

# AVANCES EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN Y DEL DESARROLLO, 2016



**Coordinadores:**

**Tamara Ramiro-Sánchez y M<sup>a</sup> Teresa  
Ramiro**

**ISBN: 978-84-617-6294-1**

**ORGANIZA**



**Universidad de Granada**  
Grupo de Investigación CTS-261

Avances en Ciencias de la Educación y del Desarrollo, 2016

Autor: 4th International Congress of Educational Sciences and Development. Santiago de Compostela (España), 23-25 de junio de 2016.

Compiladores: Tamara Ramiro-Sánchez y M<sup>a</sup> Teresa Ramiro

Edita: Asociación Española de Psicología Conductual (AEPC).

CIF: G-23220056

Facultad de Psicología.

Universidad de Granada.

18011 Granada (España).

Correo electrónico: info@aepc.es.

Web: <http://www.aepc.es>.

ISBN: 978-84-617-6294-1

**NOTA EDITORIAL:** Las opiniones y contenidos de los capítulos publicados en el libro de capítulos “Avances en Ciencias de la Educación y del Desarrollo, 2016”, son de responsabilidad exclusiva de los autores; asimismo, éstos se responsabilizarán de obtener el permiso correspondiente para incluir material publicado en otro lugar.

## EVIDENCIA DE ELEMENTOS ASOCIADOS AL PENSAMIENTO FUNCIONAL EN CURRÍCULO CHILENO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Rodolfo Morales y María C. Cañadas

*Universidad de Granada*

### Resumen

En este estudio abordamos el análisis de elementos asociados al pensamiento funcional en el currículo chileno. Realizamos un análisis de contenido de las directrices relativas al álgebra escolar para las edades 6-13 años. Analizamos cada uno de los programas de estudio de matemáticas para cada uno de los ocho años mencionados. Mostramos un resumen de los elementos asociados al pensamiento funcional presente en cada programa de estudio, organizado por curso. Además, presentamos ejemplos que evidencian elementos de este tipo de pensamiento. Los resultados muestran que en todos los cursos de educación básica chilena hay presencia de elementos relacionados con el pensamiento funcional.

**Palabras clave:** currículo, early algebra, educación básica, pensamiento funcional.

### Abstract

In this study, we tackle the analysis of elements related to functional thinking in the Chilean curriculum. We realized a content analysis of the guidelines concerning school algebra proposed for 6-13 school ages. We analyzed each study program for each of the eight mentioned years. We show an abstract of the elements related to functional thinking on each of the study programs, organized by year. Moreover, we present examples that evidence elements of this kind of reasoning. Results show that there are elements concerning functional thinking in every year of elementary education in Chile.

**Keywords:** curriculum, early algebra, primary education, functional thinking.

### Introducción

La propuesta curricular *early algebra* busca incorporar elementos algebraicos a partir de los primeros niveles de escolarización. Se sugiere transformar la matemática escolar otorgándole un carácter algebraico (Kaput, 2000), ofreciendo a los alumnos oportunidades para que exploren e identifiquen patrones, generalicen, representen,

modelen, predigan, discutan y argumenten relaciones matemáticas (Blanton y Kaput, 2005).

El pensamiento funcional es un enfoque del *early algebra* recomendado para promover elementos algebraicos en alumnos de edades tempranas (Cañadas, Brizuela y Blanton, 2016). El pensamiento funcional se centra en las relaciones entre dos o más variables (Smith, 2008). Involucra diferentes acciones y elementos que le otorgan su carácter algebraico, como: trabajar con funciones, con cantidades que covarían (Smith, 2008); observar patrones de cómo varía una cantidad en relación a otra (Blanton, 2008); establecer relaciones entre cantidades covariables (Smith, 2008), y generalizar, representar, justificar, y razonar fluidamente (Blanton, Levi, Crites y Dougherty, 2011).

Diferentes países incluyen el álgebra desde los primeros niveles de escolarización (Merino, Cañadas y Molina, 2013). Chile es uno de estos países (Ministerio de Educación de Chile, 2012). Sin embargo, surge la necesidad de evidenciar elementos asociados al pensamiento funcional en estos currículos para contar con herramientas de cómo abordarlo. Nos planteamos como objetivo evidenciar la presencia de elementos asociados al pensamiento funcional en el currículo chileno.

### **Método**

Realizamos un análisis de contenido (Rico y Fernández-Cano, 2013), de los programas de estudios de Matemática de educación básica en Chile. La educación básica chilena está organizada en ocho cursos que van desde primero a octavo año básico (6 a 13 años de edad). Cada uno de los cursos cuenta con un programa de estudio de Matemática (MINEDUC, 2013a, b, c, d, e, f; 2014a, b). Se estructuran de acuerdo a las siguientes dimensiones: (a) objetivos de aprendizaje, que consideran habilidades, conocimientos y actitudes; (b) ejemplos de actividades; y (c) ejemplos de evaluación. El contenido de Matemática en los programas de primero a sexto básico está organizado en cinco ejes temáticos: números y operaciones; patrones y álgebra; geometría; medición; y probabilidades. Mientras que en séptimo y octavo se organiza en: números; álgebra y funciones; geometría, y probabilidad y estadística.

Analizamos los programas de estudio de Matemática de cada curso (ocho programas). Para nuestro objetivo, nos centramos concretamente en los ejes temáticos de patrones y álgebra (primero a sexto básico), y álgebra y funciones (séptimo y octavo básico). Nuestras unidades de análisis son aquellos fragmentos de textos e ilustraciones

que evidencian elementos del pensamiento funcional que pueden presentarse en las dimensiones de cada programa de estudios de los ejes temáticos considerados.

Las categorías de análisis que empleamos surgen del marco conceptual presentado en la introducción y hacen referencia a los elementos relacionados con el pensamiento funcional, como:

- Patrones: evidencias de propuestas de patrones.
- Relacionar cantidades: evidencias de propuestas de relación entre cantidades covariables.
- Representar patrones y/o relaciones: evidencias de propuestas de representación de patrones y relaciones entre cantidades covariables.
- Justificar patrones y/o relaciones: evidencias de propuestas de argumentación o explicación de patrones y relaciones entre cantidades covariables.
- Generalizar patrones y/o relaciones: evidencias de propuestas de generalización de patrones y relaciones entre cantidades covariables.

## **Resultados**

Mostramos existencia de elementos de pensamiento funcional por curso (primero a octavo básico) presente en los programas de estudio analizados. Estos elementos en ocasiones estuvieron presentes en objetivos de aprendizaje y en otras en ejemplos de actividades o de evaluación.

Primero mostramos un resumen general de la evidencia encontrada de elementos de pensamiento funcional en cada curso (Tabla 1), y continuamos con ejemplos que evidencian la existencia de elementos de pensamiento funcional.

### **Elementos pensamiento funcional por curso**

En la tabla 1 observamos que el trabajo con patrones se propone a partir de primero básico. Representar y justificar patrones y/o relaciones entre cantidades se propone a partir de segundo básico. Relacionar cantidades se introduce en tercero básico. Por último, generalizar patrones o relaciones entre cantidades se propone a partir de sexto básico. Destacamos que en estos programas de estudios de Matemática hay evidencias de elementos de pensamiento funcional en todos los cursos de primero a octavo básico. Una vez que se incluye uno de los elementos relativos al pensamiento funcional, se continúa trabajando en los siguientes cursos.

Tabla 1


*Elementos pensamiento funcional en programas de estudio chilenos*

Elementos pensamiento funcional	Curso							
	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Patrones	X	X	X	X	X	X	X	X
Relacionar cantidades			X	X	X	X	X	X
Representar patrones y/o relaciones		X	X	X	X	X	X	X
Generalizar patrones y/o relaciones						X	X	X
Justificar patrones y/o relaciones		X	X	X	X	X	X	X

**Ejemplos elementos pensamiento funcional por curso**

La propuesta para el trabajo con patrones en primero básico es “reconocer, describir, crear y continuar... patrones numéricos...” (MINEDUC, 2013a, p. 42). En segundo, se incluye representar y justificar patrones: “... representar y continuar... patrones numéricos...” (MINEDUC, 2013b, p.42), “explican... la regla usada para un patrón numérico dado... crean un patrón numérico, usando una regla y la explican” (MINEDUC, 2013b, p. 137). La figura 1 muestra ejemplos de actividades de patrones para estos cursos.

Extienden una secuencia de bloques geométricos básicos, justificando la selección de bloques empleada en su extensión. Por ejemplo, extienden la secuencia:



Encuentran la regla utilizada en los siguientes patrones y completan la secuencia de acuerdo a esa regla. Para esta actividad, se ayudan con la “tabla de 100”.

- > 16, 14, 12, \_\_, \_\_, \_\_
- > 14, 24, 34, 44, \_\_, \_\_, \_\_
- > 5, 10, 20, 40, \_\_, \_\_, \_\_

Completan los siguientes patrones numéricos:

- > 4, 8, 12, □, 20, 24, □, □, □
- > 15, 17, 19, □, 23, □, □,

*Figura 1.* Actividades de patrones de primero (MINEDUC, 2013a, p. 64) y segundo (MINEDUC, 2013b, p. 149).

En tercero y cuarto básico se introduce actividades de relacionar cantidades (figura 2). La actividad de la figura 2 relaciona la cantidad de pisos (variable independiente) con la cantidad de cubos (variable dependiente).

Los alumnos, en grupos de 4, construyen una torre de acuerdo a las indicaciones de la tabla que se muestra a continuación. Determinan la regularidad presentada en la tabla y descubren la incógnita de cuántos cubos se necesitarán para una torre de 8 pisos. (Tecnología)

pisos	1	2	3	8
cubos	5	10	15	¿?

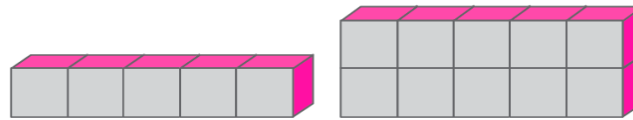


Figura 2. Actividad relacionar cantidades de tercero (MINEDUC, 2013c, p. 99).

En quinto y sexto se propone encontrar la variable dependiente (relación directa), y la variable independiente (relación inversa), en tablas de funciones (figura 3).

Realizan las siguientes actividades:

- › dan una regla entre los valores de la tabla 1 y una regla entre los valores de la tabla 2

3	7
5	11
8	17
12	
	63

2	8
	12
4	16
5	
	24

- › completan las tablas usando esas reglas

Figura 3. Actividad relacionar cantidades directa e inversa para quinto (MINEDUC, 2013e, p. 77).

En sexto y séptimo se introduce la generalización y la representación de relaciones entre cantidades usando el simbolismo algebraico: “representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones” (MINEDUC, 2013f, p. 42) y “utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones” (MINEDUC, 2014a, p. 38). La figura 4 muestra una actividad de evaluación que ejemplifica lo anterior.

Esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático.

Sebastián está haciendo un trabajo con cajas de cartón y decide ponerlas de tal forma que se vea como una escalera de peldaños separados.



Empieza haciendo los peldaños y piensa:

"Si tengo sólo una caja de cartón, tendré que pegar al piso sólo una de sus caras y se ven cinco de sus caras. Para el segundo peldaño son dos cajas de cartón, tengo que pegar 3 caras; o sea, 3 caras no se verán y 9 caras se siguen viendo. Si sigo haciendo peldaños, ¿cuántos caras tendré que pegar y cuántas se verán?"

- Complete la siguiente tabla

Cantidad de cajas de cartón	Cantidad de caras que no se ven	Cantidad de caras que se ven
1	1	5
2	3	9
3	...	...
...	...	...

- Representan en un diagrama de barras la cantidad de caras de las cajas de cartón que no se ven (respectivamente las caras que se ven) en los diferentes peldaños que está haciendo Sebastián.
- Determine la regla en que aumentan las caras no visibles (respectivamente las visibles).
- Encuentra una expresión algebraica que permita determinar las caras no visibles (respectivamente las visibles) cuando se tiene  $x$  cajas de cartón.

Figura 4. Actividad de evaluación para séptimo (MINEDUC, 2014a, p. 101).

Para octavo básico los alumnos deben mostrar comprensión sobre la noción de función por medio de diferentes maneras: "generalizándola... trasladando funciones lineales en el plano cartesiano, determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica... y utilizándola para resolver problemas" (MINEDUC, 2014b, p. 75).

### Conclusiones

Al analizar los programas de estudio de Matemática chilenos evidenciamos que en todos los cursos de la enseñanza básica existen elementos de pensamiento funcional. Tres elementos de pensamiento funcional como: patrones, representar y justificar patrones y/o relaciones, se proponen a partir de primero o segundo básico. El trabajo de patrones propuesto en primero y segundo básico alude al patrón recursivo cuya variable independiente se encuentra implícita, y es partir de tercero que se introduce relacionar cantidades covariables. Lo anterior se entiende que para los alumnos de primero y segundo básico, el patrón recursivo es más accesible que las relaciones entre cantidades, dado que este último se introduce después. El proceso de generalización de patrones y/o relaciones entre cantidades se propone a partir de sexto de primaria por medio del simbolismo algebraico. Aconsejamos su introducción a partir de primero básico, dado que la investigación sugiere que a partir de este curso los alumnos pueden generalizar empleando el sistema de representación verbal (Cañadas et al., 2016). Este estudio se podría complementar considerando otros enfoques de la propuesta curricular *early algebra*.



## Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado dentro del proyecto de investigación del Plan Nacional I+D con referencia EDU2013-41632-P, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España, y gracias a una beca CONICYT PFCHA 72150072.

## Referencias

- Blanton, M. (2008). *Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Blanton, M. y Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.
- Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3–5*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 87-103.
- Kaput, J. J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K-12 curriculum*. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Merino, E., Cañadas, M. y Molina, M. (2013). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 24-40.
- Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Bases curriculares de matemática educación básica*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación de Chile (2013a). *Programa de estudio primer año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2013b). *Programa de estudio segundo año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2013c). *Programa de estudio tercer año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.

- Ministerio de Educación de Chile. (2013d). *Programa de estudio cuarto año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2013e). *Programa de estudio quinto año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2013f). *Programa de estudio sexto año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2014a). *Programa de estudio séptimo año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2014b). *Programa de estudio octavo año básico: Matemática*. Santiago, Chile: Autor.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiañez y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática* (pp. 1-22). Granada, España: Comares, S.L.
- Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. Kaput, W. Carraher y M. Blanton (Eds), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). Nueva York, NY: Routledge.