

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie mécanique

ANALYSE DU REFROIDISSEMENT PAR FILM DE  
LA PAROI DE BOUT DE PALES D'UNE TURBINE  
EN CÉRAMIQUE À CONFIGURATION  
RENVERSÉE

Mémoire de maîtrise  
Spécialité : génie mécanique

Frédéric EBACHER

Jury : Mathieu PICARD (directeur)  
Martin BROUILLETTE (co-directeur)  
Jean-Sébastien PLANTE  
Stéphane MOREAU



*«Ut tensio sic vis»*  
*-Robert Hooke, 1660-*



# RÉSUMÉ

L'augmentation de l'efficacité des turbines fonctionnant sur un cycle de Brayton récupéré passe par l'augmentation de la température des gaz d'admission. Cependant, les pales métalliques doivent être massivement refroidies afin de supporter des températures dépassant les 1600 K. Une nouvelle configuration utilisant des pales en céramiques supportées par une jante de composite et un moyeu flexible supporte des températures de plus de 1600 K sans refroidir les pales. La configuration maintient les pales en compression durant la rotation de la turbine évitant le bris de la céramique lorsque soumise à la tension. La jante de composite ne doit pas dépasser 600 K, nécessitant un système de refroidissement. L'utilisation d'un refroidissement par film sur la paroi de bout de pales permet de réduire de 30 % le flux thermique traversant la paroi. Dans une configuration classique d'une turbine, les pales ne sont pas supportées par leur bout, faisant en sorte qu'aucune recherche ne porte sur le refroidissement par film de la paroi de bout de pales. Les multiples recherches faites sur le refroidissement par film des différentes composantes d'une turbine montrent que la rotation de la turbine et la courbure des surfaces à protéger influence l'efficacité du refroidissement par film.

Ce projet de maîtrise vise à expliquer comment le champ centrifuge créé par la rotation de la turbine et la courbure de la paroi de bout de pales affectent le refroidissement par film. Une analyse de stabilité de gaz stratifiés, confinés entre deux parois et ayant une injection de gaz à l'une des parois explique théoriquement comment la vitesse des gaz, le champ centrifuge et la vitesse d'injection influencent la stabilité des gaz stratifiés. Le champ centrifuge augmente la plage de longueur d'onde de perturbations que peut tolérer le système sans être déstabilisé, alors qu'une différence de vitesse entre les gaz déstabilise le système. La vitesse d'injection doit être réduite au minimum puisqu'elle déstabilise le système. Les résultats de cette analyse ont été vérifiés expérimentalement dans un canal courbé. Les tests montrent que l'injection normale à l'écoulement ne permet pas de stratifier deux gaz, alors qu'une injection parallèle entraîne une stratification qui prend plus de 37 mm à se mélanger, soit plus du double de la longueur du rotor de la turbine étudiée dans ce projet. Cependant, en raison du couplage entre la vitesse des gaz et le champ centrifuge qu'impose un canal courbé, il est impossible d'observer l'effet du champ centrifuge et de la différence de vitesse entre les gaz indépendamment, indiquant la nécessité de concevoir un banc d'essai rotatif pour de futurs tests. Une analyse thermique du refroidissement par film de la paroi de bout de pales relie le flux thermique traversant la paroi au débit massique de gaz de refroidissement et à la température de la paroi. Cette analyse, fait le lien entre le refroidissement par film et le refroidissement par ailettes séparant la jante de composite de la paroi de bout de pales.

**Mots-clés :** Refroidissement, Film, Stabilité, Centrifuge, Flux, Turbine, Céramique, Renversée



# REMERCIEMENTS

Je désire remercier mon directeur de maîtrise Mathieu Picard de m'avoir offert l'opportunité de rejoindre son équipe. Ses connaissances techniques, son leadership et sa sagesse ont été une grande inspiration au cours de ma maîtrise et font de lui un modèle professionnel duquel je m'inspire chaque jour.

Je veux également remercier mon codirecteur Martin Brouillette pour ses précieux conseils lors des moments d'incertitudes inévitables qui accompagnent les projets de recherche. Je souligne également ses qualités d'enseignant qui rendent ses cours si passionnants.

Je remercie aussi les professeurs Jean-Sébastien Plante et Stéphane Moreau qui ont révisé les différents travaux que j'ai faits dans des délais très courts et ont ainsi contribué à la qualité des résultats de mon projet de recherche.

Un grand merci à Miguel Charrette avec qui j'ai partagé les moments forts comme les moments difficiles de la maîtrise et desquels une amitié qui transcende le cadre professionnel s'est développée.

Je souhaite remercier Alexandre Landry-Blais, Benoit Picard, Patrick K. Dubois, Cédéric Landry, Nicolas Courtois, Nidal Kochrad, Benoit Dupont et Mathieu Kirouac pour leur appui à mon projet et leur complicité de tous les jours.

Je souligne la complicité de Thomas Parent-Simard et Raphaël Pilon pour les nombreuses heures travaillées ensemble sur le moteur de la formule SAE.

Je veux aussi remercier la famille Galanis et le fond institutionnel pour le support financier.

Je remercie ma famille pour leur support inconditionnel à mes études et aux différents projets que j'entreprends. Enfin, un grand merci à Guillaume Gervais et Laurence B. Lemaire avec qui j'ai partagé mon quotidien et dont le support et l'amitié ont été pour moi essentiels à ma réussite.





# TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	i
REMERCIEMENTS .....	iii
LISTE DES FIGURES .....	vii
LISTE DES TABLEAUX .....	xi
LISTE DES SYMBOLES .....	xiii
LISTE DES ACRONYMES .....	xv
CHAPITRE 1 Introduction .....	1
CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART .....	5
2.1 Pales de stator .....	6
2.1.1 Intrados et Extrados .....	6
2.1.2 Bord d'attaque et de fuite .....	8
2.2 Pales de rotor .....	9
2.2.1 Intrados et Extrados .....	10
2.2.2 Effet de la rotation .....	11
2.2.3 Bord d'attaque .....	12
2.2.4 Bord de fuite .....	13
2.2.5 Bout de pales .....	14
2.3 Paroi du moyeu .....	14
2.3.1 Injection entre les pales .....	15
2.3.2 Injection avant le rotor .....	16
2.4 Refroidissement interne .....	17
2.5 La TCCR .....	18
2.6 Conclusion .....	18
CHAPITRE 3 PROBLÉMATIQUE .....	21
3.1 Objectifs .....	21
3.2 Méthodologie .....	21
CHAPITRE 4 ÉTUDE DE STABILITÉ .....	23
4.1 Résumé .....	23
4.2 Abstract .....	25
4.3 Introduction .....	25
4.4 Analytical development .....	29
4.4.1 Approximations .....	30
4.4.2 Dispersion equation .....	30
4.5 Analysis .....	31
4.5.1 Parameters .....	32
4.5.2 Same centrifugal field in both fluids .....	32
4.5.3 Centrifugal field .....	34
4.5.4 Mass transfer from a wall .....	36
4.5.5 Application to the ICT .....	37
4.5.6 Scope of validity .....	41
4.6 Summary and conclusions .....	41
4.7 Acknowledgment .....	42
CHAPITRE 5 TESTS EXPÉRIMENTAUX .....	49

---

5.1	Banc de tests.....	49
5.2	Montage expérimental.....	50
5.3	Résultats.....	51
5.3.1	Plan d'expérience.....	51
5.3.2	Schlieren.....	52
5.3.3	Rôle des forces de volume.....	54
5.3.4	Rôle de la différence de vitesse.....	54
5.3.5	Rôle de la vitesse d'injection.....	56
5.3.6	Application à la TCCR.....	57
5.4	Conclusion.....	58
CHAPITRE 6 ANALYSE THERMIQUE.....		59
6.1	Situation analysée.....	59
6.1.1	Représentation.....	59
6.1.2	Hypothèses.....	61
6.1.3	Méthode de résolution.....	62
6.2	Résultats.....	63
6.3	Conclusion.....	66
CHAPITRE 7 CONCLUSION.....		69
7.1	Travaux futurs.....	70
LISTE DES RÉFÉRENCES.....		71

# LISTE DES FIGURES

Figure 1-1. Diagramme Température-Entropie d'un cycle de Brayton récupéré idéal [5] .....	2
Figure 1-2. Turbine en configuration renversée avec pales en céramique [9] .....	3
Figure 2-1. Configuration de refroidissement d'une pale de stator [17] .....	6
Figure 2-2. Vue en coupe de trous d'injection évasés de refroidissement par film .....	7
Figure 2-3. Comparaison d'une configuration avec trous alignés et trous décalés .....	8
Figure 2-4. Injection du refroidissement par film près du bord de fuite du côté de l'intrados....	9
Figure 2-5. Représentation 3D d'une pale de rotor refroidie par film [25] .....	10
Figure 2-6. Sens d'application des forces centrifuges et de Coriolis à l'intrados et l'extrados d'une pale de rotor [29] .....	11
Figure 2-7. Géométrie de la rainure de bord de fuite d'une pale de rotor .....	13
Figure 2-8. Configuration du refroidissement de bout de pales [34].....	14
Figure 2-9. Vortex créés par le passage des pales sur le refroidissement par film de la paroi de base de pales [37] .....	15
Figure 2-10. Configuration du refroidissement interne d'une pale de rotor [44] .....	17
Figure 4-1 - Section view of a flexible hub and rim rotor configuration ([9]).....	26
Figure 4-2 – Transpiration cooling on turbine blade tip endwall .....	26
Figure 4-3 – Heavy fluid attached on the convex wall of a curved channel .....	28
Figure 4-4 - Instability case analysis .....	29
Figure 4-5 – Growth rate as a function of the wavenumber for $g_1/ g_2 = 1$ .....	33
Figure 4-6 - Wall effect on stability with $k = 50 \text{ m}^{-1}$ .....	33

Figure 4-7 – Region of cooling attached to convex wall $\rho_1 g_1 \rho_2 g_2 > 1$ for $\rho_1 \rho_2 = 0.1, 0.2$ and $0.4$ .....	34
Figure 4-8 - Hydrostatic pressure ratio effect on growth rate without injection.....	35
Figure 4-9 - Effect of injection velocity on growth rate with $u_1 - u_2 = 160\text{ms}$ and $g_1 g_2 = 2.2$ .....	36
Figure 4-10 - Injection effect on stability with $k = 50 \text{ m}^{-1}$ .....	37
Figure 4-11 – Guidelines to increase interface stability for better cooling.....	38
Figure 4-12 – Cold fluid suction in rotor .....	38
Figure 4-13 – Growth rate for $g_1 g_2 = 0.26$ .....	39
Figure 4-14 – ICT stable cooling design space .....	40
Figure 4-15 – Cooling mass flow balance.....	41
Figure 5-1. Banc d’essai à canal en U servant à générer un champ centrifuge.....	49
Figure 5-2. Vue explosée du banc d’essai.....	50
Figure 5-3. Montage expérimental .....	51
Figure 5-4. Comparaison d’une injection entre le support et la vitre et une injection à travers le support.....	52
Figure 5-5. Images typiques de Schlieren. La colonne de gauche est une injection d’air sur une paroi convexe dans un écoulement d’hélium à $10\text{m/s}$ et la colonne de droite est une injection d’air sur une paroi concave dans un écoulement d’hélium à $10\text{m/s}$ . La vitesse d’injection de la première ligne est de $0.4 \text{ m/s}$ . La vitesse d’injection de la deuxième ligne est de $0.8 \text{ m/s}$ . La vitesse d’injection de la troisième ligne est de $4.2 \text{ m/s}$ .....	53
Figure 5-6. Variation de la différence de vitesse entre l’écoulement principal et celui de refroidissement. La vitesse de l’écoulement principal est de $16 \text{ m/s}$ et celui du refroidissement est de $3.3 \text{ m/s}$ (1 <sup>er</sup> ligne), $5 \text{ m/s}$ (2 <sup>e</sup> ligne) et $8.3 \text{ m/s}$ (3 <sup>e</sup> ligne). .....	55
Figure 5-7. Décollement du gaz de refroidissement de la paroi d’injection causé par une vitesse d’injection élevée .....	56

Figure 5-8 – Comparaison entre la longueur du rotor et la longueur de mélange .....	57
Figure 6-1. Identification de la zone d'analyse thermique sur une vue en coupe de la TCCR .	59
Figure 6-2. Représentation 2D de l'analyse thermique sur le refroidissement par film.....	60
Figure 6-3. Réseau de résistances thermiques modélisant le refroidissement par film .....	60
Figure 6-4. Discrétisation du domaine du refroidissement par film pour l'analyse thermique .	62
Figure 6-5. Flux de chaleur moyen à la paroi de bout de pales en fonction de la température de la paroi .....	63
Figure 6-6. Coefficient de transfert de chaleur équivalent à la paroi de bout de pales en fonction du débit massique de refroidissement par film .....	64
Figure 6-7. Variation axiale du flux de chaleur traversant la paroi de bout de pales pour un débit massique de 0.254g/s de refroidissement par film.....	65
Figure 6-8. Variation du flux de chaleur en fonction de la température de paroi de bout de pales pour un débit massique de 0.254g/s de refroidissement par film .....	66



# LISTE DES TABLEAUX

Table 4.1 - Typical parameter values for an inside-out ceramic turbine.....	32
Table 4.2. Parameters for stable cooling .....	39





# LISTE DES SYMBOLES

Ceci est un exemple de liste des symboles.

<b>Symbole</b>	<b>Définition</b>
$a_r$	Accélération radiale
$C_p$	Chaleur massique à pression constante
$g$	Accélération centrifuge
$h$	Hauteur
$k$	Nombre d'onde
$q_w''$	Flux de chaleur pariétal
$r$	Position radiale
$t$	Variable temporelle
$U_\infty$	Vitesse de l'écoulement principal
$V_w$	Vitesse d'injection
$\delta$	Hauteur de couche limite
$\theta$	Position angulaire
$\lambda$	Longueur d'onde
$\mu$	Viscosité
$\rho$	Masse volumique
$\tau$	Contrainte de cisaillement
$\phi$	Potentiel de vitesse



# LISTE DES ACRONYMES

Ceci est un exemple de liste des acronymes

<b>Acronyme</b>	<b>Définition</b>
BR	Blowing ratio
DR	Density ratio
ICT	Inside-out ceramic turbine (terme anglais de TCCR)
TCCR	Turbine en céramique à configuration renversée



# CHAPITRE 1 Introduction

Le domaine de la production d'énergie tente de répondre à la demande mondiale grandissante, autant sous forme d'électricité que pour le transport. Le charbon et les combustibles fossiles comptent, en 2014, pour plus de 75 % de la production mondiale d'énergie, sources d'énergie non renouvelables déversant dans l'atmosphère des gaz polluants et à effet de serre à l'origine des changements climatiques [1]. Plusieurs types d'énergies renouvelables sont exploités, mais restent, à ce jour, dépendants de la situation géographique. De nombreux pays ne peuvent donc pas profiter suffisamment de ces énergies pour répondre à leurs besoins et s'appuient sur l'importation de charbon et de combustibles fossiles.

L'intégration d'énergies renouvelables est favorisée par la décentralisation de la production d'énergie, en combinant une machine thermique aux énergies renouvelables afin de soutenir la production lors des périodes de forte demande. La décentralisation favorise également la polygénération, c'est-à-dire la production d'énergie sous différentes formes, par exemple l'électricité et la chaleur [2]. Une décentralisation implique une production d'énergie à petite échelle, soit moins de 1 MW, passant majoritairement par l'utilisation de moteurs Diesel. Ces machines thermiques présentent un faible coût de production, en raison de leur utilisation répandue et une capacité d'exploitation sur un large spectre de puissance [3]. Cependant, les moteurs à Diesel ont un coût d'entretien élevé provenant de leurs mouvements antagonistes et produisent des polluants nocifs en grande quantité qui nécessite un traitement élaboré avant d'être rejeté à l'atmosphère. Les turbines de petite taille offrent une alternative intéressante en raison du gain d'efficacité, les faibles émissions polluantes et les faibles coûts de maintenance [4].

Les turbines de petite taille ont le potentiel d'atteindre une efficacité électrique de l'ordre de 40 %, lorsqu'exploitées selon un cycle de Brayton récupéré, tel que présenté sur le diagramme température-entropie de la Figure 1-1 [4].



Afin de remédier à ce problème, une configuration de turbine renversée, présentée à la Figure 1-2, utilisant une jante de composite carbone-polymère et un moyeu flexible assure une contrainte en compression dans les pales sur toute la plage de vitesse angulaire balayée par la turbine.

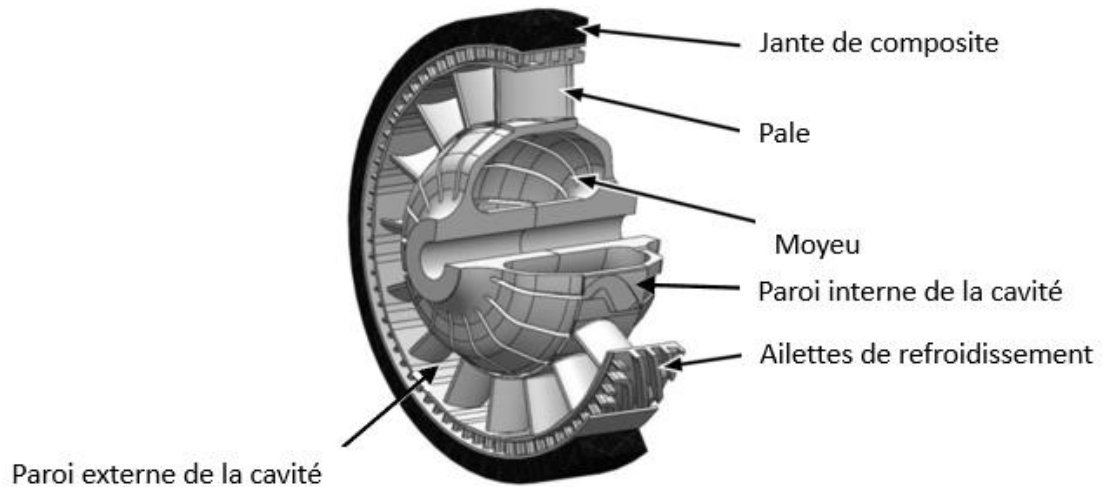


Figure 1-2. Turbine en configuration renversée avec pales en céramique [9]

Lors de l'exploitation de la turbine, la jante de carbone subit une déformation causée par la centrifugation plus faible que les pales alors que celle du moyeu est plus importante. Ainsi, les pales sont maintenues en compression. En contrepartie, le polyimide utilisé comme matrice du composite de la jante a une transition vitreuse d'environ  $750\text{ K}$ , ce qui prescrit une température pour une opération à long terme de l'ordre de  $600\text{ K}$  [10]. Afin de respecter la température d'exploitation, un système de refroidissement est nécessaire afin d'isoler la jante des gaz atteignant une température d'entrée de turbine de l'ordre de  $1600\text{ K}$ . Un système classique d'ailettes, tel qu'illustré à la Figure 1-2, peut protéger la jante, mais la combinaison du refroidissement par ailettes à un refroidissement par film sur la paroi externe a le potentiel de réduire davantage le débit massique de refroidissement nécessaire.

Ce projet de recherche vise à comprendre l'effet du champ centrifuge inhérent à la rotation de la turbine sur la stabilité entre le gaz du refroidissement par film sur la paroi de bout de pales et le gaz de l'écoulement principal. La stabilité influence l'efficacité du refroidissement et conséquemment l'efficacité totale de la turbine.

Ce mémoire présente l'état des connaissances sur l'utilisation du refroidissement par film sur les différentes composantes d'une turbine. Les objectifs et la méthodologie du projet sont décrits. Un article soumis au *Journal of Turbomachinery* présente une modélisation simplifiée d'une analyse de stabilité d'un refroidissement par film avec injection à travers un milieu poreux et soumis à de grands champs centrifuges. Un chapitre fait le lien entre les résultats expérimentaux sur l'effet du champ centrifuge et le modèle décrit dans le premier article. Enfin, une analyse thermique relie le refroidissement par film et par ailettes et sert d'outil pour une éventuelle optimisation du débit de refroidissement requis.



## CHAPITRE 2      ÉTAT DE L'ART

La compréhension de la stabilité du refroidissement par film dans une turbine et de l'effet du champ centrifuge passe par l'analyse des ratios de propriétés des gaz de l'écoulement principal et du refroidissement par film. La masse volumique et la vitesse d'écoulement du fluide chaud et froid permettent de définir deux coefficients décrivant l'interaction entre les fluides. Le ratio de densité (DR) représente le rapport entre la masse volumique du fluide froid sur celle du fluide chaud. Le « Blowing ratio » (BR) est défini comme le rapport DR multiplié par le rapport de la vitesse du fluide froid sur celle du fluide chaud. De nombreuses recherches tentent de déterminer expérimentalement les ratios optimaux réduisant le débit de refroidissement par film nécessaire. L'efficacité du refroidissement par film augmente avec le BR pour de faibles BR [11]. Cependant, au-delà d'un seuil critique, l'efficacité chute, ce qui est attribuable au décollement de la couche de refroidissement de la paroi. Ce décollement est causé par l'importante quantité de mouvement dans l'injection du film de refroidissement, qui pénètre dans l'écoulement chaud [12], [13]. Le BR est contrôlé par le nombre de trous d'injection, leur position et leur géométrie en affectant la vitesse d'injection [12], [14]–[16]. De nombreuses recherches s'accordent pour dire qu'un BR de 1 est optimal et qu'un écart à cette valeur entraîne une chute drastique des performances du refroidissement par film [11]. L'écart de température entre l'écoulement chaud et froid fait en sorte que le DR se situe, dans des turbines modernes, aux alentours de 2. L'augmentation du DR à BR constant provoque une augmentation de l'efficacité du refroidissement par film causée par une réduction de la quantité de mouvement dans le gaz froid [11].

Les ratios définis donnent les paramètres à utiliser pour optimiser la performance du refroidissement par film, mais n'indiquent pas comment interagissent les gaz. La configuration unique de la TCCR fait en sorte que le bout des pales est supporté par une paroi. Puisque ce n'est pas le cas dans une configuration classique, les recherches sur le refroidissement par film sur une paroi de bout de pales sont, à la connaissance de l'auteur, inexistantes. Afin de comprendre comment interagissent le refroidissement par film et l'écoulement principal sur la paroi de bout de pales, il est important de comprendre leur interaction sur les autres composantes refroidies d'une turbine.

## 2.1 Pales de stator

Les pales de stator sont situées immédiatement après la chambre à combustion et sont donc les composantes exposées aux températures et aux turbulences les plus élevées [11]. Afin de les protéger, un refroidissement externe et un refroidissement interne sont souvent utilisés. La Figure 2-1 montre la répartition du refroidissement dans la coupe d'une pale de stator.

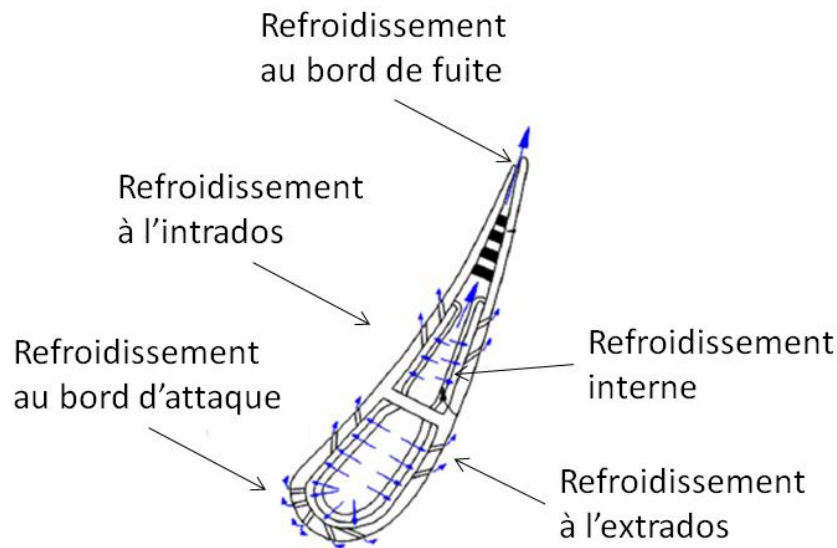


Figure 2-1. Configuration de refroidissement d'une pale de stator [17]

Le refroidissement externe de la pale comprend une injection multiple au bord d'attaque où il y a un point de stagnation et donc une température statique élevée. Ce film de refroidissement s'écoule de part et d'autre de la pale et est renouvelé par de nouvelles injections. Le gaz utilisé pour le refroidissement interne sert de gaz d'injection pour le refroidissement externe.

### 2.1.1 Intrados et Extrados

Le comportement du refroidissement par film est différent sur l'intrados et l'extrados. À l'exception de faible BR, l'augmentation du BR a un effet négligeable sur l'extrados, alors que l'intrados est affecté. Il en résulte une meilleure efficacité de refroidissement sur l'extrados, qui s'explique par la courbure qui offre une meilleure résistance au décollement que la paroi de l'intrados [18]. Une réduction du DR pour un faible BR entraîne une chute d'efficacité d'écoulement par film sur l'extrados des pales de stator [19].

Le niveau de turbulence influence la performance du refroidissement par film de façon différente selon le BR. À faible BR, le gradient de pression normal favorable fait en sorte que l'efficacité du refroidissement par film est supérieure à proximité des trous d'injection sur l'intrados à faible niveau de turbulence, mais chute rapidement avec l'augmentation du niveau de turbulence [20]. À haut BR, le niveau de turbulence affecte significativement plus l'intrados que l'extrados, mais peut localement augmenter l'efficacité du refroidissement par film sur l'intrados en augmentant l'étendue latérale du jet de refroidissement sortant des trous d'injection [21].

La géométrie des trous d'injection affecte la performance du refroidissement par film. Sur l'extrados des pales de stator, l'utilisation des trous évasés, comme montrés à la Figure 2-2, assure une meilleure distribution du film de refroidissement et augmente la résistance au décollement en réduisant la quantité de mouvement à la sortie du trou [22].

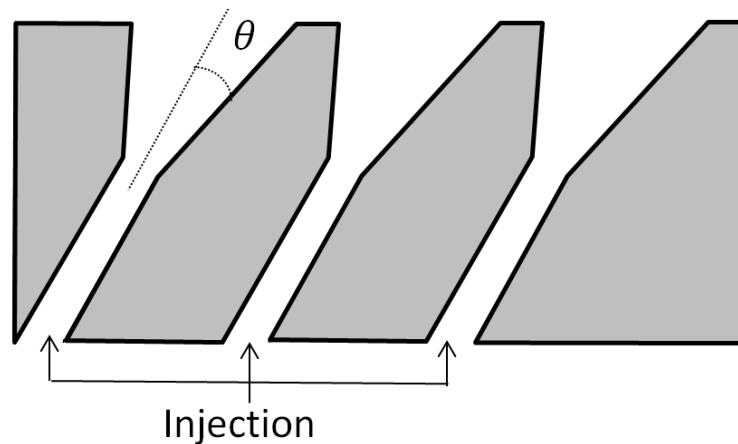


Figure 2-2. Vue en coupe de trous d'injection évasés de refroidissement par film

La position des trous est un facteur influençant significativement la performance du refroidissement par film. En utilisant une configuration avec des lignes de trous décalés, comme présentée à la Figure 2-3, donne une meilleure couverture de la surface à protéger entraînant en une meilleure performance.

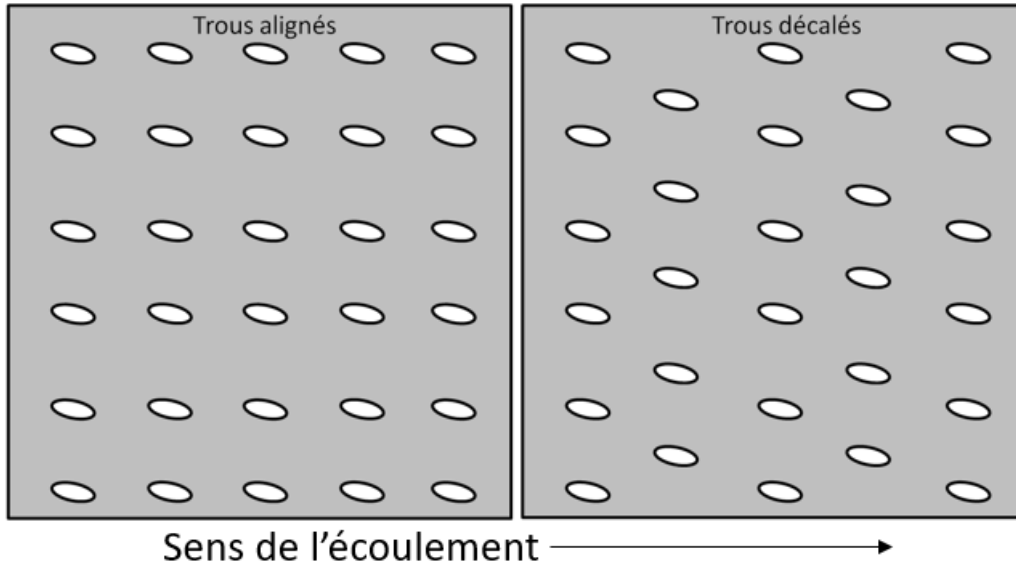


Figure 2-3. Comparaison d'une configuration avec trous alignés et trous décalés

L'utilisation de lignes de trous décalés par rapport à des trous alignés augmente significativement l'efficacité du refroidissement par film sur l'intrados des pales de stator pour des ratios de vitesse de refroidissement sur vitesse d'écoulement principal élevés et de faibles turbulences. Pour des niveaux de turbulences élevés, l'effet est présent, mais moins important [20].

### 2.1.2 Bord d'attaque et de fuite

Le bord d'attaque est caractérisé par une ligne de stagnation séparant l'intrados et l'extrados. Cette zone de stagnation se caractérise par une charge thermique plus importante que sur l'intrados et l'extrados. Pour protéger le bord d'attaque, une concentration accrue de trous d'injection de refroidissement est utilisée par rapport au reste de la pale [17]. Le bord d'attaque est sensible aux turbulences qui réduisent grandement l'efficacité du refroidissement par film [20].

L'injection de refroidissement par film du côté de l'intrados à proximité du bord de fuite, comme montré à la Figure 2-4, contribue à l'efficacité du refroidissement par film au bord de fuite.

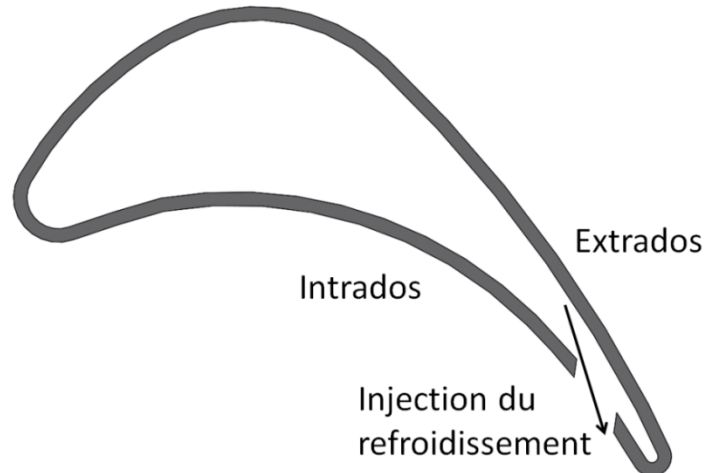


Figure 2-4. Injection du refroidissement par film près du bord de fuite du côté de l'intrados

L'injection à l'intrados plutôt que directement au bord de fuite réduit l'épaisseur du bord de fuite, ce qui diminue les pertes aérodynamiques [23]. L'efficacité du refroidissement par film décroît rapidement après l'ouverture causée par un mélange avec l'écoulement principal [24].

## 2.2 Pales de rotor

Le refroidissement par film sur les pales de rotor diffère de celui sur les pales de stator en raison de l'accélération centripète et de Coriolis en jeu. Ces accélérations dévient la trajectoire des films de refroidissement créant un écoulement secondaire qui doit être considéré pour positionner les trous d'injection de refroidissement. La Figure 2-5 montre la distribution des injections du refroidissement par film sur une pale de rotor.

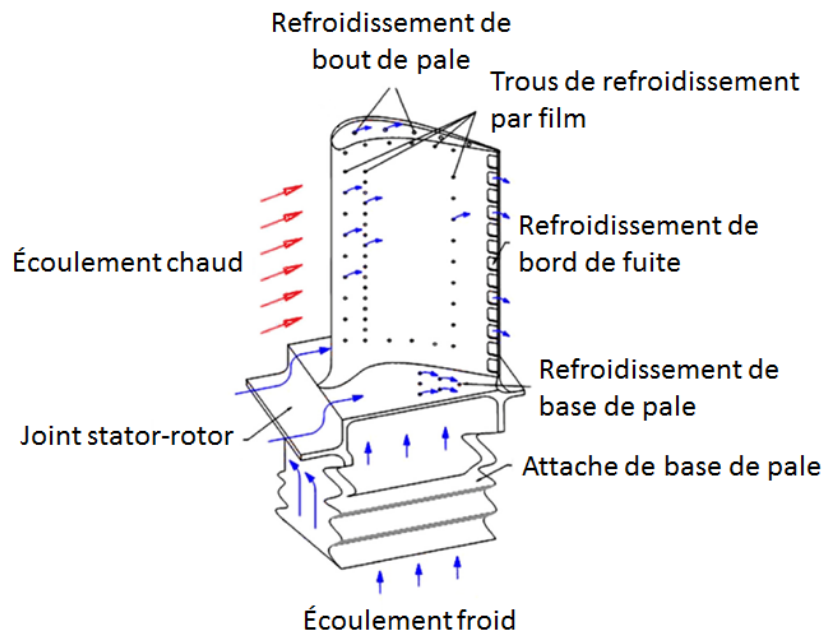


Figure 2-5. Représentation 3D d'une pale de rotor refroidie par film [25]

En plus du refroidissement de l'intrados, de l'extrados, du bord d'attaque et du bord de fuite, le bout et la base de la pale sont refroidis. Le bout de la pale n'est pas soutenu comme il l'est dans la TCCR, mais le refroidissement du bout de pales est important à la compréhension d'un refroidissement sur une paroi de bout de pales puisqu'il s'agit de l'endroit où la paroi à refroidir se situe dans la TCCR.

### 2.2.1 Intrados et Extrados

Le comportement du refroidissement par film sur l'intrados et l'extrados des pales de rotor est semblable à celui du stator. L'efficacité du refroidissement par film est supérieure sur l'extrados que sur l'intrados. Cette différence est causée par un détachement du film de refroidissement pour des BR plus faibles sur l'intrados que sur l'extrados. Cependant, la courbure concave de l'intrados entraîne un rattachement du film de refroidissement à proximité du bord de fuite, augmentant l'efficacité du refroidissement par film dans cette région [26]. La distribution du transfert de chaleur sur les pales varie en fonction des conditions d'écoulement de la turbine et l'objectif est de déterminer cette distribution afin de faire la conception d'un système de refroidissement par film efficace [11]. Pour déterminer la distribution du transfert de chaleur, des essais expérimentaux en soufflerie en assurant une similarité thermique et dynamique de l'écoulement sont nécessaires.

### 2.2.2 Effet de la rotation

La rotation entraîne un processus de mélange turbulent dans le rotor qui n'est pas présent au stator, de par le champ centrifuge inhérent. La complexité ajoutée par la rotation se solde en un nombre réduit de résultats expérimentaux dans la littérature. Des tests réalisés à faible vitesse angulaire montrent une réduction de l'efficacité du refroidissement par film sur l'intrados beaucoup plus élevée que pour une plaque plane [27]. Une mesure du transfert de chaleur sur des pales de turbines transsoniques a montré qu'un refroidissement par film réduisait jusqu'à 60 % le transfert de chaleur sur l'extrados, mais avait un effet négligeable sur l'intrados. De plus, les tests ont montré que les variations temporelles des conditions d'écoulement réduisaient de 12 % le transfert thermique à l'extrados et l'augmentaient de 5 % à l'intrados [28]. Ces résultats soulignent la difficulté de refroidir l'intrados des pales de rotor. Cette complexité s'explique partiellement par la déviation du refroidissement par film causée par la rotation.

La rotation de la turbine crée deux accélérations qui viennent dévier la trajectoire du refroidissement par film à l'intrados et l'extrados. Ces accélérations créent deux pseudo-forces, force centrifuge et de Coriolis, dont le sens d'application peut varier entre l'intrados et l'extrados. Le sens d'application des forces est montré à la Figure 2-6.

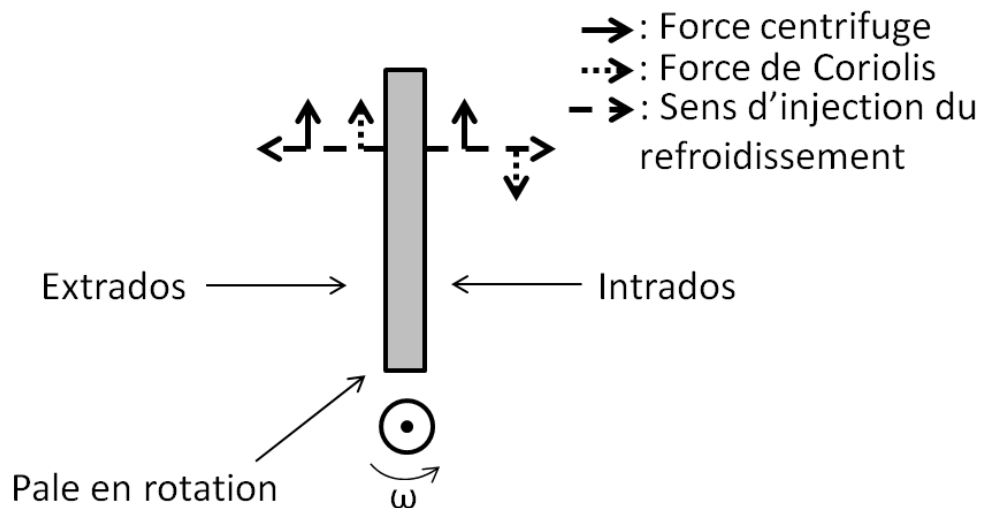


Figure 2-6. Sens d'application des forces centrifuges et de Coriolis à l'intrados et l'extrados d'une pale de rotor [29]

À l'extrados, la force centrifuge et de Coriolis sont appliquées dans le même sens et dévient donc le refroidissement par film vers le bout de pales. À l'intrados, les forces sont de sens opposés et la grandeur de la force centrifuge est fonction du rayon. La variation du sens d'application de la pseudo-force de Coriolis provient du sens de l'injection qui varie entre l'intrados et l'extrados. Le sens d'application de la pseudo-force de Coriolis est déterminé par le produit vectoriel entre la vitesse de rotation et la vitesse d'injection, un changement de sens d'injection entraîne un changement de sens de la pseudo-force de Coriolis. Ainsi, à de faibles rayons la force de Coriolis domine et le refroidissement par film est dévié vers la base de la pale, alors que pour des rayons importants le refroidissement par film est dévié vers le bout de la pale. Un critère indiquant le sens de la déviation est obtenu par un équilibre des deux forces.

$$X = \frac{\omega r}{V_w} \quad (2)$$

La vitesse  $V_w$  est la vitesse d'injection du refroidissement par film et  $r$  la position radiale de cette injection. Un  $X$  inférieur à 2, indique une force de Coriolis dominante, alors qu'un  $X$  supérieur à 2 indique une domination de la force centrifuge. Un  $X$  égale à 2 indique un équilibre et donc aucune déviation [29].

La conception d'une configuration de refroidissement par film doit tenir compte de la vitesse de rotation de la turbine. Par conséquent, lorsqu'une turbine est exploitée à des régimes différents de celui de son point de design, la ligne de stagnation au bord d'attaque change de position, ce qui affecte le refroidissement par film. Le gaz froid n'est plus distribué uniformément entre l'intrados et l'extrados [30].

### 2.2.3 Bord d'attaque

L'écoulement quittant le stator n'est pas uniforme et vient frapper les pales de rotor. Le bord d'attaque voit une variation dans les conditions de l'écoulement. Cette variation réduit l'efficacité du refroidissement par film [31].

Le refroidissement par film sur le bord d'attaque de pales de turbine est conventionnellement testé sur des demi-cylindres afin de reproduire une zone de stagnation. Cette technique a été utilisée pour comprendre l'effet de la densité du refroidissement et du niveau de turbulence de l'écoulement sur l'efficacité du refroidissement par film au bord d'attaque. Lorsque l'air est utilisé comme gaz de refroidissement, une efficacité maximum a été observée pour un BR de



0.4, alors que l'efficacité maximum pour un bord d'attaque refroidi au dioxyde de carbone est atteinte pour un BR 0.8. L'augmentation de la densité du gaz de refroidissement réduit le transfert thermique à la pale pour tout BR. Le niveau de turbulence affecte l'efficacité du refroidissement par film pour un BR de 0.4, mais a peu d'effet pour un BR de 1.2 pour les deux gaz. Il en résulte que le BR n'est pas un bon indicateur de la performance du refroidissement par film. L'utilisation du ratio de flux de quantité de mouvement défini comme

$$I = \frac{\rho_{froid} u_{froid}^2}{\rho_{chaud} u_{chaud}^2} \quad (3)$$

est un meilleur indicateur de la performance du refroidissement par film au bord d'attaque [32]. L'efficacité du refroidissement est proportionnelle au flux de quantité de mouvement des BR élevé [19].

#### 2.2.4 Bord de fuite

Le bord de fuite étant mince afin de réduire les pertes aérodynamiques, il est difficile d'assurer sa protection thermique. Afin de protéger le bord de fuite, un gaz de refroidissement provenant de l'intérieur de la pale est injecté par une rainure. L'efficacité de ce refroidissement par film est fortement dépendante de la configuration du refroidissement interne de la pale [33]. La géométrie de la rainure influence aussi l'efficacité du refroidissement par film. Une paroi de rainure épaisse par rapport à la hauteur de la rainure,  $t/h > 1$  sur la Figure 2-7, crée des vortex qui viennent mélanger le gaz de refroidissement au gaz chaud.

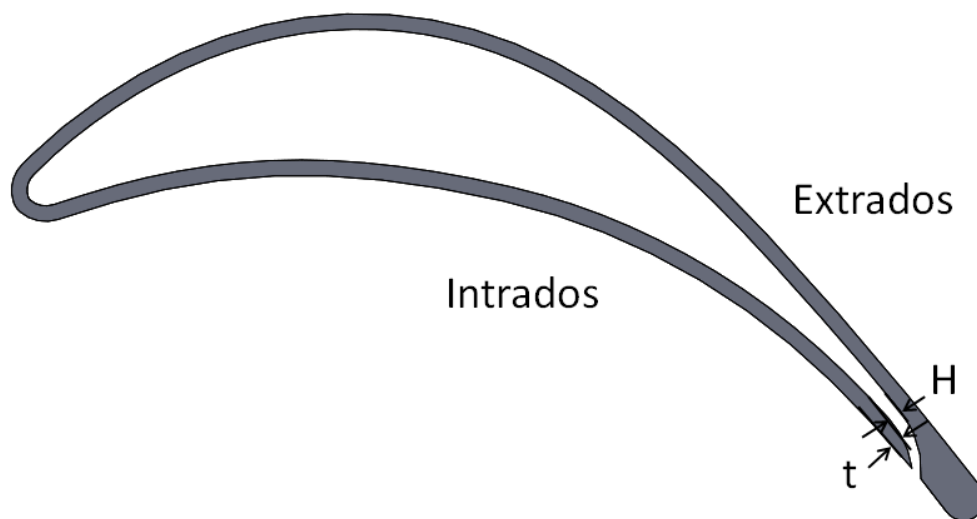


Figure 2-7. Géométrie de la rainure de bord de fuite d'une pale de rotor

De plus, la présence de la rainure contribue au taux de croissance des instabilités entre les gaz chaud et froid provoquant une chute rapide en aval de la rainure de l'efficacité du refroidissement par film [33].

### 2.2.5 Bout de pales

Le refroidissement par film de bout de pales sert non seulement à créer une barrière thermique, mais aussi à réduire les fuites de gaz chaud en bout de pales [11]. Le bout de la pale est généralement creux avec une ouverture au bord de fuite afin de contrôler le déplacement du gaz froid, tel que montré à la Figure 2-8.

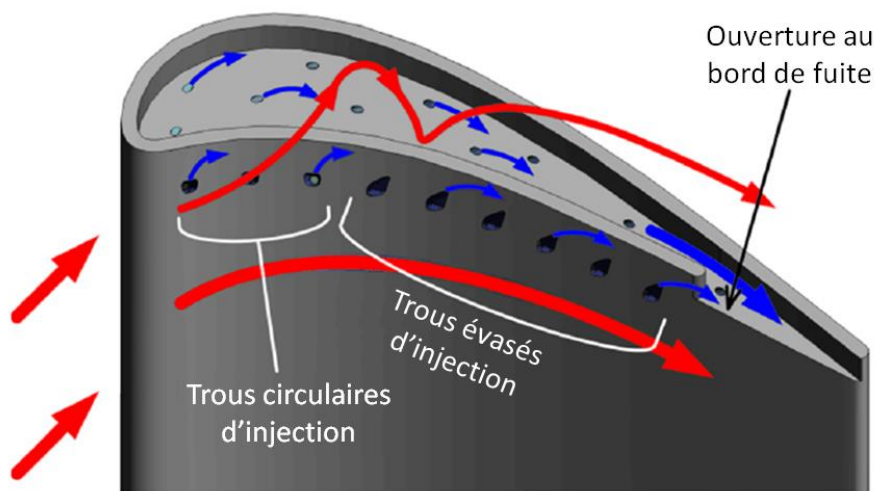


Figure 2-8. Configuration du refroidissement de bout de pales [34]

La présence d'une ouverture en bord de fuite augmente l'efficacité du refroidissement par film en créant un écoulement froid au bord de fuite [34]. Le refroidissement par film en bout de pales à l'intrados, injecté à partir des trous circulaires et évasés identifiés à la Figure 2-8, augmente en efficacité avec l'augmentation du BR. Ce comportement n'est pas observé pour le refroidissement par film sur le reste de l'intrados [35].

De façon générale, de nombreuses études s'entendent pour dire qu'une réduction du dégagement de bout de pales et une augmentation du BR augmente l'efficacité du refroidissement par film [36].

## 2.3 Paroi du moyeu

Le moyeu est refroidi par le joint entre le stator et le rotor et entre les pales par le joint entre les bases de pales. Le moyeu est une surface convexe à l'instar de l'extrados d'une pale, mais

contrairement à la pale, la courbure du moyeu est normale à l'accélération centripète produite par la rotation du rotor. Le comportement du refroidissement par film sur le moyeu est un bon indice de l'effet d'un champ centrifuge sur le refroidissement par film de la paroi de bout de pales de la TCCR puisque l'accélération centripète est normale dans les deux cas et seulement le sens de la courbure de la paroi change.

La différence de pression entre l'intrados et l'extrados crée des vortex au bord d'attaque au niveau du moyeu, tel que montré à la Figure 2-9, qui favorise le transfert de chaleur à la paroi.

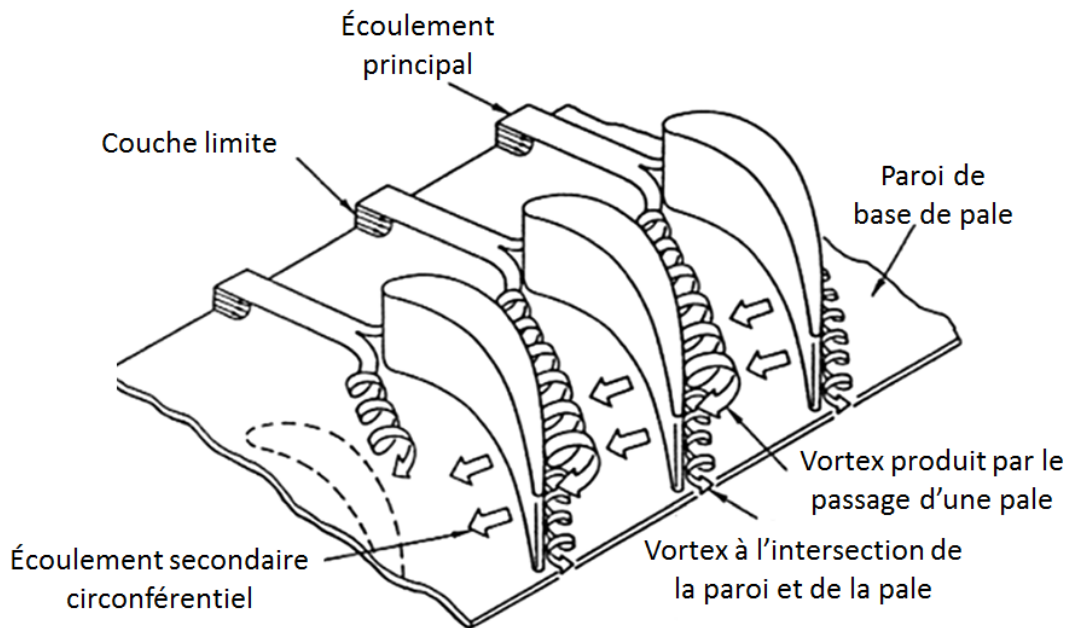


Figure 2-9. Vortex créés par le passage des pales sur le refroidissement par film de la paroi de base de pales [37]

La couche limite de l'écoulement principal se sépare, à l'approche du bord d'attaque d'une pale, pour former des vortex qui rendent difficile le refroidissement de la paroi du moyeu. Afin de protéger le moyeu, le refroidissement est injecté par le joint entre le stator et le rotor et entre les pales par des trous ou des fentes d'injection.

### 2.3.1 Injection entre les pales

Plusieurs configurations de trous d'injection d'un refroidissement par film entre les pales au moyeu ont été testées. Une concentration de trous positionnée légèrement en aval du bord d'attaque refroidit le moyeu entre les pales, mais le refroidissement est dévié vers l'extrados rendant le refroidissement par film inefficace près de l'intrados [38]. Cette déviation est produite par l'écart de pression entre l'intrados et l'extrados et est désignée comme l'écoulement

secondaire circonférentiel sur la Figure 2-9. C'est pourquoi, l'injection d'un refroidissement par film dans la zone de haute pression de l'intrados augmente l'efficacité locale du refroidissement par film. Le refroidissement par film est fortement affecté par les écoulements secondaires. La position des trous doit donc tenir compte de ces écoulements [39]. L'utilisation d'un trou d'injection de refroidissement par film dans la zone où la couche limite se sépare, à proximité du bord d'attaque, n'est pas en mesure de protéger la paroi du moyeu puisque le refroidissement décolle de la paroi et se mélange à l'écoulement principal [40]. Cette zone peut être refroidie avec une injection en amont par le joint entre le stator et le rotor.

En plus de la position des trous, la géométrie joue un rôle dans la performance du refroidissement par film. L'utilisation de trous évasés augmente l'efficacité du refroidissement par film en comparaison à des trous cylindriques [41]. De plus, les trous évasés assurent une meilleure distribution du gaz de refroidissement et des pertes de pression totale plus faible que pour des trous cylindriques ont été observées [40].

### 2.3.2 Injection avant le rotor

Le débit de l'injection du refroidissement par le joint entre le stator et le rotor est contrôlé par la géométrie du joint. L'injection d'un débit froid par le joint permet non seulement de refroidir la paroi du moyeu, mais aussi d'éviter l'ingestion de gaz chaud dans la cavité de la turbine et atteindre la paroi latérale du moyeu.

L'injection par le joint augmente la quantité de mouvement dans la couche limite réduisant l'écoulement secondaire entre les pales. Cette injection refroidit la zone difficile à refroidir par un trou près du bord d'attaque. De plus, la configuration du joint et les conditions de l'écoulement principal influencent la performance du refroidissement par film [42].

L'injection par le joint nécessite une quantité importante de gaz de refroidissement puisque l'injection se fait sur toute la circonférence du rotor. Afin de minimiser le débit nécessaire, l'injection par le joint est combinée avec une injection par des trous entre les pales. De nombreuses recherches ont montré expérimentalement que la combinaison pouvait assurer la protection thermique de la paroi du moyeu. L'efficacité du refroidissement par film augmente avec l'augmentation du débit de gaz froid et avec l'augmentation de la vitesse de rotation de la turbine. [43].

## 2.4 Refroidissement interne

Les pales de rotor sont non seulement refroidies sur leurs faces externes, mais aussi leurs faces internes. Le refroidissement par film crée un film isolant sur les faces externes des pales, alors que sur les faces internes, l'objectif est de favoriser le transfert de chaleur pour contrôler la température des pales. Afin d'y arriver, les géométries internes de pales sont complexes et comprennent généralement plusieurs canaux dans lesquels l'écoulement serpente et est expulsé par les trous d'injection pour le refroidissement par film des parois externes. La Figure 2-10 montre le passage du gaz froid dans la coupe d'une pale de rotor.

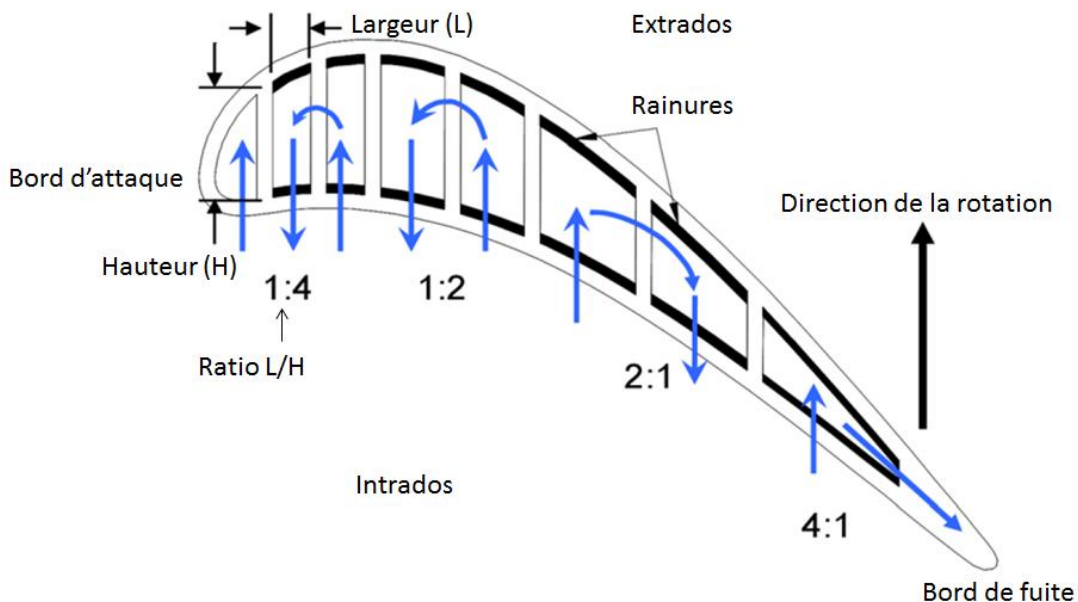


Figure 2-10. Configuration du refroidissement interne d'une pale de rotor [44]

La présence de rainures sur les parois internes sert à détruire les couches limites afin d'augmenter le transfert de chaleur. La performance de canaux rainurés ayant différents ratios  $L/H$  a été étudiée et les résultats montrent que le transfert thermique est comparable pour des ratios  $L/H$  de 1:4, 1:2, 1:1, 2:1 et 4:1. Cependant, le ratio affecte la perte de pression et un ratio de 1:4 offre la perte la plus faible.

La performance du refroidissement interne est affectée par la forme des canaux, l'orientation des canaux et la vitesse de rotation de la turbine. Une revue de différentes recherches faites sur le refroidissement interne est faite dans [11].

## 2.5 La TCCR

La TCCR se différencie par ses pales supportées au bout, éliminant l'écoulement secondaire présent dans une turbine conventionnelle. Cependant, ce support crée un chemin thermique vers la jante de composite qui contribue pour environ 70 % du flux de chaleur qui se rendrait à la jante de composite si la turbine n'était pas refroidie. L'application d'un revêtement isolant, tel qu'une céramique à base de zircon, pourrait réduire le flux traversant la paroi de bout de pales. Un tel revêtement isolant, appliqué sur les pales d'une turbine, augmenterait la température maximale d'entrée de rotor de 100 à 150 Kelvin [11].

## 2.6 Conclusion

L'état de l'art montre que la courbure convexe de l'extrados des pales de rotor est beaucoup moins sensible aux conditions des écoulements et plus résistante au décollement du refroidissement par film que la paroi concave de l'intrados. La courbure des pales dicte la stratification des fluides de façon normale à la paroi des pales, alors que la rotation de la turbine dicte la stratification dans la direction radiale. La présence des pales crée des vortex près du bord d'attaque au niveau de la paroi du moyeu qui augmente le mélange entre l'écoulement chaud et froid. De plus, la différence de pression entre l'intrados et l'extrados crée un écoulement secondaire qui réduit en débit en augmentant la vitesse de rotation de la turbine. Un autre écoulement secondaire se produit radialement sur les pales, provoqué par la rotation de la turbine. En plus des vortex au bord d'attaque et des écoulements secondaires, l'écoulement sortant du rotor est turbulent et non-uniforme, faisant en sorte qu'il est difficile de modéliser le comportement du refroidissement par film. Une approche expérimentale est généralement préconisée, mais la rotation de la turbine rend difficile la collecte de données dans le rotor. C'est pourquoi des cascades de pales sont majoritairement utilisées, ce qui élimine l'effet de la rotation sur le refroidissement par film.

L'état de l'art souligne la complexité des écoulements dans une turbine et la difficulté d'obtenir des données expérimentales dans un banc d'essai en rotation. La configuration unique de la TCCR dans laquelle les pales sont soutenues par leur bout, fait en sorte qu'aucune recherche, à la connaissance de l'auteur, porte sur le comportement du refroidissement par film de la paroi de bout de pales. Ce projet de maîtrise étudie des situations simplifiées du refroidissement par

film de la paroi de bout de pales, dans le but d'évaluer le potentiel du refroidissement par film de la paroi de bout de pales de la TCCR. .





# CHAPITRE 3 PROBLÉMATIQUE

La configuration unique de la TCCR entraîne la nécessité d'assurer une protection thermique de la jante de polymère. Un refroidissement par film de la paroi de bout de pales pourrait réduire d'un 1/3 le flux thermique traversant la paroi de bout de pales. En raison de la configuration unique de la TCCR, à la connaissance de l'auteur aucune recherche ne porte sur le refroidissement par film de la paroi de bout de pales. L'état de l'art montre que la rotation de la turbine et la courbure des parois refroidies affectent la performance du refroidissement par film, ce qui entraîne la question suivante :

*Quel est l'effet de grandes accélérations normales sur la performance du refroidissement par film de la paroi de bout de pales d'une turbine en céramique à configuration renversée?*

## 3.1 Objectifs

Pour répondre à cette question, le projet de recherche vise à atteindre 2 objectifs :

- 1) Modéliser la dynamique de l'interaction entre le gaz de refroidissement et le gaz de l'écoulement principal
- 2) Calculer le flux de chaleur traversant la paroi de bout de pales en fonction du débit de gaz de refroidissement injecté

Le premier objectif vise à comprendre quels sont les paramètres affectant la stratification des gaz et dans quelle mesure ils affectent la stratification.

Le deuxième objectif relie le débit massique de refroidissement avec le flux de chaleur traversant la paroi de bout de pales. Cette relation est utilisée pour déterminer le flux thermique qui doit être évacué par les ailettes de refroidissement.

## 3.2 Méthodologie

Une combinaison d'une approche analytique et expérimentale est utilisée afin de répondre au premier objectif. Une analyse de stabilité de gaz stratifiés confinés entre deux parois avec une injection de gaz froid de l'une des parois sert de modèle analytique afin de comprendre l'influence des champs centrifuges, des différences de vitesses entre les écoulements et de la vitesse d'injection sur la stabilité du système. L'étude de la stabilité entre le gaz de refroidissement et le gaz de l'écoulement principal est importante puisque le taux de croissance

des instabilités dicte le temps nécessaire pour que les deux gaz se mélangent et le mélange des gaz réduit l'efficacité du refroidissement par film. Cette analyse est présentée au Chapitre 4. Ensuite, une validation expérimentale est effectuée. En raison de la complexité d'utiliser un banc d'essai en rotation, un canal courbé produisant les accélérations centripètes désirées est utilisé. Le gaz de refroidissement par film est introduit par les parois du canal courbé et la technique de visualisation Schlieren permet de voir l'interaction entre les gaz. La démarche expérimentale et les résultats obtenus sont présentés au Chapitre 5.

La réponse au deuxième objectif est purement analytique. Un réseau de résistances thermiques est bâti et les coefficients de convection sont obtenus de relations connues. Le modèle fournit le flux thermique traversant la paroi de bout de pales en fonction du débit massique du gaz de refroidissement pour une température de paroi donnée. Cette analyse est faite au Chapitre 6 du mémoire.

## CHAPITRE 4 ÉTUDE DE STABILITÉ

Ce chapitre présente l'analyse de stabilité entre gaz stratifiés confinés entre deux parois avec une injection de gaz de l'une des parois. Cette analyse fait l'objet d'un article de journal dont l'intégralité est présentée dans ce chapitre. L'analyse permet de comprendre comment se comporte le refroidissement par film de la paroi de bout de pales.

### **Auteurs et affiliations :**

Frédéric Ebacher, étudiant à la maîtrise

Martin Brouillette, professeur titulaire

Stéphane Moreau, professeur titulaire

Jean-Sébastien Plante, professeur titulaire

Mathieu Picard, professeur adjoint

**Date de soumission :** 1<sup>er</sup> décembre 2016

**État d'acceptation :** soumis

**Journal où l'article a été soumis :** *Journal of Turbomachinery*

**Titre français :** Analyse de stabilité de l'effet d'un champ centrifuge sur le refroidissement par transpiration de la paroi de bout de pales d'une turbine en céramique à configuration renversée

### 4.1 Résumé

Une turbine en céramique à configuration renversée peut atteindre des rendements plus élevés en permettant une température d'entrée élevée de la turbine, mais nécessite un système de refroidissement pour protéger la jante de composite. Le but de ce travail est d'étudier l'effet des champs centrifuges sur le refroidissement de la paroi de bout de pales par de la transpiration. L'interaction entre l'écoulement principal de la turbine et le refroidissement est modélisée par des flux de cisaillement stratifiés délimités par des plaques planes et un champ d'accélération normal différent est appliqué à chaque flux. Un transfert de masse à partir d'une paroi est

considéré et une analyse de stabilité linéaire non visqueuse est effectuée. L'analyse fournit un critère de stabilité et le taux de croissance des instabilités. Des configurations de refroidissement stables sont trouvées pour de petites vitesses d'aspiration ou sans transfert de masse. Le champ centrifuge augmente le nombre d'ondes critiques et réduit les taux de croissance des nombres d'onde élevés. L'injection de masse est toujours instable à des perturbations à faibles nombres d'onde. L'effet déstabilisant des parois dépend du rapport de densité du fluide. En raison d'une variation plus faible du champ centrifuge, le refroidissement de la turbine se fixe à la paroi concave par opposition à la paroi convexe dans un canal incurvé statique.

---

# Stability Analysis of Centrifugal Field Effects on Blade Tip Endwall Transpiration Cooling in an Inside-out Ceramic Turbine

Frederic Ebacher<sup>1</sup>†, Martin Brouillette<sup>1</sup>, Stephane Moreau<sup>1</sup>, Jean-Sebastien Plante<sup>1</sup> and Mathieu Picard<sup>1</sup>

<sup>1</sup>CREATEK, 3IT-ACELP, Université de Sherbrooke, 3000 blvd. de l'Université, Sherbrooke, Quebec, Canada, J1K 2R1

Paper Number: TURBO-16-1307

## 4.2 Abstract

An inside-out ceramic turbine can achieve higher turbine efficiencies by enabling high turbine inlet temperature, but requires a cooling system to protect the composite rim-rotor. The aim of this work is to study the effect of centrifugal fields on turbine endwall transpiration cooling. The interaction between the turbine mainstream and the cooling is modelled by stratified shear flows bounded by flat plates with different normal acceleration field. A mass transfer from a wall is considered and an inviscid linear stability analysis is performed. The analysis provides stability criteria and growth rates used to derive a design space. Stable cooling configurations are found for small suction velocities or no mass transfer. The centrifugal field increases the critic wavenumber and reduces the large wavenumber growth rates. Mass injection is always unstable to small wavenumber perturbations. The destabilizing effect of walls depends on the fluid density ratio. Due to a smaller variation of centrifugal field, the turbine cooling attaches to the concave wall as opposed to the convex wall in a static curved channel.

## 4.3 Introduction

Ceramic turbine blades can increase gas turbine efficiencies, by allowing higher turbine inlet temperature while avoiding blade cooling. However, ceramics have a low tensile strength and undergo structural failure in rotation unless kept in compression [45]. A way to ensure

---

† Email address for correspondence: Frederic.ebacher@USherbrooke.ca

compression during rotation is to use an inside-out architecture supported by a unidirectional carbon-polymer rim, as shown in Figure 4-1 [9].

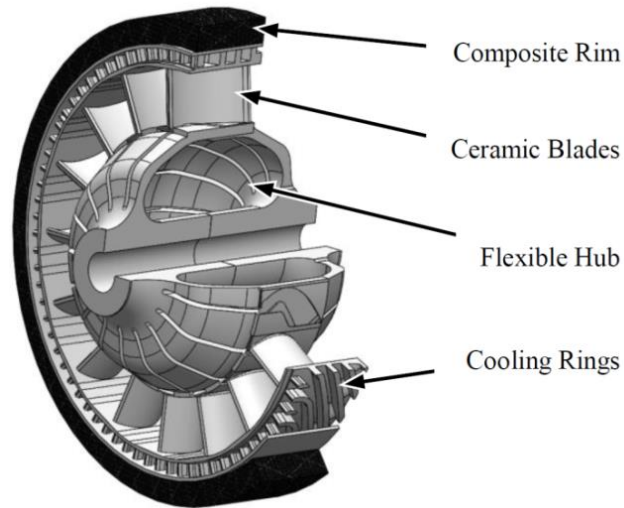


Figure 4-1 - Section view of a flexible hub and rim rotor configuration ([9])

Inside-out ceramic turbines (ICT) have enough strength to achieve tangential velocities at mean blade height in the 400 m/s [9]. The critical design challenge of ICT is that the composite rim has a lower thermal resistance than ceramics so a thermal barrier must protect it from the heat of the turbine main flow. A promising way of achieving this thermal barrier with minimal cooling flow is to use transpiration cooling through a porous milieu on the endwalls of the turbine main flow path as pictured in Figure 4-2.

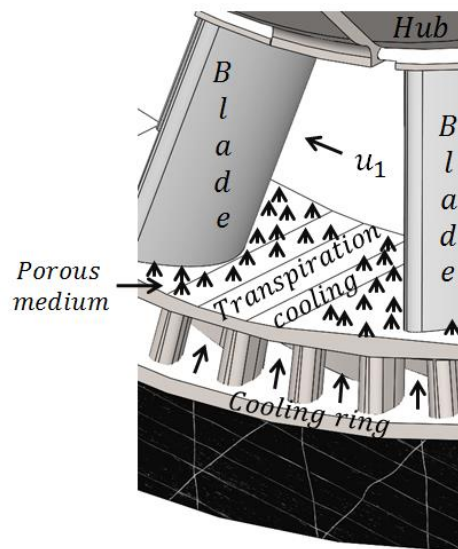


Figure 4-2 – Transpiration cooling on turbine blade tip endwall

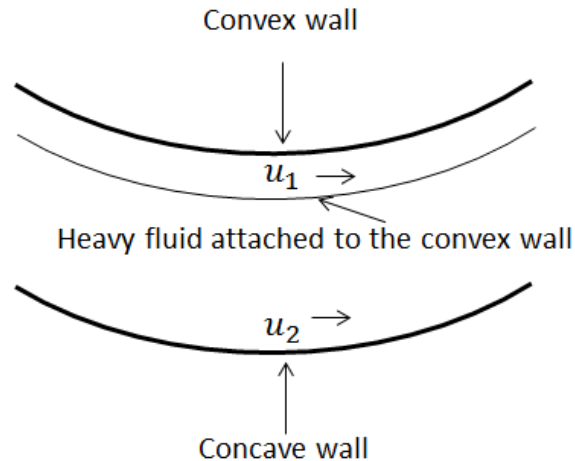
---

Porous injection is generally more efficient than macro holes injected film-cooling due to a reduced normal velocity [46]. However, even a film generated through porous injection will eventually mix with the hot mainstream and lose its cooling properties. The goal is therefore to delay the mixing as much as possible to minimize the amount of cooling mass flow and thus maximize turbine efficiency.

The instabilities responsible for the onset of turbulence at the interface that lead to mixing, namely Kelvin-Helmholtz and Rayleigh-Taylor instabilities, have been thoroughly analyzed. A classic development for inviscid unbounded stratified shear layer is presented in [47] and a stability criterion is presented. This criterion determines the stability conditions as a function of the hydrostatic gradient, velocity difference and perturbation wavelengths. The stability analysis also provides how instability growth is affected by the major flow parameters such as viscosity, injection, and the proximity of the confining walls. Viscosity does not have an effect on the onset of instabilities, but rather reduces growth rate [48]. Injection through the interface contributes to destabilize the fluids and justifies the usage of transpiration over discrete holes to reduce the momentum addition [49]. The effect of a confining wall has first been investigated in [50]. Stratified fluids of constant velocity and shear bounded by a rigid lower wall were analyzed and it was shown that instability waves are amplified by their reflection on the wall. The reflection contribution to growth rates is dependent of the fluids' thickness, pointing out the influence of the turbine cooling fluid thickness in the stability [50].

In a turbine environment, centrifugal effects play a major role in the behavior of the instabilities. The effect of centrifugal fields on stratified fluid flows is driven by a stratification parameter, the Richardson number, and the Reynolds number [51]. The Richardson number is a ratio of buoyancy forces over shear forces, while the Reynolds number is the ratio of inertial to viscous forces. Increasing the g-field increases the Richardson number which in turn increases the critical laminar to turbulent transition Reynolds number, delaying onset of turbulence [51]. The effect of centrifugal field on fluids is usually analyzed with numerical or semi-analytical models [52]. However, the complexity of the models does not allow an analytical solution and does not consider cooling effects.

Experimental observations of centrifugal field flows are typically made with curved walls that replicate centrifugal acceleration fields as in Figure 4-3.



**Figure 4-3 – Heavy fluid attached on the convex wall of a curved channel**

The concave wall represents the pressure side of a turbine blade. The effect of wall curvature on turbulent transition has been studied and a delayed transition was observed on the convex wall compared to a flat plate in [53], [54] and [55]. Many similar investigations on wall curvature effect on film-cooling have been performed and all concluded that film-cooling attaches to the convex wall and departs from the concave wall [56]–[58].

A cooling fluid attached to a wall creates a film providing a thermal protection. The thermal protection provided by film-cooling is thus enhanced on the convex wall and decreased on the concave wall compared to a flat plate. This behavior is in accordance with the concave liftoff tendency as hot fluid reaches the wall, for the concave case [19]. The effect of the convex wall on turbulent boundary layer heat transfer has been assessed and 20 to 50 % reduction in Stanton number for convex wall over flat plate is observed [55],[59]. The Stanton number is the ratio of heat transferred to heat capacity of a fluid. The curvature also has a delaying effect as the Stanton number continues to decrease for twenty injection hole diameters downstream of the convex wall [59].

In a curved channel, the fact that the high density cooling stratifies on the convex wall indicates a difference in the centrifugal force between the fluids. Hence a greater hydrostatic pressure is obtained in the lighter fluid than the heavy one. In an ICT, only the endwall is cooled and cannot be directly related to a curved channel due to the influence of the rotor angular velocity. Therefore the centrifugal field gradient is less important than in the curved channel, due to the relative low gas velocity compared to the rotor angular velocity, resulting in a high density fluid sticking to the concave endwall. This has not been studied and is of great interest for



transpiration cooling of a configuration such as shown in Figure 4-2. A lack of basic understanding refrains from exploiting any possible performance enhancing effect.

In this paper, transpiration cooling flow on the blade tip endwall of an ICT is modelled by a shear layer bounded by flat plates. An inviscid linear stability analysis is performed of the shear layer with different normal acceleration fields for each fluid to account for the centrifugal field effects. A normal injection across a porous wall is added to model the transpiration cooling on the ICT blade tip endwall. Stability criteria indicating cooling configurations where no perturbation can grow timewise are presented to show the effect of different parameters such as centrifugal fields, walls and injection. Centrifugal fields stabilize shear flows but cannot canceled long wavelength perturbation growth rates coming from mass injection. In addition, ICT cooling design rules are derived and a stable cooling configuration is shown.

#### 4.4 Analytical development

The stability of the ICT transpiration cooling film is studied by a linear stability analysis on a stratified shear layer with an injection in the lower fluid as represented in Figure 4-4.

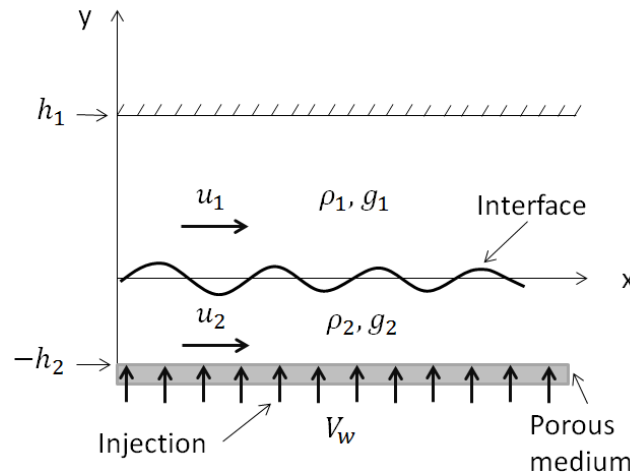


Figure 4-4 - Instability case analysis

In the region  $y \in [0, h_1]$ , a fluid of density  $\rho_1$  flows at a velocity  $\vec{u}_1 = (u_1, 0)$  and is subject to a gravity field  $\vec{g}_1 = (0, -g_1)$ . A second fluid of density  $\rho_2$  below in domain  $y \in [-h_2, 0]$ , enters with a velocity  $\vec{u}_2 = (u_2, 0)$  and has a normal injection velocity  $\vec{v} = (0, V_w)$  at the lower wall  $y = -h_2$  with a gravity field  $\vec{g}_2 = (0, -g_2)$ . The wall located at  $y = h_1$  is referred as the convex wall and the wall at  $y = -h_2$  as the concave wall.

#### 4.4.1 Approximations

The flow velocities are described by potential functions, imposing irrotational flows. An inviscid analysis is sufficient to assess the effect of a centrifugal field gradient on stability even though growth rates will be over predicted. To focus on the effect of a centrifugal field gradient, the instability damping effect of compressibility [60] is neglected. Therefore incompressible flows are considered and the continuity equation can be described by the Laplacian of the potentials.

$$\nabla^2 \hat{\phi} = 0 \quad (4)$$

Moreover, the inviscid assumption allows a velocity discontinuity between fluids at the interface. A 2D analysis is performed since the most destabilizing perturbations are in the plane [48] and properties of fluids are spatially constant. Also, the thickness of the interface between the fluids is assumed to be negligible compared to perturbation wavelengths [61]. Surface tension is not considered since only gases are present.

#### 4.4.2 Dispersion equation

The linear stability analysis consists in defining a potential function for each fluid and an interface perturbation function bounded by a wall at  $y = h_1$  and an injection from a wall at  $y = -h_2$ . Time-evolution of perturbation is given by:

$$h = h_0 e^{i(\sigma t + kx)} \quad (5)$$

with the dispersion equation solutions giving the growth rate  $\sigma$ .

Normal instability modes are characterized by a spatial wavenumbers  $k$  defined as

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (6)$$

for a wavelength  $\lambda$ . For the stable case, the exponential part of the expression will decay given by a negative exponent and will grow for the unstable case, given by a real positive exponent value. Of the exponent, only  $\sigma$  is complex and can have a negative imaginary part that will give a real positive value to the exponent. The mathematical development to determine the expression for  $\sigma$  is presented in Appendix A.

In a case where there is no injection from the walls, the stability criterion relates the hydrostatic gradient and the velocity difference with the wavenumber, such that perturbations are stable if

$$(\rho_2 g_2 - \rho_1 g_1) [\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)] > \rho_1 \rho_2 k \coth(kh_1) \coth(kh_2) (u_1 - u_2)^2 \quad (7)$$

The hyperbolic cotangents represent walls and are always associated with the fluid densities. The specific weight difference stabilizes stratified fluids as opposed to the destabilizing velocity difference.

In a case where there is mass transfer from a wall, two criteria can be defined. The first one is defined as:

$$V_w < 0 \quad (8)$$

which states that any positive injection velocity,  $V_w$ , meaning any blowing, is unstable due to a constant momentum addition at the interface. If there is suction from the walls, a second stability criterion derived from the resolution of the dispersion equation is defined:

$$(\rho_2 g_2 - \rho_1 g_1) + \frac{3}{4} \left( \frac{\rho_2 V_w}{h_o \sinh(kh_2)} \right)^2 \frac{1}{k [\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)]} > \rho_1 \coth(kh_1) (u_1 - u_2)^2 \quad (9)$$

The second criterion draws the limit of stability. It shows that increasing the hydrostatic pressure difference or the suction velocity stabilize the system while an increased shear velocity difference has destabilizing effects. In the next section the stability criteria are used to analyze the ICT transpiration cooling.

## 4.5 Analysis

Typical design parameters for an inside-out ceramic turbine are presented in section 4.5.1. A case with the same centrifugal field in both fluids without injection provides a baseline analysis in section 4.5.2. Section 4.5.3 adds the effect of a centrifugal field gradient while in section 4.5.4 the mass injection from a wall is added. Section 4.5.5 derives design rules. Finally, the validity of the model is discussed in section 4.5.6.

### 4.5.1 Parameters

Typical parameter values of an inside-out ceramic turbine operating at an inlet temperature of 1600 K are presented in

**Table 4.1 - Typical parameter values for an inside-out ceramic turbine**

Parameter	Value	Units
$\rho_1$	0.4	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_2$	2	kg/m <sup>3</sup>
$u_1$	600	m/ss
$u_2$	440	m/ss
$h_1$	0.093	mm
$h_2$	0.002	mm
H	0.095	mm
$g_1$	$4.4 \times 10^6$	m/s <sup>2</sup>
$g_2$	$2 \times 10^6$	m/s <sup>2</sup>
$V_w$	0.5	m/ss
$r_m$	0.0572	mm
$r_c$	0.0639	mm
l	0.015	mm

Fluid 1 represents the mainstream and fluid 2 the cooling. Acceleration fields are based on the tangential velocities and the fluid radius of curvature given by  $r_m$  and  $r_c$ .

$$g_i = \frac{u_i^2}{r_i} \quad (10)$$

The rotor length  $l$  is the width of the rim-rotor presented in Figure 4-1. Unless mentioned otherwise, the values presented are used throughout the analysis.

### 4.5.2 Same centrifugal field in both fluids

A comparison baseline for an ICT is first drawn from a case with an identical centrifugal field in both fluids,  $g_1 = g_2 = 4.4 \times 10^6$ . No injection is considered but fluids are bounded by walls.

The values presented in Table 4.1 are used to plot the growth rate as a function of the wavenumber in Figure 4-5.

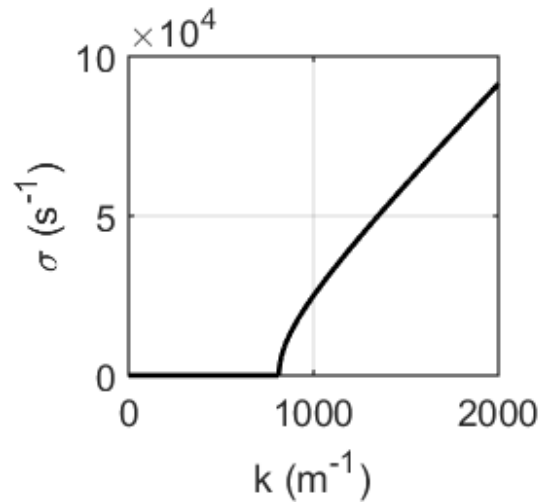


Figure 4-5 – Growth rate as a function of the wavenumber for  $g_1/g_2 = 1$

Small wavenumbers are stable. Large wavenumbers are unstable with the cut-off wavenumber defined by the larger wavenumber under which all perturbation wavenumbers are stable set at  $811 \text{ m}^{-1}$ . Therefore the system is unstable for short wavelengths perturbations.

To see if the walls can affect the system, the maximum allowable ratio of specific weights  $\rho_1 g_1 / \rho_2 g_2$  for stability is plotted in Figure 4-6 as a function of the thickness fraction of the cooling layer  $h_2/H$ .

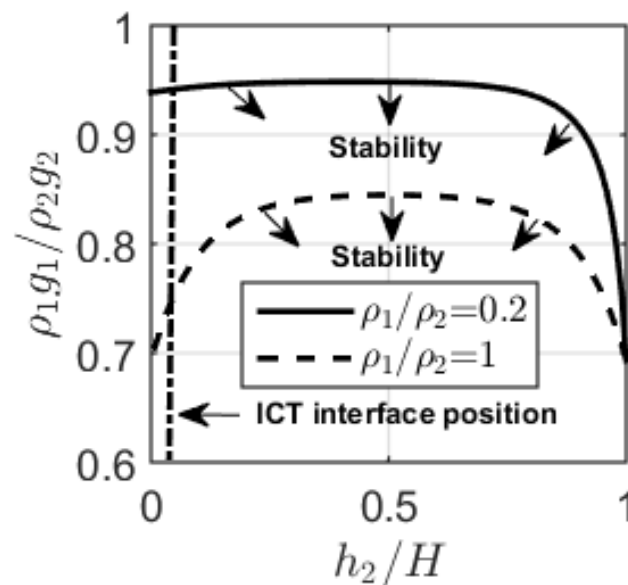


Figure 4-6 - Wall effect on stability with  $k = 50 \text{ m}^{-1}$

The stability domain reaches a maximum value when the interface is about midway between both walls. The wall impact on maximum specific weight ratio can be significant when the distance between the interface and a wall is less than 25% of the wall to wall distance.

It is also worth noting that the effect of the proximity of the interface from the concave wall on stability is negligible compared to the proximity from the convex wall when the density ratio  $\rho_2/\rho_1$  is low and in the same order when the density ratio is unity. The impact of fluid densities on the effect of walls on stability is expected as in the stability criterion (7), the walls represented by hyperbolic cotangents are always associated with the fluid densities.

#### 4.5.3 Centrifugal field

A strong centrifugal field between fluids helps stratifying the fluids with the heavier one at the bottom. But when a different centrifugal field is applied on each fluid the hydrostatic gradient dictates how the stratification happens. In the case of a curved channel, the heavier fluid tends to attach to the convex wall because the centrifugal field ratio is more important than the density ratio. To illustrate this phenomenon the hydrostatic ratio is plotted against the centrifugal field ratio in Figure 4-7.

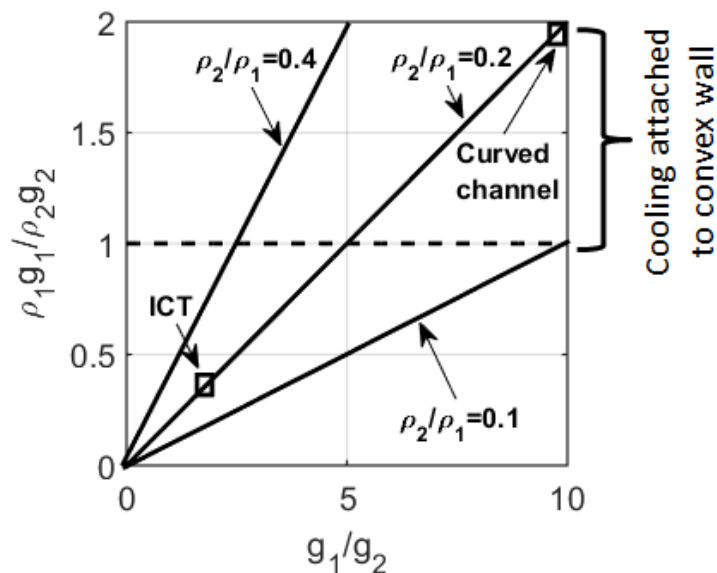


Figure 4-7 – Region of cooling attached to convex wall ( $\frac{\rho_1 g_1}{\rho_2 g_2} > 1$ ) for  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 0.1, 0.2$  and  $0.4$

A hydrostatic ratio over unity ( $\frac{\rho_1 g_1}{\rho_2 g_2} > 1$ ) indicates that the heavy cooling fluid attaches to the convex wall. This can be observed in a curved channel and can be explained by the fact that the

centrifugal field ratios can be up to 10 000 in typical cases. However, in the case of an ICT, the centrifugal field ratio is in the order of 2 giving a hydrostatic ratio under unity as shown in Figure 4-7. This leads to a heavy fluid stratifying on the concave wall. Lines of constant density ratios are drawn to show that for a given centrifugal field ratio the heavy fluid stratification can depend on the density ratio.

Considering the stability criteria defined in equation (7), decreasing the hydrostatic ratio  $\left(\frac{\rho_2 g_2}{\rho_1 g_1}\right)$  increases the stability domain. However, it is already known that stratified shear gases will always be unstable to large perturbation wavenumbers and it is of the utmost interest to see if a variation of centrifugal field can reduce the growth rate. Figure 4-8 presents the growth rate for different hydrostatic ratios without injection based on the parameters defined in Table 4.1.

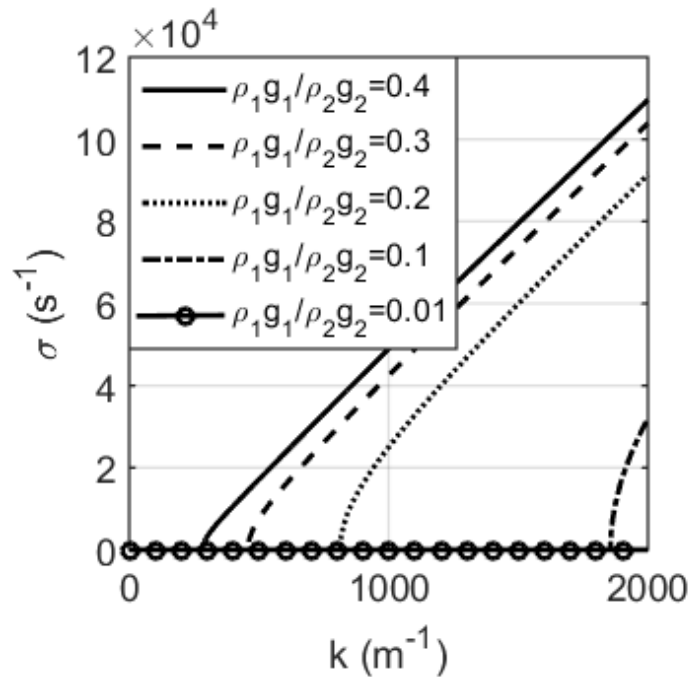


Figure 4-8 - Hydrostatic pressure ratio effect on growth rate without injection

The growth rate is reduced by a reduction of the hydrostatic ratio. The effect is more than a simple reduction of the growth rate. The critical wavenumber increases with the hydrostatic gradient. Therefore, a centrifugal field gradient can delay the growth of instabilities enough to eventually observed growth rate only passed the rotor length. The growth rate reduction originating from the hydrostatic gradient is supported by past investigations as an increased film-cooling efficiency was observed [62].

#### 4.5.4 Mass transfer from a wall

In the case of a non-zero velocity at the concave wall there are two stability criteria. The first one presented in (8) shows that transpiration cooling will always be unstable to some perturbation wavenumber regardless of the injection velocity, due to a constant momentum addition. This behavior agrees with the destabilizing effect noted for a mass transfer through the interface [49].

In Figure 4-9 the variation of growth rate is plotted against the wavenumber for different injection velocities. The interface position is chosen to simulate what can be expected in an ICT.

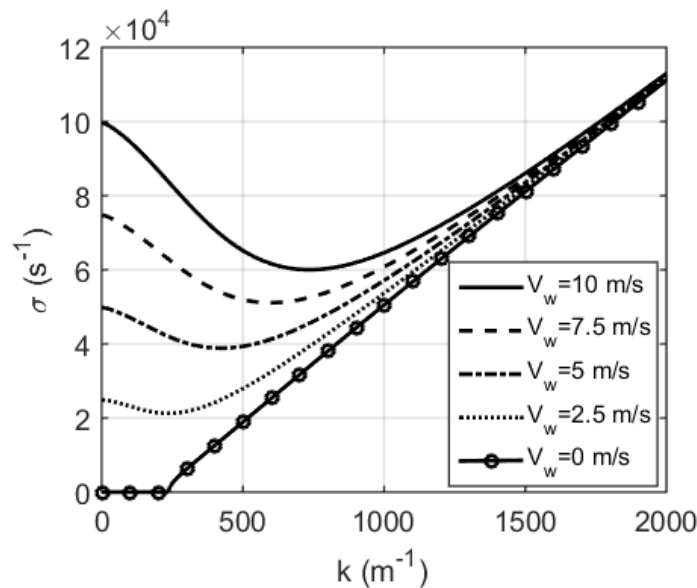


Figure 4-9 - Effect of injection velocity on growth rate with  $u_1 - u_2 = 160 \frac{m}{s}$  and  $\frac{g_1}{g_2} = 2.2$

The low wavenumber stable bandwidth does not longer exist with injection. The growth rate is proportional to the injection velocity at low wavenumbers and seems marginally affected by the injection at high wavenumbers. As opposed to the suction case, blowing adds energy to the instability at the interface, increasing their growth rate. As the injection velocity increases, the kinetic energy added becomes greater.

The second criterion, relevant in the presence of suction, plotted in Figure 4-10 presents the suction velocity needed for stability as a function of distance between the interface and the concave wall.



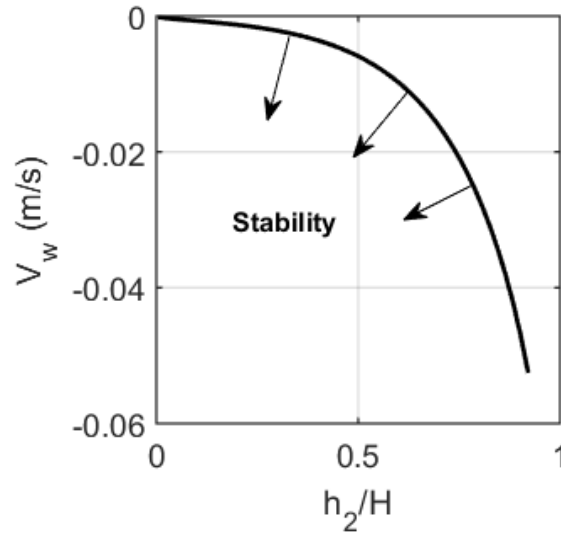


Figure 4-10 - Injection effect on stability with  $k = 50 \text{ m}^{-1}$

The wall position stable range increases with the suction velocity indicating a stabilizing effect from a mass suction at the concave wall. The stabilizing effect can be associated to a removal of momentum in the instability direction at the interface. The stabilizing effect agrees with the results of many past investigations including [63]. Figure 4-10 also shows that the effect of the injection is dependent of the distance between the concave wall and the interface. When the interface is close to the convex wall, the suction effect is reduced compare to an interface close to the concave wall.

#### 4.5.5 Application to the ICT

Upon the analysis performed in this paper, simple transpiration cooling design rules can be drawn:

- 1) The specific weight difference ( $\rho_2 g_2 - \rho_1 g_1$ ) should be as large as possible.
- 2) The interface to endwall height should be as small as possible.
- 3) A suction from the endwall should be used.

Increasing the velocity  $u_2$ , which represents the tangential velocity in a turbine, increases the hydrostatic gradient as shown in equation **(10)**. The velocity difference is also reduced between the fluids leading to a reduction in the growth rate of high wavenumber perturbations. For low wavenumber perturbations, the stability can be controlled by a mass flow withdrawal. The design rules are shown on Figure 4-11.

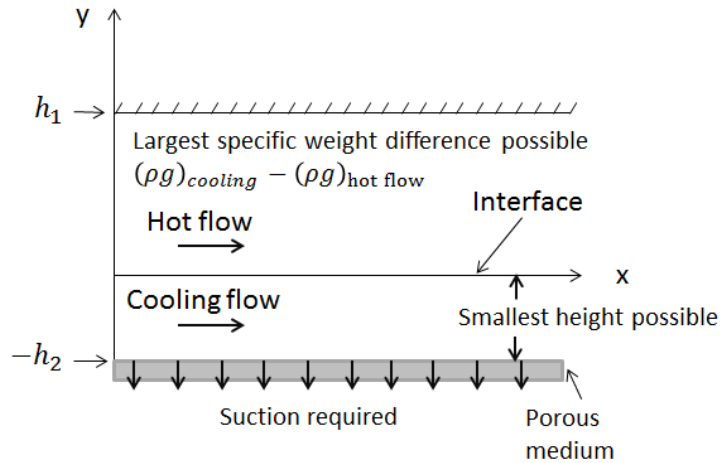


Figure 4-11 – Guidelines to increase interface stability for better cooling

The suction design rule is not an easy implementation to the ICT. A possible way of doing it would be a parallel cold gas injection to the mainstream in the stator with a centrifugal pumping from the rotor providing the suction in the rotor. This configuration is shown in Figure 4-12.

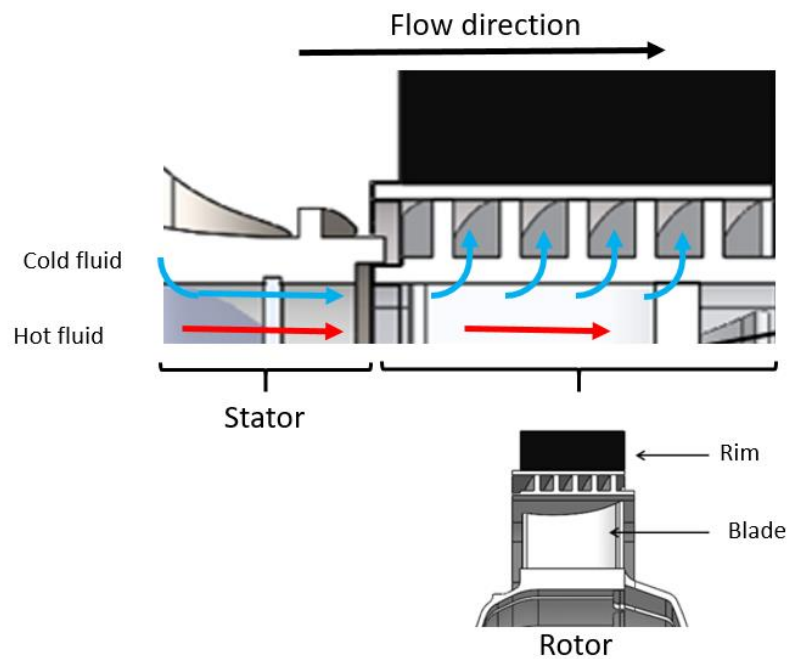
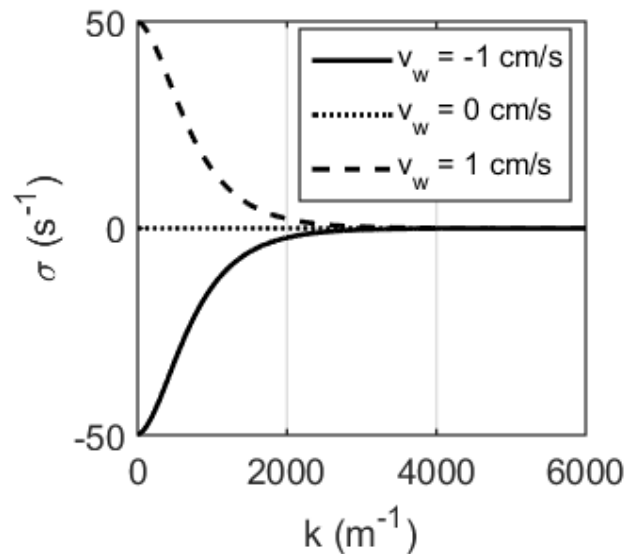


Figure 4-12 – Cold fluid suction in rotor

To show how the growth rate would be affected by the design rules, the cooling velocity  $u_2$  is increased to 700 m/s and three mass transfer cases are considered. The new parameters are given in Table 4.2 and the growth rate is plotted in Figure 4-13.

Table 4.2. Parameters for stable cooling

Parameter	Value
$u_1$	600 m/s
$u_2$	700 m/s
$g_1/g_2$	0.26
$V_w$	-1; 0; 1 cm/s

Figure 4-13 – Growth rate for  $\frac{g_1}{g_2} = 0.26$ 

The growth rate is negative for the suction case on the wavenumber range plotted indicating that any perturbation wavelengths over  $0.01 \text{ l}$  are stable, which could be considered representative of  $k < \infty$  for the rotor. The case for no mass transfer is also stable and is interesting by being the simplest cooling configuration. As it was to be expected, the injection is unstable to small wavenumber perturbations. The injection case is expected to have a shorter mixing delay than the 2 other cases. However, it must be stated that the conditions throughout the turbine rotor will change due to the presence of blades and heat transfer. Therefore, stability is not expected everywhere in the turbine but an increase cooling efficiency should be observed by applying the design rules defined in this section.

To get an overview of the design space specific to the ICT defined by the parameters presented in Table 4.1, the stability criterion presented in (9) is drawn in Figure 4-14. A neutral curve under which a stable zone gives a design space based on the centrifugal fields, velocity

difference and velocity suction is plotted. The density ratio and radii of curvature and wall position are taken from Table 4.1.

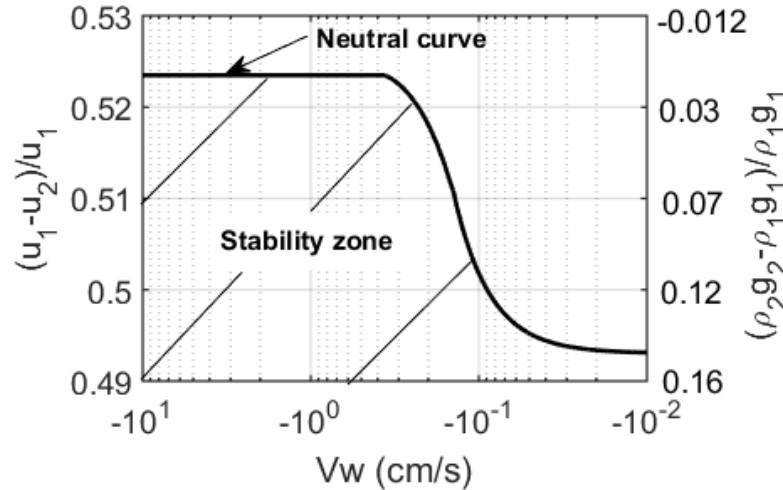


Figure 4-14 – ICT stable cooling design space

The stability criterion has been evaluated for wavelengths ranging from 0.01 l to 100 l. This range may be representative of long wave  $k \rightarrow 0$  to short wave  $k \rightarrow \infty$  for the ICT rotor. Typical suction velocities up to  $10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  are considered. The most unstable case, characterized by the highest growth rate, was taken to draw the stability zone. The neutral curve is sensible to suction velocity up to 0.4 cm/s under which the small wavenumber unstable perturbations are dominant. Above a suction velocity of 0.4 cm/s all small wavenumber perturbations are damped and the stability zone is driven by large wavenumber perturbations. The large wavenumber regime is characterized by a constant maximum velocity difference between the fluids of  $\frac{u_1-u_2}{u_1} = 0.524$  over which large wavenumber perturbations are unstable. A greater velocity difference would give a centrifugal field gradient too low to keep the fluids stratified. For  $u_2 > u_1$ , it results that  $\frac{u_1-u_2}{u_1} < 0$  which indicates that fluids are stratified. For the ICT parameters presented in Table 4.1, the velocity difference is  $\frac{u_1-u_2}{u_1} = 0.27$ . Based on Figure 4-14, a case of no mass transfer or any suction is stable. The stability zone provides a design space that can be a useful tool to perform preliminary designs of an ICT.

#### 4.5.6 Scope of validity

The analysis shown in this paper gives an exact solution for the ideal situation presented. However, this situation is a simplification of blade tip endwall ICT transpiration cooling. Therefore, it aims to describe how transpiration cooling behaves. The criteria defined may be useful tools to assist a preliminary design of transpiration cooling of an ICT turbine as the one presented in the introduction.

Moreover, a mass balance on the cooling fluid,

$$u_2 h_2 + V_w \Delta x = u_{out} h_2 \quad (11)$$

presented in Figure 4-15, shows that the mass transfer must affect the velocity  $u_2$  to give  $u_{out} \neq u_2$ .

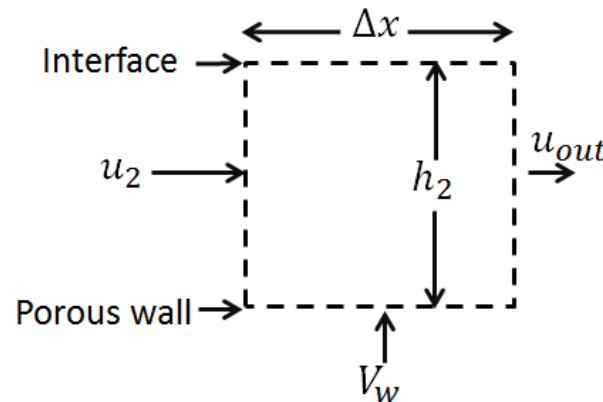


Figure 4-15 – Cooling mass flow balance

Therefore the cooling parameters vary spatially, which will have an incidence on the instability growth rates. The analysis performed in this paper represents an average of the conditions expected in an ICT.

## 4.6 Summary and conclusions

The aim of this work is to study the use of a centrifugal field gradient to design transpiration cooling on the blade tip endwall of an inside-out ceramic turbine to protect its carbon-polymer rim. The interaction between the turbine mainstream and cooling is modelled by a stratified shear flow between flat plates with a different normal acceleration field in each fluid. An

inviscid linear stability analysis provides stability criteria and growth rates useful to define a design space. Conclusions drawn from the study are the following:

- 1) Stable cooling configurations can be design with small suction velocity in the 0.01 to 100 rotor length perturbation wavelength range.
- 2) A centrifugal field variation reduces the growth rate at high wavenumbers and increases the critical wavenumber.
- 3) Mass injection increases low wavenumber growth rate but has a marginal effect on large wavenumber instabilities.
- 4) Effect of walls on stability depends on fluid density ratio. When density ratio is near zero the convex wall is more destabilizing than the concave one.
- 5) Due to a smaller variation of centrifugal field, the ICT cooling attaches to the concave wall as opposed to the convex wall in a static curved channel.

The analysis performed in this paper gives a design space to relate the different parameters pertaining to transpiration cooling. A small suction velocity increases the velocity difference a stable cooling can sustain. A case without mass transfer is stable for the ICT.

## 4.7 Acknowledgment

The authors would like to thank the University of Sherbrooke, Galanis family, Ceragy Engines and the NSERC for their support to this work.

## NOMENCLATURE

$C_p$	Specific heat
$g_i$	Gravitational acceleration
$h_i$	Distance from the interface
$h_o$	Reference height

---

$\bar{h}$	Convection heat transfer coefficient
$i$	Imaginary number
ICT	Inside-out ceramic turbine
$k$	Wavenumber
$l$	Rotor length
$Re_L = \frac{\rho u L}{\mu}$	Reynolds number
$r_m$	Mainstream radius of curvature
$r_c$	Cooling radius of curvature
$St = \frac{\bar{h}}{\rho u C_p} = \frac{Nu_L}{Re_L Pr}$	Stanton number
$u_i$	x-velocity
$V_w$	Injection velocity
$\lambda$	Wavelength
$\mu$	Absolute viscosity
$\rho$	Density
$\hat{\phi}$	Velocity potential

## APPENDIX

The flow velocities are described by potential functions subject to the continuity equation.

$$\nabla^2 \widehat{\phi} = 0 \quad (12)$$

### 2.1 Dispersion equation

The instability analysis consists in defining a potential function for each fluid and an interface position function subject to boundary conditions and verifying if a given perturbation wavelength  $k$  grows or decays over time. The equation obtained describing the system is the dispersion equation and its solution gives the growth rate  $\sigma$ .

General potential functions are first defined by:

$$\widehat{\phi}_1 = \phi_1 + u_1 x \quad (13)$$

$$\widehat{\phi}_2 = \phi_2 + u_2 x \quad (14)$$

And

$$\phi_1 = \Phi_1(y) e^{i(st+kx)} \quad (15)$$

$$\phi_2 = \Phi_2(y) e^{i(st+kx)} \quad (16)$$

The potential function of each fluid is injected in the continuity equation:

$$\frac{\partial^2 \widehat{\phi}_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \widehat{\phi}_1}{\partial y^2} = 0 \quad \forall y \in [0; h_1] \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 \widehat{\phi}_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \widehat{\phi}_2}{\partial y^2} = 0 \quad \forall y \in [-h_2; 0] \quad (18)$$

The potential functions defined in **(13)** and **(14)** are substituted in the continuity equations and provide a differential equation for each fluid:

$$\frac{\partial^2 \Phi_i(y)}{\partial y^2} - k^2 \Phi_i(y) = 0 \quad (19)$$

The general solution to the equation is shown in **(20)**.

$$\Phi_i(y) = C_1 e^{ky} + C_2 e^{-ky} \quad (20)$$



The constants for each potential are deduced from 2 boundary conditions. A dynamic interface boundary condition relates the variation of height with respect to time and x-position to the velocity, **(21)** and **(22)**.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_1 \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \widehat{\Phi}_1}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (21)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_2 \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \widehat{\Phi}_2}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (22)$$

The upper fluid is bounded by a wall located at  $y = h_1$ . An injection in the lower fluid is made from a solid wall located at  $y = -h_2$ . Equations **(23)** and **(24)** present the boundary conditions.

$$\frac{\partial \widehat{\Phi}_1}{\partial y} = 0 \quad \text{at } y = h_1 \quad (23)$$

$$\frac{\partial \widehat{\Phi}_2}{\partial y} = V_w \quad \text{at } y = -h_2 \quad (24)$$

The position of the interface is a function of time and x-position and is defined in **(25)**.

$$h = h_0 e^{i(\sigma t + kx)} \quad (25)$$

Using equations **(21)** to **(25)** to deduce the constants of the differential equation for each fluid, the velocity potentials are found and presented in equations **(26)** and **(27)**.

$$\Phi_1 = \frac{ih_0(\sigma + u_1 k)}{k} (\sinh(ky) - \coth(kh_1) \cosh(ky)) e^{i(\sigma t + kx)} \quad (26)$$

$$\Phi_2 = \left[ \frac{ih_0(\sigma + u_2 k) \cosh(k(y + h_2))}{k \sinh(kh_2)} - \frac{-V_w \cosh(ky)}{k \sinh(kh_2)} \right] e^{i(\sigma t + kx)} \quad (27)$$

The variable  $\sigma$  is the complex growth rate and the variable  $k$  is called the wavenumber, given at equation **(28)**, considering the wavelength  $\lambda$ . Every expression has an exponential part that will decay if the exponent is negative and will grow if the exponent is positive indicating in the latter case instability.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (28)$$

A normal stress balance given by the time-dependent Bernoulli condition **(29)** relates both velocity potentials **(30)**.

$$p + \rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + g h_o \right) = \text{constant} \quad (29)$$

$$\rho_1 \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + g_1 h_o \right) - \rho_2 \left( \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + g_2 h_o \right) = 0 \quad (30)$$

By using the potentials presented in equations **(26)** and **(27)** in the normal stress balance, a dispersion equation is obtained. This equation is presented in **(31)**.

$$\begin{aligned} & [\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)] \sigma^2 \\ & + \left[ 2(\rho_1 u_1 \coth(kh_1) + \rho_2 u_2 \coth(kh_2)) k \right. \\ & \left. + \frac{\rho_2 V_w}{h_o \sinh(kh_2)} i \right] \sigma \\ & + (\rho_1 u_1^2 \coth(kh_1) + \rho_2 u_2^2 \coth(kh_2)) k^2 \\ & + \frac{u_2 \rho_2 V_w}{h_o \sinh(kh_2)} ki - (\rho_2 g_2 - \rho_1 g_1) k = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

The solutions to this quadratic equation are complex and are presented in **(32)** with the corresponding coefficient in **(33)** and **(34)**.

$$\sigma = A \pm \sqrt{\Delta} \quad (32)$$

$$A = - \left[ 2(\rho_1 u_1 \coth(kh_1) + \rho_2 u_2 \coth(kh_2)) k + \frac{\rho_2 V_w}{h_o \sinh(kh_2)} i \right] \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \Delta = & \frac{-\rho_1 \coth(kh_1) \rho_2 \coth(kh_2) (u_1 - u_2)^2 k^2}{[\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)]^2} \\ & - \left( \frac{\rho_2 V_w}{2[\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)] h_o \sinh(kh_2)} \right)^2 \\ & + \frac{(u_1 - u_2) \rho_1 \coth(kh_1) \rho_2 V_w}{[\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)]^2 h_o \sinh(kh_2)} ki \\ & + (\rho_2 g_2 - \rho_1 g_1) k \end{aligned} \quad (34)$$

As defined in the equations **(15)** and **(16)**, the potential function is proportional to  $\exp(i\sigma t)$ , indicating that any negative imaginary part of  $s$  leads to instability.

In a case where there is no injection from a wall, the only way to get a negative imaginary part is if the discriminant is less than 0. This condition defines a stability criterion, also called a neutral curve:

$$\begin{aligned} & (\rho_2 g_2 - \rho_1 g_1) [\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)] \\ & > \rho_1 \rho_2 k \coth(kh_1) \coth(kh_2) (u_1 - u_2)^2 \end{aligned} \quad (35)$$

In a case where there is mass transfer from a wall, the stability criterion does not depend only on the discriminant, but also on the imaginary part of the solution outside the discriminant. A first stability criterion can be defined and is presented in **(36)**. It states that any positive velocity, meaning any blowing, is unstable because the exponential part of the velocity potential is then real and positive.

$$V_w < 0 \quad (36)$$

For case of suction another criterion is defined.

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_2 g_2 - \rho_1 g_1)k}{[\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)]} \\ & + \frac{3}{4} \left( \frac{\rho_2 V_w}{[\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)] h_0 \sinh(kh_2)} \right)^2 \\ & > \frac{\rho_1 k \coth(kh_1) (u_1 - u_2)^2}{[\rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2)]} \end{aligned} \quad (37)$$



# CHAPITRE 5 TESTS EXPÉRIMENTAUX

La stabilité de gaz stratifiés étudiée au chapitre précédent a été testée afin de corroborer les tendances ressorties analytiquement. Le banc d'essai, le montage expérimental et les résultats expérimentaux sont présentés dans ce chapitre.

## 5.1 Banc de tests

Le banc de tests est présenté à la Figure 5-1.

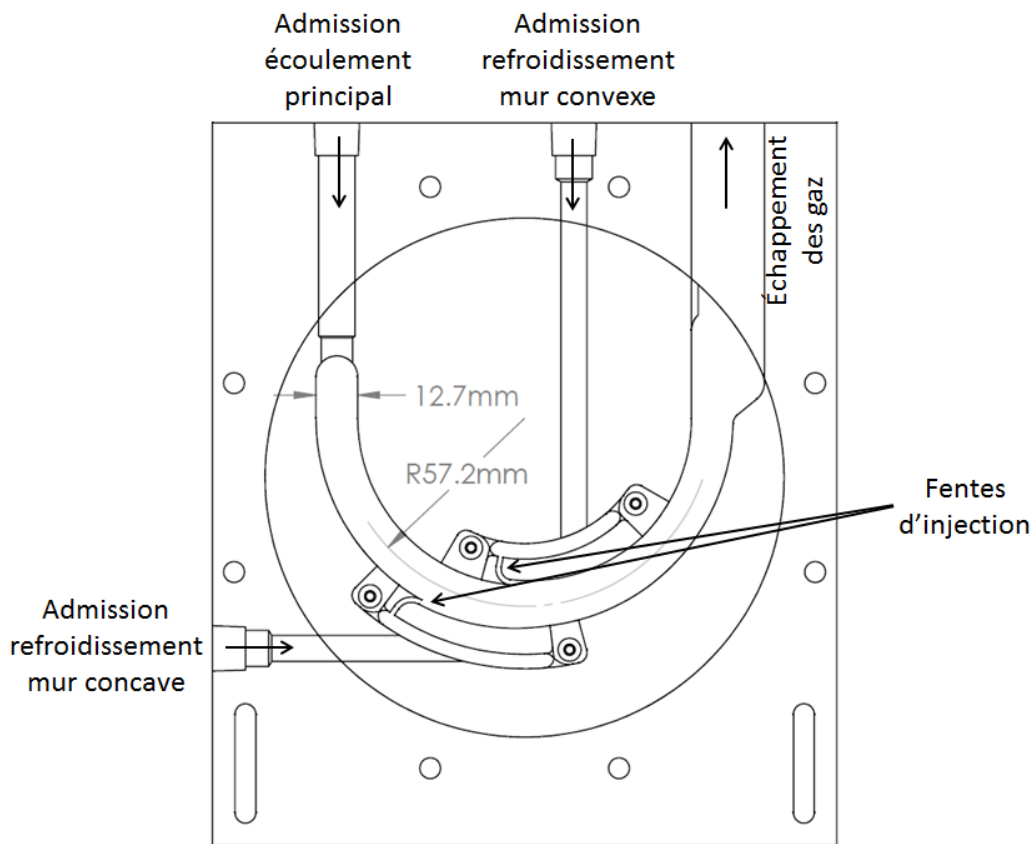


Figure 5-1. Banc d'essai à canal en U servant à générer un champ centrifuge

Un gaz est introduit dans le canal courbé par le port d'admission de l'écoulement principal. Un gaz différent est injecté à travers la fente d'un des supports et joue le rôle du refroidissement. L'écart de densité entre les gaz majoritairement provoqué par la différence de température dans la TCCR est généré dans le banc d'essai par des gaz de nature différente. Le rayon courbure moyen de  $57.2\text{mm}$  du canal entraîne des accélérations centripètes importantes et affecte la stabilité des gaz. Les accélérations générées ont atteint  $17\,500g$  dans l'écoulement principal

pour une vitesse d'admission de  $100\text{ m/s}$ , ce qui correspond à un nombre de Reynolds basé sur la hauteur de  $12.7\text{mm}$  du canal de  $Re_h = 10\,371$ .

Les gaz sont maintenus dans le canal par deux verres de quartz. Le montage pour fixer les vitres au banc d'essais est présenté sur la vue explosée de la Figure 5-2.

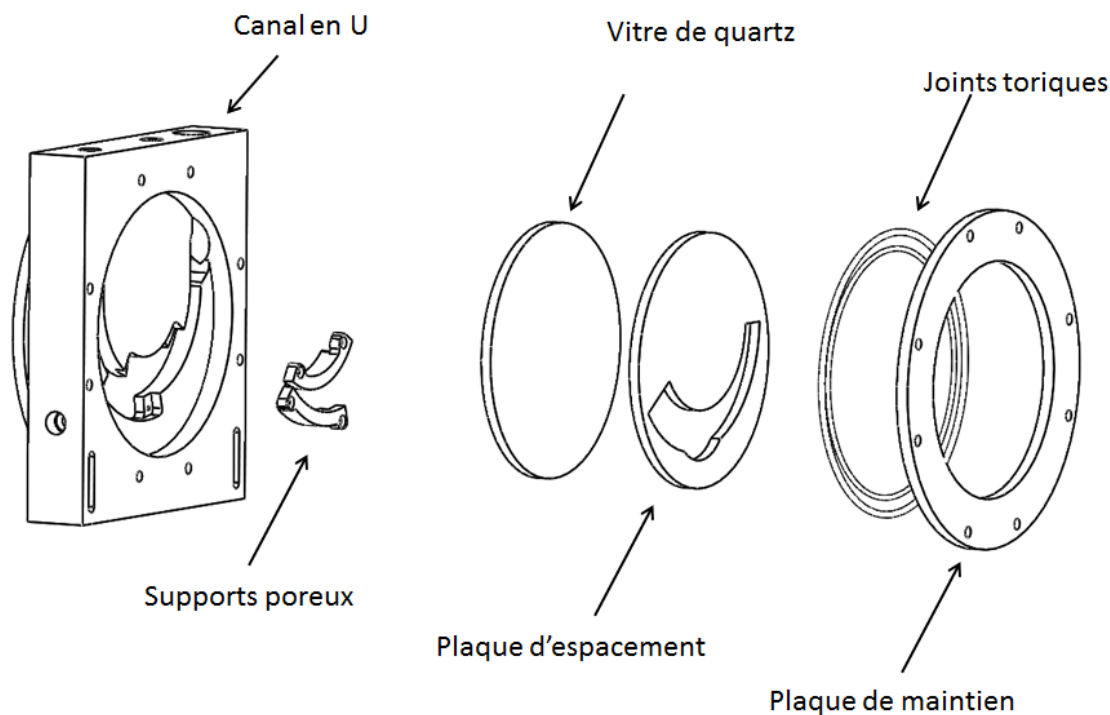


Figure 5-2. Vue explosée du banc d'essai

Le même montage est présent des deux côtés du banc d'essai et l'assemblage est boulonné en place.

## 5.2 Montage expérimental

La méthode de visualisation de Schlieren est utilisée pour observer l'interaction entre les gaz. Un faisceau lumineux passant à travers le banc d'essai est capté par une caméra haute vitesse. L'indice de réfraction différent pour chaque gaz permet de visualiser les gradients de densité. Le montage expérimental est montré à la Figure 5-3.

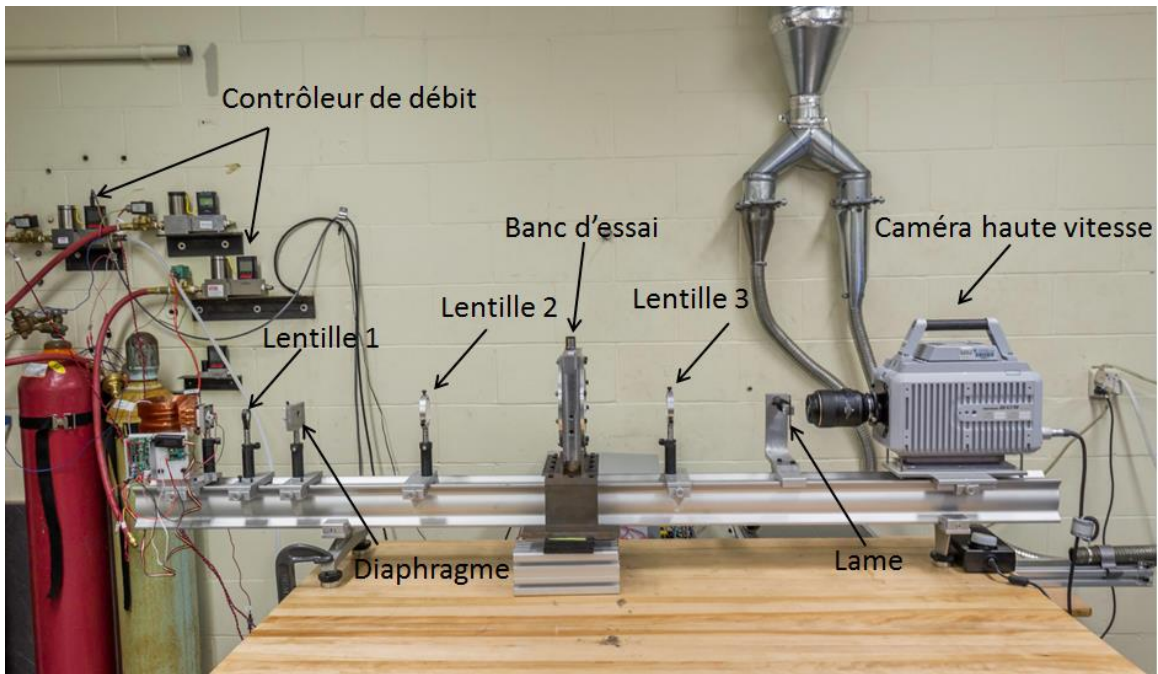


Figure 5-3. Montage expérimental

Le diaphragme et les lentilles assurent un faisceau lumineux normal au banc d'essai. La lame coupe une partie de la lumière créant un dégradé de couleurs associé au gradient de densité.

L'alimentation de gaz est gérée par deux contrôleurs de débit montré sur la Figure 5-3.

### 5.3 Résultats

Les résultats obtenus sont sous forme de vidéos et images montrant le comportement des gaz.

#### 5.3.1 Plan d'expérience

Deux séries de tests ont été effectuées, chacune utilisant un type d'injection différent. Une première série de tests a été effectuée en utilisant des supports d'aluminium poreux plutôt qu'un support avec une fente d'injection. L'objectif était de vérifier les conclusions sur l'injection normale à l'écoulement obtenues de l'analyse de stabilité. La deuxième série de tests consistait à faire l'injection par une fente, tel que montré à la Figure 5-1, afin d'observer le comportement des gaz stratifiés.

La Figure 5-4 montre les deux types d'injection utilisés.

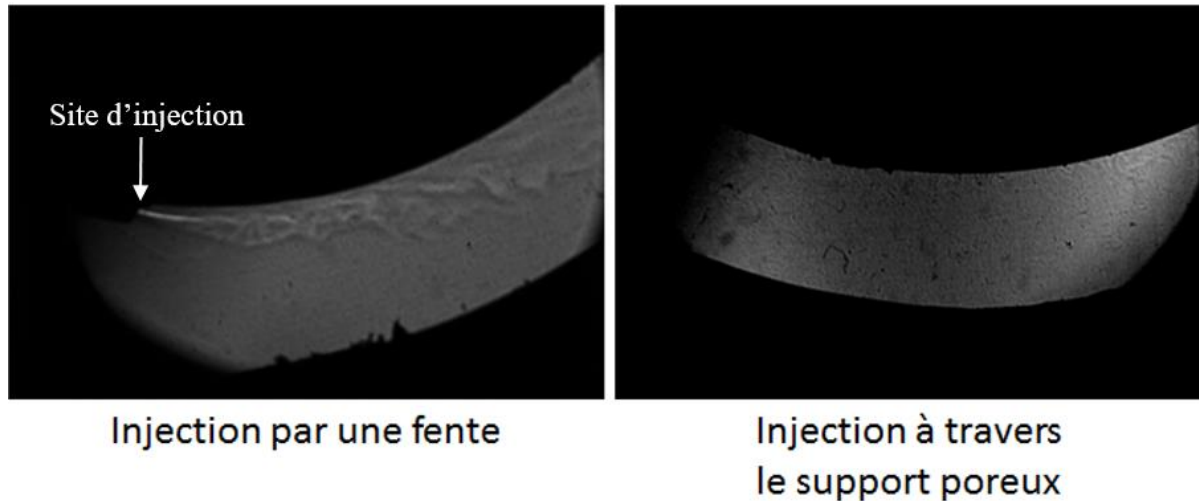


Figure 5-4. Comparaison d'une injection entre le support et la vitre et une injection à travers le support

Les deux images représentent les mêmes débits de gaz, la seule différence étant le site d'injection. L'image Schlieren de l'injection à travers le support poreux présente peu de gradients de densité, indiquant un mélange entre les gaz, alors que l'injection par la fente stratifie les gaz. L'absence de stratification lors de l'injection par le support poreux justifie l'utilisation d'une fente pour faire une injection parallèle à l'écoulement principal afin d'observer la stratification.

### 5.3.2 Schlieren

La Figure 5-5 compare l'injection du refroidissement sur la paroi convexe et concave du banc d'essai, pour différents débits d'injection. Une injection d'air est faite dans un écoulement d'hélium à  $10\text{ m/s}$ , correspondant à une accélération radiale de  $175g$ . Trois vitesses d'injection sont montrées sur la Figure 5-5, une par ligne, soit  $0.4$ ,  $0.8$  et  $4.2\text{ m/s}$ .



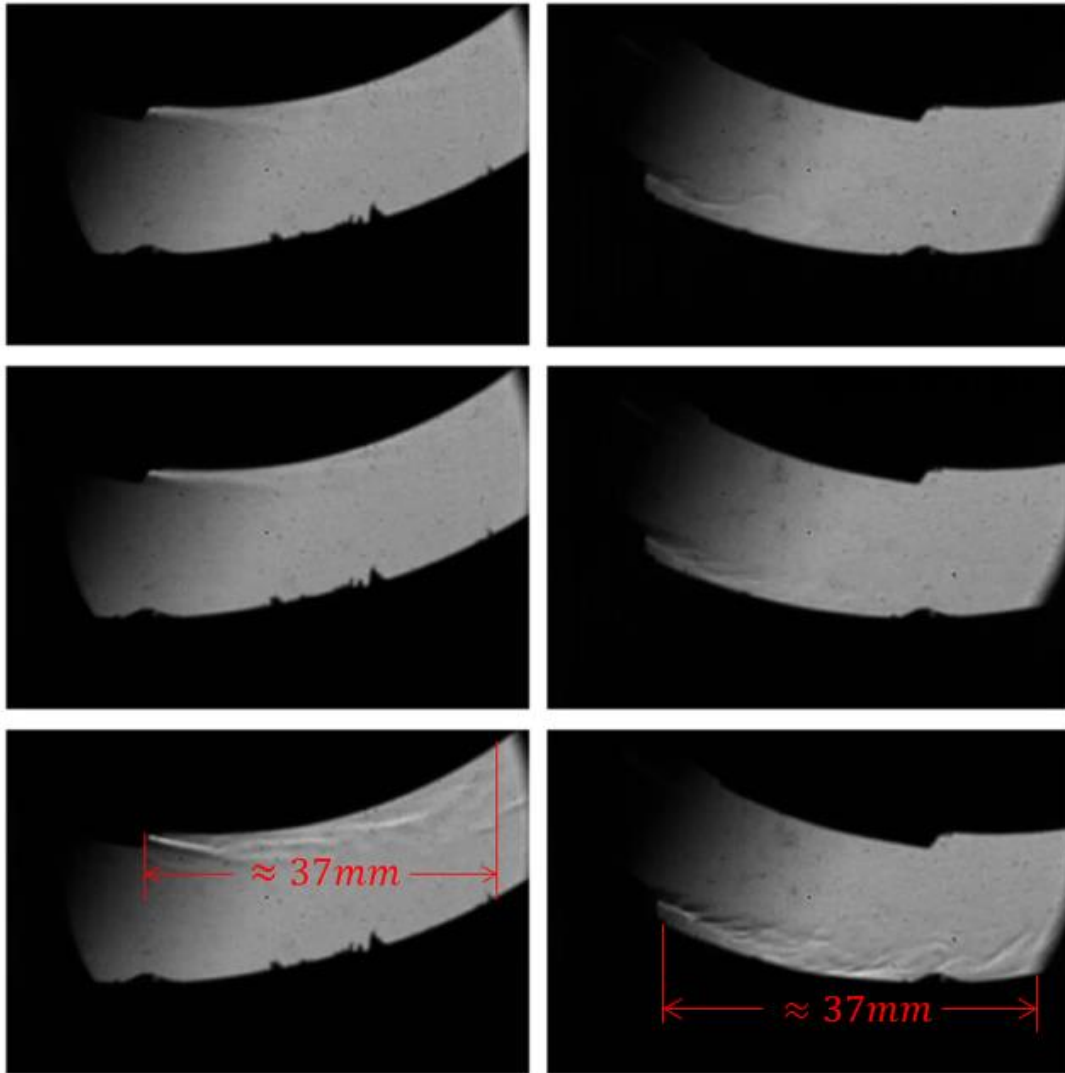


Figure 5-5. Images typiques de Schlieren. La colonne de gauche est une injection d'air sur une paroi convexe dans un écoulement d'hélium à  $10\text{ m/s}$  et la colonne de droite est une injection d'air sur une paroi concave dans un écoulement d'hélium à  $10\text{ m/s}$ . La vitesse d'injection de la première ligne est de  $0.4\text{ m/s}$ . La vitesse d'injection de la deuxième ligne est de  $0.8\text{ m/s}$ . La vitesse d'injection de la troisième ligne est de  $4.2\text{ m/s}$ .

La stratification sur la paroi concave montre un niveau de mélange plus élevé que la stratification sur la paroi convexe. Les images Schlieren montrent les gradients de densité, ce qui indique une meilleure stratification des gaz dans le cas de l'injection sur la paroi convexe. Cependant, la différence entre les deux stratifications est faible, ce qui s'explique par un couplage entre les vitesses tangentielles des gaz et l'accélération centrifuge. En effet, puisque l'accélération centrifuge provient de la courbure du canal et non par une rotation du banc d'essai, les accélérations centrifuges sont dépendantes de la vitesse des gaz. Il en résulte que pour une variation de vitesse donnée entre les gaz, il y a un gradient d'accélération centrifuge donné et qu'il n'est donc pas possible d'étudier un seul type d'instabilité à la fois. La dernière ligne de la

Figure 5-5 montre que le mélange se fait sur une distance supérieure à 37 mm, soit plus que la longueur axiale du rotor de TCCR qui est 15 mm.

La stratification se fait avec le fluide le plus dense sur le dessus, comportement observé dans d'autres recherches, et pouvant s'expliquer par les forces de volume s'appliquant sur chaque gaz.

### 5.3.3 Rôle des forces de volume

La stratification est régie par le poids spécifique de chaque gaz. La densité des gaz est constante durant l'expérience, mais l'accélération centripète est fonction de la vitesse angulaire. L'injection du gaz de refroidissement se fait à vitesse angulaire nulle donnant un poids spécifique nul, si l'attraction gravitationnelle est négligée. L'écoulement principal ayant un poids spécifique non nul, le gaz de refroidissement se stratifie naturellement sur la paroi convexe. Ainsi, l'injection sur la paroi concave subit un mélange plus rapide visible sur les images Schlieren.

L'injection sur la paroi convexe a une vitesse angulaire initiale nulle, mais l'écoulement principal entraîne le gaz de refroidissement créant un gradient de vitesse. Par conséquent, l'accélération centripète est suffisante dans le gaz de refroidissement pour que le poids spécifique soit plus élevé que celui du gaz principal, menant à un mélange à l'interface.

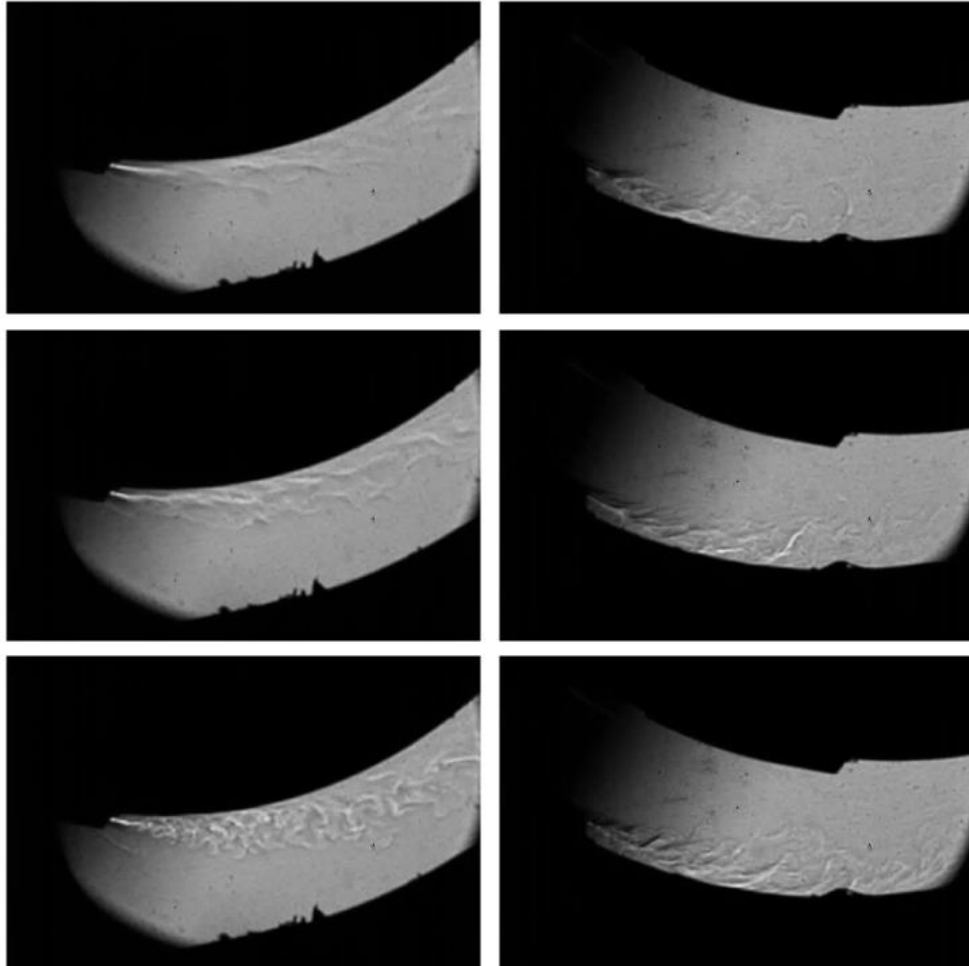
### 5.3.4 Rôle de la différence de vitesse

La différence de vitesse entre gaz stratifiés menant aux instabilités de Kelvin-Helmholtz a été traitée au chapitre précédent et il a été montré que le taux de croissance des instabilités est proportionnel à la différence de vitesse. Cependant, le banc d'essai utilisé lors des tests étant un canal courbé, un couplage existe entre les forces de volume et la différence de vitesse.

$$a_c = U_\infty^2 / r \quad (38)$$

L'accélération centripète est proportionnelle au carré de la vitesse tangentielle. Ainsi, la différence de vitesse, pour une vitesse d'écoulement principal supérieure à celle du refroidissement, favorise la croissance des instabilités et augmente l'écart de poids spécifique entre l'écoulement principal et le gaz de refroidissement. Dans le cas de l'injection sur la paroi concave, l'écart de poids spécifique favorise le mélange. Pour l'injection sur la paroi convexe, la différence de poids spécifique favorise la stratification.

Ainsi, la différence de vitesse provoque deux effets opposés pour le cas avec injection à la paroi convexe. Afin de vérifier si les deux effets s'annulent, différents écarts de vitesse ont été testés et une comparaison entre l'injection sur la paroi convexe et concave est faite à la Figure 5-6.



**Figure 5-6. Variation de la différence de vitesse entre l'écoulement principal et celui de refroidissement. La vitesse de l'écoulement principal est de 16 m/s et celui du refroidissement est de 3.3 m/s (1ere ligne), 5 m/s (2<sup>e</sup> ligne) et 8.3 m/s (3<sup>e</sup> ligne).**

Les deux premières lignes devraient montrer une stratification sur la paroi convexe et la troisième ligne une stratification sur la paroi concave. Cependant, il y a peu de différences entre l'injection sur la paroi convexe et concave, montrant la contribution de la différence de vitesse aux instabilités. Le couplage entre les vitesses et les accélérations centripètes rend difficile l'observation des effets de chacun. Afin d'observer adéquatement l'effet de la différence de vitesse et de l'accélération centripète, l'utilisation d'un banc d'essais rotatif serait nécessaire. L'accélération centripète serait principalement générée par la rotation du banc d'essais et non-

seulement par la courbure d'un canal. Cependant, l'utilisation d'un banc d'essais rotatif présente des défis importants pour l'observation des gaz et pourrait faire l'objet d'un projet de recherche futur.

### 5.3.5 Rôle de la vitesse d'injection

L'influence de la vitesse d'injection est multiple sur la stratification. La vitesse angulaire du gaz de refroidissement est affectée par la vitesse d'injection comme le montre le bilan de masse sur un élément fluide fait au chapitre précédent. Cet effet affecte la différence de vitesse entre les deux gaz, ce qui entraîne les conséquences discutées à la section précédente.

L'injection possède aussi un effet déstabilisant largement discuté dans le chapitre précédent et qui est observable par l'absence totale de stratification pour une injection à travers un milieu poreux tel que montré à la Figure 5-7.

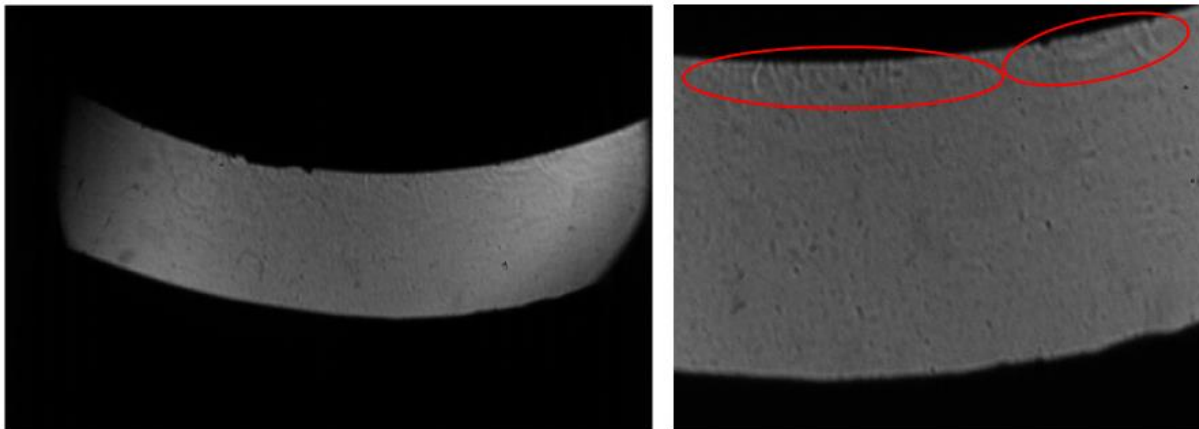


Figure 5-7. Décollement du gaz de refroidissement de la paroi d'injection causé par une vitesse d'injection élevée

L'image de droite montre les colonnes de gaz quittant la paroi et se mélangeant dans l'écoulement principal. Le comportement s'explique par le fait que la vitesse d'injection est suffisamment importante pour que les éléments fluides décollent de la paroi malgré la force de flottaison qui les pousse contre la paroi. Une fois qu'ils ont décollé de la paroi, les éléments fluides acquièrent de la vitesse angulaire, affectant leur accélération radiale suffisamment pour qu'ils ne retrouvent plus la paroi et se mélangent à l'écoulement principal.

Aucune combinaison de débit massique de l'écoulement principal et de refroidissement n'a permis une stratification. Ce résultat correspond à la prédiction analytique faite dans le chapitre précédent et souligne l'importance de la configuration de l'injection sur les performances du

refroidissement par film. L'injection du refroidissement parallèle à l'écoulement principal, voir Figure 5-5, présente une meilleure stratification que le milieu poreux.

### 5.3.6 Application à la TCCR

Dans le chapitre précédent, les raisons pour lesquelles le gaz de refroidissement se stratifie sur la paroi concave dans la TCCR plutôt que sur la paroi convexe comme pour le canal courbé ont été abordées. Le couplage entre la différence de vitesse et les forces de volumes n'est pas aussi fort que pour le canal courbé dû à la rotation. Cependant, il existe un couplage puisque l'écoulement principal entraîne par cisaillement le refroidissement, augmentant sa vitesse angulaire. Contrairement au canal courbé où il y a un mélange à l'interface entre les gaz pour la même accélération centripète, il y a une stratification dans la TCCR. Cette différence de comportement est causée par la présence du gaz ayant la plus grande densité sur la paroi concave.

Les tests expérimentaux montrent que le mélange entre le gaz de refroidissement et de l'écoulement principal se produit sur une distance supérieure à  $37\text{ mm}$ . La longueur axiale du rotor de la TCCR est de  $15\text{ mm}$ , ce qui porte à croire qu'il est possible de maintenir une protection thermique de la paroi concave de la TCCR sur toute la longueur du rotor.

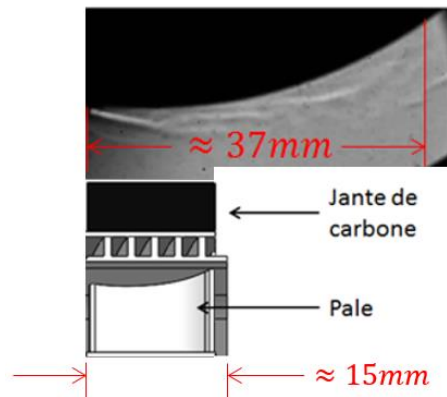


Figure 5-8 – Comparaison entre la longueur du rotor et la longueur de mélange

Cependant, l'auteur pense qu'aucune stratification sans mélange n'a été obtenue lors des tests expérimentaux. La protection thermique ne sera donc pas uniforme dans la TCCR et l'efficacité du refroidissement par film sera difficile à prédire avec la présence des écoulements secondaires. Dans l'état actuel des connaissances de la TCCR, la protection thermique de la jante de composite devrait se faire entièrement par un autre moyen que le refroidissement par film, de

par la difficulté de prédire la variation de l'efficacité du refroidissement par film. Le refroidissement par film pourrait provenir de la fuite dans le joint entre le stator et le rotor et servir de redondance sur le système de refroidissement.

## 5.4 Conclusion

Les tests expérimentaux montrent que le refroidissement par film pourrait potentiellement assurer une protection thermique sur toute la longueur axiale du rotor de la TCCR, mais que l'efficacité varie et est difficile à prédire. Cependant, le couplage entre la différence de vitesse entre les gaz et les poids spécifiques souligne l'importance d'utiliser un banc d'essai en rotation afin de reproduire un comportement similaire à celui attendu dans la TCCR. De plus, la stratification des gaz a été obtenue uniquement par une fente et montre que l'injection du refroidissement par film normale à l'écoulement principal ne produit pas de stratification, comportement prédit par le modèle analytique.

Comme montré dans l'état de l'art, les écoulements secondaires et les turbulences affectent l'efficacité du refroidissement par film. La stratification sera affectée et il s'avère important d'obtenir des données de performances du refroidissement par film sur un prototype de TCCR.

# CHAPITRE 6 ANALYSE THERMIQUE

Les chapitres précédents ont démontré que le refroidissement par film a le potentiel de protéger la paroi de bout de pale sur toute la longueur axiale du rotor. L'analyse thermique se base sur cette démonstration et considère qu'il n'y a pas de mélange entre le refroidissement par film et l'écoulement principal.

## 6.1 Situation analysée

L'analyse thermique repose sur une représentation en deux dimensions simplifiée du refroidissement par film.

### 6.1.1 Représentation

La Figure 6-1 montre une vue en coupe de la TCCR sur laquelle une zone encadrée en rouge identifie le plan sur lequel l'analyse thermique est effectuée.

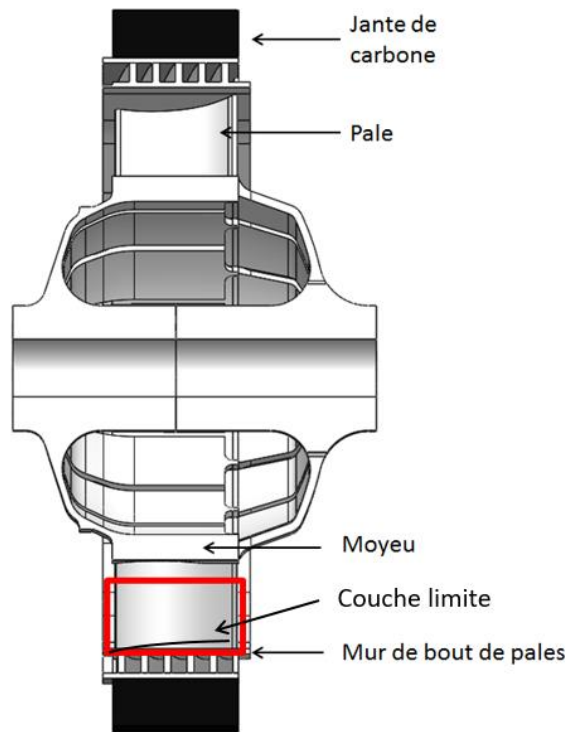


Figure 6-1. Identification de la zone d'analyse thermique sur une vue en coupe de la TCCR

Cette zone englobe l'écoulement principal, le refroidissement par film et la paroi de bout de pales. La situation étudiée se simplifie à une représentation en deux dimensions, comme montrée à la Figure 6-2.

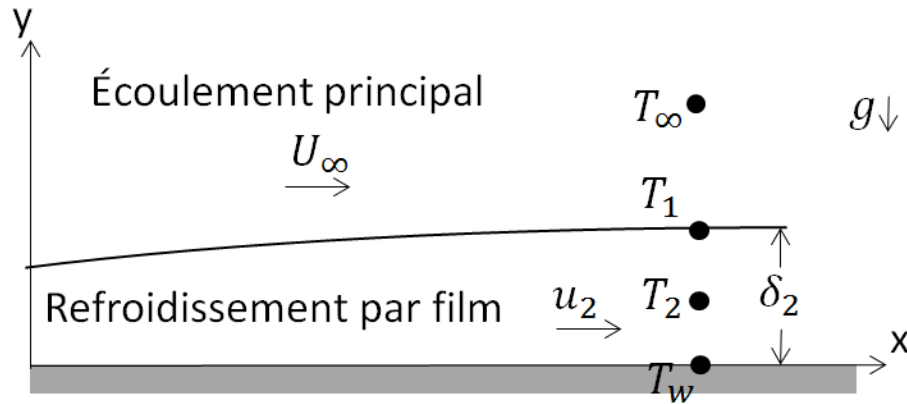


Figure 6-2. Représentation 2D de l'analyse thermique sur le refroidissement par film

Le refroidissement par film d'épaisseur  $\delta_2$  est injecté parallèlement à l'écoulement principal et quatre températures sont considérées et identifiées dans le Tableau 1.

Tableau 1. Description des températures considérées dans l'analyse thermique du refroidissement par film

Température	Description
$T_\infty$	Température de l'écoulement principal
$T_1$	Température à l'interface entre les deux écoulements
$T_2$	Température en $y = \delta_2/2$
$T_w$	Température à la paroi

Ces quatre températures sont utilisées pour construire un réseau de résistance thermique, Figure 6-3, modélisant le transfert de chaleur dans le refroidissement par film.

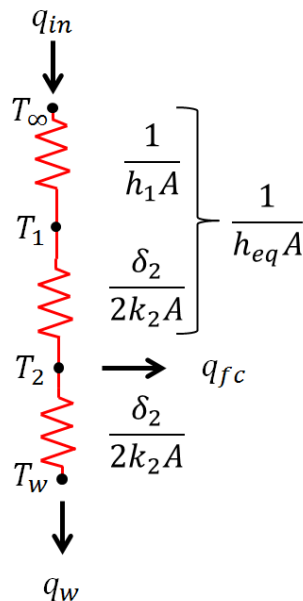


Figure 6-3. Réseau de résistances thermiques modélisant le refroidissement par film



Un transfert de chaleur  $q_{in}$  se produit de l'écoulement principal au refroidissement par film. Au nœud  $T_2$ , une partie de la chaleur est retirée par l'advection du refroidissement par film. Le reste de la chaleur,  $q_w$ , est transférée à la paroi. L'expression de chaque résistance thermique est inscrite, dans lesquelles  $h_1$  est le coefficient de convection de l'écoulement principal,  $k_2$  le coefficient de conduction du refroidissement et  $A$  l'aire d'échange thermique.

### 6.1.2 Hypothèses

L'analyse thermique repose sur quelques hypothèses simplificatrices afin d'obtenir une solution analytique.

Le profil de vitesse dans le refroidissement par film est posé comme linéaire et suit la relation

$$u_2(y) = \frac{U_o y}{\delta_2} \quad (39)$$

Où  $U_o$  est la vitesse à l'interface entre les deux fluides. Le profil de vitesse choisi impose un cisaillement indépendant de la position  $y$  dans le film de refroidissement

$$\tau_2 = \mu_2 \frac{U_o}{\delta_2} \quad (40)$$

Le cisaillement dans l'écoulement principal et dans le refroidissement est supposé identique à l'interface.

L'écoulement principal est considéré turbulent et l'équation du cisaillement pariétal d'une couche limite turbulente est utilisée à l'interface,

$$\tau_{int} = \frac{0.0296 \rho_M^{0.8} U_\infty^{1.8} \mu_M^{0.2}}{x^{0.2}} \quad (41)$$

impliquant que  $U_o$  est considérée négligeable par rapport à  $U_\infty$ , la vitesse de l'écoulement principal [64].

Le film de refroidissement est en régime laminaire, ce qui signifie que l'advection dans une direction normale à la paroi est négligeable par rapport à la diffusion thermique et donc seule la conduction est considérée dans le film de refroidissement.

La paroi métallique a un coefficient de conduction 3 ordres de grandeur supérieurs à celui du film de refroidissement. La température de la paroi est considérée indépendante de la position en  $x$  [65].

Les propriétés du gaz de refroidissement sont prises à une pression moyenne de 1.5 atm et sont fonction de la température. Les propriétés du gaz de l'écoulement principal sont constantes puisque le débit de refroidissement est négligeable par rapport au débit de l'écoulement principal.

### 6.1.3 Méthode de résolution

La résolution du réseau de résistances thermiques donne la température  $T_2$  et le flux de chaleur transmis à la paroi. Le domaine du refroidissement par film est discrétisé selon l'axe  $x$ , comme montré à la Figure 6-4 et le réseau de résistances thermiques est résolu à chaque sous-domaine en tenant compte de la chaleur transmise par advection d'un sous-domaine à l'autre.

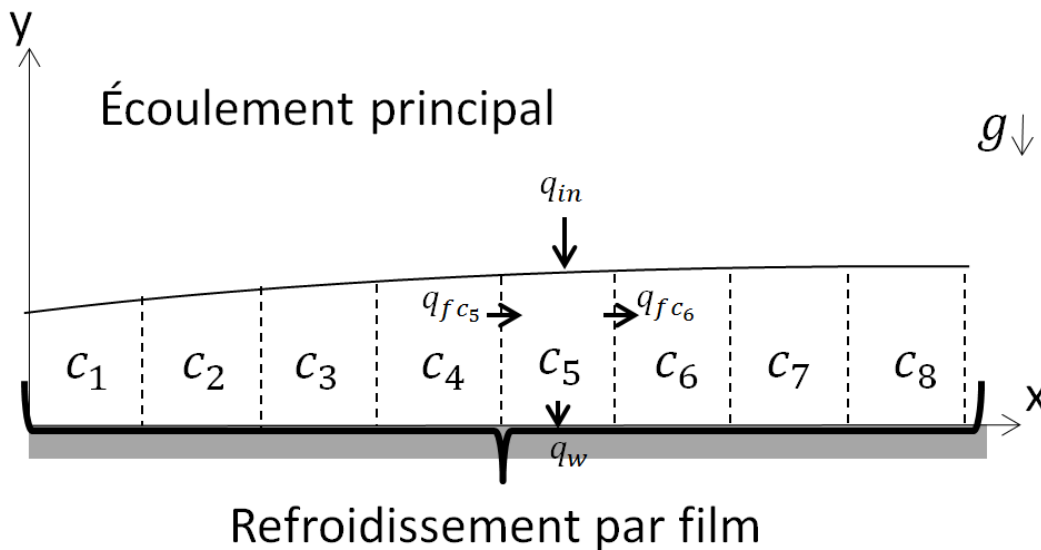


Figure 6-4. Discrétisation du domaine du refroidissement par film pour l'analyse thermique

Pour une cellule  $i$ , la température  $T_{2i}$  s'exprime comme

$$T_{2i} = \frac{Ah_{eqi}T_{\infty} + \dot{m}C_p T_{2(i-1)} + 2Ak_{2i}/\delta_{2i}T_w}{Ah_{eqi} + \dot{m}C_p + 2Ak_{2i}/\delta_{2i}} \quad (42)$$

Pour

$$h_{eqi} = \frac{2k_{2i} + \delta_{2i}h_{1i}}{2k_{2i}h_{1i}} \quad (43)$$

Le flux à travers la paroi est obtenu à partir de la température  $T_{2i}$

$$q_w'' = \frac{2k_{2i}(T_{2i} - T_w)}{\delta_{2i}} \quad (44)$$

## 6.2 Résultats

L'objectif de l'analyse thermique est de faire un lien entre le refroidissement par film et le refroidissement par ailettes. Un flux moyen en fonction de la température de la paroi et du débit massique de refroidissement par film est extrait de l'analyse et sert à dimensionner les ailettes de refroidissement.

La Figure 6-5 présente la relation entre le flux moyen et la température de la paroi de bout de pales pour différents débits de refroidissement.

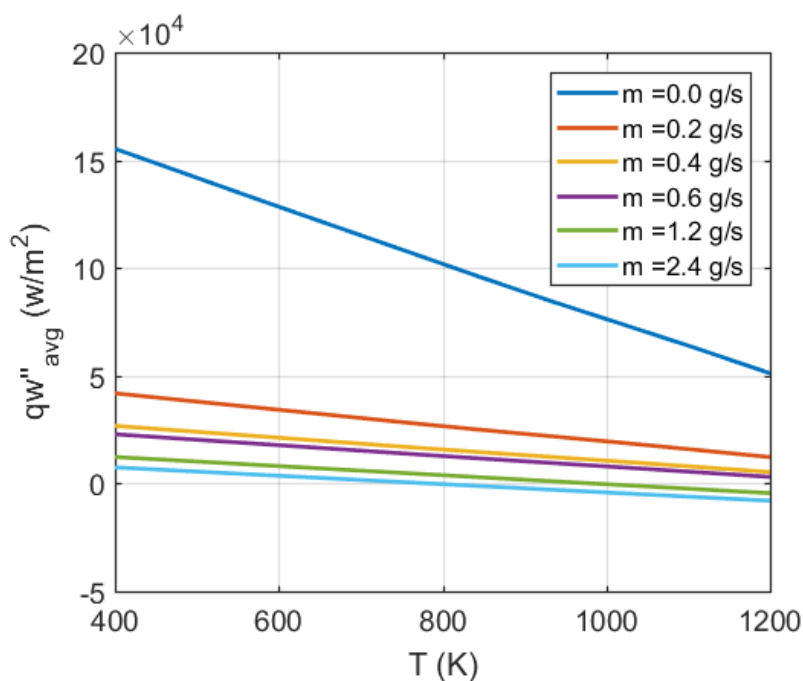


Figure 6-5. Flux de chaleur moyen à la paroi de bout de pales en fonction de la température de la paroi

L'influence du refroidissement par film est significative pour des débits très faibles et est négligeable pour des débits supérieurs. Ce phénomène s'explique par la présence de deux processus de protection de la paroi de bout de pales. Le refroidissement par film s'effectue par l'application d'une couche d'air, un gaz ayant une faible conduction thermique. Le film d'air crée une résistance thermique accrue, représenté à la Figure 6-6 par le coefficient de transfert de chaleur équivalent entre l'écoulement principal et la paroi de bout de pales. Ce coefficient subit une réduction importante en présence du refroidissement par film.

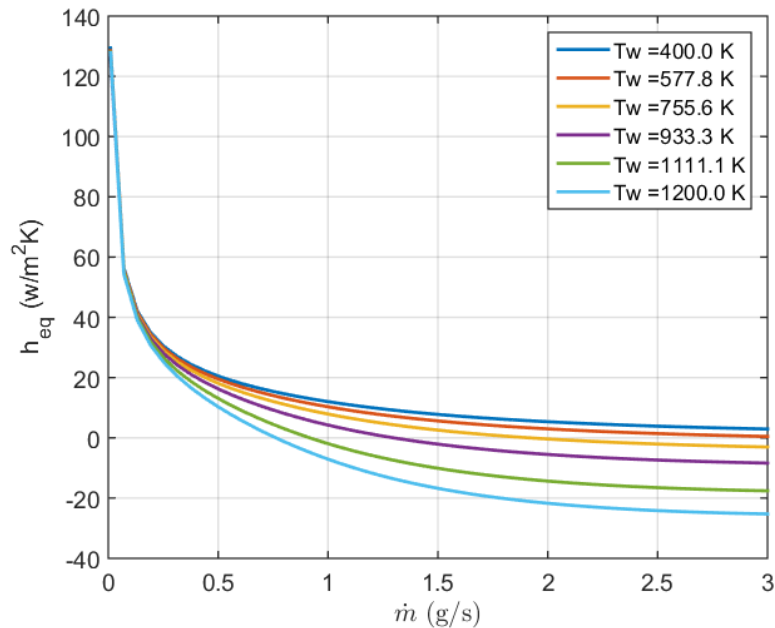


Figure 6-6. Coefficient de transfert de chaleur équivalent à la paroi de bout de pales en fonction du débit massique de refroidissement par film

Le deuxième processus de protection est l'advection, c'est-à-dire le retrait d'une partie du flux de chaleur par déplacement du gaz de refroidissement. L'air de refroidissement par film se déplace à une faible vitesse, rendant le phénomène d'advection négligeable dans la protection de la paroi de bout de pales en comparaison à l'augmentation de la résistance thermique créée par l'air. Si le phénomène avait été important, le flux de chaleur transféré à la paroi de bout de pales aurait réduit proportionnellement à l'augmentation du débit massique de refroidissement par film plutôt que de se stabiliser.

La Figure 6-5 et la Figure 6-6 utilisent un transfert de chaleur moyen sur la distance axiale du rotor de la turbine puisque la conductivité de la paroi de bout de pales étant trois ordres de grandeur supérieurs à celle des gaz, le flux de chaleur s'uniformise naturellement faisant en sorte que les ailettes de refroidissement voient un flux constant sur la distance axiale du rotor. Cependant, le flux de chaleur traversant le refroidissement par film varie le long de l'axe  $x$ , tel que montré à la Figure 6-7.

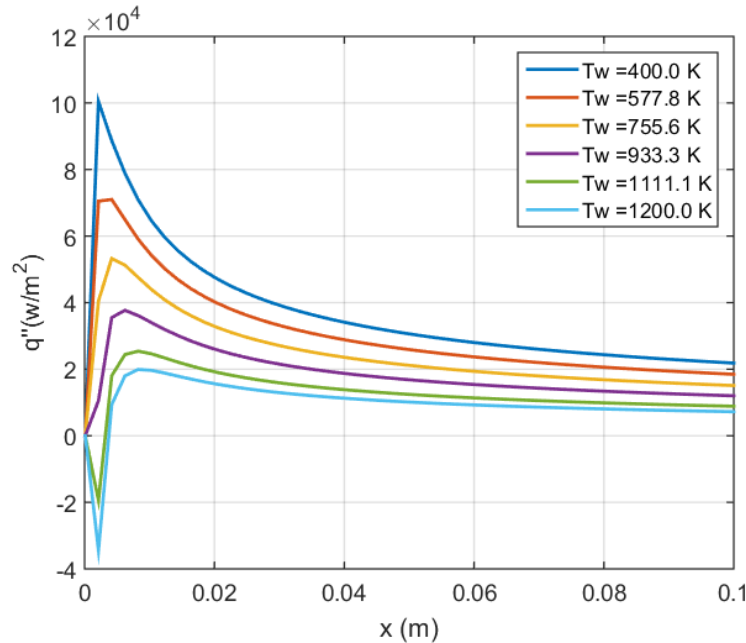


Figure 6-7. Variation axiale du flux de chaleur traversant la paroi de bout de pales pour un débit massique de 0.254g/s de refroidissement par film

Le refroidissement par film est injecté à une température de 400 K et se réchauffe le long de l'axe du rotor en raison du transfert avec l'écoulement principal. Au début du rotor, le transfert de chaleur est négatif pour une température de la paroi de bout de pales supérieure à la température du film de refroidissement, indiquant que le refroidissement par film tire de la chaleur de la paroi. Ce phénomène se produit sur courte distance puisque la différence de température entre l'écoulement principal et le refroidissement par film est importante au début du rotor. Le transfert de chaleur est donc aussi important, ce qui augmente la température du refroidissement par film, qui devient supérieure à la température de la paroi.

L'écart de température entre le refroidissement par film et la paroi de bout de pales, et le coefficient de conduction augmente selon l'axe x, mais le transfert de chaleur réduit. Ce phénomène est causé par l'augmentation de l'épaisseur du film de refroidissement qui augmente la résistance thermique.

La différence de température entre la paroi de bout de pales et l'écoulement principal est inversement proportionnelle au flux de chaleur, tel que montré à la Figure 6-8. Une température de paroi élevée entraîne un flux de chaleur plus faible qu'une température de la paroi de bout de pales faible.

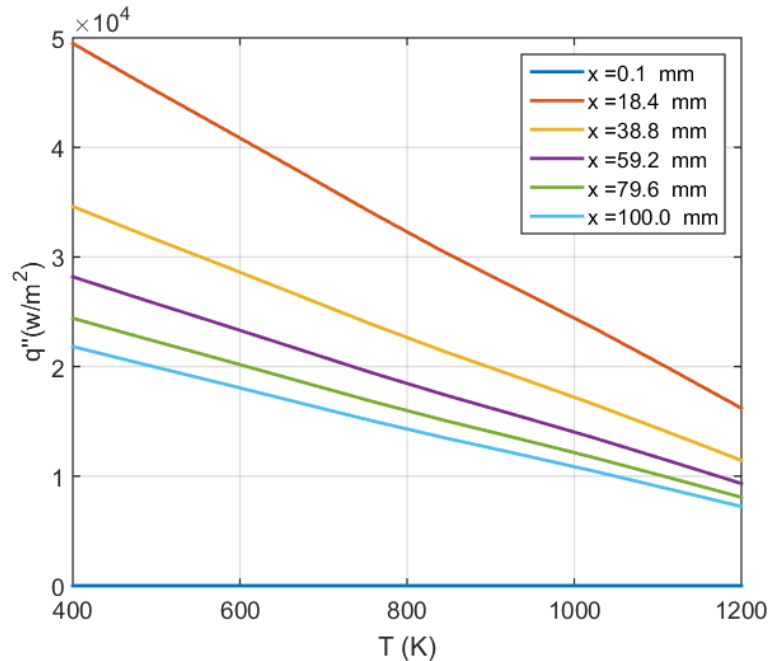


Figure 6-8. Variation du flux de chaleur en fonction de la température de paroi de bout de pales pour un débit massique de 0.254 g/s de refroidissement par film

La température de la paroi de bout de pales impacte grandement l'efficacité que doit avoir le refroidissement par ailettes. Une température de la paroi de bout de pales élevée force un coefficient de transfert de chaleur faible entre la paroi de bout de pales et la jante de carbone pour respecter la température maximale de la jante. Pour obtenir le coefficient de transfert de chaleur nécessaire, le débit d'air de refroidissement utilisé sur les ailettes augmente proportionnellement à la température de la paroi de bout de pales.

L'analyse thermique effectuée sur le refroidissement par film peut être couplée à celle faite sur le refroidissement par ailettes pour minimiser le débit de refroidissement total nécessaire pour garder la jante de carbone sous sa température critique.

### 6.3 Conclusion

Le refroidissement par film crée une couche isolante entre l'écoulement principal et la paroi de bout de pales, réduisant significativement le flux de chaleur traversant la paroi de bout de pales. L'analyse thermique fournit le flux de chaleur pour une température de la paroi de bout de pales et un débit massique de refroidissement par film donnés. La relation flux, température de la

paroi de bout de pales et débit massique sera utilisée dans l'analyse thermique du refroidissement par ailettes afin de minimiser le débit massique total de refroidissement.





## CHAPITRE 7 CONCLUSION

Le refroidissement par film de la paroi de support des bouts de pales de la TCCR est investigué dans ce mémoire afin de déterminer la pertinence de l'utilisation du refroidissement par film pour protéger la jante de la turbine. La configuration unique de la turbine fait en sorte qu'aucune recherche antérieure ne porte sur le refroidissement par film de la paroi de bout de pales.

Ce projet de maîtrise vise à expliquer comment interagit le gaz de refroidissement par film avec celui de l'écoulement principal et quel flux de chaleur traverse la paroi en sa présence. Pour comprendre comment le refroidissement par film se comporte, une analyse de stabilité entre gaz stratifiés confinés entre deux parois et ayant une injection de gaz à l'une des parois a été faite. Cette analyse montre que la rotation de la turbine augmente la plage de longueurs d'onde des perturbations pour lesquelles les gaz stratifiés sont stables et contribue donc à la stabilité. De plus, une succion du refroidissement par film à travers la paroi augmente la stabilité. Il serait donc possible d'avoir une paroi de bout de pales dans un matériau poreux par laquelle la couche de fluide froid serait aspirée. Une telle configuration reste cependant à tester afin d'en connaître les performances. Des tests expérimentaux ont confirmé que le mélange de deux gaz injectés parallèlement peut être suffisamment retardé dans un canal courbé pour avoir lieu après une distance jusqu'au double de la longueur du rotor de la turbine. Le couplage entre les vitesses tangentielles des gaz et les accélérations centripètes dans le canal courbé de tests empêche d'observer l'effet de chacun sur la stratification et rend difficile toute comparaison avec le modèle analytique. Enfin, un réseau de résistance thermique débutant à l'écoulement principal, passant par le gaz de refroidissement et finissant à la paroi, relie le flux thermique traversant la paroi de bout de pales avec le débit massique de refroidissement et la température de la paroi. Cette analyse fait le lien avec le refroidissement par ailettes de la turbine et la combinaison des deux types de refroidissement donnera le débit total de refroidissement nécessaire pour la TCCR.

La difficulté de prédire les performances du refroidissement par film sur la paroi de bout de pales de la TCCR, combinée au stade précoce de développement de la turbine incite à utiliser, pour le moment, le refroidissement par film comme système de refroidissement redondant et non comme partie intégrante du système de refroidissement de la TCCR. Les travaux futurs élucideront les incertitudes actuelles et permettront d'optimiser l'utilisation du refroidissement par film.

## 7.1 Travaux futurs

Bien que ce projet de maîtrise permette de comprendre comment se comporte le refroidissement par film de la paroi de bout de pales dans la TCCR, les données expérimentales n'ont pas pu confirmer le modèle de stabilité. Il est donc nécessaire de faire la conception d'un banc d'essai rotatif afin de découpler le champ centrifuge de la vitesse des gaz et ainsi, pouvoir tester le modèle. L'utilisation d'un banc d'essai rotatif servira à quantifier les performances du refroidissement par film, dont le comportement est décrit de façon qualitative pour le moment. Une fois le modèle validé par un banc d'essai en rotation, un refroidissement par film pourra être testé dans un prototype complet et l'utilisation d'une peinture thermique viendra valider les performances anticipées. Cette phase de tests sera accompagnée d'une phase d'optimisation des paramètres du refroidissement par film comme la quantité de gaz à injecter. L'utilisation de matériaux poreux n'a pas produit de stratification dans les tests effectués, alors qu'une fente l'a fait. Le moyen d'injection doit faire l'objet d'études plus approfondies, car le moyen semble influencer fortement la stratification. De plus, les nombreux écoulements secondaires abordés dans la revue de littérature n'ont pas été considérés dans ce mémoire afin de se concentrer sur la compréhension des grands vecteurs physiques influençant le refroidissement par film. Dans une phase d'optimisation, il sera donc important de considérer l'interaction avec les pales et écoulements secondaires.

# LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] 'IEA Sankey Diagram'. [Online]. Available: <http://www.iea.org/Sankey/#?c=World&s=Balance>. [Accessed: 06-Feb-2017].
- [2] C. Rubio-Maya, J. Uche-Marcuello, A. Martínez-Gracia, and A. A. Bayod-Rújula, 'Design Optimization of a Polygeneration Plant Fuelled by Natural Gas and Renewable Energy Sources', *Appl. Energy*, vol. 88, no. 2, pp. 449–457, Feb. 2011.
- [3] B. Owens, 'The rise of distributed power', General Electric, Cincinnati, OH, USA, Review, 2014.
- [4] C. F. McDonald and C. Rodgers, 'Ceramic Recuperator and Turbine: The Key to Achieving a 40 Percent Efficient Microturbine', in *Proc. of the ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea, and Air*, Reno, NV, USA, 2005, vol. 1, pp. 963–971.
- [5] Y. A. Cengel, M. A. Boles, and M. Lacroix, *Thermodynamique: Une approche pragmatique*. De Boeck Supérieur, 2009.
- [6] Capstone Turbine Corporation, 'Combined Heat and Power Systems Technology Development and Demonstration 370 kW High Efficiency Microturbine', U.S. Department of Energy, Los Angeles, CA, USA, Technical Report ER-3001334-000-00, Oct. 2015.
- [7] I. Takehara, T. Tatsumi, and Y. Ichikawa, 'Summary of CGT302 Ceramic Gas Turbine Research and Development Program', *J. Eng. Gas Turbines Power*, vol. 124, no. 3, pp. 627–635, Jun. 2002.
- [8] M. V. Roode, M. K. Ferber, and D. W. Richerson, *Ceramic Gas Turbine Design and Test Experience*. ASME Press, 2002.
- [9] J. E. Lincoln, Z. McHale, R. J. Jurek, S. L. Hout, and D. B. Curliss, '900 °F Glass Transition Temperature Material for Structural Composites and High Temperature Composite Tooling Applications', presented at the International SAMPE Technical Conference, Wichita, KS, USA, 2009.
- [10] J.-C. Han, 'Fundamental Gas Turbine Heat Transfer', *J. Thermal Sci. Eng. Appl*, vol. 5, no. 2, pp. 021007–021007, May 2013.
- [11] R. J. Goldstein, E. R. G. Eckert, and F. Burggraf, 'Effects of hole geometry and density on three-dimensional film cooling', *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 17, no. 5, pp. 595–607, May 1974.
- [12] D. R. Pedersen, E. R. G. Eckert, and R. J. Goldstein, 'Film Cooling With Large Density Differences Between the Mainstream and the Secondary Fluid Measured by the Heat-Mass Transfer Analogy', *J. Heat Transfer*, vol. 99, no. 4, pp. 620–627, Nov. 1977.
- [13] M. Gritsch, A. Schulz, and S. Wittig, 'Adiabatic Wall Effectiveness Measurements of Film-Cooling Holes With Expanded Exits', *J. Turbomach*, vol. 120, no. 3, pp. 549–556, Jul. 1998.
- [14] D. L. Schmidt, B. Sen, and D. G. Bogard, 'Film Cooling With Compound Angle Holes: Adiabatic Effectiveness', *J. Turbomach*, vol. 118, no. 4, pp. 807–813, Oct. 1996.
- [15] K. Takeishi, M. Komiyama, Y. Oda, and Y. Egawa, 'Aerothermal Investigations on Mixing Flow Field of Film Cooling With Swirling Coolant Flow', *J. Turbomach*, vol. 136, no. 5, pp. 051001–051001, Sep. 2013.
- [16] U.S. Department of Energy-National Energy Technology Laboratory (NETL), L. Smith, H. Karim, S. Etemad, and W. Pfefferle, 'The Gas Turbine Handbook', *Engineering Faculty Book Gallery*, Jan. 2006.

- [17] N. V. Nirmalan and L. D. Hylton, 'An Experimental Study of Turbine Vane Heat Transfer With Leading Edge and Downstream Film Cooling', *J. Turbomach*, vol. 112, no. 3, pp. 477–487, Jul. 1990.
- [18] M. I. Ethridge, J. M. Cutbirth, and D. G. Bogard, 'Scaling of Performance for Varying Density Ratio Coolants on an Airfoil With Strong Curvature and Pressure Gradient Effects', *J. Turbomach*, vol. 123, no. 2, pp. 231–237, Feb. 2000.
- [19] F. E. Ames, 'Aspects of Vane Film Cooling With High Turbulence: Part II—Adiabatic Effectiveness', *J. Turbomach*, vol. 120, no. 4, pp. 777–784, Oct. 1998.
- [20] U. Drost and A. Bölcs, 'Investigation of Detailed Film Cooling Effectiveness and Heat Transfer Distributions on a Gas Turbine Airfoil', *J. Turbomach*, vol. 121, no. 2, pp. 233–242, Apr. 1999.
- [21] J. Dittmar, A. Schulz, and S. Wittig, 'Assessment of Various Film-Cooling Configurations Including Shaped and Compound Angle Holes Based on Large-Scale Experiments', *J. Turbomach*, vol. 125, no. 1, pp. 57–64, Jan. 2003.
- [22] G. Barigozzi, A. Perdichizzi, and S. Ravelli, 'Pressure Side and Cutback Trailing Edge Film Cooling in a Linear Nozzle Vane Cascade at Different Mach Numbers', *J. Turbomach*, vol. 134, no. 5, pp. 051037-051037-10, Jun. 2012.
- [23] F. E. Ames, N. J. Fiala, and J. D. Johnson, 'Gill Slot Trailing Edge Heat Transfer: Effects of Blowing Rate, Reynolds Number, and External Turbulence on Heat Transfer and Film Cooling Effectiveness', pp. 351–362, Jan. 2007.
- [24] J.-C. Han and A. P. Rallabandi, 'TURBINE BLADE FILM COOLING USING PSP TECHNIQUE', *Frontiers in Heat and Mass Transfer*, vol. 1, no. 1, Jun. 2010.
- [25] S. Ito, R. J. Goldstein, and E. R. G. Eckert, 'Film Cooling of a Gas Turbine Blade', *J. Eng. Power*, vol. 100, no. 3, pp. 476–481, Jul. 1978.
- [26] R. P. Dring, M. F. Blair, and H. D. Joslyn, 'An Experimental Investigation of Film Cooling on a Turbine Rotor Blade', *J. Eng. Power*, vol. 102, no. 1, pp. 81–87, Jan. 1980.
- [27] R. S. Abhari and A. H. Epstein, 'An Experimental Study of Film Cooling in a Rotating Transonic Turbine', *J. Turbomach*, vol. 116, no. 1, pp. 63–70, Jan. 1994.
- [28] B. Yang, G. Xu, P. Childs, Z. Tao, and S. Ding, 'Prediction of coolant deflection tendencies in rotating film cooling', *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 224, no. 11, pp. 2435–2448, 2010.
- [29] J. Ahn, M. T. Schobeiri, J.-C. Han, and H.-K. Moon, 'Film Cooling Effectiveness on the Leading Edge Region of a Rotating Turbine Blade With Two Rows of Film Cooling Holes Using Pressure Sensitive Paint', *J. Heat Transfer*, vol. 128, no. 9, pp. 879–888, Apr. 2006.
- [30] A. B. Mehendale, J.-C. Han, S. Ou, and C. P. Lee, 'Unsteady Wake Over a Linear Turbine Blade Cascade With Air and CO<sub>2</sub> Film Injection: Part II—Effect on Film Effectiveness and Heat Transfer Distributions', *J. Turbomach*, vol. 116, no. 4, pp. 730–737, Oct. 1994.
- [31] S. V. Ekkad, J. C. Han, and H. Du, 'Detailed Film Cooling Measurements on a Cylindrical Leading Edge Model: Effect of Free-Stream Turbulence and Coolant Density', *J. Turbomach*, vol. 120, no. 4, pp. 799–807, Oct. 1998.
- [32] P. Martini, A. Schulz, and H.-J. Bauer, 'Film Cooling Effectiveness and Heat Transfer on the Trailing Edge Cutback of Gas Turbine Airfoils With Various Internal Cooling Designs', *J. Turbomach*, vol. 128, no. 1, pp. 196–205, Feb. 2005.

- [33] S. Mhetras, D. Narzary, Z. Gao, and J.-C. Han, 'Effect of a Cutback Squealer and Cavity Depth on Film-Cooling Effectiveness on a Gas Turbine Blade Tip', *J. Turbomach*, vol. 130, no. 2, pp. 021002–021002, Feb. 2008.
- [34] Y. W. Kim, J. P. Downs, F. O. Soechting, W. Abdel-Messeh, G. D. Steuber, and S. Tanrikut, 'Darryl E. Metzger Memorial Session Paper: A Summary of the Cooled Turbine Blade Tip Heat Transfer and Film Effectiveness Investigations Performed by Dr. D. E. Metzger', *J. Turbomach*, vol. 117, no. 1, pp. 1–11, Jan. 1995.
- [35] J. S. Kwak and J.-C. Han, 'Heat Transfer Coefficients and Film Cooling Effectiveness on the Squealer Tip of a Gas Turbine Blade', *J. Turbomach*, vol. 125, no. 4, pp. 648–657, Dec. 2003.
- [36] L. S. Langston, 'Crossflows in a Turbine Cascade Passage', *J. Eng. Power*, vol. 102, no. 4, pp. 866–874, Oct. 1980.
- [37] S. P. Harasgama and C. D. Burton, 'Film Cooling Research on the Endwall of a Turbine Nozzle Guide Vane in a Short Duration Annular Cascade: Part 1—Experimental Technique and Results', *J. Turbomach*, vol. 114, no. 4, pp. 734–740, Oct. 1992.
- [38] S. Friedrichs, H. P. Hodson, and W. N. Dawes, 'The Design of an Improved Endwall Film-Cooling Configuration', *J. Turbomach*, vol. 121, no. 4, pp. 772–780, Oct. 1999.
- [39] Z. Gao, D. Narzary, and J.-C. Han, 'Turbine Blade Platform Film Cooling With Typical Stator-Rotor Purge Flow and Discrete-Hole Film Cooling', *J. Turbomach*, vol. 131, no. 4, pp. 041004–041004-11, Jul. 2009.
- [40] G. Barigozzi, G. Benzoni, G. Franchini, and A. Perdichizzi, 'Fan-Shaped Hole Effects on the Aero-Thermal Performance of a Film-Cooled Endwall', *J. Turbomach*, vol. 128, no. 1, pp. 43–52, Feb. 2005.
- [41] Z. Gao, D. Narzary, S. Mhetras, and J.-C. Han, 'Upstream Vortex Effects on Turbine Blade Platform Film Cooling With Typical Stator-Rotor Purge Flow', pp. 707–718, Jan. 2007.
- [42] A. Suryanarayanan, S. P. Mhetras, M. T. Schobeiri, and J. C. Han, 'Film-Cooling Effectiveness on a Rotating Blade Platform', *J. Turbomach*, vol. 131, no. 1, pp. 011014–011014-12, Oct. 2008.
- [43] W.-L. Fu, L. M. Wright, and J.-C. Han, 'Rotational Buoyancy Effects on Heat Transfer in Five Different Aspect-Ratio Rectangular Channels With Smooth Walls and 45Degree Ribbed Walls', *J. Heat Transfer*, vol. 128, no. 11, pp. 1130–1141, Apr. 2006.
- [44] T. L. Bergman, A. S. Lavine, and F. P. Incropera, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 7th Edition*. Wiley Global Education, 2011.
- [45] M. van Roode, 'German Automotive Ceramic Gas Turbine Development', in *Ceramic Gas Turbine Design and Test Experience*, vol. 1, M. van Roode, Ed. New York, NY, USA: ASME, 2002, pp. 453–498.
- [46] C. Landry, P. K. Dubois, N. Courtois, F. Charron, M. Picard, and J.-S. Plante, 'Development of an Inside-Out Ceramic Turbine', in *Proc. of the ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Seoul, South Korea, 2016, vol. 8, p. V008T23A022.
- [47] D. Keener, J. Lenertz, R. Bowersox, and J. Bowman, 'Transpiration cooling effects on nozzle heat transfer and performance', *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 32, no. 6, pp. 981–985, 1995.
- [48] P. G. Drazin and W. H. Reid, *Hydrodynamic Stability*. New York: Cambridge University Press, 1982.

- [49] T. Funada and D. D. Joseph, ‘Viscous potential flow analysis of Kelvin-Helmholtz instability in a channel’, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 445, pp. 263–83, Oct. 2001.
- [50] R. Asthana, M. K. Awasthi, and G. S. Agrawal, ‘Viscous potential flow analysis of Kelvin-Helmholtz instability of a cylindrical flow with heat and mass transfer’, *Heat Transfer - Asian Research*, vol. 43, no. 6, pp. 489–503, Sep. 2014.
- [51] W. L. Jones, ‘Reflexion and stability of waves in stably stratified fluids with shear flow: a numerical study’, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 34, no. 3, pp. 609–24, Dec. 1968.
- [52] H. Schlichting, *Boundary-Layer Theory*, 7th ed. USA: McGraw-Hill, 1979.
- [53] S. V. Bogovalov, V. D. Borisevich, V. D. Borman, V. A. Kislov, I. V. Tronin, and V. N. Tronin, ‘Verification of the numerical codes for modelling of gas dynamics in strong centrifugal field’, in *International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2014 (ICNAAM-2014), 22-28 Sept. 2014*, 2015, vol. 1648, p. 030024 (4 pp.).
- [54] M. Clauser and F. Clauser, ‘The effect of curvature on the transition from laminar to turbulent boundary layer’, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical note 613, Sep. 1937.
- [55] H. W. Liepmann, ‘Investigations on laminar boundary-layer stability and transition on curved boundaries’, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, Advance Confidential Report 3H30, May 1946.
- [56] T. W. Simon and R. J. Moffat, ‘Turbulent boundary layer heat transfer experiments: a separate effects study on a convexly curved wall’, *Transactions of the ASME. Journal of Heat Transfer*, vol. 105, no. 4, pp. 835–40, Nov. 1983.
- [57] S. G. Schwarz, R. J. Goldstein, and E. R. G. Eckert, ‘The influence of curvature on film cooling performance’, *Transactions of the ASME. The Journal of Turbomachinery*, vol. 113, no. 3, pp. 472–8, Jul. 1991.
- [58] Y. Qin, J. Ren, and H. Jiang, ‘Effects of streamwise pressure gradient and convex curvature on film cooling effectiveness’, in *ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition, GT 2014, June 16, 2014 - June 20, 2014*, 2014, vol. 5B, p. International Gas Turbine Institute.
- [59] A. Shalchi-Tabrizi, M. Taiebi-Rahni, G. Xie, and M. Asadi, ‘Numerical investigation of wall curvature effects on heat transfer and film cooling effectiveness’, *Heat Transfer Research*, vol. 47, no. 6, pp. 559–574, 2016.
- [60] M. Kumada, T. Mitsuya, N. Kasagi, and M. Hirata, ‘Heat Transfer Measurement in the Full-Coverage Film Cooling on a Convexly Curved Wall’, in *Heat Transfer and Fluid Flow in Rotating Machinery. First International Symposium on Transport Phenomena.*, 1987, pp. 76–85.
- [61] W. Blumen, ‘Shear layer instability of an inviscid compressible fluid’, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 40, no. 4, pp. 769–81, Mar. 1970.
- [62] G. S. Triantafyllou, ‘Note on the Kelvin-Helmholtz instability of stratified fluids’, *Physics of Fluids*, vol. 6, no. 1, pp. 164–71, Jan. 1994.
- [63] N. Kasagi, M. Hirata, M. Ikeyama, M. Makino, and M. Kumada, ‘Effects of the Wall Curvature on the Full-Coverage Film Cooling Effectiveness.’, in *Heat Transfer and Fluid Flow in Rotating Machinery. First International Symposium on Transport Phenomena.*, 1987, pp. 103–112.
- [64] J. T. Stuart, ‘On the Effects of Uniform Suction on the Steady Flow Due to a Rotating Disk’, *Q J Mechanics Appl Math*, vol. 7, no. 4, pp. 446–457, Jan. 1954.

- [65] 'METAPOR BF100AL', *CMT Materials*. [Online]. Available: <http://cmtmaterials.com/thermoforming-products/metapor-air-permeable-composites/metapor-bf100al/>. [Accessed: 28-Feb-2017].
- [66] A. P. Lapsa and W. J. A. Dahm, 'Hyperacceleration effects on turbulent combustion in premixed step-stabilized flames', *Proceedings of the Combustion Institute*, vol. 32 II, pp. 1731–1738, 2009.
- [67] J. D. Anderson jr., *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, 1985.