

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАССИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ПОРТФЕЛЕМ РИСКОВЫХ ЦЕННЫХ БУМАГ**

М.С. Кнutowa

Научный руководитель: доцент, к.ф-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: msk2708@yandex.ru**STATISTICAL STUDY OF PASSIVE PORTFOLIO MANAGEMENT OF RISKY ASSETS**

M.S. Knutova

Scientific Supervisor: As. Prof., Ph.D. O.L. Kritski

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: msk2708@yandex.ru

***Abstract.** In this paper we consider the problem of creating the optimal investment portfolio. We reveal the concept of the securities portfolio and highlight the most significant parameters of its management. We prove the need of diversification. We implement classical Markowitz portfolio theory. Also we consider the features of passive portfolio management.*

Основная задача портфельного инвестирования заключается в создании оптимальных условий инвестирования [1]. При формировании любого инвестиционного портфеля инвестор преследует такие цели:

1. Достижение определенного уровня доходности;
2. Прирост капитала;
3. Минимизация инвестиционных рисков;
4. Ликвидность инвестированных средств на приемлемом для инвестора уровне.

Портфель ценных бумаг представляет собой определенную совокупность ценных бумаг. Он характеризуется более высокой ликвидностью и легкой управляемостью. Для создания портфеля ценных бумаг достаточно выбрать в качестве объекта инвестирования какой-то один их вид (акции, облигации, фьючерсы или другие деривативы и т.п.). Однако наиболее распространенной формой является диверсифицированный портфель, состоящий из совокупности различных классов активов. Применение диверсификации позволяет снизить инвестиционные риски по портфелю, но усложняет его управление и стоимость реформирования.

Рассмотрим подход к диверсификации портфеля инвестиций и влияние на риск по портфелю на примере портфеля ценных бумаг. Данный подход был предложен Марковицем [2]. По его мнению, инвестор должен принимать решение по выбору составных частей портфеля, исходя исключительно из показателей ожидаемой доходности и стандартного отклонения доходности: инвестор выбирает оптимальный портфель, основываясь на соотношении этих двух параметров.

Инвесторы, формируя портфель, стремятся максимизировать ожидаемую доходность своих инвестиций при определенном приемлемом для них уровне риска (и наоборот, минимизировать риск при ожидаемом уровне доходности). Портфель, удовлетворяющий этим требованиям, называется

эффективным портфелем [1]. Наиболее предпочтительный по соотношению риск/доходность эффективный портфель называется оптимальным. Инвестор выбирает свой оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска или минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности.

Для измерения риска, связанного с отдельной ценной бумагой, достаточно таких показателей, как вариация или стандартное отклонение. Но в случае портфеля необходимо принимать во внимание их взаимный риск, или ковариацию [3].

Общая доходность портфеля будет представлять собой сумму доходностей каждого отдельного финансового инструмента (актива):

$$X_{\pi} = \sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \quad (1)$$

где α_k – доля k -го финансового инструмента в портфеле, x_k – доходность k -го финансового инструмента.

Пусть x_k –случайная величина с математическим ожиданием $E(x_k) = a_k$ и дисперсией $D(x_k) = \sigma_k^2$, $k=1,2,\dots,n$. Пусть $\text{cov}(x_k, x_j) = \sigma_{kj}$ – ковариация случайных величин x_k и x_j . Тогда общая дисперсия портфеля вычисляется следующим образом:

$$\sigma_{\pi}^2 = \text{var}\left(\sum_{k=1}^n \alpha_k x_k\right) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j,$$

где $\rho_{kj} = \text{corr}(x_k, x_j)$.

Для построения оптимального портфеля ограничим сумму всех долей единицей:

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k = 1.$$

После этого необходимо минимизировать среднее ожидаемое значение случайной величины стоимости портфеля X_{π} :

$$E(X_{\pi}) = \sum_{k=1}^n \alpha_k E(x_k) = \sum_{k=1}^n \alpha_k a_k \rightarrow \min.$$

Для завершения модели ограничим уровень дисперсии σ_{π}^2 значением некоторой заданной дисперсии σ^2 :

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j < \sigma^2.$$

Математически модель портфеля ценных бумаг Марковица может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} E(X_{\pi}) &\rightarrow \min, \\ \sum_{k=1}^n \alpha_k &= 1, \\ \sigma_{\pi}^2 &< \sigma^2. \end{aligned}$$

В исследовании для составления портфеля были рассмотрены следующие иностранные валюты: «Австралийский доллар» (АД), «Бразильский реал» (БР), «Датская крона» (ДК), «Доллар США» (ДС), «Евро» (Е), «Турецкая лира» (ТЛ), «Швейцарский франк» (ШФ), «Японская иена» (ЯИ), «Норвежская крона» (НК), «Сингапурский доллар» (СД).

Для расчетов выбраны курсы валют с 1 января 2016 по 31 января 2016. По полученным данным определены дневные доходности по формуле $r(t) = \frac{P(t+1) - P(t)}{P(t)}$, вычислены общие доходности каждой валюты по формуле $m = E(r(t)) \cdot 256$, матрица ковариации для полученных значений ежедневных доходностей, волатильность для каждой валюты по формуле $\sigma = \sqrt{\text{COV}(x; x)} \cdot 100\%$.

С помощью пакета поиска решения MS Excel вычислено распределение долей валют в портфеле при условиях: максимум доходности, сумма долей в портфеле равна единице, волатильность портфеля не больше 39,7% (табл. 1).

Таблица 1

Распределение долей валют в портфеле

Символ	АД	БР	ДК	ДС	Е	ТЛ	ШФ	ЯИ	НК	СД
Доходность, %	12,13	13,86	58,62	62,70	59,58	32,21	15,65	61,44	95,90	48,74
Волатильность, %	41,41	42,72	47,03	47,01	48,32	39,66	47,80	56,30	40,04	43,61
Доля в портфеле	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,11	0,00	0,00	0,87	0,00

При данном распределении долей ожидаемый уровень доходности всего портфеля по формуле (1) равен 87,16%, ожидаемая волатильность портфеля по формуле $\sigma = \sqrt{A \cdot K \cdot A^T} \cdot 100\%$ равна 39,7%, где A - вектор долей в портфеле, K - матрица ковариации ежедневных доходностей валют.

В данной работе качество пассивной стратегии («купить и держать») проверяется статистически с помощью вычисления оценок коэффициентов альфа и бета, построения доверительных интервалов и проверки нормального закона распределения критической статистики [4, 5]. При этом предполагается, что рынок достаточно эффективен, безарбитражен и высоколиквиден, что обуславливает создание хорошо диверсифицированного портфеля с заданными показателями ожидаемого дохода и риска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sharpe W. (1999) Investments. New Jersey: Prentice Hall.
2. Markowitz H., Blay K. (2014) Risk-Return Analysis: The Theory and Practice of Rational Investing vol.1. New York: McGraw Hill.
3. Moshenets M.K. and Kritski O.L. Automatic system of detecting informed trading activities in European-style options. Journal of Eng. and App. Sci. – 2016. – V.11 (9). – P.5727-5731.
4. Крицкий О.Л., Бельснер О.А. Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. – 2013. – № 36 (564). – С. 35-40.
5. Трифонов А.Ю., Крицкий О.Л., Бельснер О.А. Модель динамических корреляций: общее приложение к исследованию финансовых рынков // Экономический анализ: теория и практика. – 2012. – № 39. – С. 58-62.