

## LA DEFINICIÓN DEL CONCEPTO ESTIMACIÓN DE MEDIDA DE LOS MAESTROS DE PRIMARIA

Noemí Pizarro, Nuria Gorgorió, Lluís Albarracín

Universitat Autònoma de Barcelona. (España)

ruthnoemi.pizarro@uab.cat, nuria.gorgorio@uab.cat, lluis.albarracin@uab.cat

**Palabras clave:** estimación, medida, conocimiento del profesor

**Key words:** measure estimation, mathematical knowledge of teachers

### RESUMEN

En esta aportación presentamos un estudio sobre las definiciones del concepto de estimación de medida que poseen los maestros de primaria. Queremos saber cómo los maestros definen el concepto, que en la literatura de educación matemática no está claramente definido ni diferenciado del concepto general de estimación, en el que se incluyen otras tareas matemáticas. Durante el año 2013 encuestamos a 112 maestros en ejercicio docente y en formación continua en Santiago de Chile. Mediante un análisis cualitativo-descriptivo encontramos que algunos docentes entienden estimación de medida como sinónimo de valorizar una medida al azar o bien como una medición con unidades de medida no tradicionales.

### ABSTRACT

In this contribution we present a study of certain aspects of mathematical knowledge for teaching that teachers possess about the concept of measure estimation. We seek to understand how teachers define this concept, that in the literature of mathematical education is not clearly defined neither is it clearly differentiated from that of general estimation, which includes mathematical tasks. We survey 112 practising school teachers while attending continuing teacher training course that took place in Santiago, Chile in 2013. Using a qualitative-descriptive analysis, we find that some teachers understand measure estimation as a synonym of an assignment of a random measure or as measurement of non-traditional measure units.

## ■ Introducción

A principios de los años ochenta, distintos organismos internacionales recomendaban hacer énfasis en el estudio de la medida en los currículums escolares (NCTM, 1980; Informe Cockcroft, 1982; ICMI, 1986). En Chile, el Ministerio de Educación consideró estas recomendaciones en las nuevas Bases Curriculares del año 2012, dejando a la medición como un nuevo eje curricular de la enseñanza primaria y considerando a la estimación de la medida en más de doce objetivos de aprendizaje que se distribuyen en los ejes de Números y Operaciones (medida discreta), Medida y Geometría. Sin embargo, es posible que previo a esta reforma, la estimación no haya tenido espacio en los programas de formación inicial y continua del profesorado chileno. Por lo tanto, es altamente probable que nos encontremos en el caso de un concepto disciplinario que irrumpe en las aulas sin proveer a los docentes de una formación concreta al respecto.

Frente a este escenario nos preguntamos ¿Qué conocimiento para enseñar la estimación de medida poseen los maestros de primaria? Para responder a esta pregunta, indagamos en la definición del concepto de estimación de medida en la literatura de educación matemática. Posteriormente consideramos el marco del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (*Mathematical Knowledge for Teaching. MKT*) propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008) y realizamos una investigación cualitativa-descriptiva en Santiago de Chile con 112 maestros de primaria en ejercicio docente, que han enseñado o deben enseñar estimación de medida discreta o continua a sus estudiantes, con el objetivo de indagar en el concepto de estimación que poseen los maestros de primaria. En esta aportación, sólo se pretende analizar qué entienden los maestros de primaria por estimación de medida, para posteriormente, investigar en las necesidades del MKT que se generan al introducir nuevos contenidos en el currículum de primaria y establecer orientaciones para diseñar acciones de formación inicial y continua de los maestros.

## ■ El conocimiento matemático para la enseñanza

En educación matemática, la línea del Conocimiento del Contenido (*Content Knowledge*) (Shulman, 1986) ha sido continuada por distintos investigadores a nivel mundial, como Rowland, Huckstep y Thwaites (2003), Ball, Thames, Phelps (2008) y Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013), entre otros.

A partir de las ideas del Conocimiento del Contenido Específico y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (Shulman, 1986), y continuando la línea de investigación en el ámbito de las matemáticas, Ball et al, (2008) consideraron que el énfasis está en el uso del conocimiento en la enseñanza y para la enseñanza y no en los propios docentes, introduciendo así la línea de investigación del MKT. Para Ball et al, (2008) no está en discusión que el docente debe saber la matemática que enseña, por ello una de las dimensiones del MKT es el Conocimiento Común del Contenido (*Common Content Knowledge, CCK*). El CCK está definido como la habilidad y el conocimiento matemático utilizados en entornos distintos a la enseñanza; por ejemplo, el conocimiento que el maestro posee para dar solución a un problema, resolver un ejercicio o reconocer una definición o respuesta incorrecta. Por lo tanto, esta dimensión es la que indica que el maestro debe saber qué enseña; en nuestro caso debe comprender el concepto de estimación.

### ■ Estimación de medida

Al revisar la literatura sobre estimación de medida observamos que, a menudo, las distintas definiciones de estimación incluyen una amplia gama de tareas a realizar relacionadas con diferentes ámbitos del conocimiento matemático. En la tabla 1 se muestran las diversas definiciones de estimación propuestas por autores del campo de la Educación Matemática, en ellas podemos observar variados ejemplos sobre la pluralidad de las tareas que incluyen la valoración mental de la medida de una magnitud, el cálculo mental, la agilidad de una operación aritmética, el cálculo del valor probable de una medida estadística, etc.

**Tabla 1. Definiciones de estimación**

Definición	Aspectos relevantes
“Un proceso de llegar a una medición o a una medida sin la ayuda de herramientas de medida. Se trata de un proceso mental que tiene aspectos visuales o manipulativos” (Bright, 1976, p.89).	-valorar una medida - percibir visualmente o - manipular directa o indirectamente.
“La habilidad para evaluar si es razonable el resultado de un cálculo o de una medida; la capacidad de hacer juicios subjetivos acerca de una variedad de medidas”(Informe Cockcroft, 1982, pp 22-23).	-evaluar respuestas razonables sobre cálculo o medida -valorar subjetivamente una medida
“Juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de las circunstancias individuales de quien lo emite” (Segovia et al. 1989, p.18).	-valorar calculo o medida -responder subjetivamente
“habilidad para conjeturar sobre el valor de una distancia, costos, tamaños, etc o cálculo” (Clayton, 1996, p. 87).	-conjeturar sobre el valor de una medida o cálculo.
"Se refiere a un número que es una aproximación adecuada para un número exacto dado el contexto particular" (Van de Walle et al. 2010, p. 241).	- aproximar adecuadamente un número

Segovia et al. (1989) agregan a su concepto que la estimación de medida se distingue de la estimación computacional por razones metodológicas. Sin embargo, Hogan y Brezinski (2003) distinguen los siguientes tres tipos de estimación, según las habilidades que desarrollan:

- *numerosity*: se refiere a la habilidad de estimar visualmente el número de objetos dispuestos en un plano en un tiempo limitado.
- estimación de medida: se basa en la habilidad perceptiva de estimar diferentes magnitudes en objetos comunes
- estimación computacional: se refiere al proceso por el que se determina rápidamente un valor aproximado para el resultado de una operación aritmética.

Para Hogan y Brezinski (2003), la estimación computacional es una habilidad que se desarrolla conjuntamente con el resto de habilidades matemáticas. Por el contrario, *numerosity* y estimación de medida desarrollan una habilidad por sí solas, independiente de la habilidad de estimación de cálculo y que no está dentro del conjunto de las habilidades matemáticas habituales. Ellos explican que *cerebralmente* tenemos un *acumulador* que es quien *guarda* cantidades de manera aproximada. Por ejemplo, sabemos lo que es un metro, quizás lo podríamos mostrar en un objeto o en una parte de él o indicarlo con nuestro cuerpo, porque tenemos “guardada” la medida de la longitud del metro en nuestro cerebro. Este “acumulador” de cantidades podría ser uno de los desarrolladores de la percepción visual

en las personas, relacionando así la estimación de medida y *numerosity* con habilidades espaciales. Entendemos que esta apropiación de la cantidad es una referencia de la unidad de medida puesta en juego en el momento de estimar y que no se encuentra presente en las definiciones anteriores.

### ■ La estimación en la educación

¿Por qué es necesario que se desarrolle la estimación de medida en la escuela? En primera instancia porque desarrolla habilidades perceptivas (Informe Cockcroft, 1982; Hogan y Brezinski, 2003) y además porque conlleva reconocer las unidades de medida y comprender las herramientas necesarias para realizar mediciones. Es probable que al adquirir la habilidad, que comienza en los primeros años de enseñanza elemental, se desarrollen también componentes de enumeración, cantidad y pensamiento tridimensional (Boulton-Lewis, Wils, & Mutch, 1996).

Sin embargo, Forrester y Piqué (1998) observaron que en el discurso de los docentes en el aula, se apreciaba una notoria separación entre medida y estimación. Notaron que la estimación se trataba como hipótesis predictiva, en forma vaga y superflua, carente de respuestas satisfactorias para resolver situaciones a las que sólo podía dar respuesta un instrumento de medida. Estos autores observaron que la estimación se trataba por medio “del pensamiento sensato” que conllevaba a adivinanzas más que juicios de valor a partir de referentes, dejando poca evidencia de la comprensión del concepto y dando cuenta que matemática es sinónimo de rigor y exactitud.

Segovia y Castro (2009) explican que si buscamos en un diccionario cualquiera el significado de matemática encontraremos que es un concepto caracterizado por la exactitud y el rigor; a raíz de esto, se podría pensar que la estimación no tiene que ver con “matemática de verdad” dado que los resultados no son exactos.

En nuestra revisión de la literatura hemos encontrado escasos estudios que traten la formación docente sobre estimación de medida. Sin embargo, Joram (2003) y Joram et al. (2005) sugieren que el uso de la estrategia de estimación por punto de referencia parece una estrategia didáctica aceptable.

### ■ Objetivos del estudio

A partir de lo expuesto, nos proponemos indagar en el concepto de la estimación de los maestros de primaria. Dado que este estudio muestra el inicio de una investigación en el marco de una tesis doctoral, consideramos necesario partir comprendiendo qué entienden los maestros por estimación de medida. Para ello nos marcamos el siguiente objetivo de estudio: Caracterizar el concepto de estimación de medida que utilizan los maestros de primaria. De esta forma, el MKT es considerado como una orientación para el desarrollo de este trabajo.

### ■ El estudio

Este estudio es parte de una tesis doctoral que pretende analizar el conocimiento de los maestros de primaria para la enseñanza de la estimación de medida. Por medio de un cuestionario de diez preguntas abiertas orientadas al Marco Teórico de Ball et al. (2008), encuestamos a 112 maestros de primaria en ejercicio docente de Santiago de Chile. La toma de datos se llevó a cabo durante la formación continua de estos maestros como especialistas en educación matemática para primaria, con lo que conforman

una muestra representativa del profesorado interesado en la mejora de su práctica docente como maestros de matemáticas. En este texto presentamos el análisis de la pregunta principal de las 10 preguntas que posee el cuestionario. La pregunta 6, pretende recoger las distintas nociones del concepto de estimación que poseen los maestros de primaria, viendo si hay distinciones o semejanzas con la medición y la aproximación.

- ¿Qué entiende por estimación de medida?

Algunas de las respuestas fueron las siguientes “Un cálculo aproximado que se hace de algún objeto”, “Aproximar a una cantidad, tomando desde un punto de referencia personal”, “Estimar para mí es acercarse a la medida de un objeto o algo a partir del uso de instrumentos convencionales”

### ■ Análisis de los datos

Las respuestas de los maestros se digitalizaron y se trataron con el programa de análisis de datos cualitativos NVivo 10. Una primera aproximación al análisis nos mostró la necesidad de concretar una definición de estimación de medida, ya que en la literatura se ofrecen diferentes definiciones que contemplan distintos elementos. Por ello, hemos reelaborado la definición de estimación de medida para incluir los aspectos que se muestran como elementales en la revisión de la literatura. La definición que proponemos y usamos para nuestro análisis es la siguiente:

*Estimar una medida: Asignar perceptivamente un valor o un intervalo de valores y la unidad correspondiente a una magnitud discreta o continua, por medio de los conocimientos previos o por comparación no directa a algún objeto auxiliar.*

Esta definición se sustenta sobre tres elementos esenciales:

- Asignar un valor numérico (V): Para que la tarea pueda considerarse estimación, debe requerir la asignación de un valor numérico. En caso de no ser así, la tarea sólo sería un trabajo perceptivo.
- Realizar la tarea perceptivamente (P): para estimar es necesario utilizar los sentidos, evitando el uso directo de cualquier instrumento de medida, sea estandarizado o no. En cuanto se usa un instrumento de medida, haciendo una comparación directa, se está midiendo, no estimando, aunque se exprese el resultado de la medición de forma aproximada.
- Relacionar la percepción con los conocimientos previos o con la imagen mental del objeto auxiliar (R): Para estimar hay que tener referentes o idealmente poseer una noción mental de alguna unidad de medida; en caso contrario realizándose trataría de adivinar o dar un resultado inventado aleatoriamente.

Por lo tanto al estimar la medida de una magnitud se debe entregar un valor o intervalo de valores, resultado de un juicio que se apoya en un acto perceptivo que tiene sentido dado que tiene referentes. El análisis se basa en la caracterización de las respuestas recogidas a partir de identificar estos tres elementos.

## ■ Resultados

### Sobre la definición

Analizamos las respuestas de los maestros de acuerdo a los tres elementos anteriores: valorar (V), percibir (P) y usar referentes (R). Si cumple con los tres aspectos anterior, se clasificó como estimación de medida. Un amplio grupo indicó que estimar es entregar un valor, algunos de ellos explicitaron la percepción, otros el uso de referencias y, en la mayoría de los casos, no mencionaron el uso de ninguna de las dos, sólo consideraron que estimar es asignar un valor numérico a una magnitud, utilizando palabras como “calcular una medida”, “decir cuánto mide un objeto”, etc. Otros pocos indicaron que estimar es medir, o aproximar numéricamente o bien no dieron respuesta vinculada a la estimación.

La siguiente tabla resume los códigos, sus categorías y las frecuencias correspondientes a las respuestas de los 112 maestros. Además, muestra un ejemplo de cada una de ellas.

**Tabla 2. Códigos, categorías, frecuencias y ejemplos de las definiciones de estimación**

Códigos	Categorías	F	Ejemplo de respuesta
Estimar	Estimación de medida (V-P-R)	5	<i>“Es al observar o al “ojímetro” decir cuánto mide un objeto, pero teniendo un patrón antes”</i>
Valorar	Valoración con referentes (V-R)	14	<i>“Calcular un valor aproximado, de lo que se nos está solicitando, a partir de alguna referencia que se tenga al respecto”</i>
	Valoración con percepción (V-P)	14	<i>“Acercarse, con solo mirar lo más posible a la medida de un objeto”</i>
	Valoración sin justificación (V)	51	<i>“Estimación: sería la medida que cree el alumno que tiene determinado objeto”</i>
Medir	Medición	8	<i>“Utilizar elementos naturales, como partes del cuerpo u objetos para medir algo. Por ejemplo: pasos”</i>
Aproximar	Aproximación numérica.	14	<i>“Aproximar alguna medida para que sea exacto 3,9 cm= 4cm”</i>
Otras respuestas		6	<i>“Es la habilidad de poder resolver problemas rutinarios y no rutinarios de tiempo, longitud y masa”</i>

En la Tabla 2, podemos observar que hay 5 docentes que consideran la valoración, la percepción y los referentes al definir la estimación de media, 14 maestros la definen como una valoración basada sólo en referencias y otros 14 la definen como una valoración basada sólo en la percepción. En total, estos 33 de los 112 maestros dan definiciones, que si bien no se corresponden completamente con nuestro concepto de estimación, si consideran la estimación de medida como una valoración basada en referencias o percepciones. Esta consideración nos permite resaltar que la definición que hemos propuesto para estimación de medida, recoge elementos relevantes que anteriormente no habían sido explicitados.

Un grupo de 51 maestros, define la estimación como “asignar un valor”, sin mencionar la referencia y la percepción, dejando a la tarea como un juicio de valor azaroso.

El resto de las definiciones de los maestros no se aproximan ni a las definiciones mencionadas en la literatura ni a nuestra reconstrucción de la definición de estimación de medida, sino que la consideran como un sinónimo de la medición con instrumentos no estandarizados o de la aproximación de cifras decimales.

### ■ Conclusiones

Casi la mitad (un 45%) de los docentes encuestados respondieron que estimar una medida es sinónimo de valorar una magnitud sin justificar cómo se realiza la tarea, separándose así de nuestra definición de estimación que requiere de percepción existencia de referentes, frente a esto estimar posiblemente se refiere al juicio de valor azaroso de una medida. Casi un 19% de los maestros consideran que estimar una medida es sinónimo de medir o aproximar numéricamente. Sólo un 29% de los encuestados se acercó al concepto de estimación que reconstruimos.

Es probable, que estas ideas se deriven del significado común de estimación. De alguna forma u otra, todos tenemos una definición de estimación, y al tener una idea preconcebida externa a la educación matemática se le resta importancia a la definición formal del concepto establecida desde la disciplina que no ha sido trabajada en la formación de los maestros. Por ello consideramos que no se dan las instancias de fundamentación del concepto y mejora correspondiente para el cuerpo docente.

A raíz de lo anterior, consideramos que el concepto de estimación de medida, al ingresar a un programa de estudios, debería partir desde el currículo, dado que es un concepto confuso, incluso dentro de la literatura de investigación en educación matemática. Por ello para nosotros es necesario e indispensable que al ser parte de un currículum, éste la defina, ejemplifique y contraejemplifique. En caso contrario, los cambios en los currículos podrían no trasladarse a las aulas de forma efectiva.

Por todo lo anterior, consideramos que la formación inicial y continua del maestro debe entregar herramientas adecuadas para la reflexión pedagógica y disciplinar de los futuros docentes teniendo en cuenta situaciones como la descrita en este documento.

Este trabajo está bajo el amparo del proyecto EDU2013-4683-R. Los autores forman parte del Grupo de Investigación Educació Matemàtica i Context: Competència Matemàtica (EMiC:CoM), con referencia SGR2014-723 (Generalitat de Catalunya).

### ■ Referencias bibliográficas

Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Bright, G.W. (1976). Estimation as Part of Learning to Measure. *National Council of Teachers of Mathematics Yearbook*, 38, (pp. 87-104). Reston, VA: NCTM.

Boulton-Lewis, G., Wils, L. y Mutch, S. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 329–347.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Mathematics teacher specialized knowledge. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of 8th CERME*. Antalya, Turkey.

- Clayton, J. G. (1996). A criterion for estimation tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 27(1), 87-102.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: Her Majesty's Stationery Office.
- Forrester, M. A., y Pike, C. D. (1998). Learning to estimate in the mathematics classroom: A conversation-analytic approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 334-356.
- Hogan, T. P. y Brezinski, K. L. (2003). Quantitative estimation: One, two, or three abilities? *Mathematical Thinking and Learning*, 5(4), 259-280.
- ICMI (1986). *School Mathematics in the 1990s*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Joram, E. (2003). Benchmarks as tools for developing measurement sense. In D. H. Clemens & G. Bright (Eds.) *Learning and teaching measurement 2003 yearbook* (pp. 57-67). Reston, VA: NCTM.
- Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R. & Subrahmanyam, K. (2005). Children's use of the reference point strategy for measurement estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 4-23
- Ministerio de Educación (2012). *Bases Curriculares de primero a sexto año básico*. Santiago de Chile: MINEDUC.
- NCTM (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston, Virginia: NCTM.
- Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2003). The Knowledge Quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 97-102.
- Segovia, I., Castro, E., Castro, E. y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid: Síntesis.
- Segovia, I. y Castro, E. (2009). La estimación en el cálculo y en la medida. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(1), 449-536.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. y Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. USA: Pearson.