

# 分位点回帰によるボラティリティ分析\*

得 津 康 義

## 1. はじめに

ファイナンスにおける重要な仮説として Fama (1970) による効率的市場仮説<sup>1)</sup>があり, 市場が効率的であるならば, 市場に到着した情報は即座に証券価格に反映されるため平均的には超過収益を得ることはできないとされる。さらに効率的市場仮説では, 反映される情報別に市場の効率性を次の3段階に分けている。証券の過去の価格に関する情報をすべて反映して価格形成が行われる状態をウィーク型の効率性と呼ぶ。公開されている情報を即座に反映して価格形成が行われる状態をセミストロング型の効率性と呼び, 未公開情報も含めたすべての情報を即時に反映して価格形成が行われる状態をストロング型の効率性と呼んでいる。実際にインサイダー取引による事件が過去にも起こっているように, ストロング型の効率性を前提にすることは難しいが, 他の2つの効率性が満たされている可能性は考えられる。

理論的に情報が証券価格にどのように反映されるかに関して, 代表的な論文に Copeland (1976) による逐次情報流入仮説 (または順次取引モデル: Sequential Information Arrival Hypothesis) と Clark (1973) による分布混合仮説 (Mixture of Distribution Hypothesis) がある。Copeland (1976) では流入する情報に対する投資家の行動の結果, 株価変動と取引高に正の関係が生じることを明らかにした。一方, Clark (1973) は市場に流入す

\* 文部科学省科学研究費補助金「経済時系列モデルのパラメータ変化に関するモニタリング手法の研究開発」(研究代表者: 前川功一、研究期間: 2014年~2016年)の補助を受けている。

る情報の量に着目して、各時点の収益率と日中の情報流入の回数は確率的に変動しているため、日次収益率は混合正規分布に従うとしている。

市場に流入した情報がどのように価格へ反映されているかに関する検証は、株価変動と情報量の関係を分析することによって、これまでに多くの研究がなされてきた。古くは収益率の絶対値と取引高の相関分析や回帰分析、さらに多変量時系列モデルである VAR モデルを用いて検証、その他にも GARCH モデルや SV モデルと言ったボラティリティ変動モデルを用いた検証<sup>2)</sup>も行われている。

実証分析を行う際には、観測不可能な情報については取引高などが用いられ、株価変動を表わすボラティリティは、日次データから SV モデルや GARCH モデルを推定する方法、高頻度データと呼ばれる取引ごとの記録が全て収録されたデータが利用可能になってからは Realized Volatility<sup>3)</sup>が一般に利用されている。

この Realized Volatility を用いて Chan and Fong (2006) は1993年1月から2000年6月におけるダウ・ジョーンズの30社のデータに対して、情報として様々な取引データを利用した分析を行い、約定回数ボラティリティに対して説明力が高いと結論付けている。さらに Hatrick et al. (2011) では、2009年1月から5月までの香港証券取引所のデータに対して VAR モデルを利用してボラティリティとその他の取引データとの動的な関係を分析している。

上記の先行研究では古典的な回帰分析をベースとしているが、Realized Volatility は (1) 分布が非対称、(2) 稀に異常値に近い高い値が観測される、(3) 持続性や長期記憶性などの特徴があることが良く知られている。特に (1) や (2) が存在する場合、通常回帰分析では対応しきれなくなる。これは古典的な回帰分析は説明変数を条件づけた被説明変数の条件付き平均を推定するためである。そこで分布が偏りや異常値などが存在する場合に、説明変数と被説明変数の関係をモデル化する方法として Koenker and Bassett (1978) に提案された分位点回帰がある。近年では、分位点回帰

を使った計量ファイナンスの論文も数多くみられる。特に株価収益率と情報との関係に関する論文として Chiang (2012) は通常の分位点回帰を利用し、また Chen et al. (2015) では非線形 threshold quantile GARCH モデルを提案し、収益率と取引高との関係を分析している。株価変動と情報の関係に関する論文として Meligkotsidou (2015) や Bonaccolto (2016) では Realized Volatility が分位点回帰を用いてマクロ経済変数や金融変数によって予測精度の向上につながるかどうかの検証を行っている。Hassler (2013) では、上述した Realized Volatility の長期記憶性の検定に分位点回帰が用いられている。本稿ではボラティリティと取引情報との関係について分位点回帰を使って推定し、各分位点でそれらの情報がどの程度有効であるかについて分析を行う。本稿の概要は以下の通りである。第2節では分析で用いる分位点回帰について説明する。第3節では本稿で用いる東京証券取引所上場の高頻度データについての特徴や変数の説明を述べた後、実証分析の結果を示す。最後に得られた結果の整理と今後の研究課題を述べる。

## 2. 分位点回帰

分位点回帰モデルは、Koenker and Bassett (1978) によって提案された統計モデルであり、労働経済学をはじめ様々な分野で用いられてきたが、近年ではファイナンスの実証分析においても利用されてきている<sup>4)</sup>。分位点回帰に関する書籍としては Koenker (2005) や末石 (2015) があり、前者は体系的かつ網羅的に書かれており、後者は実証分析に必要な解説となっている。また、本田 (2016) では、分位点回帰に基づく時系列分析への応用について書かれている。本節ではこれからの分析に必要な箇所を中心に分位点回帰の紹介を行う。

### 2.1 分位点回帰モデル

$X$  を与えたときの確率変数  $Y$  の条件付き分布関数を  $F_Y(y|X) = P(Y \leq y|X)$  とすると、確率変数  $Y$  の条件付き分位点  $\tau$  は以下の式で表される。

$$Q_\tau(x) \equiv \inf \{y : F_{Y|X}(y|x) \geq \tau\}$$

さらに  $F_Y(y|X)$  が  $y$  について連続で狭義単調増加関数であれば、分布関数の逆関数が定義でき、以下の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} Q_\tau(x) &= F_{Y|X}^{-1}(\tau|x) \\ P(Y_i \leq Q_\tau(x) | X_i = x) &= \tau \end{aligned}$$

ここで  $Q_\tau(x)$  に次のような線形モデルを仮定する。

$$Y_i = X_i' \beta_\tau + u_{\tau i} \quad (1)$$

$Q_\tau(X_i) = X_i' \beta_\tau$  であるので

$$\tau = P(Y_i \leq X_i' \beta_\tau | X_i) = P(Y_i - X_i' \beta_\tau \leq 0 | X_i)$$

となり、最後の等式は以下ようになる。

$$P(u_{\tau i} \leq 0 | X_i) = \tau \quad (2)$$

(2) 式は  $X_i$  を与えたときの誤差項  $u_{\tau i}$  が 0 以下の確率が  $\tau$  となることを表している。(1) と (2) によって定式化されたモデルが線形分位点帰帰モデルである。次にパラメーターの推定であるが、ここではチェック関数を利用する推定法 (Koenker and Bassett (1978)) を述べる。まず、次のようなチェック関数を定義する。

$$\rho_\tau(u) = \begin{cases} -(1-\tau)u & u \leq 0 \\ \tau u & u > 0 \end{cases}$$

確率変数  $Y$  の  $\tau$  分位点は以下の式が満たされる。

$$Q_\tau = \arg \min_{\theta} E[\rho_\tau(Y - \theta)]$$

$\theta$  の代わりに  $X_i$  の任意の関数においても同様の議論が成り立ち、特に

$Q_\tau(X_i) = X_i' \beta_\tau$  とすれば

$$\beta_\tau = \arg \min_b E[\rho_\tau(Y_i - X_i' b)]$$

が成立する。よって  $\hat{\beta}_\tau$  は

$$\hat{\beta}_\tau = \arg \min_b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_\tau(Y_i - X_i' b)$$

により推定することが可能である。最後に KB 推定量の漸近分布は、

$\sqrt{n}(\hat{\beta}_\tau - \beta_\tau) \xrightarrow{d} N(0, V_\tau)$  ことが知られている。ここで  $V_\tau$  は以下の通りである。

$$V_\tau = \tau(1-\tau)E\left[X_i X_i' f_{u_i|X}(0|X_i)\right]^{-1} E\left[X_i X_i'\right] E\left[X_i X_i' f_{u_i|X}(0|X_i)\right]^{-1}$$

さらに  $X_\tau$  と  $u_{ti}$  に関するいくつかの条件のもとでは

$$V_\tau = \frac{\tau(1-\tau)}{f_{u\tau}^2(0)} E\left[X_i X_i'\right]^{-1}$$

となる。

### 3. 日次データによる実証分析

本稿では収録されている高頻度データから日付、証券コード、約定価格、取引高、買い気配で成立した約定回数、売り気配で成立した約定回数、始値および終値を抽出した。さらに5分ごとの約定価格<sup>5)</sup>からつぎに述べる Realized Volatility<sup>6)</sup>を計算した。

#### 3.1 Realized Volatility

ある資産の対数価格が以下のような拡散過程に従っていると仮定する。

$$dp(s) = \mu(s)ds + \sigma(s)dW(s)$$

ここで  $\mu(s)$ ,  $\sigma(s)$  はそれぞれ、ドリフトとボラティリティの平方根を表し、 $dW(s)$  はウィナー過程である。第  $t$  日目のボラティリティ  $\sigma_t^2$  は  $\sigma^2(s)$  を積分した形で定義され、Integrated Volatility (IV) と呼ばれる。

$$\sigma_t^2 = \int_t^{t+1} \sigma^2(s)ds$$

このIVの推定量の一つが Realized Volatility であり、次のように計算される。

$$RV_t = \sum_{i=1}^n r_{t,i}^2$$

ここで、 $r_{t,i}$  は第  $t$  日の日中の収益率であり、第  $t$  日のRVは各収益率の値の2乗和として定義される。 $RV_t$  は  $n \rightarrow \infty$  のときに

$$\text{plim}_{n \rightarrow \infty} RV_t = \sigma_t^2$$

となることが知られている。高頻度データを使ってRVを計算するときには、いくつかの考慮すべき点があるため、収益率の計算は5分毎の収益率を利用し、さらにHansen and Lunde (2005) が提案した、以下の修正を行う。

$$RV_t = \hat{c} \cdot RV_t^*$$

$$\hat{c} = \frac{n^{-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \hat{\mu})^2}{n^{-1} \sum_{t=1}^n RV_t^*}$$

ここで  $RV_t^*$  は取引が行われない休憩や夜間を除いて計算したRVであり、 $r_t$ ,  $\hat{\mu}$  は各銘柄の日次収益率とその平均の値である。この修正により日次RVの標本平均と日次収益率の分散が一致する。

### 3.2 利用するデータの特徴

本稿でのデータ分析期間は2007年1月4日から2016年12月30日であり、時系列の標本数は2449である。また、分析対象となる銘柄数は1419銘柄である。2016年末時点で、東京証券取引所1部上場の銘柄数は2002社であるが、本分析のデータ期間に継続して上場していた銘柄数は1419である。これらの銘柄を網羅的に分析することにより市場全体の傾向を考察する。分析結果に関しては、個別銘柄毎の結果ではなく、すべての銘柄を集約した結果を示す。表3.1は各データの基本統計量である。

ここで日次収益率 ( $R_t$ ) は第  $t$  日の終値の対数値から第  $t-1$  日の終値の対数値の差分をパーセントにしており、日内収益率 (Intra- $R_t$ ) は第  $t$  日

表3.1 データの基本統計量

全期間	平均	標準偏差	最大値	最小値
日次収益率	-0.01	3.43	299.42	-686.42
約定回数	612.69	1463.03	149910.00	1.00
RV	11.41	38.66	6301.29	0.00
日内収益率	40.45	18.00	86.00	0.00
取引高	1.38E+06	7.29E+06	1.28E+09	1.00E+00
AIM	0.17	0.18	1.00	0.00

の終値の対数値からその日の始値の対数差分をパーセントにしている。AIM とは Kaul, Lei and Stoffman (2008) によって提案された、投資家間での情報の非対称性の度合いを表す指標である。ここで RV の最小値が 0 になっているが、これは約定回数が 2 回以下の銘柄に関しては 0 とした。表 1 ではすべての銘柄に対する結果であるが、市場には流動性の高い銘柄と低い銘柄が存在するので、計算された結果が異なる可能性があるため、流動性が高いと思われる日経平均採用銘柄とそれ以外の銘柄に分けた結果が、表 3.2, 表 3.3 である。

これらの表から収益率に関しては、採用、非採用銘柄ともほぼ同様の値をとっているが、約定回数 ( $N_t$ ) は平均で約 4 倍、取引高では平均で 10 倍以上の差がある。この結果から日経平均に採用されている銘柄は採用されていない銘柄に比べて流動性が高いことが分かったため、以下では全銘柄

表 3.2 日経平均に採用されている銘柄

日経採用	平均	標準偏差	最大値	最小値
日次収益率	-0.01	3.92	230.26	-686.42
約定回数	2040.64	2997.74	149910.00	1.00
RV	15.06	47.61	4288.45	0.03
日内収益率	-0.05	1.86	32.72	-28.04
取引高	6.79E+06	1.71E+07	1.28E+09	8.61E+02
AIM	0.10	0.10	1.00	0.00

表 3.3 日経平均に採用されていない銘柄

それ以外	平均	標準偏差	最大値	最小値
日次収益率	0.00	3.34	299.42	-619.93
約定回数	369.74	754.79	131101.00	1.00
RV	10.79	36.89	6301.29	0.00
日内収益率	-0.05	2.05	57.18	-45.40
取引高	4.56E+05	2.60E+06	6.77E+08	1.00E+00
AIM	0.19	0.18	1.00	0.00

表3.4 全銘柄における各変数間の相関係数の平均

平均	RV	$VMA_t$	$R_t$	$N_t$	$V_t$	$AIM_t$
RV	1.00	0.24	-0.01	0.27	0.31	-0.08
$VMA_t$	0.24	1.00	0.03	0.66	0.82	-0.15
$R_t$	-0.01	0.03	1.00	0.05	0.06	-0.01
$N_t$	0.27	0.66	0.05	1.00	0.78	-0.17
$V_t$	0.31	0.82	0.06	0.78	1.00	-0.14
$AIM_t$	-0.08	-0.15	-0.01	-0.17	-0.14	1.00

表3.5 日経平均採用銘柄における各変数間の相関係数の平均

平均	RV	$VMA_t$	$R_t$	$N_t$	$V_t$	$AIM_t$
RV	1.00	0.32	-0.05	0.19	0.36	-0.05
$VMA_t$	0.32	1.00	0.01	0.42	0.81	-0.07
$R_t$	-0.05	0.01	1.00	0.01	0.03	0.01
$N_t$	0.19	0.42	0.01	1.00	0.52	-0.16
$V_t$	0.36	0.81	0.03	0.52	1.00	-0.07
$AIM_t$	-0.05	-0.07	0.01	-0.16	-0.07	1.00

表3.6 日経平均非採用銘柄における各変数間の相関係数の平均

平均	RV	$VMA_t$	$R_t$	$N_t$	$V_t$	$AIM_t$
RV	1.00	0.23	-0.01	0.29	0.30	-0.08
$VMA_t$	0.23	1.00	0.04	0.70	0.82	-0.17
$R_t$	-0.01	0.04	1.00	0.06	0.07	-0.02
$N_t$	0.29	0.70	0.06	1.00	0.82	-0.18
$V_t$	0.30	0.82	0.07	0.82	1.00	-0.15
$AIM_t$	-0.08	-0.17	-0.02	-0.18	-0.15	1.00

と日経平均に採用されたグループと非採用のグループに分けて分析を行う。つぎに各変数の相関係数の平均を表3.4～表3.6に示す。取引高に関してはトレンドを持つ可能性があるため、5期の移動平均を計算した値と他の指標との相関係数も求めている。

これらの表から平均的にはRVと日次収益率には負の相関関係があり、



取引高と約定数には高い正の相関関係が、さらに AIM と他の指標の間には負の相関関係が存在する傾向にある。次項では相対的にボラティリティの高い場合と低い場合でこれらの変数の影響の違いを分位点回帰によって分析を行う。

### 3.3 モデルの推定

Chan and Fong (2006) では、ダウ・ジョーンズ・インデックスの30銘柄に関して、1993年1月～2000年6月までの日次データを用いて RV と取引情報の変数との回帰分析を行った。各モデルの比較は決定係数の値を用いて、どの取引情報の変数がボラティリティに影響を及ぼすかの検証を行った。その結果、約定回数 の有用性を示している。しかしながらボラティリティには次のようなことが良く知られている。

- (1) ボラティリティの分布が非対称な分布である
- (2) 稀に異常値に近い高い値が観測される
- (3) ボラティリティは高くなるとしばらく続き、つぎに低くなるとその状態がしばらく続くといった、いわゆる持続性や自己相関がなかなか減少しない長期記憶性が観察される

以上のデータの特徴の例として、次の図1～図4はそれぞれソニー（証

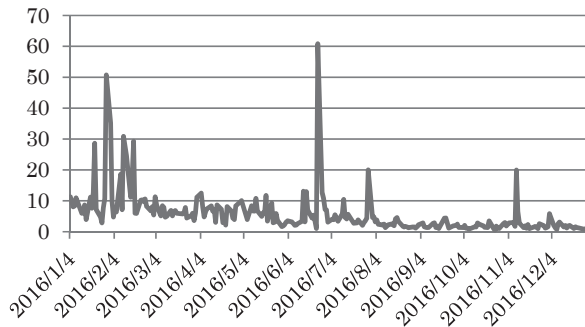


図1 ボラティリティの時系列

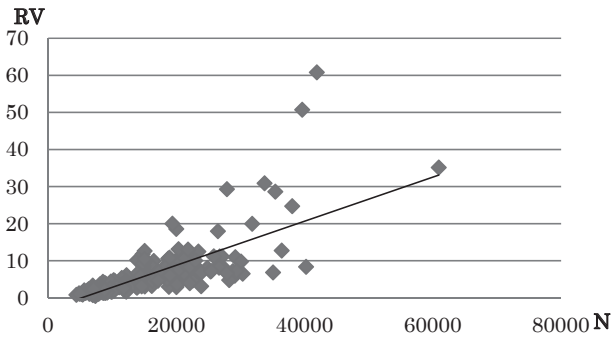


図2 ボラティリティと約定回数の散布図

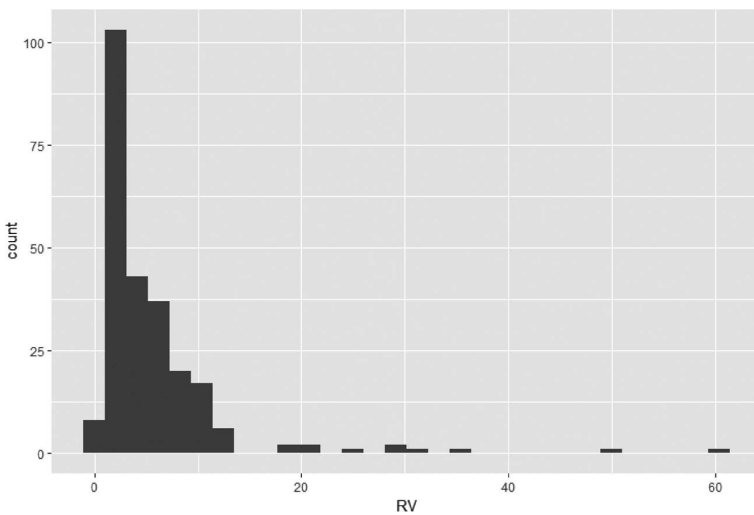


図3 ボラティリティのヒストグラム

券コード：6758)のボラティリティの時系列，ボラティリティと約定回数の散布図および直線の当てはめ，ボラティリティと約定回数のヒストグラムである。

このような特徴を有するデータを分析する際に，先行研究のような線形回帰モデルでの評価は限定されたものとなる。そこで，データの特徴によ

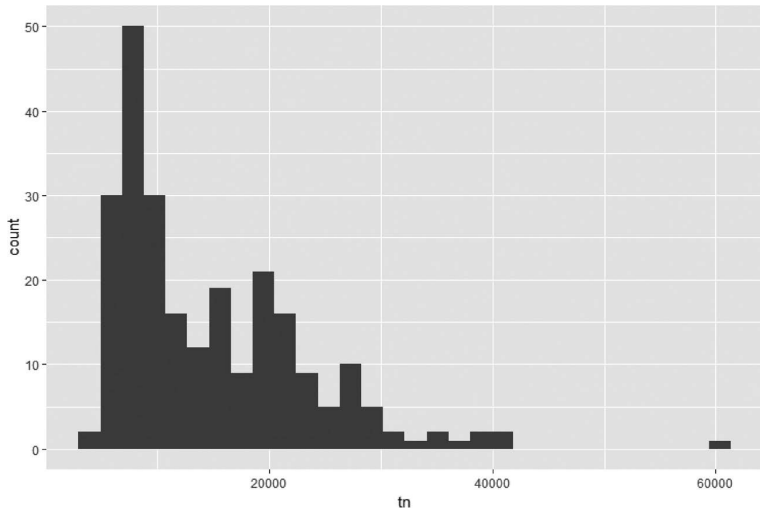


図4 約定回数のヒストグラム

り適合した分位点回帰モデルを採用する。分位点回帰モデルによって、ボラティリティの高い時期と低い時期での各変数の影響の測定なども行うことが可能となる。

本稿では、ボラティリティに影響を及ぼす説明変数として約定回数、AIM、日経平均株価指数のRVおよび為替レートの収益率を採用した。各変数を選択した理由は次の通りである。まず、先行研究でも見られるようにボラティリティと情報流入の関係に関する論文では取引高を説明変数に用いられることが多いが、情報はボラティリティと取引高の両方に影響を及ぼす可能性があるため約定回数を採用している。つぎに Kaul, Lei and Stoffman (2008) によって提案された第  $t$  日の AIM は以下の式で計算される。

$$AIM_t = \frac{|B_t - S_t|}{B_t + S_t}$$

市場には私的情報を持って取引を行う情報トレーダー (informed Trader) とそれらを所有しないトレーダー (非情報トレーダー: Non-informed

Trader) の 2 種類のトレーダーが存在していると仮定する。当然、情報トレーダーは私的情報を持っているので、流入する情報に関して確信をもって取引をすることが可能になる。入ってきた情報が市場全体に行き渡ったときに、情報トレーダーと非情報トレーダーとの情報に関する非対称性がなくなる。すなわち情報の非対称性が大きければ大きいほど、情報トレーダーによる取引は片方に偏り、その結果ボラティリティが高くなる可能性があるため、説明変数として採用した。市場全体のボラティリティに対して各銘柄のボラティリティがどの程度の影響があるかを測るため日経平均の RV を採用した。最後に東京証券取引所の市場参加者における外国人投資家の比率は年々増しているため、為替レートが円安に振れば振れるほど、すなわち為替レートの収益率が正の方向に行けば行くほど、外国人投資家の取引が活発になる可能性を考慮している。

これらの説明変数を使って以下の 2 つのモデルを推定した。

$$\text{Model 1: } RV_t = \beta_{0r} + \beta_{1r}N_t + \beta_{2r}RVNK_t + \beta_{3r}EX_t + u_{rt}$$

$$\text{Model 2: } RV_t = \beta_{0r} + \beta_{1r}AIM_t + \beta_{2r}RVNK_t + \beta_{3r}EX_t + u_{rt}$$

モデルを推定するにあたり、取引高と約定回数の相関係数が高い結果を踏まえ、約定回数も取引高と同様にトレンドが存在する可能性があるため、トレンド除去の方法として 5 期の移動平均を採用し、移動平均の値を変数のデータとしている。表 3.7～表 3.9 は Model 1 における全期間の各分位点に対する推定結果の平均と推定された係数が 5 % 有意水準で有意であった割合である。

これらの推定結果から次のことが分かる。(1) 相対的にボラティリティが高くなれば、約定回数の影響と日経平均株価の RV の影響が大きくなる。また、多くの係数が有意となる。(2) 為替レートの RV への影響は、ボラティリティが高くなるほど小さくなる。しかし、係数の有意な割合は他の変数に比べて低い。

本稿で利用できるデータ期間は 2007 年 1 月から 2016 年 12 月までであり、その期間にはリーマン・ショック、東日本大震災などの経済に対して影響を

表3.7 Model 1 ( $N_t$ ) の全銘柄の推定結果

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.82	1.02	1.28	1.39	1.15
	41.3%	44.3%	48.4%	47.4%	44.7%
$N_t$	0.01	0.01	0.02	0.03	0.06
	83.1%	88.4%	89.3%	89.5%	86.6%
nkRV	0.36	0.54	0.83	1.22	1.71
	97.2%	99.4%	99.4%	99.5%	98.6%
exret	-22.27	-34.36	-51.00	-1.54	-76.43
	23.5%	30.4%	40.5%	39.3%	32.6%

表3.8 Model 1 ( $N_t$ ) の日経採用銘柄の推定結果

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.46	1.70	1.35	0.61	-0.78
	39.3%	44.7%	49.5%	53.9%	53.9%
$N_t$	5.68E-04	9.21E-04	1.46E-03	2.37E-03	3.98E-03
	83.0%	90.3%	88.3%	90.8%	89.3%
nkRV	0.54	0.77	1.31	2.02	3.02
	99.5%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
exret	-41.89	-56.10	-61.50	-90.05	-73.84
	33.0%	48.5%	53.9%	51.0%	33.5%

表3.9 Model 1 ( $N_t$ ) の日経非採用銘柄の推定結果

それ以外	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.71	0.90	1.27	1.52	1.48
	41.7%	44.3%	48.3%	46.3%	43.2%
$N_t$	0.01	0.01	0.02	0.04	0.07
	83.2%	88.1%	89.4%	89.3%	86.2%
nkRV	0.33	0.50	0.75	1.08	1.49
	96.8%	99.3%	99.3%	99.4%	98.4%
exret	-18.90	-30.63	-49.19	-68.36	-76.87
	21.8%	27.3%	38.2%	37.3%	32.4%

及ぼす様々な出来事が含まれている。ショックを含めて経済変化が長期間にわたり生じていないとは考えにくいため、付表に各年毎に区切って推定した結果を示す。

各年毎に推定結果を見ていくと、2009年、2010年、2012年、2014年では日経平均のRVの係数が有意となる銘柄の割合が低下する。とくに2012年に関しては概ね20%の銘柄（約280銘柄）しか係数が有意とならない。為替レートの係数に関しては、予想に反して符号がマイナスとなったが、係数が有意となる銘柄の割合が2016年を除いて20%程度なので、多くの銘柄は影響を受けていない可能性がある。約定回数に関しては、概ね7割～8割の銘柄で係数が有意となり、ボラティリティが高いほど、その影響度は大きくなる。以上がモデルに約定回数を組み込んだ結果である。

次に情報の非対称性のボラティリティに対する影響を考慮した Model 2 の結果を考察する。下記の表3.10～表3.12は Model 2 における結果である。

Model 2 の推定結果を見てみると、全銘柄の平均では、ボラティリティが高い時に  $AIM_t$  の影響が小さくなる。すなわち、情報の非対称性が大きい時にはボラティリティに対する影響が少ないことが示された。しかし、流動性の高い銘柄のグループと低いグループとでは結果が異なる。流動性の高い銘柄に関しては、ボラティリティが高い時にトレーダー間の情報の非対称性の影響が高いが係数が有意な銘柄は全体の半数しかない、一方、

表3.10 Model 2 ( $AIM_t$ ) の全銘柄の推定結果

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.95	2.91	4.66	7.84	14.00
	99.9%	99.9%	99.9%	99.9%	100.0%
$AIM_t$	-0.83	-1.03	-1.31	-1.20	-3.90
	73.4%	78.7%	77.9%	73.9%	66.0%
nkRV	0.45	0.76	1.31	2.24	3.56
	99.9%	100.0%	100.0%	100.0%	99.9%
exret	-9.17	-12.21	-15.07	-17.71	-24.56
	26.7%	27.1%	22.1%	16.6%	14.3%

表3.11 Model 2 ( $AIM_t$ ) の日経採用の推定結果

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	2.75	3.82	5.67	8.65	14.70
	100.0%	99.5%	99.5%	100.0%	100.0%
$AIM_t$	1.20	2.49	4.79	12.18	20.38
	48.1%	60.7%	60.7%	54.9%	47.1%
nkRV	0.76	1.22	1.99	3.18	4.52
	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	99.5%
exret	-22.54	-23.39	-20.22	-16.49	-7.84
	49.5%	46.1%	26.2%	12.6%	13.1%

表3.12 Model 2 ( $AIM_t$ ) の日経非採用の推定結果

それ以外	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.82	2.75	4.48	7.71	13.88
	99.9%	99.9%	99.9%	99.9%	100.0%
$AIM_t$	-1.17	-1.63	-2.34	-3.47	-8.02
	77.7%	81.8%	80.9%	77.1%	69.2%
nkRV	0.40	0.68	1.19	2.08	3.40
	99.9%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
exret	-6.91	-10.31	-14.20	-17.92	-27.39
	22.8%	23.9%	21.4%	17.2%	14.5%

流動性の低い銘柄は全体の結果と同じ傾向をしており、さらに係数が有意な銘柄が約7割～8割存在する。各年毎の結果も同様の傾向であった。これらの結果に関しては、 $AIM_t$  自体が推定値のため、 $AIM_t$  自体の解釈も含めてさらなる検討の必要性がある。

#### 4. おわりに

本稿では株価のボラティリティと約定回数との関係について分位点回帰モデルを用いて分析を行った。被説明変数となるボラティリティについては高頻度データから計算される Realized Volatility を用いている。説明変数

には多くの先行研究で採用されている約定回数ほかに、市場の投資家間の情報の非対称性を表す指数である AIM や日経平均株価指数の Realized Volatility, 日次為替レートの収益率を採用した2つのモデルを検討した。

実証分析に際して、各変数の基本統計量や相関係数を計算して検討した結果、日経225株価指数に採用されている銘柄と採用されていない銘柄では、約定回数 ( $N_t$ ) は平均で約4倍、取引高では平均で10倍以上の差があり、流動性がかなり異なるため、それら二つのグループに分けて分析を行っている。被説明変数となる Realized Volatility の良く知られた特徴である分布の非対称性、異常値の存在、持続性に対応するために線形分位点回帰モデルを使って推定をした結果は以下の通りである。はじめに約定回数を説明変数に入れたモデルにおける全期間を通じた結果は次の通りである。(1) 相対的にボラティリティが高くなれば、約定回数の影響と日経平均株価の RV の影響が大きくなり、また、多くの係数が有意となる。(2) 為替レートの RV への影響は、ボラティリティが高くなるほど小さくなる。しかし、係数の有意な割合は他の変数に比べて低い。つぎに各年毎に分けて推定した結果、(1) 日経平均の RV の係数が有意となる銘柄の割合が2009年、2010年、2012年、2014年で低下する。とくに2012年に関しては概ね20%の銘柄(約280銘柄)しか係数が有意とならない、(2) 為替レートの係数は、当初の予想に反して符号がマイナスとり、係数が有意となる銘柄の割合が2016年を除いて20%程度である。このため多くの銘柄のボラティリティは為替レートの影響を受けていない可能性がある、(3) 約定回数に関しては、概ね7割～8割の銘柄で係数が有意となり、ボラティリティが高いほど、その影響度は大きくなる。

投資家間の情報の非対称性を表す AIM の結果は、情報の非対称性が大きい時にはボラティリティに対する影響が少ないが、流動性の高い銘柄のグループと低いグループとでは結果が異なる。流動性の高い銘柄は、ボラティリティが高い時に情報の非対称性の影響が高い。しかし、係数が有意な銘柄は全体の半数しかない、一方、流動性の低い銘柄は全体と同じ傾向



をしており、さらに係数が有意な銘柄が約7割～8割存在する。得られたこの結果に関しては、AIM自体の分析も含め今後の検討課題の一つである。

本稿の分析は同時点における変数間の分析に分位点回帰モデルを用いて、係数の有意性を考えているが、誤差項に独立同一分布を前提としているため、残差の分析やブートストラップによる信頼区間の構築が必要である。変数の選択に関しても検討の余地があり、他の経済変数を含めて加藤他(2006)で採用されているLasso分位点回帰による推定、また、ボラティリティの特徴の一つに長期記憶性の存在や過去のRVの値を入れたモデルの予測精度が良いことがCorsi(2004)で示されているため時系列分位点回帰モデルを使った分析も今後の課題としたい。

## 注

- 1) 効率的市場に関する詳しい解説は小林(2006)を参照。
- 2) GARCHモデルを使った先行研究としてはOmran and Mckenzie(2000), Lamoureux and Lastrapes(1994)や日本の株式市場での分析は森保(2001), 鈴木・得津(2002)などがある。SVモデルを使った先行研究には, Tauchen and Pitts(1983), Andersen(1996), 渡部・大森(2000)などがある。
- 3) Andersen et al.(2001)
- 4) 加藤他(2009)では、変数選択にLasso法を用いた分位点回帰によって損害保険の保険請求額の分析を行っている。
- 5) 当然のことながら5分間隔毎に約定価格が取れないこともあるため、その場合は直近の約定価格を使用している。
- 6) RVについての詳しい解説は渡部(2007), 森棟(2007)を参照。

## 参 考 文 献

- D. E. Allen, A. K. Singh, R. J. Powell, M. McAleer, J. Taylor and L. Thomas (2012) "The Volatility-Return Relationship: Insights from and Non-Linear Quantile Regression," *KIER DISCUSSION PAPER SERIES* No. 831, 43-76, Kyoto University, Institute of Economic Research
- Andersen, T. G. (1996) "Return Volatility and Trading Volume in Financial Markets: An Information Flow Interpretation of Stochastic Volatility," *Journal of Finance*, 51,

169-204.

- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. Ebens, H. (2001) "The distribution of realized stock return volatility," *Journal of Financial Economics*, **61**, 43-76.
- Kalok Chan, Wai-Ming Fong (2000) "Trade size, order imbalance, and the volatility-volume relation," *Journal of Financial Economics*, **57**, 247-173.
- C. C. Chan, W. M. Fong (2006) "Realized volatility and transactions," *Journal of Banking & Finance*, **30**, 2063-2085.
- T. C. Chiang, J. Li (2012) "Stock returns and risk: Evidence from quantile regression analysis," *Journal of Risk and Financial Management*, **5**, 20-58.
- C. W. S. Chen, M. K. P. So and T. C. Chiang (2016) "Evidence of Stock returns and Abnormal Trading: A Threshold Quantile Regression Approach," *The Japanese Economic Review*, **67**, No. 1, 96-124.
- Clark, P. K. (1973) "A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative price," *Econometrica*, **41**, 135-155.
- Copeland, T. (1976) "A model of asset trading under the assumption of sequential information arrival," *Journal of finance*, **31**, 1149-1168.
- Corsi, F. (2004) "A Simple Long Memory Model of Realized Volatility," Manuscript, University of Southern Switzerland.
- Epps, T. W., Epps. M. L. (1976) "The stochastic dependence of security price change and transaction volumes; Implication for the Mixture-of-Distribution Hypothesis," *Econometrica*, **44**, 305-321.
- E. Fama (1970) "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance*, **25**, No. 2, 383-417
- Hansen, P. R. and Lunde, A. (2005) "A Realized variance for the Whole Day Based Intermittent High-frequency Data," *Journal of Econometrics*, **131**, No. 1-2, 97-121.
- Hassler (2016) "Quantile Regression for Long Memory Testing: A Case of Realized Volatility," *Journal of Financial Econometrics*, **14**, No. 4, 693-724
- Hatrick, K., So, M. K. P., Chung, S. W. HKUST, Deng, R. (2011) "Dynamic Relationship among Intraday Realized Volatility, Volume and Number of Trades," *Asia-Pacific financial markets*, **18**, No. 3, 291-3171.
- J. M. Karpoff (1987) "The relation between price change and trading volume: A survey," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **22**, 109-126.
- Koenker, R. (2005) *Quantile Regression*, Cambridge University Press.
- Koenker, R. and G. Bassett (1978) "Regression Quantiles," *Econometrica*, **46**, No. 1, 33-50.
- Lamoureux, C. G., Lastrapes, W. D. (1994) "Endogenous Trading Volume and Momentum in Stock-Return Volatility," *Journal of Business & Economic Statistics*, **12**, 253-

- 260.
- L. Meligkotsidou, E. Panopoulou, I. D. Vrontos, S. D. Vrontos (2015) "Quantile Forecast Combinations in Realised Volatility Prediction," SSRN
- Omran, M. F., McKenzie, E. (2000) "Heteroskedasticity in stock returns data revisited: volume versus GARCH effects," *Applied Financial Economics*, **10**, 553-560.
- Tauchen, G. E. and Pitts, M. (1983) "The price variability-volume relationship on speculative markets," *Econometrica*, **51**, 485-506.
- 大田亘, 宇野淳, 竹原均 (2011) 『株式市場の流動性と投資家行動』中央経済社.
- 小林孝雄 (2006) 「市場の効率性：ファーマから35年」, 『証券アナリストジャーナル』, 第44巻第10号, 60-71.
- 加藤賢吾, 国友直人, 増田智巳 (2009) 「Lasso 分位点回帰の理論と損害保険への応用」, 『統計学会誌』, 第38巻第2号, 121-149.
- 末石直也 (2015) 『計量経済学』日本評論社.
- 鈴木喜久・得津康義 (2002) 「トレンドがある下での株価変動と売買高との関係」, 『広島大学経済論叢』, 第26巻第1・2号, 53-67.
- 本田敏雄, Zhijie Xiao (2016) 「時系列分位点回帰」『時系列分析ハンドブック』朝倉書店.
- 森棟公夫 (2007) 「実現ボラティリティ」『現代経済学の潮流2007』東洋経済新報社
- 森保洋 (2001) 「日本株式市場におけるボラティリティと取引高の関係」, 『東南アジア研究年報』, 42/42, 81-100.
- 渡部敏明・大森裕浩 (2000) 「日本の商品先物市場における価格と出来高の変動：動学的2変量分布混合モデルによる分析」『先物研究』, 第5巻第1号 No. 9,
- 渡部敏明 (2000) 『ボラティリティ変動モデル』朝倉書店。
- 渡部敏明 (2007) 「Realized Volatility —サーベイと日本の株式市場への応用—」, 『経済研究』, 58-4, 352-373.

付表1 Model 1 の各年での推定結果  
2007年

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.88	2.40	2.44	2.46	2.64
	41.9%	46.8%	50.1%	50.1%	45.8%
$N_t$	0.02	0.02	0.04	0.07	0.12
	84.4%	87.9%	88.5%	86.5%	82.8%
nkRV	0.54	0.75	1.17	1.76	2.50
	86.6%	93.1%	94.9%	93.2%	83.9%
exret	3.91	6.00	7.66	1.02	-48.49
	14.7%	14.8%	12.2%	17.8%	24.7%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	8.66	9.64	8.58	8.11	10.35
	44.2%	53.9%	59.2%	59.2%	54.9%
$N_t$	-9.62E-04	2.26E-05	4.11E-03	9.48E-03	1.58E-02
	82.5%	86.9%	93.2%	89.3%	90.8%
nkRV	0.87	1.23	1.81	2.24	2.93
	90.3%	94.7%	97.1%	95.1%	88.8%
exret	18.55	31.14	19.46	6.19	-113.16
	16.5%	12.6%	7.3%	15.5%	18.9%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.73	1.17	1.40	1.50	1.33
	41.5%	45.6%	48.6%	48.6%	44.3%
$N_t$	0.02	0.03	0.04	0.08	0.14
	84.7%	88.1%	87.7%	86.1%	81.5%
nkRV	0.48	0.67	1.06	1.67	2.42
	86.0%	92.8%	94.5%	92.8%	83.1%
exret	1.43	1.74	5.65	0.14	-37.50
	14.3%	15.2%	13.0%	18.1%	25.6%

2008年

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.79	1.55	2.42	3.13	4.33
	37.0%	38.9%	41.4%	41.1%	35.0%
$N_t$	0.02	0.04	0.06	0.12	0.22
	72.0%	79.0%	80.8%	79.8%	72.4%
nkRV	0.74	1.09	1.62	2.36	3.29
	97.4%	98.4%	99.2%	98.4%	97.3%
exret	14.04	21.58	29.54	28.87	8.82
	21.4%	20.3%	22.1%	22.9%	26.1%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.69	2.32	2.93	1.45	-0.57
	37.9%	40.8%	41.7%	42.2%	36.4%
$N_t$	5.26E-03	5.22E-03	6.67E-03	1.17E-02	1.82E-02
	70.4%	80.1%	82.0%	82.5%	73.3%
nkRV	1.11	1.67	2.42	3.34	4.75
	97.6%	100.0%	100.0%	100.0%	99.5%
exret	14.98	12.02	24.36	28.68	55.67
	20.9%	17.0%	17.5%	21.8%	35.0%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.80	1.42	2.33	3.41	5.17
	36.9%	38.6%	41.3%	40.9%	34.7%
$N_t$	0.03	0.04	0.07	0.14	0.26
	72.2%	78.8%	80.6%	79.4%	72.2%
nkRV	0.68	0.99	1.48	2.20	3.05
	97.4%	98.2%	99.0%	98.2%	96.9%
exret	13.88	23.20	30.42	28.91	0.86
	21.5%	20.9%	22.9%	23.1%	24.6%

## 2009年

全銘柄	$\tau = 0.10$	$\tau = 0.25$	$\tau = 0.50$	$\tau = 0.75$	$\tau = 0.90$
const	0.34	0.46	0.65	1.14	1.08
	37.3%	44.4%	44.1%	44.9%	39.8%
$N_t$	0.03	0.05	0.08	0.13	0.22
	80.9%	85.1%	86.5%	85.0%	81.5%
nkRV	0.47	0.72	1.16	1.79	2.81
	67.7%	79.0%	84.3%	81.5%	72.8%
exret	-5.98	-6.77	-10.27	-1.39	0.04
	11.1%	8.6%	9.1%	10.9%	15.2%

日経採用	$\tau = 0.10$	$\tau = 0.25$	$\tau = 0.50$	$\tau = 0.75$	$\tau = 0.90$
const	0.01	-0.70	-1.81	-2.81	-5.36
	44.2%	58.7%	55.3%	55.8%	49.5%
$N_t$	6.21E-03	8.61E-03	1.25E-02	1.76E-02	2.48E-02
	74.3%	76.2%	84.0%	90.8%	84.5%
nkRV	0.84	1.23	1.82	2.47	3.43
	87.9%	95.6%	97.1%	95.1%	93.2%
exret	0.47	-9.14	-15.59	-20.35	-29.19
	11.2%	4.4%	6.8%	13.1%	13.6%

その他	$\tau = 0.10$	$\tau = 0.25$	$\tau = 0.50$	$\tau = 0.75$	$\tau = 0.90$
const	0.39	0.65	1.07	1.82	2.18
	36.1%	41.9%	42.2%	43.0%	38.1%
$N_t$	0.03	0.05	0.09	0.15	0.26
	82.0%	86.6%	86.9%	84.0%	80.9%
nkRV	0.41	0.64	1.05	1.68	2.71
	64.3%	76.2%	82.1%	79.1%	69.4%
exret	-7.07	-6.37	-9.36	1.83	5.01
	11.1%	9.3%	9.5%	10.6%	15.5%

2010年

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.18	1.69	2.41	3.21	4.47
	44.5%	50.1%	52.4%	52.1%	47.4%
$N_t$	0.02	0.03	0.04	0.08	0.15
	82.1%	87.0%	88.1%	87.0%	81.8%
nkRV	0.17	0.24	0.37	0.56	0.76
	47.1%	56.6%	61.5%	57.5%	46.2%
exret	-5.46	-5.87	-6.20	-6.92	1.67
	10.4%	8.7%	8.0%	8.7%	12.8%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	3.21	3.71	4.53	5.02	5.18
	56.8%	57.8%	57.8%	55.8%	51.9%
$N_t$	1.71E-03	2.35E-03	3.36E-03	5.15E-03	7.51E-03
	68.9%	76.2%	80.6%	82.0%	81.1%
nkRV	0.26	0.32	0.46	0.56	0.75
	58.7%	70.9%	76.2%	73.8%	68.9%
exret	-17.42	-21.16	-18.24	-4.49	12.02
	15.0%	12.6%	10.7%	7.8%	11.7%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.83	1.35	2.05	2.90	4.35
	42.4%	48.8%	51.5%	51.5%	46.7%
$N_t$	0.02	0.03	0.05	0.09	0.18
	84.3%	88.9%	89.4%	87.8%	81.9%
nkRV	0.16	0.22	0.35	0.56	0.76
	45.2%	54.2%	58.9%	54.7%	42.3%
exret	-3.43	-3.28	-4.16	-7.33	-0.08
	9.6%	8.1%	7.5%	8.8%	12.9%

## 2011年

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.87	1.04	1.01	0.84	1.06
	47.3%	49.8%	53.6%	51.6%	47.1%
$N_t$	0.02	0.02	0.04	0.07	0.12
	83.1%	88.8%	88.9%	84.7%	77.4%
nkRV	0.47	0.76	1.48	3.09	5.40
	97.1%	98.6%	99.4%	99.5%	99.6%
exret	20.88	29.58	38.65	52.24	53.94
	17.2%	19.2%	19.5%	20.7%	24.8%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	3.44	4.10	4.55	5.32	5.72
	53.4%	58.3%	53.9%	56.8%	48.1%
$N_t$	2.13E-03	2.91E-03	3.82E-03	4.80E-03	6.54E-03
	71.8%	82.0%	86.4%	83.5%	78.2%
nkRV	0.65	0.85	1.37	2.40	3.81
	99.0%	99.0%	99.5%	99.5%	99.5%
exret	31.63	39.58	55.76	71.96	82.28
	18.9%	21.8%	25.7%	25.7%	24.3%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.44	0.52	0.41	0.08	0.27
	46.2%	48.3%	53.5%	50.7%	46.9%
$N_t$	0.02	0.03	0.05	0.09	0.14
	85.0%	89.9%	89.4%	84.9%	77.3%
nkRV	0.44	0.75	1.50	3.21	5.68
	96.8%	98.5%	99.3%	99.5%	99.6%
exret	19.06	27.88	35.74	48.89	49.13
	16.9%	18.8%	18.5%	19.9%	24.9%



2012年

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	2.14	2.95	4.14	5.92	7.84
	56.9%	67.2%	73.3%	71.2%	64.1%
$N_t$	0.01	0.02	0.02	0.04	0.08
	72.4%	78.8%	77.8%	75.4%	72.5%
nkRV	0.11	0.15	0.25	0.33	0.48
	22.2%	22.3%	25.2%	22.4%	20.0%
exret	-3.27	-7.95	-11.59	-29.60	-60.45
	11.2%	8.9%	8.7%	10.1%	12.3%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	6.80	8.12	10.10	11.95	12.97
	68.9%	74.8%	73.3%	64.6%	58.3%
$N_t$	8.53E-04	1.35E-03	1.79E-03	3.02E-03	4.97E-03
	52.4%	67.5%	70.9%	75.2%	75.2%
nkRV	0.08	0.16	0.17	0.18	0.21
	12.1%	12.6%	19.4%	22.3%	19.9%
exret	-10.11	-18.62	-19.03	-45.96	-45.68
	5.8%	7.8%	11.2%	7.8%	10.2%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.35	2.07	3.13	4.89	6.97
	54.9%	65.9%	73.3%	72.4%	65.1%
$N_t$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.09
	75.8%	80.7%	79.0%	75.4%	72.1%
nkRV	0.12	0.15	0.26	0.36	0.53
	23.9%	23.9%	26.2%	22.4%	20.0%
exret	-2.11	-6.14	-10.32	-26.82	-62.96
	12.1%	9.1%	8.3%	10.5%	12.7%

## 2013年

全銘柄	$\tau = 0.10$	$\tau = 0.25$	$\tau = 0.50$	$\tau = 0.75$	$\tau = 0.90$
const	0.35	0.29	0.39	0.47	0.37
	45.6%	50.4%	54.1%	54.1%	54.5%
$N_t$	0.01	0.02	0.03	0.05	0.09
	89.4%	93.1%	94.0%	93.2%	89.9%
nkRV	0.41	0.62	0.90	1.24	1.61
	94.2%	96.9%	97.3%	96.1%	88.0%
exret	-21.67	-29.49	-34.72	-36.43	-51.15
	24.1%	27.9%	23.9%	18.9%	20.9%

日経採用	$\tau = 0.10$	$\tau = 0.25$	$\tau = 0.50$	$\tau = 0.75$	$\tau = 0.90$
const	0.90	0.34	0.23	-0.44	-2.33
	56.8%	55.3%	65.0%	66.5%	67.5%
$N_t$	2.49E-03	3.42E-03	4.68E-03	6.89E-03	1.08E-02
	86.9%	94.7%	95.6%	97.6%	97.1%
nkRV	0.63	0.97	1.37	1.74	2.09
	99.0%	99.5%	99.5%	99.0%	95.1%
exret	-62.90	-71.07	-77.30	-65.98	-46.82
	48.1%	54.9%	46.6%	26.2%	23.8%

その他	$\tau = 0.10$	$\tau = 0.25$	$\tau = 0.50$	$\tau = 0.75$	$\tau = 0.90$
const	0.25	0.28	0.41	0.62	0.83
	43.7%	49.5%	52.3%	52.0%	52.3%
$N_t$	0.01	0.02	0.03	0.06	0.10
	89.9%	92.8%	93.7%	92.4%	88.6%
nkRV	0.38	0.56	0.82	1.15	1.53
	93.4%	96.5%	96.9%	95.6%	86.8%
exret	-14.67	-22.43	-27.49	-31.41	-51.89
	20.0%	23.3%	20.0%	17.6%	20.4%

2014年

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.88	1.13	1.40	1.52	1.65
	49.2%	52.8%	54.6%	50.5%	46.3%
$N_t$	0.01	0.01	0.02	0.03	0.05
	90.3%	93.5%	94.4%	92.8%	90.1%
nkRV	0.28	0.37	0.53	0.82	1.21
	80.5%	88.9%	89.8%	86.8%	76.6%
exret	-10.93	-14.33	-26.26	-33.34	-40.92
	17.0%	15.3%	19.3%	20.8%	24.2%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.80	2.23	2.55	2.73	2.93
	56.3%	61.7%	61.2%	53.4%	55.3%
$N_t$	1.29E-03	1.71E-03	2.47E-03	3.50E-03	4.74E-03
	82.5%	87.4%	89.8%	87.4%	87.9%
nkRV	0.39	0.51	0.71	1.11	1.60
	86.4%	92.2%	95.6%	94.7%	93.2%
exret	-30.99	-35.01	-44.85	-23.03	-29.04
	23.8%	21.8%	27.7%	25.2%	25.7%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.72	0.94	1.20	1.32	1.43
	48.0%	51.3%	53.5%	50.0%	44.8%
$N_t$	0.01	0.02	0.02	0.04	0.06
	91.7%	94.6%	95.2%	93.7%	90.5%
nkRV	0.26	0.34	0.50	0.77	1.15
	79.5%	88.3%	88.8%	85.5%	73.8%
exret	-7.53	-10.82	-23.10	-35.09	-42.93
	15.8%	14.2%	17.9%	20.0%	23.9%

## 2015年

全銘柄	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.62	0.72	0.74	0.61	0.25
	44.7%	49.3%	48.5%	46.0%	44.6%
$N_t$	0.01	0.01	0.02	0.03	0.06
	85.6%	91.5%	94.8%	93.7%	92.2%
nkRV	0.37	0.54	0.85	1.29	1.72
	96.5%	98.4%	99.5%	99.2%	97.7%
exret	-12.21	-19.26	-26.25	-27.77	-22.63
	12.5%	12.4%	13.2%	10.8%	14.4%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.52	0.59	0.74	0.59	-0.38
	40.8%	50.0%	50.0%	51.0%	50.0%
$N_t$	1.49E-03	1.90E-03	2.46E-03	3.37E-03	5.05E-03
	82.0%	89.3%	93.7%	95.1%	95.6%
nkRV	0.58	0.80	1.18	1.68	1.91
	99.0%	99.5%	99.5%	99.5%	98.5%
exret	-38.76	-50.50	-63.82	-47.49	-38.22
	18.0%	23.8%	22.8%	15.0%	12.1%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.64	0.75	0.74	0.62	0.36
	45.4%	49.1%	48.2%	45.2%	43.7%
$N_t$	0.01	0.01	0.02	0.04	0.07
	86.2%	91.8%	95.0%	93.5%	91.7%
nkRV	0.33	0.50	0.80	1.23	1.68
	96.1%	98.2%	99.5%	99.2%	97.6%
exret	-7.70	-13.95	-19.87	-24.42	-19.98
	11.6%	10.5%	11.5%	10.1%	14.8%

2016年

平均	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.82	1.02	1.28	1.39	1.15
	41.3%	44.3%	48.4%	47.4%	44.7%
$N_t$	0.01	0.01	0.02	0.03	0.06
	83.1%	88.4%	89.3%	89.5%	86.6%
nkRV	0.36	0.54	0.83	1.22	1.71
	97.2%	99.4%	99.4%	99.5%	98.6%
exret	-22.27	-34.36	-51.00	-71.54	-76.43
	23.5%	30.4%	40.5%	39.3%	32.6%

日経採用	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	1.46	1.70	1.35	0.61	-0.78
	39.3%	44.7%	49.5%	53.9%	53.9%
$N_t$	5.68E-04	9.21E-04	1.46E-03	2.37E-03	3.98E-03
	83.0%	90.3%	88.3%	90.8%	89.3%
nkRV	0.54	0.77	1.31	2.02	3.02
	99.5%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
exret	-41.89	-56.10	-61.50	-90.05	-73.84
	33.0%	48.5%	53.9%	51.0%	33.5%

その他	tau = 0.10	tau = 0.25	tau = 0.50	tau = 0.75	tau = 0.90
const	0.71	0.90	1.27	1.52	1.48
	41.7%	44.3%	48.3%	46.3%	43.2%
$N_t$	0.01	0.01	0.02	0.04	0.07
	83.2%	88.1%	89.4%	89.3%	86.2%
nkRV	0.33	0.50	0.75	1.08	1.49
	96.8%	99.3%	99.3%	99.4%	98.4%
exret	-18.90	-30.63	-49.19	-68.36	-76.87
	21.8%	27.3%	38.2%	37.3%	32.4%