

CIEPLNE MASZyny PRZEPLYWOWE

No. 143

TURBOMACHINERY

2013

Piotr GRZYMSKI
Politechnika Łódzka
Instytut Maszyn Przepływowych
piotr@grzymski.com

NUMERYCZNA ANALIZA PRZEPLYWU PRZEZ TURBINĘ SAVONIUSA W PROGRAMIE MATLAB Z WYKORZYSTANIEM METODY WIRÓW DYSKRETNÝCH

Streszczenie: Celem niniejszej pracy jest numeryczne przedstawienie przepływu wokół rotora Savoniusa na płaszczyźnie zespolonej oraz stworzenie kodu w programie MATLAB, w celu przewidywania wydajności aerodynamicznej turbiny. Geometria rotora na płaszczyźnie zespolonej, została przedstawiona przez dwa półkola, przemieszczone wzdłuż wspólnej średnicy. Założono wpływ lepkości wyłącznie do nieskończonej cienkiej warstwy płynu, stykającego się z powierzchnią łopatek rotora. Warunki brzegowe Dirchleta, Neumana oraz prawo Kutty-Żukowskiego zostały wykorzystane w modelu matematycznym. Wyniki poddane zostały walidacji z danymi eksperymentalnymi innych badaczy oraz symulacją w programie ANSYS CFX dla analizowanej geometrii rotora.

Słowa kluczowe: Savonius, turbina wiatrowa, Metoda Wirów Dyskretnych.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE FLOW PAST A SAVONIUS WIND TURBINE USING DISCRETE VORTEX METHOD IN MATLAB

Abstract: The aim of this paper is to numerically represent complex flow over a Savonius rotor and to develop a code in MATLAB software, for predicting its aerodynamic performance. Geometry of the rotor was represented in complex plane, by two semicircles, displaced along their common diameter. It was assumed that the influence of viscosity is confined to an infinitely thin layer of fluid adjacent to the surface of the rotor blades. The Dirichlet, Neuman boundary condition and Kutta Joukowski condition have been used in the modelling. The results were validated by experimental data presented by other researchers and simulation performed in ANSYS CFX for analysed rotor geometry.

Keywords: Savonius, wind turbine, Discrete Vortex Method.

1. WSTĘP

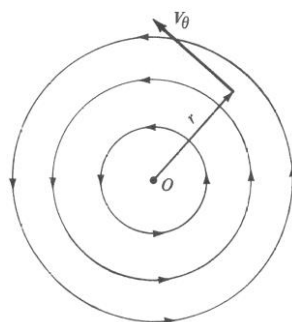
Prosumcja to idea ekonomiczna, zgodnie z którą każdy konsument jest jednocześnie producentem. Takie rozwiązanie pozwala na przesył energii nie tylko od sprzedawcy do odbiorcy, ale również od prosumenta do sieci. Odbiorca energii może sprzedać nadwyżkę mocy wytworzonej na potrzeby własnego domu, który można nazwać mikro-źródłem.

Intencją przeprowadzonych badań jest zainicjowanie długofalowego przedsięwzięcia, którego bezpośrednim celem jest wypełnienie niszy w gospodarce energetycznej, którą można zidentyfikować jako zdecentralizowane źródła energii. Projekt jest pierwszym krokiem autora w stronę rozwoju energetyki prosumenckiej, dostarczając niezbędnych narzędzi przeznaczonych dla użytku osób zainteresowanych rozpoczęciem produkcji energii w mikroskali, na potrzeby własnego gospodarstwa domowego, które zdefiniować można jako mikroenergetyka obywatelska.

Praca badawcza dotyczy numerycznej analizy opływu powietrza wokół turbiny Savoniusa, która może stanowić źródło energii w rozproszonej sieci energetycznej. Na podstawie przeprowadzonych badań powstał program, w którym zaimplementowano model opływu powietrza wokół wspomnianej turbiny wykorzystując do tego metodę wirów dyskretnych. W przyszłości program współpracując z urządzeniami pomiarowym mógłby posłużyć jako system do oceny opłacalności budowy turbiny wiatrowej, dla wybranych lokalizacji.

2. MODEL MATEMATYCZNY

Metoda wirów dyskretnych jest jedną z najbardziej odpowiednich sposobów rozwiązywania problemów, w których pole przepływu potencjalnego zawiera duże strefy wirowości. Wykorzystując wspomnianą metodę do obliczeń numerycznych, zasymulować można pole przepływu biorąc pod uwagę przepływ potencjalny, zdefiniowany poprzez skończoną liczbę wirów dyskretnych oraz poprzez śledzenie ich przemieszczenia w czasie, spowodowanego wzajemną interakcją. Na Rys. 1. zaprezentowano prawo Biota-Savarta opisujące koncepcję przepływu wirowego w opisywanej metodzie.



Rys. 1. Koncepcja przepływu wirowego na podstawie prawa Biota-Savarta [2]

Fig. 1. Vortex flow concept basing on Biot-Savart law [2]

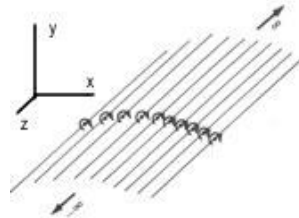
Z założeń wynika, że w dowolnym punkcie, potencjał i prędkość indukowana poprzez arbitralny, punktowy wir, są wyrażone poprzez następujące wzory:

$$\Phi_j = -\frac{\Gamma}{2\pi r_j} \theta \quad (1)$$

$$\vec{V}_j = \nabla \Phi_j = -\frac{\hat{k}}{2\pi r_j} \Gamma \quad (2)$$

gdzie r jest odległością od środka wiru, Γ przedstawia cyrkulację, θ kat pomiędzy wektorem promienia oraz osią X , układu odniesienia, natomiast \hat{k} jest jednostkowym wektorem w kierunku z układu odniesienia. Jak wynika ze wzoru (2) prędkość indukowana, wyrażona jest poprzez gradient potencjału.

Wzdłuż powierzchni poruszającego się ciała, zanurzonego w jednolitym przepływie, tworzą się wiry wywołane efektem lepkości, które ostatecznie odrywają się od obiektu tworząc wolne wiry. Uproszczenie zastosowane w modelu odnosi się tylko do częściowego ujęcia efektu lepkości. W przeprowadzonej analizie, wpływ lepkości zawarty jest wyłącznie w nieskończenie cienkiej warstwie płynu, przylegającej do powierzchni łopat turbiny. Zjawisko „odrywania” się wirów od geometrii rotora Savoniusa podlega zasadzie Kutty. Wspomniane twierdzenie zakłada łagodny spływ czynnika z krawędzi turbiny, czyli składowa prędkości normalna do powierzchni łopata równa jest zero. Biorąc pod uwagę wszystkie wymienione założenia, oderwane wiry zostają wyznaczone poprzez rozwiązanie równań warstwy przyściennej oraz zidentyfikowanie punktów separacji. Ponadto, wiry tworzą „powierzchnie prądu” emitowane z ostrych krawędzi geometrii reprezentujące cyrkulację czynnika. Na Rys. 2 przedstawiono wspomniane powierzchnie jako serie nieskończenie długich, wirów dyskretnych w celu aproksymacji ciągłej cyrkulacji dla trójwymiarowych problemów. W poniższej pracy geometria rotora Savoniusa (gdzie oś obrotu pokrywa się z osią Z) jest zdefiniowana w formie nieskończenie długich związanych wirów dyskretnych, dzięki czemu zredukowano problem do dwóch wymiarów. Wszystkie przemieszczenia są analizowane wyłącznie w płaszczyźnie XY . Potencjalne pole napływu z jednorodną prędkością zgodne jest z kierunkiem osi X .

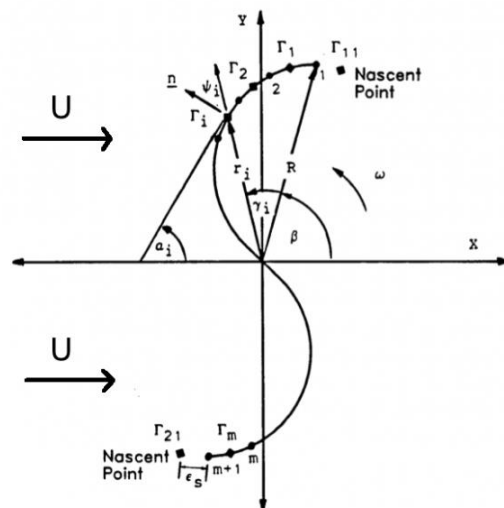


Rys. 2. Wiry dyskretne w formie prętów w 3D (wyrażone punktowymi wirami w 2D) [1]
 Fig. 2. Discrete Vortex filaments in 3D (expressed as point vortices in 2D) [1]

Kształt warstwy cyrkulującego płynu (powietrza) wynika bezpośrednio z założenia, że różnice w wartości prędkości we wszystkich punktach na powierzchni oraz różnice w ciśnieniu w poprzek są równe zero. Rotacja pola prędkości prowadzi do gromadzenia się oderwanych wirów w skupiska, zwane klastkami wirów, które przemieszczają się zgodnie z kierunkiem przepływu. W praktyce, efekt lepkości w połączeniu z dyfuzją prowadzi do wytworzenia się skończonej liczby ośrodków cyrkulacji płynu. Jediną niewiadomą w analizowanym modelu jest pole prędkości, na podstawie którego, wyliczyć można moment oraz generowaną moc, a w efekcie końcowym, całkowitą sprawność rotora Savoniusa dla konkretnych warunków wejściowych.

3. GEOMETRIA ROTORA SAVONIUSA W MODELU MATEMATYCZNYM

W prezentowanej pracy wykorzystano dwuramienną konstrukcję rotora Savoniusa z łopatkami o nieskończenie małej grubości, która zaprezentowana została na Rys. 2. Kontur łopatek został podzielony na m równych, prostych, liniowych segmentów (elementów, Rys. 3). Krańcowe punkty segmentów, wliczając zakończenia łopatek są punktami kontrolnymi ($m + 1$ węzłów), natomiast wiry dyskretne zlokalizowane są pośrodku odcinków (m punktów osobliwych). Wirowość niewiadomych wirów związanych z geometrią jest oznaczona poprzez Γ_{si} ($i = 1, \dots, m$). Środek obrotu pokrywa się z początkiem układu współrzędnych, a dodatni kierunek obrotu jest przeciwny do ruchu wskazówek zegara. Pozycja kątowa rotora określana jest przez kąt β . Dla wszystkich punktów geometrii (osobliwych i kontrolnych) wyliczone zostały współrzędne polarne, r_{si}, γ_{si} ($i = 1, \dots, m$) dla lokalizacji wirów oraz r_{ni}, γ_{ni} ($i = 1, \dots, m + 1$) dla punktów kontrolnych. Ponadto, wyliczone zostały kąty pomiędzy zewnętrznym wektorem normalnym, a promieniem wodzącym do odpowiedniego punktu geometrii ψ_i . Jednorodny przepływ (wiatr) jest zgodny z kierunkiem osi X .



Rys. 3. Szczegółowy opis parametrów problemu [2]

Fig. 3. Detailed problem parameters [2]

4. SFORMUŁOWANIE NIESTACJONARNEGO PRZEPŁYWU POTENCJALNEGO

W prezentowanym modelu w celu wizualizacji zjawiska oderwania wiru dyskretnego od geometrii, w pobliżu punktów separacji (końców łopat), umieszczono „punkty separacji”, w których powstają wolne wiry. Pozycja tych punktów jest znana, jednak wirowość wolnych wirów jest niewiadoma [2]. W modelu matematycznym wykorzystano wzory (3, 4) wyprowadzone przez Fernando [2], które opisują pole prędkości wokół rotora Savoniusa na płaszczyźnie zespolonej. Warunkami brzegowymi jest styczny przepływ wzdłuż geometrii turbiny, warunek Kutty odnośnie odrywania się wirów oraz prawo cyrkulacji Kelwina, w celu połączenia rotora z generowaniem strugi, w czasie.

$$W(z) = \frac{i}{2\pi} \sum_{i=0}^m \Gamma_{si} \ln(z - z_{si}) + \frac{i}{2\pi} \sum_{j=0}^{2k} \Gamma_{wj} \ln(z - z_{wj}) + C \quad (3)$$

$$w(z) = \frac{i}{2\pi} \sum_{i=0}^m \frac{\Gamma_{si}}{(z - z_{si})} + \frac{i}{2\pi} \sum_{j=0}^{2k} \frac{\Gamma_{wj}}{(z - z_{wj})} \quad (4)$$

$W(z)$ jest wynikowym potencjałem zespolonym przepływu w dyskretnej formie w punkcie z , dla wszystkich wirów związanych z geometrią o cyrkulacji równej Γ_{si} w z_{si} oraz wolnych wirów w prądzie o cyrkulacji Γ_{wj} w z_{wj} w danym momencie (po k krokach czasowych). C jest stałą w danym kroku czasowym, a dodatni kierunek cyrkulacji jest zgodny z obrotem wskazówek zegara.

Prędkość zespolona $w(z)$ w teorii przepływu potencjalnego reprezentuje prawo Biota – Savarta dla wszystkich wirów (związanych i wolnych). Jak wynika ze wzoru 4, dla $z \rightarrow \infty$ prędkości $w(z) \rightarrow 0$, natomiast założony model wymaga, aby jednostajna prędkość w kierunku x w nieskończoności była równa U (wejściowej prędkości wiatru). Dlatego równania ostatecznie muszą przyjąć następującą formę [7]:

$$W(z) = \frac{i}{2\pi} \sum_{i=0}^m \Gamma_{si} \ln(z - z_{si}) + \frac{i}{2\pi} \sum_{j=0}^{2k} \Gamma_{wj} \ln(z - z_{wj}) + U + C \quad (5)$$

$$w(z) = \frac{i}{2\pi} \sum_{i=0}^m \frac{\Gamma_{si}}{(z - z_{si})} + \frac{i}{2\pi} \sum_{j=0}^{2k} \frac{\Gamma_{wj}}{(z - z_{wj})} + U \quad (6)$$

W celu znalezienia rozwiązania dla problemu zdefiniowanego w modelu, powyższe równania należy zastosować dla wszystkich punktów kontrolnych ($m + 1$). Przed tym należy jednak obliczyć cyrkulację dla wszystkich wirów związanych z geometrią (m), oraz w dwóch punktach rodzących, czyli należy sformułować $m + 2$ równań. Głównym warunkiem brzegowym jest przepływ wzdłuż geometrii (prędkość w kierunku normalnym w punktach kontrolnych musi być równa zero) [2], który sformułować można następująco:

$$\text{Real} \{w(z_{ni})e^{i\phi_{ni}}\} - r_{ni}\omega \sin \psi_{ni} = 0, \quad (i = 1, \dots, m + 1) \quad (7)$$

$\phi_{ni} = \psi_{ni} + \gamma_{ni} + \beta$, reprezentuje kąt pomiędzy osią x oraz zewnętrznym wektorem normalnym do geometrii rotora w danym (i) punkcie kontrolnym.

Po zastosowaniu wzoru dla wszystkich punktów kontrolnych, otrzymujemy $m + 1$ jednoczesnych równań. Równaniem pomocniczym jest warunek brzegowy bazujący na teorii Kelwina, zachowania cyrkulacji, w której suma wszystkich cyrkulacji wirów w systemie (związanych i wolnych) musi być równa zero [2].

$$\sum_{i=0}^m \Gamma_{si} + \sum_{j=0}^{2k} \Gamma_{wj} = 0 \quad (8)$$

W każdym momencie t , obliczana jest wirowość m związanych oraz dwóch wirów w punktach separacji, na podstawie równań (7) oraz (8). W trakcie okresu czasu Δt , wiry w punktach separacji zostają oderwane i przemieszczają się z prędkością równą sumie prędkości wiatru, obrotu rotora oraz prędkości indukowanej przez inne wiry występujące w systemie. W tym samym czasie rotor postępuje o kąt $\omega\Delta t$. W następnym kroku czasowym, układ nowych wirów związanych i odrywających, zostaje ustalony poprzez ponowne rozwiązanie układu $m + 2$ równań. Procedura postępuje do czasu całkowitego rozwinięcia strugi.

W każdym kroku czasowym, prędkość i -tego ($i = 1, \dots, 2k$) wolnego wiru jest obliczana ze wzoru 9 i jest sumą wejściowej prędkości wiatru oraz prędkości indukowanej od wszystkich wirów występujących w systemie z pominięciem analizowanego wiru. W kolejnym kroku czasowym znajdowana jest nowa pozycja wolnego wiru (równanie 10) przez obliczenie przemieszczenia w czasie Δt z obliczoną prędkością.

$$w(z_{wi}) = \frac{i}{2\pi} \sum_{i=0}^m \frac{\Gamma_{si}}{(z_{wi} - z_{si})} + \frac{i}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{2k} \frac{\Gamma_{wj}}{(z_{wi} - z_{wj})} + U \quad (9)$$

$$z_{wi}(t + \Delta t) = z_{wi}(t) + \overline{w(z_{wi})} \Delta t \quad (10)$$

5. MODEL MATEMATYCZNY W PROGRAMIE MATLAB

Układy równań zdefiniowane w modelu matematycznym w programie obliczane są w formie macierzy. Układ równań linowych (7) i (8) zostaje zaimplementowany w formie równania macierzowego (11).

$$\mathbf{A}_i \mathbf{x} = \mathbf{B}_i \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} a_{1Nasc1} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1m} & a_{1Nasc2} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{iNasc1} & \cdots & a_{ij} & & a_{im} & a_{iLE} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m+1Nasc1} & \cdots & a_{m+1j} & \cdots & a_{m+1m} & a_{m+1Nasc2} \\ 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_j \\ \vdots \\ \Gamma_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{n1}\omega\sin\psi_{ni} - b_1 - U\cos\phi_{ni} \\ \vdots \\ r_{ni}\omega\sin\psi_{ni} - b_i - U\cos\phi_{ni} \\ \vdots \\ r_{nm+1}\omega\sin\psi_{ni} - b_{m+1} - U\cos\phi_{ni} \\ \vdots \\ -\sum_{j=1}^{2k} \Gamma_{wj} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 b_i &= \text{Real} \left\{ \left[\frac{i}{2\pi} \sum_{l=1}^{2k} \frac{\Gamma_{wl}}{(z_{ni} - z_{wl})} \right] e^{i\phi_{ni}} \right\} \\
 a_{ij} &= \text{Real} \left\{ \left[\frac{i}{2\pi} \sum_{l=1}^{2k} \frac{e^{i\phi_{ni}}}{(z_{ni} - z_j)} \right] \right\}
 \end{aligned} \quad \begin{cases} i = 1, \dots, m + 1 \\ j = 1, \dots, m + 2 \\ l = 1, \dots, 2k \end{cases} \quad (12)$$

A_{ij} jest macierzą kwadratową o wymiarach $(m + 2) \times (m + 2)$, natomiast x i B_{ij} są wektorami kolumnowymi. A_{ij} można określić jako współczynniki oddziaływania wirów związanych na punkty kontrolne, które są wyłącznie zależne od geometrii rotora i nie ulegają zmianie w trakcie rozwiązywania problemu. Wektor x reprezentuje niewiadome wartości cyrkulacji wirów związanych i uwalniających się (rodzących), które obliczane są w każdym kroku czasowym. B_{ij} jest wektorem zawierającym współczynniki oddziaływania wolnych wirów na punkty kontrolne geometrii. Pierwsze $m + 1$ elementów definiują prędkość w kierunku normalnym do powierzchni łopaty w danym punkcie kontrolnym, natomiast ostatni element reprezentuje twierdzenie Kelwina (równanie 8).

Równanie macierzowe (11) w programie MatLab rozwiązane zostaje przy użyciu wbudowanej funkcji. Dla $t = 0$ obliczone zostają cyrkulacje wszystkich wirów związanych z geometrią oraz dwóch wirów odrywających się w punktach separacji. Następnie, powstałe wolne wiry zostają przemieszczone zgodnie z kierunkiem prędkości indukowanej w czasie Δt , wykorzystując równania (9) i (10). W celu rozwiązania tych równań, konieczne jest obliczenie macierzy ze współczynnikami oddziaływania oraz zapisania w pamięci ich wartości do późniejszych operacji.

Program został wykorzystany do przeprowadzenia obliczeń zarówno dla obracającego się rotora jak również stacjonarnego. W przypadku obrotu turbiny nieznane są punkty separacji wirów, dlatego podtrzymano lokalizacje punktów separacji w pobliżu końców łopat.

Moment obrotowy T obliczono korzystając z równania Blasiusa [3], który następnie podstawiono do wzorów (13, 14, 15) w celu wyznaczenia współczynnika momentu, średniej mocy P_k wytworzonej po k krokach czasowych oraz współczynnika mocy C_P .

$$C_T = \frac{T}{2 \frac{\rho}{2} (UR)^2}, \quad (13)$$

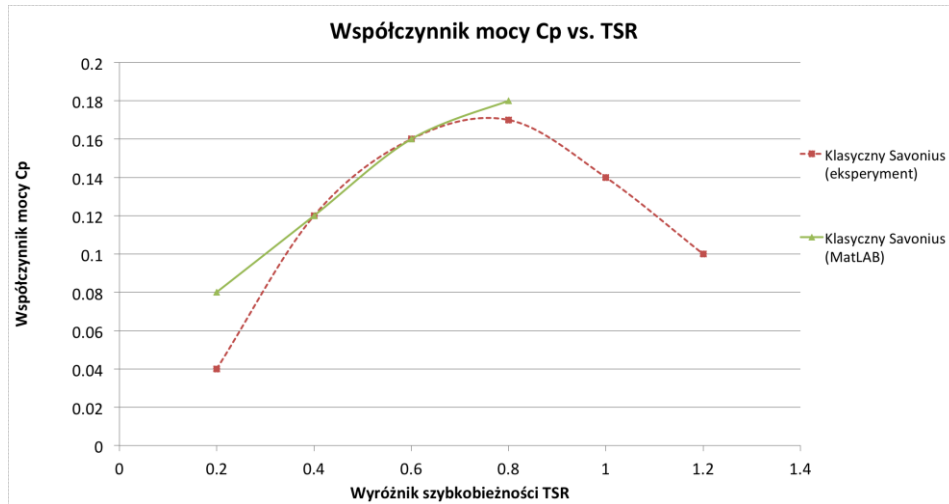
$$\frac{2P_k}{\rho} = \frac{1}{k\Delta t} \sum_{i=1}^k \frac{T_i}{2} \omega \Delta t, \quad (14)$$

$$C_P = \frac{P_k}{\frac{\rho}{2} U^3 2R}, \quad (15)$$

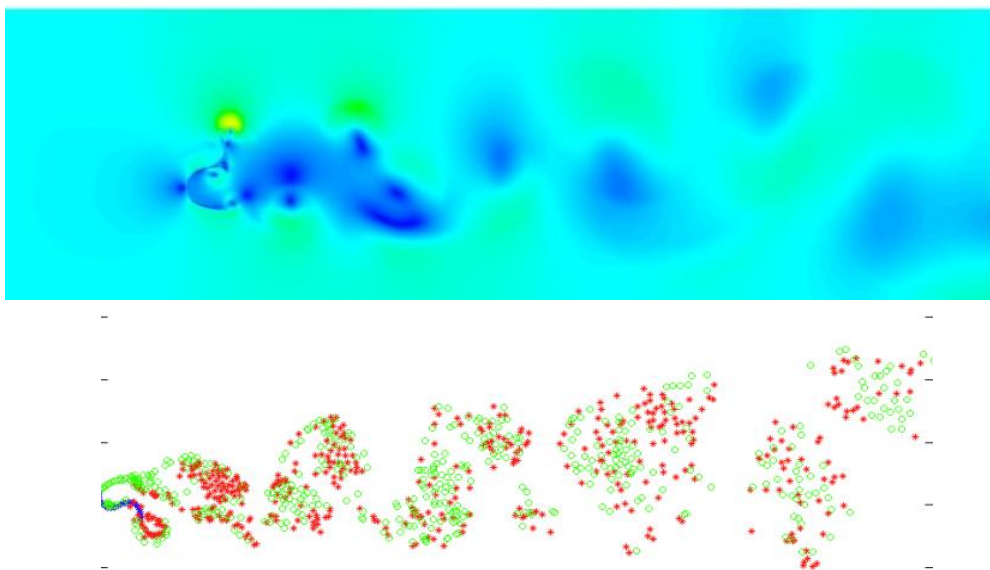
6. WERYFIKACJA MODELU

W celu weryfikacji poprawności modelu wyniki obliczeń porównano z danymi eksperymentalnymi opublikowanymi przez badacza Fujisawa [3]. Na Rys. 4 zaprezentowano wykresy zależności współczynnika mocy od wyróżnika szybkobieżności dla analizowanej klasycznej turbiny Savoniusa. Krzywe odnoszą się do danych zgromadzonych podczas badań w tunelu aerodynamicznym oraz wyników obliczeń w przedstawionym programie. Na wykresie zauważyć można, że dane eksperymentalne nieznacznie różnią się od tych uzyskanych przy pomocy oprogramowania. Jest to spowodowane szeregiem uproszczeń zastosowanych w modelu, głównie zdefiniowanie problemu w 2D. Ponadto, w programie pojawiały się przekłamanie wyników dla wyróżnika szybkobieżności turbiny przekraczającego wartość 0.8. Było to spowodowane niespełnieniem warunku brzegowego o „nieprzenikalności” geometrii rotora dla większych wartości prędkości obrotowej. Dla wspomnianych parametrów wejściowych pomimo zmniejszenia kroku czasowego Δt , oderwane wiry w szczególnych przypadkach przenikały przez segmenty geometrii, zamiast je opływać.

Poprawność modelu została również potwierdzona poprzez porównanie wizualizacji strugi za turbiną w MatLAB, z wynikiem symulacji geometrii rotora w programie do obliczeń przepływowych ANSYS CFX przez Kacprzaka [4]. Efekt porównania widoczny jest na Rys. 5.



Rys. 4. Porównanie wyników obliczeń z danymi eksperymentalnymi [3]
 Fig. 4. Comparison of the calculation results with experimental data [3]



Rys. 5. Porównanie strugi otrzymanej w symulacji CFD oraz za pomocą DVM
 Fig. 5. Comparison of the wake in CFD and DVM simulations

Pomimo faktu, że geometrie były przeciwne (odbicie lustrzane), wyraźnie widać podobieństwa w strukturze strugi. Klastry wirów powstają i przemieszczają się w podobny sposób. Ponadto w obu przypadkach zauważyć można ugięcie strugi o mały kąt w górę. Zjawisko to zostało opisane przez A.

Shigetomię jako efekt Magnusa [8] i jest spowodowane obrotem turbiny, który ma wpływ na przepływ powietrza wokół rotora.

7. WNIOSKI

Model matematyczny wykorzystany w programie jest niezwykle wymagający ze względu na ilość zmiennych parametrycznych, a także dostosowanie współczynników podlegających obliczeniom pod kątem analizowanego problemu fizycznego. Zbyt ogólnie przyjęte założenia prowadzą do znacznego ograniczenia uniwersalności stworzonego narzędzia oraz zmniejszenia dokładności wyników końcowych. Program należy jednak traktować jako pierwszy etap na drodze do stworzenia, uniwersalnego i efektywnego pod względem zasobów oraz czasu obliczeń, narzędzia do symulacji opływu powietrza wokół turbin wiatrowych o pionowej osi obrotu. Za wykorzystaniem metody wirów dyskretnych opowiada się czas obliczeń, który wynosił 5 min dla przypadku, który metodą CFD w ANSYS CFX [4] zajął ok. 7 godzin. Dokładność wyników jest zbliżona do wartości uzyskanych eksperymentalnie [5,6], dzięki czemu program może służyć jako szybki sprawdzian dla potencjalnych geometrii turbin w celu wyłonienia tej najbardziej optymalnej.

LITERATURA

- [1] Anderson J.D., *Fundamentals of Aerodynamics. 3rd Edition*, McGraw Hill Publishing, 2001.
- [2] Fernando M.S.U.K., Modi V.J., *A numerical analysis of the unsteady flow past a Savonius wind turbine*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1989, 32:303-327.
- [3] Fujisawa N., Gotoh F., *Experimental Study on the Aerodynamic Performance of a Savonius Rotor*. Journal of Solar Energy Engineering, 1994, 116(3):148-152.
- [4] Kacprzak K., *Numerical analysis of the flow in a two-bucket Savonius wind turbine*, 2011, Bachelor thesis.
- [5] Kamoji M.A., Kedare S.B., Prabhu S.V., *Performance tests on helical Savonius rotors*, 2009, Renewable Energy 34(3):521-529.
- [6] Lee Y., Korpela S.A., Horne R.N., *Structure of Multi-Cellular Natural Convection in a Tall Vertical Annulus*, Proceedings, 7th International Heat Transfer Conference, U. Grigul et al., eds., Hemisphere Publishing Corp., Washington D.C., 1982, Vol. 2, pp. 221-229.
- [7] Montelpare S., Ricci R., D'Alessandro V., Di Giovine G., *Aerodynamics of a Savonius Wind Rotor*, September 2009, von Karman Institute.
- [8] Shigetomi Akinari, Murai Yuichi, Tasaka Yuji, Takeda Yasushi, *Interactive flow field around two Savonius turbines*, Feb 1, 2011, Renewable Energy, Vol. 36 (2), Elsevier.