

EN LA PRÁCTICA

Razonamiento matemático

1C

La reflexión sobre la práctica de aula

Una oportunidad de aprendizaje pedagógico para los maestros y maestras

AA.VV.*

Este artículo quiere destacar la importancia de la reflexión sobre la práctica como una oportunidad de aprendizaje pedagógico para los maestros y las maestras que les permite, por un lado, interpretar las situaciones de enseñanza y aprendizaje, y por otro, incorporar cambios en la matemática escolar, evidenciados en la propia práctica, que promuevan una mejor comprensión de los conceptos matemáticos por parte del alumnado.

▣ **PALABRAS CLAVE:** competencia profesional, reflexión, práctica de aula, geometría, líneas rectas, cuadriláteros.



Castillo y sol (Paul Klee, 1928)

«Somos artistas matemáticos» y el sentido de las interacciones

En el contexto de la asignatura de prácticas del tercer año del grado de Educación Primaria en la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB), se diseñó la unidad didáctica «Somos artistas matemáticos», que se implementó en la escuela Rocafonda de Mataró (Barcelona) durante el curso 2013-2014 en dos grupos de alumnado de tercero de primaria.

La unidad diseñada tenía como hilo conductor el análisis del cuadro *Castillo y sol* (1928), de Paul Klee, con la finalidad de trabajar conceptos de geometría de manera conectada con las áreas de lengua y de educación plástica (Badillo y Edo, 2006).

En este artículo no nos centramos en describir la unidad didáctica, sino en la reflexión posterior a su implementación en el aula. Destacamos como aspecto relevante el espacio de discusión con-

No nos centramos en describir la unidad didáctica, sino en la reflexión sobre la práctica matemática observada, mirando con sentido las interacciones en el aula

junta que ofreció el seminario del Prácticum y las reuniones con los futuros maestros y maestras (FM, en adelante), las tutoras de la UAB y las tutoras de la escuela Rocafonda, para reflexionar sobre la práctica matemática observada, mirando con sentido las interacciones en el aula.

Competencias profesionales de los maestros y maestras

Fortuny y Rodríguez (2012) consideran que los FM han de saber observar de manera profesional los fenómenos que acontecen en una situación de aula, instrumentalizando los conocimientos de la didáctica de las matemáticas.

En este sentido, el seminario y la reflexión conjunta sobre la práctica han constituido una oportunidad de aprendizaje pedagógico que nos ha permitido una mirada crítica de las interacciones en el aula que influyen el pensamiento matemático del alumnado, así como incorporar mejoras sustentadas en la práctica.

Las exigencias de los currículos competenciales ponen de manifiesto la necesidad de un profesorado en continua formación que potencie el desarrollo de competencias en el alumnado.

Fortuny y Rodríguez (2012) y Llinares (2012) consideran que el desarrollo de la competencia *mirar profesionalmente* las situaciones de enseñanza-aprendizaje implica, en los FM, el desarrollo de una cierta sensibilidad hacia: la identificación de los aspectos relevantes de una situación de aula; la descripción de estos aspectos usando sus conocimientos; la formulación de alternativas de mejora de los aspectos destacados, y la validación de lo observado como relevante, comunicándolo a otros.

Para desarrollar la competencia *mirada profesional*, se propuso a los FM que grabaran sus intervenciones y seleccionaran un vídeo-episodio de aula rico en interacciones. Posteriormente, se le proporcionó un guion para el análisis de la situación de enseñanza-aprendizaje

Las exigencias de los currículos competenciales ponen de manifiesto la necesidad de un profesorado en continua formación que potencie el desarrollo de competencias en el alumnado

del vídeo-episodio. Y, por último, en el seminario de prácticas, se compartieron los aspectos relevantes del análisis individual, justificándolos y argumentándolos, favoreciendo así la incorporación de cambios con las aportaciones de los FM, las tutoras de la UAB y las de la escuela.

Para ilustrar aspectos del desarrollo de la competencia *mirar profesionalmente* las interacciones en el aula, nos centramos en la interpretación de los contenidos matemáticos del episodio.

Hemos seleccionado los fragmentos del vídeo-episodio en que las FM gestionan las interacciones con el alumnado al clasificar líneas rectas y cuadriláteros.

Dos ejemplos de reflexión sobre la práctica matemática de aula

A continuación, presentamos a modo de ejemplo dos situaciones en las que se infieren los criterios que aplican los maestros y las maestras a la hora de clasificar las figuras geométricas; seguidamente, se aborda la reflexión correspondiente.

Líneas rectas

A continuación, presentamos un fragmento de la interacción entre la FM y el alumnado al analizar las líneas rectas que aparecen en la obra *Castillo y sol*, de Klee.

EN LA PRÁCTICA

Razonamiento matemático

1C

EN LA PRÁCTICA

► FM: ¿Cómo son estas rectas? (señalando dos rectas del rectángulo que se cortan formando ángulos de 90°).



MARC: ¡Secantes!
 PAULA: ¡Perpendiculares!
 FM: ¡Muy bien!
 Paula, ¿por qué son perpendiculares? ◀

Fíjate en la posición de las rectas y escribe *paralelas*, *secantes* o *perpendiculares* donde corresponda.

rectas *perpendiculares* rectas *secantes* rectas *paralelas*

Cuadro 1. Extracto del libro de texto del alumnado de tercero de primaria

| Líneas rectas | |
|---|-----------|
| Secantes | Paralelas |
| | |
| <p>Caso particular: perpendiculares</p> | |

Cuadro 2. Clasificación de rectas atendiendo a la propiedad de intersección

En esta interacción, se observa que la FM no tiene en cuenta la aportación de Marc y únicamente valora como correcta la respuesta de Paula. Este hecho se puede interpretar en dos direcciones: una visión prototípica de la clasificación de rectas que no incluye las propiedades geométricas y un desaprovechamiento en la gestión de oportunidades de aprendizaje matemático del alumnado.

Análisis de la situación

En el primer caso, se puede inferir que la FM considera la respuesta de Marc como incorrecta; es decir, implícitamente, asume que las dos rectas perpendiculares no son secantes, presentando la clasificación de rectas sin tener en cuenta las propiedades geométricas.

Esta es una situación muy frecuente al enseñar conceptos de geometría en el aula de primaria, y también se evidencia en los libros de texto. En el cuadro 1 se muestra la clasificación de las rectas en el plano en tres grupos en el libro de texto del alumnado: secantes, paralelas y perpendiculares. Dicha clasificación centra la atención en la imagen prototípica de los objetos y no en la propiedad de intersección en un punto que comparten las rectas secantes y las perpendiculares.

La importancia de la clasificación de las rectas secantes centrada en la propiedad

de intersección en un punto y en los ángulos que forman ha sido abordada por Castelnuovo (1981). Según esta autora, dos rectas que se cortan forman 4 ángulos, y los ángulos opuestos al punto de intersección tienen la misma amplitud. Esta definición nos lleva a una clasificación de dos o más rectas en el plano como secantes o paralelas. Es decir, se cortan o no se cortan. Las rectas que se cortan formando 4 ángulos con la misma amplitud (por tanto, las perpendiculares) son un caso particular de rectas secantes (cuadro 2).

Cuadriláteros

Un segundo ejemplo de gestión de propiedades geométricas lo encontramos en otro fragmento del propio vídeo-episodio, al clasificar los cuadriláteros.

► PAU: Esto es un rectángulo (señalando en la pizarra la figura a) y esto es un cuadrado (señalando la figura b).



FM: ¿Y por qué? ¿Por qué le llamas a esto rectángulo y a esto otro cuadrado? (señalando las figuras). ¿Alguien sabe qué diferencia hay entre un rectángulo y un cuadrado?

PAU: Porque el cuadrado es como más achatado y el rectángulo es más alargado.

FM: Entonces, ¿qué significa esto? Fijaos en los lados. Estos lados del cuadrado ¿cómo son?

CLASE: ¡Rectos!
 PAU: Iguales.
 FM: ¡Muy bien, Pau! Los lados son...
 PAU: Iguales.
 FM: ¿Y aquí cómo son los lados? (señalando la figura a).
 PAU: Diferentes. ◀

En esta interacción, de nuevo se observa que la FM no tiene en cuenta las propiedades de paralelismo y perpendicularidad a la hora de clasificar los cuadriláteros, poniendo énfasis únicamente en la longitud de los lados para diferenciar el cuadrado del rectángulo.

Análisis de la situación

Esta interacción muestra evidencias de una comprensión limitada de las propiedades necesarias para clasificar correctamente los cuadriláteros, que lleva a la FM a considerar los rectángulos y los cuadrados como dos figuras geométricas diferentes que no comparten las mismas propiedades.

Este hecho también lo encontramos con frecuencia en las aulas de primaria y en los libros de texto, cuando se clasifican los cuadriláteros, centrandó la comprensión en la identificación de imágenes prototípicas de las figuras geométricas (cuadro 3).

Al discutir en el seminario de prácticas el análisis de este fragmento del vídeo-episodio, se aprovechó para hacer una reflexión sobre la clasificación de cuadriláteros aten-

La clasificación del cuadro 4 permite que el alumnado construya una comprensión de las figuras geométricas más rica basada en las propiedades y el análisis conjunto de los elementos de los cuadriláteros (amplitud de ángulos, longitud de lados y diagonales). Así, las diferencias entre las figuras no se centran en el reconocimiento de la imagen prototípica, sino en el estudio de las propiedades que la definen

diendo a las propiedades geométricas, y no a la imagen prototípica de las figuras. En este sentido, Castelnuovo (1981) considera que la condición de paralelismo permite diferenciar el grupo de los trapecios del resto de cuadriláteros, tal como se ilustra en el cuadro 4.

Consideramos que la clasificación del cuadro 4 permite que el alumnado construya una comprensión de las figuras geométricas más rica basada en las propiedades y el análisis conjunto de los elementos de los cuadriláteros (amplitud de ángulos, longitud de lados y diagonales). Así, las diferencias entre las figuras no se centran en el reconocimiento de la imagen prototípica, sino en el estudio de las propiedades que la definen.

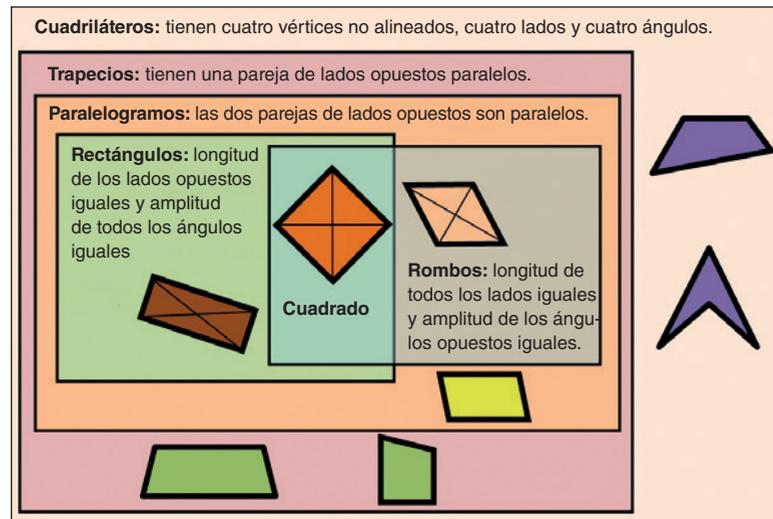
La clasificación del cuadro 4 implica considerar los paralelogramos como un caso particular de los trapecios, a diferencia de la clasificación excluyente que, usualmente, se hace en primaria. Si atende-

EN LA PRÁCTICA

Razonamiento matemático
 1C

| Cuadrado | Rectángulo | Rombo | Trapezio |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |

Cuadro 3. Clasificación de los cuadriláteros en tercero de primaria



Cuadro 4. Clasificación de los cuadriláteros adaptada de Castelnuovo (1981)

EN LA PRÁCTICA

mos, además, a la longitud de los lados, a la amplitud de los ángulos y a las diagonales, los paralelogramos se clasifican en rectángulos y rombos.

Un cuadrado es rectángulo y rombo al mismo tiempo porque cumple las propiedades de ambas figuras. El cuadrado y el rombo tienen la longitud de todos los lados igual; son paralelos dos a dos y las



Imagen 1. Ejemplo de trapecios del cuadro *Castillo y sol*

Una gestión en el aula de los conceptos geométricos basada en la identificación de imágenes prototípicas y no en la comprensión de las propiedades puede promover una comprensión limitada o errónea de los conceptos matemáticos

diagonales son perpendiculares, cortándose en el punto medio. Se diferencian en que todos los ángulos del cuadrado tienen la misma amplitud, mientras que en el rombo no.

El cuadrado y el rectángulo comparten la propiedad de paralelismo de los lados opuestos, sus diagonales se cortan por el punto medio y la amplitud de todos los ángulos es la misma (ángulos rectos). Se diferencian en que la longitud de sus lados opuestos no es la misma, en el caso del rectángulo, y en que las diagonales son perpendiculares, en el caso del cuadrado.

Una gestión en el aula de los conceptos geométricos basada en la identificación de imágenes prototípicas de las figuras y no en la comprensión de las propiedades puede influir negativamente en el pensamiento matemático del alumnado, promoviendo una comprensión limitada o errónea de los conceptos matemáticos.

Esta dificultad en la comprensión de las propiedades puede provocar que los alumnos y alumnas no reconozcan algunas figuras cuando no las pueden asociar con su imagen prototípica.

► Por ejemplo, al interpretar las figuras del cuadro *Castillo y sol*, el alumnado reconoce trapecios en posición prototípica, pero hay otros trapecios que no reconocen, bien porque no son isósceles, bien porque su orientación no se corresponde con la imagen prototípica de los trapecios (imagen 1). ◀

Mirar profesionalmente para mejorar la tarea docente

Esta experiencia de análisis y reflexión de la práctica matemática, utilizando video-episodios de aula, nos ha permitido identificar e interpretar aspectos matemáticos clave para el desarrollo del pensamiento geométrico del alumnado. En este caso, la clasificación de líneas y cuadriláteros a partir del estudio de sus propiedades geométricas.

Destacamos como importante presentar en el aula los conceptos matemáticos poniendo el acento en la comprensión de las propiedades matemáticas que los definen, y no solo en la presentación de imágenes prototípicas (representaciones gráficas o dibujos) que acaban sustituyendo las propiedades matemáticas y conducen a una comprensión limitada, y a menudo errónea, de los conceptos matemáticos.

La competencia *mirar profesionalmente* las interacciones en el aula se desarrolla en la medida que los maestros y maestras reflexionamos sobre la gestión de las interacciones en las situaciones de enseñanza y aprendizaje. Esta competencia nos permite identificar los puntos fuertes y débiles de nuestra gestión e incorporar cambios justificados en el análisis de la propia práctica. Consideramos este espacio de reflexión sobre la práctica como una oportunidad de aprendizaje pedagógico clave para mejorar la práctica profesional de los maestros y las maestras. ■

NOTA



* Son autoras de este artículo: Marina Jofre Moreno y Alba Soto Torres (estudiantes de tercer curso del grado de Educación Primaria de la UAB), y Edelmira Badillo Jiménez y Montserrat Prat Moratonas (profesoras del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la UAB).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



BADILLO, E.; EDO, M. (2006): «Els conceptes de triangle, elements i tipus a partir del quadre "Tranquil·litat" (1939), de Wassily Kandinsky». *Guix. Elements d'Acció Educativa*, núm. 329, pp. 49-57.

CASTELNUOVO, E. (1981): *La matemàtica. La geometria*. Barcelona. Ketres.

EDO, M.; BADILLO, E. (2014): «Enseñar y aprender matemáticas en los prácticums del grado de Educación Infantil de la UAB». *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, núm. 66, pp. 36-46.

FORTUNY, J.M.; RODRÍGUEZ, R. (2012): «Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula». *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, núm. 1, pp. 23-37.

LLINARES, S. (2012): «Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea». *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, núm. 2, pp. 53-70.

EN LA PRÁCTICA

HEMOS HABLADO DE:

- Razonamiento matemático.
- Geometría.
- Formación inicial del profesorado.
- Competencias profesionales del profesorado.

AUTORA DE CONTACTO

Edelmira Badillo

Universidad Autónoma de Barcelona
edelmira.badillo@uab.cat

Este artículo fue recibido en AULA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA en abril de 2015 y aceptado en mayo de 2016 para su publicación.