

ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil.

04, 05, 06 e 07 de outubro de 2017

Comunicação Científica

ATIVIDADES DE COMBINATÓRIA EM LIVROS DA EDUCAÇÃO PRIMÁRIA CHILENA

Cristiane de Arimatéa Rocha¹**Danilo Díaz-Levicoy**²**Rute Elizabete de Souza Rosa Borba**³

Ensino de Estatística e Probabilidade e Educação Ambiental

Resumo: Este trabalho visa analisar as atividades de combinatória apresentadas em livros didáticos da Educação Primária do Chile. Realiza-se uma investigação sobre os tipos de problemas combinatórios, estratégias de resolução e/ou representação apresentadas e, ainda, uma discussão sobre em que eixos/blocos de conteúdos tais problemas foram observados. Os livros escolhidos foram selecionados para as escolas pelo Ministério de Educação de Chile para o ano de 2017. Os resultados indicam que este tema é pouco abordado ao longo da Educação Primária no Chile, o que acompanha as diretrizes curriculares chilenas. Os problemas combinatórios mais frequentemente apresentados são os de *combinação*, seguidos dos de *produto cartesiano*, *arranjo* e *permutação*, apesar de, na maioria das vezes, não serem focalizados o esgotamento de todas as possibilidades. As representações simbólicas mais presentes nesse tipo de problemas são a linguagem natural e a listagem e poucas situações promovem a conversão entre outras representações. A maioria dos problemas combinatórios se encontra no eixo de *números e operações*, seguidos de *dados e probabilidade*. A ausência de uma abordagem mais ampla da Combinatória nos livros chilenos pode impedir um desenvolvimento desde cedo do raciocínio combinatório.

Palavras Chaves: Combinatória. Livros Didáticos. Atividades. Educação Primária.

INTRODUÇÃO

O livro didático é um recurso frequentemente utilizado no ensino e na aprendizagem de Matemática, auxiliando os professores em sua prática e na interpretação das orientações curriculares, bem como complementando, em alguns aspectos, as suas formações. O livro também é importante por orientar o desenvolvimento conceitual dos estudantes. Bonafé e Rodriguez (2013, p.209) afirmaram que “em plena era digital, os livros didáticos continuam sendo o dispositivo didático hegemônico para o desenvolvimento curricular nas aulas de educação primária e secundária e, com intensidade crescente, também na educação infantil”.

Chevallard (1991) reafirma a importância do livro didático, quando discute a *transposição didática*, fazendo referência à adaptação sofrida pelos conteúdos

¹ Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: tiane_rocha@yahoo.com.br Bolsista da Capes PDSE Processo nº{88881.133051/2016-01}.

² Máster en Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. E-mail: dddiaz01@hotmail.com

³ Doutora em Educação Matemática pela Oxford Brookes University. Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: resrborba@gmail.com

matemáticos para o desenvolvimento do trabalho em um nível educativo específico. Os livros didáticos, assim, adaptam os saberes matemáticos, tornando-os escolarizáveis, ou seja, transformam os conteúdos para termos e atividades compreensíveis aos estudantes dos distintos níveis de escolarização.

A partir da importância atribuída aos livros didáticos, inúmeras pesquisas nacionais e internacionais vêm sendo desenvolvidas, a fim de compreender as diferentes facetas desse recurso. No ICMT-2017 (International Conference on Mathematics Textbook Research and Development) foram discutidas temáticas como: tipos de metodologias de pesquisa desenvolvidas sobre os livros, análises dos livros, utilização por professores e alunos, perspectiva histórica, desenvolvimento de livros, influência de políticas educacionais e tecnologias – abordando, assim, diferentes aspectos do livro didático.

Dentre as temáticas discutidas em pesquisas referentes ao livro didático, esse trabalho se inclui naquelas que abordam características específicas e tratamentos para as atividades de Combinatória em livros chilenos de Educação Primária. O artigo encontra-se dividido em quatro seções. Na próxima seção apresenta-se uma discussão sobre Combinatória nos anos iniciais e, em seguida, são discutidos alguns estudos anteriores. Na terceira seção explicita-se o desenvolvimento do método e, por fim, encontram-se a discussão dos resultados obtidos e as considerações finais do estudo.

ENSINO E APRENDIZAGEM DE COMBINATÓRIA NOS ANOS INICIAIS

No Brasil, a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), os documentos curriculares oficiais recomendam o tratamento da Combinatória desde os anos iniciais. Atualmente, a Base Nacional Curricular Comum orienta o trabalho com problemas de contagem a partir do 4º ano (alunos com nove anos) por meio da resolução de problemas “com o suporte de imagem e/ou material manipulável [...] utilizando estratégias e formas de registro pessoais” (BRASIL, 2016, p.247).

Pesquisadoras como English (2005) e Borba (2016) enfatizam a valorização de estratégias pessoais para a resolução de problemas combinatórios, como forma de potencializar a aprendizagem desde os anos iniciais de ensino. English (2005, p.131) advoga sobre a inclusão de problemas combinatórios no currículo que “desafiem crianças a explorar ideias e processos combinatórios, sem a instrução

direta do professor”. Borba (2016, p.13) defende que aproximações, em sala de aula, das orientações curriculares sobre Combinatória nos anos iniciais, “podem se basear em evidências empíricas de conhecimentos intuitivos por parte das crianças”.

Pessoa e Borba (2009, p.142) analisaram além dos desempenhos, as estratégias utilizadas por alunos dos anos iniciais para resolução de problemas combinatórios. Verificaram que os alunos apresentaram estratégias que deram conta, pelo menos parcialmente, da resolução dos problemas e afirmaram que as mesmas “devem ser aproveitadas pela escola para ajudá-los a avançar na compreensão dos diversos tipos de problemas e no seu desenvolvimento conceitual”.

Maher, Powell e Uptegrove (2010), em um estudo longitudinal, observaram doze anos de produções escritas, orais e ações de estudantes, acompanhando a construção de heurísticas, argumentos e justificativas para a resolução de problemas combinatórios. Apesar de não terem por objetivo ensinar Combinatória para os alunos, os resultados desse estudo apontaram que alunos nos primeiros anos escolares evidenciam o uso de raciocínios indutivos, apresentam organizações de trabalho pelo levantamento de possibilidades e apresentam justificativas a partir de contradições, ou seja, argumentando o motivo de elementos de listagem fazerem, ou não, parte do conjunto das possibilidades.

Autores como Fishbein (1975) e Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) defendem a necessidade de ensino de técnicas, de instrução adequada para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, principalmente porque esse tipo de pensamento não é construído de forma espontânea. Nessa perspectiva, algumas investigações discutem e advertem sobre a necessidade do ensino e da aprendizagem de Combinatória desde anos iniciais, pois esse conteúdo possibilita a aquisição de novas habilidades, como defendem as autoras Borba, Pessoa, Rocha e Assis (2014):

o desenvolvimento proporcionado pelo estudo da Combinatória não se limita a conhecimentos matemáticos, mas também a outras áreas, pois, na resolução de problemas combinatórios, os estudantes são estimulados a pensarem de modo hipotético, a levantarem possibilidades e a julgarem a adequação das possibilidades levantadas, a partir de uma grande variedade de situações (p.116).

Assim como no Brasil, a Matemática, nas diretrizes curriculares chilenas, é subdividida em eixos (números e operações, padrões e álgebra, geometria, medição, dados e probabilidade). Em Chile, o documento das diretrizes curriculares do Ministério de Educação, apresenta pela primeira vez os temas de estatística e probabilidade em Educação Primária (DÍAZ-LEVICOY; BATANERO; ARTEAGA; GEA, 2016; DÍAZ-LEVICOY; MORALES; LÓPEZ-MARTÍN, 2015). Tais diretrizes apresentam, além de objetivos específicos para cada eixo, conjuntos de habilidades matemáticas que deverão ser desenvolvidas ao longo de cada ano de ensino, a saber: resolver problemas, representar, modelar, argumentar e comunicar. No entanto, a Combinatória, pelo menos explicitamente, não faz parte dos conteúdos trabalhados na etapa inicial de ensino no Chile.

Algumas habilidades, como a resolução de problemas por meio de diferentes estratégias que percorre todos os anos da educação primária em Chile, pode ser uma habilidade trabalhada por meio da Combinatória. O documento Bases Curriculares da Educação Básica do Chile (MINEDUC, 2012) apresenta que no 5º e 6º ano, já se iniciam algumas discussões sobre a probabilidade, como por exemplo, a comparação de probabilidades sem a utilização de cálculos e a realização de conjecturas sobre os resultados obtidos a partir de experimentos. Nessas discussões, podem ser utilizadas, de maneira inicial, a listagem de possibilidades ou a comparação de espaços amostrais, que têm como base o raciocínio combinatório.

Outra possibilidade de trabalho com Combinatória implícita pode ser identificado, tal como ocorre no Brasil, no eixo de *números e operações* a partir do 3º ano, quando é explicitado o objetivo de trabalho com problemas de multiplicação. Tal hipótese será verificada por meio da análise realizada no presente estudo.

ESTUDOS ANTERIORES

O guia do Programa Nacional do Livro Didático de Matemática para os anos iniciais – PNLD 2016 (BRASIL, 2015) – aponta a necessidade de ampliação dos capítulos destinados a Estatística, Probabilidade e Combinatória das coleções analisadas. Algumas investigações já apontam a presença da Combinatória em livros didáticos dos anos iniciais.

Barreto e Borba (2010), com base na Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud, analisaram os problemas combinatórios presentes em cinco coleções de livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Foram encontrados 235 problemas combinatórios, sendo o mais comum dentre eles o problema de *combinação*, e, a seguir, *produto cartesiano*, *permutação* e *arranjo*. As coleções apesar de apresentarem, por muitas vezes, apenas o enunciado dos problemas, possuíam uma diversidade de representações simbólicas – utilizando desenhos, tabelas e, em alguns livros, árvores de possibilidades.

Silva e Pessoa (2015) analisaram os problemas combinatórios em duas coleções de livros didáticos (uma dos anos iniciais e outra dos anos finais do Ensino Fundamental), também com o uso da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. As autoras afirmaram que os tipos de problemas combinatórios nos anos iniciais mais frequentes são os *produtos cartesianos*, seguidos de *permutação*, *combinação* e *arranjo*. Nos anos finais, os problemas mais frequentes são *permutação*, *combinação*, *arranjo* e *produto cartesiano*. Com relação à distribuição dos problemas combinatórios em relação aos anos, foi observado maior número de problemas no 5º ano (17 dos 38 problemas encontrados na coleção dos anos iniciais) e no 6º ano (30 dos 54 problemas encontrados na coleção dos anos finais). No 6º ano foi o único livro dos anos finais no qual se apresentou todos os tipos de problemas combinatórios simples. As autoras corroboraram o resultado de Barreto e Borba (2010) quando identificam que as representações simbólicas mais utilizadas foi apenas o enunciado. Martins (2016) objetivou analisar os problemas combinatórios apresentados em oito livros de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental aprovados no PNLD 2016. A autora observou que apenas um dos livros apresentou os quatro tipos de problemas combinatórios. Além disso, constatou que os problemas mais frequentes são os de *combinação*, *produto cartesiano*, *permutação* e *arranjo* e observou pouca variação na representação simbólica de tais problemas, sendo mais frequentes problemas com apenas enunciado (55%), seguidos por aqueles que apresentam desenho (34%), quadro (11%) e árvores de possibilidades (4%)

Borba, Azevedo e Bittar (2016) investigaram como representações simbólicas de problemas combinatórios são tratadas em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A partir da análise de duas coleções de livros didáticos (uma de 1º a 3º ano do Ensino Fundamental, outra de 4º a 5º ano do Ensino Fundamental) observaram que os problemas de *arranjo* não foram apresentados nas coleções, contrapondo-se ao indicado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), e ainda, constataram que a linguagem natural e desenhos são as

representações mais frequentes, e que quadros e árvores de possibilidades são presentes apenas em problemas de *produto cartesiano*.

Com base nas investigações aqui apresentadas, observa-se que, ao longo do tempo, nos livros didáticos brasileiros dos anos iniciais do Ensino Fundamental, problemas combinatórios são apresentados nos diferentes anos dessa etapa, mesmo que não de forma a abranger todos os tipos em um único ano. Constata-se que existe a predileção pelos problemas de *combinação* e *produto cartesiano*, e que se apresentam diferentes tipos de representações simbólicas no tratamento desses problemas, mesmo que de maneira superficial e/ou pontual a um determinado tipo de problema.

MÉTODO

Neste artigo utilizou-se uma metodologia qualitativa (PÉREZ-SERRANO, 1994), de nível descritivo (HERNÁNDEZ; FERNÁNDEZ; BAPTISTA, 2006), mediante análise de conteúdo (LÓPEZ-NOGUERO, 2002).

O sistema educativo para educação primária no Chile tem algumas semelhanças e diferenças ao sistema educacional brasileiro. No Quadro 1 apresenta-se uma comparação entre as divisões em anos dos dois sistemas.

Quadro 1 – Comparação entre anos/idades da fase inicial da Educação Brasil e Chile

Anos iniciais do Ens. Fund. Brasil	Idade prevista para os alunos	Educação primária Chile	Idade prevista para os alunos
1º ano	6	1º ano	6-7
2º ano	7	2º ano	7-8
3º ano	8	3º ano	8-9
4º ano	9	4º ano	9-10
5º ano	10	5º ano	10-11
Início dos anos finais do Ens. Fund. Brasileiro		6º ano	11-12

A amostra foi formada por seis livros, de 1º a 6º anos de Educação Primária. Estes livros correspondem aos que são escolhidos pelo estado para serem distribuídos gratuitamente aos colégios públicos e particulares subvencionados. A escolha se justifica por serem amplamente usados por professores e estudantes de Educação Primária no Chile, fazerem parte das coleções que foram publicadas após a atualização das diretrizes curriculares estabelecidas pelo MINEDUC (2012), além de serem escolhidos pelo estado para cada curso (isso justifica os autores diferentes).

As variáveis utilizadas para descrição das atividades foram: tipos de problemas combinatórios, representações apresentadas e/ou estratégias vinculadas à resolução do problema (listagem, árvore de possibilidades, quadro, multiplicação), eixos e/ou blocos de conteúdos nos quais as atividades são apresentadas (números e operações, padrões e álgebra, geometria, medição, dados e probabilidade).

Sobre os tipos de problemas combinatórios, utilizou-se a classificação de problemas proposta por Pessoa e Borba (2009), principalmente, por se tratar de problemas combinatórios da educação primária. Nessa classificação as autoras consideram os problemas combinatórios como:

- *Produto cartesiano* – que envolve dois ou mais conjuntos disjuntos que são combinados, a partir da seleção de um elemento de cada um dos conjuntos independentes, gerando um novo conjunto de elementos, de natureza distinta da dos conjuntos disjuntos dados;
- *Permutação* – que envolve a ordenação de todos os elementos de um conjunto;
- *Arranjo* – que envolve a escolha de um grupo de elementos de um conjunto maior, em que a ordem dos elementos do grupo gera novas possibilidades;
- *Combinação* – que envolve a escolha de um grupo de elementos de um conjunto maior, em que a ordem dos elementos do grupo não gera novas possibilidades.

A seguir, apresentam-se alguns dos resultados encontrados.

RESULTADOS

Nos livros analisados, foram encontrados apenas 26 problemas combinatórios, os quais foram distribuídos na Quadro 2 por tipo de problema e por ano de escolarização.

Quadro 2 - Tipos de problemas combinatórios encontrados por ano do livro didático

Tipos de prob. combinatórios	Anos escolares						Total
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	
Prod.Cartesiano					2	5	7
Permutação			1	2		1	4
Arranjo		1		1	4		6
Combinação	1	3	2	3			9
Total	1	4	3	6	6	6	26

Constata-se o pequeno número de problemas combinatórios dos livros chilenos, o que pode ser devido a esse conteúdo não ser foco do currículo nessa

etapa de ensino. No entanto, em todos os livros encontra-se algum problema desse conteúdo. Observa-se que o problema combinatório mais comum é o de *combinação*, seguidos por *produto cartesiano*, *arranjo* e *permutação*. Não há, como esperado, um livro que aborde os quatro tipos de problemas combinatórios.

A maioria dos problemas encontrados, não exige o esgotamento de possibilidades, sendo necessária a listagem apenas de algumas delas, como se observa na Figura 1.

Figura 1 – Problema de permutação com elevado número de possibilidades

7. Elena quiere ordenar los objetos que están sobre la mesa de acuerdo a sus formas. Haz una lista organizada de cómo puede ordenar los objetos.




Fonte: Livro 4º ano, p.83

Nesse problema, primeiro tem-se que agrupar por tipo (cone, cubo, paralelepípedo, pirâmide, esfera, cilindro) e depois variar a ordenação dos objetos. Na resposta apresentada a esse problema, os autores respondem apenas “múltiplas respostas”, nesse caso justificado pelo grande número de possibilidades. Esse tipo de problema pode ser classificado como problema combinatório composto, posto que, representa situações que fazem uso de mais de uma operação combinatória, no caso específico, variadas permutações.

Em outro livro, com um número menor de possibilidades (Figura 2), o autor apresenta o número total de possibilidades.

Figura 2 – Problema de permutação com pequeno número de possibilidades

Si  quiere programar 3 canciones para escuchar una seguida de la otra, ¿de cuántas maneras podría programarlas?

Fonte: Livro 6º ano, p.245

Além da *escolha e ordem* dos elementos, Batanero et al (1996) discutem a *repetição* de elementos como outro aspecto que pode gerar, ou não, novas possibilidades (nos problemas de seleção). Na análise, observou-se que em alguns problemas encontra-se a possibilidade de repetição dos elementos, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Problema de arranjo com repetição

- 5 Combina los dígitos 0, 5 y 9, y forma cinco números de siete cifras. Luego, explica por qué estos números son distintos, aunque tengan los mismos dígitos. Considera que puedes repetir los dígitos.

Fonte: Livro 5º ano, p.27

Nesse caso, também não há preocupação do autor com o esgotamento de possibilidades, até porque a resposta é 2.3^6 , ou seja, 1458 possibilidades de números diferentes, o que inviabiliza um processo de enumeração dessas possibilidades.

Outros casos observados foram os problemas combinatórios condicionais (Figura 4). Os problemas combinatórios condicionais exigem dos alunos o reconhecimento de certas relações combinatórias que influenciam no número total de possibilidades.

Figura 4 – Problema de arranjo com repetição e com condição

- 6 Escribe con cifras y con palabras un número de siete cifras que cumpla cada condición.
- El dígito de las unidades de millón que sea menor que 5 y el de las centenas de mil, mayor que 3.
 - Los dígitos del número suman 36.
 - El dígito de las unidades de millón está entre 5 y 8 y el resto de los dígitos son números pares.

Fonte: Livro 5º ano, p.28

Borba e Braz (2012, p.5) classificaram problemas condicionais utilizando critérios cognitivos, considerando aspectos relativos “à explicitação (ou não) de determinados elementos que devem fazer parte das possibilidades válidas, posicionamentos, proximidades e/ou ordenações específicas que certos elementos devem apresentar”. Na Figura 4 verificam-se condições para posições específicas, explicitando critérios para as possibilidades.

Com relação às representações observadas, corroborando com os estudos anteriores, o enunciado em linguagem natural é a forma mais frequente de apresentação dos problemas, como se pode observar na Quadro 3.

Quadro 3 - Tipos de representações/estratégias apresentadas/solicitadas para os problemas combinatórios identificados, por ano de escolarização.

Tipos de representações	Anos escolares						Total
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	
LN		1	2	3	6	1	13
LN-L	1	2	1	1			5
LN-L-A		1				1	2
LN- D				1			1
LN-Q				1			1
LN-A						3	3
LN-M		1	2	3	6	1	13

LN: Linguagem Natural; L: Listagem; A: Árvore de Possibilidades; D: Desenho; Q: Quadro; M: Multiplicação.

Em alguns livros observa-se pouca variação do tipo de representação, como no caso do 1º e 5º anos. A solicitação de elaboração de listagens foi mais frequente que outras formas de representação, tais como árvores de possibilidades (Figura 5) que foram pouco exploradas.

Figura 5– Problema de produto cartesiano com representação em árvore de possibilidades

Ejemplo 2
 Se lanzan dos dados de seis caras y se observan los puntos obtenidos en las caras superiores. Escribe los resultados posibles.

¿Cómo lo hago?
 Puedes usar un diagrama de árbol para visualizar los resultados.

Escribe los casos posibles en el lanzamiento de los dos dados que se observan en el diagrama.

En total son 36 casos, los que corresponden a los siguientes:

(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (1, 6); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (2, 6);
 (3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (3, 5); (3, 6); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 4); (4, 5); (4, 6);
 (5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 5); (5, 6); (6, 1); (6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5); (6, 6).

Fonte: Livro 6º ano, p.247.

Na Figura 5, verificam-se as conversões de Linguagem Natural para Árvore de Possibilidades e, ainda, para Listagem por meio de pares ordenados. Borba, Azevedo e Bittar (2016) advogam que a proposição de múltiplas representações de problemas combinatórios e a conversão entre representações, propostas em livros didáticos brasileiros, são bastante positivas. Advertem, no entanto, para ausência de orientações para o trabalho de professores para esse aspecto.

A árvore, como observado por Azevedo e Borba (2013), é uma representação que possibilita o levantamento sistemático de possibilidades e, nesse sentido, deve ser mais explorada nos problemas combinatórios trabalhados em livros didáticos de anos iniciais de escolarização.

Com relação à distribuição dos problemas combinatórios por eixo de conhecimento matemático, constatou-se a partir da Quadro 4, sua organização por ano escolar.

Quadro 4 - Problemas combinatórios por eixo de conhecimento

Tipos de representações	Anos escolares						Total
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	
Números e operações	1	3	3	4	4	0	15
Padrões e álgebra							0
Geometria				1			1
Medidas		1			2		3
Dados e probabilidade				1		6	7

Verificou-se que a maioria dos problemas está no eixo de *números e operações*, seguido por *dados e probabilidade*. Os eixos de *geometria* e de *medidas* são também utilizados como contextos para exploração de problemas combinatórios, o que parece ser positivo, pois permite a inter-relação entre os diferentes conteúdos de Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No estudo, observou-se que nos livros chilenos – diferentemente dos brasileiros – as situações combinatórias são pouco exploradas nos anos iniciais. Verificou-se que, apesar do número reduzido de situações, elas apresentaram, no geral, diversidade de tipos de problemas combinatórios, além de focalizar problemas combinatórios condicionais e compostos.

A maioria dos problemas combinatórios apresentados não possui foco no esgotamento de todas as possibilidades, priorizando a listagem/enumeração de algumas poucas opções. Advoga-se, no entanto, que os manuais poderiam orientar o professor a comparar as diferentes possibilidades propostas pelos alunos, possibilitando a enumeração sistemática.

Há necessidade de maior exploração em termos de maior variedade dos tipos de problemas em cada ano escolar, maior diversidade de representações simbólicas utilizadas nos enunciados e nas resoluções esperadas para os problemas, bem como a apresentação de situações combinatórias nos distintos eixos.

REFERENCIAS

ANDREWS, A.; DIXON, J.; NORWOOD, K.; ROBY, T.; SCHEER, J.; BENNETT, J.; LUCKIE, L.; NEWMAN, V.; SCARCELLA, R.; WRIGHT, D. **Matemática 4º Básico**. Santiago: Galileo, 2014a.

_____. **Matemática 5º Básico**. Santiago: Galileo, 2014b.

_____. **Matemática 6º Básico**. Santiago: Galileo, 2014c.

AZEVEDO, J.; BORBA, R.E.S.R. Combinatória: a construção de árvores de possibilidades por alunos dos anos iniciais com e sem uso de software. **Alexandria**. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.6, n.2, p. 113-140, junho 2013.

BARRETO, F.L.S.; BORBA, R. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. **Anais do X ENEM** - X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador. SBEM, 2010.

BATANERO, C.; GODINO, J. D; NAVARRO-PELAYO, V. **Razonamiento combinatorio**. Madri: Sintesis, 1996.

BONAFÉ, J.M.; RODRÍGUEZ, J.R. O currículo e o livro didático: uma dialética sempre aberta. In: SACRISTÁN, J. . (Org.) **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013. pp.209- 225.

BORBA, R. Antes cedo do que tarde: o que as pesquisas nos dizem sobre o aprendizado da Combinatória no início da escolarização. **Anais do I ENCEPAI**. Recife, 2016.

BORBA,R.; AZEVEDO,J.; BITTAR, M. Brazilian Primary School Textbooks: symbolic representations in combinatorial situations. **Proceedings 13th International Congress on Mathematical Education**. Hamburg, 2016.

BORBA, R.; BRAZ, F. O que é necessário para compreender Problemas Combinatórios Condicionais? **Anais do III SIPEMAT**. Fortaleza, 2012.

BORBA, R.; ROCHA, C.; AZEVEDO, J. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. **BOLEMA** - Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, v. 29, n. 53, pp. 1348-1368. Dezembro, 2015.

BORBA, R.E.S.R.; PESSOA, C.A.S; ROCHA, C.A.; ASSIS, A. A formação de professores de anos iniciais do ensino fundamental para o ensino da combinatória. **Revista RPEM** - Revista Paranaense de Educação Matemática Universidade Estadual do Paraná – Unespar Campo Mourão, v.3, n.4, 2014.

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016.

_____. **FNDE**. SEB. Guia de livros didáticos: PNLD 2016 para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais: Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2015.

_____.SEB. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Educação Estatística. Ministério da Educação. Brasília: MEC, SEB, 2014.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 1ª a 4ª série. Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

CHARLES, R.; CALDWELL, J.; CAVANAGH, M.; CHANCELLOR, D.; COPLEY, J.; CROWN, W.; FENNEL, F.; RAMIREZ, A.; SAMMONS, K.; SCHIELACK, J.; TATE, W.; VAN DE WALLE, J. **Matemática 3º Educación Básica**. Santiago: Pearson, 2014.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique, 1991.

DÍAZ-LEVICOY, D.; BATANERO, C.; ARTEAGA, P.; GEA, M.M. Gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria: un estudio comparativo entre España y Chile. **BOLEMA** - Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, v. 30, n. 55, pp. 713-737. Ago. 2016.

DÍAZ-LEVICOY, D.; MORALES, R.; LÓPEZ-MARTÍN, M.M. Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de Educación Primaria. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 4, n. 7, p. 10-39, 2015.

ENGLISH, L. Combinatorics and the development of children's combinatorial reasoning. In: JONES, G. A. (Ed.) **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and Learning. New York: Springer, 2005. pp. 121-141.

- FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children.** Dordrecht: Reidel, 1975.
- HERNÁNDEZ, R.; FERNÁNDEZ, C.; BAPTISTA, P. **Metodología de la Investigación.** México D.F.: McGraw Hill, 2006.
- HO KHEONG, F.; RAMAKRISHNAN, C.; PUI WAH, B.L.; CHOO, M. **Mi Matemática.** Texto del Estudiante 2°. Santiago: Marshall Cavendish Education, 2014.
- LÓPEZ-NOGUERO, F. El análisis de contenido como método de investigación. **XXI.** Revista de Educación, v. 4, p. 167-180, 2002.
- MAHER, C.; POWELL, A.; UPTEGROVE, E. **Combinatorics and Reasoning:** representing, justifying and building isomorphisms. New York: Springer, 2010.
- MARTINS, G.V. Problemas de combinatória em livros didáticos do 5º ano aprovados no PNLD 2016. **Anais do XII ENEM.** São Paulo, 2016.
- MINEDUC. **Matemática Educación Básica. Bases curriculares.** Santiago: Unidad de Currículum y Evaluación, 2012.
- PÉREZ-SERRANO, G. **Investigación cualitativa. Retos e interrogantes.** Madrid: La Muralla, 1994.
- ROCHA, C.A; LIMA, A.P.B.; BORBA, R.E.S.R. Conhecimentos Pedagógicos para Ensinar Combinatória: currículo e documentos orientadores para os anos iniciais. **EM TEIA.** Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v. 7, n.1, p.1-26, 2016.
- SALAZAR, R.; SPROVERA, M. **Matemática 1º Básico.** Texto del Estudiante. Santiago: Fe y Alegría, 2014.
- SILVA, M.C; PESSOA, C.A.S. A Combinatória em Livros Didáticos do Ensino Fundamental. **Zetetiké,** v. 23, n. 44, p. 377-394, 2015.