tabla I: Descripción de las partes del módulo Fluid Flow (Fluent)

La versión de ANSYS utilizada es la *16.2 Academic* que se diferencia de la versión completa en que es totalmente gratuita pero está limitada a 512000 celdas. Esta limitación ha tenido una importancia capital en la selección del volumen de control y las características del mallado de la geometría.

2 CONFIGURACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE ANSYS

En todos los software de simulación y basados en el método de los elementos finitos, es muy importante saber el resultado que se espera obtener y no tomar todo lo que se obtiene de este tipo de software como totalmente verídico. También es el caso de los programas CFD como el utilizado en este trabajo. Existe la posibilidad de introducir fallos a la hora de definir el problema que no se pueden detectar si no analizamos correctamente y con ojo crítico los resultados obtenidos. El primer objetivo ha sido lograr el resultado esperado en una simulación, la formación de los torbellinos de punta de ala en la localización y con el sentido de giro explicado en la introducción. A continuación se describe brevemente el funcionamiento de Fluent y el proceso seguido hasta dar con dicho resultado.

2.1. Descripción del funcionamiento de Fluent

ANSYS Fluent es un programa para modelar movimiento de fluidos, transferencia de calor y reacciones químicas en todo tipo de geometrías. Esto es posible gracias a la discretización que se realiza de la geometría mediante la realización de una malla compuesta de geometrías más sencillas y mucho más pequeñas. (Referencia [6]). Sin embargo, en el estudio que se realiza solo se modela el movimiento del fluido entorno a la placa plana, para ello Fluent calcula las soluciones resolviendo las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento que se muestran escritas en su forma diferencial en (2.1) y (2.2) respectivamente.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho \vec{f}_m \quad (2.2)$$

Donde $\bar{\tau}$ es el tensor de esfuerzos de viscosidad y \vec{f}_m representa las fuerzas másicas. Adicionalmente, se trata de un flujo incompresible ya que $M_\infty^2 \ll 1$ como se demuestra en el apartado 2.2. De esta forma Fluent lo trata como un fluido con una densidad constante facilitando los cálculos ya que las ecuaciones se simplifican.

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.3)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{f}_m \quad (2.4)$$

Donde se ha hecho uso de la ley de Navier-Poisson que define $\bar{\tau}$ y de las simplificaciones correspondientes debidas a que la densidad es constante.

En este estudio el fluido se encuentra a un número de Reynolds elevado para evitar la influencia de la capa límite como se muestra también en el apartado 2.2. Estos altos números de Reynolds y el hecho de la generación de los vórtices conllevan que el flujo se vuelva turbulento, por tanto es necesario

añadir el modelado de la turbulencia a las ecuaciones (2.3) y (2.4). El flujo turbulento se caracteriza por presentar una gran variabilidad en las variables fluidas, es por eso que se descomponen en un valor medio más una fluctuación. Haciendo uso de esta descomposición se puede llegar a partir de las ecuaciones (2.3) y (2.4) a las ecuaciones de Reynolds para un flujo turbulento.

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\vec{V} \cdot \vec{V}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\bar{\tau}_v - \rho \langle \vec{v}' \cdot \vec{v}' \rangle) \quad (2.6)$$

Donde $\bar{\tau}_v$ representa el tensor de esfuerzos de viscosidad para el flujo medio, \vec{V} el valor medio de la velocidad, P el valor medio de la presión y \vec{v}' la fluctuación turbulenta de la velocidad. Por último el término $\rho \langle \vec{v}' \cdot \vec{v}' \rangle$, en el que los corchetes representan la media de lo que hay en su interior, recibe el nombre de tensor de esfuerzos aparentes de Reynolds o tensor de esfuerzos turbulentos y se identifica como $\bar{\tau}_\tau$. (Referencia [3]).

El tensor de esfuerzos aparentes de Reynolds no se conoce con exactitud de forma analítica, por lo que es necesario modelarlo. Uno de los modelos turbulentos más utilizados en las simulaciones numéricas, y el que se ha utilizado en Fluent en este estudio, es el conocido como modelo *SST K - ω* de Menter. Este modelo se basa en la solución de dos ecuaciones de transporte basadas en la energía cinética turbulenta K y la tasa de disipación específica de la turbulencia ω . Una explicación más detallada de este modelo puede encontrarse en [7]. Para este modelo de turbulencia es recomendable que $y^+ < 3$. Esta magnitud, definida en (2.7), representa la distancia adimensional a la pared, está relacionada con lo fina que es la malla cerca de las paredes con la que limitan los fluidos, en este estudio dichas paredes son las de la placa plana.

$$y^+ = \frac{\rho y u_\tau}{\mu} \quad (2.7)$$

Donde y es la distancia de la celda más próxima a la pared y u_τ es la velocidad de fricción en dicho punto. (Referencia [7]). La condición de $y^+ < 3$ se pasa a comprobar tanto en el apartado 2.2 como en el 2.3.

2.2. Elección de los parámetros iniciales

Lo primero fue elegir la geometría de la placa sobre la que iba a incidir la corriente incidente. Para una primera prueba se eligió una placa plana rectangular de 2 m de envergadura, 1 m de cuerda y 2 mm de espesor con un ángulo de ataque $\alpha = 5^\circ$. Se eligió esta geometría por ser la más sencilla de todas las que se iban a estudiar en un principio. La razón de la elegir una envergadura mayor que la cuerda fue la de asemejar la placa a un ala. Se tomaron 5° de ángulo de ataque para que pudieran generarse unos vórtices que fusen lo suficientemente intensos para que se apreciaran bien y lejos de la posibilidad de desprendimiento de la corriente. El volumen de control que se eligió fue un cilindro de 26 m de longitud y 5 m de radio. La disposición del volumen de control puede verse en la figura 2.1.

El motivo de estas medidas fue dejar suficiente espacio delante de la placa por si esta causaba variaciones en el flujo aguas arriba. Además se dejó bastante distancia aguas abajo para comprobar que los vórtices eran consistentes y no desaparecían pocos metros detrás de la placa. La opción del cilindro se tomó para darle la mayor simetría posible a la definición del problema.

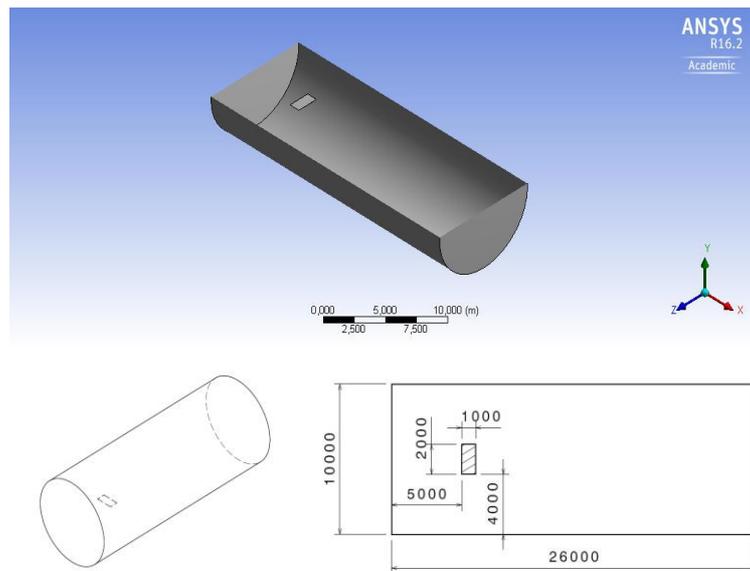


Figura 2.1: Descripción del volumen de control preliminar (medidas en mm)

Tras elegir el volumen de control se realiza un mallado tetraédrico, por defecto el programa realiza el mallado mediante celdas tetraédricas, refinando en la zona de la placa mediante la opción *Use Advanced Size Function On Proximity* y seleccionando la opción *Faces and Edges* para aplicar el refinado en dicho área. Además para mejorar la precisión de la solución se limita el tamaño máximo de las celdas a 0.5 m en cualquier dirección. Este valor se fijó teniendo en cuenta el número máximo de celdas permitidas. Como resultado se obtiene la malla de la figura 2.2 de unas 455000 celdas, cercanas al máximo permitido por la versión utilizada.

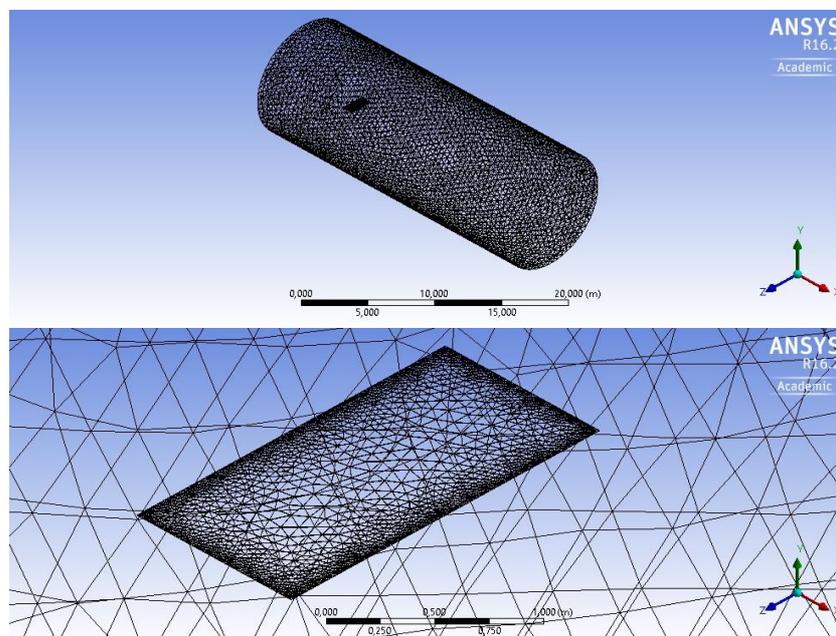


Figura 2.2: Malla inicial para el volumen de control y la placa

Las condiciones de contorno que se imponen son de impenetrabilidad en la zona lateral del cilindro y en la placa. En una de las bases se impone la entrada del fluido y la salida en la otra. La velocidad de la corriente U_{∞} se fija en 50 m/s. La razón de fijar este valor está relacionada con el número de Reynolds y la capa límite. Para evitar una influencia relevante de la capa límite, es necesario un número

de Reynolds muy alto ya que el espesor de la capa límite es proporcional a la raíz del inverso del número de Reynolds como se aprecia en la expresión (2.8) (Referencia [3])

$$\delta \sim \frac{L}{\sqrt{Re}} \quad (2.8)$$

Siendo δ el espesor de la capa límite y L la longitud característica de la placa que en este caso es la cuerda de la placa. Tomando el aire como fluido con una densidad $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$, una viscosidad $\mu = 1.7894 \times 10^{-5}$. Se obtiene un valor del número de Reynolds de $Re = 3.4 \times 10^6$ obtenido según la ecuación (2.9) que define el número de Reynolds. A partir de este valor se puede afirmar que $\delta \ll L$ y por tanto, la capa límite es lo suficientemente pequeña para que los resultados no sean dependientes de la misma.

$$Re = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} \quad (2.9)$$

Además, este valor de U_∞ es lo suficientemente bajo para que el flujo sea incompresible y evitar que los efectos de compresibilidad afecten a las simulaciones. Para que se considere incompresible, el fluido debe tener un valor de $M_\infty^2 \ll 1$. Para calcular el valor de M_∞^2 se ha tomado una temperatura de referencia $T = 288.15 \text{ K}$ y se ha hecho uso de la expresión (2.10) que define el número de Mach. Se obtiene un valor de $M_\infty = 0.147$ que al elevar al cuadrado se llega al valor de $M_\infty^2 = 0.0216 \ll 1$.

$$M_\infty = \frac{U_\infty}{\sqrt{\gamma \kappa T}} \quad (2.10)$$

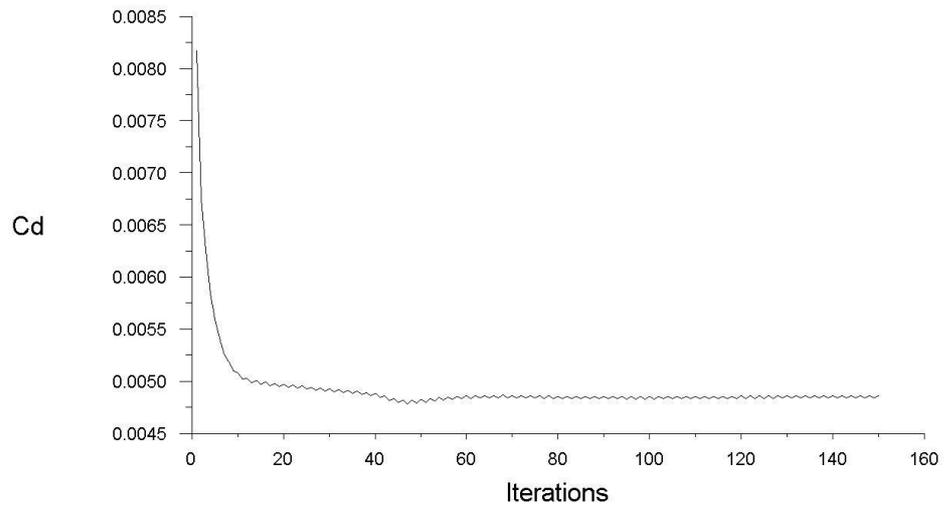
Donde $\gamma = 1.4$ es el coeficiente de dilatación adiabática para el aire y $\kappa = 286.69 \text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}$ es la constante de gases para el aire.

Por comodidad, el ángulo de ataque se introduce en la simulación teniéndolo en cuenta en la velocidad del fluido. Es decir, la placa permanece alineada con el eje longitudinal del volumen de control mientras a la velocidad del fluido se le impone una componente vertical para inducir el ángulo de ataque de 5° . Ya que es bastante alto el número de simulaciones, se considera que es más cómodo únicamente variar las componentes de la velocidad cuando varía el ángulo de ataque evitando tener que modificar la geometría y volver a realizar la malla.

$$v_x = U_\infty \cos(\alpha) = 50 \cos(5^\circ) = 49.810 \text{ m/s} \quad (2.11)$$

$$v_y = U_\infty \sin(\alpha) = 50 \sin(5^\circ) = 4.358 \text{ m/s}$$

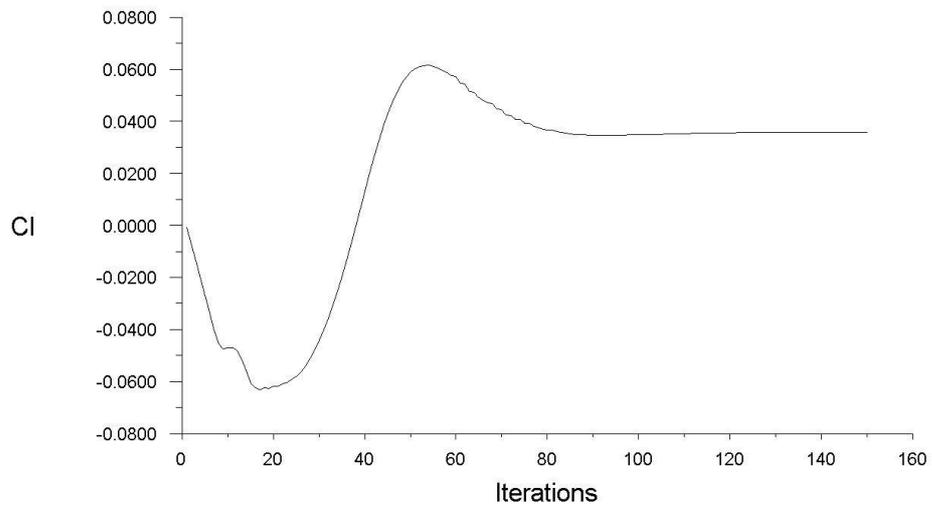
Para comprobar la convergencia de la solución se decide monitorizar tanto el coeficiente de resistencia aerodinámica C_D como el de sustentación C_L además de los residuos. Para asegurar la convergencia se calculan 150 iteraciones en las que la evolución de estos coeficientes y residuos se muestran en la figura 2.3, 2.4 y 2.5.



cd-1 Convergence History

ANSYS Fluent Release 16.2 (3d, dp, pbns, sstk)

Figura 2.3: Historial de convergencia de C_D



cl-1 Convergence History

ANSYS Fluent Release 16.2 (3d, dp, pbns, sstk)

Figura 2.4: Historial de convergencia de C_L

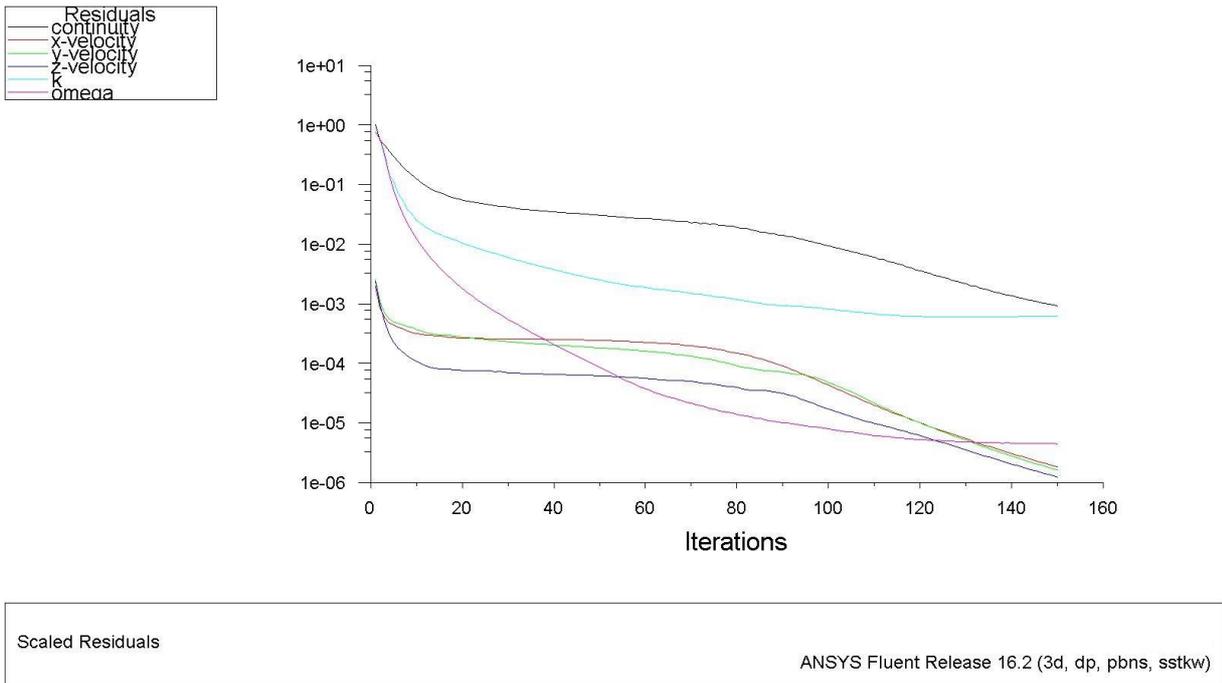


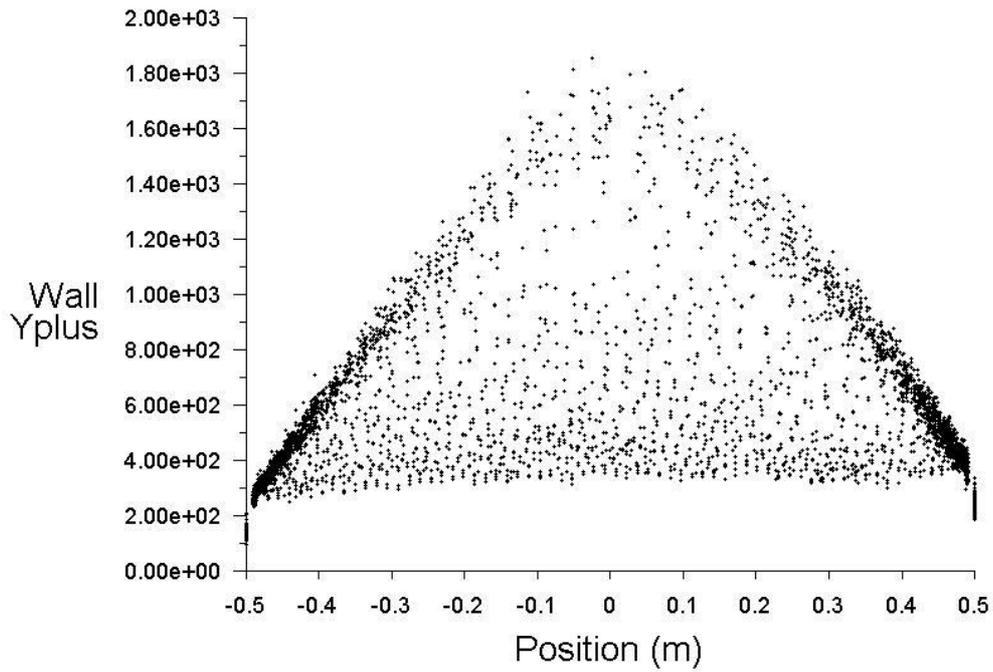
Figura 2.5: Evolución de los residuos

A partir de la figura 2.3 y 2.4 se puede observar como la simulación ha convergido ya que ambos coeficientes permanecen constantes para el resto de iteraciones. Adicionalmente, los residuos van cayendo y esta disminución se acentúa a partir de la iteración 100, ya que desde ese momento el método ha convergido como puede verse en la evolución de los coeficientes de resistencia y sustentación. Es recomendable que los residuos estén por debajo de 10^{-3} . En este caso el más alto es el de continuidad cuyo valor es de 9×10^{-4} como muestra la imagen 2.6 tomada de la consola de ANSYS Fluent durante la simulación, cumpliendo con lo recomendado. (Referencia [6]).

iter	continuity	x-velocity	y-velocity	z-velocity	k	omega	time/iter
144	1.1453e-03	2.4442e-06	2.1929e-06	1.6420e-06	6.1068e-04	4.5116e-06	0:00:29 6
145	1.1036e-03	2.3230e-06	2.0753e-06	1.5620e-06	6.1071e-04	4.5206e-06	0:00:24 5
146	1.0600e-03	2.2090e-06	1.9704e-06	1.4848e-06	6.1258e-04	4.5080e-06	0:00:19 4
147	1.0202e-03	2.1022e-06	1.8677e-06	1.4115e-06	6.1269e-04	4.5165e-06	0:00:14 3
148	9.8049e-04	2.0013e-06	1.7752e-06	1.3438e-06	6.1451e-04	4.4712e-06	0:00:10 2
149	9.4488e-04	1.9056e-06	1.6845e-06	1.2768e-06	6.1461e-04	4.4677e-06	0:00:05 1
150	9.0818e-04	1.8174e-06	1.6025e-06	1.2149e-06	6.1643e-04	4.4555e-06	0:00:00 0

Figura 2.6: Residuos mostrados en la consola de ANSYS con parámetros preliminares

Además, se comprueba en la figura 2.7, donde la coordenada $X = 0$, señala el centro de la placa el valor de y^+ que se obtiene en las paredes de la placa para compararlo con el rango recomendado en el apartado 2.1. Dicho valor se encuentra muy por encima del recomendado, ya que incluso alcanza valores del orden de 10^3 en la zona central de la placa, lo que indica que la malla no es lo suficientemente buena para este modelo y es necesario modificarla para poder aplicar el modelo y obtener soluciones más precisas y realistas.

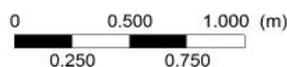
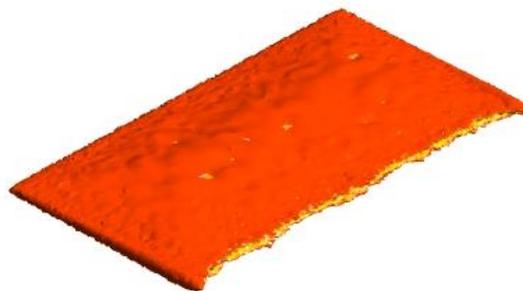
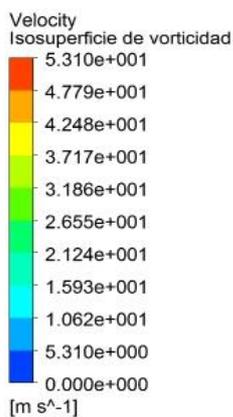


Wall Yplus

ANSYS Fluent Release 16.2 (3d, dp, pbns, sstkqw)

Figura 2.7: y^+ obtenido con parámetros preliminares

Finalmente se representan los resultados obtenidos para esta simulación preliminar. En la figura 2.8 se ha representado una isosuperficie de vorticidad esperando visualizar los torbellinos de punta de ala, pero en su lugar sólo ha aparecido una capa sobre la placa debido al rebordeo de la corriente. Aguas abajo de la placa no aparecen los torbellinos.



ANSYS
R16.2
Academic

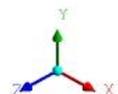


Figura 2.8: Isosuperficie de vorticidad coloreada según velocidad obtenida con parámetros preliminares

Para intentar visualizar los vórtices, también se han representados perfiles de velocidades en planos con X constante, en el borde de salida y aguas abajo de la placa. Estas imágenes se han tomado desde detrás de la placa representando la velocidad en el plano YZ mediante flechas. En la figura 2.9 se aprecia cómo se produce el rebordeo de extradós a intradós pero no se forma un vórtice definido, en la zona central del borde de salida del ala se aprecian flechas que indican tanto sentido ascendente como descendente del fluido. A 1m aguas abajo se muestra en la figura 2.10 como se empiezan a formar unos vórtices que se consolidan a 3 m aguas abajo en la figura 2.11 induciendo una velocidad descendente en la zona comprendida entre los dos vórtices. Aunque la intensidad de los vórtices es muy pequeña y el centro de los mismos no se encuentra cercano a los bordes marginales de la placa sino bastante desplazados hacia el centro. Por todo lo anterior, se considera que la solución obtenida no refleja el comportamiento esperado del fluido y se realizan una serie de cambios de los parámetros anteriormente seleccionados.

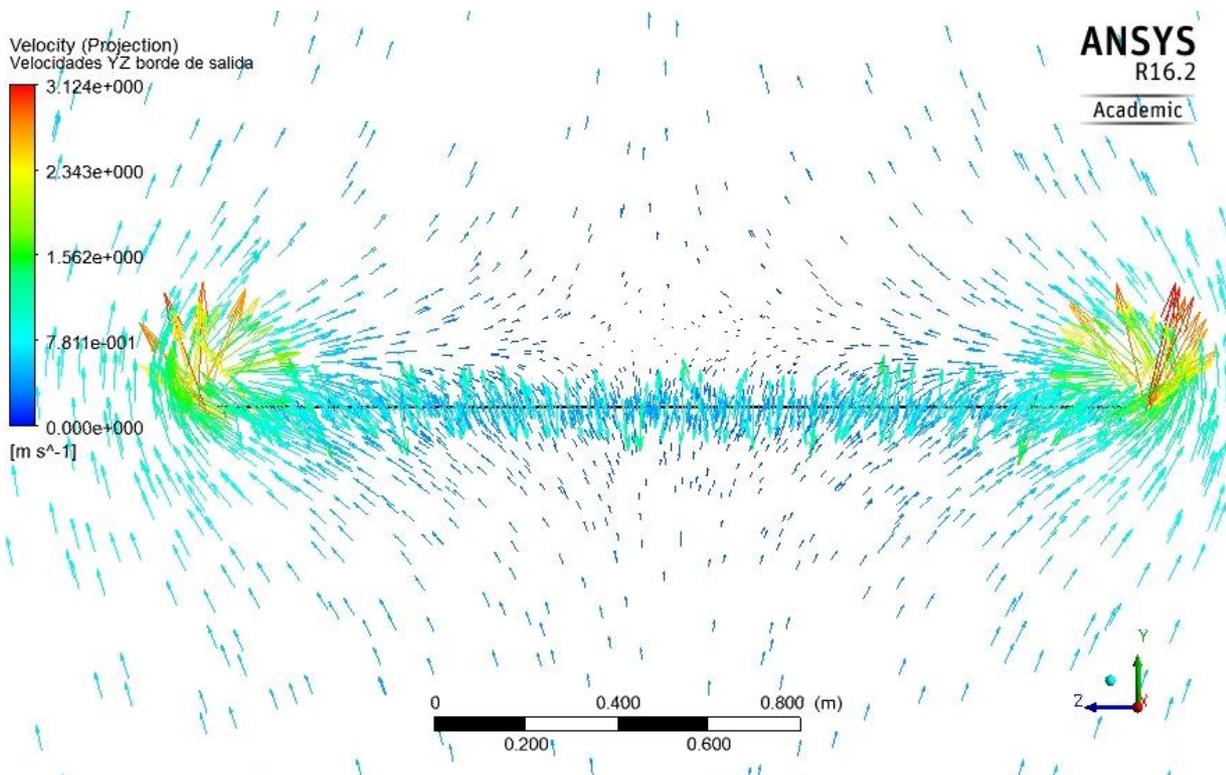


Figura 2.9: Velocidades en el plano YZ del borde de salida obtenidas con parámetros preliminares

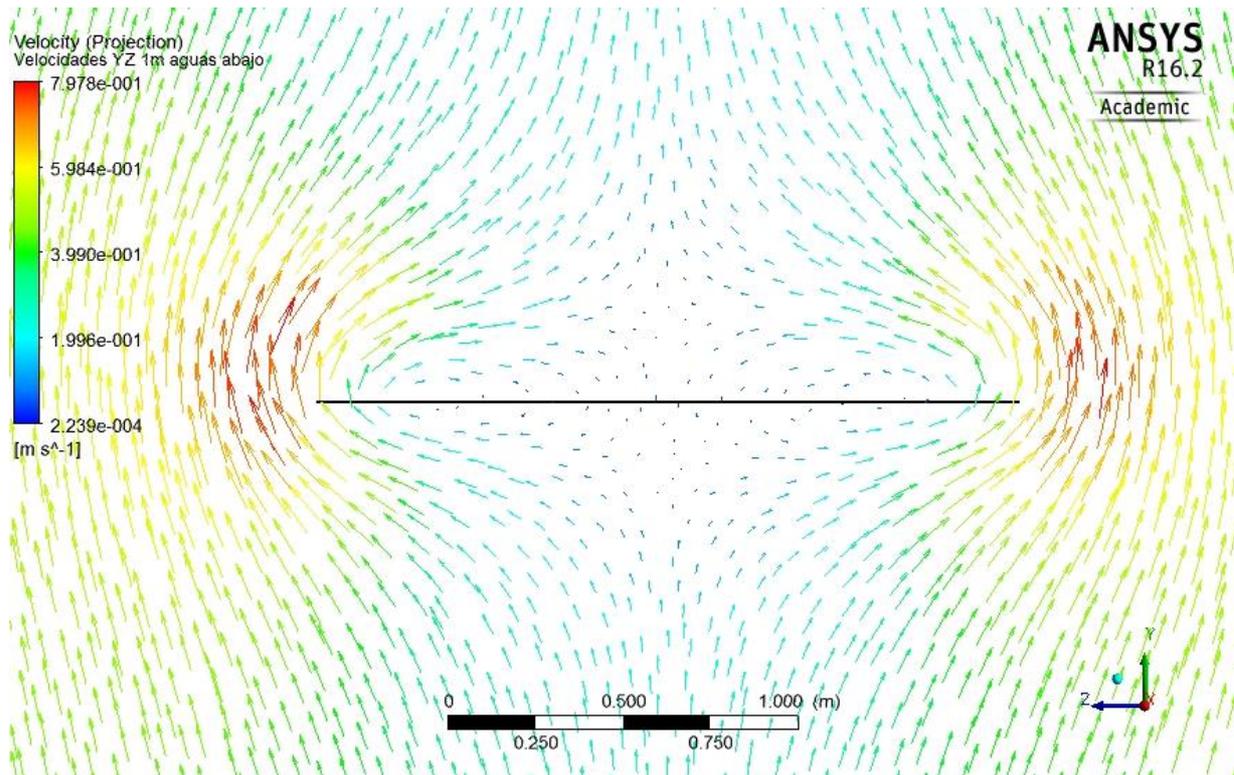


Figura 2.10: Velocidades en el plano YZ a 1m aguas abajo obtenidas con parámetros preliminares

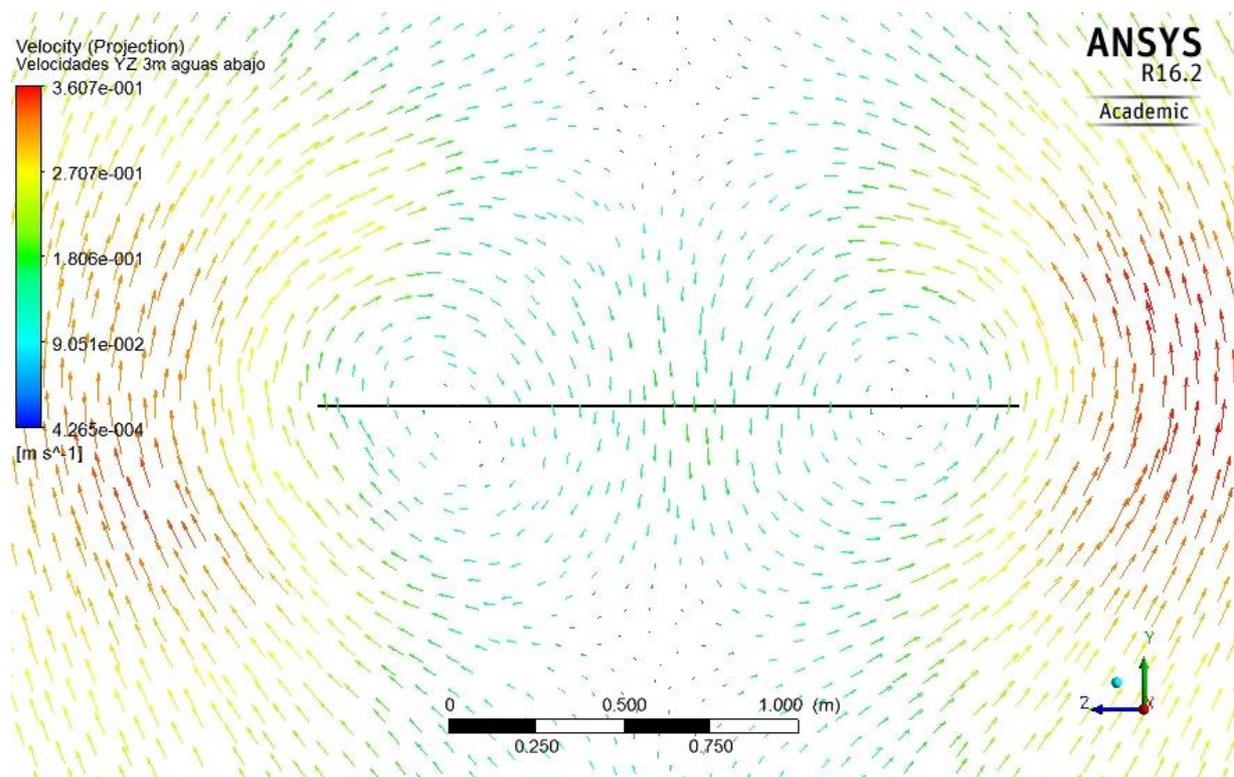


Figura 2.11: Velocidades en el plano YZ a 3m aguas abajo obtenidas con parámetros preliminares

2.3. Elección de los parámetros definitivos

A la vista de los resultados obtenidos en la simulación preliminar se decide realizar modificaciones de los parámetros que definen el problema. Estos cambios se hicieron de forma gradual hasta conseguir la solución que caracteriza lo que ocurre en la realidad. Aunque en esta sección se hará una mención de todos ellos y finalmente se presentará la solución obtenida después de realizar todos los cambios, el proceso fue de hacer una nueva simulación después de cada cambio. Después de dicha simulación se analizó el resultado obtenido y se volvió a plantear una nueva corrección hasta llegar al origen de la obtención de resultados erróneos.

El volumen de control pasa de ser un cilindro a un prisma rectangular. El motivo de este cambio es asemejar más el volumen de control a la cámara de ensayos de un túnel de viento. Además, se decide disminuir el tamaño del volumen de control para poder reducir el tamaño de las celdas en el mallado sin aumentar el número de ellas, y de esta forma poder ganar precisión. La longitud pasa de 25 m a 21 m, mientras que el ancho es ahora de 5 m y el alto de 2 m.

Además, también varía la geometría de la placa. La envergadura se reduce a 1m, por lo que la placa pasa a ser cuadrada. La disminución de la envergadura es debida a que el ancho del volumen de control es también menor, por lo que para intentar reducir el efecto pared se intenta que el margen entre la placa y las paredes del volumen de control no sea muy pequeño. Otro cambio es que el ángulo de ataque pasa a ser tenido en cuenta en la definición geométrica de la placa y no como condición de contorno de la velocidad a la entrada. Es decir se pasa de introducir el ángulo de ataque imponiendo una componente vertical v_y a la entrada a introducir dicho ángulo inclinando la placa el correspondiente ángulo α . Por consiguiente, la corriente pasa a entrar completamente en dirección X. Esta nueva configuración del volumen de control está detallada en la figura 2.12 donde se muestra una sección en el plano XZ, otra sección en el plano de simetría XY donde se puede apreciar el ángulo de ataque, la perspectiva y un corte de la misma.

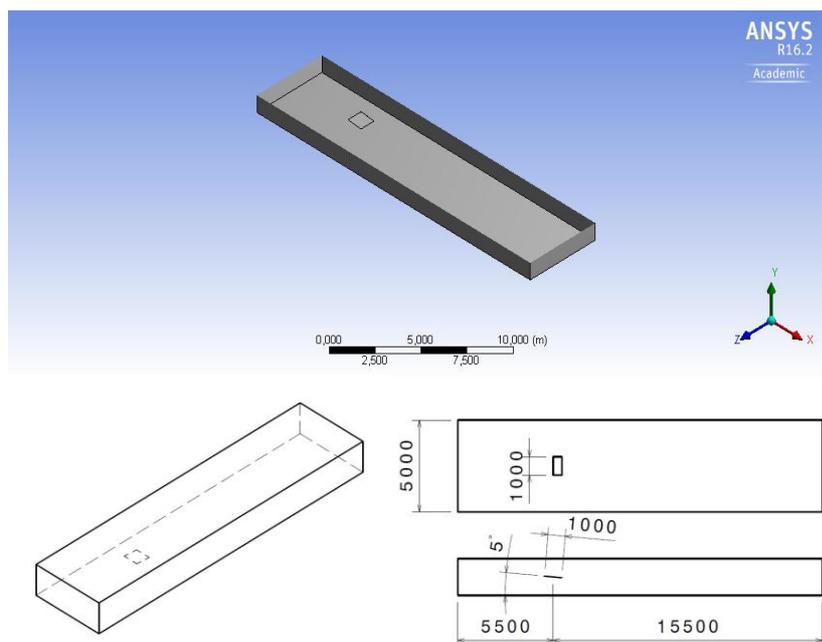


Figura 2.12: Descripción del volumen de control definitivo (mediadas en mm)

Esta modificación respecto a la simulación preliminar radica en que si solamente se define como entrada de aire la cara paralela al plano YZ y se le impone un ángulo a la corriente, el flujo termina perdiendo ese ángulo con respecto a la placa. El aire choca con las paredes del cilindro y es obligado a circular en dirección X por lo que tras los 5 m iniciales antes de llegar a la placa la componente v_y del fluido ha disminuido mucho, y el ángulo de ataque ya no es el esperado, como se muestra en la figura 2.13. Nótese también que en esta figura que v_y se vuelve ligeramente negativa unos metros aguas abajo debido a los débiles vórtices que se forman y que, como se explicó en el apartado anterior, tardan varios metros en formarse. Además, se produce un perfil de velocidades no uniforme manifestándose una disminución del módulo de la velocidad en la zona baja del cilindro y un aumento en la zona alta, ilustrado en la figura 2.14, debido a que sólo se impone la entrada de fluido en una cara del volumen de control. Esto provoca que las soluciones obtenidas estén lejos de la realidad donde el flujo si incide de forma uniforme sobre la placa. Teniendo en cuenta todo lo anterior, se han realizado los cambios ya comentados para intentar solventar estos problemas.

Por otro lado, en el mallado se ha tenido en cuenta que, en la primera simulación, la isosuperficie de vorticidad se extendía exclusivamente a la superficie de la placa. Por lo tanto, se ha utilizado la opción *inflation* para realizar una malla en la que las celdas que están pegadas a la placa formen unos planos muy estrechos y paralelos a la placa. Esto ayuda a simular mejor el efecto de la capa límite y ganar precisión en el resultado. Además al haber reducido el volumen de control se ha podido limitar el tamaño de las celdas a 0.18 m y en la superficie de la placa a 0.025 m. La malla generada está formada por unas 486700 celdas. Para poder reducir el tiempo de simulación, ya que el número de simulaciones es bastante alto, y poder realizar más iteraciones en menor tiempo se hace una conversión de la malla tetraédrica a una poliédrica, mostrada en la figura 2.15, reduciendo el número de celdas a 122000.

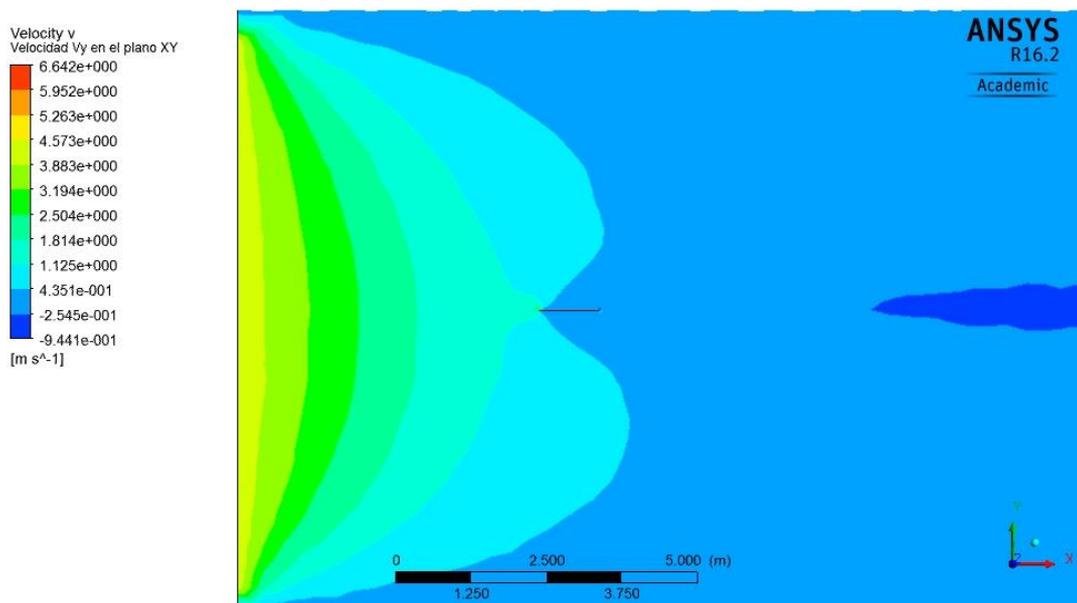


Figura 2.13: Perfil de velocidades v_y en plano de simetría XY obtenido con parámetros preliminares

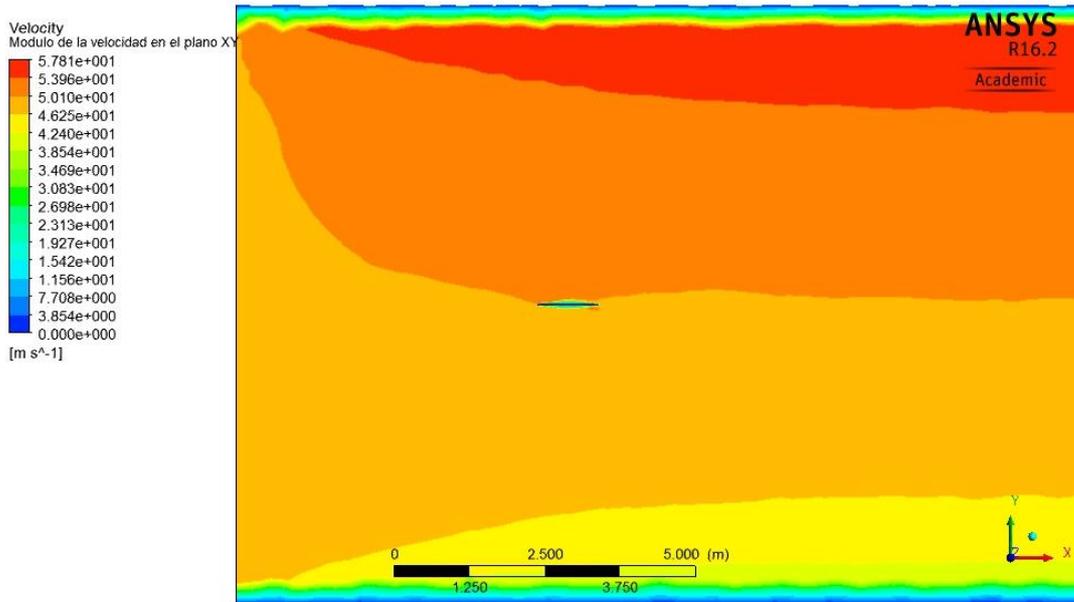


Figura 2.14: Perfil de velocidades en plano de simetría XY obtenido con parámetros preliminares

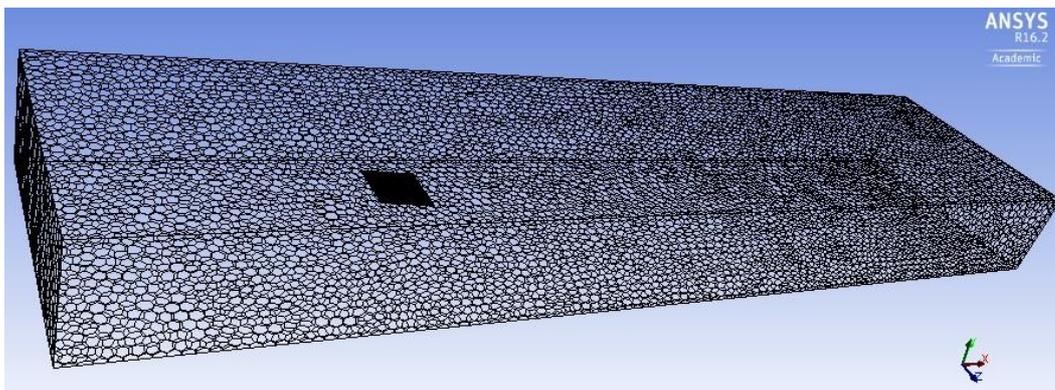
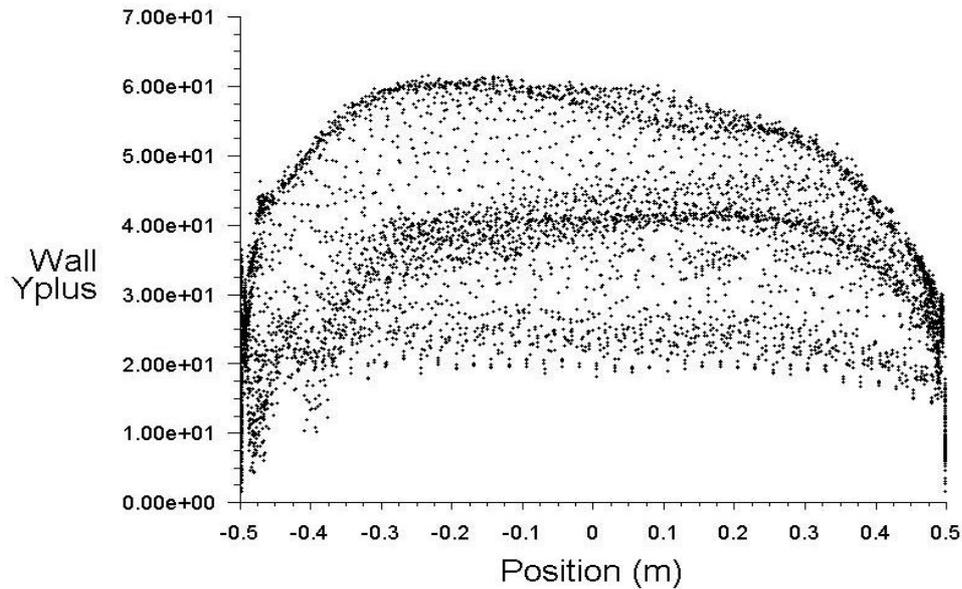


Figura 2.15: Malla poliédrica definitiva

Por último, en las condiciones de contorno ya no se impone la impenetrabilidad en las caras laterales del volumen de control. Ahora se impone la condición de simetría. Con este cambio se mitiga bastante el posible efecto pared que pudiera provocarse y que se aprecia en la simulación preliminar, en la figura 2.14.

El seguimiento de la convergencia de la solución se realiza de forma similar al descrito anteriormente para todas las simulaciones.

De nuevo se vuelve a comprobar el valor de y^+ obteniendo una notable dismunción llegando a un valor máximo de 60, véase figura 2.16. Se puede concluir que las modificaciones que se han realizado ayudan a que la malla se ajuste mejor al modelo de turbulencia y asegure unos resultados precisos. Fundamentalmente esta disminución se debe a la incorporación de la opción *inflation* en la realización de la malla. Aunque el valor ha disminuido bastante aún no se encuentra en el rango recomendado pero sí bastante cerca. Hay que tener en cuenta que el programa es una versión académica y no permite hacer una malla todo lo fina que se quiera por lo que el valor de y^+ obtenido es bastante bueno para el objetivo de este estudio.



Wall Yplus

ANSYS Fluent Release 16.2 (3d, dp, pbns, sstkvw)

Figura 2.16: y^+ obtenido con parámetros definitivos

Analizando los resultados obtenidos se aprecia la formación de los torbellinos de punta de ala y como se extienden hasta el final del volumen de control, véase la figura 2.17. Nótese la formación de una estela aguas abajo del ala que se extiende desde el borde de salida hasta una longitud aproximadamente igual a L .

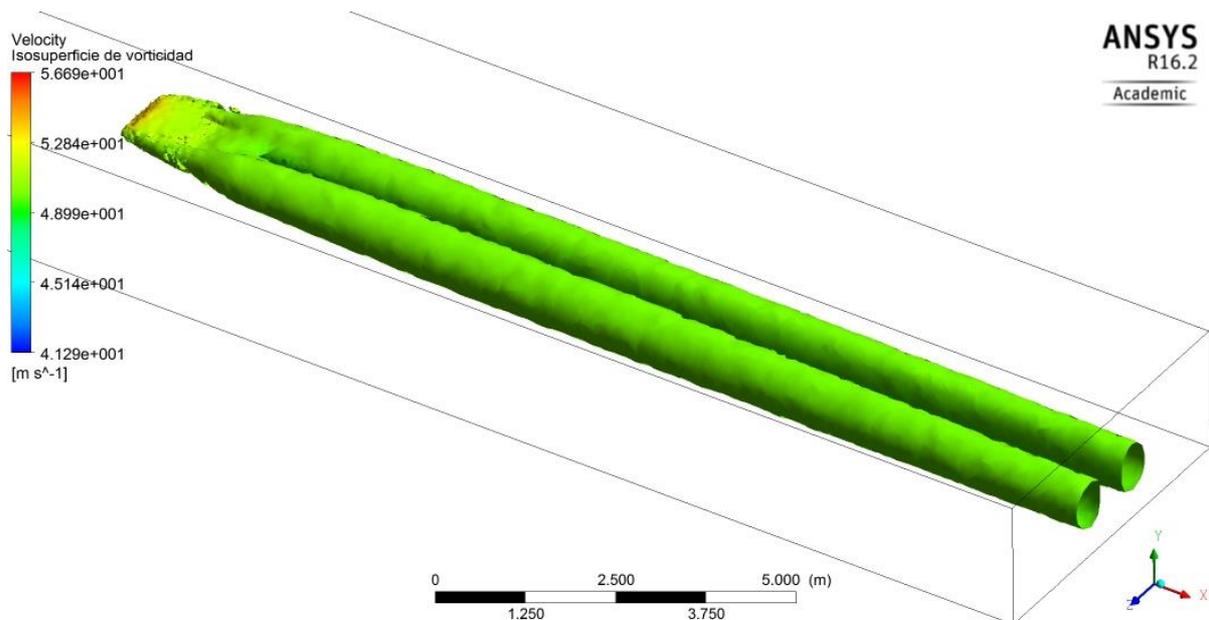


Figura 2.17: Isosuperficie de vorticidad coloreada según velocidad obtenida con parámetros definitivos

Para asegurar que el comportamiento de los vórtices obtenidos se ajusta a la realidad se vuelven a representar varios perfiles de velocidades en planos de X constante. Ahora la placa no es perpendicular a estos planos por lo que en estas representaciones se observa que la proyección de la placa inclinada

ya no es una única línea como en las figuras 2.9, 2.10 y 2.11. Los vórtices están perfectamente definidos en el borde de salida, véase figura 2.18. No se empiezan a formar ahí como en la simulación preliminar, sino que se han empezado a formar en el borde de ataque, siguen desarrollándose a medida que recorren la placa y se extienden aguas abajo como puede apreciarse en los perfiles de velocidad representados en las figuras 2.18 y 2.19 donde a 2 m aguas abajo los vórtices siguen perfectamente definidos. Además el núcleo de los vórtices está localizado justo en los bordes marginales de la placa a diferencia de lo visto en la anterior simulación. Por tanto la simulación con los parámetros que se han descrito recoge de forma bastante precisa el fenómeno real de generación de vórtices en la punta de las alas.

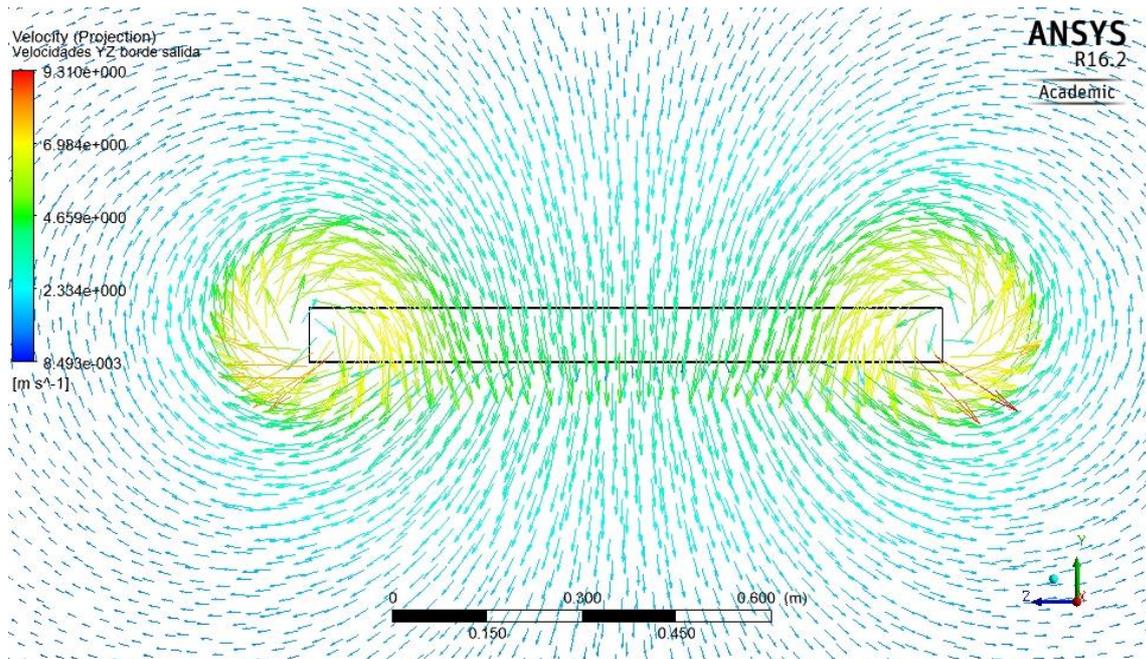


Figura 2.18: Velocidades en el plano YZ del borde de salida obtenidas con parámetros definitivos

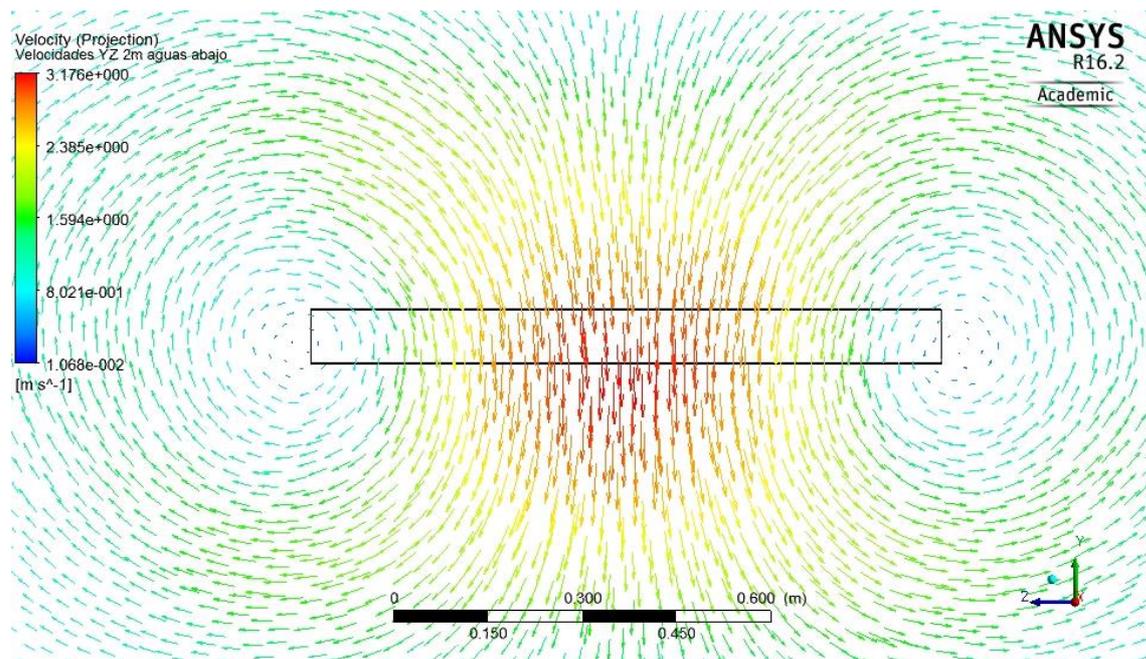


Figura 2.19: Velocidades en el plano YZ a 2m aguas abajo obtenidas con parámetros definitivos

Adicionalmente se muestra en la figura 2.18 como, al cambiar las condiciones de contorno, el perfil de velocidades ahora sí es homogéneo a diferencia de lo mostrado en la figura 2.14 y además se ha eliminado el efecto pared al imponer condiciones de simetría en las caras laterales por lo que no existe un gradiente de velocidades en el volumen de control a excepción de la zona cercana a la placa.

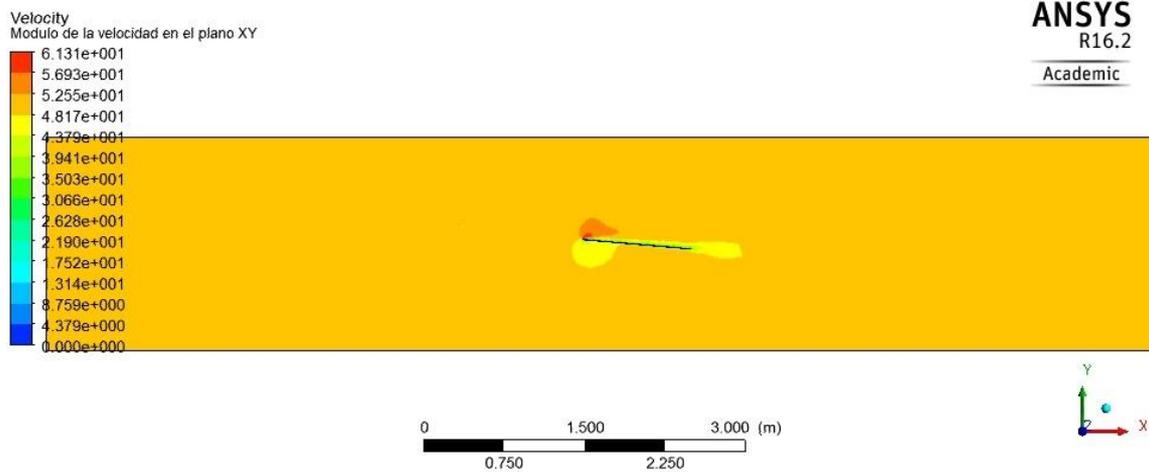


Figura 2.20: Perfil de velocidades en plano de simetría XY obtenido con parámetros definitivos

3 OBTENCIÓN DE RESULTADOS

Después de haber definido todos los parámetros necesarios para la simulación, se procedió a realizar las simulaciones necesarias para el estudio. Tras las simulaciones se extrajeron los datos necesarios realizando las mediciones y representaciones oportunas mediante el postprocesado de los resultados. En este capítulo se describe todo este procedimiento seguido hasta obtener los datos que servirán para el análisis.

3.1. Variables de las simulaciones

Las variables que se estudiaron fueron el ángulo de ataque y la forma en planta de la placa. En cuanto a la forma en planta hay mucha casuística y opciones de estudio. Para centrar el estudio en una variable concreta se decidió analizar geometrías que fueran desde una placa cuadrada hasta un triángulo, pasando por diversos trapecios isósceles. El motivo fue que en geometrías triangulares como las alas delta los vórtices que se forman son bastante significativos. Esto se debe a que aparecen en el vértice del ala y se van enrollando formando un par de vórtices estables que van ganando intensidad hasta que alcanzan el borde de salida donde ya están completamente desarrollados. (*Referencia [2]*). Como nuestro estudio se basa en intentar generar unos vórtices de la mayor intensidad posible y con la menor pérdida de carga, la opción de estudiar las geometrías cercanas a la triangular se planteaba interesante. Para definir una variable que representara el cambio desde una geometría cuadrada a una triangular se decidió tomar el ángulo φ definido como el formado entre la vertical y uno de los lados de laterales de la placa, véase figura 3.1. De forma que φ varía entre 0° que corresponde a la placa cuadrada y 45° correspondiente a la placa triangular. Adicionalmente para que la geometría de la placa dependa únicamente de φ como se demuestra en las ecuaciones es necesario fijar dos parámetros geométricos. Fijando la longitud $L = 1m$ y la superficie de la placa $S = 1 m^2$ se consigue esta dependencia de a y b con el ángulo φ . Gracias a que los trapecios estudiados son isósceles se tiene:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{2} - L \tan \varphi \quad (3.1)$$

Y si ahora se sustituye la expresión (3.1) en la definición de S para un trapecio:

$$S = \frac{(a + b)L}{2} = L(b - L \tan \varphi) \quad (3.2)$$

Despejando b en (3.2) y sustituyendo en (3.1) finalmente se obtiene las expresiones de a y b dado L y S en función de la variable φ .

$$a = \frac{S}{L} - L \tan \varphi$$

$$b = \frac{S}{L} + L \tan \varphi$$
(3.3)

Los parámetros L y S se fijan ya que son utilizados en la adimensionalización de coeficientes de sustentación y resistencia aerodinámica y en la definición de la eficiencia de los vórtices que se dará más adelante. Por lo que para poder comparar dichos valores entre todas las simulaciones es necesario que esos parámetros se mantengan constantes.

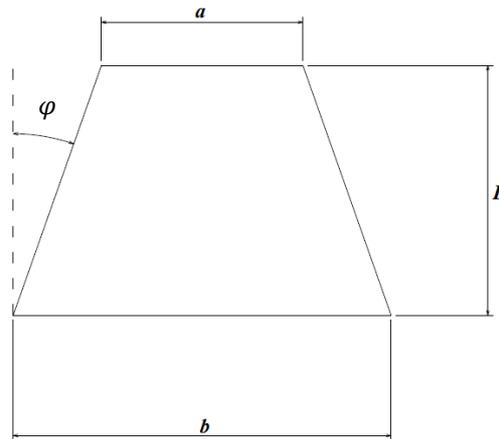


Figura 3.1: Parámetros geométricos del trapecio

En concreto se han analizado las 6 formas en planta que aparecen en la figura 3.2 que utilizando las expresiones de (3.3) tienen las dimensiones recogidas en la tabla II.

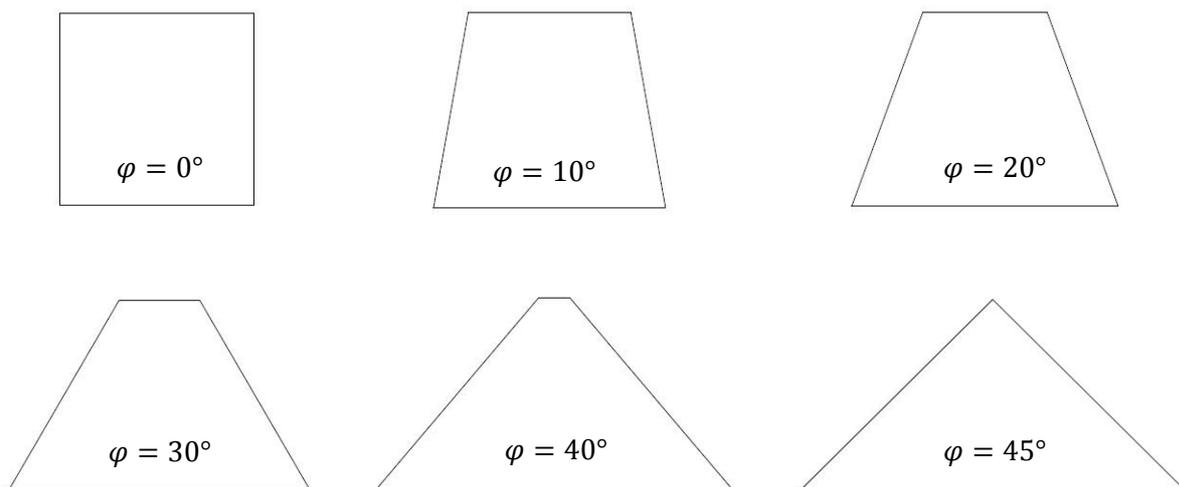


Figura 3.2: Formas en planta analizadas

φ	a	B
0°	1.000 m	1.000 m
10°	0.824 m	1.176 m
20°	0.636 m	1.364 m
30°	0.423 m	1.577 m
40°	0.161 m	1.839 m
45°	0.000 m	2.000 m

Tabla II: Dimensiones de las placas estudiadas

En cuanto a los ángulos de ataque, se han realizado las simulaciones para valores dentro de un rango comprendido entre 0° y 18°. Para obtener una buena caracterización del comportamiento experimentado, se realizaron un mayor número de simulaciones en la zona cercana al óptimo y a los valores para los cuáles suele desprenderse la corriente en una placa plana, entorno a los 10°, debido a que en ángulos de ataques cercanos al desprendimiento es posible que fluctúen más los resultados. El número total de simulaciones realizadas fue de 78.

3.2. Descripción del proceso de obtención de datos

Después de realizar las simulaciones se recopilaron los datos necesarios de todas ellas. Los datos que se necesitaban extraer eran una medida de la pérdida de carga generada por la placa y de la intensidad de los vórtices generados. En cuanto a la pérdida de carga se elige tomar el coeficiente de resistencia de la placa mientras que la intensidad de los vórtices queda reflejada en el valor de la circulación de la corriente.

3.1.1 Medida de C_D

Para la obtención del coeficiente de resistencia se ha hecho uso de la opción que permite monitorizar C_D a lo largo de las iteraciones como se muestra en la figura 2.3. Esta opción también permite mostrar en la consola el valor de C_D junto con el resto de residuos tras finalizar la simulación facilitando la toma de resultados. Para el cálculo de este coeficiente hace uso de la superficie de referencia, la velocidad de referencia, la densidad y la componente X de la fuerza que genera el fluido sobre la placa. Al seleccionar el aire como fluido automáticamente se toma la densidad del mismo a nivel del mar. La superficie y velocidad de referencia hay que introducirlas en el programa tomándose los valores de la superficie en planta de la placa S y de la velocidad incidente U_∞ . Por otro lado, la fuerza generada se calcula teniendo en cuenta tanto las fuerzas de presión como las fuerzas viscosas en la superficie de la placa (*Referencia [6]*).

3.1.2 Medida de Γ

Para el cálculo de la circulación de corriente se ha usado la expresión (1.3) y se ha despejado Γ . No se ha tenido en cuenta el signo menos ya que lo relevante en este estudio es el valor absoluto. Por tanto es necesaria la velocidad v_θ a una distancia r del centro del vórtice. Para realizar estas mediciones se ha tomado el perfil de velocidades YZ a 3 m aguas abajo de la placa. Como se aprecia en la figura 2.15 y ya se comentó, justo tras la placa se forma una estela de una longitud aproximada a L . Esta estela influye en la velocidad de fluido en su proximidad por lo que no sería realista tomar los datos de los vórtices en puntos cercanos a la estela ya que ese comportamiento sólo sería puntual. Por esa razón todos los datos en cuanto a la intensidad de los vórtices se han tomado lo suficientemente lejos de la estela.

Una vez fijado en qué plano se van a realizar las medidas es necesario fijar en qué dirección se va a tomar la coordenada radial. En la figura 2.17 se aprecia como aguas abajo de la placa, en la zona entre los dos vórtices, la velocidad v_θ aumenta debido a que se suman la influencia de los dos vórtices. Para minimizar este efecto, la medida se va a tomar en dirección Z hacia el exterior de la placa, de forma que en esos puntos, v_θ realmente es la componente Y de la velocidad. Para poder hallar el centro del vórtice y realizar las medidas adecuadamente se representó mediante un código de colores la velocidad v_y en una línea como se muestra en la figura 3.3. La coordenada Y del centro del vórtice se determinó desplazando esta línea en dicha dirección hasta que la velocidad máxima en la línea fuese la máxima. Es decir, se buscaba aquel punto para el que la velocidad vertical máxima de la línea en dirección Z que pasa por ese punto fuese la mayor de las velocidades verticales máximas. Una vez determinada esa coordenada, la coordenada Z del centro del vórtice se identificaba buscando el punto en la línea representada para el cual la velocidad vertical era nula y a partir de ese punto se mide la coordenada radial.

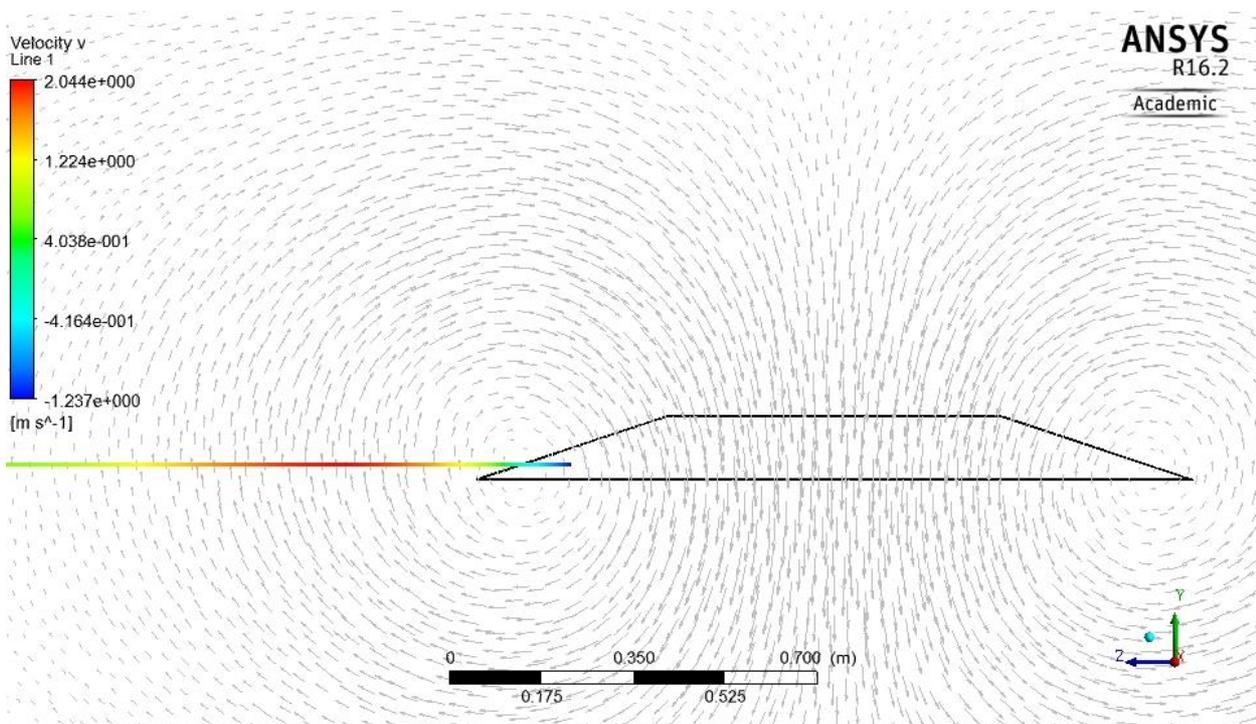


Figura 3.3: Medición de v_θ para $\varphi = 20^\circ$ y $\alpha = 7^\circ$

Inicialmente la intensidad del vórtice se intentó medir en el punto de transición entre la zona potencial y la no potencial, en $r = R$ según la ecuación (1.3). En ese punto v_θ es máximo según el modelo de Rankine, véase figura 1.2. Por lo tanto que fácilmente se puede identificar dicho punto y calcular la circulación. Un ejemplo del perfil de velocidades obtenido en una de las simulaciones se muestra en la figura 3.4. Nótese que no sigue exactamente el modelo predicho por Rankine. En la zona no potencial no sigue una tendencia claramente lineal. Aunque existe un punto para el cuál v_θ es máxima, entorno a $r = 0.3$, el cambio de tendencia no es tan brusco como en la figura 1.2, existe una zona de transición hasta que el comportamiento se vuelve potencial. Por lo que el radio para el que se alcanza v_θ máximo puede fluctuar bastante a lo largo de esta zona de unos casos a otros.

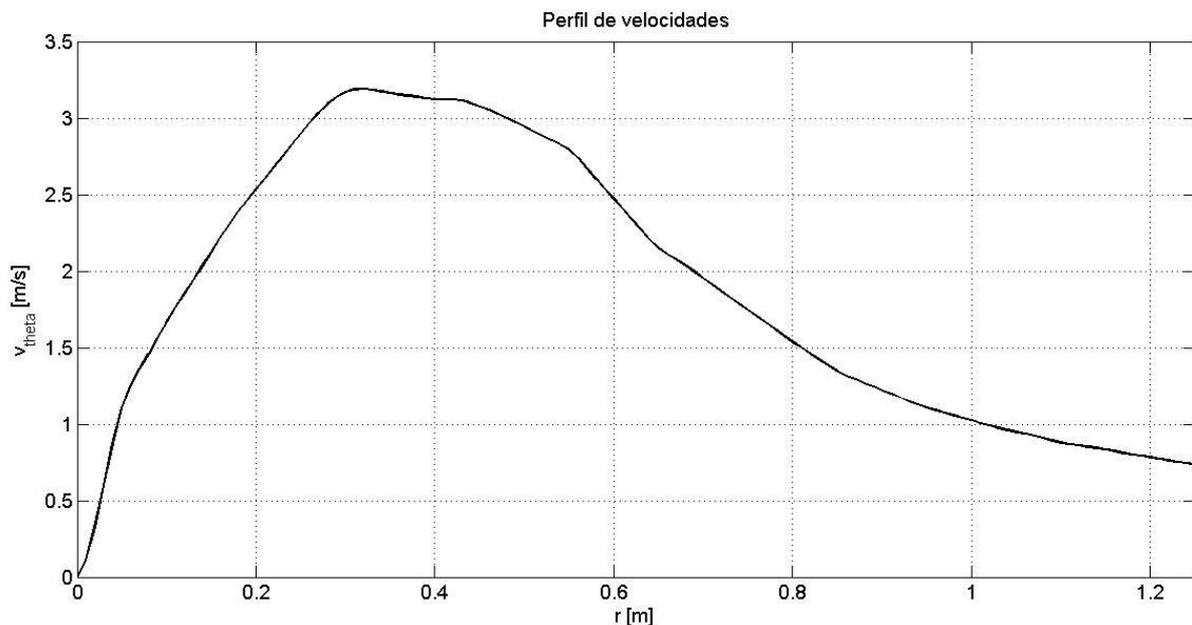


Figura 3.4: Perfil de velocidades v_θ para $\varphi = 30^\circ$ y $\alpha = 10^\circ$

Al intentar calcular Γ por este método, se experimentó la fluctuación que se acaba de comentar. En la figura 3.5 se ha representado el valor de los radios para los que se alcanza v_θ máximo para varios de los casos estudiados, no se ha representado para todos los casos para que la gráfica sea clara pero los resultados son similares. Se aprecia como dichos valores no siguen ninguna tendencia clara y parecen ser aleatorios. Incluso hay variaciones de unos 10cm entre ángulos de ataque sucesivos como es el caso de $\varphi = 0^\circ$ y α entre 7° y 8° . Estas oscilaciones provocan que también oscile la circulación calculada por lo que se descartó este método para poder obtener Γ . Nótese en la figura que estos radios siempre se encuentran comprendidos entre 0.25 y 0.45 que como puede verse en la figura 3.4 representa la zona de transición entre el núcleo viscoso no potencial del vórtice y la zona dominada por un comportamiento potencial. A la vista de este resultado se decidió tomar dos puntos en la zona potencial, fuera de la zona de transición, $r = 0.5 \text{ m}$ y $r = 0.6 \text{ m}$ y tomar el valor de v_θ . Con esos valores se calculó la circulación en dichos puntos. Teóricamente el valor calculado de Γ en los dos puntos debe ser el mismo, ya que la circulación permanece constante Aunque en las simulaciones numéricas esto no es exactamente así, los valores son muy cercanos. Se tomó como valor definitivo la media aritmética de ambos.

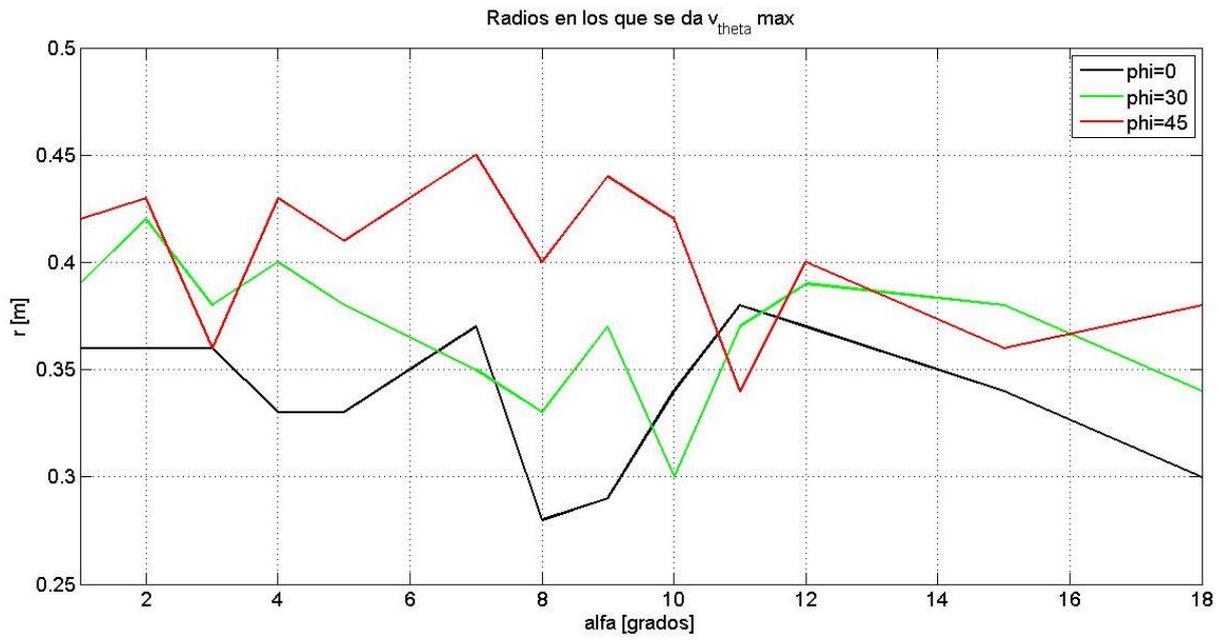


Figura 3.5: Evolución de los radios en los que v_{θ} es máxima con α

4 RESULTADOS

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en cuanto a C_D , Γ y eficiencia en las simulaciones numéricas. Se muestran la variación de las magnitudes estudiadas de cada una de las geometrías en función del ángulo de ataque y de φ medido en grados. Las curvas representadas se han interpolado mediante un *spline* para un mejor ajuste mientras que los valores obtenidos numéricamente en las simulaciones se han marcado con círculos. El valor numérico de todos los resultados obtenidos puede verse en el ANEXO

4.1. Coeficiente de resistencia

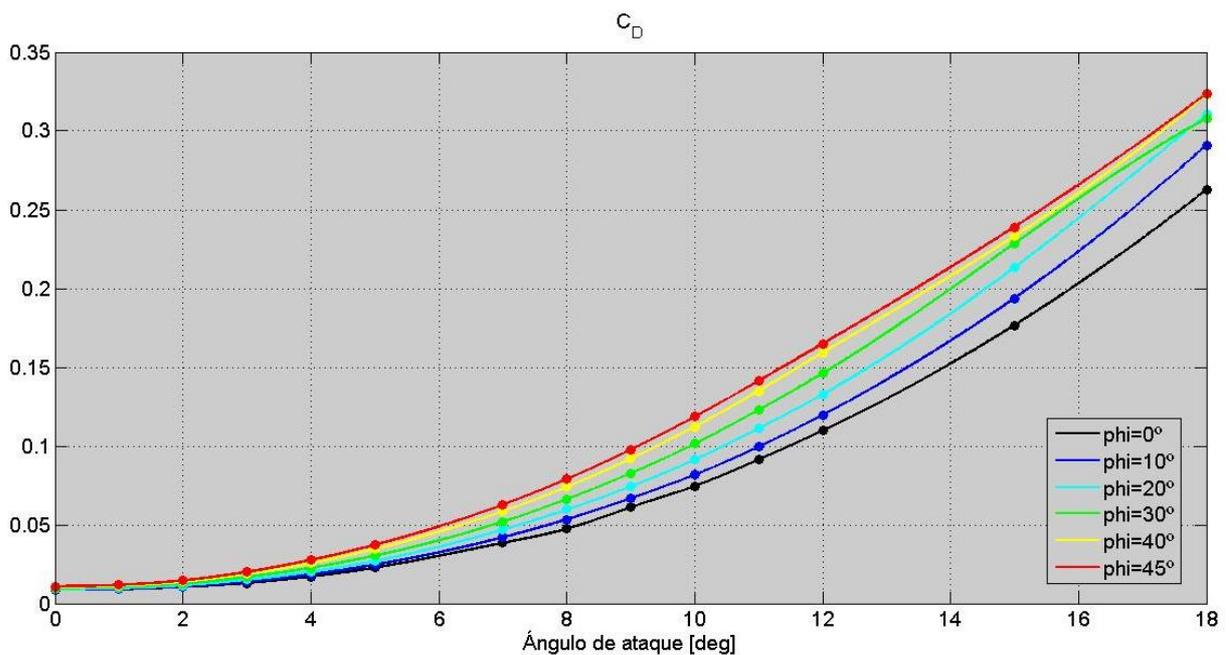


Figura 4.1: Coeficiente de resistencia en función del ángulo de ataque

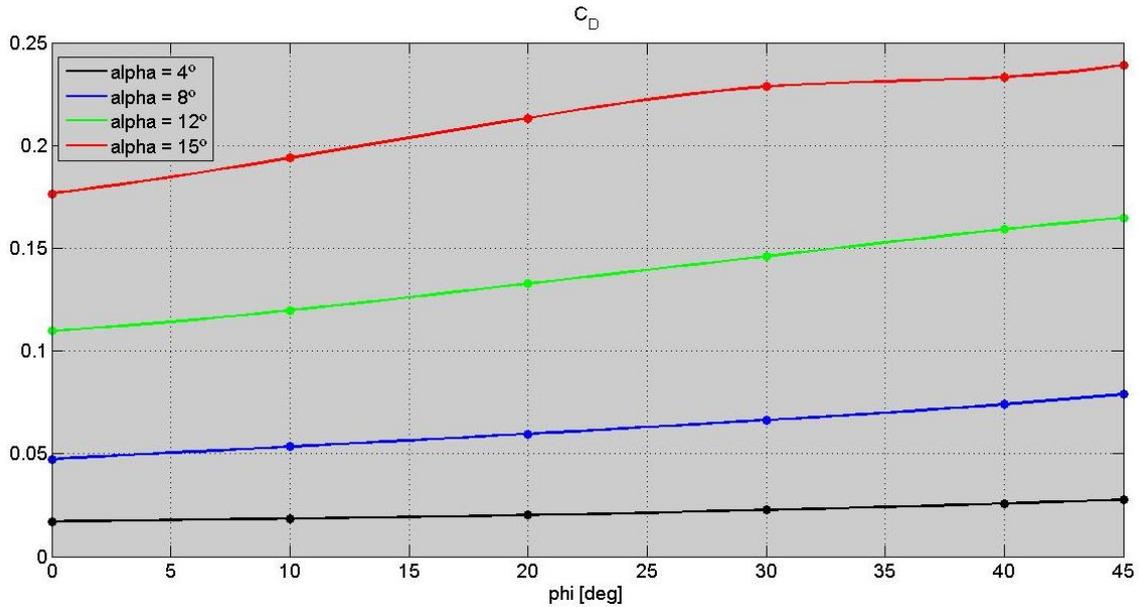


Figura 4.2: Coeficiente de resistencia en función de φ

Para todas las geometrías se aprecia en la figura 4.1 un aumento del coeficiente de resistencia al incrementar el ángulo de ataque. Además, a medida que φ aumenta aproximándose a una geometría triangular la resistencia también aumenta como se puede ver en la figura 4.2. Esta diferencia entre geometrías se observa con más énfasis para altos ángulos de ataque donde las curvas de la figura 4.1 están más separadas. También se observa este hecho en la figura 4.2 donde las curvas correspondientes a ángulos de ataque menores tienen una pendiente muy pequeña y las correspondientes a ángulos de ataque más alto tienen una pendiente mayor. Sin embargo esta separación de las curvas de la primera figura sólo se intensifica para valores bajos de φ ya que para $\varphi = 30^\circ$ la curva llega a cortar con la de $\varphi = 20^\circ$ para un α próximo a 18° y por otro lado las curvas para $\varphi = 40^\circ$ y 45° permaneces muy juntas para todos los ángulos de ataque llegando prácticamente a cortarse en $\alpha = 18^\circ$.

4.2. Circulación

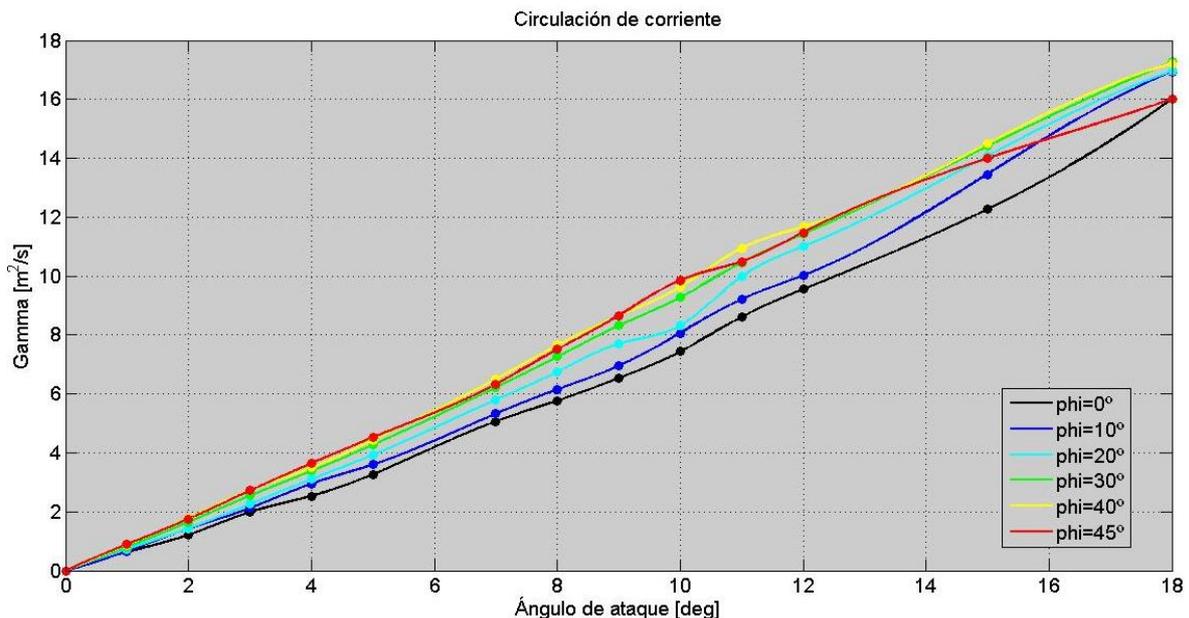


Figura 4.3: Circulación de corriente en función del ángulo de ataque

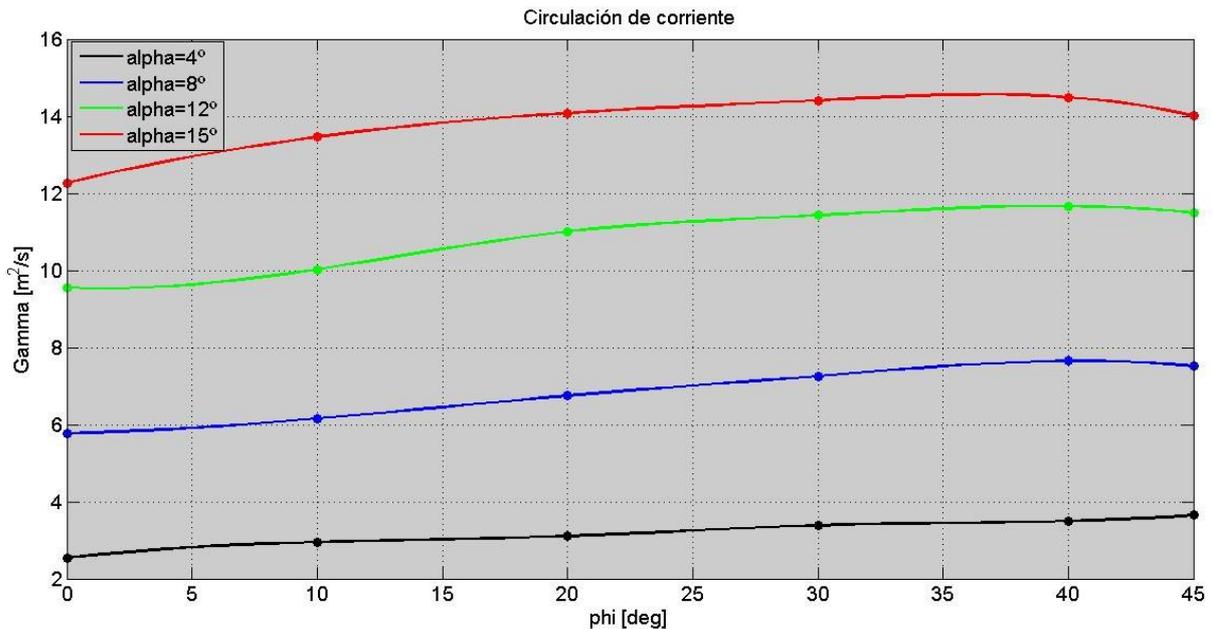


Figura 4.4: Circulación de corriente en función de φ

En cuanto a la circulación de la corriente generada por los vórtices, existe una tendencia creciente con el ángulo de ataque para todas las geometrías. Aunque no todas las geometrías tienen el mismo comportamiento, en líneas generales, la circulación aumenta con φ , véase figura 4.4. Sin embargo, se aprecian diferencias entre la geometría cuadrada, aquellas geometrías con forma trapezoidal y la geometría triangular. La placa rectangular genera una circulación inferior a todas las demás y aunque para la mayoría de ángulos de ataque está cercana a la generada por la placa de $\varphi = 10^\circ$ en α grandes se queda bastante por debajo. Las curvas correspondientes a geometrías trapezoidales se juntan a medida que aumenta el ángulo de ataque llegando a cortarse prácticamente para $\alpha = 18^\circ$ en un valor de $\Gamma = 17.1 \text{ m}^2/\text{s}$. Además, se puede apreciar en ambas figuras que las geometrías trapezoidales generan una mayor circulación para valores más altos de φ de forma que en la primera figura la curva de $\varphi = 40^\circ$ está por encima de la de $\varphi = 30^\circ$ y ésta encima de la de $\varphi = 20^\circ$. Por último la placa plana con forma triangular presenta una zona, para valores bajos del ángulo de ataque, en la que genera más circulación que el resto de geometrías mientras que a medida que aumenta el ángulo de ataque la tendencia no es tan creciente como las placas trapezoidales y finalmente se queda por debajo de éstas llegando para $\alpha = 18^\circ$ al mismo valor que la placa cuadrada, $\Gamma = 16 \text{ m}^2/\text{s}$. Esto supone que para dicho valor del ángulo de ataque la geometría triangular genera unos vórtices un 6.4% menos intensos que las geometrías trapezoidales.

Aunque las curvas de la circulación en función del ángulo de ataque presentan algunas oscilaciones para valores de α entre 10° y 12° , se pueden aproximar por rectas que pasan por el origen y cuyas pendientes aumentan al aumentar φ a excepción de la geometría triangular que, como ya se ha mencionado, va reduciendo la pendiente con la que sube a medida que aumenta α .

4.3. Eficiencia

La eficiencia η se ha definido como el cociente entre la intensidad del vórtice dada por la circulación de corriente y el coeficiente de resistencia. Para que la eficiencia resulte adimensional es necesario adimensionalizar la circulación de corriente, para ello se ha utilizado la velocidad de la corriente incidente, la longitud de la placa y el coeficiente 2π presente en la definición de v_θ a partir de Γ mostrada en la ecuación (1.3). Por tanto queda definida la eficiencia según la ecuación (4.1).

$$\eta = \frac{\Gamma}{2\pi U_\infty L C_D} \quad (4.1)$$

Una vez definida la eficiencia de los torbellinos generados se presentan los resultados obtenidos para todas las geometrías estudiadas en la figura 4.5

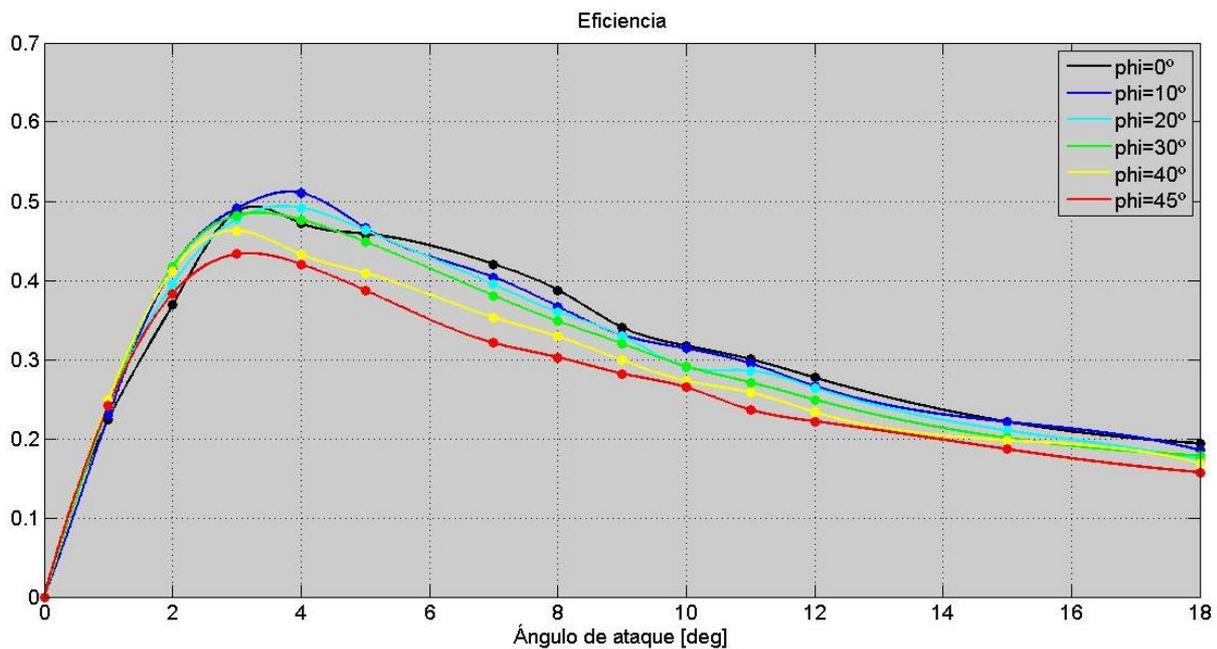


Figura 4.5: Eficiencia en función del ángulo de ataque

Los resultados obtenidos muestran que, en relación al ángulo de ataque y para todas las geometrías analizadas, la eficiencia aumenta con el ángulo de ataque hasta alcanzar un máximo para valores comprendidos entre 2° y 5° y después vuelve a descender. El punto de mayor eficiencia corresponde al caso de $\phi = 10^\circ$ alcanzando un valor de $\eta = 0.5103$ para un ángulo de ataque de unos 4° . Si se compara este valor con el máximo que alcanza la geometría triangular que es de $\eta = 0.4341$, representa un incremento de la eficiencia del 17.6 % respecto a la geometría triangular.

En cuanto a la dependencia con ϕ se aprecia, en la mayor parte del rango de ángulos de ataque estudiados, que mientras la geometría se asemeje más a una forma triangular la eficiencia disminuye. Este efecto se aprecia sobre todo a partir de $\alpha = 6^\circ$. Mientras que para valores muy bajos de α , la curva correspondiente a la placa cuadrada se encuentra por debajo de todas las demás. Para los valores del ángulo de ataque comprendidos entre 2° y 5° la eficiencia continúa disminuyendo al aumentar ϕ a excepción del caso de $\phi = 0^\circ$ cuya eficiencia tiene valores intermedios respecto a los otros casos.

Otro fenómeno que se aprecia es el desplazamiento del valor de α para el que se da la eficiencia máxima según varíe ϕ . Se observan dos comportamientos. Por un lado para las placas con forma

trapezoidal, el valor del ángulo tal que la eficiencia sea máxima disminuye al aumentar φ . Como se aprecia en la tabla III. Por otro lado, la placa cuadrada y triangular no siguen esta tendencia alcanzándose el máximo de la eficiencia para $\alpha = 3.3^\circ$ y $\alpha = 3.2^\circ$ respectivamente

φ	α para el que se alcanza la eficiencia máxima
10°	3.8°
20°	3.7°
30°	3.3°
40°	3.0°

Tabla III: Relación de φ y α en los que se da eficiencia máxima

5 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1. Efectos del ángulo de ataque

En la figura 4.3 se aprecia como la eficiencia empieza a crecer con el ángulo de ataque para luego volver a decrecer en a partir de un valor de α comprendido entre 2° y 5° . Esto es debido a que mientras que el incremento de la intensidad de los vórtices con el ángulo de ataque sigue una tendencia aproximadamente lineal, la resistencia aerodinámica sigue una tendencia que se asemeja a una cuadrática, véase figura 4.1 y 4.3. De esta forma para ángulos de ataques bajos la resistencia se mantiene baja mientras que la intensidad va aumentando favoreciendo el crecimiento de la eficiencia. Sin embargo para ángulos de ataque mayores la resistencia aumenta más de lo que aumenta la circulación acentuándose este comportamiento conforme aumenta el ángulo de ataque, esto conlleva que la eficiencia descienda.

El aumento de la circulación de los vórtices con el ángulo de ataque viene dado por el aumento de la sustentación. Al aumentar el ángulo de ataque, la sustentación aumenta y la diferencia de presiones entre extradós e intradós también es más elevada este mayor gradiente de presiones genera unos vórtices más intensos. A su vez, estos vórtices más intensos inducen una corriente descendente de mayor velocidad en el centro del ala generando así un aumento de la resistencia inducida.

5.2. Efectos del ángulo φ

Para la mayor parte del rango de ángulos de ataque estudiados la eficiencia disminuye con φ siendo la geometría más eficiente una placa cuadrada y la menos eficiente la triangular. Para ángulos de ataque mayores a 6° la resistencia que generan las geometrías con φ alto es bastante mayor que aquellas geometrías más similares a la placa cuadrada. Por otro lado, la circulación de corriente aunque también crece con φ no lo hace de manera tan significativa por lo que no compensa generar unos torbellinos de gran intensidad ya que conllevan demasiada resistencia. El aumento de la intensidad de los vórtices con φ se debe al enrollamiento de los vórtices a lo largo de la placa. Los vórtices se forman en el vértice de la placa y se van enrollando ganando intensidad hasta que llegan al borde de salida donde ya están completamente definidos (*Referencia [2]*). Este enrollamiento de los vórtices y el aumento de la intensidad se deben al efecto conocido como barrido hacia las puntas. Al ser $\varphi \neq 0$ la distribución de presiones no es igual a lo largo de la envergadura en los lados inclinados de la geometría. La corriente llega más tarde a las zonas de las puntas de la geometría que a la zona central ya que el borde de ataque se va retrasando a lo largo de la envergadura. Esto provoca que cuando se produce la succión de borde de ataque para una coordenada Z cercana a la punta de la geometría y una coordenada X , para esa misma coordenada X pero una Z más cerca del centro de la superficie esa succión ya se ha producido y la presión es mayor. Esta diferencia de presiones genera un

desplazamiento de la corriente hacia las puntas. El efecto de barrido hacia las puntas unido a la corriente incidente ayuda a intensificar los vórtices, y al aumentar φ se amplifica este efecto favoreciendo aún más la aparición de los vórtices.

Además se aprecia en la figura 4.3 como la geometría triangular deja de ser la que genera vórtices de más intensidad a partir de $\alpha = 10^\circ$ aproximadamente. Esto puede deberse a que se produce antes el desprendimiento de la corriente en la geometría triangular que en la trapezoidal por lo que la intensidad de los vórtices que se genera es menor en dicha geometría.

Por otro lado, para ángulos de ataque bajos son más eficientes geometrías con valores de φ entre los 10° y 30° . Esto se debe fundamentalmente a que a ángulos de ataque bajos la resistencia varía muy poco con φ aumentando muy ligeramente al aumentar dicho ángulo, mientras que en cuanto a la circulación se observa que aumenta con φ de una forma algo más significativa. Dando como resultado una mayor eficiencia en las placas con φ altos para estos ángulos de ataque.

5.3. Conclusiones

Tras la realización de este trabajo y el análisis de los resultados obtenidos se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- La intensidad de los vórtices de punta de álabe o punta de ala generados por una placa plana aumenta con α y con φ para valores de α inferiores a 10° .
- La resistencia de la placa plana aumenta con α y φ .
- La eficiencia de los vórtices alcanza un máximo entre los 2° y 5° de ángulo de ataque.
- Para valores de α superiores a 6° la eficiencia disminuye al aumentar φ mientras que para valores inferiores de α tienen una mayor eficiencia las geometrías con valores de φ intermedios.

Finalmente, el objetivo de este trabajo era buscar la configuración más eficiente de las estudiadas. Dando respuesta a este objetivo, la configuración más óptima es aquella con un ángulo de ataque $\alpha = 4^\circ$ y un ángulo $\varphi = 10^\circ$, dando como resultado una eficiencia $\eta = 0.5103$. En la figura 5.1, 5.2 y 5.3 se muestran los vórtices generados por dicha configuración. Nótese en la figuras 5.2 y 5.3 como el cambio de color en el borde de ataque señala el aumento de velocidad en el intradós y la disminución en el extradós que provoca la succión de borde de ataque.

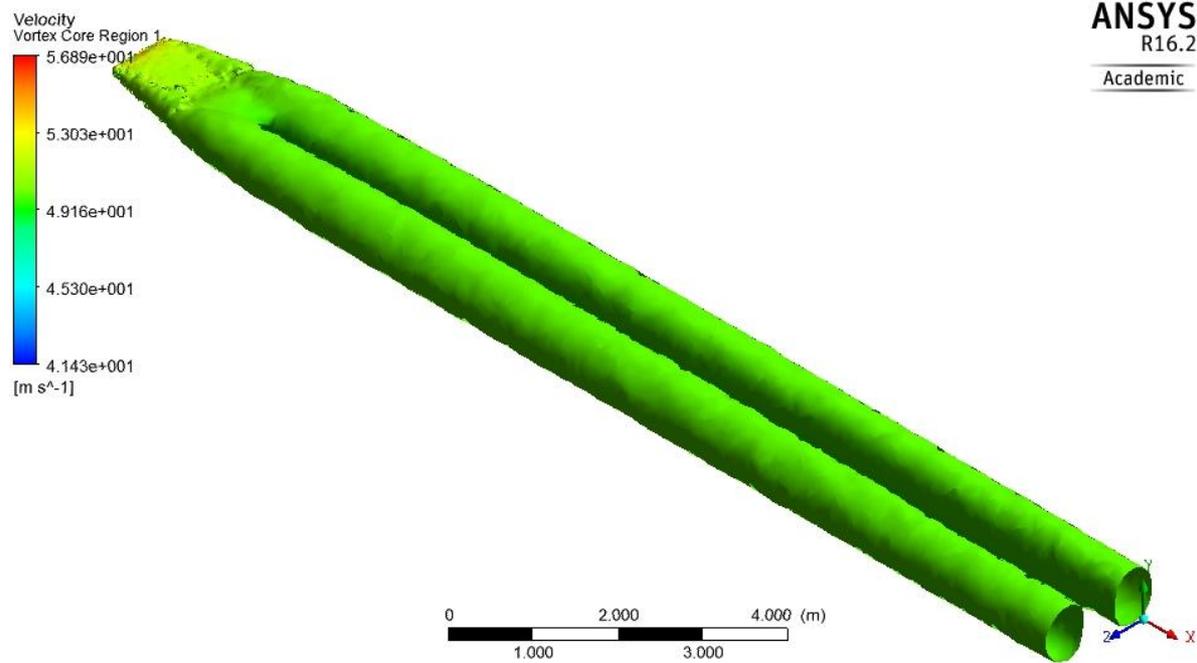


Figura 5.1: Isosuperficie de vorticidad coloreada según velocidad para la configuración óptima

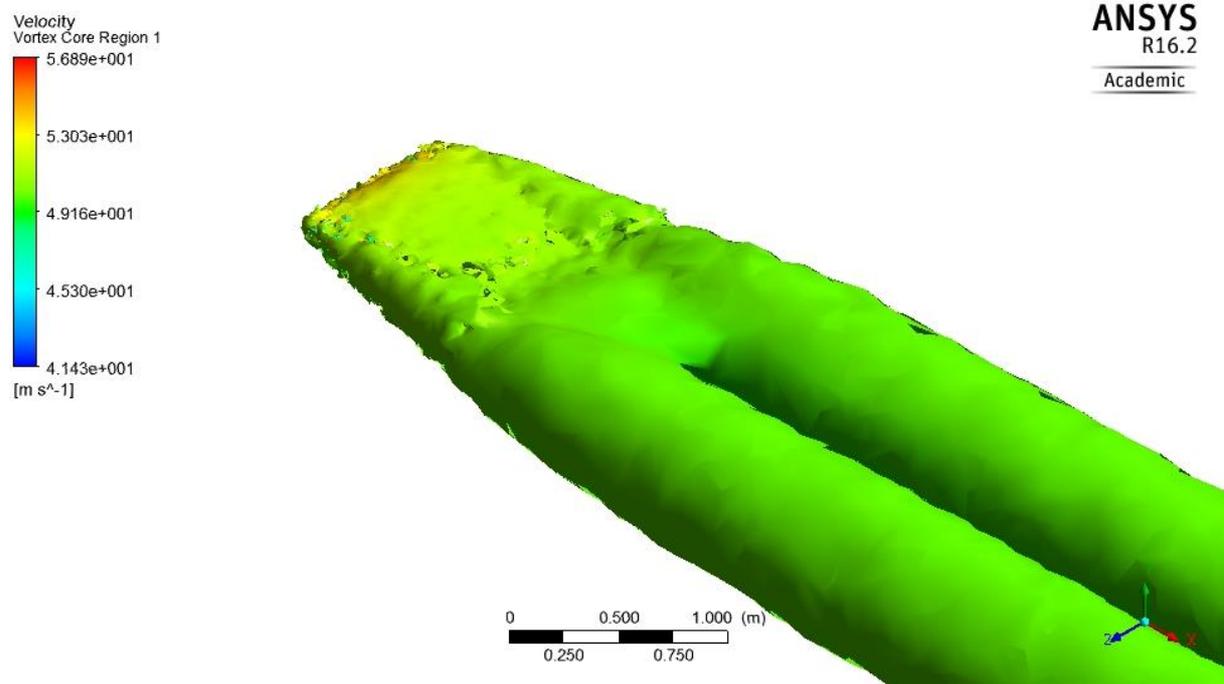


Figura 5.2: Extradós de la isosuperficie de vorticidad de la configuración óptima.

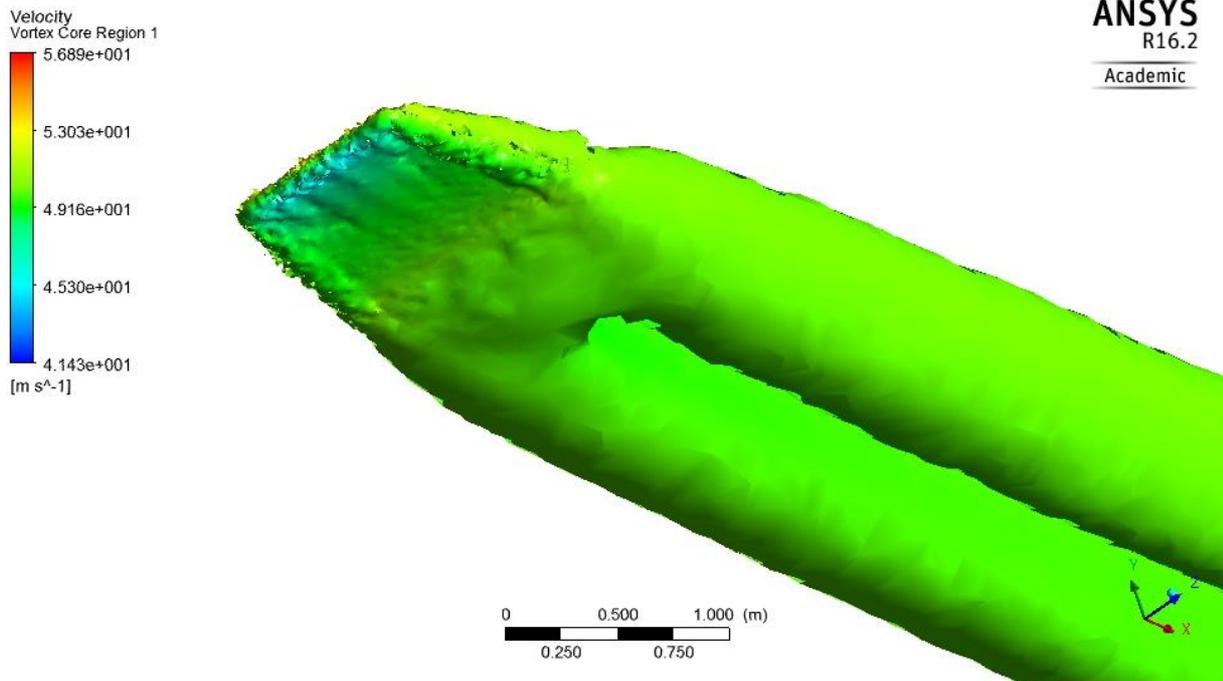


Figura 5.3: Intradós de la isosuperficie de vorticidad de la configuración óptima.

5.4. Trabajos futuros

Este estudio permite realizar gran número de trabajos futuros con la idea de optimizar la eficiencia de los vórtices de punta de álabes generados y analizar cómo diversos parámetros afectan al comportamiento de los mismos.

En primer lugar, este trabajo se ha basado en el estudio de dos parámetros geométricos analizando 6 geometrías distintas. Una importante línea en la que se puede avanzar en estudios futuros es el análisis de más parámetros geométricos ya que existen multitud de opciones para definir estas geometrías. Podría estudiarse la influencia de la cuerda, envergadura o superficie las cuales han quedado relevadas a un segundo plano en el presente trabajo ya que se han fijado tanto la cuerda como la superficie dejando la envergadura en función de φ .

La relevancia de estudiar la envergadura reside en que lo más interesante es buscar la menor envergadura posible por cuestiones de espacio teniendo en cuenta que la eficiencia no disminuya demasiado.

En cuanto a la cuerda cabe pensar que a mayor cuerda mayor eficiencia ya que los vórtices se enrollarían a lo largo de una mayor distancia dando lugar a unos vórtices más intensos. Sin embargo habría que comprobar esta hipótesis con el fin de conseguir una geometría más óptima.

Incluso resultaría interesante estudiar la influencia de la curvatura usando perfiles aerodinámicos en lugar de la placa plana. Unos perfiles aerodinámicos que aumenten la sustentación respecto a la placa plana producirían una mayor diferencia de presiones entre extradós e intradós y como consecuencia unos vórtices con mayor intensidad y eficiencia. Además, al añadir los perfiles aerodinámicos se podría también analizar el efecto del espesor.

Otro aspecto a considerar es la influencia de la forma de los bordes. En este trabajo se ha considerado una placa plana con los bordes vivos, pero podría estudiarse una placa con un repliegue curvo en el borde de ataque y/o en los bordes laterales y estudiar cómo afectaría el radio de curvatura de estos bordes a la generación de los vórtices. En un principio, se espera que estos bordes redondeados disminuyan la resistencia aerodinámica sin reducir la intensidad de los torbellinos y por tanto aumentaría la eficiencia.

Por otro lado, también se podrían contemplar diversas condiciones de contorno. Por ejemplo, estudiando la influencia de la velocidad de la corriente incidente o del número de Reynolds en la eficiencia de los vórtices.

Otra posible fuente de estudio es pasar de la simulación numérica a partir de una versión académica a una simulación con una malla mucho más fina que permita resultados cuantitativos más precisos. Incluso podrían llevarse a cabo análisis experimentales que permitan contrastar los resultados obtenidos mediante simulación numérica. Dichos experimentos pueden asemejarse al problema planteado o incluso llevar a la práctica la aplicación para la que se ha realizado este trabajo y utilizar dos fluidos incidiendo sobre la geometría para comprobar el grado de mezcla que experimentan.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Miguel Ángel Herrada Gutiérrez. *Estudio teórico y experimental de vórtices*. Tesis doctoral.
- [2] E. L. Houghton, P. W. Carpenter, Steven H. Collicott, Daniel T. Valentine. *Aerodynamics for engineering students*. Sexta edición. Elsevier, 2013.
- [3] Antonio Barrero Ripoll, Miguel Pérez-Saborid Sánchez-Pastor. *Fundamentos y aplicaciones de la mecánica de fluidos*. McGraw-Hill Interamericana de España S.L. 2005.
- [4] José Manuel Gordillo Arias de Saavedra, Gillaume Riboux Acher. *Introducción a la aerodinámica potencial*. Editorial Parainfo, 2012.
- [5] ANSYS. Web site. 30/04/2016.
- [6] *ANSYS Fluent User's Guide*
- [7] J. Blazek. *Computational fluid dynamics: Principles and applications*. Elsevier, 2001.

ANEXO: RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS

$\varphi = 0^\circ$							
α	$v_\theta(r_1 = 0.5 \text{ m})$ [m/s]	$v_\theta(r_1 = 0.6 \text{ m})$ [m/s]	$\Gamma(r_1)$ [m ² /s]	$\Gamma(r_2)$ [m ² /s]	Γ_{media} [m ² /s]	C_D	η
0°	0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0086	0.0000
1°	0.20	0.17	0.6283	0.6409	0.6346	0.0090	0.2244
2°	0.39	0.32	1.2252	1.2064	1.2158	0.0105	0.3686
3°	0.63	0.53	1.9792	1.9981	1.9886	0.0130	0.4869
4°	0.81	0.67	2.5447	2.5258	2.5353	0.0171	0.4719
5°	1.08	0.84	3.3772	3.1667	3.2720	0.0227	0.4588
7°	1.62	1.34	5.0894	5.0517	5.0705	0.0384	0.4203
8°	1.85	1.52	5.8119	5.7303	5.7711	0.0474	0.3876
9°	2.05	1.76	6.4403	6.6350	6.5377	0.0611	0.3406
10°	2.32	2.01	7.2885	7.5775	7.4330	0.0746	0.3172
11°	2.69	2.33	8.4509	8.7839	8.6174	0.0914	0.3001
12°	3.07	2.51	9.6447	9.4625	9.5536	0.1098	0.2770
15°	3.90	3.26	12.2522	12.2899	12.2711	0.1766	0.2212
18°	5.06	4.28	15.8965	16.1352	16.0158	0.2627	0.1941

Tabla IV: Resultados para $\varphi = 0^\circ$

$\varphi = 10^\circ$							
α	$v_\theta(r_1 = 0.5 \text{ m})$ [m/s]	$v_\theta(r_1 = 0.6 \text{ m})$ [m/s]	$\Gamma(r_1)$ [m ² /s]	$\Gamma(r_2)$ [m ² /s]	Γ_{media} [m ² /s]	C_D	η
0°	0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0088	0.0000
1°	0.21	0.18	0.6597	0.6786	0.6692	0.0093	0.2290
2°	0.45	0.38	1.4137	1.4326	1.4231	0.0109	0.4156
3°	0.67	0.57	2.1049	2.1488	2.1269	0.0138	0.4906
4°	0.93	0.79	2.9217	2.9782	2.9500	0.0184	0.5103
5°	1.14	0.96	3.5814	3.6191	3.6003	0.0246	0.4659
7°	1.70	1.41	5.3407	5.3156	5.3281	0.0420	0.4038
8°	1.95	1.64	6.1261	6.1827	6.1544	0.0534	0.3669
9°	2.22	1.84	6.9743	6.9366	6.9555	0.0669	0.3309
10°	2.59	2.12	8.1367	7.9922	8.0645	0.0818	0.3138
11°	2.94	2.44	9.2363	9.1986	9.2174	0.0995	0.2949
12°	3.25	2.61	10.2102	9.8395	10.0248	0.1197	0.2666
15°	4.27	3.58	13.4146	13.4963	13.4554	0.1938	0.2210
18°	5.47	4.43	17.1845	16.7007	16.9426	0.2910	0.1853

Tabla V: Resultados para $\varphi = 10^\circ$

$\varphi = 20^\circ$							
α	$v_\theta(r_1 = 0.5 \text{ m})$ [m/s]	$v_\theta(r_1 = 0.6 \text{ m})$ [m/s]	$\Gamma(r_1)$ [m ² /s]	$\Gamma(r_2)$ [m ² /s]	Γ_{media} [m ² /s]	C_D	η
0°	0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0091	0.0000
1°	0.24	0.19	0.7540	0.7163	0.7351	0.0097	0.2412
2°	0.46	0.38	1.4451	1.4326	1.4388	0.0116	0.3948
3°	0.71	0.61	2.2305	2.2996	2.2651	0.0151	0.4775
4°	0.98	0.83	3.0788	3.1290	3.1039	0.0201	0.4915
5°	1.23	1.06	3.8642	3.9961	3.9301	0.0270	0.4633

7°	1.81	1.57	5.6863	5.9188	5.8025	0.0468	0.3947
8°	2.11	1.82	6.6288	6.8612	6.7450	0.0596	0.3602
9°	2.48	2.02	7.7911	7.6152	7.7032	0.0743	0.3300
10°	2.68	2.18	8.4195	8.2184	8.3189	0.0913	0.2900
11°	3.16	2.66	9.9274	10.0280	9.9777	0.1112	0.2856
12°	3.54	2.89	11.1212	10.8950	11.0081	0.1327	0.2641
15°	4.56	3.67	14.3257	13.8356	14.0806	0.2133	0.2101
18°	5.32	4.56	16.7133	17.1908	16.9520	0.3106	0.1737

Tabla VI: Resultados para $\varphi = 20^\circ$

$\varphi = 30^\circ$							
α	$v_\theta(r_1 = 0.5 \text{ m})$ [m/s]	$v_\theta(r_1 = 0.6 \text{ m})$ [m/s]	$\Gamma(r_1)$ [m ² /s]	$\Gamma(r_2)$ [m ² /s]	Γ_{media} [m ² /s]	C_D	η
0°	0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0095	0.0000
1°	0.25	0.22	0.7854	0.8294	0.8074	0.0106	0.2425
2°	0.51	0.45	1.6022	1.6965	1.6493	0.0126	0.4167
3°	0.78	0.70	2.4504	2.6389	2.5447	0.0168	0.4821
4°	1.05	0.92	3.2987	3.4683	3.3835	0.0226	0.4765
5°	1.34	1.15	4.2097	4.3354	4.2726	0.0303	0.4488
7°	1.93	1.69	6.0633	6.3711	6.2172	0.0520	0.3806
8°	2.28	1.95	7.1628	7,3513	7.2571	0.0663	0.3484
9°	2.63	2.22	8.2624	8.3692	8.3158	0.0827	0.3201
10°	2.94	2.47	9.2363	9.3117	9.2740	0.1014	0.2911
11°	3.30	2.80	10.3673	10.5558	10.4615	0.1229	0.2710
12°	3.71	2.97	11.6553	11.1966	11.4260	0.1460	0.2491
15°	4.66	3.76	14.6398	14.1749	14.4073	0.2285	0.2007
18°	5.47	4.60	17.1845	17.3416	17.2631	0.3080	0.1784

Tabla VII: Resultados para $\varphi = 30^\circ$

$\varphi = 40^\circ$							
α	$v_\theta(r_1 = 0.5 \text{ m})$ [m/s]	$v_\theta(r_1 = 0.6 \text{ m})$ [m/s]	$\Gamma(r_1)$ [m ² /s]	$\Gamma(r_2)$ [m ² /s]	Γ_{media} [m ² /s]	C_D	η
0°	0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0,0104	0.0000
1°	0.27	0.24	0.8482	0.9048	0.8765	0.0112	0.2491
2°	0.55	0.49	1.7279	1.8473	1.7876	0.0138	0.4123
3°	0.84	0.75	2.6389	2.8274	2.7332	0.0188	0.4628
4°	1.06	0.97	3.3301	3.6568	3.4935	0.0257	0.4327
5°	1.36	1.22	4.2726	4.5993	4.4359	0.0345	0.4093
7°	1.98	1.80	6.2204	6.7858	6.5031	0.0586	0.3532
8°	2.36	2.09	7.4142	7.8791	7.6466	0.0740	0.3289
9°	2.65	2.38	8.3252	8.9724	8.6488	0.0920	0.2992
10°	3.03	2.58	9.5190	9.7264	9.6227	0.1123	0.2728
11°	3.44	2.94	10.8071	11.0835	10.9453	0.1349	0.2583
12°	3.66	3.14	11.4982	11.8375	11.6679	0.1591	0.2334
15°	4.57	3.88	14.3571	14.6273	14.4922	0.2332	0.1978
18°	5.52	4.53	17.3416	17.0777	17.2096	0.3229	0.1697

Tabla VIII: Resultados para $\varphi = 40^\circ$

$\varphi = 45^\circ$							
α	$v_\theta(r_1 = 0.5 \text{ m})$ [m/s]	$v_\theta(r_1 = 0.6 \text{ m})$ [m/s]	$\Gamma(r_1)$ [m ² /s]	$\Gamma(r_2)$ [m ² /s]	Γ_{media} [m ² /s]	C_D	η
0°	0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0109	0.2415
1°	0.27	0.25	0.8482	0.9425	0.8954	0.0118	0.3829
2°	0.53	0.49	1.6650	1.8473	1.7562	0.0146	0.4330
3°	0.82	0.76	2.5761	2.8651	2.7206	0.0200	0.4203
4°	1.12	1.00	3.5186	3.7699	3.6442	0.0276	0.3874
5°	1.37	1.26	4.3040	4.7501	4.5270	0.0372	0.3209

7°	1.93	1.75	6.0633	6.5973	6.3303	0.0628	0.3026
8°	2.31	2.06	7.2571	7.7660	7.5115	0.0790	0.2821
9°	2.62	2.41	8.2310	9.0855	8.6582	0.0977	0.2647
10°	2.99	2.74	9.3934	10.3296	9.8615	0.1186	0.2364
11°	3.31	2.81	10.3987	10.5935	10.4961	0.1413	0.2218
12°	3.59	3.10	11.2783	11.6867	11.4825	0.1648	0.1865
15°	4.33	3.82	13.6031	14.4011	14.0021	0.2390	0.1575
18°	5.01	4.32	15.7394	16.2860	16.0127	0.3237	0.2415

Tabla IX: Resultados para $\varphi = 45^\circ$

