

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : GENIE ELECTRIQUE
Ref :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم : هندسة كهربائية
المرجع:.....

Thèse présentée en vue de l'obtention
Du diplôme de
Doctorat en sciences en : Electrotechnique

Spécialité (Option) : Electrotechnique

**Utilisation des Méthodes de l'Intelligence Artificielle dans la
Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Thermiques
Couplés dans les Systèmes Electriques**

Présentée par :
Seddik Azzaoui

Soutenue publiquement le 02/07/2017

Devant le jury composé de :

BENAKCHA A. Hamid	Professeur	Président	Université de Biskra
SRAIRI Kamel	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra
MAHDAD Belkacem	Maitre de Conférences 'A'	Examineur	Université de Biskra
BENDIB Samir	Maitre de Conférences 'A'	Examineur	Université de Batna II
RAHEM Djamel	Professeur	Examineur	Université d'Oum El Bouaghi
BOUKEZZI Larbi	Professeur	Examineur	Université de Djelfa

Remerciements

Je tiens à remercier mon Dieu **Allah** le tout puissant de m'avoir donné le courage, la patience et la force durant toutes ces années d'étude.

Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance à monsieur le professeur **Kamel SRAIRI**, mon directeur de thèse, pour sa très grande disponibilité et pour les longues discussions scientifiques. Je voudrais le remercier aussi pour ses conseils, ses lectures attentives de tout ce que j'ai pu écrire au cours de cette thèse. Je tiens à le féliciter pour ses qualités scientifiques et humaines exceptionnelles.

Je tiens à remercier monsieur **A. Hamid BENAKCHA**, professeur à l'université Mohamed Khider de Biskra, pour m'avoir fait l'honneur de président de jury de ma thèse.

Mes remerciements vont également à monsieur **Belkacem MAHDAD**, Maître de conférence à l'université de Biskra, à monsieur **Samir BENDIB**, Maître de conférence à l'université de Batna II, à monsieur **Djamel RAHEM**, professeur à l'université d'Oum El Bouaghi et monsieur **Larbi BOUKEZZI**, professeur à l'université de Djelfa, pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury de ma thèse.

Enfin, je me permets d'adresser ce remerciement à ma très chère famille à que je dédie cette thèse, et je remercie tous ceux que je n'ai pas cités et qui m'ont aidé pour l'accomplissement de ce travail.

Table des Matières

Résumé	I
Liste des Symboles	II
Liste des Figures	V
Liste des Tableaux	VIII
Introduction Générale	01

CHAPITRE UN Formulation des Problèmes Magnétothermiques

I.1 Introduction	04
I.2 Modèle Mathématique	05
I.2.1 Equations de <i>Maxwell</i>	05
I.2.2 Loi de Comportement	06
I.2.3 Conditions aux Limites	07
I.2.4 Espaces Fonctionnels	08
I.2.4.1 Espaces des Opérateurs Différentiels	08
I.2.5 Introduction des Potentiels	09
I.3 Les Formulations	10
I.3.1 Les Formulations de la Magnétodynamique	11
I.3.1.1 Formulation Electrique $A - \varphi$	11
I.3.1.2 Formulation Magnétique $T - \Omega$	12
I.3.1.3 Prise en Compte de la Loi de Comportement non Linéaire	13
I.3.2 Les Formulations de la Magnétostatique	13
I.3.3 Les Formulations de l'Electrocinétique	14
I.4 Généralités sur les Matériaux Magnétiques	15
I.4.1 Grandeurs Magnétique	15
I.4.2 Mécanismes d'Aimantation et Hystérésis Magnétique	16
I.4.2.1 Introduction	16
I.4.2.2 Approche Macroscopique	16
I.4.3 Modélisation de l'Hystérésis Magnétique	19
I.4.3.1 Modèle d'Hystérésis de <i>Preisach</i>	19
I.4.3.1.1 Principe du Modèle	20
I.4.3.1.2 Définition Géométrique	21
I.4.3.1.3 Améliorations Apportées aux Propriétés du Modèle	23
I.4.3.2 Modèle d'Hystérésis de <i>Jiles-Atherton</i> (JA)	24
I.4.3.3 Comportement Thermique du Phénomène d'Hystérésis	29
I.4.3.3.1 Introduction	30
I.4.3.3.2 Introduction de la Loi de Comportement Thermique de M_s	31
I.4.3.3.3 Introduction de la Loi de Comportement Thermique de H_c	33

I.4.4	Modèle Dynamique de <i>Jiles-Atherton</i>	34
I.4.4.1	Modèle Original	35
I.4.4.2	Extension au Modèle $M(B)$	37
I.5	Problème Thermique	38
I.5.1	Equation de Diffusion de la Chaleur	39
I.5.2	Conditions aux Limites	40
I.5.2.1	Transfert de Chaleur par Convection	40
I.5.2.2	Transfert de Chaleur par Rayonnement	41
I.5.2.3	Condition de <i>Dirichlet</i>	42
I.5.2.4	Condition de <i>Neumann</i>	42
I.5.3	Couplage Magnétothermique	42
I.5.3.1	Interaction Thermique / Electromagnétisme	42
I.5.3.2	Grandeurs de Couplage	44
I.5.3.3	Stratégies de Couplage	45
I.6	Conclusion	47

CHAPITRE DEUX

Discrétisation par Volumes Finis

II.1	Introduction	48
II.2	Outils d'Analyse (Modèles)	49
II.2.1	Les Modèles Analytiques	49
II.2.2	Les Modèles Numériques	51
II.3	Méthodes Numériques pour l'Electromagnétisme	52
II.3.1	Méthodes Numériques pour les Problèmes Fréquentiels	52
II.3.2	Méthodes Numériques pour les Problèmes Temporels	53
II.4	Introduction aux Méthodes des Volumes Finis	53
II.5	Formulation en Volumes de Contrôle	55
II.5.1	Introduction	55
II.5.2	Volumes Finis pour une Loi de Conservation	56
II.5.2.1	Cas Monodimensionnel	57
II.5.2.2	Cas Bidimensionnel	59
II.5.3	Reformulations du Problème Magnétodynamique non Linéaire	60
II.5.4	Cas des Systèmes à Symétries Axiales (Axisymétrique)	61
II.5.4.1	Problème Magnétodynamique	61
II.5.4.2	Problème Thermique	64
II.6	Formulation Axisymétrique des phénomènes Magnétothermique	64
II.6.1	Discrétisation de l'Equation Magnétodynamiques	64
II.6.2	Procédure de Résolution	67
II.6.3	Algorithmes Proposés	68

II.6.4 Discrétisation de l'Equations Thermiques	72
II.6.5 Couplage Magnétique Thermique	73
II.7 Conclusion	74

CHAPITRE TROIS

Techniques de l'Intelligence Artificielle

III.1 Introduction	76
III.2 Algorithmes Génétiques	77
III.2.1 Introduction	77
III.2.2 Principe	78
III.2.3 Génération de la Population Initiale	81
III.2.4 Fonction d'Adaptation	81
III.2.4.1 La transformation de la fonction objectif en fonction d'adaptation	81
III.2.4.2 Les réajustements de la fonction d'adaptation	82
III.2.5 Codage	83
III.2.5.1 Codage Binaire	84
III.2.5.2 Codage Réel	85
III.2.6 Opérateurs Génétiques	86
III.2.7 Les Paramètres des Algorithmes Génétiques	87
III.2.8 Avantages et Inconvénients des Algorithmes Génétiques	88
III.2.8.1 Avantage des AGs	88
III.2.8.2 Inconvénients des AGs	89
III.3 Application des Algorithmes Génétiques pour l'Identification des Paramètres de <i>Jiles-Atherton</i>	89
III.3.1 Résultats Expérimentales	90
III.3.2 Procédure d'identification des paramètres	92
III.4 Les Réseaux de Neurones Artificiels	97
III.4.1 Introduction	97
III.4.2 Réseaux de Neurones	97
III.4.2.1 Le Neurone	97
III.4.2.2 Bases Biologiques	98
III.4.3 Le Neurone Formel (Artificiel)	99
III.4.4 Type de Réseaux de Neurones	102
III.4.4.1 Architecture du Réseaux de Neurones	102
III.4.4.2 Connexions du Réseau de Neurones	103
III.4.4.3 Réseaux de Neurones Multicouches	104
III.4.4.4 Apprentissage des Réseaux de Neurones	104
III.4.4.5 Algorithme d'Apprentissage	105
III.4.5 Rétropropagation du Gradient	105
III.4.6 Modélisation du Cycle d'Hystérésis par Réseaux de Neurones Multicouches	110
III.5 Application et Résultats	112
III.5.1 Introduction	112

III.5.1 Description d'un prototype magnétique à Induction	113
III.5.2 Algorithme de Résolution	114
III.5.3 Résultats de simulation	115
III.6 Conclusion	118

CHAPITRE QUATRE
Application et Validation au Système de Chauffage
par Induction Electromagnétique

IV.1 Introduction	119
VI.2 Principe du Chauffage par Induction Electromagnétique	120
VI.3 Caractéristiques du Chauffage par Induction Electromagnétique	124
VI.4 Principe du Code de Calcul Volumes Finis pour Résoudre le Problème Magnétothermique non Linéaire	125
VI.4.1 Rappel sur le Couplage Magnétothermique	125
VI.4.2 Description du Dispositif de Chauffage par Induction	125
VI.4.3 Algorithme de Résolution	127
VI.4.4 Comportement Fréquentiel d'un Cycle Neuronale	128
VI.4.5 Comportement Thermique d'un Cycle Neuronale	129
VI.5 Implantation du Modèle Neural dans un Code Volumes Finis	130
VI.5.1 Résultats du Système Electromagnétique	131
VI.5.2 Résultats du Système Thermique	136
IV.6 Conclusion	139
Conclusion Générale	140

ملخص. خلال هذه المذكرة تم استعمال وتطبيق بعض تقنيات الذكاء الاصطناعي كالخوارزميات الجينية والشبكات العصبونية من اجل محاكاة الانظمة الكهرومغناطيسية الحرارية و تشخيص المواد المغناطيسية. وكجزء من هذا العمل، نحن مهتمون في تطوير نموذج يستند على الشبكات العصبونية التي يمكن أن تصف التخلف المغناطيسي مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير بعض المتغيرات الخارجية. المعاملات المثلى الخاصة بصيغة $(J-A)$ يمكن حسابها باستخدام الخوارزميات الجينية. يتم تنفيذ تحديد هذه المعايير عن طريق التقليل من الخطأ التكاملي للمربعات الصغرى بين القيم المقاسة والتي تحسب على أساس نموذج $(J-A)$ ، يتم التحقق من صحة النتائج المحسوبة من قبل الاختبارات التجريبية (SST) . ثم يتم دمج السلوك الحراري للنموذج العصبوني في حسابات الحجم المنتهية المطبقة على نظام التسخين بالتحريض.

الكلمات المفتاحية : الدورة التخلفية، صيغة (JA) ، الخوارزميات الجينية، الشبكات العصبونية، طريقة الحجم المنتهية، التسخين بالتحريض.

RÉSUMÉ. L'objectif de travail de recherche présenté dans le cadre de cette thèse de Doctorat est l'utilisation et l'application de certaines techniques de l'intelligence artificielle (Algorithmes Génétiques et les Réseaux de Neurones) ont été appliqués pour, d'une part, la modélisation des dispositifs électromagnétiques et thermiques couples, et d'autre part, pour le diagnostic et la caractérisation des matériaux magnétiques. Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons à développer un modèle basé sur les réseaux de neurones qui peut décrire l'hystérésis magnétique de *Jiles-Atherton* en tenant compte de l'influence de certaines grandeurs externes. Les paramètres fixés le modèle de l'hystérésis de *Jiles-Atherton* sont identifiés et optimisés par une méthode stochastique d'optimisation par algorithmes génétiques de code réel. L'identification des ces paramètres est effectuée en minimisant la moyenne de l'erreur des moindres carrées entre les valeurs mesurée et celle calculée par le modèle de $J-A$. Les résultats calculés sont validés par des essais expérimentaux effectués dans un cadre à bande unique (SST) . Le comportement thermique d'un modèle neurale à été intégré dans un code volumes finis pour modéliser un dispositif de chauffage par induction.

MOTS-CLÉS : hystérésis magnétique, modèle de *Jiles-Atherton*, algorithme génétique, réseau de neurones, méthodes des volumes finis (MVF), chauffage par induction.

ABSTRACT. In this thesis, the use applications of some techniques of artificial intelligence (Genetic Algorithms and Neural Networks) were applied for modeling electrothermal devices, and for the diagnosis and characterization of magnetic materials. In this work, we are interested to develop a model based on feed-forward neural networks of which can describe magnetic hysteresis by taking account of the influence of certain external sizes. The parameters set of the *Jiles-Atherton* hysteresis model identified by using a real coded genetic algorithm. The parameters identification performed by minimizing the mean squared error between experimental and simulated magnetic field curves. The method verified by applying it to an Axi-symmetrical ferromagnetic system. The calculated results validated by experiences performed in a Single Sheet Tester's frame (SST) . The thermal behavior of a neural model was integrated in a finite volume code to model an induction heating device.

KEYWORDS: magnetic hysteresis, *Jiles-Atherton* model, genetic algorithm, parameters identification, neural networks, finite volume method (FVM), induction heating.

Liste des Symboles et des Abréviations

I. Abréviation

Symbole	Définition
J-A	Jiles-Atherton
MEF	Méthode des éléments finis
MIF	Méthode des intégrales de frontière
MDF	Méthode des différences finies
MVF	Méthode des volumes finis
MATLAB	‘ Matrix laboratory’: langage de programmation
ID	Une dimension
2D	Bidimensionnel
3D	Trois dimensionnel
IA	l’Intelligence artificielle
AGs	Algorithmes génétiques
SST	Single sheet tester
MSE	Mean squared error
RNA	Réseaux de Neurones Artificiels

II. Symbole

Symbole	Unité
A Potentiel vecteur magnétique	[T m]
B Induction magnétique	[T]
D Induction électrique	[C/m]
U Potentiel électrique scalaire	[V]
E Champ électrique	[V/m]

H	Champ magnétique	[A/m]
J	Densité de courant total	[A/m ²]
J_s	Densité de courant d'excitation	[A/m ²]
J_{ind}	Densité de courant d'induit	[A/m ²]
V	Vitesse d'écoulement du fluide	[m/s]
F	Force électromagnétique	[N/m]
N	Nombre de spires	
B_r	Induction rémanente	[T]
Te	Potentiel vecteur électrique	[A/m]
Ω	Potentiel scalaire magnétique	[A/m]
M_{PF}	Aimantation "rémanente de point fixe	[A/m]
μ	Perméabilité magnétique	[H/m]
μ_0	Perméabilité magnétique à vide	[H/m]
μ_r	Perméabilité magnétique relative -	
ε	Permittivité électrique	
σ	Conductivité électrique	[S/m]
ρ	Densité de charge volumique	[C/m]
χ	Susceptibilité magnétique	
q	Charge électrique	[C]
S	Plan de <i>Preisach</i>	
$T(a,b)$	Triangle de <i>Preisach</i>	
$P(a,b)$	Densité de <i>Preisach</i>	
α, β	Paramètres	
ν_{PF}	Réductivité de point fixe	
D_c	Domaine conducteur	
H_e	Champ effectif	[A/m]
H_c	Champ coercitif	[A/m]
M_{an}	Aimantation anhystérétique	[A/m]
M_{irr}	Aimantation irréversible	[A/m]
M_{rev}	Aimantation réversible	[A/m]
M_s	Aimantation spontanée à saturation	[A/m]
a	Paramètre qui caractérise la pente de l'aimantation anhystérétique	[A/m]
α	Facteur de correction de <i>Weiss</i>	[A/m]
k	Coefficient d'épinglage	[A/m]

c	Facteur de réversibilité	
T_c	Température de curie	[°K]
q	Flux de chaleur	[W.m ⁻²]
λ	Conductivité thermique	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
ρ	Masse volumique	[kg.m ⁻³]
C_p	Chaleur massique	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
p	Sources volumiques de chaleur	[W.m ⁻³]
h_c	Coefficient de convection	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
ε	Emissivité de la surface d'échange	[W.m ⁻² .K ⁻⁴]
σ	Constante de <i>Stephan-Boltzmann</i>	[W.m ⁻² .K ⁻⁴]
T	Température	[°K]
T_{ref}	Température de référence	[°K]
ω	Facteur de relaxation	
i	Nombre complexe ($i^2=-1$)	

Liste des Figures

<i>Figure 1.1 - Domaine d'étude</i>	07
<i>Figure 1.2 - A l'échelle macroscopique et sans champ extérieur</i>	17
<i>Figure 1.3 - Cycle d'hystérésis, courbes de première aimantation et anhystérétique</i>	18
<i>Figure 1.4 - Etats d'aimantation d'une entité magnétique de Preisach</i>	20
<i>Figure 1.5 - Plan de Preisach</i>	22
<i>Figure 1.6 - Cycle d'hystérésis de Preisach</i>	22
<i>Figure 1.7 - Saut brusque de paroi sous l'action d'un champ extérieur</i>	25
<i>Figure 1.8 - Déformation réversible d'une paroi sous champ extérieur</i>	28
<i>Figure 1.9 - Cycle d'hystérésis de Jiles-Atherton</i>	29
<i>Figure 1.10 - L'évolution de l'aimantation à différent niveau du champ d'excitation</i>	30
<i>Figure 1.11 - Evolution de M_s en fonction de la température</i>	31
<i>Figure 1.12 - Détermination de la constant τ</i>	32
<i>Figure 1.13 - L'évolution du cycle d'hystérésis sous l'effet de la température</i>	33
<i>Figure 1.14 - L'évolution du cycle d'hystérésis sous l'effet de la température</i>	34
<i>Figure 1.15 - Evolution de la perméabilité relative en fonction de la température</i>	44
<i>Figure 1.16 - Procédure utilisée lors d'un couplage magnétothermique</i>	46
<i>Figure 2.1 - Maillage 1D</i>	58
<i>Figure 2.2 - Maillage 2D</i>	59
<i>Figure 2.3 - Domaine d'étude et conditions aux limites</i>	63
<i>Figure 2.4 - Maillage du domaine d'étude</i>	64
<i>Figure 2.5 - Description d'un volume fini</i>	65
<i>Figure 3.1 - Principe de l'algorithme génétique</i>	80
<i>Figure 3.2 - Illustration du codage des variables d'optimisation</i>	84
<i>Figure 3.3 - Les cinq niveaux d'organisation de l'AG</i>	84
<i>Figure 3.4 - Schéma synoptique du banc de mesure SST 500 mm*500 mm</i>	91
<i>Figure 3.5 Organigramme d'identification des paramètres de JA par AG's</i>	93
<i>Figure 3.6 Évolution de l'erreur totale, la fonction d'adaptation en fonction de nombres de génération</i>	95
<i>Figure 3.7 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par AG (Matériau I)</i>	96

<i>Figure 3.8 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par AG (Matériau II)</i>	96
<i>Figure 3.9 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par AG (Matériau III)</i>	97
<i>Figure 3.7 Représentation d'un neurone réel</i>	
<i>Figure 3.3 Modèle générale d'un neurone.</i>	
<i>Figure 3.8 - Fonctions de sortie des neurones</i>	
<i>Figure 3.9.a : Connexions directes</i>	
<i>Figure 3.9.b : Connexions récurrentes</i>	
<i>Figure 3.9.c : Connexions partielles</i>	
<i>Figure 3.9.d : Connexions totales</i>	
<i>Figure 3.10 Réseau de neurones multicouches</i>	
<i>Figure 3.11 Flux des signaux de la rétropropagation</i>	
<i>Figure 3.12 Algorithme de la rétropropagation de l'erreur.</i>	
<i>Figure 3.13 Structure générale d'un réseau de neurones multicouches</i>	
<i>Figure 3.14 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par algorithme génétique et par réseau de neurones ($f=50\text{Hz}$, $T=25^\circ\text{C}$)</i>	
<i>Figure 3.15</i>	
<i>Figure 3.16 Géométrie de la machine à induction</i>	
<i>Figure 3.17 Répartition du potentiel vecteur magnétique A</i>	
<i>Figure 3.18 La distribution axial du potentiel vecteur (centre des encoches).</i>	
<i>Figure 3.18.a La distribution du potentiel vecteur radial (centre des encoches).</i>	
<i>Figure 3.18.a La distribution du potentiel vecteur radial (points aléatoires)</i>	
<i>Figure 4.1 Schéma de principe du chauffage par induction</i>	120
<i>Figure 4.2 Principe d'une installation d'un chauffage par induction</i>	121
<i>Figure 4.3 Domaine d'étude d'une structure axisymétrique</i>	126
<i>Figure 4.4 Les Points sélectionnés au niveau de l'induit</i>	127
<i>Figure 4.5 Validation du comportement fréquentiel</i>	129
<i>Figure 4.6 Validation du comportement thermique</i>	130
<i>Figure 4.7 L'évolution des inductions magnétiques</i>	131
<i>Figure 4.8 L'évolution des champs magnétiques</i>	131
<i>Figure 4.9 Les cycles d'hystérésis pour les trois points de références</i>	132
<i>Figure 4.10 La répartition du potentiel vecteur magnétique A</i>	133

<i>Figure 4.11 Variation radiale du potentiel vecteur magnétique A</i>	134
<i>Figure 4.12 Variation axiale du potentiel vecteur magnétique A</i>	134
<i>Figure 4.13 Variation de la densité des courants et de puissance</i>	135
<i>Figure 4.14 Distribution radiale de la température T</i>	136
<i>Figure 4.15 Distribution axiale de la température T</i>	136
<i>Figure 4.17 Répartition de la température dans la charge</i>	137
<i>Figure 4.18 Evolution temporelle de la température</i>	138

Liste des Tableaux

<i>Tableau 2.1 - Algorithme de résolution de l'équation magnétodynamique non linéaire avec prise en compte de l'hystérésis</i>	69
<i>Tableau 2.2 : Autre algorithme de résolution d'un problème magnétodynamique en présence du non linéarité</i>	70
<i>Tableau 2.3 : Algorithme de résolution d'un problème magnétodynamique en présence du non linéarité sous l'hypothèse d'un fonctionnement scalaire</i>	71
<i>Tableau 3.1 les limites des paramètres de J-A</i>	94
<i>Tableau 3.2 Transition entre le neurone biologique et le neurone formel</i>	99
<i>Tableau 3.3 Algorithme de Résolution des problèmes magnétiques</i>	115
<i>Tableau 4.1. Algorithme de résolution magnétothermique</i>	128

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale

Le développement de toute technologie s'appuie sur des modèles de simulation permettant de mieux comprendre le comportement de dispositif. Ainsi, il est possible de prévoir l'effet des choix technologiques adoptés et l'impact sur le dispositif des éventuelles modifications de la géométrie ou des matériaux. Dans le domaine de l'électrotechnique, la modélisation a souvent pour but la conception optimale des équipements électromagnétiques tels que les moteurs électriques, les transformateurs, les actionneurs, etc. pour ce faire, les méthodes numériques sont couramment utilisées.

La conception, l'étude et l'optimisation de certains dispositifs électrotechniques impliquent une analyse à la fois électromagnétique et thermique. Toutefois, la prise en compte des problèmes de mouvements et la déformation de différentes natures des structures, d'apparition d'effets de peau, ou de non linéarité des paramètres...etc., ont amené les chercheurs et les utilisateurs en même temps, à creuser dans ce sens pour y trouver des solutions. La résolution des équations électromagnétiques ou de la thermique peut se faire par le biais de méthodes analytique ou numériques. Or, il est reconnu que les méthodes analytiques s'avèrent d'application très difficiles voire impossible dès que la complexité de la géométrie s'accroît et que certains matériaux possèdent des caractéristiques physiquement non-linéaires. Du point de vue électrique, les calculs analytiques ne sont valables que pour des géométries simples avec des inducteurs relativement longs. Cependant, il arrive assez souvent que, les inducteurs ne remplissent pas ces critères, soit parce qu'ils sont relativement courts (fours de fusion creuset), soit parce que leur structure n'est pas la structure classique de forme solénoïdale. Dans ces conditions, on est obligé de recourir aux méthodes numériques. Du point de vue thermique, et en raison de l'omniprésence des non-linéarités, même pour le cas des géométries simples, nous avons toujours avoir recours aux méthodes numériques pour prévoir l'évolution du profil de températures dans la pièce au cours du temps et dans l'espace. Ainsi, seules les méthodes numériques faisant appel à des techniques de discrétisation répondent ainsi aux conditions de notre travail. Ces méthodes transforment les équations aux dérivées partielles du champ électromagnétique ou de température en un système d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation de ce champ en une grille discrète de points dans le plan ou dans l'espace.

Ainsi, le couplage des méthodes numériques entre elles ou à celles de nature analytique a été un remède au problème de mouvement et de déformation des structures. La technique de l'impédance de surface pour les effets de peau considérables, ...etc. Le problème majeur de ces solutions proposées est le calcul itératif qui s'impose avec sa lourdeur et ses inconvénients en matière de nécessité de son adaptation à chaque sujet à modéliser.

L'objectif de cette thèse est l'application des techniques de l'intelligence artificielle (l'algorithme génétiques et les réseaux de neurones), ces nouvelles techniques sont capables d'assurer la modélisation et la caractérisation des dispositifs électriques, leurs optimisations et leurs diagnostics aussi.

Vue leurs spécificités, ces techniques permettent en particulier une meilleure optimisation structurelle des systèmes électriques, du temps de calcul et aussi l'identification paramétrique en tenant compte de l'ensemble des situations physiques qu'un système électrique peut présenter ou en avoir suite à des données spécifiques de fonctionnement, d'où l'objectif de cette thèse de Doctorat.

Dans ce cadre, nous organisons la présentation de notre thèse de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré aux formulations mathématiques des phénomènes électromagnétiques et thermiques dont leur aspect dynamique. Pour ce qui est de la partie électromagnétique, nous nous sommes intéressés au cas harmonique sinusoïdal, tandis que, dans le cas thermique, nous nous sommes focalisés sur la conduction thermique dont son état transitoire. Ces modèles mathématiques ont été présentés, dans un premier temps, dans le cas le plus général. Ensuite, nous les avons adaptés aux systèmes cylindriques présentant une symétrie axiale.

La prise en compte des modèles d'hystérésis magnétiques physiques fréquemment utilisés actuellement tel que, le modèle de *Preisach* et le modèle de *Jiles-Atherton* sont largement exposés.

Le second chapitre consacré à la présentation de la formulation en volumes finis des équations de la magnétodynamique et de la conduction thermique dans le cas cylindrique axisymétrique.

Le troisième chapitre présente les différentes techniques d'optimisation utilisées dans cette thèse. La première partie de ce chapitre introduit une vue générale sur les algorithmes génétiques structurellement est leur principe de fonctionnement et l'utilisé avec des essais de mesure pour l'identification et l'optimisation des paramètres de modèle de *Jiles –Atherton*.

Dans la deuxième partie, nous exposons les différents types de réseaux de neurones, leurs principes, leurs architectures, et leurs domaines d'application. Nous présenterons en suite, une application de réseaux de neurones multicouche pour la modélisation du cycle d'hystérésis de *Jiles –Atherton*, et l'intégration de ce modèle neural dans un code de calcul par volumes finis.

Nous abordons dans le quatrième chapitre, et en matière d'applications de cette thèse, nous s'intéresse à résoudre le problème magnétothermique dans les systèmes de chauffage par induction, où les phénomènes électromagnétiques et thermiques sont couplés par le biais de la puissance induite dans la charge à chauffer. Ainsi, la modélisation de tel phénomène nécessite un modèle mathématico-numérique couplé capable de prédire, voire d'optimiser un tel processus.

Le comportement thermique d'un modèle neurale à été intégré dans un code volumes finis pour modéliser un dispositif de chauffage par induction. Les résultats de la modélisation ainsi obtenus, soit à caractère magnétique (tant spatiales que temporelles): le potentiel vecteur magnétique, la densité des courants induits, les puissances induites (source de la chaleur, dans les pièces à chauffées), ou thermique : la répartition spatiale (dans différents points et positions) de la température dans les pièces à chauffer, ou temporelle : en différents instants, sont largement exposés.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale, résumons notre travail et nous proposons quelques suggestions futures.

CHAPITRE I :
Formulation des Problèmes
Magnétothermiques

Chapitre I - Formulation des Problèmes Magnétothermiques

I.1 Introduction

Ce chapitre se décompose en trois grandes parties. La première est relative au domaine continu. Les équations de *Maxwell* et les différentes lois de comportement permettant d'obtenir l'évolution des champs magnétiques et électriques seront rappelées. Les conditions aux limites du domaine seront ensuite introduites. Les espaces de définition des opérateurs différentiels et des grandeurs électromagnétiques seront déterminés. Une structure mathématique basée sur deux suites d'espaces regroupant l'ensemble des équations de *Maxwell* sera établie. Puis, sur la base des équations de *Maxwell*, nous définirons des formulations en électrocinétique, en magnétostatique et en magnétodynamique. Pour ce faire, nous introduirons les potentiels scalaires et vecteurs qui s'intégreront dans la structure mathématique formée par les espaces fonctionnels.

La seconde partie sera consacrée à la modélisation de l'hystérésis magnétique. Il présentera en premier lieu un mécanisme d'aimantation et le développement des modèles de l'hystérésis magnétique basant sur les deux approches micro et macroscopiques. Ensuite, on passera à la présentation de deux modèles physiques fréquemment utilisés actuellement, qui sont le modèle de *Preisach*, le modèle de *Jiles-Atherton*. Ce dernier modèle sera présenté de façon détaillée. Enfin, on présentera la simulation du modèle de *Jiles-Atherton* et en tenu compte les comportements thermiques du phénomène d'hystérésis.

Dans la dernière partie, les équations de la thermique et les différents modes de transfert de chaleur sont décrits en vue d'une modélisation analytique couplée des phénomènes magnétiques et thermiques.

I.2 Modèle Mathématique

Dans cette partie nous allons aborder le modèle mathématique nécessaire pour la modélisation numérique d'un système électromagnétique. Nous présenterons les principales formulations utilisées pour la résolution d'un problème électromagnétique.

I.2.1 Equations de *Maxwell*

Les équations de *Maxwell* constituent un système d'équations aux dérivées partielles qui régit l'ensemble des phénomènes électromagnétiques [1] [2] soit :

$$\mathbf{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (1.2)$$

Avec :

\mathbf{E} : Champ électrique (V/m)

\mathbf{H} : Champ magnétique (A/m)

\mathbf{J} : Densité de courant (A/m²)

\mathbf{B} : Induction magnétique (T)

\mathbf{D} : Induction électrique (C/m²)

Ces deux équations (1.1) et (1.2) relient les grandeurs magnétiques (\mathbf{H} , \mathbf{B}) et électriques (\mathbf{E} , \mathbf{D}). Une variation temporelle de l'induction magnétique \mathbf{B} entraîne une variation de la répartition spatiale du champ électrique \mathbf{E} et respectivement pour l'induction électrique \mathbf{D} et le champ magnétique \mathbf{H} .

En général, en électrotechnique, le terme $\partial_t \mathbf{D}$ qui représente les courants de déplacement est négligé. On trouve alors pour (1.2) la forme locale du théorème d'*Ampère* :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{ind}} + \mathbf{J}_s \quad (1.3)$$

I.2.2 Loi de Comportement

Les équations (1.1) et (1.2), qui font intervenir quatre grandeurs différentes, sont insuffisantes pour décrire entièrement le système. Ainsi, pour tenir compte des particularités d'un système (c'est-à-dire les différences de matériaux), il faudra introduire deux relations constitutives reliant les vecteurs (\mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{H} et \mathbf{J}). Outre le champ \mathbf{H} (resp. \mathbf{E}), l'induction \mathbf{B} (resp. \mathbf{J}) dépend de nombreux paramètres comme la température T . Les deux relations constitutives qui nous intéressent s'écrivent de manière générale [3] :

$$\mathbf{B} = \mathbf{f}(\mathbf{H}, t, T, \dots) \quad (1.4)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{g}(\mathbf{E}, t, T, \dots) \quad (1.5)$$

Où t désigne le temps. Toutefois, dans la loi de comportement (1.4), l'induction \mathbf{B} dépend fortement de \mathbf{H} à température constante. Dans la suite nous supposons que cette loi s'écrit

$$\mathbf{B} = \mathbf{f}(\mathbf{H}, t) \quad (1.6)$$

Dans le cas de la relation (1.5), à température constante, la densité de courant d'induit est supposée proportionnelle à \mathbf{E} :

$$\mathbf{J}_{\text{ind}} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.7)$$

Où σ désigne la conductivité électrique du matériau ($\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$). Dans la plupart des problèmes d'électrotechnique classique, la température est considérée constante dans tout le domaine d'étude. Dans ces conditions, la conductivité électrique est également considérée constante dans chaque milieu. Cependant, dès lors que des variations de température significatives apparaissent dans le système étudié, il convient de prendre en compte les effets de la température sur la conductivité électrique, au travers d'une étude magnétothermique, comme nous le verrons par la suite.

La loi constitutive (1.7) n'est autre que la loi d'*Ohm* [3]. Les deux lois constitutives peuvent ainsi être bâties à partir de mesures macroscopiques permettant de déterminer la

conductivité et la loi (1.6). Pour le comportement magnétique, si le matériau n'est pas ferromagnétique, le modèle est linéaire de la forme :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (1.8)$$

Avec μ_0 la perméabilité de l'air et μ_r la perméabilité relative. Pour les matériaux ferromagnétiques, on peut utiliser des modèles relativement complexes qui prennent en compte le phénomène d'hystérésis. Mais leur introduction dans des modèles numériques conduit à une augmentation du temps de calcul qui peut être acceptable en 2D mais plus du tout en 3D. Aussi on préférera utiliser, dans le cas de matériaux ferromagnétiques doux, une relation de la forme (1.8) avec μ_r qui peut dépendre ou non de \mathbf{H} [2].

Dans le cas des matériaux durs (aimants permanents), le phénomène de rémanence est introduit [4], et on obtient une loi de la forme :

$$\mathbf{B} = \mu_a \mathbf{H} + \mathbf{B}_r \quad (1.9)$$

Avec \mathbf{B}_r l'induction rémanente et μ_a la perméabilité magnétique de l'aimant qui est supposée constante et proche de la perméabilité de l'air.

I.2.3 Conditions aux Limites

La résolution du système composé des équations de *Maxwell* et des lois de comportement admet une infinité de solutions. Par conséquent, pour assurer l'unicité de la solution, des conditions aux limites du domaine sont imposées.

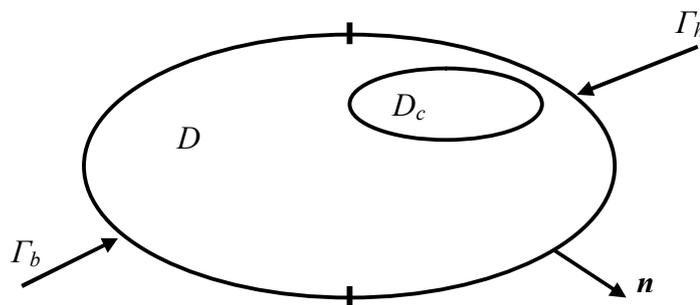


Figure 1.1 - Domaine d'étude

La frontière Γ du domaine D est décomposée en deux parties complémentaires notées Γ_h et Γ_b telles que $\Gamma_h \cap \Gamma_b = \emptyset$ et $\Gamma_h \cup \Gamma_b = \Gamma$ (fig. I.1). Sur la frontière Γ_h , on impose des conditions aux limites de la forme :

$$\mathbf{H} \times \mathbf{n} |_{\Gamma_h} = 0 \quad (1.10)$$

D'après la relation (1.3), on en déduit que :

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} |_{\Gamma_h} = 0 \quad (1.11)$$

Sur la frontière Γ_b , en général, on impose des conditions aux limites qui dépendent de la nature du milieu en contact avec Γ_b . Si le milieu est conducteur, on impose :

$$\mathbf{E} \times \mathbf{n} |_{\Gamma_b} = 0 \quad (1.12)$$

D'après l'expression (1.1), on en déduit que :

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} |_{\Gamma_b} = 0 \quad (1.13)$$

Par contre, si le milieu n'est pas conducteur, on impose seulement des conditions aux limites sur \mathbf{B} (équation (1.13)) (\mathbf{E} n'étant pas défini dans les zones non conductrices) [2]. Dans ce cas, la seule condition que l'on peut imposer à \mathbf{E} est que sa composante tangentielle s'écrive $\mathbf{E}_t = \mathbf{n} \times \mathbf{grad} \varphi$ avec φ un potentiel scalaire électrique.

I.2.4 Espaces Fonctionnels

En électromagnétisme, nous utilisons principalement les opérateurs différentiels (*grad*, *rot*, *div*) qui sont le gradient d'une fonction scalaire, le rotationnel et la divergence d'un vecteur. Nous allons dans la suite, présenter les espaces fonctionnels dans lesquels les équations de *Maxwell* doivent être résolues.

I.2.4.1 Espaces des Opérateurs Différentiels

Les domaines de définition de ces opérateurs sont des sous espaces fonctionnels de L^2 et L^2 qui représentent, respectivement, l'espace des champs scalaires de carré sommable et l'espace des champs de vecteurs dont le carré de la norme est sommable. Ces différents sous espaces sont définis par :

$$E^0 = \{f \in L^2; \mathbf{grad} f \in L^2\} \quad (1.14)$$

$$E^1 = \{u \in L^2; \mathbf{rot} u \in L^2\} \quad (1.15)$$

$$E^2 = \{v \in L^2; \mathbf{div} v \in L^2\} \quad (1.16)$$

Pour la prise en compte des conditions aux limites sur Γ_h et Γ_b , on définit deux ensembles de sous espaces E_h et E_b qui sont des restrictions de E^0, E^1 et E^2 . Pour la frontière Γ_h on introduit les sous espaces suivants :

$$E_h^0 = \{f \in E^0; f = 0|_{\Gamma_h}\} \quad (1.17)$$

$$E_h^1 = \{u \in E^1; \mathbf{n} \times u = 0|_{\Gamma_h}\} \quad (1.18)$$

$$E_h^2 = \{v \in E^2; \mathbf{n} \cdot v = 0|_{\Gamma_h}\} \quad (1.19)$$

Et pour la frontière Γ_b :

$$E_b^0 = \{f \in E^0; f = 0|_{\Gamma_b}\} \quad (1.20)$$

$$E_b^1 = \{u \in E^1; \mathbf{n} \times u = 0|_{\Gamma_b}\} \quad (1.21)$$

$$E_b^2 = \{v \in E^2; \mathbf{n} \cdot v = 0|_{\Gamma_b}\} \quad (1.22)$$

De plus, on introduit deux sous espaces E_h^3 et E_b^3 qui sont les images de E_h^2 et E_b^2 définis par l'opérateur divergence [5].

I.2.5 Introduction des Potentiels

La résolution des équations de *Maxwell* et des lois de comportement associées peut être obtenue en considérant les champs comme inconnues [2,5]. Néanmoins, on préfère exprimer les champs magnétiques et électriques en fonction de potentiels qui peuvent être scalaire ou vectoriel.

On considère un domaine D contenant un domaine conducteur D_c , supposé contractile, et des inducteurs bobinés. Un inducteur bobiné se comporte à basse fréquence comme un domaine conducteur où la répartition de la densité de courant J_s est supposée uniforme dans ses sections. Celle-ci est proportionnelle au courant i qui circule dans l'inducteur par :

$$\mathbf{J}_s = N i \quad (1.23)$$

Avec N un vecteur à divergence nulle qui dépend de la forme de l'inducteur [6]. Pour simplifier les développements mathématiques, nous limiteront les sources de champ électromagnétique à un seul inducteur mais une extension à plusieurs est tout à fait possible comme le montreront les exemples traités. De même, on supposera que le domaine D ne possède pas d'aimants permanents (pas de termes sources introduit par l'induction rémanente \mathbf{B}_r). L'ajout de ce terme ne pose pas non plus de difficultés majeures. Enfin, il est aussi possible d'appliquer une différence de potentiel électrique aux bornes du domaine conducteur ou d'y imposer un courant.

Pour un inducteur bobiné, on définit un champ magnétique source, noté \mathbf{H}_s , tel que $\text{rot } \mathbf{H}_s = \mathbf{J}_s$ avec $\mathbf{H}_s \times \mathbf{n} = 0$ sur Γ_h . On note que \mathbf{H}_s n'est pas unique et qu'il existe une infinité de champs sources tels que leur rotationnel soit égal à la densité de courant parcourant l'inducteur bobiné sauf contraintes particulières sur le champ celui-ci peut être défini sur tout le domaine D alors que N est non nul seulement dans l'inducteur. Dans ces conditions, la forme locale du théorème d'Ampère s'écrit :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_{ind} + \mathbf{J}_s \quad (1.24)$$

Avec :

$$\mathbf{J}_{ind} = \sigma \mathbf{E} \text{ et } \text{rot } \mathbf{H}_s = \mathbf{J}_s \quad (1.25)$$

Où \mathbf{J}_{ind} représente la densité de courant induite dans le domaine conducteur D_c .

I.3 Les Formulations

Il existe différentes formulations pour résoudre le problème mathématique défini par les équations de *Maxwell*. Certaines d'entre elles sont basées sur l'introduction de potentiels vecteurs ou scalaires. Dans la suite, nous détaillerons les principales formulations utilisées pour étudier les problèmes électrotechniques. Pour cela, nous distinguerons le cas de magnétodynamique, de la magnétostatique et de l'électrocinétique.

I.3.1 Les Formulations de la Magnétodynamique

Deux formulations en potentiel peuvent être introduites : la formulation électrique et la formulation magnétique. Ces formulations ne sont définies que dans le domaine conducteur D_c (le terme \mathbf{J}_s est donc nul par contre \mathbf{H}_s ne l'est pas nécessairement) [2].

I.3.1.1 Formulation Electrique $A - \varphi$

Dans le cas d'une formulation électrique, le champ \mathbf{E} est exprimé en fonction de potentiels. Comme l'induction magnétique est à divergence nulle, un potentiel vecteur magnétique, noté \mathbf{A} , peut être introduit tel que :

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} \quad \text{avec} \quad \mathbf{A} \times \mathbf{n} |_{\Gamma_b} = 0 \quad (1.26)$$

Avec \mathbf{A} défini dans tout le domaine et appartenant à l'espace E_b^1 .

En utilisant l'expression (1.1), le champ \mathbf{E} peut être exprimé en fonction du potentiel vecteur défini à un gradient près. On a alors :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi \quad \text{et} \quad \varphi |_{\Gamma_b} = 0 \quad (1.27)$$

Avec φ le potentiel scalaire électrique appartenant à l'espace E_b^0 .

En remplaçant le champ magnétique \mathbf{H} et la densité de courant \mathbf{J}_{ind} par leurs expressions en fonction de \mathbf{A} et φ , la forme locale du théorème d'Ampère (1.24) et la loi de conservation de la densité de courant ($\text{div} \mathbf{J} = 0$) s'écrivent :

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \varphi \right) = 0 \quad (1.28)$$

$$\text{div} \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \varphi \right) = 0 \quad (1.29)$$

Une infinité de vecteurs \mathbf{A} peut être définie tels que leur rotationnel soit égale à l'induction magnétique. Pour assurer l'unicité de ce potentiel, une condition de jauge est introduite telle que la jauge de *Coulomb* $\text{div} \mathbf{A} = 0$ ou une condition de forme $\mathbf{A} \cdot \mathbf{W} = 0$ avec \mathbf{W} un champ de

vecteur dont les lignes de champs ne forment pas de boucles et sont telles qu'elles relient tous les points du domaine [2,5].

I.3.1.2 Formulation Magnétique $Te - \Omega$

Dans le cas d'une formulation magnétique, le champ H est exprimé en fonction de potentiels et du champ H_s . Comme la densité de courant induite est à divergence nulle, un potentiel vecteur électrique, noté Te , peut être introduit tel que :

$$J_{ind} = rot Te \quad (1.30)$$

Avec Te défini dans le domaine conducteur et appartenant à E_h^1 . Comme le domaine conducteur est supposé contractile, on prend alors $Te = 0$ à l'extérieur de celui-ci et on impose $Te \times n = 0$ sur la frontière Γ_c de D_c .

Remarque : Si le domaine conducteur n'est pas contractile et possède un "trou" par exemple. On introduit un vecteur K et, dans ces conditions, J_{ind} devient égale à :

$$J_{ind} = rot (Te + i K) \quad (1.31)$$

Avec i un coefficient réel associé à un courant. Le vecteur K est défini dans tout le domaine et le vecteur Te toujours égal à zéro à l'extérieur de D_c .

Comme $rot H = J_{ind} + J_s$, on a :

$$rot (H - H_s - Te) = 0 \quad (1.32)$$

Le champ H peut alors être exprimé en fonction du potentiel vecteur Te et du champ H_s défini à un gradient. On a alors :

$$H = H_s + Te - grad \Omega \quad \text{avec} \quad Te \times n |_{\Gamma_c} = 0 \quad \text{et} \quad \Omega |_{\Gamma_h} = 0 \quad (1.33)$$

Avec Ω le potentiel scalaire magnétique appartenant à l'espace E_h^0 et défini dans tout le domaine.

En introduisant les relations (1.31) et (1.33) dans la forme locale de la loi de *Faraday* (1.1) et la loi de conservation de l'induction magnétique ($\text{div } \mathbf{B}=0$), le système à résoudre s'écrit sous la forme :

$$\text{rot } \frac{1}{\sigma} \text{rot } \mathbf{Te} + \frac{\partial}{\partial t} \mu (\mathbf{Te} - \text{grad } \Omega) = -\text{rot } \frac{1}{\sigma} \text{rot } \mathbf{H}_s - \frac{\partial}{\partial t} \mu \mathbf{H}_s \quad (1.34)$$

$$\text{div } \mu (\mathbf{Te} - \text{grad } \Omega) = -\text{div } \mu \mathbf{H}_s \quad (1.35)$$

Comme dans le cas de la formulation $\mathbf{A} - \varphi$, une condition de jauge doit être appliquée sur le potentiel vecteur \mathbf{Te} pour assurer l'unicité. Cette jauge n'est définie que dans le domaine conducteur D_c .

I.3.1.3 Prise en Compte de la Loi de Comportement non Linéaire

Comme nous le verrons par la suite, la loi de comportement magnétique peut être non linéaire, voire non univoque (phénomène d'hystérésis). Il est alors nécessaire de reposer le problème sous une autre forme. La résolution numérique de l'équation (1.28) ne peut être effectuée avec la même méthode que celle utilisée dans le cas d'une loi de comportement univoque (méthode de *Newton-Raphson* par exemple).

Nous avons choisi d'utiliser la méthode du point fixe déjà présentée dans [7] et que nous détaillons dans le cas de la formulation en potentiel vecteur \mathbf{A} . La loi de comportement est donc réécrite sous la forme :

$$\mathbf{H} = \mathbf{f}^l(\mathbf{B}) = \nu_{PF} \mathbf{B} + \mathbf{M}_{PF}(\mathbf{B}) \quad (1.36)$$

Où la réductivité ν_{PF} est une constante (prise égale à la réductivité du vide) et $\mathbf{M}_{PF}(\mathbf{B})$ une aimantation "rémanente" dépendante de \mathbf{B} . Le système à résoudre avec (1.35), associé à la condition aux limites (1.10), devient :

$$\text{rot } (\nu_{PF} \text{rot } \mathbf{A}) = \mathbf{J}_s - \text{rot } \mathbf{M}_{PF} \quad (1.37)$$

I.3.2 Les Formulations de la Magnétostatique

Dans les zones où il n'y a pas de courants induits, on est amené à résoudre les équations de la magnétostatique, qui s'écrivent :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_s \quad \text{avec} \quad \mathbf{H} \times \mathbf{n} |_{\Gamma_h} = 0 \quad (1.38)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} |_{\Gamma_b} = 0 \quad (1.39)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.40)$$

Deux formulations en potentiel peuvent être utilisées, celles-ci se déduisent des deux formulations présentées dans le cas de la magnétodynamique [2].

Dans la formulation \mathbf{A} , on a $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$. En utilisant (1.38) et (1.40), l'équation à résoudre est donnée par :

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J}_s \quad (1.41)$$

Dans le cas de la formulation Ω , le champ magnétique est fonction du champ source \mathbf{H}_s et du potentiel scalaire magnétique Ω . On a alors :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s - \operatorname{grad} \Omega \quad (1.42)$$

L'équation à résoudre se déduit de (1.39) et (1.40) telle que :

$$\operatorname{div} \mu \operatorname{grad} \Omega = \operatorname{div} \mu \mathbf{H}_s \quad (1.43)$$

Remarque : Le couplage entre les équations en potentiel définies dans le domaine conducteur et non conducteur se fait naturellement si on utilise des formulations de même nature comme la formulation $\mathbf{A}-\varphi$ (resp. $\mathbf{T}-\Omega$) pour le domaine conducteur et la formulation \mathbf{A} (resp. Ω) pour le domaine non conducteur. Il suffit de satisfaire certaines conditions de continuité sur les potentiels [2].

I.3.3 Les Formulations de l'Electrocinétique

Si les sources sont de types continus, on peut résoudre un problème d'électrocinétique pour obtenir le régime permanent des grandeurs électriques du domaine conducteur. Dans ce cas, le système d'équations à résoudre s'écrit :

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{E} \times \mathbf{n} |_{\Gamma_b} = 0 \quad (1.44)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_{ind} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{J}_{ind} \cdot \mathbf{n} |_{\Gamma_h} = 0 \quad (1.45)$$

$$\mathbf{J}_{ind} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.46)$$

Les répartitions de \mathbf{E} et \mathbf{J}_{ind} sont recherchées dans tout le domaine, leurs évolutions sont indépendantes du temps. Deux formulations en potentiel peuvent être utilisées pour résoudre ce type de problème. De la même manière qu'en magnéto-statique, celles-ci se déduisent des formulations magnéto-dynamiques.

Dans la formulation T , la relation (1.34) devient :

$$\mathbf{rot} \frac{1}{\sigma} \mathbf{rot} T = \mathbf{0} \quad \text{avec} \quad \mathbf{J}_{ind} = \mathbf{rot} T \quad (1.47)$$

Et dans la formulation φ , comme le potentiel vecteur magnétique n'est plus introduit, l'équation (1.29) devient :

$$\mathbf{div} \sigma \mathbf{grad} \varphi = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{E} = -\mathbf{grad} \varphi \quad (1.48)$$

I.4 Généralités sur les Matériaux Magnétiques

I.4.1 Grandeurs Magnétique

Dans le vide, la relation linéaire $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ lie les grandeurs vectorielles champ d'induction magnétique \mathbf{B} et champ d'excitation magnétique \mathbf{H} avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide. Dans la matière, une nouvelle grandeur vectorielle, l'aimantation \mathbf{M} , apparaît pour traduire la réaction du milieu au champ électromagnétique. Ce comportement macroscopique résulte d'un comportement magnétique collectif au niveau atomique. Ainsi, de la même manière qu'un courant électrique circulant dans une spire produit un moment magnétique, le mouvement des électrons autour du noyau crée un moment magnétique appelé moment orbital. En plus de ce moment magnétique orbital, chaque électron porte un moment magnétique intrinsèque appelé moment magnétique de spin. Le moment magnétique total d'un atome est simplement la somme vectorielle des moments magnétiques orbital et de spin de chaque électron. A l'échelle macroscopique, l'aimantation \mathbf{M} du matériau est donnée par :

$$\mathbf{M} = \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial \mathcal{V}} \quad (1.49)$$

Où \mathcal{M} est la somme des moments magnétiques atomiques et $\partial \mathcal{V}$ l'élément de volume considéré. Ainsi, l'aimantation \mathbf{M} est introduite dans l'équation qui lie les grandeurs \mathbf{B} et \mathbf{H} de la manière suivante :

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (1.50)$$

On définit aussi la polarisation du matériau par $\mathbf{P} = \mu_0 \mathbf{M}$ et la susceptibilité magnétique χ qui lie le champ \mathbf{H} avec l'aimantation \mathbf{M} par $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$. On a alors :

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} \quad (1.51)$$

D'un point de vue magnétique, les matériaux se classent en trois grandes catégories : les matériaux paramagnétiques, diamagnétiques et ferromagnétiques. Nous nous intéresserons dans la suite plus particulièrement aux matériaux ferromagnétiques qui sont utilisés comme intermédiaire dans la conversion d'énergie en génie électrique.

I.4.2 Mécanismes d'Aimantation et Hystérésis Magnétique

I.4.2.1 Introduction

Depuis longtemps, plusieurs recherches ont été mises sur la représentation de l'hystérésis magnétique par un modèle d'hystérésis complet. Il y'a des modèles d'hystérésis qui sont utilisées pour décrire un aspect spécial de d'hystérésis magnétique par exemple la saturation.

D'autres modèles d'hystérésis sont développés pour décrire l'aspect global du d'hystérésis magnétique [4,7]. Cette description peut se baser parfois seulement sur une observation externe du phénomène comme elle peut naître d'une description microscopique au niveau des domaines magnétiques. Le choix d'un modèle d'hystérésis abordable dépendra des exigences de chercheur et des capacités du modèle à générer exactement le phénomène voulu.

I.4.2.2 Approche Macroscopique

Statistiquement, dans un matériau isotrope, les aimantations des domaines sont orientées dans les directions de facile aimantation et, en l'absence de champ extérieur, à l'échelle de plusieurs domaines l'aimantation moyenne est nulle (figure I.2).

Cet état est dit état désaimanté. Lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué au système, on fournit une énergie qui tend à ligner les moments magnétiques.

Les domaines dont l'aimantation est dans le même sens que celui du champ extérieur vont croître en volume au détriment des autres domaines.

Ceci se traduit par un déplacement des parois de *Bloch* au sein du matériau. Par déplacement, on désigne ici le retournement des moments magnétiques à l'interface entre deux domaines.

A l'échelle macroscopique ce processus peut être interprété comme un mouvement de paroi.

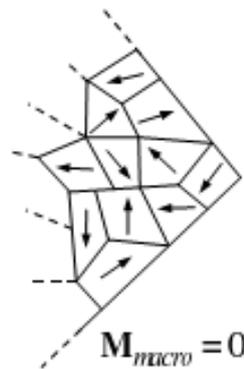


Figure 1.2 - A l'échelle macroscopique et sans champ extérieur.

Il existe au sein du matériau de nombreuses imperfections à l'échelle microscopique qui entraînent un phénomène d'accrochage de parois lors de leurs déplacements. Ces imperfections sont, entre-autre, dues à des impuretés non magnétiques (carbures, nitrures,...etc.) et ferromagnétiques (cémentite) ainsi qu'aux contraintes de dislocation, de joints de grains et de traitements métallurgiques. Ces points particuliers constituent des sites d'ancrage et donc, d'un point de vue énergétique, des puits de potentiel pour les parois. Ce phénomène d'accrochage des parois contribue majoritairement au processus d'aimantation hystérétique.

De plus, les parois n'étant pas rigides, elles peuvent se déformer sur les sites d'ancrage. Ainsi, si l'augmentation du champ extérieur n'est pas suffisante pour décrocher la paroi, celle-ci se déformera sans entraîner de variation brutale pour l'aimantation. Si le champ diminue jusqu'à la valeur correspondant au début de la déformation de la paroi, celle-ci reprend sa position initiale.

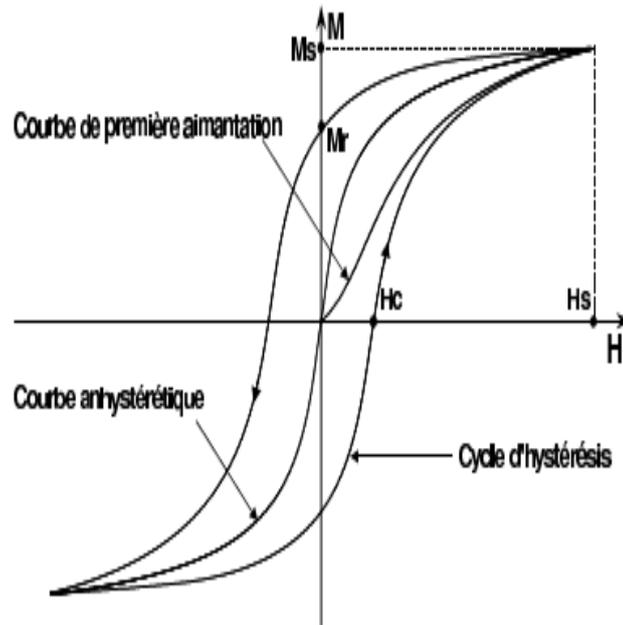


Figure 1.3 - Cycle d'hystérésis, courbes de première aimantation et anhystérétique.

A l'échelle macroscopique, les deux contributions précédentes (sauts et déformations de parois) donnent lieu à un comportement hystérétique du matériau ferromagnétique. On définit par $M(H)$ la loi de comportement hystérétique du matériau où H est l'excitation et M la réponse.

Si l'état initial du matériau est désaimanté, la loi de comportement $M(H)$ va décrire la courbe de première aimantation tant que le champ H sera croissant. On remarque qu'au-delà d'un certain champ d'excitation H_s , l'aimantation varie très peu et tend asymptotiquement vers une valeur M_s appelée aimantation à saturation. Dans cet état, il n'existe plus de structure en domaines dans le système et le processus d'aimantation va consister en la rotation des moments magnétiques, qui se trouvent selon les directions de facile aimantation, vers la direction du champ magnétique extérieur. Une fois que le champ H commence à décroître, l'aimantation suit une courbe $M(H)$ qui s'écarte de la courbe de première aimantation.

On observe aussi que le parcours de M n'est pas le même selon que le champ est croissant ou décroissant. La totalité du parcours (une période du champ d'excitation) constitue le cycle d'hystérésis (figure I.3). En plus du couple de saturation $(H_s ; M_s)$, il existe deux autres points

remarquables du cycle d'hystérésis : le champ coercitif H_c , champ pour lequel l'aimantation s'annule, et l'aimantation rémanente M_r , aimantation pour laquelle le champ est nul.

En l'absence de phénomène d'hystérésis, donc dans un matériau idéal sans impuretés où le déplacement des parois est réversible, la loi de comportement magnétique du matériau est la courbe anhystérétique (figure I.3) [4].

I.4.3 Modélisation de l'Hystérésis Magnétique

Plusieurs modèles d'hystérésis ont été proposés dans la littérature [7], [8]. On trouve des modèles analytiques qui expriment le cycle majeur du matériau ferromagnétique par une formule analytique adaptée. Cependant, ces modèles présentent plusieurs inconvénients tels que l'absence de base physique, certains sont adaptés uniquement à la courbe de première aimantation, d'autres réservés aux cycles majeurs...etc. Pour pallier à ces problèmes, des modèles numériques ont été développés.

Le modèle idéal est celui qui possède à une base mathématique et physique complète (les modèles macroscopiques), ainsi qu'une souplesse de mise en œuvre permettant l'intégration de paramètres supplémentaires qui tiendraient compte de la température et de la fréquence.

Dans la suite nous allons présenter quelques modèles d'hystérésis magnétique les plus usuels, à savoir le modèle de *Preisach*, et le modèle de *Jiles-Atherton*. Dans notre travail nous allons nous intéresser à un modèle qui possède les caractéristiques précédentes et il est très répandu dans les travaux publiés. Il s'agit en effet, du modèle de *Jiles-Atherton*.

I.4.3.1 Modèle d'Hystérésis de *Preisach*

Au début des années trente, la recherche dans le domaine du magnétisme a connu une accumulation de résultats importants. A cette époque le physicien Allemand *Preisach* a établi son modèle scalaire de l'hystérésis en se basant sur les études précédentes de *J. A. Ewing*, [9].

L'approche de ce modèle est totalement intuitive, elle est basée sur la compréhension du mécanisme d'aimantation. Le modèle de *Preisach* est certainement l'un des modèles les plus utilisés dans la modélisation des matériaux magnétiques, [7, 8,9].

I.4.3.1.1 Principe du Modèle

Dans le modèle scalaire de *Preisach*, [9, 10] le matériau magnétique est subdivisé en toutes petites entités magnétiques indépendantes, chaque entité magnétique possède l'état d'aimantation (cycle élémentaire) représenté sur la figure I.4.

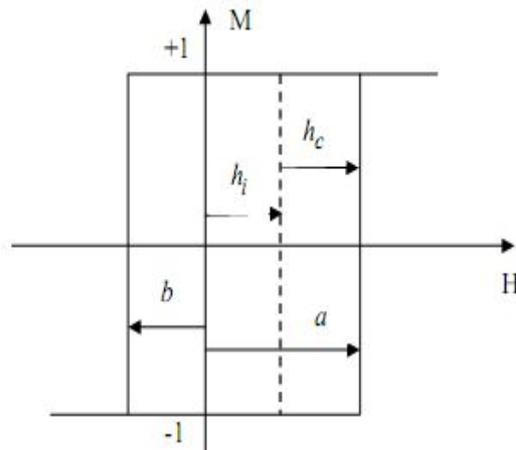


Figure I.4 - Etats d'aimantation d'une entité magnétique de Preisach.

Le cycle est caractérisé par les champs de basculement haut et bas respectivement a et b , avec $a \geq b$, pour lesquels il y a transition irréversible de l'état ($M = -1$) vers l'état ($M = +1$) lorsque le champ augmente vers $H = a$, et de l'état ($M = +1$) vers l'état ($M = -1$) lorsque le champ diminue pour atteindre $H = b$. Le cas $a = b$ correspond à un processus réversible. Le non symétrie du cycle élémentaire par rapport à $H=0$, est sorte d'approximation de l'influence des domaines adjacents qui vont créer un champ résiduel connu par champ d'interaction, h_i au niveau du domaine en question. A cet effet, le cycle possède une largeur de $2h_c$, où h_c est le champ coercitif.

La détermination de l'aimantation du matériau, nécessite une connaissance complète de la distribution statistique des cycles élémentaires. Cette distribution est appelée généralement fonction de distribution de *Preisach*, et peut être déterminée expérimentalement ou analytiquement, [7,9]. Elle est indépendante de l'état magnétique du matériau. L'aimantation $M(t)$, résultant de l'application du champ $H(t)$ à l'instant t , s'écrit alors :

$$\mathbf{M}(t) = \iint \rho(a,b) \Phi_{ab}[\mathbf{H}(t)] da \cdot db \quad (1.52)$$

$\rho(a,b)$ représente la fonction de distribution de Preisach, $\Phi_{ab}[\mathbf{H}(t)]$ l'opérateur associé à l'entité magnétique en admettant que les champs de basculement a et b valent (+1) dans l'état positif et (-1) dans l'état négatif.

Plusieurs expressions analytiques ont été utilisées pour représenter l'approximation de la fonction de distribution de Preisach [11]. Une de ces expressions est la fonction de Lorentz :

$$\rho(a,b) = \frac{k}{\left(1 + \left(\frac{a}{h_c} - 0.5\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{b}{h_c} + 0.5\right)^2\right)} \quad (1.53)$$

Avec h_c le champ coercitif et k un coefficient de régulation. Cette fonction est paramétrée par a et b .

I.4.3.1.2 Définition Géométrique

Le domaine de définition de la fonction de distribution de Preisach $\rho(a,b)$, est représenté par un triangle de surface S limité par la droite $a=b$, $a=H_s$ et $b=-H_s$ dans le plan formé par les deux axes (Oa) et (Ob) . Ce plan est appelé le plan de Preisach (figure I.5).

La surface S est divisée en deux parties $S^{(+)}$ et $S^{(-)}$, séparées par une frontière $L(t)$ variable dans le temps. Elles représentent respectivement les opérateurs Φ_{ab} dans l'état (+1) et dans l'état (-1). En tenant compte de cette subdivision du plan de Preisach, l'expression de l'aimantation totale s'écrit :

$$\mathbf{M}(t) = \iint_{S^{+}} p(a,b) da db - \iint_{S^{-}} p(a,b) da db \quad (1.54)$$

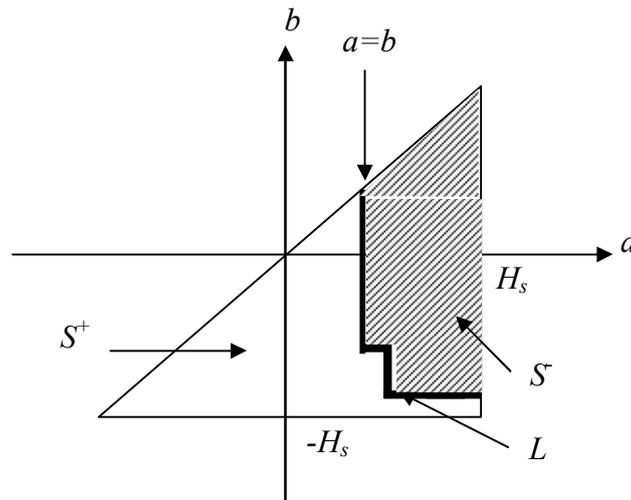


Figure 1.5 - Plan de Preisach

D'après l'équation (1.54), l'aimantation du matériau dépend uniquement de la répartition du domaine S , ou plus exactement de la frontière $L(t)$ séparant $S^+(t)$ et $S(t)$. C'est une frontière qui contient implicitement l'histoire du matériau. Elle varie selon l'évolution du champ magnétique appliqué.

La figure (1.6) montre le cycle d'hystérésis de Preisach pour une approximation de la fonction de distribution par la fonction de Lorentz.

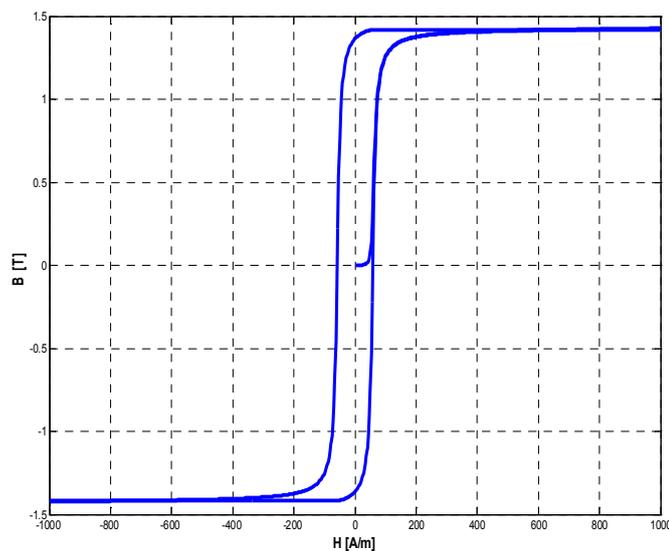


Figure 1.6 - Cycle d'hystérésis de Preisach.

I.4.3.1.3 Améliorations Apportées aux Propriétés du Modèle

Le modèle de *Preisach* présenté précédemment est souvent connu par le modèle classique. Plusieurs publications ont discuté les difficultés du modèle à reproduire quelques propriétés particulières des matériaux magnétiques. Parmi ces difficultés on peut citer, [10] :

1. **La non congruence des cycles mineurs**, [7,10] : Pour les mêmes valeurs limites du champ, les cycles mineurs se superposent pour différents niveaux d'aimantation. Cette propriété n'est pas observée expérimentalement.
2. **L'instabilité de la fonction de Preisach**, [7] : Pour le même matériau, différentes fonctions de *Preisach* peuvent être déterminées expérimentalement.
3. **La susceptibilité initiale est nulle**, [10] : Cela est en désaccord avec le comportement réel du matériau.

Les problèmes (1) et (2) ont connus des solutions, par l'introduction dans le modèle d'une nouvelle propriété qui rend la fonction de densité capable de varier en fonction de l'état d'aimantation du matériau. Ce modèle est appelé le modèle mouvant, [9, 10]. Une autre solution consiste à rendre la fonction de densité dépendante du champ magnétique, c'est-à-dire devienne $\rho(a, b, \mathbf{H})$.

Pour résoudre le problème (3), différentes approches ont été utilisées, [20]. L'une de ces approches consiste à imposer une composante réversible de l'aimantation exprimée par la fonction de *Langevin*.

Récemment le modèle classique de *Preisach* a connu un développement spectaculaire sur des bases physiques lui permettant d'être utilisé pour introduire plusieurs phénomènes tels que, l'effet thermique, l'interaction, l'anisotropie et la réversibilité, [10].

I.4.3.2 Modèle d'Hystérésis de *Jiles-Atherton* (*JA*)

a- Loi de Comportement Anhystérétique

Tout d'abord, on définit le champ effectif vu par les domaines. Celui-ci est similaire au champ effectif vu par les moments magnétiques individuels dans un même domaine comme présenté dans la théorie du champ moléculaire de *Weiss*. Nous conserverons la même notation qu'au premier chapitre pour ce champ effectif. La réponse d'un matériau isotrope sous l'action d'un champ effectif H_e ($H_e = H + \alpha M_{an}$) peut être exprimée de manière générale par :

$$M_{an} = M_s f(H_e) \quad (1.55)$$

La fonction f s'annule pour $H_e = 0$ et tend vers 1 pour $H_e \rightarrow \infty$. Dans cette expression, on ne prend en compte que la réponse au champ magnétique et l'interaction moyenne de chaque domaine avec le reste du solide. En fait, on représente uniquement la distribution statistique des domaines qui correspond à l'état d'énergie minimal sans prendre en compte les caractéristiques intrinsèques du matériau telles que les impuretés ou les inclusions non magnétiques.

Ainsi, cette loi décrit le comportement d'un matériau ferromagnétique en l'absence de phénomène d'hystérésis, c'est-à-dire sans l'existence du retard des variations de l'aimantation M par rapport aux variations du champ magnétique H qui est dû, en outre, aux obstacles rencontrés par les parois de *Bloch* lors de leurs déplacements.

Le choix de l'équation qui décrit au mieux ce type de comportement est très délicat puisque les matériaux étudiés présentent une grande disparité dans leurs caractéristiques magnétiques (structure en domaines, couplage inter-domaines, nature des atomes ou molécules magnétiques, etc ...). Afin de se rapprocher au mieux d'un comportement physique, le choix s'est porté sur l'équation de *Langevin* modifiée [3] :

$$M_{an}(H) = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \left(\frac{a}{H_e}\right) \right] \quad (1.56)$$

Où a ($A.m^{-1}$) est un paramètre qui caractérise la pente de l'aimantation anhystérétique, α le paramètre de couplage inter-domaines et H le champ appliqué. On voit apparaître ici les trois premiers paramètres à identifier qui sont M_s , α et a .

b- Composante irréversible de l'aimantation

Tout d'abord, nous considérons des parois de *Bloch* planes et rigides (figure 1.7) qui, lors de leurs déplacements, subissent le processus d'accrochage-décrochage sur les sites d'ancrage. La densité d'énergie dissipée par ce processus est ensuite calculée pour une densité uniforme de sites d'ancrage de même nature [12].

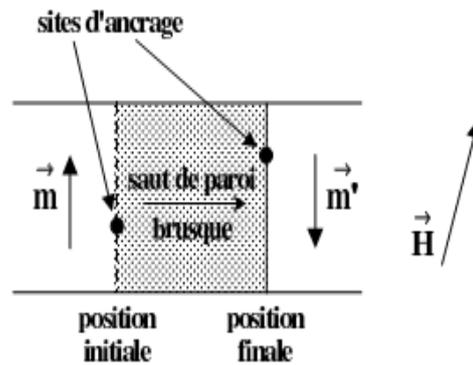


Figure 1.7 - Saut brusque de paroi sous l'action d'un champ extérieur.

L'expression de l'énergie magnétisante est obtenue à partir de la différence entre l'énergie associée au comportement anhystérétique et les pertes dues au processus d'ancrage des parois. Par conséquent, après quelques calculs algébriques [12,13], la susceptibilité différentielle associée au processus irréversible de l'aimantation peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k \delta} \quad (1.57)$$

Où la constante k est lié à la densité d'énergie moyenne d'ancrage des parois. Le paramètre δ prend la valeur +1 quand $dH/dt > 0$ et la valeur -1 pour $dH/dt < 0$.

c- Processus d'aimantation réversible

Dans la description précédente les parois restent rigides lors de leurs déplacements. Si maintenant nous considérons que les parois peuvent se déformer sur les sites d'ancrage sous l'influence du champ extérieur (figure 1.8), une nouvelle contribution est à ajouter au

processus d'aimantation. Ainsi, la déformation des parois est associée au processus réversible de l'aimantation.

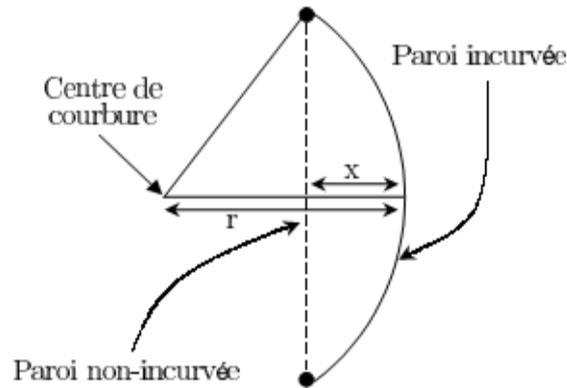


Figure 1.8 - Déformation réversible d'une paroi sous champ extérieur [12].

Après quelques considérations énergétiques sur la déformation d'une paroi [12] et pour de petits déplacements, *Jiles et Atherton* montrent que l'aimantation réversible est proportionnelle à la différence ($M_{an} - M_{irr}$) :

$$M_{rev} = c (M_{an} - M_{irr}) \quad (1.58)$$

Où c est un coefficient de réversibilité tel que $c \in [0,1]$.

d- Aimantation totale

L'aimantation totale est la somme des composantes réversibles et irréversibles $M = M_{rev} + M_{irr}$, avec M_{irr} et M_{rev} définis par les expressions (1.57) et (1.58). En recombinaison l'équation (1.58) dans l'expression de l'aimantation totale, nous pouvons écrire :

$$M = M_{irr} + c (M_{an} - M_{irr}) = (1 - c) M_{irr} + c M_{an} \quad (1.59)$$

Enfin, en différenciant cette expression par rapport à H et sachant que :

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right)$$

Nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} + \alpha(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (1.60)$$

Il s'agit de l'équation différentielle du modèle de *Jiles-Atherton* $M(H)$. L'expression de dM_{irr}/dH_e est donnée par l'équation (1.57) et la dérivée de l'aimantation anhystérique par rapport au champ effectif est :

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \left(\frac{H_e}{a} \right) + \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right] \quad (1.61)$$

Le modèle de *Jiles-Atherton* peut aussi être adapté pour la détermination de la loi de comportement $M(B)$ [14]. Ainsi, comme pour le modèle précédent et en utilisant le fait que $B_e = \mu_0 H_e$, l'expression de l'aimantation totale (1.59) est dérivée par rapport à B :

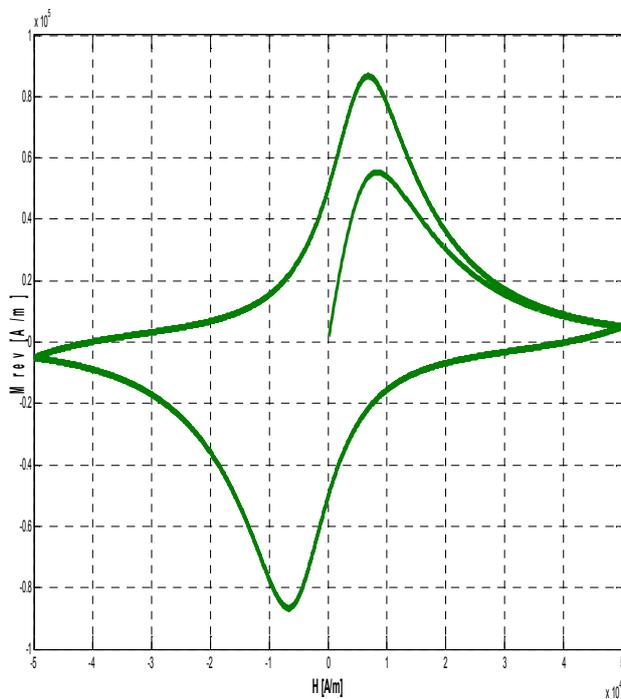
$$\frac{dM_{an}}{dB_e} = \frac{M_s}{a \mu_0} \left[1 - \coth^2 \frac{H_e}{a} + \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right] \quad (1.62)$$

Dans les deux cas, cinq paramètres c , a , k , α et M_s doivent être déterminés à partir de mesures expérimentales. Il est important de noter que les paramètres du modèle de *Jiles-Atherton* sont théoriquement les mêmes quelque soit le modèle utilisé ($M(H)$ ou $M(B)$). On résume les significations physiques des paramètres :

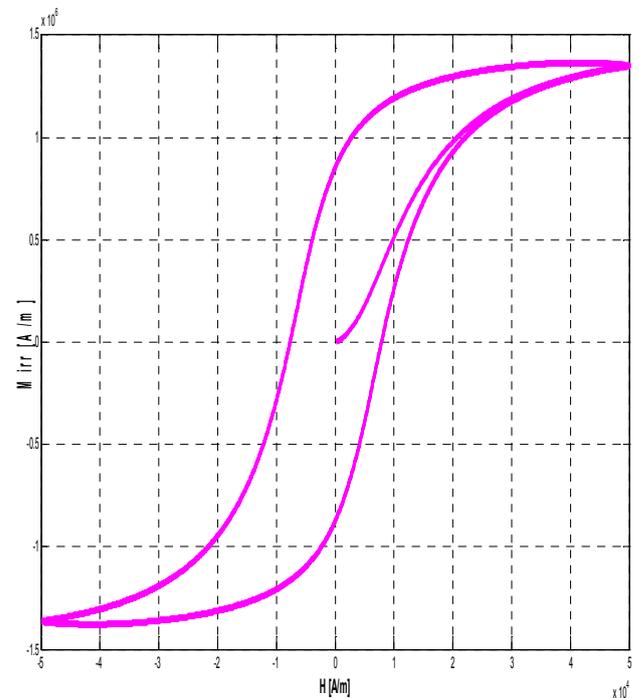
- M_s (A/m) : L'aimantation spontanée à saturation du matériau.
- a (A/m) : Paramètre caractérisant la variation de M_{an} en fonction de H_e .
- α (sans unité) : Le facteur de correction de *Weiss* représentant le couplage entre moments magnétiques.

- k (A/m) : Coefficient d'épinglage représentant la densité des sites d'épinglage et caractérisant la largeur du cycle.
- c (sans unité) : Le facteur de réversibilité caractérisant la composante réversible de l'aimantation.

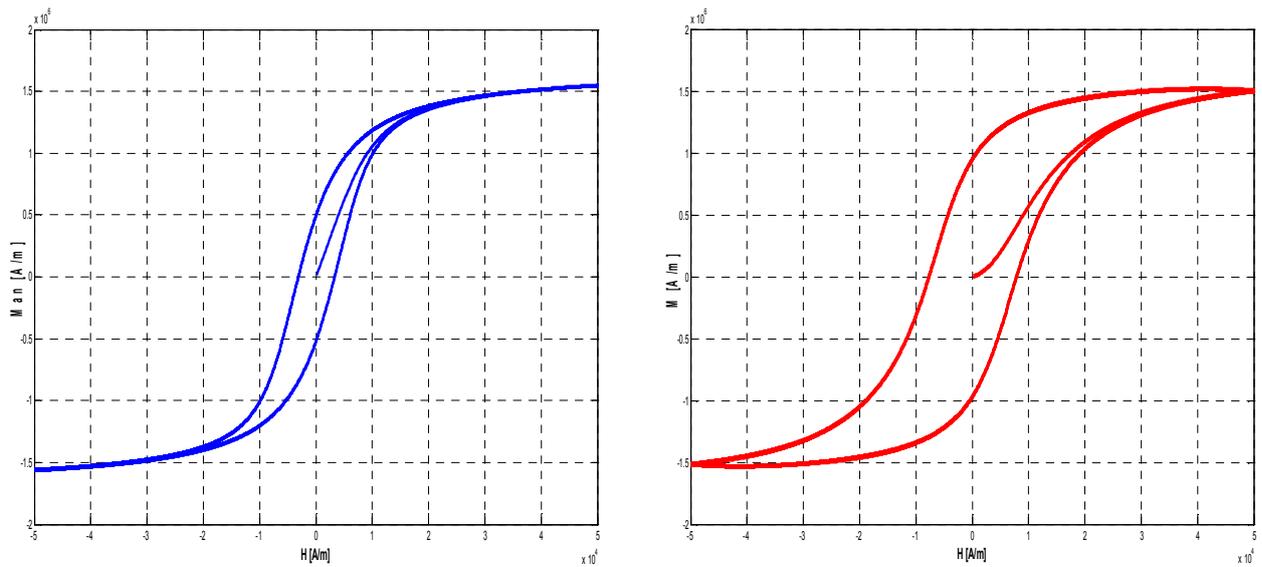
L'application d'un tel algorithme pour la détermination des cycles d'hystérésis suppose la connaissance des différents paramètres M_s , a , k , α et c . La figure (1.9) montre le cycle majeur d'un matériau caractérisé par les paramètres $M_s=1,7 \cdot 10^6$ A/m, $k=2000$ A/m, $a=1000$ A/m, $\alpha=0.001$, $c=0.1$, [13].



a- Aimantation irréversible



b- Aimantation réversible



c- Aimantation anhystérétique

d- Cycle Majeur

Figure 1.9 - Cycle d'hystérésis de Jiles-Atherton

Remarque :

- Le cycle d'hystérésis du modèle de JA est très sensible à la variation de ses paramètres.
- Les paramètres du modèle sont interdépendants, et par conséquent la variation de l'un d'eux entraîne la variation des autres, suivant [12].

Donc il faut tenir compte de cette sensibilité lors de l'identification des paramètres à partir des cycles mesurés, et cela pour ne pas perdre l'allure des cycles.

I.4.3.3 Comportement Thermique du Phénomène d'Hystérésis

Pour étudier ce phénomène, il faut certainement se baser sur la structure microscopique ainsi que sur la composition chimique des matériaux. Les travaux effectués dans ce domaine montrent qu'il peut y avoir une multitude de comportements thermiques de l'aimantation selon l'intensité du champ appliqué. En effet *E.M. Terry* montre que pour le fer l'aimantation diminue lentement puis plus rapidement en fonction de la température si le matériau est soumis à un champ intense, mais s'il est soumis à un champ faible l'élévation de température augmente l'aimantation (figure (1.10), (C3), (C4)). Dans le cadre de cette étude on s'intéresse

à des matériaux soumis à des champs suffisamment élevés pour avoir le comportement décrit par les courbes (C2), (C1) de la figure suivante [7] :

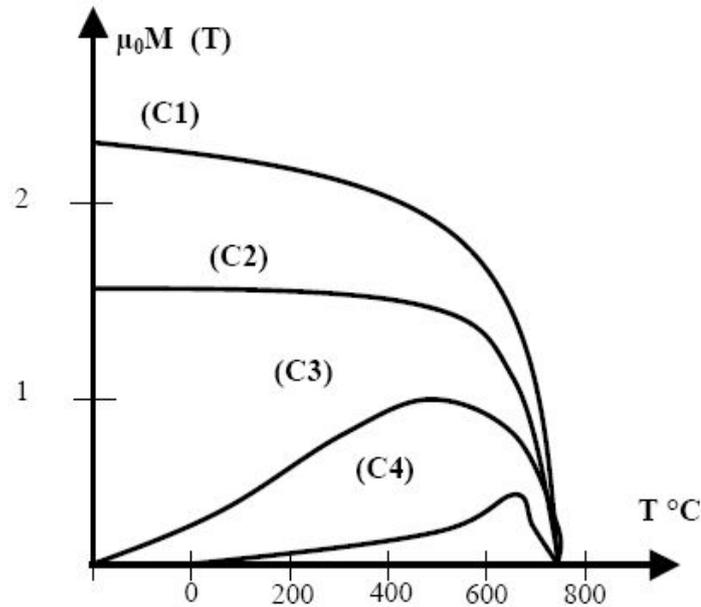


Figure 1.10 - L'évolution de l'aimantation à différent niveau du champ d'excitation (C1): $H = 8.105 \text{ A/m}$; (C2): $H = 1600 \text{ A/m}$; (C3): $H = 160 \text{ A/m}$; (C4): $H = 40 \text{ A/m}$

I.4.3.3.1 Introduction

On sait bien que les propriétés ferromagnétiques des matériaux disparaissent lorsque la température dépasse celle de *Curie*. En effet, quand on trace la courbe de première aimantation pour des températures croissantes, le palier de l'aimantation de saturation diminue.

Quant un échantillon est soumis à un champ intense, l'augmentation de température diminue l'aimantation, d'abord lentement puis plus rapidement quand on approche le point de *Curie*. D'après *H. Kuhlewein*, il a été remarqué que le cycle d'hystérésis disparaît lorsque $T > T_c$, la perméabilité devient constante [15]. La susceptibilité varie alors en fonction de la température suivant la loi représentée en figure (1.11).

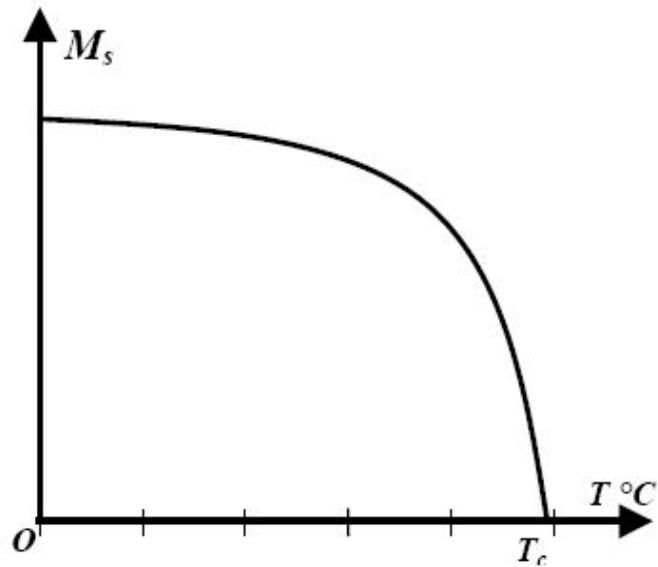


Figure 1.11 - Evolution de M_s en fonction de la température.

I.4.3.3.2 Introduction de la Loi de Comportement Thermique de M_s

L'étude de l'évolution de l'aimantation de saturation en fonction de la température de trois métaux ferromagnétiques à base de (Fe, Ni, Co) donne des résultats similaires. Des travaux d'identification [15] ont permis de déterminer la fonction d'évolution en fonction de la température des matériaux ferromagnétiques qui s'écrit [8] :

$$\alpha(T) = 1 - \exp\left(\frac{T - T_c}{\tau}\right) \quad (1.63)$$

Où, T_c est la température de curie et τ la constante définie sur la courbe expérimentale de l'évolution de M_s en fonction de la température (figure 1.12) :

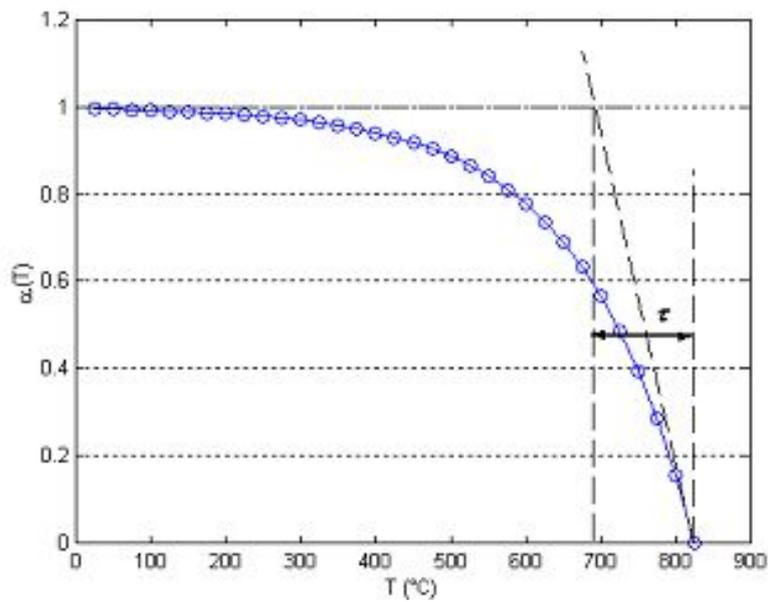


Figure 1.12 - Détermination de la constante τ [13].

L'expression de l'évolution de l'aimantation de saturation M_s en fonction de la température s'écrit alors :

$$M_s(T) = M_s^{T_a} \left[1 - \exp\left(-\frac{T - T_c}{\tau}\right) \right] \quad (1.64)$$

Où, T_a est la température ambiante. Pour comprendre le comportement thermique du phénomène global, l'expression (1.64) est introduite dans le modèle d'hystérésis précédemment définie et l'évolution du cycle d'hystérésis en fonction de la température (figure 1.13) est obtenue pour $M_s = 1,7 \cdot 10^6 \text{ A/m}$, $k = 2000 \text{ A/m}$, $a = 1000 \text{ A/m}$, $\alpha = 0.001$, $c = 0.1$, [13].

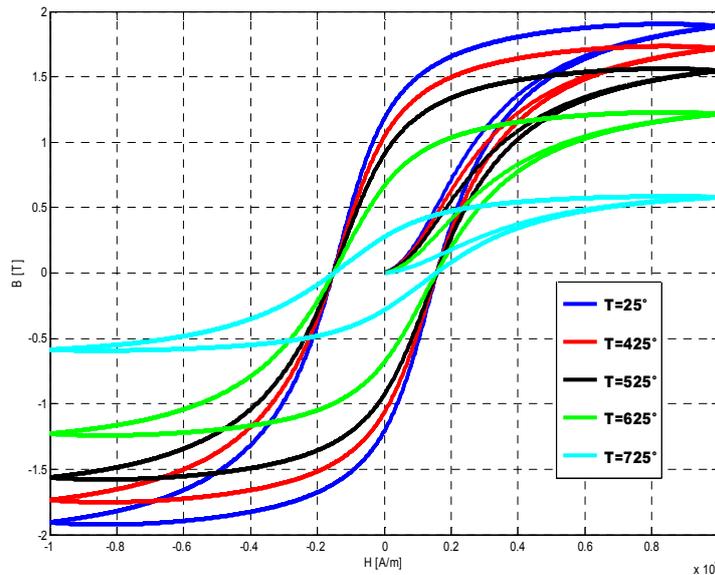


Figure 1.13 - L'évolution du cycle d'hystérésis sous l'effet de la température.

I.4.3.3 Introduction de la Loi de Comportement Thermique de H_c

On a remarqué dans le cas précédent, qu'il y'a une évolution de l'aimantation de saturation et de l'aimantation rémanente, par contre le champ coercitif reste constant ce qui est loin d'être une réalité physique. Pour essayer de reproduire le comportement réel du cycle d'hystérésis en fonction de la température nous proposons l'approche suivante. Dans le cas d'un matériau représenté par des dipôles élémentaires rectangulaires, le champ coercitif est proportionnel à l'aimantation de saturation. Donc une première approche peut être définie en exploitant la relation (1.63) qui peut être aussi appliquée au champ coercitif [8]. Ainsi, on aura :

$$H_c(T) = H_c^{T_a} \left[1 - \exp\left(\frac{T - T_c}{\tau_1}\right) \right] \quad (1.65)$$

Où τ_1 est une constante définie sur la courbe d'évolution de H_c en fonction de la température. La simulation du phénomène d'hystérésis intégrant le comportement thermique de H_c permet d'avoir une évolution de l'induction rémanente, l'induction de saturation et par conséquent de l'aire du cycle d'hystérésis (figure 1.14), ce qui représente mieux le comportement thermique réel du phénomène d'hystérésis des matériaux ferromagnétiques. Le cycle d'hystérésis simulé

à température ambiante de la figure suivante est le même que celui décrit dans le paragraphe précédent.

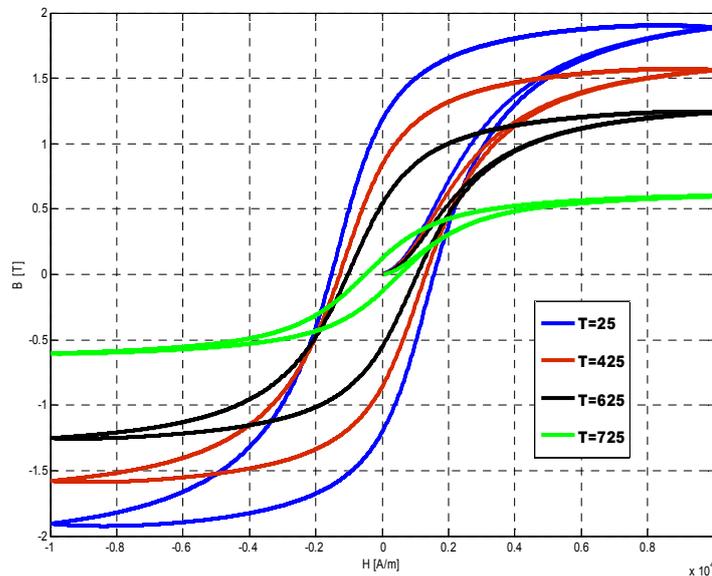


Figure 1.14 - L'évolution du cycle d'hystérésis sous l'effet de la température.

On peut conclure que : Les lois de comportements de H_c en fonction de la température peuvent varier en fonction de la structure microscopique des matériaux. Mais dans le cas des matériaux ferromagnétique l'approche proposée peut donner une bonne approximation du phénomène globale. Il est certainement obligatoire de se baser sur un autre type de modèle d'hystérésis décrivant la structure microscopique du matériau pour générer un comportement thermique adéquat des propriétés magnétiques à différents niveaux de champs d'excitation et pour d'autres matériaux en dehors de la famille ferromagnétique [8] .

I.4.4 Modèle Dynamique de *Jiles-Atherton*

Jiles propose dans [16] une extension en dynamique du modèle statique de *Jiles-Atherton* [12]. En réécrivant l'équation de bilan énergétique avec les contributions des pertes supplémentaires qui apparaissent en régime dynamique, il aboutit à un modèle d'hystérésis dépendant de la fréquence. Celui-ci nécessite le champ magnétique \mathbf{H} comme variable d'entrée. Or, pour une utilisation avec une formulation en potentiel vecteur, dans un code de calcul de champ, il est plus commode de disposer d'un modèle avec l'induction \mathbf{B} comme

variable d'entrée. Dans la suite, en plus de la présentation du modèle $M(H)$, nous proposons une adaptation pour une utilisation avec l'induction magnétique B comme variable d'entrée.

I.4.4.1 Modèle Original

Dans ce modèle, les pertes totales sont séparées en trois contributions selon le principe de décomposition des pertes proposé par *Bertotti* [17]. La première est celle des pertes statiques dues aux forces de friction lors des déplacements de parois.

Ces pertes peuvent être calculées à partir du modèle de *Jiles-Atherton* statique. La deuxième contribution aux pertes totales est due à l'apparition de courants induits en régime dynamique et les pertes associées dépendent de la forme de l'échantillon. Néanmoins, pour des géométries simples et pour une pénétration uniforme du champ magnétique dans le matériau, il est possible de déterminer ces pertes par l'intermédiaire de l'expression :

$$\frac{dW_{ec}}{dt} = \frac{d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 = \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 \quad (1.66)$$

ρ est la résistivité en Ωm , d la section de l'échantillon et β un facteur géométrique qui peut être égal à 6 pour les tôles, 16 pour les cylindres et 20 pour les sphères. Sous des conditions de variation sinusoïdale d'induction à faibles ou moyennes fréquences, ces pertes par unité de volume sont évaluées par [16]:

$$\frac{dW_{ec}}{dt} = \frac{\pi^2 B_{\max}^2 d^2 f^2}{\rho\beta} \quad (1.67)$$

B_{\max} est la valeur maximale de l'induction en Tesla et f la fréquence en Hz. En plus des pertes par hystérésis le matériau peut être le siège de pertes supplémentaires qui seront évaluées par :

$$\frac{dW_a}{dt} = \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^{3/2} \quad (1.68)$$

Avec $G = 0.1356$, w est la largeur du laminage et H_0 le champ interne exercé par les domaines magnétiques. En se basant sur les équations (1.56), (1.57), (1.58) et en ajoutant les deux composantes de pertes (courant de *Foucault* et supplémentaires) on peut déduire que [15] :

$$\mu_0 \int M_{an} dH_e = \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k \delta (1 - c) \int dM_{irr} \quad (1.69)$$

Sachant que l'aimantation irréversible peut s'écrire

$$M_{irr} = \frac{1}{1 - c} (M - cM_{an}) \quad (1.70)$$

L'équation de bilan énergétique statique (1.70) devient :

$$\mu_0 \int M_{an} dH_e = \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k \delta \int \left(\frac{dM}{dH_e} \right) dH_e - \mu_0 k \delta c \int \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) dH_e \quad (1.71)$$

En ajoutant les pertes par courants induits et les pertes excédentaires dans le terme de droite [3] :

$$\begin{aligned} \mu_0 \int M_{an} dH_e = & \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k \delta \int \left(\frac{dH}{dH_e} \right) dH_e - \\ & \mu_0 k \delta c \int \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) dH_e + \int \frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 dt + \\ & \int \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_0 dM}{dt} \right)^{3/2} dt \end{aligned} \quad (1.72)$$

De plus, en posant :

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)^2 dt = \left(\frac{dM}{dt} \right) \left(\frac{dM}{dH_e} \right) dH_e \quad (1.73)$$

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)^{3/2} dt = \left(\frac{dM}{dt} \right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH_e} \right) dH_e \quad (1.74)$$

Ces expressions sont substituées dans l'équation (1.72). Ainsi, en divisant par μ_0 et en intégrant par rapport à H_e , nous obtenons l'équation différentielle du modèle dynamique en

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{dM}{dH} \right) \left(k\delta - \alpha \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right) \\
 & - \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \\
 & D_1 \left(\frac{dH}{dt} \right) \left(\frac{dM}{dH} \right)^2 + D_2 \left(\frac{dH}{dt} \right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH} \right)^{3/2} = 0
 \end{aligned} \tag{1.75}$$

Avec les paramètres dynamiques D_1 et D_2 qui sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \left(\frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \right) \\
 D_2 &= \left(\frac{\mu_0 GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2}
 \end{aligned}$$

D'après *Jiles*, avec ce type de modèle une première approximation du phénomène d'hystérésis sous l'effet des courants de *Foucault* peut être effectuée. Mais il n'est valable que pour les basses ou moyennes fréquences, car l'effet de peau est ignoré. Les validations de ce modèle sur un échantillon ferromagnétique ont montré que sur une plage de fréquence variant de 1 à 6000 Hz, on constate une augmentation du champ coercitif, une invariance de l'aimantation rémanente et une augmentation des pertes par cycle [7].

I.4.4.2 Extension au Modèle $M(B)$

Etant donné que les modèles étudiés doivent pouvoir être utilisés avec la formulation en potentiel vecteur dans un calcul de champ, nous proposons une adaptation du modèle dynamique de *Jiles-Atherton* avec B comme variable d'entrée. Le principe du calcul reste le même que celui du modèle $M(H)$ sauf que nous utilisons les expressions (1.66) et (1.68) des pertes par courants induits et des pertes excédentaires dans l'équation du bilan énergétique. La différence par rapport au modèle original est l'introduction de l'expression suivante :

$$\frac{dH_e}{dB} = \frac{1}{\mu_0} + (\alpha - 1) \frac{dM}{dB} \tag{1.76}$$

Enfin, après réarrangement des termes en $\left(\frac{dM}{dB} \right)$, nous obtenons l'expression suivante :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{dM}{dB} \right) \left(\mu_0(\alpha - 1) \left(M - k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} - M_{an} \right) + \mu_0 k\delta \right) \\ & + \left(M - M_{an} - k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \\ & D_1' \left(\frac{dB}{dt} \right) + D_2' \left(\frac{dB}{dt} \right)^{1/2} = 0 \end{aligned} \quad (1.77)$$

Avec les paramètres dynamiques D_1' et D_2' qui sont donnés par :

$$D_1' = \frac{1}{\mu_0} D_1$$

$$D_2' = \frac{1}{\sqrt{\mu_0}} D_2$$

Cette expression constitue l'équation différentielle du modèle $M(B)$. De la même manière que pour le modèle $M(H)$, les cinq paramètres α , a , c , k et M_s sont issus en première approche de l'identification du modèle statique de *Jiles-Atherton*. Deux nouveaux paramètres, D_1' et D_2' , doivent être identifiés.

Nous remarquons que pour ce modèle $M(B)$, il s'agit simplement de l'équation différentielle du modèle statique dans laquelle ont été ajoutées les contributions des pertes par courants induits et des pertes excédentaires ce qui n'est pas le cas pour le modèle $M(H)$. Ceci aura un impact sur l'implantation numérique de ces modèles [3].

I.5 Problème Thermique

Un transfert de chaleur peut s'opérer de trois façons différentes : conduction, convection et rayonnement. Le phénomène de conduction correspond à un transfert de chaleur entre deux points à l'intérieur d'un solide ou d'un fluide soumis à un gradient de température.

Le transfert de chaleur par convection, qu'elle soit naturelle ou forcée, a quant à lui pour origine le mouvement d'un fluide. C'est par ailleurs la principale méthode de refroidissement de systèmes électriques. Enfin, le rayonnement est un transfert d'énergie sans

matière, celui-ci s'effectuant par rayonnement électromagnétique. L'exemple le plus caractéristique de ce type de transfert de chaleur est le rayonnement du soleil.

Si le phénomène de conduction peut être décrit par l'équation de diffusion de la chaleur dans un matériau, les transferts de chaleur par convection et par rayonnement s'apparentent à des conditions aux limites. Aussi ces derniers seront décrits dans la suite.

I.5.1 Equation de Diffusion de la Chaleur

Il s'agit d'un transfert d'énergie cinétique d'une molécule à l'autre sans déplacement de matière. C'est le principal mode de transfert de chaleur à considérer dans l'étude de l'échauffement des matériaux magnétiques [4].

La présence d'un gradient de température à l'intérieur d'un matériau engendre un flux de chaleur. Le phénomène est décrit par la loi de *Fourier* :

$$\mathbf{q} = -\lambda \mathbf{grad} T \quad (1.78)$$

Où λ représente la conductivité thermique du matériau (en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$), T la température (en $^{\circ}\text{C}$) et \mathbf{q} le flux de chaleur (en W.m^{-2}).

Considérons un élément de volume d'un matériau à travers lequel se propage de la chaleur par conduction. L'équation générale du bilan d'énergie en régime transitoire s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Le flux de chaleur} \\ \text{entrant dans} \\ \text{l'élément de volume} \\ \text{par conduction} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{La puissance} \\ \text{thermique générée} \\ \text{dans l'élément de} \\ \text{volume} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Le flux de chaleur} \\ \text{sortant de l'élément} \\ \text{de volume par} \\ \text{conduction} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Vitesse} \\ \text{d'accumulation de} \\ \text{l'énergie dans} \\ \text{l'élément de volume} \end{array} \right\}$$

Un bilan énergétique nous permet d'écrire sous forme vectorielle :

$$\text{div} \mathbf{q} + p(T) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.79)$$

Avec ρ la masse volumique du matériau (kg.m^{-3}), C_p la chaleur massique ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) et p les sources volumiques de chaleur (W.m^{-3}).

En regroupant (1.78) et (1.79), on obtient l'équation régissant l'évolution de la température à l'intérieur d'un matériau :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}[\lambda \text{grad} T] = p(T) \quad (1.80)$$

Une double intégration de l'équation de la chaleur donne successivement la distribution du flux et la distribution de la température (expressions en fonction de l'espace). Les constantes d'intégration sont déterminées en vérifiant les conditions aux limites données par la spécification de la température sur les bords du solide, de la température ambiante le baignant ou encore par la spécification de la densité de flux qui le traverse.

I.5.2 Conditions aux Limites

Comme la modélisation électromagnétique, la modélisation thermique d'un système nécessite l'imposition de conditions aux limites sur la frontière du domaine d'étude. Cette dernière peut être décomposée en quatre parties. Outre les conditions classiques de type *Neumann* et *Dirichlet*, imposées sur Γ_N et Γ_D , il est possible de traiter le cas des transferts de chaleur par phénomènes de convection et de rayonnement également au travers de conditions aux limites. Celles-ci sont alors imposées respectivement sur Γ_c et Γ_r .

I.5.2.1 Transfert de Chaleur par Convection

Lorsqu'un solide est en contact avec un fluide en mouvement ayant une température différente, un échange de chaleur apparaît par phénomène de convection sur la surface de contact. Cet échange est défini par la relation suivante :

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_c} = h_c (T - T_a) \quad (1.81)$$

Où T_a est la température du fluide (loin la surface de contact solide/fluide) et h_c le coefficient de convection en $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

I.5.2.2 Transfert de Chaleur par Rayonnement

L'énergie interne d'un matériau quelconque correspond à l'agitation de ses molécules. Ces dernières ont des niveaux d'énergie quantifiés, c'est à dire que le passage d'un niveau à un autre ne se fait pas d'une façon continue mais avec un saut. Si une molécule passe d'un niveau d'énergie E à un niveau $E-\Delta E$, le passage est accompagné de l'émission d'un rayonnement électromagnétique de fréquence ν tel que $\Delta E = h \nu$ où h est la constante de Planck.

Une fraction de l'énergie radiative reçue par une paroi est absorbée et transformée en énergie calorifique, la fraction restante est réfléchiée en général de manière diffuse. On définit ainsi le coefficient d'émission ε et le facteur d'absorption α qui sont égaux et indépendants de la longueur d'onde et de la direction d'émission ou d'incidence. Le facteur de réflexion ρ est le complément à l'unité du facteur d'émission [18].

Tout comme l'échange thermique par convection, le transfert de chaleur par rayonnement est traité par une condition aux limites dont l'expression générale est donnée par la relation suivante :

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_r} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_a^4) \quad (1.82)$$

Avec ε l'émissivité de la surface d'échange (égale à 1 pour un corps noir, inférieure à 1 dans les autres cas) et σ la constante de *Stephan-Boltzmann* ($=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$).

Il est possible, d'un point de vue pratique, de réécrire la relation (1.82) afin de lui donner la même forme qu'une condition de convection. On définit un pseudo coefficient de convection h_r , non linéaire et dépendant de la température tel que :

$$h_r(T) = \varepsilon \sigma \frac{(T^4 - T_a^4)}{T - T_a} \quad (1.83)$$

Ainsi, on peut réécrire la relation (1.82) sous la forme :

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_r} = h_r(T)(T - T_a) \quad (1.84)$$

D'un point de vue pratique, la relation (1.84) permet de traiter les phénomènes de convection et de rayonnement à l'aide d'une seule équation [18].

I.5.2.3 Condition de *Dirichlet*

L'analogie thermique d'une condition aux limites de type *Dirichlet* est un "mur-isotherme". Il s'agit simplement d'imposer la température constante sur la surface d'échange :

$$T|_{\Gamma_D} = T_D \quad (1.85)$$

On utilise cette condition lorsqu'on considère que le matériau étudié est en contact avec un thermostat thermodynamique.

I.5.2.4 Condition de *Neumann*

En thermique, la condition de *Neumann* consiste à imposer la valeur du flux de chaleur traversant la frontière Γ_N . La condition aux limites s'écrit alors :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_r} = Q_N \quad (1.86)$$

I.5.3 Couplage Magnétothermique

I.5.3.1 Interaction Thermique - Electromagnétisme

La température influence grandement les caractéristiques électrique et magnétique des matériaux. Aussi, si les hypothèses sur la conductivité électrique et la perméabilité magnétique énoncées précédemment (§1.2.2) conviennent pour la plupart des problèmes d'électromagnétisme, leur dépendance vis-à-vis de la température doit être prise en compte dès lors que cette dernière devient importante.

La résistivité électrique ρ – inverse de la conductivité électrique – varie avec la température selon la relation suivante :

$$\rho(T) = \rho_{ref} \left[1 + \alpha_{1\rho_{ref}} (T - T_{ref}) + \alpha_{2\rho_{ref}} (T - T_{ref})^2 + \dots + \alpha_{n\rho_{ref}} (T - T_{ref})^n \right] \quad (1.87)$$

Avec ρ_{ref} la résistivité électrique à $T=T_{ref}$ et $\alpha_{k\rho_{ref}}$ ($k \in [1, n]$) un paramètre dépendant de la température de référence T_{ref} . Cependant, pour la plupart des matériaux les termes $\alpha_{k\rho_{ref}}$ avec $k \geq 2$ sont négligeables devant $\alpha_{1\rho_{ref}}$. La résistivité électrique varie alors linéairement avec la température et la conductivité électrique peut être exprimée par la relation :

$$\sigma(T) = \frac{1}{\rho(T)} = \frac{\sigma_{ref}}{1 + \alpha_{\sigma_{ref}} (T - T_{ref})} \quad (1.88)$$

Avec ρ_{ref} la résistivité électrique à $T=T_{ref}$ et $\alpha_{\sigma_{ref}}$ un paramètre dépendant de la température de référence T_{ref} . A titre d'illustration, on trouvera en (Annexe I) les valeurs de σ_{ref} et $\alpha_{\sigma_{ref}}$ ainsi que l'évolution de la conductivité électrique en fonction de la température pour différents matériaux utilisés en électrotechnique.

La perméabilité magnétique est également influencée par la température. Cependant, contrairement à la conductivité électrique, celle-ci varie peu aux températures de fonctionnement des systèmes électrotechniques classiques qui sont bien inférieures au point de Curie. En effet, pour les alliages métalliques, la relation entre la perméabilité magnétique et la température peut être décrite par l'expression (1.89) [19].

$$\mu(\mathbf{h}, T) = \mu_0 \left[1 + \sqrt{\frac{T_c - T}{T_c} \frac{a}{1 + \frac{|\mathbf{h}|}{b}}} \right] \quad (1.89)$$

Où a et b sont deux coefficients dépendant du matériau.

A titre d'illustration, on montre sur la figure (1.15) l'évolution de la perméabilité relative en fonction de la température pour différentes valeurs du champ magnétique \mathbf{h} .

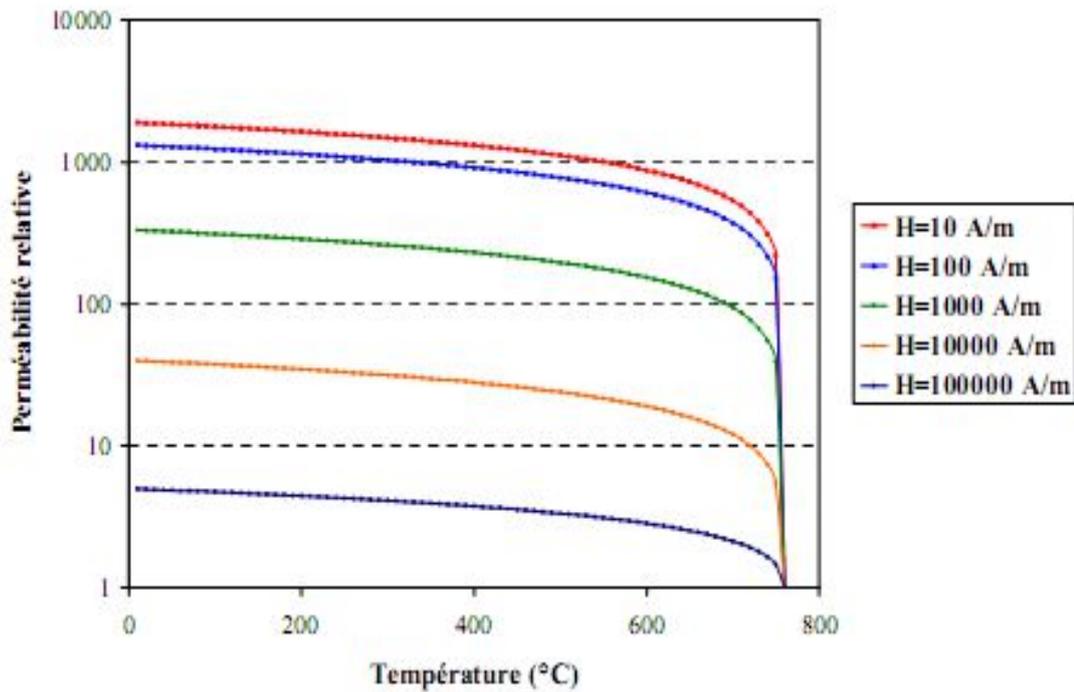


Figure 1.15 - Evolution de la perméabilité relative en fonction de la température

On observe sur cette figure que la perméabilité relative peut être considérée constante dans une large gamme de températures. Aussi lors d'un couplage magnétothermique - hors étude de systèmes de chauffage par induction - il est possible de considérer la perméabilité magnétique comme indépendante de la température.

I.5.3.2 Grandeurs de Couplage

Le couplage entre les problèmes magnétique et thermique apparaît de deux manières différentes : influence du problème thermique sur le problème magnétique et vice versa. Tout d'abord, comme nous venons de le voir, le problème magnétique est dépendant du problème thermique au travers de l'influence de la température sur les caractéristiques des matériaux, et en particulier sur la conductivité électrique (1.88) [18].

Ensuite, du point de vue du problème thermique, l'interaction avec le problème magnétique apparaît via la détermination des sources de chaleur $P(T)$ dans l'équation (1.80).

Dans notre cas, celles-ci se limiteront aux pertes *Joule* et seront évaluées lors de la résolution du problème magnétique par l'expression :

$$P(T) = \mathbf{J.E} \quad (1.90)$$

I.5.3.3 Stratégies de Couplage

Il existe deux stratégies de couplage pour les problèmes multiphysiques : le couplage fort et le couplage faible [18,20].

Dans le premier cas, les équations de *Maxwell* et les équations de la thermique sont regroupées dans un seul et unique système non linéaire que l'on résout en un seul bloc. Il apparaît qu'avec cette stratégie le système à résoudre devient très volumineux d'une part, augmentant ainsi les ressources informatiques nécessaires à sa résolution, et bien souvent non symétrique d'autre part, impliquant l'utilisation de systèmes de résolution spécifiques.

Cette stratégie s'avère donc plus coûteuse et ne se justifie donc que dans certains cas particuliers. Si d_m et d_t sont respectivement le nombre d'inconnues magnétiques et thermiques, alors le couplage fort nécessitera une matrice de taille $(d_m+d_t)^2$.

Dans le cas d'un couplage faible, la résolution du problème magnétique et du problème thermique se fait séparément. Le problème magnétique est tout d'abord résolu afin de déterminer les pertes servant de terme source au calcul thermique, puis le problème thermique est résolu à son tour et permet d'obtenir une première répartition de la température dans le système étudié. La conductivité électrique est alors mise à jour afin de procéder nouveau à la résolution du problème magnétique, et ainsi de suite jusqu'à la convergence de la solution. Le couplage faible permet également un gain de mémoire par rapport au couplage fort car la matrice à résoudre, de taille $d_m^2+d_t^2$, est plus petite.

On montre sur la figure (1.16) la stratégie utilisée lors d'un calcul magnétothermique employant un couplage faible.

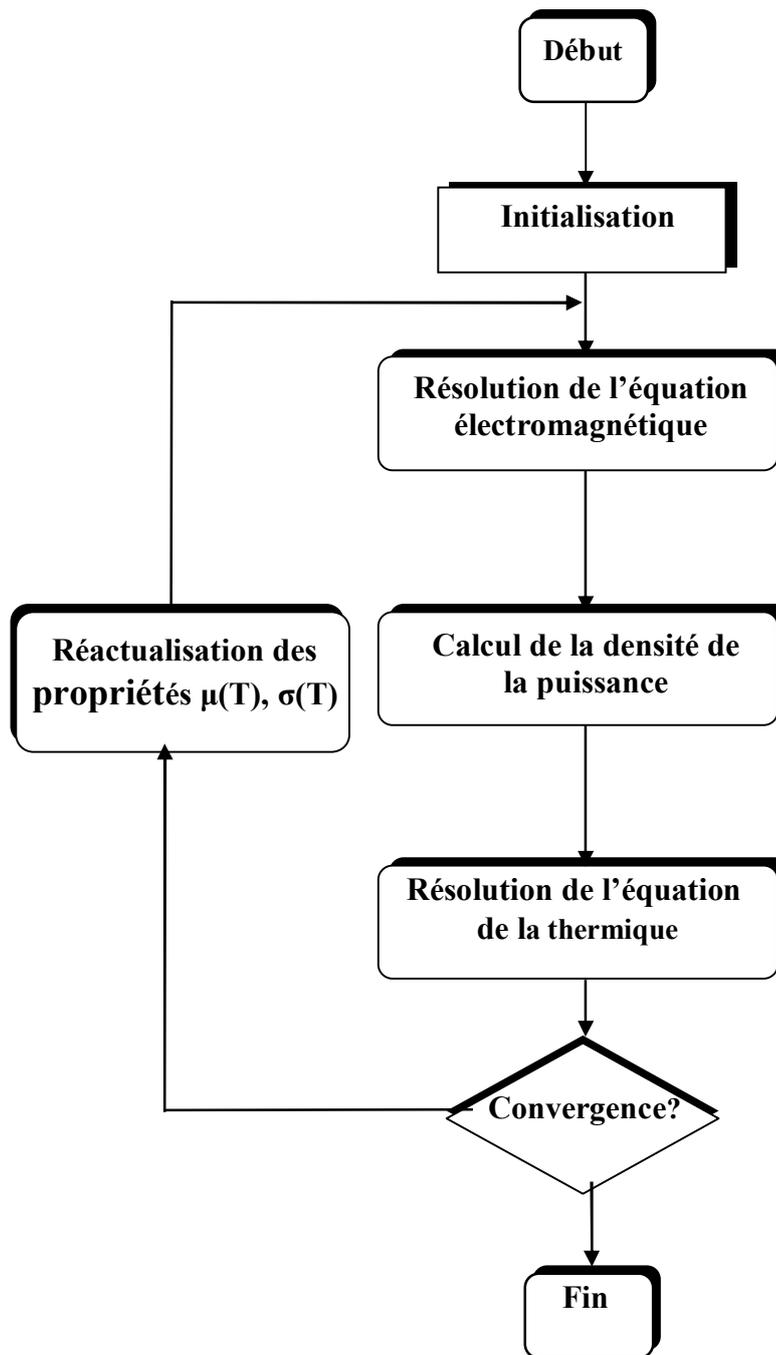


Figure 1.16 - Procédure utilisée lors d'un couplage magnétothermique

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les domaines de définition des champs de vecteurs intervenant dans les équations de *Maxwell*. Nous avons ensuite donné les différentes formulations qui permettent de calculer les champs dans le cas de l'électrocinétique, de la magnéto-statique et de la magnéto-dynamique.

La problématique de la modélisation des couplages thermique-électrique et thermique-magnétique a été exposée par l'intermédiaire d'intégration de modèle d'hystérésis magnétiques. En effet, il est nécessaire, en général, pour résoudre ces équations d'utiliser des méthodes numériques car la solution analytique n'est pas accessible.

Dans le chapitre suivant, nous allons voir comment il est possible de discrétiser les espaces de définition introduits.

CHAPITRE II :
Discrétisation par Volumes Finis

Chapitre II - Discrétisation par Volumes Finis

II.1 Introduction

Les formulations développées au chapitre I ne peuvent être résolues de manière analytique du fait des non linéarités des phénomènes étudiés. Pour résoudre ces équations nous avons recours aux méthodes numériques. Le problème doit donc être discrétisé. Les grandeurs locales de l'électromagnétisme, qui sont en fait les inconnues du problème, sont définies dans des suites d'espaces fonctionnels. Nous serons donc amenés à discrétiser les suites d'espaces fonctionnels ainsi que les opérateurs différentiels. Pour ce faire, nous allons définir une structure discrète analogue à celle du domaine continu présentée dans le chapitre précédent [1].

Pour cela, on a recours à la méthode des volumes finis qui engendre un double discrétisation. La première consiste à décomposer le domaine d'étude (discrétisation spatiale) en petits éléments de formes simples. La deuxième discrétisation est celle des inconnues. En effet, nous projeterons les différentes grandeurs dans les espaces fonctionnels discrets à l'aide de fonctions d'interpolations simples [21].

Dans notre étude, la dérivation temporelle que l'on rencontre dans les équations de la magnétodynamique et celle de la thermique sera discrétisée avec la méthode d'*Euler* implicite.

Dans ce chapitre nous allons commencer par une comparaison entre les méthodes analytiques qui restent toutefois limitées aux géométries très simples, à la composition homogène et de nature linéaire, avec les méthodes numériques de discrétisations qui sont beaucoup plus puissante, et d'application beaucoup plus générale. Ainsi, nous allons établir les formulations volumes finis des problèmes électromagnétiques et thermiques, finalement un algorithme de résolution du problème intégrant le modèle d'hystérésis de type *lengvin* à été proposé.

II.2 Outils d'Analyse (Modèles)

On distingue deux types de modèles qui peuvent être utilisés comme outil d'analyse des dispositifs électrotechniques, pour une éventuelle de la modélisation des phénomènes couplés à base électromagnétique : les modèles analytiques et les modèles numériques. On va décrire et discuter dans ce qui suit ces deux types de modèles leurs avantages, leurs inconvénients et leur efficacité.

II.2.1 Les Modèles Analytiques

Un modèle analytique est constitué d'équations symboliques qui relient les performances d'un système à concevoir, d'une part, aux paramètres géométriques qui décrivent sa structure et d'autre part, aux paramètres donnant les caractéristiques des matériaux utilisés. Les équations du modèle mettent généralement en jeu les paramètres descriptifs du système en tant que grandeurs d'entrée. Utilisés pour réaliser un dimensionnement à partir des données d'un cahier des charges, les modèles analytiques doivent être inversés pour exprimer les grandeurs descriptives (dimensionnelles ou autres) en fonction de grandeurs fonctionnelles (performances) du système. On parle ici de l'orientation du modèle. Quand certains paramètres sont clairement exprimés en fonction des autres, l'ensemble des paramètres du modèle est partagé en deux familles : les paramètres de sortie et les paramètres d'entrée. Dans ce cas, évaluer le modèle, revient à fixer des valeurs pour les paramètres d'entrée pour calculer les autres.

Cependant, cette orientation n'est pas toujours facile, surtout en phase de développement du modèle, le concepteur peut vouloir la modifier et fixer d'autres paramètres d'entrée pour mieux adapter le modèle au niveau d'hypothèses considérés. Il peut arriver que certains paramètres ne puissent pas être exprimés en fonction des paramètres d'entrée choisis uniquement. Dans ce cas, on dit que le système d'équations constituant le modèle présente un cycle. Il s'agit d'un système implicite [4].

Les modèles analytiques présentent les avantages suivants [4, 22] :

- ◆ Ils ont été largement développés en génie électrique avant l'apparition des ordinateurs présentant une puissance de calcul suffisante pour utiliser les modèles numériques en un

temps raisonnable. Ils sont par conséquent, disponibles et couvrent une large gamme de systèmes électromagnétiques.

- ◆ Comparés aux modèles numériques, ils sont rapides et permettent d'explorer au maximum l'espace des solutions. Ce qui présente un grand intérêt lors de l'utilisation des procédures itératives pour le dimensionnement.

- ◆ Ils permettent une grande variation de tous les paramètres du modèle dans les limites de validité de ses équations.

- ◆ Leurs équations contiennent des liens explicites entre tous les paramètres et les phénomènes physiques considérés. Cela aide le concepteur à mieux interpréter, à travers son modèle, le comportement de l'actionneur, notamment les interactions entre les différents paramètres. En effet, la modélisation de certains phénomènes couplés (magnétiques, thermiques, ...) est assez aisée dans un modèle analytique se limitant aux grandeurs globales ou moyennes.

- ◆ Ils permettent de calculer rigoureusement les expressions symboliques de tous les paramètres fonctionnels en fonction des paramètres dimensionnels ainsi que toutes les dérivées partielles de la fonction objective. Cela s'avère particulièrement utile lorsque le modèle est lié à un algorithme du gradient. En outre, cela permet de connaître facilement la sensibilité d'un paramètre fonctionnel à une variation d'un paramètre descriptif.

En revanche, ils présentent les inconvénients suivants [4, 22] :

- ◆ S'ils sont bien adaptés à l'évaluation des performances moyennes en manipulant des grandeurs globales, ils ne permettent généralement pas de modéliser des phénomènes locaux comme la saturation d'une zone du circuit magnétique d'un actionneur électrique ou le point chaud dans un système thermodynamique. Ainsi ces modèles ne sont pas très fins et manquent généralement de précision dans l'évaluation des phénomènes locaux.

- ◆ Par soucis de facilité de mise en œuvre, de fortes hypothèses sont généralement considérées lors du développement de ces modèles.

- ◆ Ils ne sont pas génériques ; c'est à dire que pour chaque nouvelle structure un modèle correspondant doit être développé.

II.2.2 Les Modèles Numériques

Ces modèles sont fondés sur la résolution directe des équations décrivant, avec un faible niveau d'hypothèses, le comportement physique du système à concevoir. En utilisant des méthodes numériques, ils fournissent des valeurs des potentiels (magnétique, électrique, ...) en tout point de la structure. Les valeurs des grandeurs macroscopiques sont ensuite calculées à partir de celles des potentiels. Par exemple, à partir des valeurs du potentiel vecteur magnétique on peut calculer la valeur de l'induction dans un circuit magnétique ou encore celle du flux embrassé par une bobine. La méthode des différences finies et la méthode des éléments finis sont des exemples de méthodes numériques très utilisées pour la modélisation de phénomènes électriques, magnétiques, thermiques et mécaniques. Ces méthodes reposent en général sur une discrétisation spatiale de la structure en mailles (rectangulaires, triangulaires ... dans un espace à deux dimensions ; tétraédriques, hexaédriques... dans un espace à trois dimensions) dont les sommets sont conventionnellement appelés les nœuds. En utilisant les conditions aux limites du problème et un ensemble de fonctions liées aux nœuds et formant une famille génératrice de l'espace des solutions (fonctions tests), on peut calculer assez précisément les valeurs du potentiel aux nœuds et par suite partout ailleurs dans la structure en utilisant des fonctions d'interpolation comme les fonctions barycentriques.

Ces modèles présentent les avantages suivants [4, 22] :

- ◆ Ils sont précis, car ils tiennent compte des phénomènes locaux et ce d'autant plus que le maillage de la structure est fin.

- ◆ Ils se présentent généralement sous forme de logiciels génériques qui nécessitent une description de la géométrie de la structure et une description des caractéristiques des matériaux utilisés.

Cependant, ils présentent les inconvénients suivants :

- ◆ Comparés aux modèles analytiques, leur temps de réponse est lent du fait qu'ils traitent des matrices relativement grandes obtenue par l'assemblage de matrices élémentaires relatives aux mailles (les dimensions de la matrice globale sont liées au nombre de nœuds dans la structure).

◆ Ils nécessitent un point de départ ; une structure dimensionnée de l'actionneur doit être définie au préalable. Ils ne permettent pas une mise en œuvre facile d'une modélisation couplée des différents phénomènes physiques. En effet, suivant le type de couplage, un modèle numérique couplé repose sur des calculs itératifs (simultanés ou successifs) des grandeurs couplées. Avec les moyens de calcul actuels, c'est une démarche coûteuse en temps de calcul.

II.3 Méthodes Numériques pour l'Electromagnétisme

Nous résumons ici les différentes méthodes numériques utilisées dans la littérature pour résoudre les équations de *Maxwell*. Nous distinguons tout d'abord deux types de problèmes : les problèmes temporels où le temps est considéré comme une variable, c'est ce qu'on appelle les problèmes d'évolution ou transitoires, et les problèmes en fréquence, où le temps n'intervient que par l'intermédiaire de la fréquence de la source (donc comme paramètre), ainsi la solution recherchée est en fonction des variables en espace et périodique en temps, ce sont des solutions harmoniques en temps. La modélisation mathématique de ces deux types de problèmes est très différente, et le passage d'un modèle à l'autre n'est pas toujours facile à justifier, notamment dans le cas où les coefficients sont discontinus. Par conséquent on distingue deux familles de méthodes numériques adaptées à chaque modèle [23] :

II.3.1 Méthodes Numériques pour les Problèmes Fréquentiels

Nous avons parmi les méthodes numériques pour les problèmes en fréquence, des méthodes de décomposition de domaine, où l'idée de base est de décomposer le domaine de calcul en sous-domaines disjoints, et de résoudre des sous problèmes sur chacun de ces sous-domaines. La jonction entre les interfaces des sous-domaines se fait d'une manière itérative. Ces méthodes permettent de résoudre par exemple l'équation de *Helmholtz* en milieu hétérogène.

Nous avons également une méthode de type équations intégrales qui a pour but d'étendre les équations intégrales classiques qui ont été développées pour résoudre des problèmes de diffraction par des obstacles réfléchissants au cas d'obstacles absorbants. Ceci se fait à l'aide d'une condition aux limites de type impédance. Il existe aussi une méthode de

discrétisation microlocale pour les équations intégrales. C'est une méthode qui résout des problèmes à hautes fréquences où la matrice à inverser pour résoudre les problèmes de diffraction est presque creuse dans le sens où certains termes de la matrice sont éliminés car ils sont négligeables par rapport aux autres [23].

II.3.2 Méthodes Numériques pour les Problèmes Temporels

Il existe dans la littérature des méthodes d'éléments finis d'ordre élevé avec condensation de masse. Ces méthodes sont adaptées aux problèmes où le rapport entre l'objet étudié et la longueur d'onde est très grand. Nous avons également la méthode aux différences finies développée par *K.S.Yee*, qui est basée sur un schéma décalé en temps et en espace. Cette dernière a l'avantage d'être peu coûteuse et facile à implémenter, néanmoins elle présente de sérieuses limites quant à son application à des géométries complexes.

Parmi les méthodes temporelles qui nous intéressent ici, nous avons les méthodes de volumes finis. L'attrait principal de ces dernières pour résoudre numériquement un système conservatif est leur grande tolérance vis-à-vis de la régularité du maillage et/ou des paramètres de calcul (discontinuité des coefficients et/ou de la solution). A priori, le maillage pourrait être quelconque : de type élément fini conforme ou non, monoélément (maillage triangulaire en 2-D par exemple) ou multiéléments (maillage hybride avec des triangles et des quadrangles). Des résultats encourageants ont été obtenus depuis l'introduction de ces méthodes au calcul numérique en électromagnétisme [23].

II.4 Introduction aux Méthodes des Volumes Finis

Depuis leur apparition dans les années soixante et les premiers travaux les concernant [25], les méthodes des volumes finis n'ont cessé de faire l'objet d'un vif intérêt dans plusieurs sous-disciplines de physique (thermodynamique, mécanique de fluides,...). En effet, de telles méthodes bénéficient de deux caractéristiques fondamentales constituant leurs avantages par rapport aux autres méthodes telles que les différences finies et les éléments finis entre autres [24] :

✚ Leur simplicité algorithmique : les méthodes de volumes finis ont, en général, un coût en espace mémoire et en temps de calcul peu élevé et sont caractérisées par une certaine simplicité dans l'écriture des programmes.

✚ Elles obéissent au principe de la conservation de flux, ceci expliquant que les méthodes des volumes finis soient particulièrement employées dans le domaine de la mécanique des fluides.

Néanmoins, d'un point de vue mathématique, ces méthodes sont longtemps restées peu étudiées contrairement aux méthodes d'éléments finis ou de différences finies. Elles ont donc, depuis quelques années, fait l'objet de travaux mathématiques de plus conséquent (étude de problèmes elliptiques, paraboliques, hyperboliques, équation de *Stokes* et de *Navier-Stokes*...). Parmi les nombreuses méthodes de volumes finis, citons :

- ✓ la méthode de volumes finis centrée cellule : Cette méthode est l'une des premières apparues (initialement sous le nom de méthode de volumes finis "cell-center") et est particulièrement efficace sur des maillages structurés. De plus, elle a fait l'objet des premiers travaux mathématiques sur les méthodes de volumes finis.
- ✓ Les méthodes d'éléments-volumes finis (conforme et non conforme) : ces méthodes ont été introduites relativement récemment et font l'objet de nombreux travaux (applications aux équations de *Navier-stokes* instationnaires, utilisation d'estimateur a-posteriori,...). Ces méthodes révèlent une volonté de déstructurer les schémas de volumes finis plus classique (centrée cellule par exemple) en les rapprochant de schémas d'éléments finis.
- ✓ La méthode de volumes finis centrée sommet : plus connue sous le nom de méthode de volumes finis "cell-vertex", elle est encore relativement peu étudiée mathématiquement.
- ✓ La méthode de volumes finis diamant : tout comme pour les d'éléments-volumes finis, le but de cette méthode est de déstructurer les schémas de volumes finis de type centré cellule tout en restant dans une méthodologie de volumes finis en travaillant notamment toujours sur des flux et en utilisant des approximations par différences finies. Précisons en outre que les estimées établies dans les travaux en vigueur

nécessitent des régularités légèrement supérieures à leur équivalents pour la méthode de volumes finis centrée cellule.

- ✓ La méthode de volumes finis mixtes : nous citons cette méthode en tant qu'un des nombreux développements récents concernant les méthodes de volumes finis ; le but recherché étant, en l'occurrence, de se rapprocher des méthodes d'éléments finis mixtes tout en diminuant la complexité algorithmique.

Précisons qu'il existe bien d'autre méthodes de volumes finis et que nous ne prétendons donc nullement être exhaustifs dans la liste donnée précédemment [22].

II.5 Formulation en Volumes de Contrôle

II.5.1 Introduction

La méthode des volumes finis consiste à intégrer, sur des volumes élémentaires, les équations écrites sous forme intégrale. C'est une méthode particulièrement bien adaptée à la discrétisation spatiale des lois de conservation, contrairement aux éléments finis, et est ainsi très utilisée en mécanique des fluides [26].

Sa mise en œuvre est simple si les volumes élémentaires ou "volumes de contrôle" sont des rectangles en 2D ou des parallélépipèdes en 3D. Cependant, la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes de forme quelconque et donc de traiter des géométries complexes, contrairement aux différences finies.

Le domaine de calcul est divisé en un certain nombre de volumes de contrôle non superposés tel que chaque volume entoure chaque point du maillage.

L'équation différentielle est intégrée pour chaque volume de contrôle des expressions arbitraires sont choisies exprimer les variations de A entre les différents points du maillage et permette l'intégration. Le résultat de cette intégration donne l'équation discrète exprimée à l'aide des valeurs de la fonction A pour un ensemble des points du maillage.

L'équation discrète obtenue exprime le principe de conservation pour A sur le volume de contrôle de la même manière que l'équation différentielle l'exprime pour un volume de contrôle infinitésimal [21].

II.5.2 Volumes Finis pour une Loi de Conservation

Considérons une loi de conservation d'une grandeur physique w dans une maille de volume Ω , faisant intervenir un flux $F(w)$ et un terme source $S(w)$. Son expression sous forme intégrale est :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} w \, d\Omega + \int_{\Omega} \operatorname{div} F(w) \, d\Omega = \int_{\Omega} S(w) \, d\Omega \quad (2.1)$$

Appelons Σ la surface de la maille, de normale extérieure n . Le théorème d'*Ostrogradski* conduit à :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} w \, d\Omega + \oint_{\Sigma} F \cdot n \, d\Sigma = \int_{\Omega} S \, d\Omega \quad (2.2)$$

L'intégrale $\oint_{\Sigma} F \cdot n \, d\Sigma$ représente la somme des flux à travers chaque face de la maille. Le flux est supposé constant sur chaque face, l'intégrale se ramène à une somme discrète sur chaque face de la maille. Il vient :

$$\oint_{\Sigma} F \cdot n \, d\Sigma = \sum_{\text{faces de la maille}} F_{\text{face}} \cdot n_{\text{face}} \Sigma_{\text{face}} \quad (2.3)$$

La quantité $F_{\text{face}} = F(w_{\text{face}})$ est une approximation du flux F sur une face de la maille, c'est le flux numérique sur la face considérée.

La discrétisation spatiale revient à calculer le bilan des flux sur une maille élémentaire. Ce bilan comprend la somme des contributions évaluées sur chaque face de la maille. La manière dont on approche les flux numériques en fonction de l'inconnue discrète détermine le schéma numérique. L'écriture du schéma numérique peut également utiliser des inconnues auxiliaires, par exemple le gradient de l'inconnue par maille.

Explicitons maintenant le terme de dérivée temporelle. Un élément fondamental de la discrétisation en volumes finis est de supposer que la grandeur w est constante dans chaque maille et égale à une valeur approchée de sa moyenne sur la maille ou bien à sa valeur au centre de la maille.

D'autre part, le terme de dérivation en temps est évalué au moyen d'une méthode numérique d'intégration d'équation différentielle (*Runge-Kutta*, *Euler* explicite ou implicite...)

et fait inter- venir un pas de temps d'intégration Δt . Ce dernier peut être constant ou variable. Pour fixer les idées, on écrira la formulation avec une méthode d'*Euler* explicite. Notons Δw l'incrément de la grandeur w entre deux itérations temporelles successives. On peut ainsi écrire

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} w \, d\Omega = \Omega \left(\frac{dw}{dt} \right)_{maille} = \Omega \frac{\Delta w}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Finalement la loi de conservation discrétisée avec la méthode des volumes finis peut s'écrire :

$$\Omega \frac{\Delta w}{\Delta t} + \sum_{faces} F_{face} \cdot \mathbf{n}_{face} \Sigma_{face} = \Omega \mathcal{S} \quad (2.5)$$

La méthode des volumes finis consiste donc à :

- ◆ Décomposer la géométrie en mailles élémentaires (élaborer un maillage).
- ◆ Initialiser la grandeur w sur le domaine de calcul.
- ◆ Lancer le processus d'intégration temporelle jusqu'à convergence avec :
 - Calcul du bilan de flux par maille par un schéma numérique.
 - Calcul du terme source.
 - Calcul de l'incrément temporel par une méthode numérique d'intégration.
 - Application des conditions aux limites.

II.5.2.1 Cas Monodimensionnel

Considérons une loi de conservation 1D [26] :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int u \, dx + \int \frac{\partial f(u)}{\partial x} \, dx = 0 \quad (2.6)$$

Où u est une grandeur physique fonction de la variable d'espace x et du temps t et $f(u)$ est une fonction de u .

Le domaine de calcul est divisé en N mailles de centre x_i . Chaque maille a une taille $h_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$. Les indices demi-entiers désignent les interfaces de la maille avec les mailles voisines (voir figure 2.1).

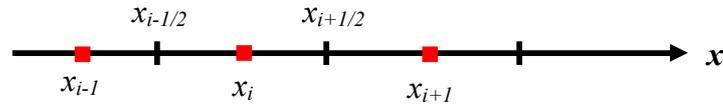


Figure 2.1 - Maillage 1D

Le temps est discrétisé en intervalles de pas constant Δt . La fonction u est supposée constante dans chaque maille et égale à une valeur approchée de la moyenne. Notons u_i^n cette valeur moyenne dans la i -^{ème} maille de centre x_i , à l'instant $t = n \Delta t$. Ainsi :

$$\forall x \in [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \quad \text{et} \quad t = n \Delta t, \quad u(x, t) = u_i^n \quad (2.7)$$

Souvent, cette valeur approchée de la moyenne est la valeur de la fonction u au centre x_i de la maille, on parle alors de volumes finis Cell-Centered (et dans ce cas, $u_i^n = u(x_i, t)$).

Le discrétisation spatiale par les volumes finis consiste à intégrer maille par maille la loi de conservation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{maille}} u \, dx + \int_{\text{maille}} \frac{\partial f(u)}{\partial x} \, dx = 0 \quad (2.8)$$

Soit pour la i -^{ème} maille de centre x_i , au temps $t = n \Delta t$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} u \, dx + \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{\partial f}{\partial x} \, dx = 0 \quad (2.9)$$

Ce qui s'intègre comme suit :

$$h_i \frac{\partial u_i^n}{\partial t} + \hat{f}_{i+1/2}^n - \hat{f}_{i-1/2}^n = 0 \quad (2.10)$$

La quantité $\hat{f}_{i+1/2}^n$ désigne une approximation du flux $f(u)$ à l'interface $x_{i+1/2}$ et au temps $n\Delta t$. C'est le flux numérique au point $x_{i+1/2}$. Ce flux numérique s'évalue en fonction des valeurs moyennes de u dans les mailles voisines, ce qui détermine le schéma numérique.

Une méthode d'*Euler* explicite est utilisée pour évaluer la dérivée en temps (d'autres schémas peuvent être utilisés, par exemple le schéma de *Runge-Kutta*). La formulation discrétisée en volumes finis de la loi de conservation est ainsi :

$$h_i \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \hat{f}_{i+1/2}^n - \hat{f}_{i-1/2}^n = 0 \quad (2.11)$$

II.5.2.2 Cas Bidimensionnel

Considérons une loi de conservation d'une grandeur physique $u(x, y, t)$ où x et y sont les deux directions d'espace. Le domaine géométrique est divisé en mailles élémentaires, par exemple en mailles rectangulaires comme représenté sur la figure 2.2. La grandeur u est supposée constante dans chaque maille et égale à une valeur approchée de la moyenne sur la maille (ou encore à la valeur au centre de la maille) [26].

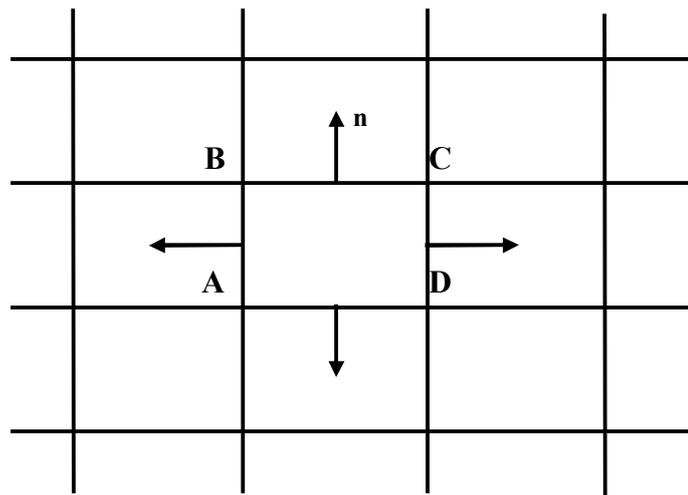


Figure 2.2 - Maillage 2D

Dans le cas bidimensionnel, le terme intégral $\oint_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, d\Sigma$ représente la circulation sur un contour d'une maille élémentaire. Plaçons-nous sur la maille de contour $ABCD$ comme indiqué sur la figure. Le flux F est supposé constant sur chaque arête de la maille AB , BC , CD et AD . L'intégrale se ramène à une somme discrète sur chaque arête :

$$\oint_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, d\Sigma = \oint_{ABCD} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dl = \sum_{AB, BC, CD, AD} \mathbf{F}_{\text{arete}} \cdot \mathbf{n}_{\text{arete}} \text{Longueur}_{\text{arete}} \quad (2.12)$$

Ceci revient à évaluer le bilan des flux à travers chaque facette de la maille.

II.5.3 Reformulations du Problème Magnétodynamique non Linéaire

Ce type de formulation s'applique à des systèmes contenant des sources d'alimentation variable dans le temps qui engendrent des courants induits suite à la variation des champs.

La combinaison de (1.27) et (1.3) donne :

$$\sigma \mathbf{E} = \mathbf{J} - \mathbf{J}_s = -\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad} \varphi \right) \quad (2.13)$$

Alors :

$$\mathbf{J} = -\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad} \varphi \right) + \mathbf{J}_s \quad (2.14)$$

Les équations du champ de *Maxwell* sont étendues pour permettre le traitement de l'hystérésis magnétique en incluant l'équation constitutive pour les matériaux magnétiques. L'équation générale pour un matériau ferromagnétique peut être exprimée comme :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{H} + \mathbf{M} \right) \quad (2.15)$$

Donc :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{B}) = \mu_0 (\mathbf{rot}(\mathbf{H}) + \mathbf{rot}(\mathbf{M})) \quad (2.16)$$

Où \mathbf{M} est la fonction de magnétisation non linéaire, et $\mu_0 = \frac{1}{\nu_0}$ est la perméabilité dans l'espace.

La substitution de (2.14) dans (2.16) donne :

$$\nabla \times \left(\nu_0 \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{t} + \Delta \mathbf{t}) \right) = \mathbf{J}(\mathbf{t} + \Delta \mathbf{t}) + \nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{t} + \Delta \mathbf{t}) \quad (2.17)$$

Où :

$$\mathbf{rot}(\nu_0 \mathbf{rot}(\mathbf{A})) = \mathbf{J}_s - \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{grad} \varphi \right) + \mathbf{rot} \mathbf{M} \quad (2.18)$$

Le comportement magnétique non-linéaire est introduit par le modèle d'hystérésis $\mathbf{M} = f(\mathbf{H})$ [7]. L'équation (2.18) est une modélisation des phénomènes couplés magnétique - électrique en tout point d'un domaine d'étude.

Dans le cas des systèmes de géométries complexes où la circulation des champs suit les trois directions de l'espace, la modélisation tridimensionnelle est incontournable. Néanmoins, une telle modélisation (par exemple par la méthode des volumes finis) conduit à des systèmes algébriques de grande taille dont la résolution peut s'avérer coûteuse en temps de calcul à cause des techniques numériques employées.

En exploitant les particularités des dispositions des matériaux dans les systèmes on peut se ramener à des modèles bidimensionnels qui représentent correctement les phénomènes pour des coûts de calcul raisonnables.

Dans les dispositifs électriques à flux axiale (auxquelles nous nous intéressons), la disposition des conducteurs dans le sens transversal favorise l'établissement du champ magnétique dans les plans longitudinaux. La distribution du champ est supposée invariante suivant la direction transversale. Un modèle bidimensionnel permet ainsi d'obtenir la solution avec une précision suffisante. C'est pourquoi nous limiterons notre étude à la résolution des équations électromagnétiques en 2D.

II.5.4 Cas des Systèmes à Symétries Axiales (Axisymétrique)

II.5.4.1 Problème Magnétodynamique

Si on néglige l'hélicité des spires de l'inducteur, les dispositifs axisymétriques (cylindriques) présentent une symétrie par rapport à un axe. L'invariance par rotation nous permet alors de déduire la possibilité de simplifier le domaine à un problème bidimensionnel. Le plan de l'étude est ici vertical, dans le plan (r, z) . Les courants et les potentiel vecteur sont ici des circonférences fermées autour d'un cylindre d'axe Oz , $J_\varphi(r, z)$ et $A_\varphi(r, z)$ suivant φ , que l'on désignera simplement par J et A , et n'ont qu'une seule composante tangentielle. La condition de jauge de *Coulomb* est automatiquement vérifiée [27, 21].

Les différentes grandeurs ont les composantes suivantes :

$$\vec{J}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ J_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} B_r \\ 0 \\ B_z \end{bmatrix}, \quad \vec{H} = \begin{bmatrix} H_r \\ 0 \\ H_z \end{bmatrix}, \quad \vec{M} = \begin{bmatrix} M_r \\ 0 \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

En coordonnées cylindriques

$$\vec{rot} \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\varphi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) \vec{e}_z \quad (2.20)$$

En tenant compte les hypothèses précédentes, on écrit :

$$\vec{rot} \vec{A} = \begin{cases} -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} & \vec{e}_r \\ 0 & \vec{e}_\varphi \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} & \vec{e}_z \end{cases} \quad (2.21)$$

Avec :

$$\vec{rot} \left(v_0 \vec{rot} \vec{A} \right) = \left[-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_0}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial z} \left(v_0 \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right) \right] \vec{e}_\varphi \quad (2.22)$$

Dans laquelle on pose $A = r A_\varphi$, devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_0}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_0}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} = -\vec{J}_s + \left(\frac{\partial \vec{M}_r}{\partial z} - \frac{\partial \vec{M}_z}{\partial r} \right) \\ A = r A_\varphi \end{cases} \quad (2.23)$$

La résolution de cette équation aux dérivées partielles conduit à une solution $A_\varphi(r, z)$ en tout point P du plan (r, z) . Étant donné que les dispositifs électriques à étudier sont des dispositifs à structures symétriques et où les champs électromagnétiques varient périodiquement dans le temps, la résolution peut se limiter à un domaine réduit appelé domaine d'étude. Des conditions aux limites et de périodicité seront donc associées à l'équation (2.23) pour avoir

une solution représentative du comportement des grandeurs électromagnétiques en tout point du plan axiale considéré.

Sur un domaine d'étude Ω (figure 2.3), les conditions aux limites associées sont des conditions sur les frontières du domaine et elles sont de deux types :

a. Condition de *Dirichlet* : le potentiel vecteur A est imposé

$$A = A_0 \quad \text{sur } \Gamma_1 \quad (2.24)$$

b. Condition de *Neumann* : la dérivée de A par rapport à la normale est imposée

$$\frac{\partial A}{\partial n} = q_0 \quad \text{Sur } \Gamma_2 \quad (2.25)$$

A_0 et q_0 sont des fonctions connues sur les frontières.

La figure suivante est une schématisation d'un domaine d'étude.

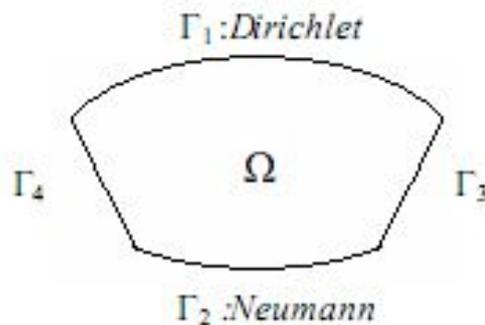


Figure 2.3 - Domaine d'étude et conditions aux limites

En un point fixe, le champ magnétique a une variation périodique dans le temps. Aussi, à un instant t donné le champ magnétique varie périodiquement dans l'espace. Les symétries de la structure de l'actionneur et de son alimentation permettent d'écrire les conditions de périodicité et d'anti-périodicité qui s'expriment en fonction des coordonnées polaires :

$$A(\theta + \Delta\theta) = \pm A(\theta) \quad \text{entre } \Gamma_3 \text{ et } \Gamma_4. \quad (2.26)$$

II.5.4.2 Problème Thermique

Le modèle classique de diffusion de la chaleur est :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div} (-\lambda \text{grad } T) = p(T) \quad (2.27)$$

En coordonnées cylindriques :

$$\lambda \vec{\text{grad}} T = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \vec{er} + \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \vec{ez} \quad (2.28)$$

Et :

$$\text{div} \left(\lambda \vec{\text{grad}} T \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.29)$$

Alors l'équation (2.27) devient :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = p(T) \quad (2.30)$$

Avec : $T = T(r, z, t)$.

II.6 Formulation Axisymétrique des phénomènes Magnétothermique

II.6.1 Discrétisation de l'Equation Magnétodynamique

Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage, comme le montre la figure 2.4 suivante :

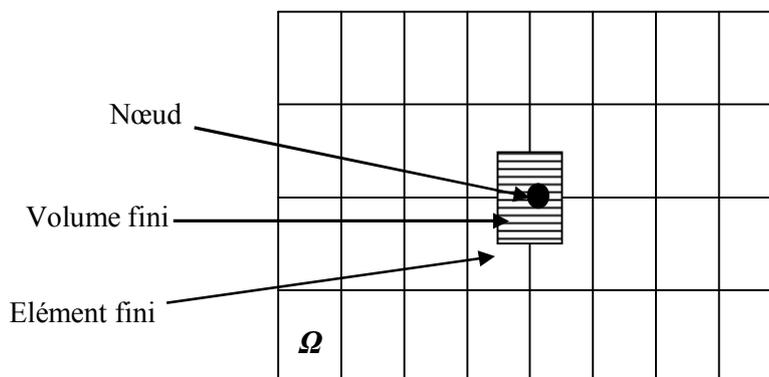


Figure 2.4 - Maillage du domaine d'étude

Rappelons l'équation magnétodynamique non linéaire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_0}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_0}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} = -\mathbf{J}_s + \left(\frac{\partial \mathbf{M}_r}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial r} \right) \\ A = r A_\varphi \end{array} \right. \quad (2.31)$$

Chaque nœud principal 'P' est entouré par deux points voisins sur l'axe horizontal r qui sont ouest (w), est (e) et deux autres points voisins sur l'axe vertical z qui sont sud (s), nord (n). On choisi le volume qui a les dimensions Δr et Δz , on discrétise l'équation pour qu'elle doit être applicable en tous domaines désirés (figure 2.5).

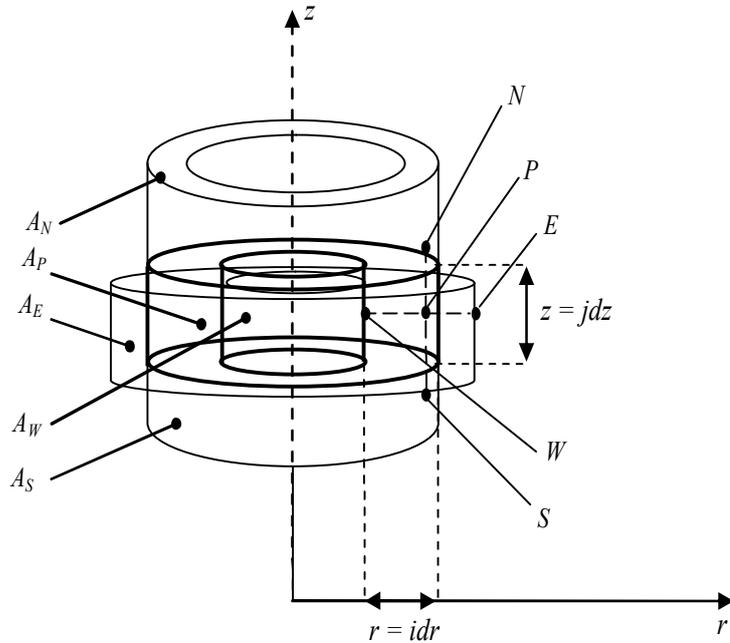


Figure 2.5 - Description d'un volume fini.

On projette l'équation différentielle (2.31) sur une fonction de projection β_i , puis on l'intègre sur le volume fini correspondant au nœud « P », on obtient :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \beta_i \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] r dr dz dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \beta_i \left[\frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} - \mathbf{J}_s \right] r dr dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \beta_i \left(\frac{\partial \mathbf{M}_r}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial r} \right) r dr dz dt \quad (2.32)$$

Où :

β_i : fonction de projection choisie $1/r$ (pour la Méthode des Eléments Finis $\beta_i = \alpha_i/r$),

α_i : fonction d'interpolation.

L'équation (2.32) devient alors :

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \left[\frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] dr dz dt \\ & = \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \left[J_s + \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right] dr dz dt \end{aligned} \quad (2.33)$$

L'intégrale de la partie gauche de l'égalité (2.33) sur le volume fini limité par les frontières (e , w , n , s) est :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s \int_w \int_e - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r} \right) dr dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s \int_w - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial z} \right) dr dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s \int_w \frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial r} dr dz dt \quad (2.34)$$

Après intégration nous aurons :

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial z} \right)_s - \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial z} \right)_n \right] \Delta r \Delta t + \left[\left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r} \right)_w - \left(\frac{1}{r\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r} \right)_e \right] \Delta z \Delta t \\ & + \left[\left(\frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} \right)_t - \left(\frac{\sigma}{r} \frac{\partial A}{\partial t} \right)_{t+\Delta t} \right] \Delta r \Delta z \end{aligned} \quad (2.35)$$

Pour exprimer la variation de A entre les nœuds voisins, on choisit un profil linéaire.

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{1}{r_n\mu_0} \frac{(A_N - A_P)}{(\delta z)_n} + \frac{1}{r_s\mu_0} \frac{(A_P - A_S)}{(\delta z)_s} \right] \Delta r \Delta t + \left[-\frac{1}{r_e\mu_0} \frac{(A_E - A_P)}{(\delta r)_e} + \frac{1}{r_w\mu_0} \frac{(A_P - A_W)}{(\delta r)_w} \right] \Delta z \Delta t \\ & + \frac{\sigma_P}{r_P} A_P(t) \Delta r \Delta z - \frac{\sigma_P}{r_P} A_P(t + \Delta t) \Delta r \Delta z \end{aligned} \quad (2.36)$$

Cette expression peut être écrite sous la forme, avec ($\mu_0 = 1/v_0$) :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{v_0}{r_e} \frac{\Delta z \Delta t}{(\delta r)_e} + \frac{v_0}{r_w} \frac{\Delta z \Delta t}{(\delta r)_w} + \frac{v_0}{r_n} \frac{\Delta r \Delta t}{(\delta z)_n} + \frac{v_0}{r_s} \frac{\Delta r \Delta t}{(\delta z)_s} + \frac{\sigma_P}{r_P} \Delta r \Delta z \right) A_P \\ & - \left(\frac{v_0}{r_e} \frac{\Delta z \Delta t}{(\delta r)_e} A_E + \frac{v_0}{r_w} \frac{\Delta z \Delta t}{(\delta r)_w} A_W + \frac{v_0}{r_n} \frac{\Delta r \Delta t}{(\delta z)_n} A_N + \frac{v_0}{r_s} \frac{\Delta r \Delta t}{(\delta z)_s} A_S + \frac{\sigma_P}{r_P} A_P(t + \Delta t) \Delta r \Delta z \right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Posons :

$$\begin{aligned}
 a_E &= \frac{v_0 \Delta z}{r_e (\delta r)_e}, & a_W &= \frac{v_0 \Delta z}{r_w (\delta r)_w} \\
 a_N &= \frac{v_0 \Delta r}{r_n (\delta z)_n}, & a_S &= \frac{v_0 \Delta r}{r_s (\delta z)_s}
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Ainsi l'équation algébrique s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}
 &\left(a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\sigma_p \Delta r \Delta z}{r_p \Delta t} \right) A_p \Delta t - (a_E A_E + a_W A_W + a_N A_N + a_S A_S) \Delta t \\
 &- \frac{\sigma_p}{r_p} A_p (t + \Delta t) \Delta r \Delta z
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

L'intégrale de la partie droite de l'égalité (2.33) sur le volume fini limité par les frontières (e , w , n , s) est :

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \left[J_s + \frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right] dr dz dt &= J_s \Delta r \Delta z \Delta t + [(M_z)_e - (M_z)_w] \Delta z \Delta t \\
 &- [(M_r)_n - (M_r)_s] \Delta r \Delta t
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

La substitution des deux expressions trouvées (2.39), (2.40) dans (2.33) donne l'expression algébrique finale suivante :

$$\begin{aligned}
 a_p A_p &= a_E A_E + a_W A_W + a_N A_N + a_S A_S + d_0 + \frac{\sigma_p \Delta r \Delta z}{r_p \Delta t} A_p (t + \Delta t) + [(M_z)_e - (M_z)_w] \Delta z \\
 &- [(M_r)_n - (M_r)_s] \Delta r
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\sigma_p \Delta r \Delta z}{r_p \Delta t}, \\
 d_0 &= J_s(t) \Delta r \Delta z.
 \end{aligned}$$

II.6.2 Procédure de Résolution

Dans la littérature plusieurs algorithmes sont proposés pour résoudre le problème non linéaire tel que la méthode de *Newton-Raphson*. Cette dernière, est habituellement utilisée

pour sa convergence quadratique au voisinage de la solution, mais on ne dispose pas toujours d'un état initial suffisamment proche de la solution finale pour obtenir cette convergence rapide et la méthode se révèle totalement inadaptée dans certains cas.

Il peut être alors nécessaire en particulier pour le problème traité en potentiel magnétique scalaire d'appliquer une sous-relaxation tellement forte que la méthode perd tout intérêt.

D'après l'expérience [7] cette méthode est difficile à mettre en œuvre pour traiter l'hystérésis de type *Jiles Atherton*. Elle nécessite la dérivée du modèle d'hystérésis ce qui ajoute des calculs supplémentaires qui alourdissent le processus itératif de résolution.

Une autre méthode de résolution de systèmes d'équations non linéaires est la méthode de type point fixe. Cette dernière montre une convergence inconditionnelle en utilisant certaines modifications au niveau de l'expression de la perméabilité [28].

II.6.3 Algorithmes Proposés

La méthode de point fixe utilisant le modèle d'hystérésis sous sa forme direct ou inverse se distingue par la facilité de sa mise en œuvre. Comme l'inversion du modèle, présente un coût supplémentaire en termes de temps de calcul et des problèmes de convergence, nous avons opté pour l'utilisation de la méthode du point fixe avec le modèle d'hystérésis directe.

L'idée de la première proposition est basée sur la décomposition du champ totale H_t en deux composantes (H_a et H_d), tel que :

$$H_t = H_a + H_d \quad (2.42)$$

La composante H_a représente le champ appliqué à l'entrée du modèle d'hystérésis. Quant à la composante H_d , elle est calculée à une itération donnée en absence du courant d'excitation [28].

Deux résolutions successives du système matriciel sont alors nécessaires pour déterminer les grandeurs H_t et H_d et déduire H_a . Ceci ne pénalise que légèrement la durée de résolution car il n'y a que le second membre du système matriciel qui est modifié. L'algorithme utilisé (tableau 2.1) s'écrit :

1.	Initialisation : $k = 1, i = 1, \varepsilon$ tolérance donnée.
2.	Fixer J^k et M^i
3.	Calculer la solution A^i du problème avec $J^k = 0$
4.	Calculer l'induction $B^i, B^i = \text{rot } A^i$
5.	Calculer H_d^i
6.	Recalculer la solution A^i avec $J^k \neq 0$
7.	Calculer l'induction B^i
8.	Calculer H_t^i
9.	Calculer $H_a^i = H_t^i - H_d^i$
10.	Relaxation $H_a^i = H_a^{i-1} + w(H_a^i - H_a^{i-1})$
11.	Calculer l'aimantation M^i par le modèle de <i>Jiles-Atherton</i>
12.	Déterminer la direction de M^i
13.	Calculer la précision τ
14.	Si $\tau \leq \varepsilon \Rightarrow$ convergence : $k=k+1$ et $i=i+1$ aller à 2, si non $i=i+1$ aller à 3.
15.	Exploitation des résultats

Tableau 2.1 - Algorithme de résolution de l'équation magnétodynamique non linéaire avec prise en compte de l'hystérésis.

La deuxième proposition est basée sur la résolution de l'équation (1.6) comme suit : à partir d'une aimantation connue M (variable du point fixe) on obtient le vecteur potentiel magnétique aux nœuds des éléments du maillage en résolvant (2.23). Ensuite on détermine l'induction magnétique B par $B = \text{rot } A$.

Cette induction doit fournir l'excitation correspondante. Les valeurs obtenues de l'induction et du champ d'excitation sont exploitées pour déterminer la nouvelle valeur de l'aimantation par (2.15). Cette aimantation est réinjectée dans l'équation (1.6). On peut résumer les différentes étapes de résolution dans le tableau 2.2.

1. Maillage de dispositif
2. Code de calcul volumes finis
2.1. Initialisation : \overline{M}^i
2.2. $\sigma \frac{\partial \overline{A}^i}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \left(\frac{I}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \overline{A}^i \right) = \vec{J}_s - \sigma \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \times \overline{M}^i + \vec{\nabla} \times \left(\frac{I}{\mu_0} \vec{B}_r \right)$
2.3. $\overline{B}^i = \vec{\nabla} \times \overline{A}^i$
2.4. $\overline{H}^i = \frac{\overline{B}^i}{\mu_0} - \overline{M}^i$
2.5. $\overline{H}^i = \omega \cdot \overline{H}^i + (1 - \omega) \cdot \overline{H}^{i-1}$
2.6. $\overline{M}^i = f(\overline{H}^i)$ par le modèle de <i>Jiles-Atherton</i>
2.7. Déterminer la direction de \overline{M}^i
2.8. Calculer la précision τ qui représente le critère de convergence
2.9. Si $\tau \leq \varepsilon \Rightarrow$ convergence : $t = t + 1$ et $i = i + 1$ aller à 2.1, sinon $i = i + 1$ aller à 2.2
3. Exploitation des résultats

Tableau 2.2 : Autre algorithme de résolution d'un problème magnétodynamique en présence du non linéarité.

Les grandeurs qui apparaissent dans l'algorithme 2.2 sont des relations vectorielles. Pour obtenir des grandeurs scalaires nous supposons que le phénomène d'hystérésis utilisé est purement scalaire. Cette hypothèse est vérifiée si l'induction, l'excitation et l'aimantation sont colinéaires. Donc l'algorithme de point fixe précédent 2.2 change et devient comme suite :

1. Maillage de dispositif
2. Code de calcul volumes finis
2.1. Initialisation : \overline{M}^i
2.2. $\sigma \frac{\partial \overline{A}^i}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \left(\frac{I}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \overline{A}^i \right) = \vec{J}_s - \sigma \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \times \overline{M}^i(\overline{A}^i) + \vec{\nabla} \times \left(\frac{I}{\mu_0} \vec{B}_r \right)$

2.3. $\ \vec{B}^i\ = \ \vec{\nabla} \times \vec{A}^i\ $
2.4. $H_s^i = \frac{B_s^i}{\mu_0} - M^i$
2.5. $H_s^i = \omega.H_s^i + (1 - \omega).H_s^{i-1}$
2.6. $M_s^i = f(H_s^i)$ par le modèle de <i>Jiles-Atherton</i>
2.7. Déterminer la direction de M_s^i
2.8. Calculer la précision τ qui représente le critère de convergence
2.9. Si $\tau \leq \varepsilon \Rightarrow$ convergence : $t = t + 1$ et $i = i + 1$ aller à 2.1, sinon $i = i + 1$ aller à 2.2
3. Exploitation des résultats

Tableau 2.3 : Algorithme de résolution d'un problème magnétodynamique en présence du non linéarité sous l'hypothèse d'un fonctionnement scalaire.

L'induction magnétique calculée à partir du potentiel vecteur magnétique A est toujours positif. Par conséquent, seuls deux cadrans du plan (induction, excitation) seront exploités. Or le modèle de *Jiles-Atherton* fonctionne dans les quatre quadrants du plan (induction, excitation). Pour tenir compte des valeurs négatives de l'induction magnétique autrement dit des deux quadrants restant du plan (\mathbf{B}, \mathbf{H}) , on calcul le produit scalaire entre $\mathbf{B}^i(\mathbf{t})$ (l'induction à l'itération courante du pas de temps présent) et $\mathbf{B}(\mathbf{t}-1)$ (l'induction à l'instant précédent) [28]. Le signe de \mathbf{B} est celui du produit scalaire calculé. Avec l'induction signée $B_s^i(t)$, on procède au calcul du champ magnétique \mathbf{H} .

Cette méthode de déterminer le signe de \mathbf{B} permet d'avoir accès à tous les cadrans (y compris $B < 0$) du plan (\mathbf{B}, \mathbf{H}) . Elle consiste à comparer le sens de l'induction obtenue après chaque calcul, à celui quelle avait après convergence au pas de temps précédent. Lors du premier pas de temps, l'induction précédente était nulle, donc le produit scalaire est nul, et on donne à \mathbf{B} un signe positif.

II.6.4 Discrétisation de l'Equation Thermique

Rappelons l'équation de diffusion de la chaleur [21]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = p(T) \quad (2.43)$$

L'intégration de l'équation thermique (2.43) sur le volume fini donne :

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) r dr dz + \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) r dr dz \\ & + \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z p(T) r dr dz = \int_t^{t+\Delta t} \int_r \int_z \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} r dr dz \end{aligned} \quad (2.44)$$

Après l'intégration on obtient :

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_e - \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right)_w \right] \Delta z dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right)_n - \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right)_s \right] r_p \Delta r dt \\ & + \int_t^{t+\Delta t} p(T) r_p \Delta r \Delta z dt = \rho c_p r_p \Delta r \Delta z \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt \end{aligned} \quad (2.45)$$

Avec :

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} T_p dt = [f T_p - (1-f) T_p^0] \quad (2.46)$$

Où T_p^0 : la température au pas de temps précédent $t=t_0$.

Pour exprimer la variation de T entre les nœuds voisins, on choisit un profil linéaire.

Donc : l'équation discrète prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \rho c_p r_p \Delta r \Delta z (T_p - T_p^0) = b_E [f T_E - (1-f) T_E^0] \Delta t + b_W [f T_W - (1-f) T_W^0] \Delta t \\ & + b_N [f T_N - (1-f) T_N^0] \Delta t + b_S [f T_S - (1-f) T_S^0] \Delta t - p(T) r_p \Delta r \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (2.47)$$

Pour $f=1$, les coefficients sont tous positifs et c'est pourquoi ce schéma est préférable.

L'équation précédente devient :

$$\left(\frac{\rho c_p r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t} + (b_E + b_W + b_N + b_S) \right) T_P = [b_E T_E + b_W T_W + b_N T_N + b_S T_S] + p(T) r_p \Delta r \Delta z + \frac{\rho c_p r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t} T_P^0 \quad (2.48)$$

La formulation algébrique finale de l'équation thermique s'écrit :

$$b_P T_P = b_E T_E + b_W T_W + b_N T_N + b_S T_S + C_0 \quad (2.49)$$

Tel que :

$$\begin{aligned} b_E &= \frac{\lambda_e r_e \Delta z}{(\delta r)_e}, \\ b_W &= \frac{\lambda_w r_w \Delta z}{(\delta r)_w}, \\ b_N &= \frac{\lambda_n r_p \Delta r}{(\delta z)_n}, \\ b_S &= \frac{\lambda_s r_p \Delta r}{(\delta z)_s}, \\ b_{P0} &= \frac{\rho c_p r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$b_P = b_E + b_W + b_N + b_S + b_{P0},$$

$$C_0 = p(T) r_p \Delta r \Delta z + b_{P0} T_P^0.$$

L'ensemble des équations algébriques permet de calculer la température dans le domaine d'étude [21].

II.6.5 Couplage Magnétique Thermique

Dans les paragraphes (§.II.5.4.1) et (§.II.5.4.2), nous avons établi séparément les formulations des deux problèmes magnétique et thermique. Les deux problèmes sont généralement liés par l'intermédiaire des pertes (par hystérésis et par courants de *Foucault*).

Vu le comportement non linéaire des caractéristiques magnétiques et la variation des propriétés physiques en fonction de la température, (conductivité λ , masse volumique ρ ,

capacité spécifique c_p , coefficient d'échange par convection h et par rayonnement $\varepsilon\sigma$), une étude complète d'un dispositif nécessite une analyse électromagnétique et thermique. Elle consiste à résoudre le système d'équations magnétothermique qui s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma(T) \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{rot} \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{rot} (\mathbf{A}) \right) = \mathbf{J}_s + \mathbf{rot} (\mathbf{M}(\mathbf{H}, T)) \\ \rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \mathbf{div} (\lambda(T) \mathbf{grad} (T)) = p(T) \end{cases} \quad (2.51)$$

Il est préférable pour ce type de système de découpler partiellement les équations en exploitant la différence entre les constantes de temps des deux phénomènes. En effet dans le cadre de cette étude les fréquences de travail peuvent atteindre des dizaines de kHz, tandis que les phénomènes thermiques sont d'une dynamique beaucoup plus lente. Ainsi, on suppose que pour chaque distribution de températures le régime permanent du problème électromagnétique est atteint. Dans le processus itératif, la résolution du problème électromagnétique ne s'effectue que s'il y'a une variation sensible des paramètres magnétiques en fonction de la température [7].

La figure (1.14) nous donne l'organigramme de ce processus. Ainsi, après initialisation des paramètres magnétiques à une température donnée, le calcul de la solution magnétique et des pertes est effectué. Ceci est suivi par la résolution du problème thermique non linéaire et ce, jusqu'à une évolution sensible des paramètres magnétiques.

II.7 Conclusion

Nous présentons dans ce chapitre la stratégie de modélisation des procédés de chauffage par induction. Les modèles physiques, électromagnétiques et thermiques sont décrits. Puis nous verrons comment les systèmes d'équations aux dérivées partielles issus de ces modèles sont discrétisés d'abord spatialement puis temporellement. Les phénomènes électromagnétiques et thermiques présentent des échelles de temps fondamentalement différentes.

Concernant le choix de la méthode numérique, nous avons vu que la méthode des volumes finis était nécessaire pour traiter des matériaux non linéaires.

CHAPITRE III :
Techniques de l'Intelligence
Artificielle

Chapitre III - Techniques de l'Intelligence Artificielle

III.1 Introduction

La résolution d'un problème d'optimisation consiste à explorer un espace de recherche afin de maximiser (ou minimiser) une fonction donnée. Les complexités (en taille ou en structure) relatives de l'espace de recherche et de la fonction à maximiser conduisent à utiliser des méthodes de résolutions radicalement différentes. En première approximation, on peut dire qu'une méthode déterministe est adaptée à un espace de recherche petit et complexe et qu'un espace de recherche grand nécessite plutôt une méthode de recherche stochastique (recuit simulé, algorithme génétique, ...).

Dans la plupart des cas, un problème d'optimisation se divise naturellement en deux phases : recherche des solutions admissibles puis recherche de la solution à coût optimal parmi ces dernières. Suivant la méthode employée, ce découpage est plus ou moins apparent dans la résolution [31].

L'intérêt de la recherche de méthodes de l'intelligence artificielle (IA) pouvant soulager la lourdeur du calcul numérique standard devient alors évident, et beaucoup de chercheurs ont prospecté cette voie pendant ces dernières années. C'est pour ça, le recours aux méthodes de l'intelligence artificielle (IA) pour traiter les problèmes d'optimisation géométrique des structures, l'optimisation du temps de calcul ou l'identification paramétrique est souhaitable.

L'objectif de ce chapitre est l'application de ces nouvelles techniques de calcul, d'une part, pour l'identification d'un cycle d'hystérésis de $J-A$ par algorithme génétique et, d'autre part, pour le l'optimisation par réseaux de neurone.

III.2 Algorithmes Génétiques

III.2.1 Introduction

Les algorithmes génétiques reposent sur l'analogie entre la théorie de l'évolution naturelle de *Darwin* et l'optimisation. Selon la théorie de *Darwin*, les individus d'une population les mieux adaptés à leur environnement ont une plus grande probabilité de survivre et de se reproduire, en donnant des descendants encore mieux adaptés. Comme dans les mécanismes naturels de la reproduction, les principaux opérateurs qui affectent la constitution d'un chromosome, qui code les caractéristiques des individus, sont le croisement et la mutation.

Les AG ont été proposées par *Holland* en 1975 [29], puis développés par d'autres chercheurs tels que *De Jong*, *Goldberg*, et *Michalewicz*. C'est actuellement une des méthodes les plus diffusées et les plus utilisées dans la résolution de problèmes d'optimisation dans de nombreux domaines d'application.

Les particularités des algorithmes génétiques sont [32] :

1. Ils utilisent un codage des paramètres et non les paramètres eux mêmes.
2. Ils travaillent sur une population de points au lieu d'un point unique.
3. Ils n'utilisent que la valeur de la fonction étudiée et non sa dérivée ou une autre connaissance auxiliaire.
4. Ils utilisent des règles de transition probabilistes et non déterministes.

J. Holland et *D. Goldberg* ont proposé les trois principes fondamentaux des algorithmes génétiques :

- a. Le codage des paramètres sous forme de gène
- b. L'opérateur de sélection des individus les mieux adaptés ou les plus performants

- c. Les opérateurs de reproduction : croisement et mutation qui agissent sur les gènes sachant qu'au niveau de codage binaire, le croisement favorise plus l'exploration ou diversification tandis que la mutation favorise plus l'exploitation ou l'intensification du domaine de conception. Par contre, au niveau de codage réel, le croisement favorise l'exploitation ou l'intensification et la mutation favorise la diversification.

Les applications des AG sont multiples : intelligence artificielle, recherche opérationnelle, optimisation combinatoire, optimisation des fonctions numériques difficiles (discontinues, multimodales, ...), traitement d'image (alignement des photos satellites) optimisation d'emploi du temps, contrôle de systèmes industriels et apprentissage des réseaux de neurones. Ils sont peu employés en électrotechnique comparativement avec d'autres domaines comme l'automatique, par exemple.

Les différentes caractéristiques des algorithmes génétiques sont présentées ci-dessous [32].

III.2.2 Principe

Les AG sont des algorithmes d'optimisation qui s'appuient sur des techniques dérivées de la génétique et des mécanismes de sélection naturelle. Pour transposer les processus génétiques observés dans l'évolution des espèces au domaine de l'optimisation, *Holland* a introduit deux points fondamentaux [29,30] :

L'évolution des espèces est un processus qui opère sur des structures appelées chromosomes. Dans les algorithmes génétiques, on transforme tout point de l'espace de recherche en un chromosome appelé encore chaîne ou individu. Chacune de ces chaînes représente, sous forme codée, l'ensemble des valeurs des paramètres. Par exemple, pour un problème à trois paramètres, une chaîne sera formée par la concaténation des trois valeurs réelles $\langle x_1 x_2 x_3 \rangle$.

Dans la nature, l'adaptation d'un individu reflète sa capacité de survivre dans son environnement. En optimisation, la valeur de la fonction objective mesure l'adaptation de l'individu à l'environnement. Un individu est donc d'autant mieux adapté qu'il satisfait le critère d'optimisation.

A partir de ces deux concepts : codage des paramètres et mesure d'adaptation, on peut décrire le fonctionnement général des algorithmes génétiques.

Les AG débutent par l'initialisation aléatoire d'une population P de N individus. La population évolue sur plusieurs générations. A chaque génération g , les individus de la population $P(g)$ sont évalués et les plus adaptés sont autorisés par l'opérateur sélection à avoir un grand nombre de descendants. Une mise en œuvre de cet opérateur consiste à donner pour chaque individu une probabilité d'avoir un descendant dans la génération suivante, proportionnelle à sa performance. Les mécanismes de mise en œuvre les plus employés sont la roue de loterie, le tournoi ou la décimation. Ils ont tous en commun de générer une population $P'(g)$ de même nombre N d'individus formés des copies des individus appelés à se reproduire. Pour former la nouvelle génération, les opérateurs de croisement et de mutation sont alors appliqués sur des individus sélectionnés aléatoirement dans $P'(g)$.

La performance d'un individu est mesurée par une fonction de performance ou d'adaptation (fitness en anglais) qui se déduit de la fonction objectif, car les AG sont naturellement formulés en termes de maximisation [32].

Le principe général de l'AG est présenté sur la figure 3.1.

Etape1 : On génère aléatoirement une population initiale P_0 de taille N représentant le nombre d'individus.

Etape2 : On évalue chaque individu par la fonction objectif, ce qui permet de déduire sa valeur d'aptitude.

Etape3 : Commencent alors des cycles de génération de populations, chaque nouvelle remplaçant la précédente. Dans chaque cycle, N individus sont choisis pour reproduction et croisement deux à deux. Après la création de la $x^{ième}$ population, les individus ont évolué de façon telle que cette dernière génération contienne des individus qui sont meilleurs que ceux des générations précédentes [33].

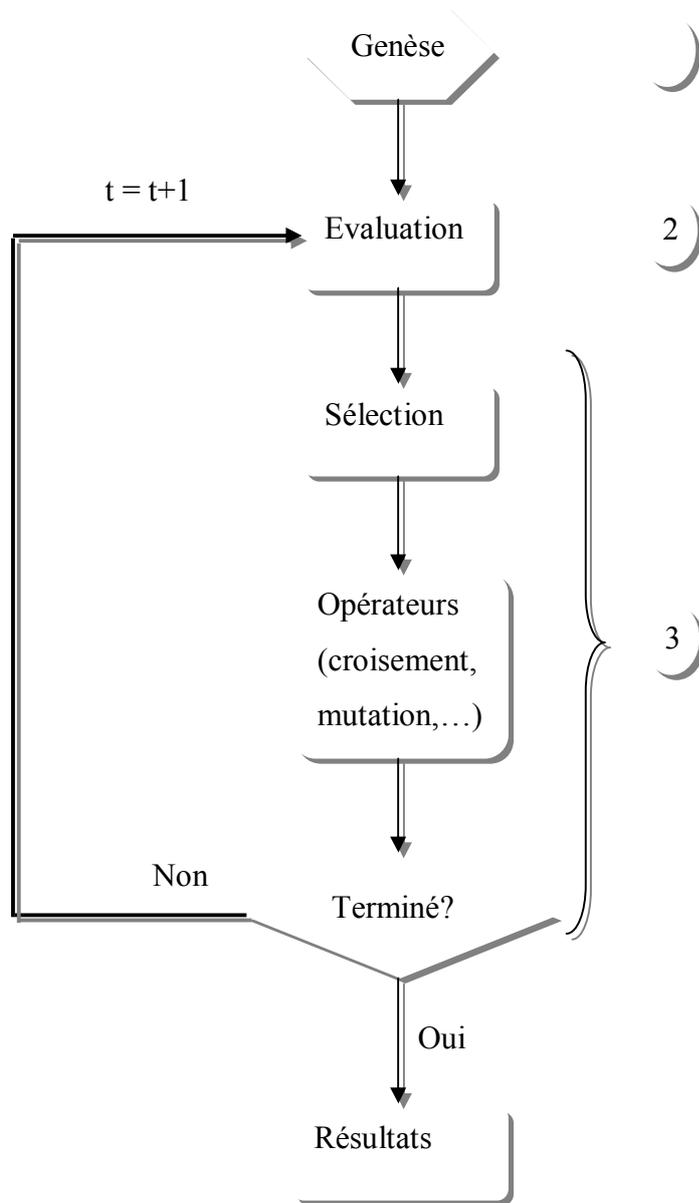


Figure 3.1 - Principe de l'algorithme génétique.

Les algorithmes génétiques travaillent par générations successives jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit vérifié.

Le codage des paramètres et les opérateurs de sélection, de croisement et de mutation sont présentés en détails.

III.2.3 Génération de la Population Initiale

Le choix de la population initiale d'individus conditionne fortement la rapidité de l'algorithme. Si la position de l'optimum dans l'espace d'état est totalement inconnue, il est naturel de générer aléatoirement des individus en faisant des tirages uniformes dans chacun des domaines associés aux composantes de l'espace d'état.

Si des informations à priori sur le problème sont disponibles, il paraît bien évidemment naturel de générer les individus dans un sous domaine particulier afin d'accélérer la convergence [34].

III.2.4 Fonction d'Adaptation

La construction d'une fonction d'adaptation appropriée à partir de la fonction objectif est très importante pour obtenir un bon fonctionnement des AGs [32].

III.2.4.1 La transformation de la fonction objectif en fonction d'adaptation

Les algorithmes génétiques travaillent sur la maximisation d'une fonction positive. Or dans beaucoup de problèmes, l'objectif est de minimiser une fonction coût $f(X)$. Et même, dans un problème de maximisation rien ne garantit que la fonction objectif reste positive pour tout individu X . Ainsi, il est souvent nécessaire de transformer la fonction objectif en une fonction appelée fonction d'adaptation f_a .

Dans le cas d'une minimisation, la fonction objectif peut être transformée par :

$$f_a(X) = f_{\max} - f(X) \quad (3.1)$$

Avec $f_{\max} = \max(f(X))$ dans la génération courante.

Dans le cas où la fonction objectif à maximiser prendrait des valeurs négatives, elle peut être transformée de la façon suivante :

$$f_a(X) = f(X) - f_{\min} \quad (3.2)$$

Où f_{\min} est la valeur minimale de $f(X)$

La fonction d'adaptation comporte des caractéristiques intrinsèques qu'il est nécessaire d'exploiter au mieux, notamment en ce qui concerne ses ordres de grandeur sur le domaine de recherche. Il est nécessaire de prévoir des réajustements possibles de cette fonction.

III.2.4.2 Les réajustements de la fonction d'adaptation

Au début de l'exécution, les individus sont proches les uns des autres et donc proches de la moyenne, même les meilleurs. Sans y prendre garde, en utilisant la méthode de sélection habituelle, il y a un risque d'avoir une convergence prématurée et ainsi nuire à la diversité des individus.

Il faut au contraire faire en sorte que les meilleurs s'écartent le plus possible de la moyenne. Une modification des fonctions d'adaptation est introduite. Soit f'_a la fonction d'adaptation transformée.

Une de façon de faire est de dupliquer les meilleurs individus. Soit C le nombre de copies souhaitées pour le meilleur individu de la population. Pour les petites populations avec N allant de 50 à 100, une valeur de C comprise entre 1.2 et 2 a été utilisée avec succès [30].

D'autre part, il est intéressant d'accroître l'écart de performance d'individus proche les uns des autres de façon à pouvoir les discerner.

Une possibilité intéressante est une mise à l'échelle linéaire.

- Mise à l'échelle linéaire [30]

On pose :

$$f'_a = \alpha \cdot f_a + \beta \quad (3.3)$$

$$f'_{a,\max} = C \cdot f_{a,\max}$$

On se donne comme contrainte de garder la même moyenne, soit :

$$\bar{f}'_a = \bar{f}_a$$

Où $\bar{f}_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_a(i)$ est l'adaptation moyenne de la population.

On en déduit :

$$\alpha = \frac{C \cdot f_{a,\max} - \bar{f}_a}{\left(f_{a,\max} - \bar{f}_a \right)} \quad (3.4)$$

$$\beta = (1 - \alpha) \cdot \bar{f}_a \quad (3.5)$$

Une autre possibilité pour accroître le caractère discriminant de la fonction d'adaptation est d'utiliser une transformation selon la loi de puissance.

- Echelle selon la loi de puissance (Power Law Scaling) :

La fonction d'adaptation est la suivante :

$$f'_a = f_a^k$$

Où la constante k peut varier au cours des générations pour accentuer la sélection des individus proche d'un maximum [30].

Enfin une dernière possibilité est d'éliminer les individus de faible performance avant une éventuelle mise à l'échelle linéaire.

- Elimination (Sigma truncation)

La nouvelle fonction d'adaptation est définie par :

$$f'_a = \max(0, f_a - (\bar{f}_a - C \cdot \sigma)) \quad (3.6)$$

Où \bar{f}_a est la moyenne de la fonction d'adaptation précédente, σ l'écart type de la population, et C le nombre de copies souhaitées pour le meilleur individu.

III.2.5 Codage

Pour utiliser les AG, la première chose à se demander est : "Comment décrire un individu ?". C'est à dire, comment les paramètres peuvent se coder ?

La réponse à cette question a une influence forte sur l'implémentation des mécanismes de croisement et de mutation. Un gène correspond de fait à un paramètre et un seul x_i . Un chromosome est constitué par un ensemble de gènes et décrit complètement un individu. L'ensemble des individus est appelé population. On aboutit ainsi à une structure présentant

quatre niveaux d'organisation (figure 3.2). Un chromosome est une concaténation des gènes (figure 3.3).

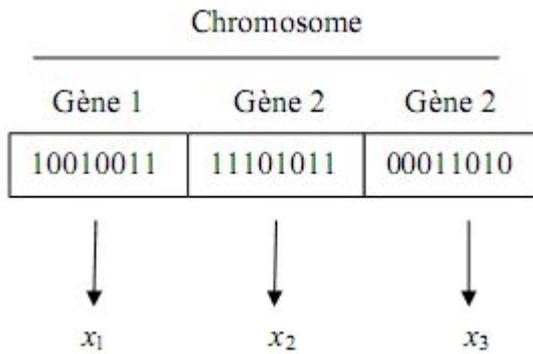


Figure 3.2 - Illustration du codage des variables d'optimisation

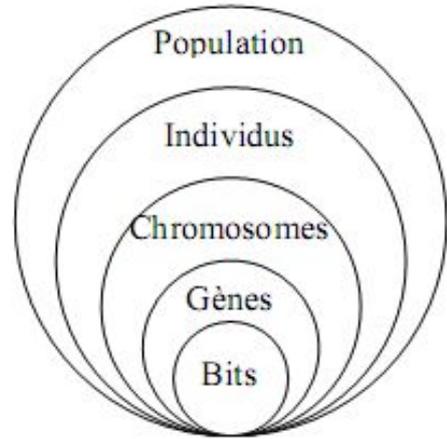


Figure 3.3 - Les cinq niveaux d'organisation de l'AG

Il y a plusieurs types de codage : binaire, réel, codage de *Gray* et codage dynamique des paramètres. Chacun ayant ses propres avantages et inconvénients.

Quelques les plus utilisés sont présentés ci-dessous.

III.2.5.1 Codage Binaire

Holland et De Jong [29], ont imposé le codage binaire de longueur fixe pour un chromosome qui s'écrit sous la forme d'une chaîne de l bits avec :

$$l = \sum_{i=1}^n l(x_i) \tag{3.7}$$

Où $l(x_i)$ est le nombre de bits du gène numéro i correspondant au paramètre x_i .

Un des avantages du codage binaire est que l'on peut ainsi facilement coder toutes sortes de paramètres : réels, entiers, booléens et chaînes de caractères. Cela nécessite simplement l'usage de fonctions de codage et décodage pour passer d'une représentation à l'autre. Ce choix le rend virtuellement applicable à tous les problèmes dont les solutions sont numériques, c'est-à-dire calculées par des ordinateurs.

Le génotype d'un individu caractérise la structure du chromosome tandis que le phénotype désigne la chaîne obtenue par la concaténation des paramètres réels ou gènes $\langle x_1 x_2 x_3 \dots \rangle$.

Le décodage convertit le chromosome en phénotype grâce au génotype. Les valeurs des paramètres sont extraites du phénotype et ensuite fournies à la fonction d'adaptation qui retourne la performance permettant ainsi de classer l'individu dans la population.

Le phénotype est obtenu à partir du génotype par l'équation [32] :

$$x_i = \left[\frac{x_{iM} - x_{im}}{2^{l(x_i)} - 1} \right] \sum_{j=0}^{l(x_i)} 2^j \cdot b_j + x_{im} \quad (3.8)$$

b_j est $j^{\text{ème}}$ bit dans le gène numéro i .

Cette méthode de codage est relativement facile à implanter mais elle présente l'inconvénient de limiter la précision des paramètres à une valeur correspondant à l'écart entre deux configurations réelles adjacentes obtenues, pour une variation du bit le moins significatif. On constate que la précision du codage dépend du nombre de bits utilisé. Pour un nombre de bits par gène valant 8, 16 et 32, les précisions relatives valent $3,9 \cdot 10^{-3}$, $1,5 \cdot 10^{-5}$ et $2,3 \cdot 10^{-10}$, respectivement.

A chaque paramètre x_i , on associe un gène g_i qui est un entier obtenu par :

$$g_i = \frac{x_i - x_{im}}{x_{iM} - x_{im}} \cdot (2^{l(x_i)} - 1) \quad (3.9)$$

III.2.5.2 Codage Réel

Dans le cas du codage binaire, des difficultés surviennent pour calculer la fonction objective et traiter les problèmes à plusieurs variables :

Les fonctions objectives sont exprimées sous forme réelle. Les chromosomes binaires doivent alors être convertis à chaque évaluation.

Les problèmes multi-variables sont ramenés à des problèmes mono-variables par concaténation des inconnues en un seul chromosome. A chaque évaluation, la chaîne de bits résultante doit alors être découpée en autant de sous-chaînes qu'il y a d'inconnues. Ces sous-chaînes sont converties en nombres réels pour l'évaluation de la fonction objective.

Une solution est tout simplement de représenter l'ensemble des variables par un vecteur : $X = \langle x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \rangle$ où chaque x_i est un nombre réel. Cette façon de faire est le codage réel [34] [35]. Il emploie à cet effet des mécanismes plus adaptés, reposant principalement sur une représentation réelle des chromosomes.

III.2.6 Opérateurs Génétiques

Les opérateurs génétiques sont appliqués à une population initiale de façon à produire, dans le temps, des populations successives de qualité. Les trois opérateurs génétiques de base sont la sélection, le croisement et la mutation.

Les opérateurs imitent la sélection naturelle en faisant entrer en compétition des individus pour leur reproduction. La fonction d'évaluation retourne une valeur d'adaptation. De nouveaux types d'individus apparaissent quand deux individus existants échangent leurs bagages génétiques pendant la reproduction ou lorsque des mutations transforment leurs bagages génétiques.

La phase de sélection favorise la survie des individus (solutions) les plus forts au détriment des individus les plus faibles, en utilisant une procédure stochastique qui tient compte de leur force respective. Dans ce processus, les chaînes de la population globale sont choisies suivant la valeur de la fonction objective f , qu'on désire maximiser. Plus la valeur d'une chaîne est élevée, plus cette chaîne a des chances d'être choisie pour la reproduction. Une partie des gènes choisie contribuera à une solution - chromosome dans les générations futures. L'opérateur de sélection est orienté vers l'exploitation des individus solutions [33] [35].

La phase de croisement consiste à effectuer des croisements sur des couples d'individus aléatoirement appariés, selon une probabilité de croisement déterminée. Plus la probabilité de croisement P_c est grande, plus la convergence de l'algorithme est rapide (mais plus on risque de converger vers un optimum local).

Avec le processus de mutation, les individus de la population issue du croisement vont ensuite subir un processus de mutation avec une probabilité donnée P_m . Comme pour les croisements, de nombreuses méthodes de mutation ont été développées dans la littérature du domaine [37, 38]. La mutation modifie au hasard certains gènes d'un individu. Elle peut se faire avec un opérateur perturbateur, ou de manière mesurée et adaptée à la situation (par recherche heuristique). Elle permet de régénérer la population et d'exploiter plus de possibilités. L'opérateur de mutation est d'avantage orienté vers l'exploitation de l'espace de recherche. La mutation évite la dégénérescence de la population (en d'autres termes, elle permet de quitter les extrêmes locaux). La probabilité de mutation P_m doit cependant rester faible pour que l'on puisse assurer la convergence de l'algorithme génétique.

Simulant les lois de survie et de sélection naturelle, cette nouvelle population a donc de "bonnes chances" d'être plus forte, plus adaptée, que la population précédente. De génération en génération, la force des individus de la population augmente régulièrement et après un certain nombre d'itérations (c'est à dire après une exploration efficace de l'espace des solutions), la population est constituée d'individus tous très fort, soit de bonnes solutions au problème posé. Ces opérations de sélection, croisement et de mutation permettent d'explorer au mieux l'espace de recherche E , d'une part en favorisant les bons sous-espaces (sélection) mais aussi en les combinant (croisement) sans oublier d'en explorer de nouveaux (mutation).

III.2.7 Les Paramètres des Algorithmes Génétiques

Les algorithmes génétiques peuvent être réglés à travers différents paramètres fixés à l'avance et dont dépend très fortement la bonne convergence de l'algorithme, les plus importants sont :

A- Taille d'une Population

La taille de la population est l'un des paramètres les plus importants d'un algorithme génétique. Trop grande, la population ralentit le processus d'optimisation, trop petite, la population n'emploie pas pertinemment les opérateurs génétiques. Elle affecte sérieusement les propriétés de convergence d'un algorithme stochastique. De plus, il a été démontré que la taille de la population et le codage des variables en chromosomes affectent de manière

significative l'efficacité des algorithmes génétiques [33,34]. D'une façon générale, on utilise une taille de la population de 5 à 10 fois le nombre de variables à optimiser.

B- Nombre de Générations

Le nombre de générations que l'on souhaite exécuter peut être fixé a priori. C'est ce que l'on est tenté de faire lorsque l'on doit trouver une solution dans un temps limité. L'algorithme peut être arrêté lorsque le critère d'arrêt est vérifié ou la génération finale est atteinte.

C- Taux de Croisement

Plus cette valeur est grande, plus des nouvelles structures sont introduites dans les nouvelles générations. Si ce taux est élevé les structures performantes sont trop fréquemment détruites, par contre, si ce taux est très bas, la population n'évolue pas assez vite.

D- Taux de Mutation

Ce paramètre contrôle la proportion de la population qui doit être remplacée à chaque génération.

III.2.8 Avantages et Inconvénients des Algorithmes Génétiques

III.2.8.1 Avantage des AGs

- Les AGs opèrent au niveau du codage des paramètres sans se soucier de leur nature, donc ils s'appliquent à de nombreuses classes de problèmes, qui dépendent éventuellement de plusieurs paramètres de natures différentes (booléens, entiers, réels, fonctions...);
- Pour les mêmes raisons un AG est dans l'idéal totalement indépendant de la nature du problème et de la fonctionnelle à optimiser, car il ne se sert que des valeurs

d'adaptation, qui peuvent être très différentes des valeurs de la fonction à optimiser, même si elles sont calculées à partir de cette dernière;

- Potentiellement les AGs explorent tous l'espace des points en même temps, ce qui limite les risques de tomber dans des optimums locaux;
- Les AGs ne se servent que des valeurs de la fonctionnelle pour optimiser cette dernière, il n'y a pas besoin d'effectuer de coûteux et parfois très complexes calculs;
- Les AGs présentent une grande robustesse c'est-à-dire une grande capacité à trouver les optimums globaux des problèmes d'optimisation.

III.2.8.2 Inconvénients des AGs

- Les AGs ne sont encore actuellement pas très efficaces en coût (ou vitesse de convergence), vis-à-vis de méthodes d'optimisation plus classiques;
- Parfois les AGs convergent très vite vers un individu particulier de la population dont la valeur d'adaptation est très élevée;
- Le respect de la contrainte de domaine par la solution codée sous forme de chaîne de bits pose parfois problème. Il faut bien choisir le codage, voir modifier les opérateurs;
- L'utilisation d'un AG ne garantit pas le succès de l'optimisation;
- En pratique l'efficacité d'un AG dépend souvent de la nature du problème d'optimisation. Selon les cas de choix des opérateurs et des paramètres seront souvent critiques, mais aucune théorie générale ne permet de connaître avec certitude la bonne paramétrisation, il faudra faire plusieurs expériences pour s'en approcher.

III.3 Application des Algorithmes Génétiques pour l'Identification des Paramètres de *Jiles-Atherton*

L'implantation du modèle d'hystérésis de *Jiles-Atherton* d'un matériau magnétique dans un code de calcul nécessite la génération du cycle d'hystérésis à chaque fois qu'on est besoin de calculer l'aimantation à partir du champ magnétique appliqué. Cette génération suppose une connaissance exacte des paramètres du modèle. Il faut alors les déterminer à partir de données expérimentales obtenues par mesure ou bien, fournies par le constructeur du matériau.

L'essai expérimental réalisé par [39], et présenté au ci-dessous nous a permis d'obtenir les caractéristiques magnétiques d'un matériau ferromagnétique doux (FeSi 3%) (Voir l'annexe II). Dans ce travail nous allons utiliser ces résultats expérimentaux pour l'identification des paramètres du modèle de *Jiles-Atherton* en utilisant la méthode stochastique d'optimisation par algorithmes génétiques.

III.3.1 Résultats Expérimentales

La détermination de la qualité magnétique des matériaux repose essentiellement sur la nature des systèmes de mesure utilisés. L'évolution de la norme dans le domaine de la caractérisation du matériau est un facteur important pour la prise en compte de la nature physique des matériaux magnétiques et les conditions de leurs utilisations. La reproductibilité de la mesure et la facilité de manipulation sont aussi des facteurs qui permettent de choisir le type de circuit magnétique à mettre en œuvre.

Dans cette optique notre choix est porté sur la réalisation du cadre SST 500*500 mm² (figure 3.4) et ceci pour les raisons suivantes :

- ◆ Caractérisation de matériaux magnétiques de grandes dimensions sans obligation de réaliser l'opération de recuit.
- ◆ Possibilité de tester les matériaux après découpage.
- ◆ Extension de l'exploitation du cadre pour mêmes des études dans les domaines tels que (contraintes mécaniques, test et implantation de nouveau capteur ...etc.).

Le dispositif prévu pour la caractérisation des tôles à grains non orientés (FeSi 3 %) doit permettre d'effectuer les mesures par une simple introduction d'un échantillon à l'intérieur d'un fourreau, avec un positionnement parfait et sans détérioration des faces polaires du circuit magnétique de fermeture du flux. La caractérisation des matériaux étudiés s'effectue par la détermination des grandeurs suivantes qui s'expriment en fonction des caractérisations du cadre et de la mesure de tensions de sortie mesurée par un oscilloscope : V_2 , V_{H1} et V_{H2} . Le champ de crête d'excitation, qui est soumis l'échantillon est obtenu par interpolation des tensions mesurées sur les bornes de deux enroulements H_1 tangentiel et H_2 situés aux distances différentes de l'échantillon.

$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{d_2}{d_2 - d_1} \frac{dH_1(t)}{dt} - \frac{d_1}{d_1 - d_2} \frac{dH_2(t)}{dt} \quad (3.10)$$

Où : $\frac{dH_1(t)}{dt} = \frac{V_{H1}(t)}{\mu_0 n_1 S_1}$ (3.11)

Et : $\frac{dH_2(t)}{dt} = \frac{V_{H2}(t)}{\mu_0 n_2 S_2}$ (3.12)

L'induction magnétique est obtenue par l'intégration temporelle de la tension $V_2(t)$, dans l'enroulement secondaire mesurant B comme :

$$B_{exp}(t) = \frac{\overline{V_2}}{4 N_2 S f} \quad \text{Et} \quad V_{2\text{eff}} = \frac{1}{T} \int_0^T [V_2(t)]^2 dt$$

(3.13) Où :

d_1, d_2 : Distance de l'échantillon à la bobine de champ 1, 2(m)

N_2 : Nombre de spires de la bobine de mesure de B .

n_1, n_2 Nombre de spires de la bobine de champ $N^o 1, N^o 2$.

S : Section de l'échantillon (m^2).

S_1, S_2 : Surface de la bobine de H_1, H_2 (m^2).

V_{H1}, V_{H2} : Tension de sortie de la bobine de H_1, H_2 (V).

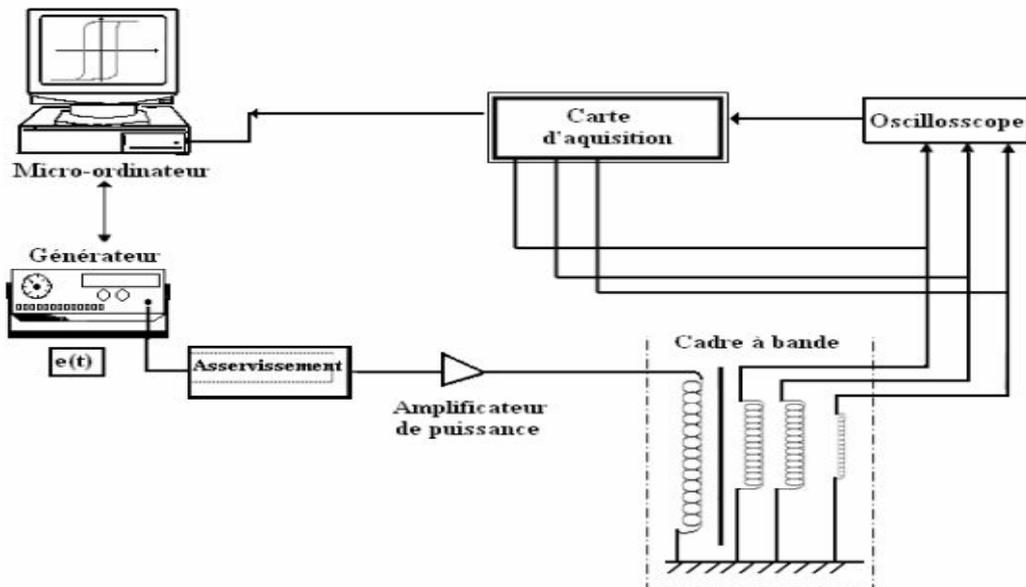


Figure 3.4 - Schéma synoptique du banc de mesure SST 500 mm*500 mm.

III.3.2 Procédure d'Identification des Paramètres

La procédure de représentation schématique des paramètres d'identification est démontrée dans [39], la première étape est la caractérisation des qui forment la population. Les individus θ sont composés par les cinq paramètres du modèle $J-A$ (dans le codage réel, il n'est pas nécessaire pour coder les variables dans la représentation binaire) [40]. Nous considérons le cas où la population est donnée par :

$$pop^n = \begin{bmatrix} M_s^{n,1} & k^{n,1} & c^{n,1} & a^{n,1} & \alpha^{n,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_s^{n,np} & k^{n,np} & c^{n,np} & a^{n,np} & \alpha^{n,np} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Où chaque ligne représente un individu (un point de l'optimisation dans l'espace), n est la nouvelle génération, et np est la taille de la population.

Pour l'application des algorithmes génétiques à l'identification et l'optimisation des paramètres du modèle de $J-A$, la fonction d'adaptation (Fitness) définissant la performance de l'algorithme de la figure 3.5 qu'on a choisi est basée sur une simple erreur MSE calculée comme la somme des moindres carrés entre l'aimantation mesurée et l'aimantation calculée par le modèle de $J-A$. Cette fonction dépend des cinq paramètres du modèle, qui seront par la suite identifiés [8].

L'outil des algorithmes génétiques sous environnement *MATLAB* nous offre la possibilité de choisir les différentes options de tels algorithmes, à savoir la taille de la population, les fonctions de sélection, de croisement et de mutation, le critère d'arrêt...etc. Cela réduit au minimum de la fonction d'adaptation donnée par [40] :

$$ff(\theta) = \sum_{i=1}^n \left(M_s(t_i) - \hat{M}_s(t_i, \theta) \right)^2 \quad (3.15)$$

Où $M_s(t_i)$ et $\hat{M}_s(t_i, \theta)$ représente la magnétisation mesurée et celle estimée, respectivement. Le vecteur de paramètre optimal est obtenue par la solution de $\hat{\theta}_{GA}^n = \min(ff(\theta))$ et ainsi sur un nombre maximum des générations.

L'AG a été mise en œuvre avec 100 individus (chacune avec cinq variables correspondant aux paramètres de l'hystérésis $J-A$). Le nombre maximum de générations a été fixé à 200.

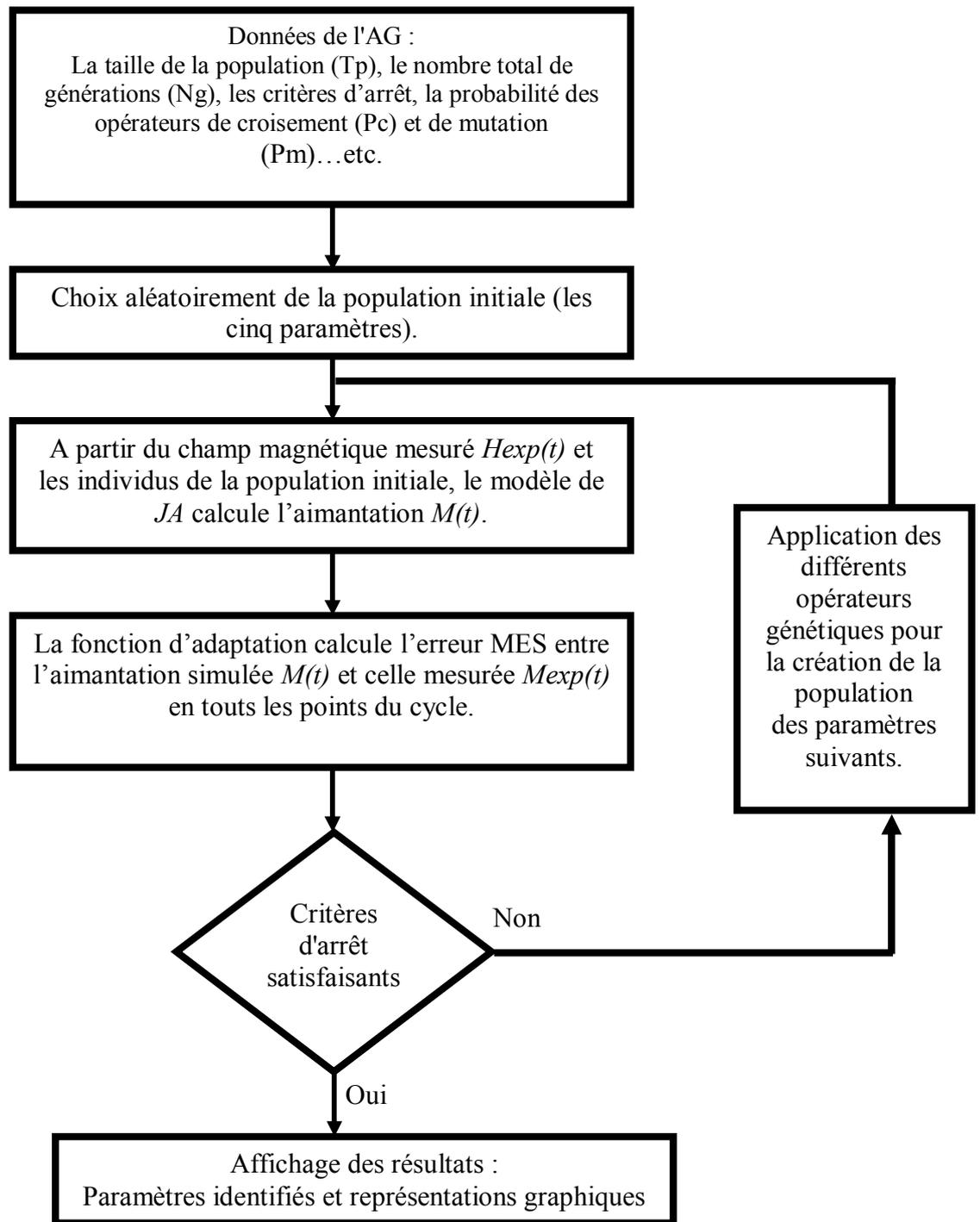


Figure 3.5 Organigramme d'identification des paramètres de JA par AG's

Le croisement et de mutation des probabilités initiales ont été établies dans 90% et 5%, respectivement.

Les plages appropriées pour les variables doivent être fournies au programme [3]. Ces gammes peuvent être obtenues par une procédure d'essai - et -d'erreur: nous effectuons des calculs répétés à l'aide d'un petit nombre des individus avec quelques générations et nous observons le comportement d'erreur pour chaque gamme choisie [40].

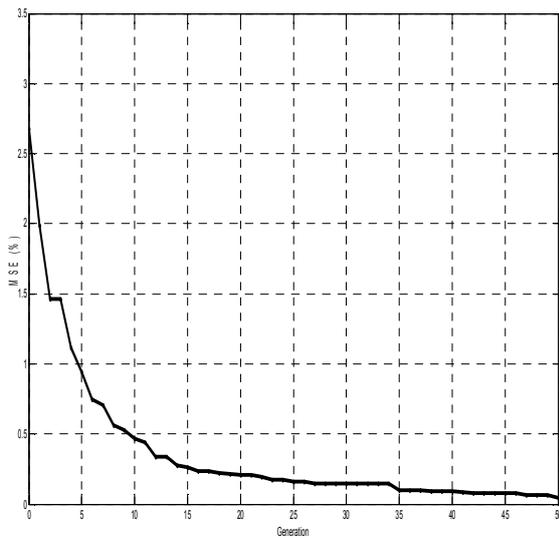
La procédure d'optimisation est exécutée à plusieurs reprises. Dans la grande majorité des cas, l'algorithme trouvé pratiquement même le meilleur individu. Ceci démontre la convergence de la méthodologie appliquée. Un procédé d'optimisation stochastique, la solution finale peut être considéré comme optimale par la répétition les résultats.

La figure (3.6) montre la variation de la fonction d'adaptation (fitness) en fonction du nombre de générations, et le tableau 3.1 donne les résultats finals de l'algorithme génétique [43]. L'identification par algorithme génétique est validée premièrement sur deux cycles expérimentaux (Matériau I et II) et sur un cycle théorie dont les paramètres sont connus au préalable (Matériau III) [40, 41,42 ,43 ,48].

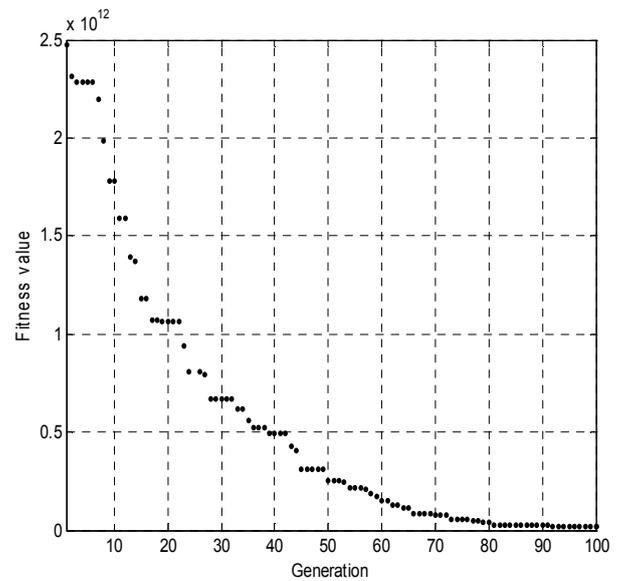
Les options de l'algorithme génétique que nous avons utilisé pour optimiser les paramètres du modèle de *JA* de notre matériau décrit à l'annexe III.

Paramètre	Plage de variation des paramètres	Valeurs Optimisés
Matériau I		
Ms	$0.5 \times 10^6 - 2.5 \times 10^6$	1.146×10^6
k	55 - 420	101.24
c	0.15 - 0.65	499×10^{-3}
a	12 - 75	58.2
α	$1 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-4}$	1.35×10^{-4}

Tableau 3.1 les limites des paramètres de *JA*



- a



- b

Figure 3.6 (a, b) Évolution de l'erreur totale, la fonction d'adaptation en fonction de nombres de génération

On remarque sur la figure (3.6) l'évolution de la MSE pour le matériau du tableau (3.1). Nous observons que l'erreur diminue rapidement, et l'algorithme atteint un ensemble optimisé de paramètres avec minimum d'effort de calcul. L'algorithme a convergé avec une valeur finale de fitness égale à $0,291 \times 10^{12}$ pour 1400 points de données.

Il est important de remarquer que l'utilisation du modèle inverse de $J-A$ pour l'identification des paramètres à un avantage supplémentaire par rapport au modèle original : l'entrée de l'inverse modèle est la forme d'onde d'induction magnétique. Depuis l'induction magnétique est obtenu à partir de l'intégration, il est filtrée naturellement, avec des oscillations moins nombreux que ceux de la forme d'onde de champ magnétique. Le bruit présent dans la forme d'onde sur le terrain apporte supplémentaires difficultés pour les paramètres de la procédure d'identification. L'ensemble de paramètres obtenu est valable pour les modèles, originaux et inverses [40]. Ce qui permet une bonne concordance entre les données mesurées et calculés (figures 3.7, 3.8, 3.9).

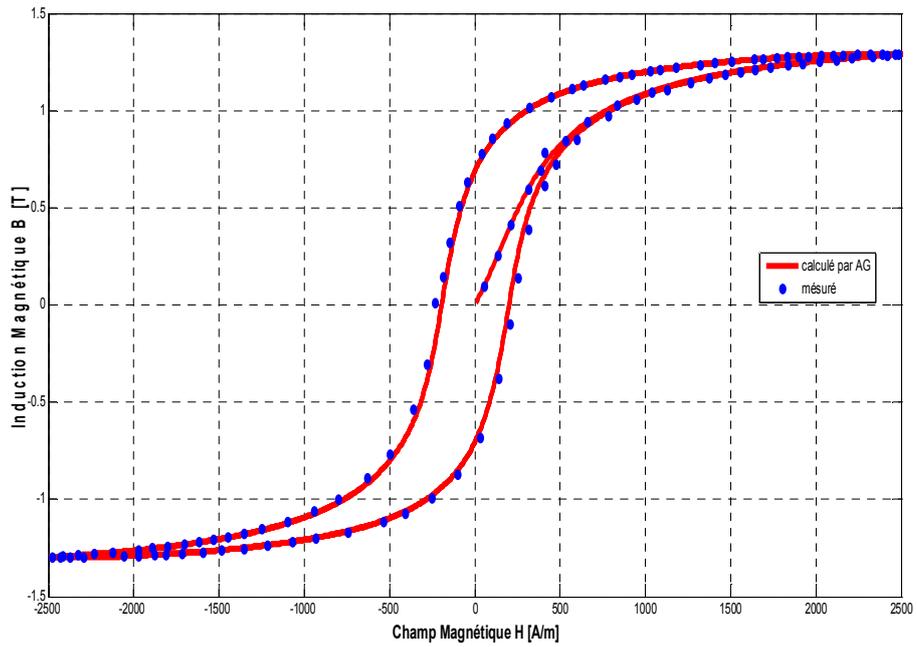


Figure 3.7 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par AG (Matériau I)

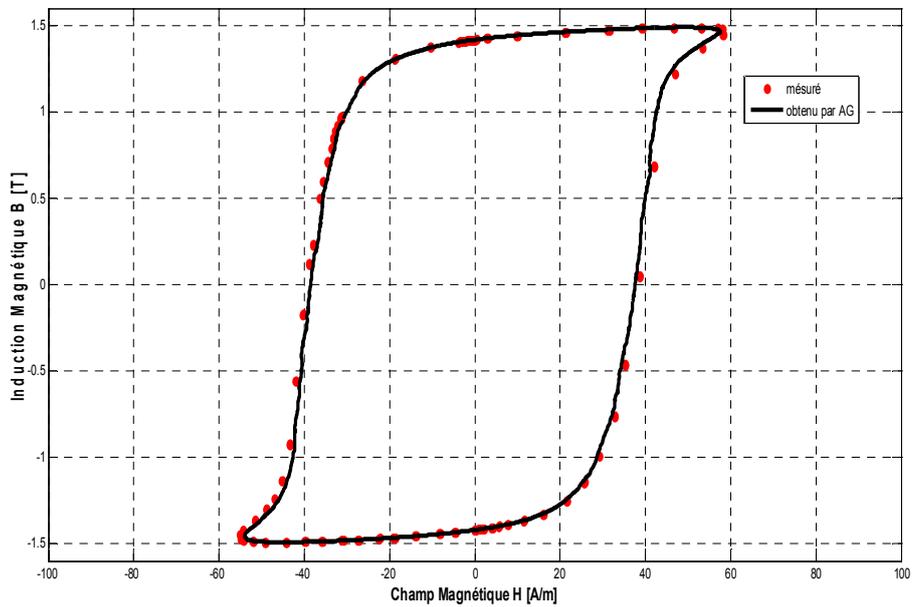


Figure 3.8 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par AG (Matériau II)

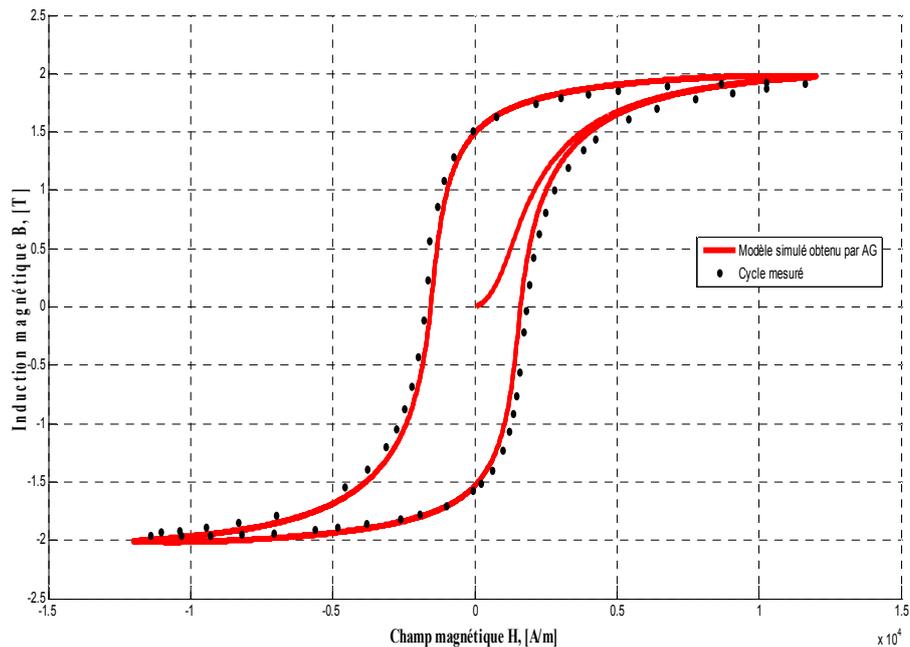


Figure 3.9 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par AG (Matériau III)

III.4 Les Réseaux de Neurones Artificiels

III.4.1 Introduction

L'origine des réseaux de neurones vient de l'essai de modélisation du neurone biologique par Warren McCulloch et Walter Pitts [44]. Ils supposent que l'impulsion nerveuse est le résultat d'un calcul simple effectué par chaque neurone et que la pensée née grâce à l'effet collectif d'un réseau de neurones interconnectés.

Dans ce chapitre, nous présenterons les réseaux de neurones et ce dont ils sont capables. Nous étudierons surtout l'application des réseaux de neurones à la modélisation et l'optimisation d'un cycle d'hystérésis.

III.4.2 Réseaux de Neurones

III.4.2.1 Le Neurone

Avant de commencer à énumérer les types de neurones, nous allons expliquer très brièvement les bases biologiques dont ils sont originaires.

III.4.2.2 Bases Biologiques

Le neurone est le processeur élémentaire du cerveau. Chaque neurone traite l'information qui lui parvient localement, puis transmet aux autres neurones qui lui sont connectés l'information qu'il a traitée. Ces cellules peuvent apprendre en changeant l'intensité de leurs connexions avec d'autres cellules ou détruire ou même créer de nouvelles connexions. Elles peuvent aussi changer leur(s) règle(s) de traitement de l'information. Ce processus de changement est appelé apprentissage et joue un rôle fondamental dans le comportement du neurone [44].

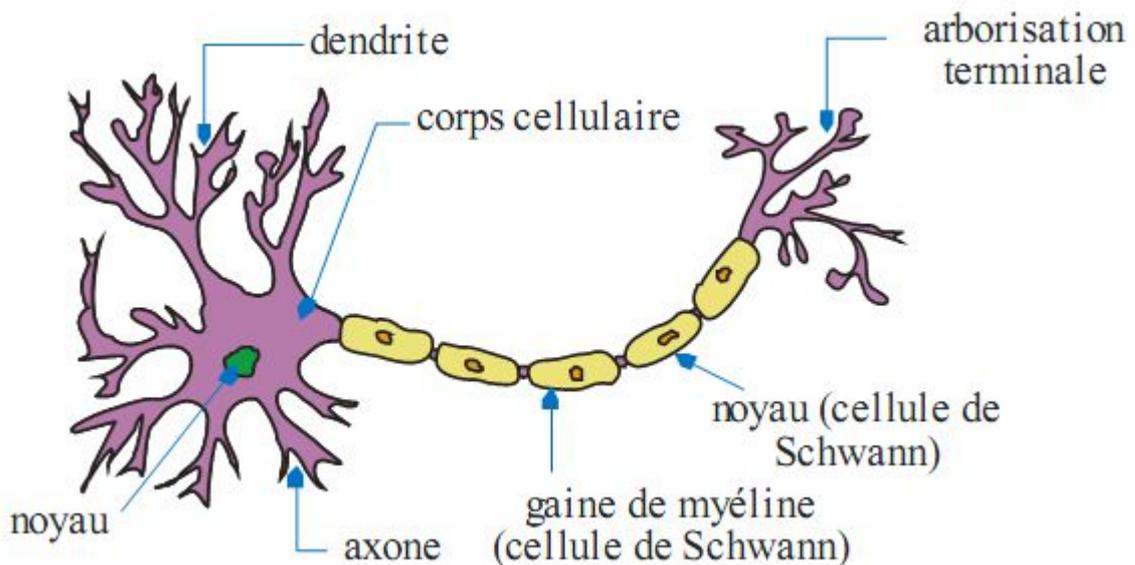


Figure 3.10 Représentation d'un neurone réel

La figure 3.10 montre la représentation graphique d'un neurone. D'après la figure, vous pouvez constater que le neurone est composé des parties suivantes :

- ✓ Corps cellulaire: Noyau du neurone.
- ✓ Dendrites: Récepteurs principaux du neurone.
- ✓ Axone: Fibre nerveuse de transport pour les signaux émis par le neurone.
- ✓ Synapse: Connexion entre la dendrite et l'axone de deux neurones.

A partir de cette structure, nous montrerons le modèle mathématique que nous avons utilisé pour notre étude.

III.4.3 Le Neurone Formel (Artificiel)

Le neurone formel représente la brique de base des RNA, c'est un automate dont le modèle s'inspire de celui d'un neurone biologique. Les premiers travaux datent de 1943 par *MM. Mac Culloch et Pitts*. Ils présentent un modèle assez simple pour le neurone et explorent les possibilités de ce modèle pour concevoir tous les réseaux de neurones [46].

Cette modélisation consiste à mettre en œuvre le système sous un aspect non pas biologique mais artificiel, cela suppose que d'après le principe biologique qu'on aura une correspondance pour chaque élément composant le neurone biologique, donc une modélisation pour chacun d'entre eux [45,46].

On pourra résumer cette modélisation par le tableau ci-dessous (tableau 3.2), qui nous permettra de voir clairement la transition entre le neurone biologique et le neurone formel.

Neurone biologique	Neurone artificiel
Synapse	Poids de connexion
Axone	Signal d'entrée
Dendrite	Signal de sortie
Somma	Fonction d'activation

Tableau3.2 Transition entre le neurone biologique et le neurone formel

Nous pouvons définir un neurone par les trois éléments suivants [44] :

- La fonction d'entrée totale qui définit le pré-traitement effectué sur les entrées.
- La fonction d'activation (ou d'état) du neurone qui définit son état interne en fonction de son entrée totale.
- La fonction de sortie qui calcule la sortie du neurone en fonction de son état d'activation.

Nous adopterons les notations suivantes:

- u_i : Entrées du neurone ($i=1..n$).
- w_i : Coefficient de pondération de l'entrée i .
- $h(\bullet)$: Fonction d'entrée totale.
- $f(\bullet)$: Fonction d'activation.
- $g(\bullet)$: Fonction de sortie.
- $E=h(u_1, \dots, u_n)$: Entrée totale ou degré d'activation.
- $A=f(E)$: Etat du neurone.
- $S=g(A)$: Sortie.

La figure 3.11 montre la représentation graphique du modèle général d'un neurone.

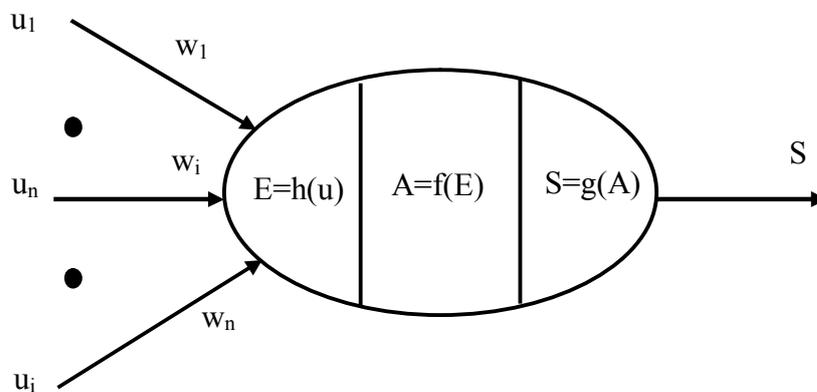


Figure 3.11 Modèle générale d'un neurone.

Les entrées et les sorties peuvent être des grandeurs réelles ou binaires. La nature des différentes entrées, sorties et fonctions est explicitées ci-dessous.

La fonction d'entrée totale $h(\bullet)$ peut être:

- Une combinaison booléenne des entrées.
- Une combinaison linéaire des entrées.

$$h(u_1, \dots, u_n) = b + \sum_{i=1}^n w_i u_i \text{ Ou } h(u_1, \dots, u_n) = b + w^T u \quad (3.16)$$

La distance entre les vecteurs formés par les valeurs d'entrée et les coefficients de pondération. Cette fonction est utilisée avec la fonction d'activation à base radiale. Dans ce

cas, les w_i représentent plutôt des points de l'espace d'entrée aux des coefficients de pondération.

$$h(u_1, \dots, u_n) = b \sqrt{\sum_{i=1}^n (w_i - u_i)^2} \quad \text{Ou} \quad h(u_1, \dots, u_n) = b \|w - u\| \quad (3.17)$$

Ces deux derniers cas sont les plus fréquents.

La fonction d'activation $f(\bullet)$ prend généralement les formes suivantes [44, 45]:

- Une fonction binaire à seuil (figure 3.12.a).
- Une fonction linéaire à seuil ou seuils multiples (figure 3.12.b, figure 3.12.c et figure 3.12.d).
- Une fonction sigmoïde (figure 3.12.e).
- Une fonction à base radiale (figure 3.12.f).

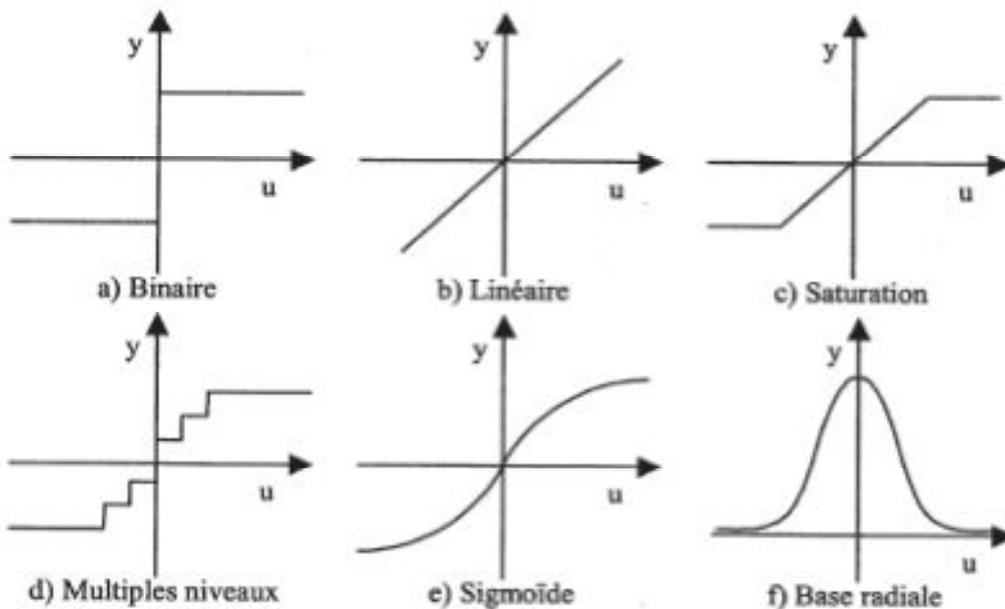


Figure 3.12 - Fonctions de sortie des neurones

- Une fonction stochastique.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{avec probabilité } (1 + e^{-kx})^{-1} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (3.18)$$

- Une fonction « compétitive ».

Avec cette fonction, seule la sortie du neurone dont l'entrée totale est la plus grande est activée (mise à 1) et les autres sont forcées à zéro, d'où le terme de compétition ou concurrence entre plusieurs neurones.

Chacune des fonctions d'activation est adaptée à certaines applications. Par exemple, la fonction binaire ou les fonctions de type «compétitive» sont bien adaptées pour l'organisation et la distribution classification des entrées (par exemple, le maillage automatique). Les fonctions linéaires, sigmoïdes, à base radiale et plus généralement des fonctions continues et dérivables sont appropriées pour l'approximation des fonctions continues (voir la partie sur l'apprentissage ou les références [44, 45,46] pour plus de détails sur cette propriété).

La fonction de sortie $g(\bullet)$ est souvent considérée comme la fonction identité. Par la suite, nous confondrons toujours activation et sortie du neurone: $S=A=f(E)$.

III.4.4 Type de Réseaux de Neurones

Un réseau de neurones est un maillage de plusieurs neurones, généralement organisé en couches. Pour concevoir un réseau de neurones il faut suivre une certaine topologie. La topologie d'un réseau de neurone est définie par son architecture et la nature de ses connexions [45].

III.4.4.1 Architecture du Réseaux de Neurones

L'architecture d'un réseau de neurones est fonction du nombre de couches de ce dernier et surtout de la structure des connexions entre neurones. Il existe plusieurs types d'architectures, on peut citer :

- réseaux mono couche,
- réseaux multicouches,
- réseaux à connexions locales,
- réseaux à connexions complètes.

Dans notre étude, le type du réseau qui nous intéresse est le réseau multicouche.

III.4.4.2 Connexions du Réseau de Neurones

La nature des connexions définit la manière dont sont interconnectés les neurones et le sens de transfert d'information dans le réseau, où on distingue :

- Les Connexions Directes, celles dirigées d'une couche d'indice inférieur vers une couche d'indice supérieur (figure 3.13.a).
- Les Connexions Récurrentes dont les sorties de neurones d'une couche sont connectées aux entrées d'une couche d'indice inférieur (figure 3.13.b).

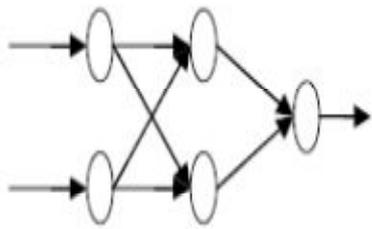


Figure 3.13.a : Connexions directes

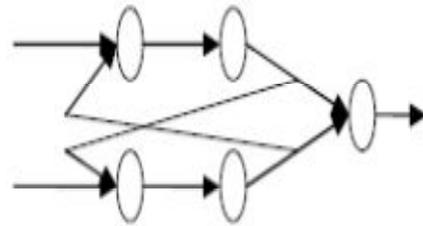


Figure 3.13.b : Connexions récurrentes

Par ailleurs entre deux couches, les connexions peuvent être partielles ou totales comme le montre les figures 3.13.c et 3.13.d. L'utilisation de connexions partielles permet de regrouper certaines zones du réseau pour effectuer une fonction spécifique.

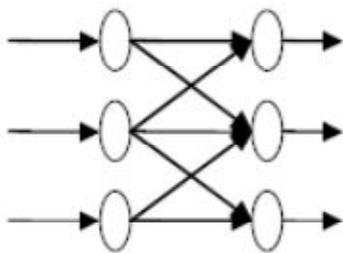


Figure 3.13.c : Connexions partielles

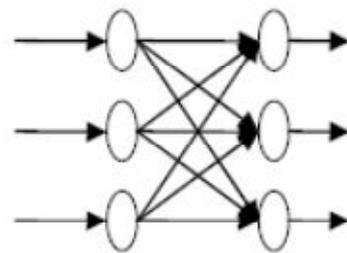


Figure 3.13.d : Connexions totales

On peut avoir éventuellement en plus des connexions citées précédemment des connexions inter-couches (interconnexions entre neurones de couches voisines), des

connexions intra-couches (connexions entre neurones d'une même couche) et l'auto-connexion (un neurone avec lui même).

III.4.4.3 Réseaux de Neurones Multicouches

Un réseau multicouche n'est rien d'autre qu'un assemblage de couches les unes aux autres, de la gauche vers la droite, en prenant les sorties d'une couche et en les injectant comme les entrées de la couche suivante. Ce type de réseau comme le montre la figure 3.14, est organisée en couches de neurones. Généralement, il n'y a pas de connexions entre neurones d'une même couche, et les connexions ne se font qu'avec ceux des couches en aval.

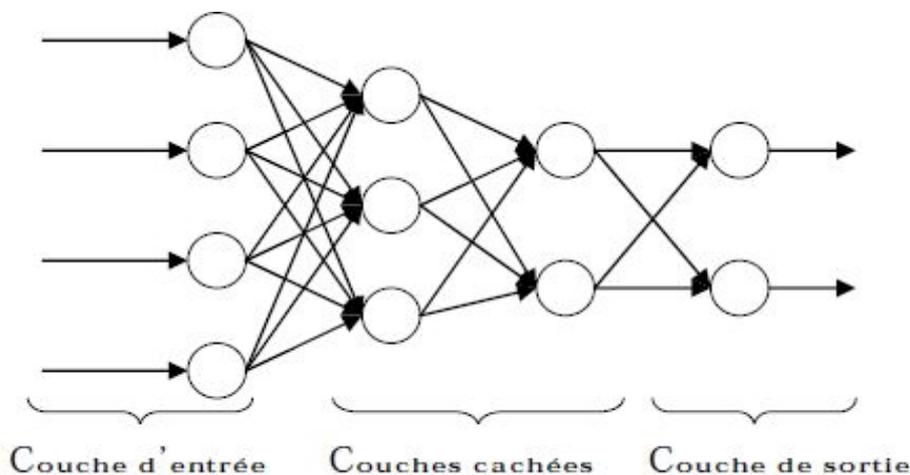


Figure 3.14 Réseau de neurones multicouches

III.4.4.4 Apprentissage des Réseaux de Neurones

La plus fondamentale des propriétés propres au réseau de neurones est sa capacité d'apprendre de son environnement et d'améliorer sa performance à travers un processus d'apprentissage. On définit l'apprentissage comme étant un changement opéré dans la mémoire du réseau en affectant les valeurs des poids synaptiques qui relient les neurones entre eux, afin d'adapter le traitement effectué par le réseau à une tâche particulière.

De ce fait l'apprentissage a pour objectif l'amélioration des performances futures du réseau, sur la base d'une connaissance acquise au fur et à mesure des expériences passées. On

distingue trois familles d'apprentissage différentes en fonction de la nature des informations disponibles et du but recherché :

- **Apprentissage supervisé** pour lequel il est nécessaire de disposer d'un ensemble de couples de données (entrées du réseau ; sorties désirées correspondantes).
- **Apprentissage semi-supervisé** ou **par renforcement** pour lequel seule une mesure d'erreur qualitative est disponible.
- **Apprentissage non supervisé** pour lequel il n'y a pas de réponse désirée.

Il a été démontré que moyennant le choix d'une architecture appropriée (nombre de neurones cachés), les réseaux multicouches sont capables d'approcher n'importe quelle fonction. Une autre propriété fondamentale de l'apprentissage concerne la capacité de généralisation de ces réseaux [46, 47].

III.4.4.5 Algorithme d'Apprentissage

L'apprentissage se traduit, dans la plupart des architectures, par une modification de l'efficacité synaptique qui s'effectue en changeant les valeurs des poids qui relient les neurones d'une couche à l'autre.

Soit w_{ij} le poids reliant le $j^{\text{ème}}$ neurone d'une couche au $i^{\text{ème}}$ neurone de la couche suivante. A l'instant t un changement $\Delta w_{ij}(t)$ s'exprime en fonction de $w_{ij}(t+1)$ et $w_{ij}(t)$ qui sont respectivement les nouvelle et ancienne valeurs du poids w_{ij} par l'équation :

$$\Delta w_{ij}(t) = w_{ij}(t+1) - w_{ij}(t)$$

L'ensemble de règles permettant la réalisation d'un tel processus d'adaptation des poids constitue ce qu'on appelle l'algorithme d'apprentissage du réseau. Il existe plusieurs algorithmes d'apprentissage des réseaux de neurones. Dans le cadre de notre travail, on utilise l'algorithme de rétropropagation du gradient.

III.4.5 Rétropropagation du Gradient

De nos jours, les réseaux multicouches et la rétropropagation de gradient reste le modèle le plus étudié et le plus efficace pour réaliser l'adaptation des réseaux multicouches.

L'algorithme de rétropropagation (backpropagation) a été développé en particulier par *Rumelhart* et *Parkes* et le *Cun* en 1985. Dès cette découverte, nous avons la possibilité de réaliser une fonction non linéaire d'entrée/sortie sur un réseau en décomposant cette fonction en une suite d'étapes linéairement séparables. Cet algorithme repose sur la minimisation de l'erreur quadratique J entre les sorties calculées (réelle) et celles souhaitées (désirée). Le terme rétropropagation du gradient provient du fait que l'erreur calculée en sortie est transmise en sens inverse vers l'entrée.

$$J = \frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{2} (y_d - y)^2 \tag{3.19}$$

e : est l'écart entre la sortie réelle y et la sortie désirée y_d .

La théorie de rétropropagation comporte deux phases :

- Une propagation dans le sens direct des signaux de la couche d'entrée, couche par couche, jusqu'à atteindre la couche de sortie qui délivre les signaux de sortie du réseau.
- Une rétropropagation de l'erreur, qui se propage dans le sens inverse, de la couche de sortie jusqu'à atteindre la couche d'entrée qui sera utilisée pour l'ajustement des paramètres du réseau.

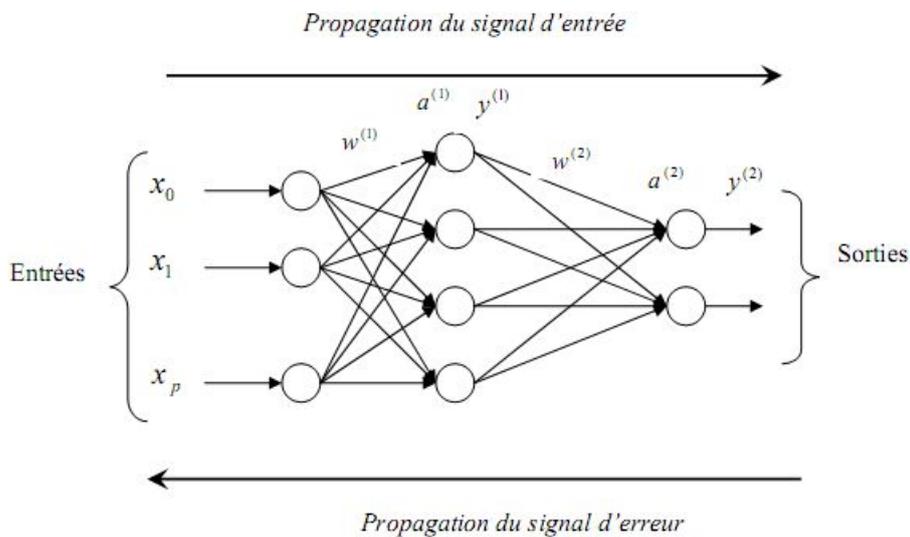


Figure 3.5 Flux des signaux de la rétropropagation

Soit le réseau multicouche de la figure 3.15.

$w^{(L)}$: le vecteur des poids synaptiques d'un neurone appartenant à la couche L ;

$a^{(L)}$: le vecteur activités des neurones de la couche L ;

$y^{(L)}$: le vecteur des sorties de la couche L ;

$f(.)$: la fonction d'activation d'un neurone.

L'algorithme d'apprentissage est donné par les étapes suivantes :

1. Initialiser les poids : attribuer à chaque poids une valeur aléatoire entre -1 et +1.
2. Présenter un exemple au réseau : on présente un exemple x_p en entrée et une valeur désirée en sortie.
3. Propager les signaux d'activation des entrées vers les sorties : on calcule les sorties de la première couche qui deviennent les entrées de la couche suivante puis on fait de même jusqu'à la dernière couche.

L'activité du neurone j de la couche L pendant l'itération n

$$a_j^{(L)}(n) = \sum_{i=0}^p w_{ij}^{(L)}(n) \cdot y_i^{(L-1)}(n) \quad (3.20)$$

w_{ij} : le poids synaptique d'un neurone j appartenant à la couche (L) relié à un neurone i appartenant à la couche ($L-1$).

Les sorties du réseau à la $n^{\text{ème}}$ itération sont notées : $o_j(n) = y_i^{(L)}$.

4. Comparer avec les sorties désirées et rétropropager l'erreur des couches de sortie.

Le calcul des gradients :

- Pour un neurone de la couche de sortie :

$$\delta_i(n) = e_i(n) \cdot f'(a_i(n)) \quad (3.21)$$

- Pour un neurone caché :

$$\delta_i(n) = f'(a_i(n)) \cdot \sum_k \delta_k(n) \cdot w_{kj}(n) \quad (3.22)$$

Une des fonctions d'activation la plus utilisée généralement est la fonction sigmoïde définie comme suit :

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$$

Où :

$$f'(x) = f(x) \cdot [1 - f(x)]$$

$$f'(a_j(n)) = f(a_j(n)) \cdot [1 - f(a_j(n))] = y_i(n) \cdot [1 - y_i(n)] \quad (3.23)$$

En utilisant les propriétés de la fonction sigmoïde, les équations (3.21) et (3.22) deviennent :

- Pour un neurone de la couche de sortie :

$$\delta_j(n) = [d_j(n) - o_j(n)] \cdot o_j(n) \cdot [1 - o_j(n)] \quad (3.24)$$

► Pour un neurone caché :

$$\delta_j(n) = o_j(n) \cdot [1 - o_j(n)] \cdot \sum_k \delta_k(n) \cdot w_{kj}(n) \quad (3.25)$$

5. Modifier les poids en appliquant la loi généralisée suivante :

$$\Delta w_{ji}^{(L)}(n+1) = \Delta w_{ji}^{(L)}(n) + \eta \cdot \delta_j^{(L)} \cdot y_i^{(L-1)}(n) \quad (3.26)$$

$\Delta w_{ji}^{(L)}(n+1)$: Le poids synaptique reliant le neurone i de la couche $(L-1)$ au neurone j de la couche (L) à l'itération $n+1$.

$\Delta w_{ji}^{(L)}(n)$: Le poids synaptique reliant le neurone i de la couche $(L-1)$ au neurone j de la couche (L) à l'itération n .

η : Le pas d'apprentissage.

$\delta_j^{(L)}$: Le gradient local du neurone j de la couche (L) .

$y_i^{(L-1)}(n)$: La sortie du neurone i appartenant à la couche $(L-1)$ à l'itération n .

6. Le critère d'arrêt : plusieurs critères peuvent être utilisés avec l'algorithme de rétropropagation des erreurs. Le plus commun consiste à fixer un nombre maximum de périodes d'entraînement, ce qui fixe effectivement une limite supérieure sur la durée de l'apprentissage.

Ce critère est important car la rétropropagation des erreurs n'offre aucune garantie quant à la convergence de l'algorithme. Il peut arriver, que le processus d'optimisation reste pris dans un minimum local. Sans un tel critère, l'algorithme représenté par la figure 3.16 pourrait ne jamais se terminer.

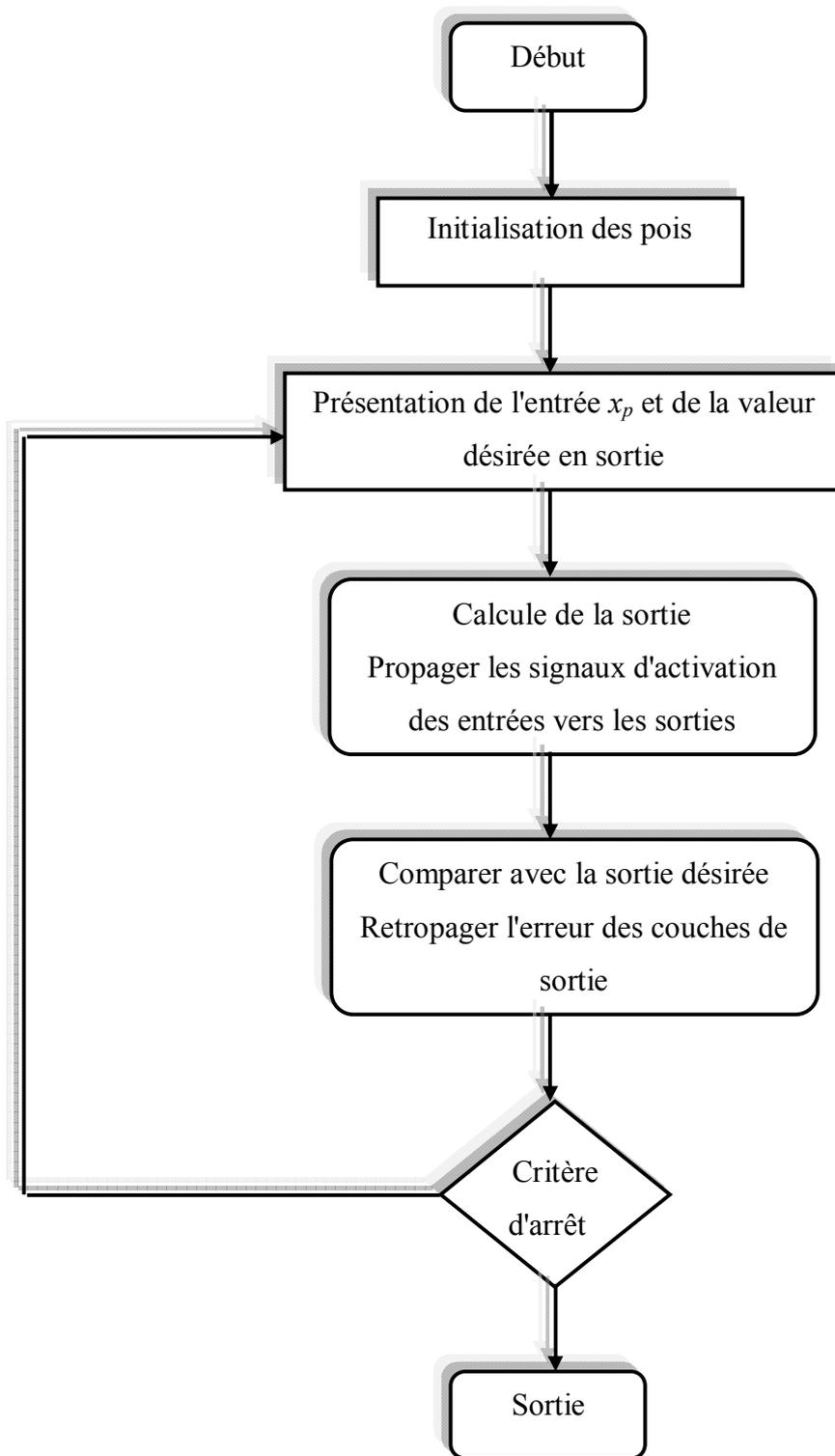


Figure 3.16 Algorithme de la rétropropagation de l'erreur.

III.4.6 Modélisation du Cycle d'Hystérésis par Réseaux de Neurones Multicouches

Notre réseau de neurones multicouches utilisés est constitué de trois couches et entraîné par l'algorithme *Levenberg-Marquard*, est implémenté dans *Matlab* pour modéliser le comportement hystérétique d'un dispositif formé d'un inducteur entourant un noyau ferromagnétique non linéaire. Cet algorithme est plus performant en termes de temps de calcul que la simple descente du gradient de la rétropropagation classique [27].

La première couche du réseau de neurone est constituée de trois unités avec une fonction d'activation sigmoïde, la deuxième couche est constituée de six unités avec une fonction d'activation sigmoïde, et la troisième couche est constituée d'une seule unité avec une fonction d'activation linéaire. Les entrées du réseau sont le champ magnétique H et la fréquence ou la température, la troisième unité est un simple indicateur de l'évolution du champ magnétique, elle prend la valeur 1 pour un champ ascendant et la valeur 2 pour un champ descendant .cependant, le réseau retourne la valeur de l'induction magnétique B (figure 3.17).

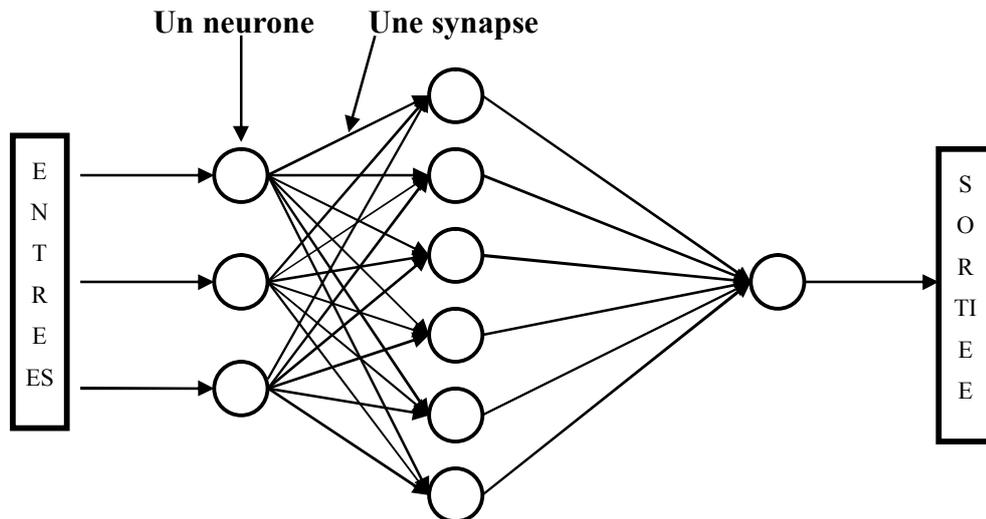


Figure 3.17 Structure générale d'un réseau de neurones multicouches

La troisième unité dans la couche d'entrée permet de particulariser le cycle d'hystérésis à chaque rectangle du maillage tenant compte des valeurs extrémales du champ magnétique. Les valeurs maximales du champ magnétique dans chaque rectangle, nécessaire pour l'apprentissage du réseau de neurones, sont calculées pendant le régime transitoire lié à la courbe de la première aimantation. Le coefficient de la relaxation ω qui assure la convergence vaut 10^{-4} . La simulation numérique (pas à pas dans le temps) du comportement magnétique permet de calculer l'induction magnétique dans chaque rectangle.

Pour la validation des paramètres obtenus, on a superposé sur la figure (3.18) le cycle expérimental et le cycle de simulation obtenu à partir des paramètres identifiés. Cette superposition montre le degré de précision du cycle identifié par algorithme génétique. On remarque que l'écart entre le cycle simulé et celui mesuré est apparaît, ce qui est traduit par la valeur de l'erreur MSE (Figure 3.14). On peut remarquer aussi que le cycle est bien symétrique.

Cette légère augmentation de l'écart entre la simulation et l'expérience avec l'affinage du maillage peut être expliquée par l'existence de deux sources d'erreurs inhérentes au modèle numérique utilisé pour cette étude [27,49] :

- L'erreur de modélisation qui représente la différence entre le système réel et le modèle mathématique,
- L'erreur numérique qui représente la différence entre le modèle numérique et le modèle mathématique.

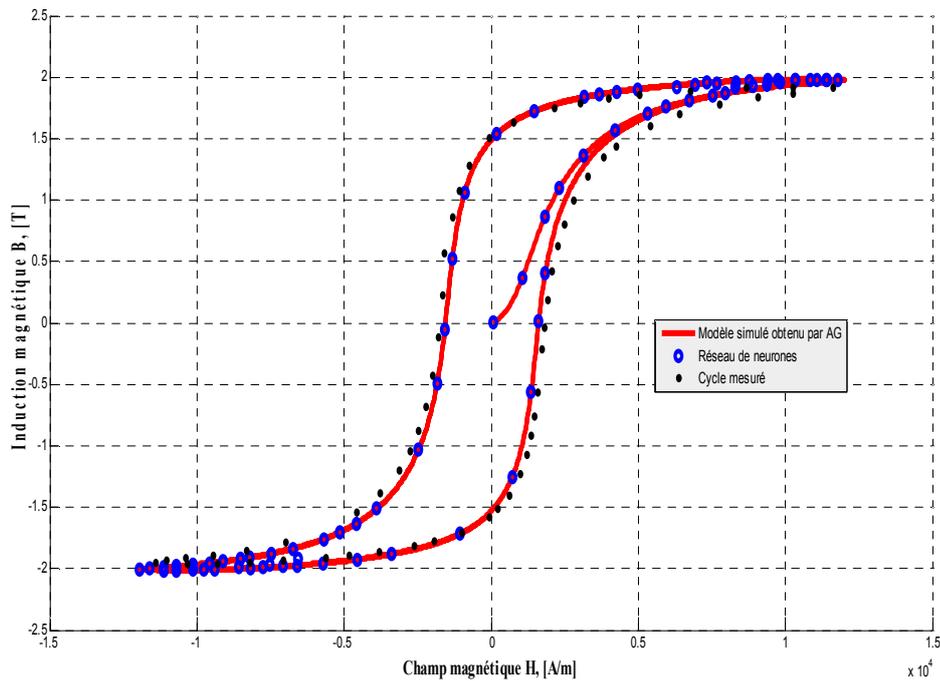


Figure 3.18 Validation du cycle d'hystérésis obtenu par algorithme génétique et par réseau de neurones ($f=50\text{Hz}$, $T=25^\circ\text{C}$)

Les résultats de simulation montrent qu'un réseau de neurone stable peut identifier avec précision une relation non linéaire qui lie les variables entre elles. Les caractéristiques intrinsèques de ce dernier nous ont permis d'avoir un modèle très général qui peut prendre en considération tous les facteurs qui peuvent influencer sur le cycle d'hystérésis. Un autre avantage de ce modèle est qu'il est conçu à partir des courbes expérimentales donc très proche de la réalité.

III.5 Application et Résultats

III.5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats de la simulation du modèle élaboré à partir du module de calcul dans l'hypothèse bidimensionnelle. Le module permet d'étudier le phénomène électromagnétique par la méthode des

volumes finis. Il s'agit de la résolution de l'équation électromagnétique non linéaire par l'hystérésis neurale, en régime harmonique.

La structure générale du code est présentée par les deux fonctions suivantes :

- Définition de la géométrie et des caractéristiques physiques des matériaux, (ex : perméabilité magnétique, conductivité électrique, ...),
- La résolution de l'équation électromagnétique par la méthode des volumes finis dans le cas non linéaire par l'hystérésis neurale.

Nous avons développé un code de calcul qui permet le calcul la densité des courants induits et la puissance électromagnétiques dans un prototype magnétique inducteur-induit.

III.5.1 Description d'un Prototype Magnétique à Induction

Afin d'expliquer le principe opérationnel de base des machines asynchrones, la structure schématique de le prototype magnétique proposée est montrée dans les figures 3.15 et 3.16. Elle est constituée d'un circuit magnétique d'inducteur encoché, six bobines et induit à pôles lisses.

En raison de la symétrie axiale de la machine, seule une représentation bidimensionnelle du système sera considérée.

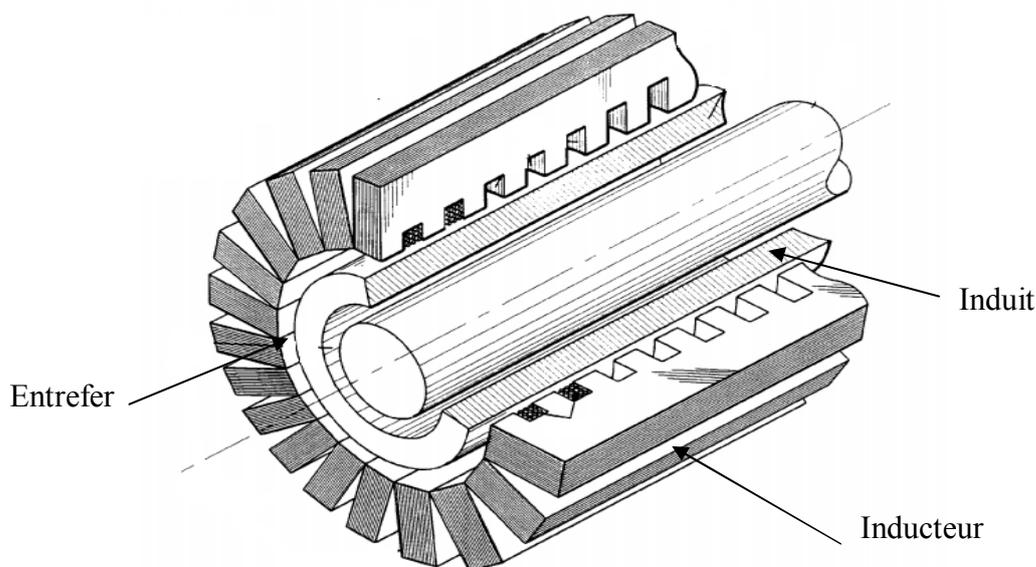


Figure 3.15 Machine à induction.

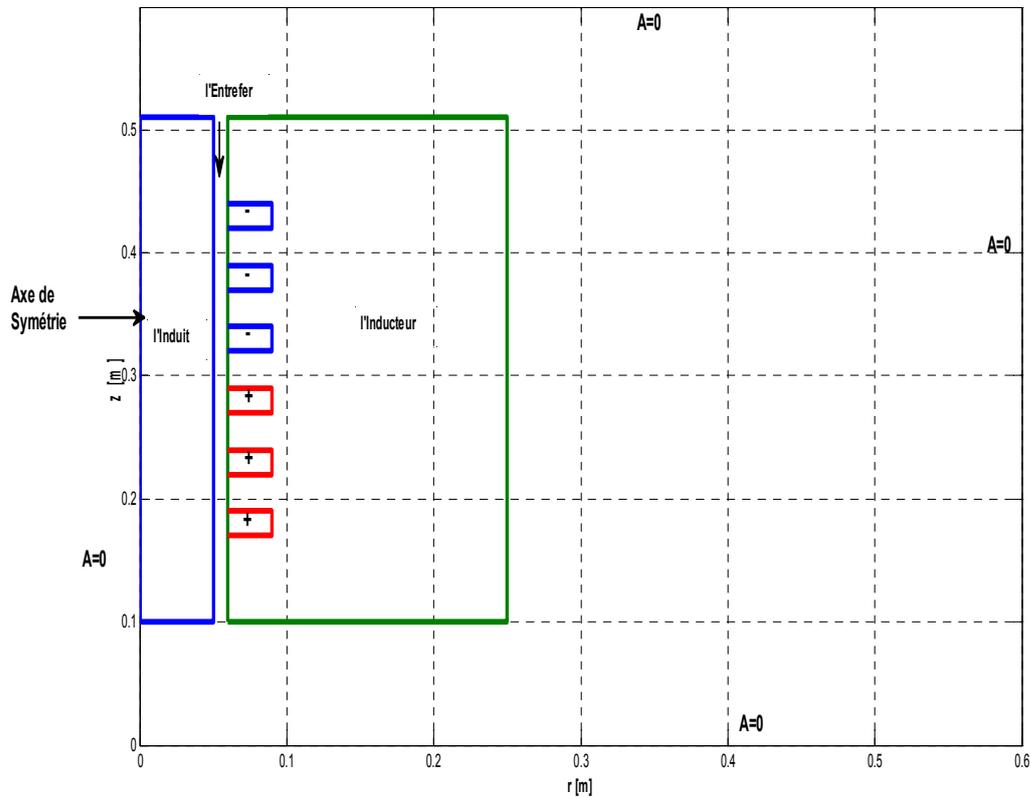


Figure 3.16 Géométrie de la machine à induction

III.5.2 Algorithme de Résolution

Dans ce travail, nous avons utilisé la méthode dite méthode de point fixe direct décrite par l'algorithme de tableau 3.3 ci-dessous. Ceci est motivé par l'avantage majeur offert par cet algorithme en évitant le calcul des dérivées.

1. Maillage de dispositif

2. Code de calcul par volumes finis

2.1. Initialisation : M^i et J^K

$$2.2. \sigma \frac{\partial A^i}{\partial t} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times A^i \right) = J_s - \nabla \times M^{i-1}(A^i)$$

2.3. Calculer l'induction $\mathbf{B}^i = \text{rot}(\mathbf{A}^i)$

$$2.4. H_s^i = \frac{B_s^i}{\mu_0} - M^{i-1}$$

$$2.5. H_s^i = \omega.H_s^i + (1-\omega).H_s^{i-1}$$

2.6. Calculer l'aimantation \mathbf{M}^i en utilisant le modèle neuronal

2.7. Calculer la précision τ qui représente le critère de convergence

2.8. Si $\tau \leq \varepsilon \Rightarrow$ convergence : $t = t + 1$ et $i = i + 1$ aller à 2.1, si non $i = i + 1$ aller à 2.2

3. Exploitation des résultats

Tableau 3.3 Algorithme de Résolution des problèmes magnétiques

III.5.3 Résultats de simulation

L'application de la machine à induction à 6 encoches dont les dimensions et les propriétés physiques sont données comme suit :

- Longueur de l'inducteur : 41cm
- Largeur de l'inducteur : 19cm
- Largeur de l'induit : 5cm
- Largeur de l'entrefer : 1 mm
- Largeur des encoches : 2cm
- Profondeur des encoches : 3cm
- Nombre de pôles : 2
- Nombre de phases : 3
- Nombre d'encoches : 6
- La perméabilité du matériau ferromagnétique dans le cas non linéaire est grande et le courant d'excitation nominal $J_{\text{ex}} = 10^6 \text{ A/m}^2$.

Les figures (3.17), (3.18.) et (3.19.a) représentent respectivement, la répartition du potentiel vecteur magnétique A dans notre dispositif dans le plan (r, z) , et le potentiel vecteur magnétique axial et radiale dans le centre des encoches de la machine.

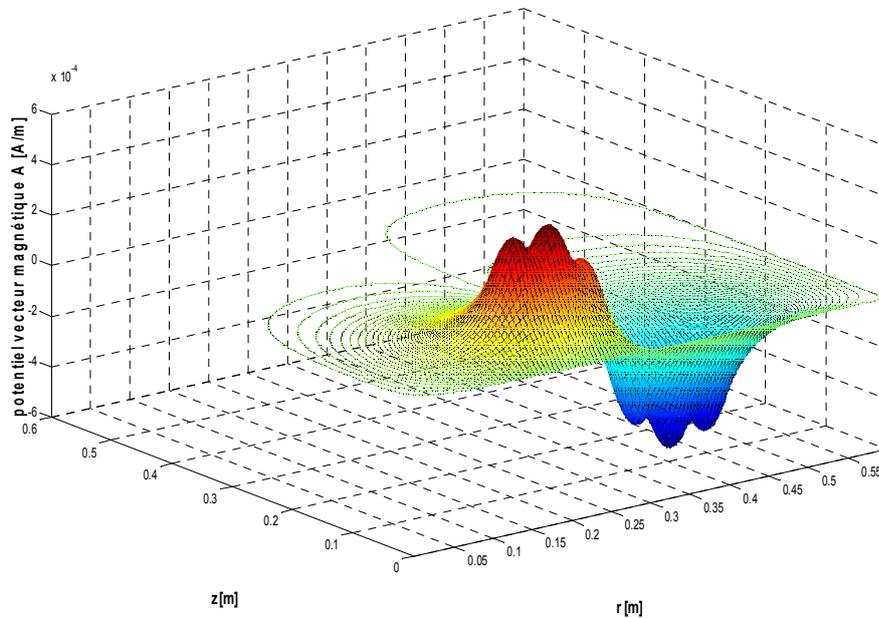


Figure 3.17 Répartition du potentiel vecteur magnétique A

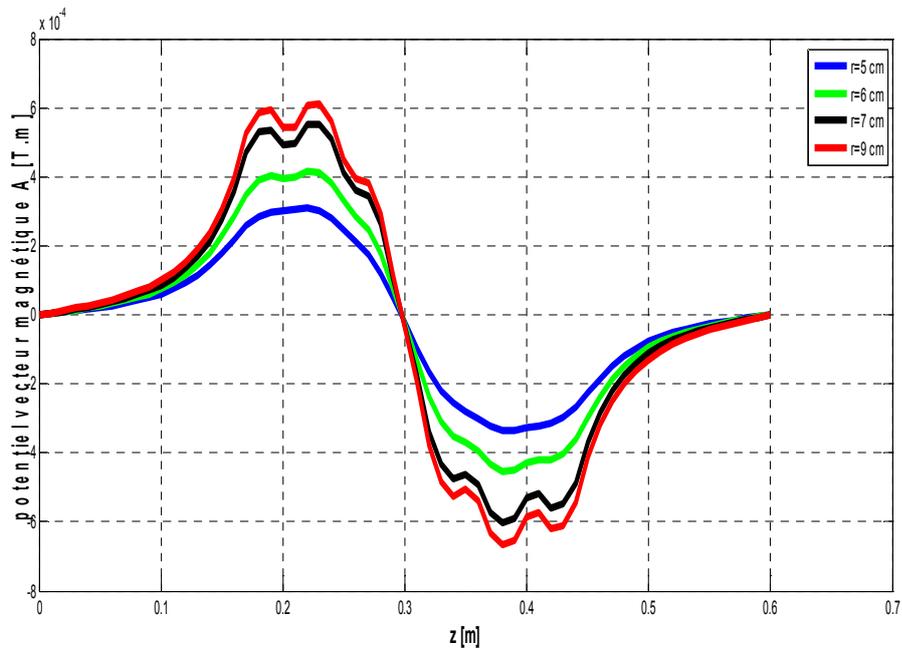


Figure 3.18 La distribution axiale du potentiel vecteur (centre des encoches).

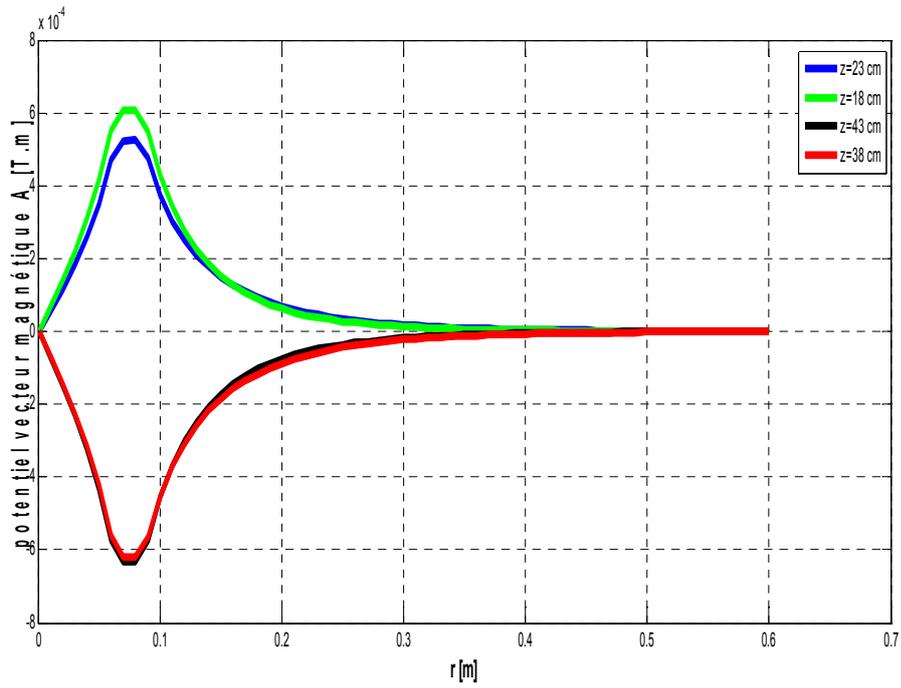


Figure 3.18.a La distribution du potentiel vecteur radial (centre des encoches).

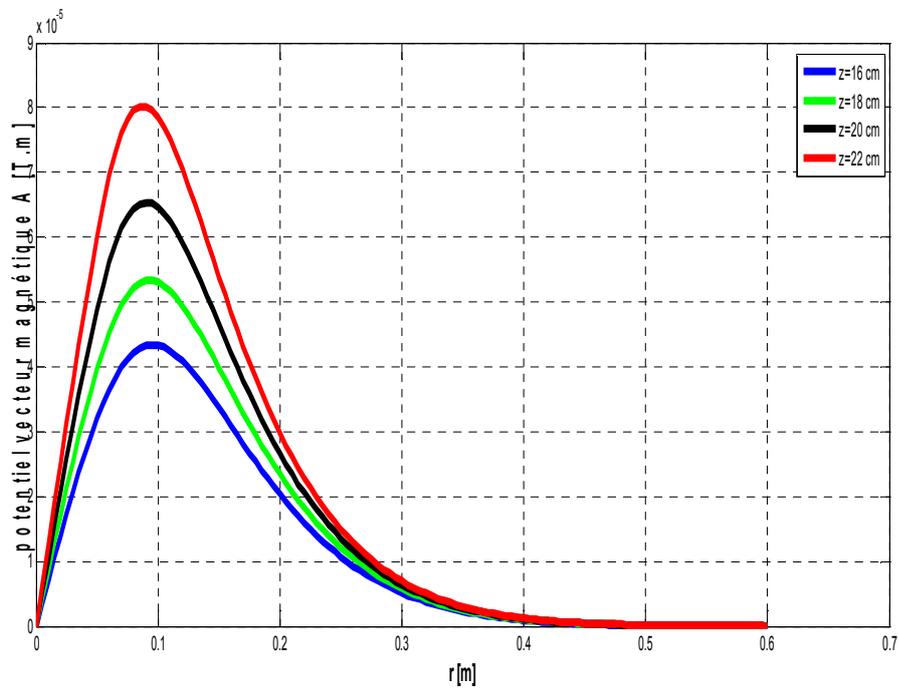


Figure 3.18.a La distribution du potentiel vecteur radial (points aléatoires)

On remarque que le potentiel vecteur magnétique prend des valeurs maximum au centre de l'encoche de bobinage et diminue quand on s'éloigne du domaine. À la basse fréquence ($f=50\text{Hz}$), les lignes de champs magnétique pénètre bien à l'intérieur de l'induit et prendre la valeur nul à la limite du domaine d'étude ($A=0$).

III.6 Conclusion

À travers ce travail, nous avons essayé de mettre en œuvre les moyens d'incorporer le phénomène d'hystérésis dans une modélisation bidimensionnelle du champ magnétique dans les dispositifs électrotechniques en régime statique. Le modèle de *Jiles-Atherton* est un modèle physique de l'hystérésis magnétique. Il est valable pour la caractérisation des matériaux ferromagnétiques doux, tels que les aciers utilisés dans la construction électrique. Le cycle d'hystérésis du modèle de *Jiles-Atherton* est très sensible à la variation de ses paramètres. L'identification des paramètres du modèle de *Jiles-Atherton* est un processus difficile à réaliser, mais l'utilisation des techniques d'optimisation (par algorithme génétique) permet d'affranchir cette difficulté.

Dans ce travail, nous avons essayé d'introduire de nouvelles techniques dans le calcul électromagnétique pour l'économie du temps de calcul et l'élaboration des modèles proche de la réalité ainsi que la détermination exacte des paramètres apparaissent comme des critères majeurs. Alors, nous avons proposé un modèle neurale pour la modélisation du cycle d'hystérésis, Les résultats de ces variations données par notre modèle neural sont d'autant plus proches de la réalité que le cycle d'apprentissage a été réalisé sur la base de relevées expérimentales. Ainsi défini, ce modèle a été intégré dans un code volumes finis au dispositif axisymétrique.

CHAPITRE IV :
Application et Validation au Système
de Chauffage
par Induction Electromagnétique

Chapitre IV – Application et Validation au Système de Chauffage par Induction Electromagnétique

IV.1 Introduction

Les phénomènes physiques régissant le procédé de chauffage par induction sont bien connus. Les chauffagistes utilisant ce procédé s'approchent du résultat escompté de manière empirique, en utilisant leur expérience et le passage obligatoire par de nombreux essais réels. Néanmoins, cette méthode d'opérer est coûteuse en temps, en moyens humains et matériels. Souvent les essais nécessitent même l'arrêt de la chaîne de production et engendrent donc des pertes importantes pour l'entreprise. D'autre part, même si les bases physiques du procédé sont relativement connues, il est difficile de déterminer leurs effets pour des géométries de pièces ou d'inducteurs complexes. La modélisation du procédé est un outil indispensable aujourd'hui pour atteindre des objectifs précis en termes de répartitions de température et de courants, tant spatiales que temporelles. Elle apporte également une bonne compréhension des phénomènes physiques et donc leur maîtrise, le but étant de déterminer la fréquence, la puissance électrique ou la géométrie de l'inducteur optimales pour avoir la meilleure montée en température de la pièce possible (par rapport à un objectif industriel donné).

La modélisation de ces procédés de chauffage et de traitements de surface est complexe à mettre en œuvre, de par la nature multi-physique du procédé. Il s'agit de coupler les phénomènes électromagnétiques, la diffusion de la chaleur, ainsi que le comportement mécanique du matériau chauffé ou traité [50].

Les études portées sur le sujet d'un point de vue numérique sont nombreuses. Des logiciels commerciaux de simulation du procédé existent. *Flux 2D*, commercialisé par *Cedrat* utilise une méthode éléments finis pour l'analyse des phénomènes thermiques et électromagnétiques. *Calcomag* commercialisé par *Calcom* s'appuie sur des méthodes mixtes éléments finis - éléments frontières avec une résolution thermique sur la pièce uniquement. Le groupe EDF a également développé un logiciel de calcul électromagnétique *Trifou*, basé sur également sur un couplage éléments finis / méthodes intégrales. *FEMLAB* propose un ensemble de solveurs d'équations aux dérivées partielles par une méthode éléments finis, pouvant simuler les aspects électromagnétiques et thermiques et leur couplage. Enfin le code *Deform* développé par "Scientific Forming Technologies Corporation" propose un module de calcul en chauffage par induction couplé à une analyse microstructurale pour la modélisation de traitements de surface [50, 53,54].

VI.2 Principe du Chauffage par Induction Electromagnétique

Tout corps conducteur de l'électricité s'échauffe par effet *Joule* quand il est parcouru par un courant électrique. Cet échauffement s'obtient, soit en application aux extrémités du conducteur une différence de potentiel – c'est le chauffage classique par résistance –, soit en plaçant ce conducteur dans un champ magnétique variable – c'est le chauffage par induction électromagnétique (la figure (4.1)) [51].

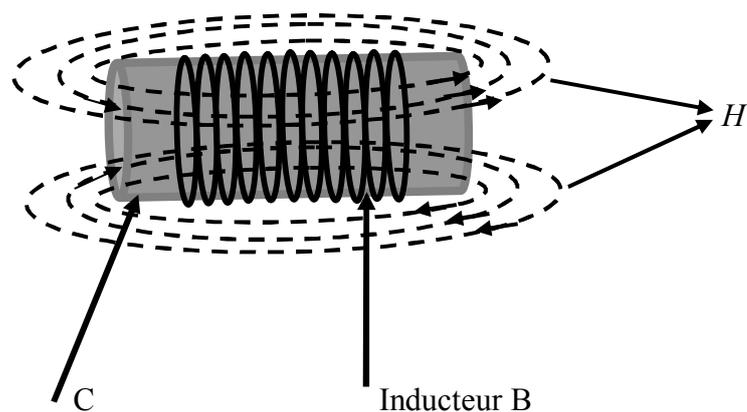


Figure 4.1 Schéma de principe du chauffage par induction.

Si on applique, par exemple, une différence de potentiel alternative V aux bornes d'un solénoïde B, le courant alternatif de fréquence f qui parcourt cette bobine crée à l'intérieur, mais aussi à l'extérieur autour de la bobine, un champ magnétique H variable. Si on introduit dans la bobine un corps conducteur de l'électricité C, la variation du champ magnétique produit une variation du flux magnétique qui traverse ce corps et, d'après la loi de *Lenz*, induit une force électromotrice donnant naissance à des courants de *Foucault*.

Ces courants de *Foucault* – ou courants induits – se transforment en chaleur par l'effet *Joule* dans le corps qui s'échauffe. La bobine B constitue le circuit primaire ou inducteur. Le corps C le circuit secondaire ou induit. Les équipements de chauffage par induction sont donc, dans leur principe et en dehors de leurs caractéristiques particulièrement de construction, assimilables à des transformateurs, munis ou non de circuits magnétiques avec fer, le primaire étant alimenté à la fréquence de réseau (50 Hz) ou à des fréquences plus élevées (moyenne et haute fréquence) (La figure 4.2) [51,54].

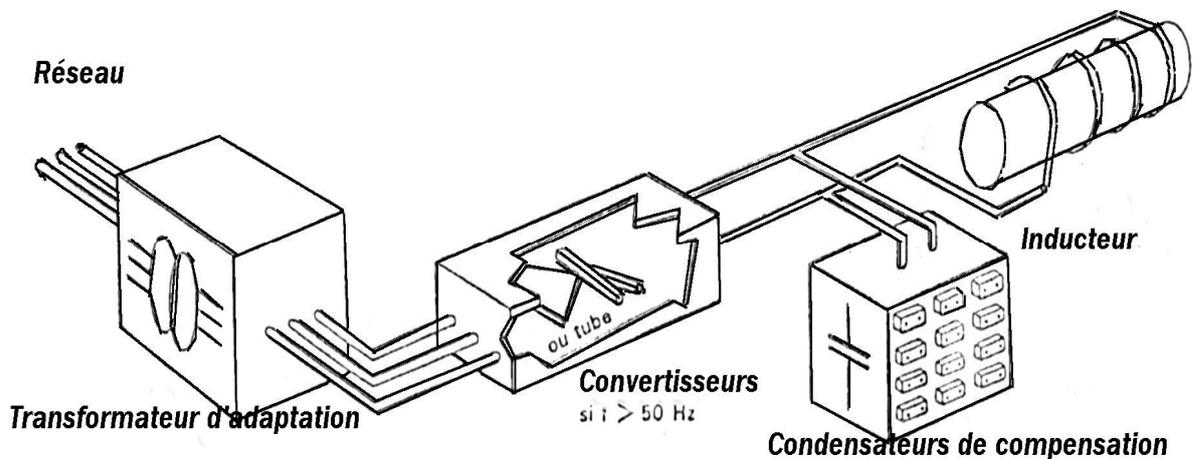


Figure 4.2 Principe d'une installation d'un chauffage par induction.

Il faut toutefois rappeler que tout conducteur parcouru par un courant crée un champ magnétique dont l'intensité est proportionnelle à celle du courant. Les applications du chauffage par induction ne se limitent donc pas au cas, certes le plus courant, d'un corps placé à l'intérieur d'un solénoïde, mais peuvent faire appel à des configurations très variées d'inducteurs (inducteurs plans, inducteurs linéaires, inducteurs tunnels...) et de position

relative de la pièce à chauffer par rapport à l'inducteur. L'avantage cependant de l'inducteur en forme de solénoïde vient de ce que le champ magnétique créé par chaque spire s'ajoute à celui créé par les autres spires et que le champ magnétique total, donc l'induction électromagnétique, est particulièrement intense à l'intérieur de la bobine. Des dispositifs particuliers, renforcés de champ à cavaliers magnétiques par exemple, permettent dans les autres cas d'obtenir des champs magnétiques élevés [51].

La force électromotrice induite est déterminée par l'expression suivante:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (4.1)$$

$d\Phi$ étant la variation de flux d'induction magnétique traversant la pièce à chauffer pendant le temps dt .

La puissance transformée en chaleur dans le corps à chauffer est alors $P = R.I^2 = E^2 / R$. la résistance R n'a toutefois pas la valeur qu'elle aurait si elle était parcourue par un courant continu : dépend en effet non seulement de la résistivité du matériau, mais aussi de sa perméabilité magnétique relative et de la fréquence du courant parcourant l'inducteur.

Lorsque la substance à chauffer est constituée par un matériau magnétique tel que le fer, le cobalt et de nombreux aciers, l'effet thermique de l'hystérésis magnétique s'ajoute à celui de l'induction magnétique.

L'apport du chauffage par hystérésis est d'autant plus élevé que la surface du cycle d'hystérésis est important. La relation entre l'énergie développée par les courants induits et par l'hystérésis magnétique s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{P_i}{P_h} = a f H_e^{0.4} \quad (4.2)$$

P_i , puissance développée par les courants induits;

P_h , puissance due à l'hystérésis;

H_e , champ magnétique;

f , fréquence du courant;

a , constant.

La puissance dissipée par l'hystérésis est généralement beaucoup plus faible (moins de 10 % dans la plupart des cas) que celle engendrée par les courants induits; ainsi, pour un cas extrême, celui des aciers trempés à forte hystérésis, l'énergie due à l'hystérésis atteint-elle au maximum 50 % de la valeur de l'énergie dégagée par les courants induits et ne représente donc qu'un tiers de la puissance totale. L'énergie due à l'hystérésis n'intervient de plus que jusqu'au point de *Curie* ou point de transformation magnétique car au-delà la perméabilité magnétique relative devient égale à l'unité (les matériaux ferromagnétiques deviennent paramagnétiques à partir d'une température qui est de l'ordre de 750 °C pour le fer, 350°C pour le nickel et 1100°C pour le cobalt ; en dessous de cette température, la perméabilité magnétique relative peut être très élevée). Les courants induits eux-mêmes subissent une variation très sensible au-delà du point *Curie* [51,56].

Il faut remarquer que le chauffage par induction magnétique met en jeu trois phénomènes physiques successifs :

- ◆ transfert d'énergie de la bobine au corps à chauffer par vois électromagnétiques;
- ◆ transformation en chaleur, dans l'induit, de l'énergie électrique par l'effet *Joule*;
- ◆ transmission de la chaleur par conduction thermique dans la masse.

Contrairement du chauffage classique qui veut que pour chauffer un corps il faille utiliser une source de chaleur à température plus élevée que lui, on apporte donc, avec un enroulement qui reste à peu près froid, de la chaleur à un corps beaucoup plus chaud qui lui. La chaleur est produite dans la pièce elle-même et aucun agent de transmission matériel, aucun contact n'est nécessaire.

La très faible inertie thermique du chauffage par induction supprime ou réduit très fortement les pertes à vide ou à la mise en température.

Le chauffage par induction électromagnétique permet enfin d'obtenir des densités de puissance élevées, ce qui diminue considérablement les pertes thermiques.

Ces trois propriétés – création de la chaleur directement à l'intérieur du corps à chauffer, faible inertie thermique, haute densité de puissance – confèrent au chauffage par induction une grande efficacité énergétique et celui-ci se révèle souvent une source d'économie d'énergie substantielle.

VI.3 Caractéristiques du Chauffage par Induction Electromagnétique

Parmi les caractéristiques du chauffage par induction, deux retiennent particulièrement l'attention pour les applications industrielles :

- la répartition des courants induits dans la pièce à chauffer;
- la puissance dissipée dans cette pièce.

Ces grandeurs conditionnent en effet l'effet thermique de l'induction, mais déterminent également les conditions de son efficacité économique.

Les caractéristiques du chauffage produit le courant induit dépendent de très nombreux paramètres, en particulier :

- ♣ du flux magnétique traversant le corps à chauffer, donc de :
 - La nature de matériau (perméabilité magnétique relative) et de son état (corps magnétique ou non, influence de la température),
 - La force magnétomotrice de l'inducteur (ampère-tour par unité de longueur, caractéristiques et saturation du circuit magnétique),
 - Des fuites magnétiques (dimensions respectives de l'inducteur et de la pièce à chauffer, couplage, caractéristiques du circuit magnétique),
 - La fréquence du courant;
- ♣ des caractéristiques électriques de l'inducteur et de l'induit :
 - Résistivité de l'induit et de l'inducteur aux températures considérées,
 - Caractéristique géométrique de l'inducteur et de l'induit,
 - Section de l'induit affectée par le passage du courant, distribution de la densité de courant dans cette section, longueur du circuit parcouru par le courant induit.

Tous ces paramètres ont une grande importance car la profondeur de pénétration des courants d'induits dans le corps à chauffer, la quantité de chaleur dégagé, sa répartition dans l'induit et le rendement de ce mode de chauffage en dépendent étroitement.

L'énergie dissipée dans la charge et la répartition des courants peuvent être déterminés rigoureusement en utilisant les lois fondamentales de l'électromagnétisme (équations de

Maxwell) dont la résolution fait appel en particulier aux fonctions de *Bessel* et diverses méthodes analytiques et numériques ont été développées à cet effet [51].

VI.4 Principe du Code de Calcul Volumes Finis pour Résoudre le Problème Magnétothermique non Linéaire

VI.4.1 Rappel sur le Couplage Magnétothermique

Dans les chapitres précédents, on a discuté séparément les phénomènes physiques en thermique et en magnétodynamique. Nous avons proposé de traiter les problèmes magnétodynamiques et thermiques à l'aide de la méthode des volumes finis.

En ce qui concerne le chauffage, il est intéressant de connaître la répartition du champ thermique à l'intérieur de la pièce. La méthode des volumes finis est efficace dans ce cas et sera utilisée à l'intérieur des pièces chauffées.

Généralement dans les problèmes de chauffage par induction, les phénomènes physiques sont liés. Les phénomènes thermiques dépendent des phénomènes électromagnétiques parce que les sources de chaleur sont les pertes *Joule* provoquées par les courants de *Foucault*. La répartition des courants de *Foucault* dépend elle aussi de la répartition de la température.

Pour étudier les deux phénomènes, il faut les traiter ensemble. On va donc coupler les problèmes à l'aide de la méthode de couplage dite faible ou indirecte. Ce couplage sera effectué par la densité de puissance surfacique électromagnétique qui correspond au flux de chaleur sur les surfaces du dispositif à chauffer. Les interdépendances des propriétés physiques vont être prises en compte itérativement après une linéarisation. Le principe du couplage est présenté en algorithme du tableau 4.1 [52].

VI.4.2 Description du Dispositif de Chauffage par Induction

Le dispositif test est constitué d'un cylindre ferromagnétique d'une longueur de 40 *cm* et de diamètre 7 *cm* caractérisé par un cycle d'hystérésis ($M_s = 1.685 \times 10^6$, $k = 2009.8$, $c = 0.1$, $a = 978.65$, $\alpha = 1.71 \times 10^{-4}$), ce cylindre est entouré d'une bobine de même longueur parcourue par un courant de densité $J = 10^6 \text{ A/m}^2$. Les conducteurs qui constituent l'inducteur ont un diamètre de $D = 2 \text{ cm}$. L'entrefer est $E = 1 \text{ cm}$. La géométrie du système est présentée

dans la figure 4.3, elle présente deux symétries, la première selon l'axe (Or) et la deuxième selon le plan (Oz). On peut alors étudier les problèmes magnétiques dans un système de coordonnées cylindriques, dans une moitié du domaine [57,58, 59].

En vue d'une modélisation numérique les limites théoriques (*à l'infini*, $A = 0$) sont ramenées à une distance finie qui peut varier selon la précision voulue. Dans cette étude, ces limites ont été fixées à une distance $L = 50 \text{ cm}$ du dispositif étudié.

Les conditions aux limites associées à l'équation magnétique sont : $A = 0$ part tout.

Les conditions aux limites associées à l'équation thermique sont : $T = 25^\circ$ part tout. (Figure 4.3).

Nous avons défini sur cette géométrie trois points de référence sur lesquels nous allons déterminer les formes d'onde du champ et de l'induction magnétiques ainsi que le cycle d'hystérésis et le potentiel vecteur magnétique parcouru. En se basant sur le système d'axe (r , z) défini dans la figure 4.4, les coordonnées de ces points sont définies comme suite P1 (5, 35) mm, P2 (6, 30) mm, et P3 (3, 40) mm.

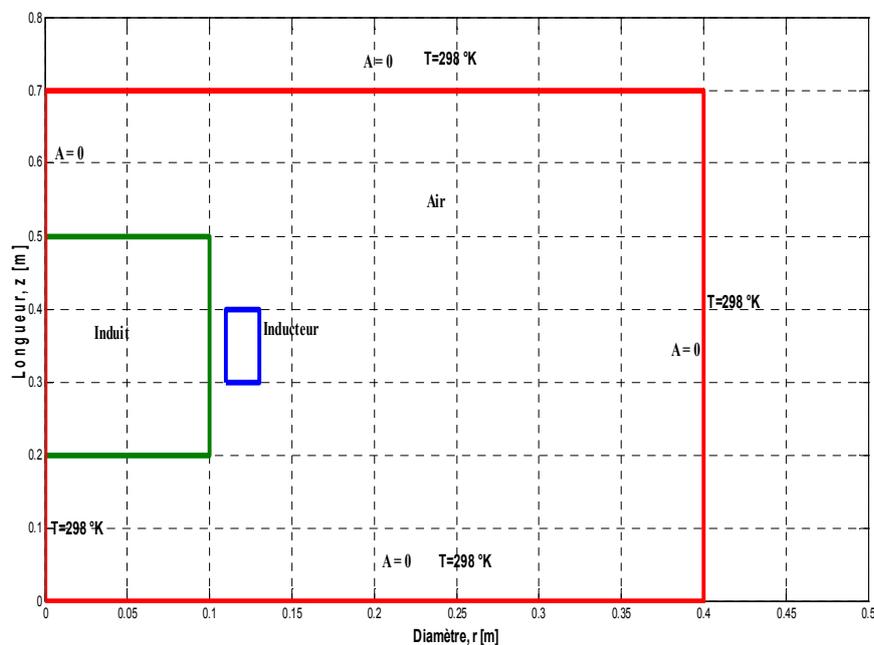


Figure 4.3 Domaine d'étude d'une structure axisymétrique et les conditions aux limites magnétiques.

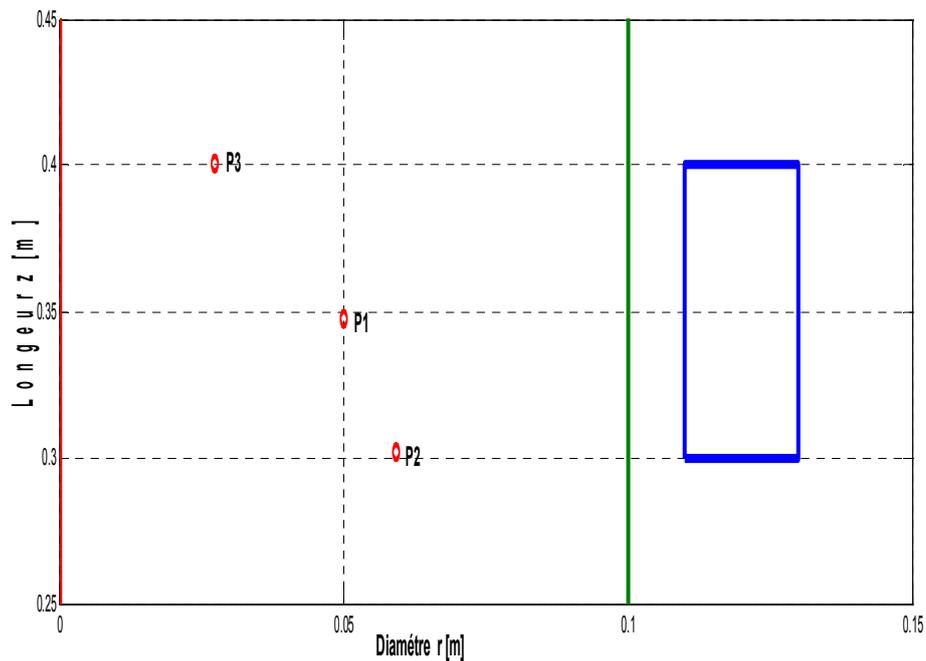


Figure 4.4 Les Points sélectionnés au niveau de l'induit.

VI.4.3 Algorithme de Résolution

Pour modéliser l'opération de chauffage par induction, la méthode indirecte est habituellement employée. Le schéma de principe de cette méthode, que nous sommes amenés à utiliser, est représenté sur le tableau 4.1. La méthode indirecte est basée sur des résolutions alternées des deux problèmes physiques différents. La densité de puissance dissipée par effet Joule est considérée comme constante à chaque pas de temps thermique. Le couplage fort entre les phénomènes physiques est réalisé à chaque pas de temps thermique, au moyen d'une boucle d'itérations fortes, aussi appelée boucle d'itérations de couplage fort ou encore boucle de convergence forte, entre les deux problèmes. La boucle consiste à résoudre alternativement les deux problèmes jusqu'à ce que les variations des inconnues de chaque problème deviennent suffisamment petites. Cette procédure est aussi appelée la méthode du point fixe [55].

La résolution numérique des systèmes matriciels résultants des calculs électromagnétique et thermique est effectuée par un solveur itératif. Le choix d'une méthode itérative plutôt que directe est justifié d'abord par un gain en temps de calcul mais également par un gain important en termes de stockage de données, les solveurs itératifs ne faisant appel qu'à des produits matrice-vecteur [50,61].

1. Maillage de dispositif

2. Code de calcul par volumes finis

2.1. Initialisation : Introduction des données magnétiques et thermiques et calcul des paramètres dépend de la température (annexe IV).

2.2. Résolution du système magnétodynamique

2.3. Calculer l'induction $\mathbf{B}^i = \text{rot}(\mathbf{A}^i)$

2.4. $H_s^i = \omega.H_s^i + (1 - \omega).H_s^{i-1}$

2.6. Calculer l'aimantation \mathbf{M}^i en utilisant le modèle neuronal

2.7. Relaxation sur \mathbf{A} : aller à 2.2

2.8. Résolution du système magnétodynamique

2.9. Relaxation sur \mathbf{T} : aller à 2.1

2.10. Relaxation sur T_{max} (de Curie) : non aller à 2.1, oui aller à 3

2.11 Relaxation sur *le temp* : $t_k < t_f$ non aller à 2.1, oui aller à 3

3. Exploitation des résultats

Tableau 4.1. *Algorithme de résolution magnétothermique*

VI.4.4 Comportement Fréquentiel d'un Cycle Neuronal

La fréquence à pour effet de gonfler le cycle d'hystérésis et par conséquent de provoquer une augmentation de champ coercitif. Les pertes par hystérésis étant proportionnelles à l'aire du cycle. L'augmentation de la fréquence se traduit par un plus grand

échauffement des pièces magnétiques. La maîtrise de la variation du cycle d'hystérésis en fonction de la fréquence devient ainsi primordiale [7, 27].

La figure 4.5 présente cette variation pour un matériau caractérisé par $B_s=1.85$ T et $H_s=5.10^4$ A/m

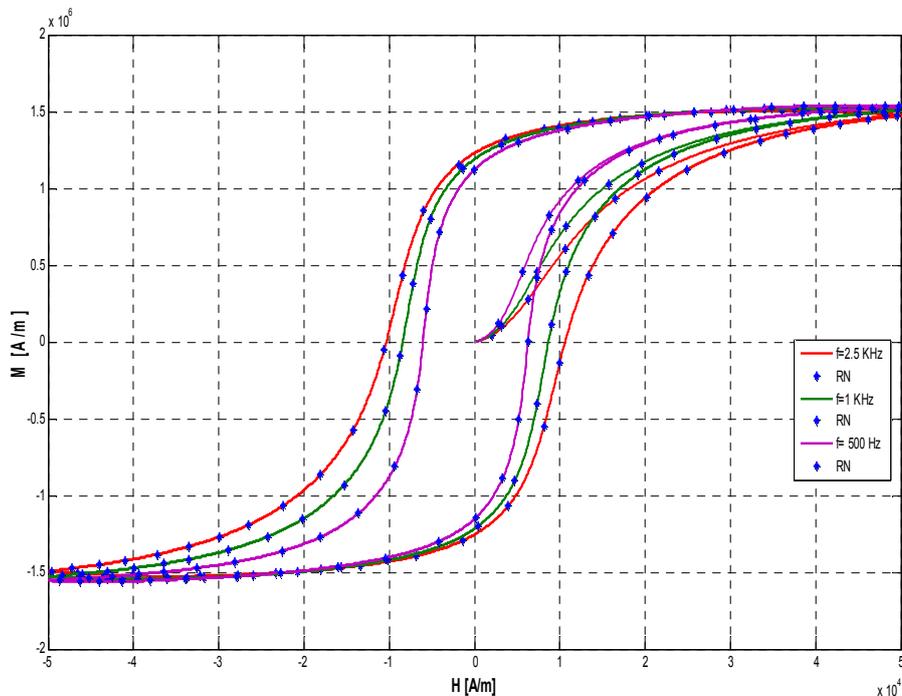


Figure 4.5 Validation du comportement fréquentiel.

VI.4.5 Comportement Thermique d'un Cycle Neuronal

Si on chauffe un matériau ferromagnétique au dessus de la température de Curie. Il perd ses caractéristiques initiales et il se comporte comme un paramagnétique. Quand un échantillon est soumis à un champ intense, l'augmentation de la température diminue l'aimantation, d'abord lentement puis plus rapidement quand on approche du point de Curie. Ceci a une grande importance surtout dans les systèmes de chauffage par induction où la température peut atteindre des valeurs assez élevées. Donc, une connaissance du comportement thermique au matériau est plus que nécessaire pour sa prise en compte en termes de couplage magnétothermique [7, 27].

La figure 4.6 Montre l'effet de la température sur les différentes grandeurs caractéristiques du cycle d'hystérésis neural (B_s , H_s) pour un échantillon ferromagnétique soumis un champ extérieur H de valeur maximale $H_s=5.10^4$ A/m.

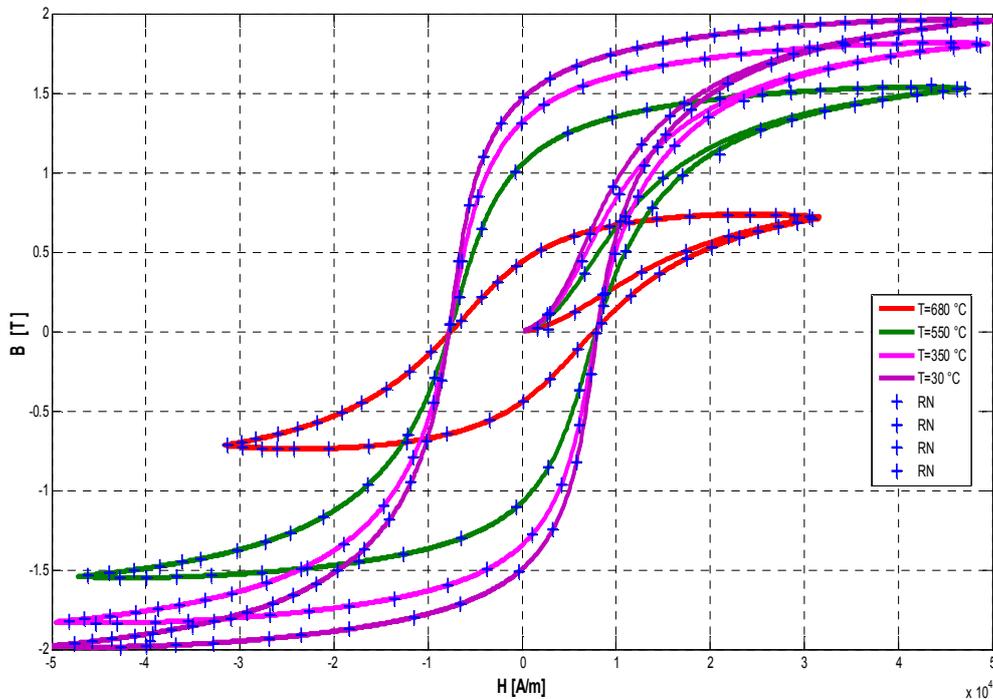


Figure 4.6 Validation du comportement thermique.

Les résultats de simulation montrent qu'un réseau de neurone stable peut identifier une relation non linéaire qui lie les variables entre elles. Les caractéristiques radicales de ce dernier nous ont permis d'avoir un modèle très général qui peut prendre en considération tous les facteurs qui peuvent influencer dur le cycle d'hystérésis [27].

VI.5 Implantation du Modèle Neural dans un Code Volumes Finis

Le modèle neural proposé précédemment à été intégré dans un code volumes finis pour modéliser un dispositif de chauffage par induction. Le système étudié est représenté sur la figure 4.3.

VI.5.1 Résultats du Système Electromagnétique

Les résultats du problème électromagnétiques que nous avons déterminés à $t=1200$ secondes il s'agit de :

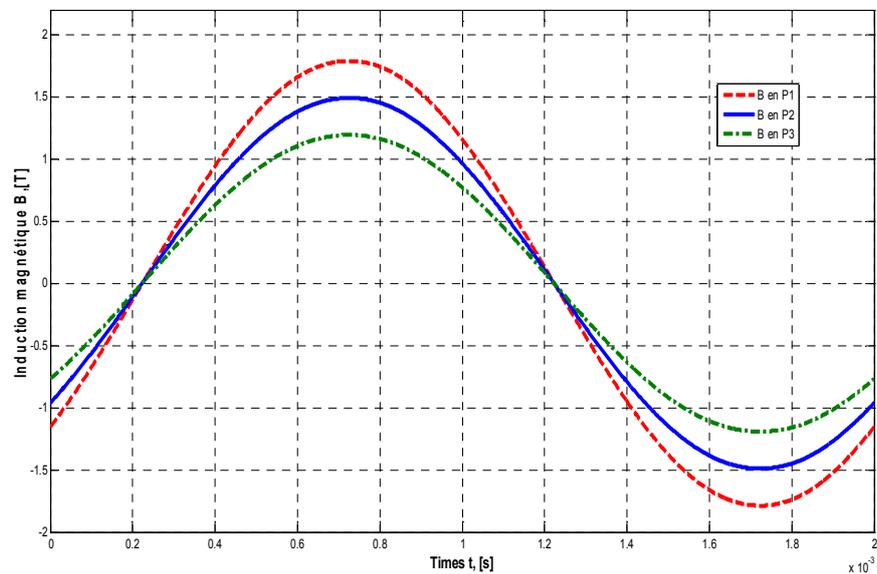


Figure 4.7 L'évolution des inductions magnétiques.

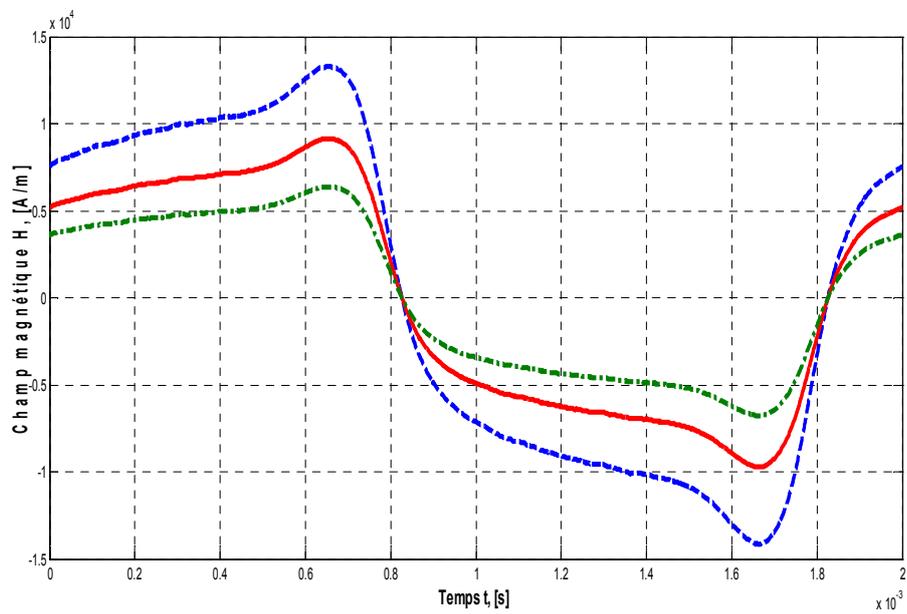


Figure 4.8 L'évolution des champs magnétiques.

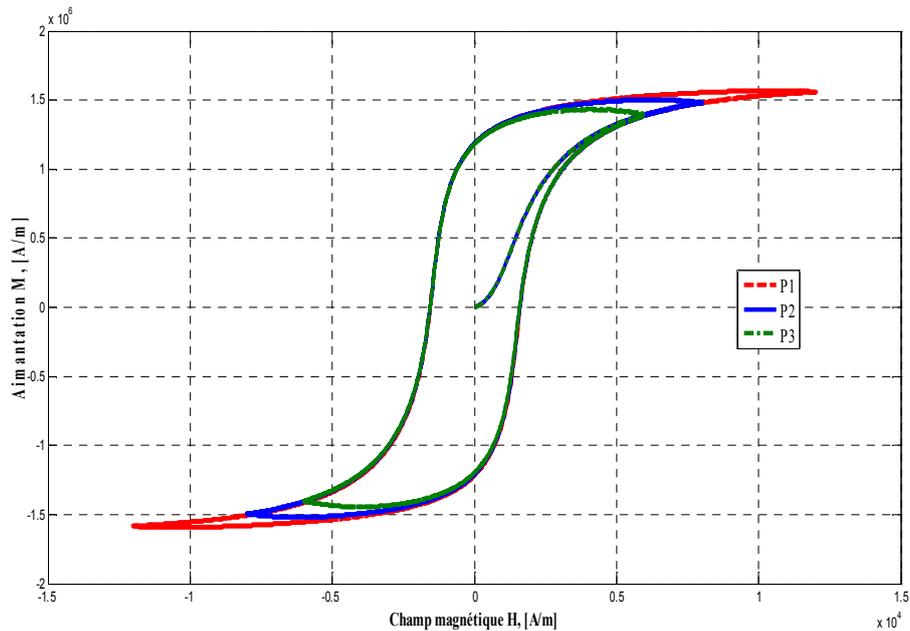


Figure 4.9 Les cycles d'hystérésis pour les trois points de références.

La simulation numérique (pas à pas dans le temps) du comportement magnétique du dispositif étudié révèle que l'induction magnétique est pratiquement sinusoïdale en tous les points de figure 4.7 de l'échantillon ferromagnétique. Contrairement à l'induction magnétique, le champ magnétique est considérablement distordu. Dans la figure 4.8 on peut distinguer cette distorsion ainsi que le retard introduit par l'hystérésis entre le champ et l'induction magnétique. Les cycles d'hystérésis décrits aux points précédemment définis sont indiqués dans la figure 4.9.

La figure 4.10 présente, la répartition du potentiel vecteur magnétique A dans le plan (r, z) .

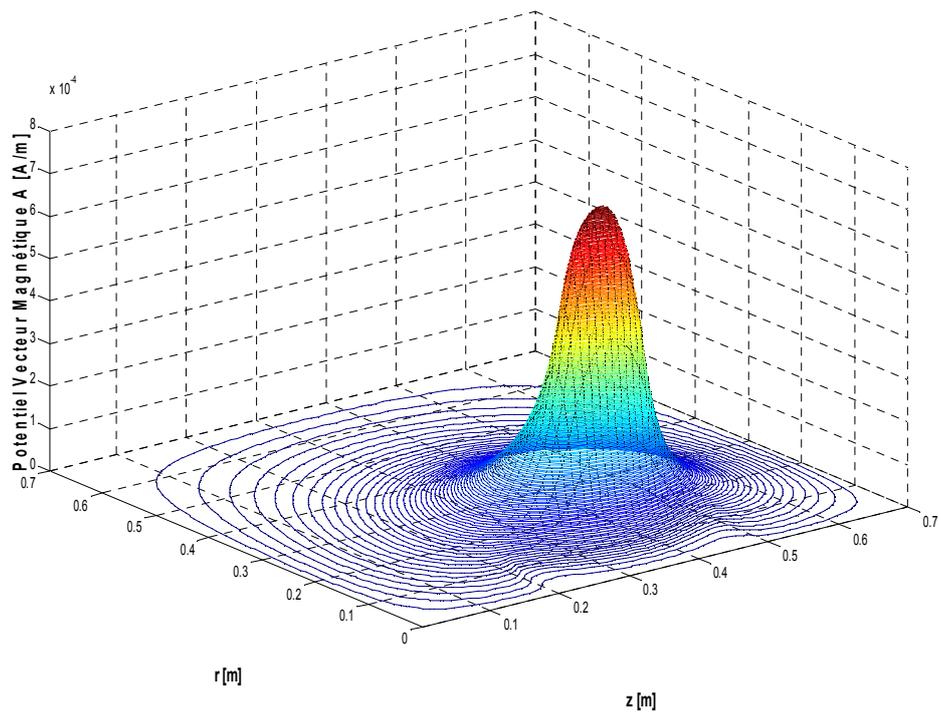


Figure 4.10 la répartition du potentiel vecteur magnétique A

A la basse fréquence ($f=500$ Hz) ; les lignes de champ magnétique pénètrent bien à l'intérieur de la pièce à chauffer et prennent la valeur presque nulle à la limite du domaine d'étude ($A=0$, condition au limite).

Les figures 4.11 et 4.12 illustrent respectivement les variations radiale et axiale du vecteur potentiel magnétique A pour les deux valeurs de fréquence ($f=500$ Hz et $f= 2.5$ KHz). On remarque bien que la valeur de A est maximale au niveau de centre de l'inducteur puis diminue progressivement jusqu'à s'annuler aux limites du domaine d'étude.

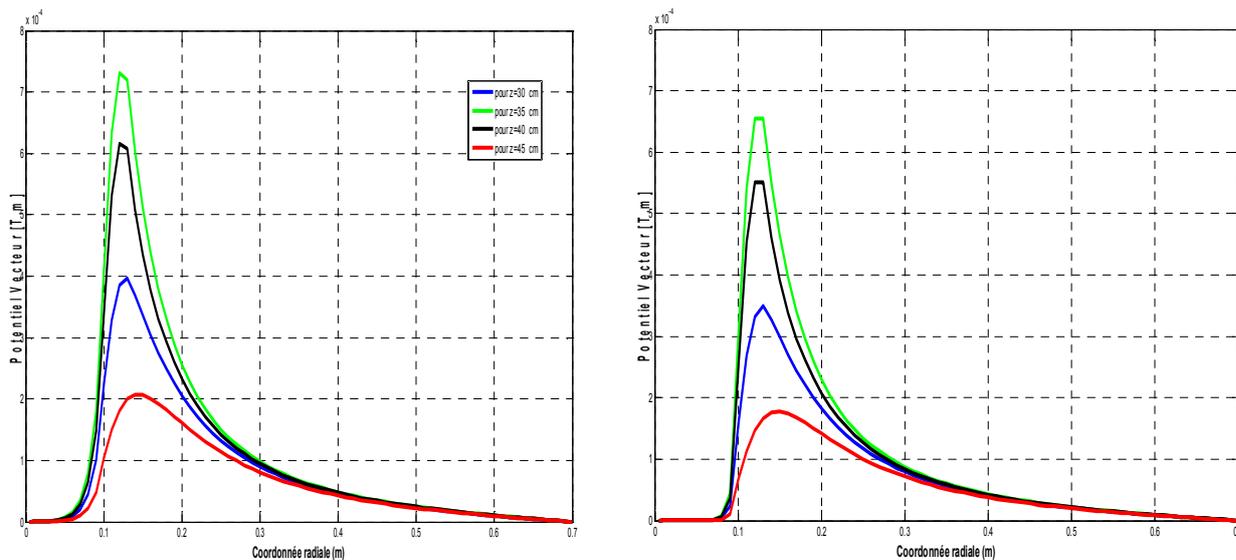


Figure 4.11 Variation radiale du potentiel vecteur magnétique A
(pour $f=500\text{Hz}$ et $f=2.5\text{kHz}$)

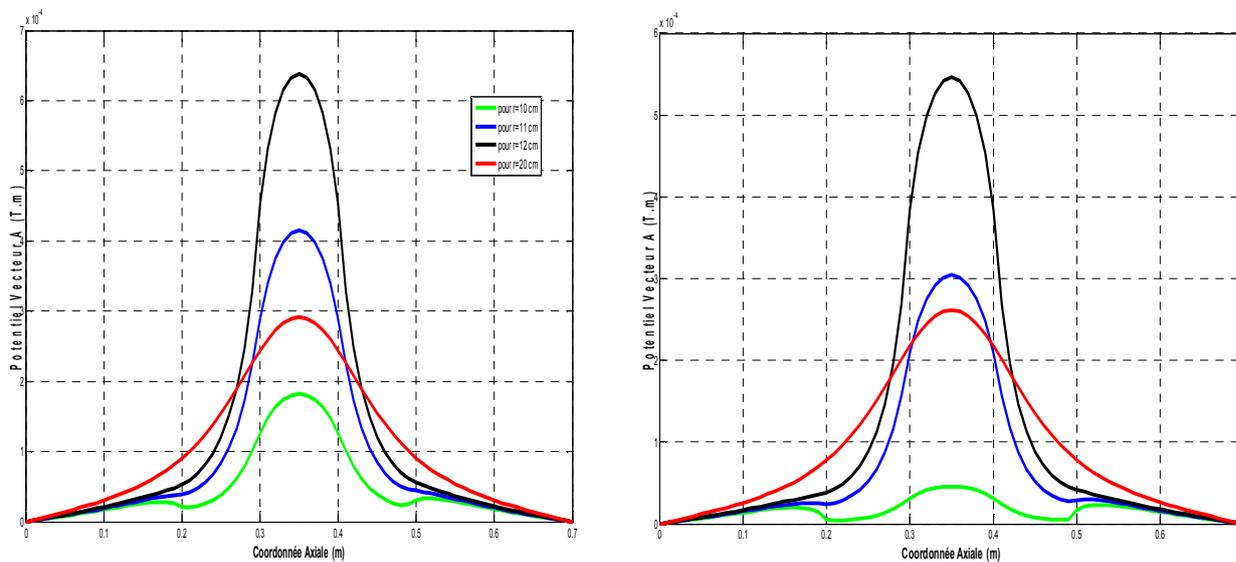


Figure 4.12 Variation axiale du potentiel vecteur magnétique A
(pour $f=500\text{Hz}$ et $f=2.5\text{kHz}$)

Les figures 4.13, présente respectivement, la variation de la densité de puissance induite et la variation de la densité des courants induits en fonction de la coordonnée radiale dans le plan (r, z).

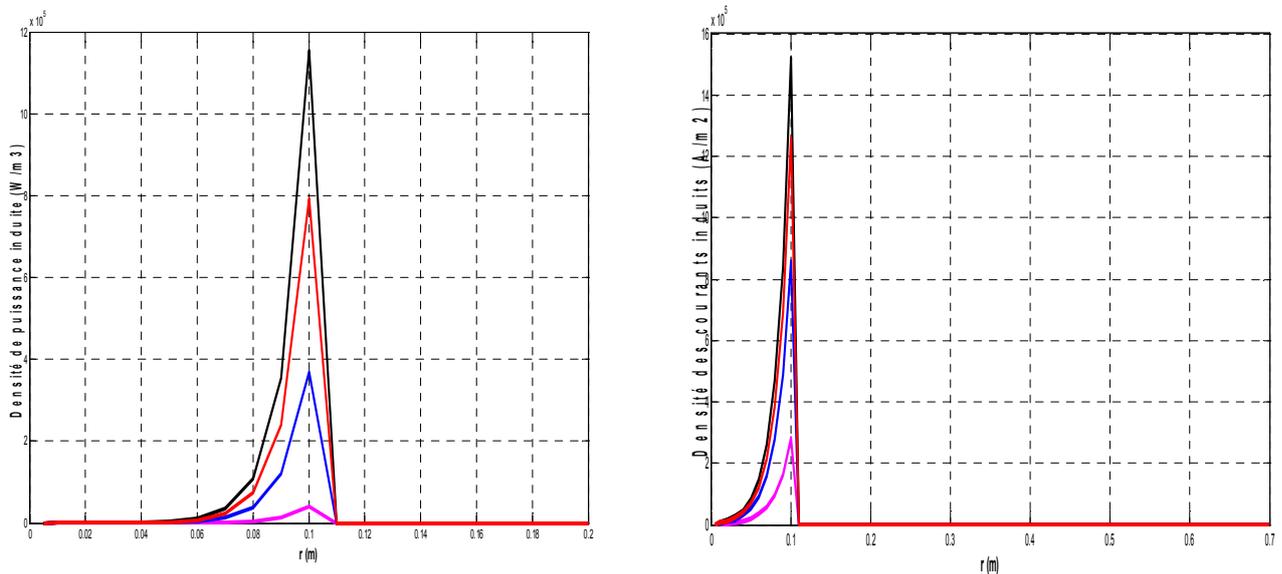


Figure 4.13 Variation de la densité des courants et de puissance
($f=500$ Hz)

Ainsi, remarquons l'augmentation du module de densité des courants induits et le module de la densité des puissances induites, et nuls hors de la pièce à chauffer, car la conductivité électrique égale à zéro.

Plus la fréquence du courant dans l'inducteur augmente, plus le courant alternatif parcourant la pièce à chauffer a tendance à se concentrer à sa surface, la densité de courant décroît donc de la périphérie de la pièce à chauffer vers son centre. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet de *Peau* ou effet de *Kelvin*. On peut montrer qu'en première approximation, la densité de courant décroît de façon exponentielle de la périphérie de la pièce à chauffer vers son centre.

VI.5.2 Résultats du Système Thermique

Les résultats du problème thermique que nous avons déterminés à $t=1200$ secondes il s'agit de :

Les figures 4.14 et 4.15 illustrent respectivement les variations radiale et axiale de la température T pour les deux valeurs de fréquence.

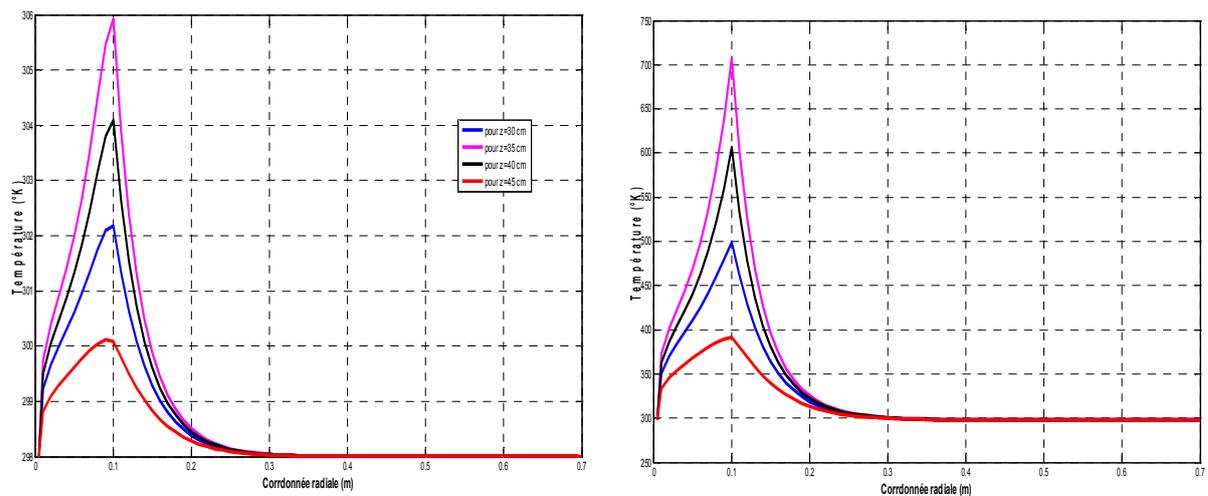


Figure 4.14 Distribution radiale de la température T
(pour $f=500\text{Hz}$ et $f=2.5\text{ kHz}$)

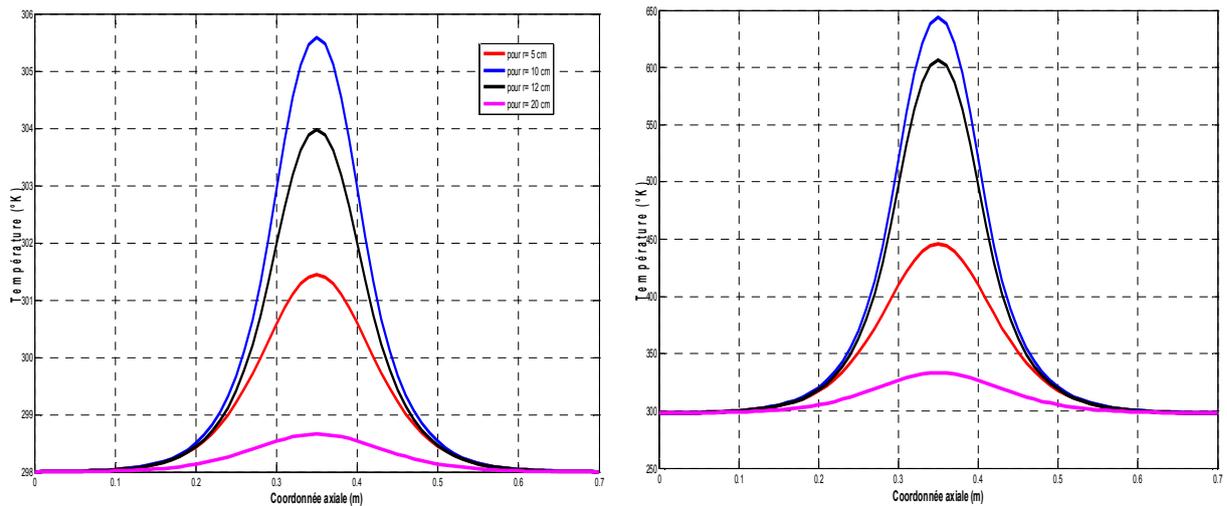


Figure 4.15 Distribution axiale de la température T
(pour $f=500\text{Hz}$ et $f=2.5\text{ kHz}$)

Remarquons que la température croît sous une forme parabolique jusqu'à l'extrémité radiale de la pièce à chauffer et au niveau de milieu axial puis décroît jusqu'à ce qu'elle atteigne la température ambiante ($T=298^{\circ}\text{K}$).

La température, aussi augmente dans l'intervalle radial, puis diminue vers la température ambiante $T_{amb}=298^{\circ}\text{K}$ hors de la pièce à chauffer à cause de l'évolution de la densité de la puissance induite, de densité des courants d'induits et de la conductivité thermique dans la charge.

Il importe de ne pas confondre la pénétration du courant avec celle de la chaleur. La profondeur de pénétration du courant n'est en effet qu'une grandeur permettant de localiser approximativement la zone de dissipation de la puissance transmise. La pénétration de la chaleur dépend de la profondeur de pénétration du courant, de la puissance transmise, de la conductivité thermique du matériau, et son pouvoir émissif (figure 4.17).

La figure 4.18, présente l'évolution de la température fonction du temps dans la charge pour différentes hauteurs.

L'évolution temporelle de la température, croît avec une forme elliptique dans la charge, ce qui implique la nonlinéarité de l'équation de la thermique par conduction.

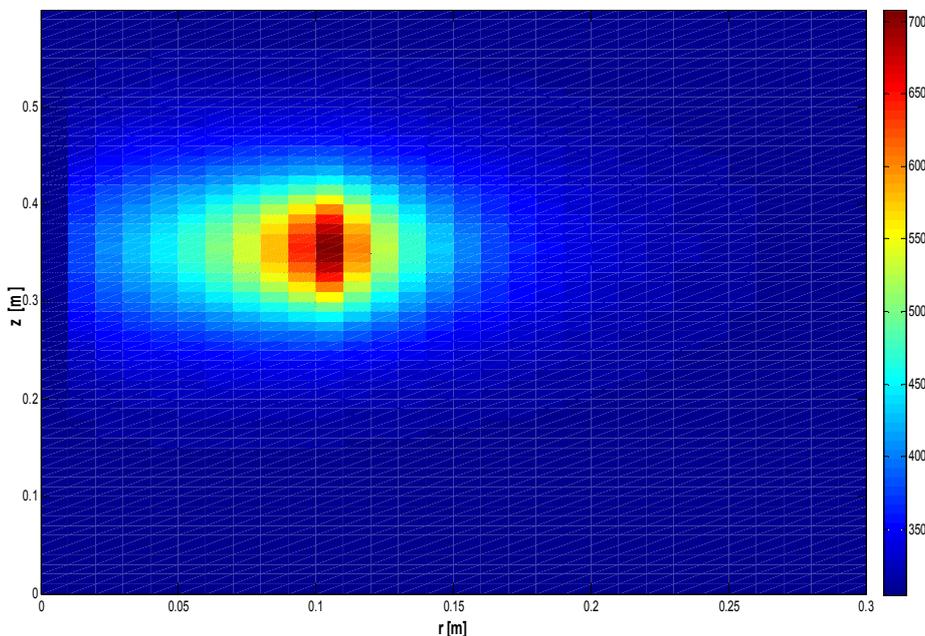
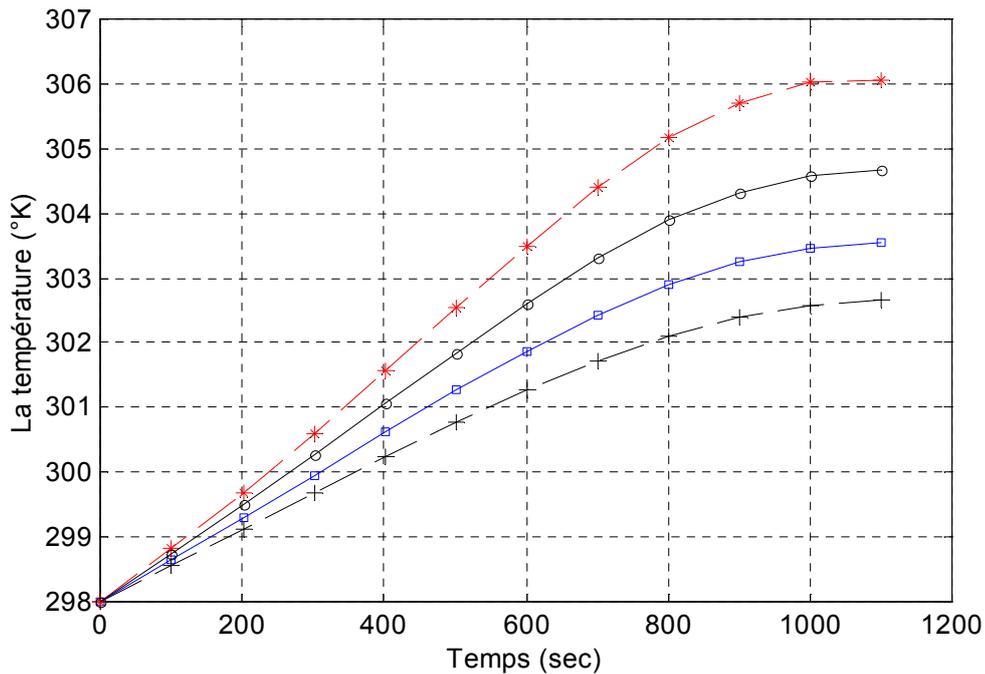
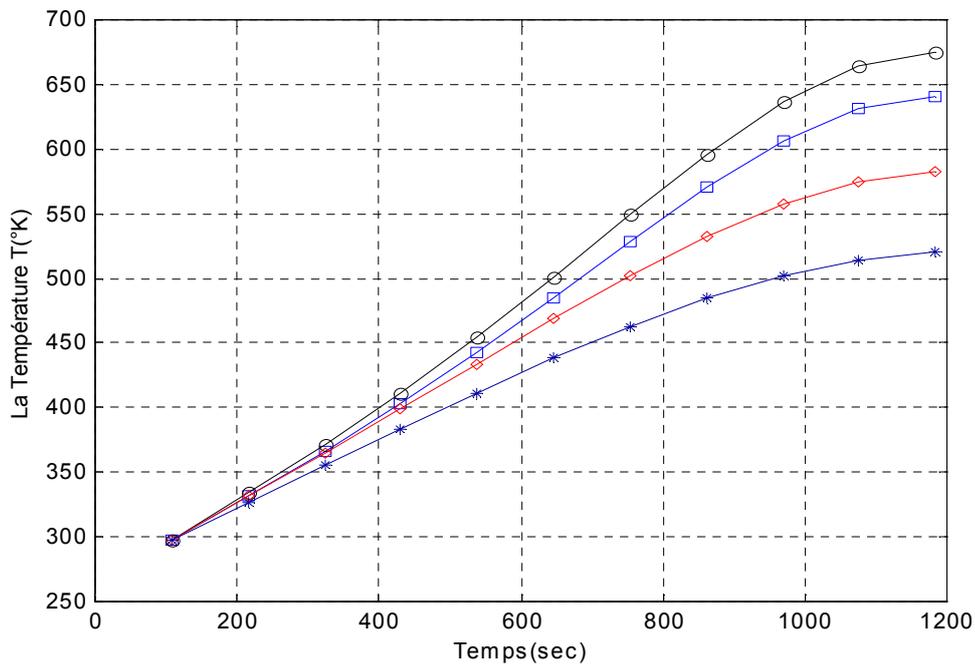


Figure 4.17 Répartition de la température dans la charge
(pour $f=2.5\text{ kHz}$)



$- f=500\text{Hz}$



$- f=2.5\text{ kHz}$

Figure 4.18 Evolution temporelle de la température

Pour chauffer rapidement, il faut admettre des densités de puissance élevées. Mais, comme l'ont montré les considérations relatives au choix de la fréquence, les courants induits se développent à la périphérie et la chaleur produite gagne l'intérieur de la pièce à chauffer par conduction, la température risque alors de ne pas être suffisamment homogène dans une section droite si le temps de chauffage est trop court. Les temps de chauffage seront donc d'autant plus courts que la conductivité thermique est élevée.

IV.6 Conclusion

Les problèmes de chauffage par induction avec des matériaux paramagnétiques comme par exemple du cuivre peuvent être facilement à résoudre. Pour les matériaux ferromagnétiques il faut tenir compte du fait que la perméabilité magnétique dépend du champ magnétique H , de la température T et de l'induction B .

L'objet de ce chapitre concerne donc la prise en compte des dépendances des propriétés physiques des matériaux magnétiques.

Le comportement thermique du cycle d'hystérésis neural de *Jiles –Atherton* à été intégré dans un code volumes finis pour la modélisation d'un dispositif de chauffage par induction.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

Notre travail exposé dans cette thèse est une contribution dans le domaine d'évolution d'outils numériques et approche algorithmiques pour la modélisation et l'optimisation des procédés électro-magnéto-thermiques.

Vu les non-linéarités des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes traités, causées par l'hystérésis magnétique et les variations des identificateurs physiques, la résolution de ces équations ne peut se faire que par une voie purement numérique. Pour ceci, la méthode des volumes finis est choisie comme méthode de résolution. Ce choix est fondé sur un critère technico-économique. En effet, cette méthode, basée sur un principe de discrétisation, est économique, simple à mettre en œuvre et à implémenter sous notre environnement de *MATLAB*. Elle est aussi fortement précise en matière de résultats si le maillage du système à modéliser est adéquatement bien choisi.

En matière d'applications, nous nous sommes intéressés, au cours de ce travail, de mettre en œuvre les moyens d'incorporer des phénomènes d'hystérésis magnétiques dans une modélisation bidimensionnelle du champ magnétothermique dans les dispositifs électrotechniques en régime statique. Le modèle de *Jiles-Atherton* est un modèle physique de l'hystérésis magnétique. Il est valable pour la caractérisation des matériaux ferromagnétiques doux, tels que les aciers utilisés dans la construction électrique. Le cycle d'hystérésis du modèle de *Jiles-Atherton* est très sensible à la variation de ses paramètres. L'identification des paramètres du modèle de *Jiles-Atherton* est un processus difficile à réaliser, mais l'utilisation des techniques d'optimisation par algorithme génétique permet d'affranchir cette difficulté.

A vue de toutes ces considérations, l'économie du temps de calcul et l'élaboration des modèles proche de la réalité ainsi que l'identification exact des paramètres apparaissent comme des critères optimales.

Dans cette thèse, nous avons essayé d'introduire de nouvelle technique dans le calcul électromagnétique pour prenant en considération les obligations précédentes. Alors, nous avons proposé un modèle neurale pour la modélisation du cycle d'hystérésis magnétique, ce modèle nous a permis d'introduire les différents comportements externes influents sur le cycle d'hystérésis (fréquence, température,...). Les résultats de ces variations données par notre

modèle neural sont d'autant plus proches de la réalité que le cycle d'apprentissage a été réalisé sur la base de relevées expérimentales. Ainsi défini, ce modèle a été intégré dans un code de calcul volumes finis.

Les résultats obtenus en appliquant notre modèle neural au dispositif semblable au machine asynchrone axisymétrique repose sur un modèle inverse de *Jiles-Atherton* et un différentiel de reluctivité à des bonnes performances en vue de convergence numérique et donne des résultats très satisfaisants avec les données du cadre *SST*.

En matière d'applications, nous nous sommes intéressés, au cours de ce travail, à un type de dispositif de chauffage par induction pour différentes valeurs de fréquence, sur lesquels, le modèle proposé a été testé. Les résultats de la modélisation ainsi obtenus, soit à caractère magnétique (temporelle : tels que, le champ magnétique $H(t)$, l'induction magnétique $B(t)$ et la l'aimantation $M(H)$, spatiale : tel que, le potentiel vecteur magnétique, la densité de courant et la densité de puissance induite) ou thermique (spatiales que temporelles) sont présentés et discutés.

En perspectives, et à long terme, nous proposons l'utilisation d'un modèle neural modélisée à partir d'un modèle dynamique de l'hystérésis magnétique basé sur un banc d'essais bien adapté à la caractérisation des tôles magnétique, et menu d'un système d'acquisition de données informatisé, pour étudier le comportement du matériau dans les systèmes à haute fréquences, intégrer le modèle dans un code de calcul éléments finis couplant la résolution des équations de *Maxwell* à celles des équations thermiques et électriques (prise en compte d'une alimentation en tension) et l'application à d'autres dispositifs seront prévus.

ANNEXES

Annexe I - Evolution de la conductivité électrique en fonction de la température pour certains matériaux utilisés en électrotechnique.

Le Tableau A - 1 donne les valeurs σ_{ref} et $\alpha_{\sigma_{ref}}$ pour une température de référence T_{ref} de 20°C pour différents matériaux couramment utilisés en électrotechnique.

Matériau	$\sigma_{ref} (\Omega^{-1} \cdot m^{-1})$	$\alpha_{\sigma_{ref}} (K^{-1})$
Cuivre	5.9×10^7	3.9×10^{-3}
Aluminium	3.5×10^7	4.03×10^{-3}
Fer	1.04×10^7	6.5×10^{-3}

Tableau A - 1 - Conductivité électrique σ_{ref} et constante $\alpha_{\sigma_{ref}}$ pour différents matériaux et pour $T_{ref} = 20^\circ C$

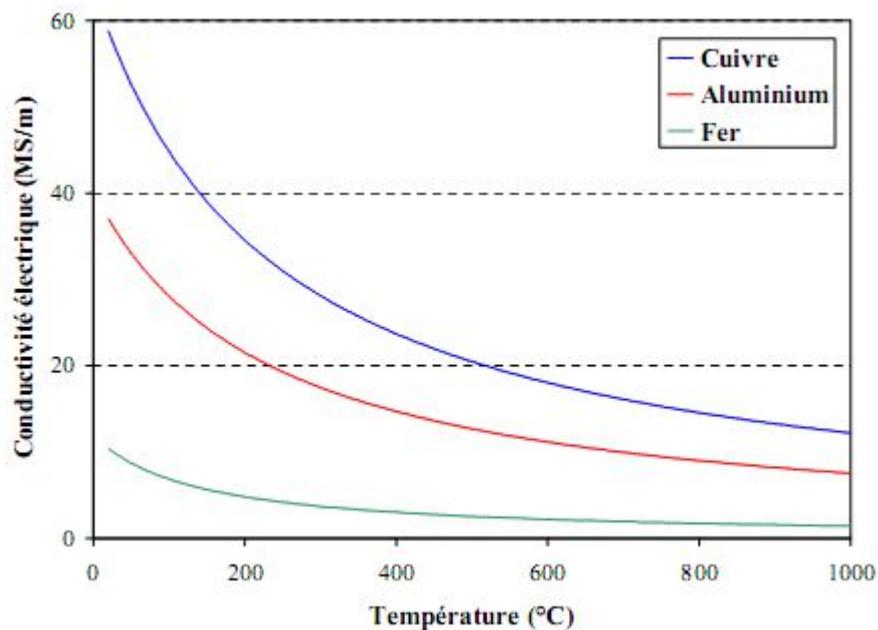


Figure A – 1- Evolution de la conductivité électrique en fonction de la température

- Cadre à bande unique (SST) [39].

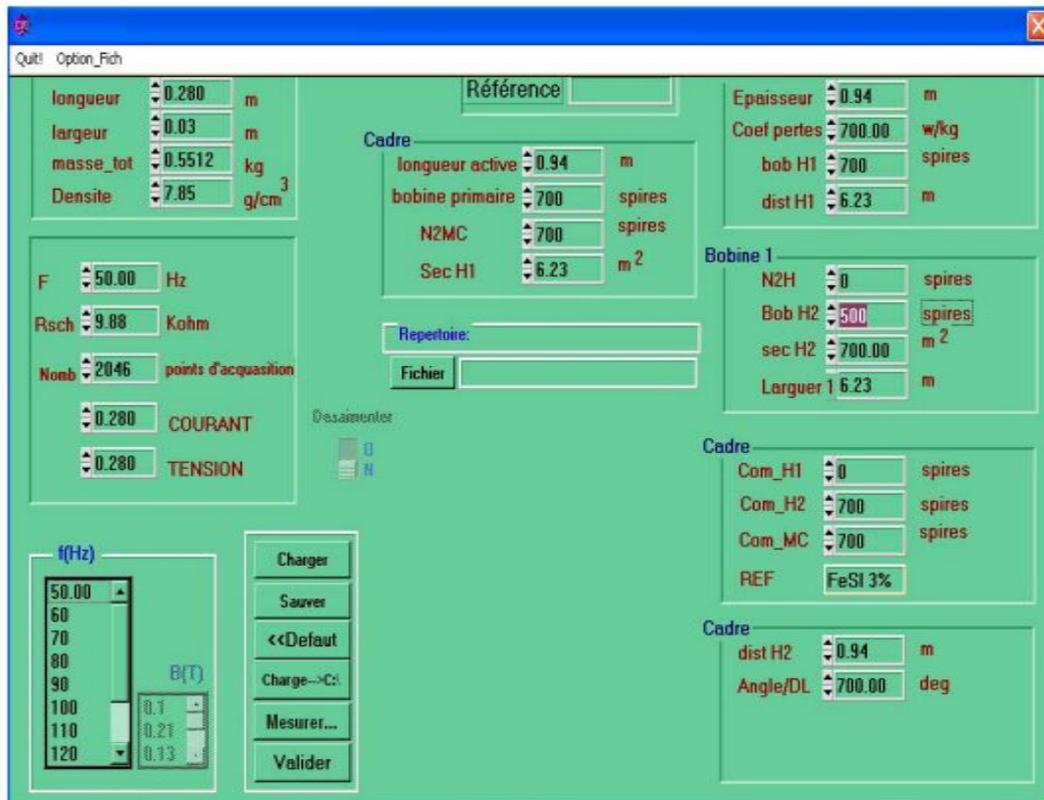


Fig.VI.4. Interface paramètre du cadre SST.

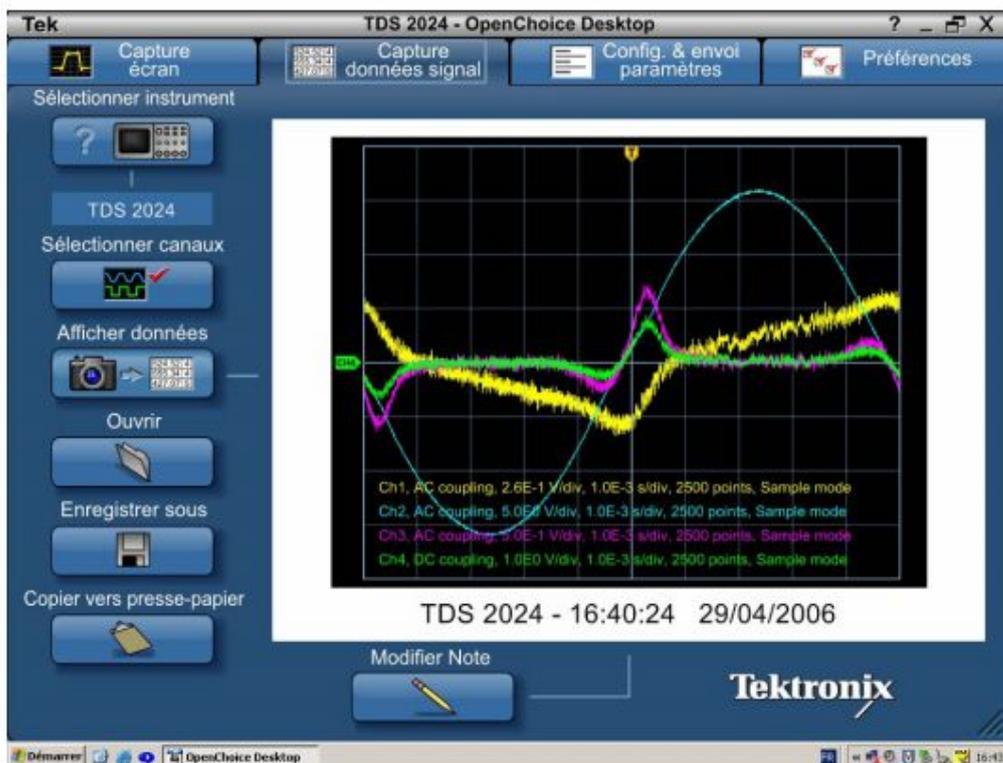


Fig.VI.6. Résultats différents signaux des capteurs associés aux cadre SST.

1- Option de l'algorithme génétique

Population type : Double vector

Population size : 100

Initial population : []

Initial scores : []

Initial scores : $[0.5 \times 10^6 \ 55 \ 0.15 \ 12 \ 1 \times 10^{-4}; 2.5 \times 10^6 \ 420 \ 0.65 \ 2 \times 10^{-4}]$

Creation function : Uniform

Scaling function : Shift linear

Selection function : Remainder

Crossover fraction : 0.8

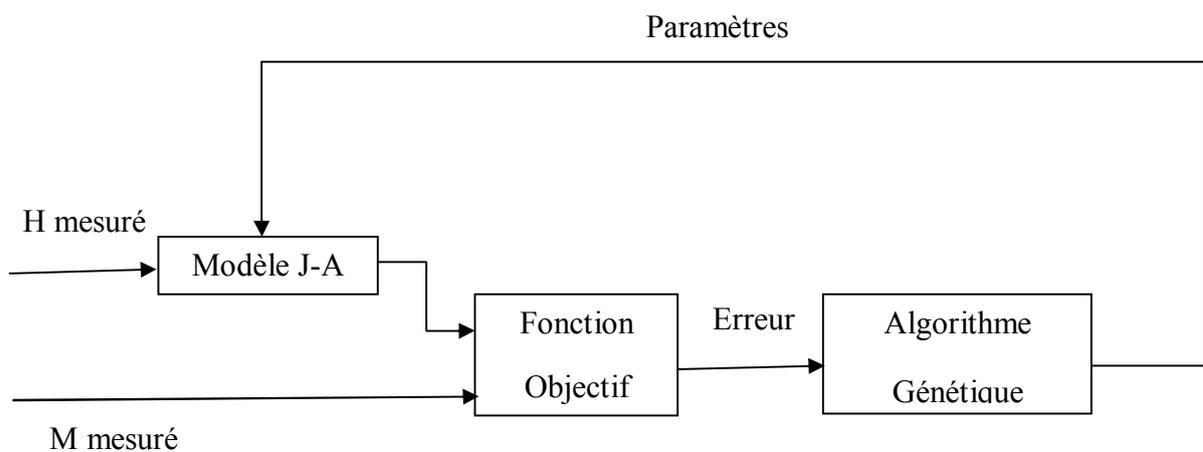
Mutation function : Gaussian

Crossover function : Intermediate

Generations : 200

Plot functions : Génération - fitness

2- Algorithme d'identification



LES PROPRIETES PHYSIQUES DES MATERIAUX

Le FeSi 3% [62]:

1.1 Les caractéristiques magnétiques du FeSi 3% limitent à la résistivité électrique :

T(°K)	313	378	415	467	522	567	625	671	722
ρ (Ωm)* 10^{-7}	8.765	9.118	9.398	9.672	9.93	10.28	10.63	10.71	11.01
T(°K)	773	824	878	921	975	1026	1078	1128	1175
ρ (Ωm)* 10^{-7}	11.17	11.26	11.52	11.85	11.95	12.17	12.25	12.39	12.54

1.2. Les caractéristiques thermiques : conductivité thermique (λ), chaleur spécifique (ρc_p) :

T(°K)	293	366	422	477	533	589	644	700	755
λ (w/m.°K)	62.5	60.98	57.71	54.56	52.74	49.96	45.13	41.27	41.63
ρc_p (J/kg.°K)* 10^6	3.458	3.898	4.101	4.207	4.336	4.475	4.723	4.898	5.217
T(°K)	811	866	922	977	1033	1089	1144	1200	1255
λ (w/m.°K)	38.6	37.14	34.98	31.85	30.19	29.03	27.11	26.65	27.12
ρc_p (J/kg.°K)* 10^6	5.611	5.704	5.889	7.931	7.946	4.865	4.798	4.797	4.796

L'air [21] :

2.1 Les caractéristiques thermiques : conductivité thermique (λ), chaleur spécifique (ρc_p) de l'air sont :

T(°K)	100	200	300	400	500	600
λ (w/m.°K)	0.00934	0.0181	0.0263	0.0338	0.0407	0.0469
ρc_p (J/kg.°K)* 10^3	3.669	1.758	1.169	0.8833	0.717	0.61
T(°K)	700	800	900	1000	1100	1200
λ (w/m.°K)	0.0524	0.573	0.062	0.0667	0.715	0.0763
ρc_p (J/kg.°K)* 10^3	0.5348	0.4785	0.4336	0.397	0.366	0.34

3. Le cuivre [21]:

3.1 Les caractéristiques thermiques : conductivité thermique (λ), chaleur spécifique (ρc_p) de cuivre sont :

T(°K)	100	200	300	400	600	800	1000	1200
λ (w/m.°K)	482	413	401	393	379	366	352	339
ρc_p (J/kg.°K)* 10^6	2.251	3.18	3.44	3.54	3.725	3.868	4.03	4.288

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Yvonnick Le Menach, "Contribution a la Modélisation Numérique Tridimensionnelle des Systèmes Electromagnétiques", Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 1999.
- [2] Thomas Henneron, " Contribution à la prise en compte des Grandeurs Globales dans les Problèmes d'Electromagnétisme résolus avec la Méthode des Eléments Finis", Thèse de doctorat, université Lille I, 2004.
- [3] Abdelkader Benabou, "Contribution a la caractérisation et a la modélisation de matériaux magnétique en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ", Thèse de doctorat, université Lille, 2002.
- [4] Zaatat Makni, "Contribution au Développement d'un Outil d'Analyse Multiphysique pour la Conception et l'Optimisation d'Actionneurs Électromagnétiques", Thèse de doctorat, Université Paris-Sud XI 2006.
- [5] Xiaodong Shi, "Contribution à la simulation du mouvement en 3D avec la méthode des éléments finis, appliquée à la modélisation des machines électriques", Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2005.
- [6] K. Fujiwara, T. Nakata, N. Takahashi, H. Ohashi, "On the continuity of the magnetizing current density in 3D magnetic field analysis with edge element", IEEE Trans. Mag., vol 31, pp 1364-1367, 1995.
- [7] Ould Amor Yassine, "Contribution a la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction", Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2000.
- [8] Miouat Azzouz, "Identification-Optimisation Paramétrique et Quantification des Pertes dans les Matériaux Ferromagnétiques Doux", Thèse de Magister, Université de Batna, 2006.
- [9] A. Ivanyi, "Hysteresis models in electromagnetic computation", Academia Kiado, Budapest, Hungary, 1997.
- [10] F. Liorzou, B. Phelps, D. L. Atherton, "Macroscopic Models of Magnetization", IEEE. Trans. Magn. Vol. 36, No. 2, March 2000.
- [11] Olaf Henzo, W. M. Rucker, "Identification Procedures of Preisach Model" IEEE Trans. Mag., vol 38, pp 833-836, March 2002.
- [12] D.C. Jiles et J.L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 61, pp. 48-60, 1986.
- [13] D. C. Jiles, J. B. Thoelke, M. K. Devine, "Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modelling of Magnetic Properties Using The Theory of Ferromagnetic Hysteresis", IEEE. Trans. Magn., Vol. 28, No. 1, January 1992.

- [14] N. Sadowski, N. J. Batistela, J. P. A. Bastos, and M. Lajoie-Mazenc, "An Inverse Jiles–Atherton Model to Take Into Account Hysteresis in Time-Stepping Finite-Element Calculations," *IEEE Transaction on Magnetics.*, vol. 38, pp 797-800, March. 2002.
- [15] E. Durand, "Magnétostatique", Edition Massont et Cie pp 474-484, 1968.
- [16] D.C. Jiles, "Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 30, No. 6, pp. 4326-4328, 1994.
- [17] G. Bertotti, "General properties of power losses in soft ferromagnetic materials", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No. 1, pp. 621-630, 1988.
- [18] Guillaume PARENT, "Mise en œuvre d'une technique de projection de grandeurs discrètes : application aux couplages magnétothermique et magnéto-mécanique", Thèse de doctorat, Université de Liège 2008.
- [19] C. Chaboudez, S. Clain, R. Glardon, J. Rappaz, M Swierkosz, R. Touzani, "Numerical modelling of induction heating of long workpieces", *IEEE Trans. Mag.*, Vol. 30, No 6., pp. 5028-5037, 1994.
- [20] Bruno Dodine, "Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique", Thèse de doctorat, Université de Henri Poincaré, Nancy-I, 2001.
- [21] Azzaoui Seddik, "Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Thermiques Couplés dans les Dispositifs de Chauffage par Induction par Couplage : Méthode des Volumes Finis (CVM) - Algorithme Alterné", Thèse de Magister, Université de Batna 2002.
- [22] Mokrani LAKHDAR, "Contribution à la CAO Optimisée des Machines Electriques, Application au Moteur Linéaire à Induction", Thèse de doctorat, Université de Batna, 2005.
- [23] Malika Remaki, " Méthodes Numériques pour les Equations de Maxwell Instationnaires en Milieu hétérogène", Thèse de doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées, 1999.
- [24] Robert Eymard, Thierry Gallouët and Raphaèle Herbin, " Finite Volume Methods", which appeared in *Handbook of Numerical Analysis*, Marseille, 1997.
- [25] S. V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," *Series in computational methods in mechanics and thermal sciences*, 1980.
- [26] Eric Goncalvès, "Resolution Numérique, Discrétisation des EDP et EDO", Institut National Polytechnique de Grenoble, 2005.
- [27] Nouicer Abdelmadjid, "Application des Techniques réseaux de Neurones et ondelettes aux Dispositifs Electromagnétiques", Thèse de doctorat, Université de Constantine, 2005.

- [28] H. L. Toms, R. G. Colclaser, M. P. Krefta, "Two Dimensional Finite Element Magnetic Modeling for Scalar Hysteresis Effects", *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 37, pp 982-988, March. 2001.
- [29] J. H. Holland, "Adaptation in natural and artificial systems", University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [30] D.E. Goldberg, "Algorithmes génétiques", Traduit de l'anglais (Américain) par Vincent Corruble, Editions Addison-Wesley France, S.A, juin 1994.
- [31] Nicolas Barnier, Pascal Brisset, "Optimisation par algorithme génétique sous contraintes", *Technique et Science Informatiques*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-29, 1999.
- [32] Omessaad Hajji, "Contribution au Développement de Méthodes d'optimisations Stochastiques. Application à la Conception des Dispositifs Electrotechniques", Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2003.
- [33] Nicolas Siauve, "Modélisation par Eléments Finis des Phénomènes Electromagnétiques en Hyperthermie et Optimisation des Applications", Thèse de doctorat, l'école centrale de Lyon, 2002.
- [34] Bouchachi Ismel, "Analyse par Optimisation Utilisant les Algorithmes Génétiques de Filtres Multicellulaires en Guides d'Ondes Cylindriques Métalliques Creux", Thèse de magister, Université de Constantine, 2010.
- [35] Z. Michalewicz, D. Dasgupta, R. Leriche, "Evolutionary Algorithms for Constrained Engineering Problems", *Computers & Industrial Engineering Journal*, Vol. 30, No. 2, 1996.
- [36] J. M. Alliot, T. Schiex, "Intelligence Artificielle & Informatique Théorique", Cepadue-Editions, Toulouse, pp. 441-460, 1994.
- [37] D. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", Addison Wesley, Don Mills, 1989.
- [38] L. Davis, "Handbook of Genetic Algorithms", Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
- [39] Naâs Badreddine "Etude et réalisation d'un dispositif de contrôle des caractéristiques des tôles des transformateurs de distribution", Mémoire de Magister, E.M.P ; 2006.
- [40] J. V. Leite, S. L. Avila, and others, "Real Coded Genetic Algorithm for Jiles-Atherton Model Parameters Identification," *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 34, pp 888-891, March. 2004.
- [41] K. Chwastek, J. Szczyglowski, "Identification of a Hysteresis Model Parameters with genetic Algorithms," *Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 71, pp. 206-211, 2006.

- [42] L. A. L. Almeida, G.S. Deep, A.M.N. Lima and H. Neff, "Modeling a magnetostrictive transducer using genetic algorithm," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 266-230, pp. 1262-1264, 2001.
- [43] Azzaoui Seddik, Srairi Kamel, Benbouzid M.E.H, "Hysteresis Modelling by Finite Volume Method for Jiles-Atherton Model Optimizing by a Genetic Algorithm Magnetic", *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications*, pp.191-198, Vol 3, No. 6, June 2011.
- [44] Efiout MUXIKA OLASAGASTI, "Application des Réseaux de Neurones a l'Identification d'un Axe de Machine-Outil", Thèse de doctorat, INPG, 2002.
- [45] Ouali Abdelhamid, "Evaluation de la Stabilité Transitoire des Réseaux Électriques par les Réseaux de Neurones Artificiels et les Plans d'Expériences", Mémoire de Magister, Université de Constantine, 2005.
- [46] C. Touzet, "Les Réseaux de Neurones Artificiels - Introduction au Connexionnisme", cours, exercices et travaux pratiques. Juillet 1992.
- [47] R. M. Parizeau, "Réseaux de neurones" Université Laval, Automne 2004.
- [48] A. Benabou, S. Clénet, F. Piriou, "Comparison of Preisach and Jiles-Atherton Models to Take into Account hysteresis phenomenon for Finte Element Analyse", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 28, pp. 139-160, 2003.
- [49] Azzaoui Seddik, Srairi Kamel, Benbouzid M.E.H, "Neural-Genetic Optimization of Magnetic Hysteresis in Integrated Electromagnetic System", *the Mediterranean Journal of Measurement and Control*, Vol. 9, No. 3, 2013.
- [50] Valérie Labbé, "Modélisation numérique du chauffage par induction Approche éléments finis et calcul parallèle", Thèse de doctorat, l'Ecole des Mines de Paris, 2002.
- [51] Maurice Orfeuill, "Electrothermie Industrielle ", Dunod, BORDAS, Paris, 1981.
- [52] M. Sven WANSER, " Simulation des phénomènes de chauffage par induction *Application à la trempe superficielle*", Thèse de doctorat, l'école centrale de Lyon, 1995.
- [53] F. Bioul, F. Dupert, "Application of Asymptotic Expansions to Model Tow-Dimensional Induction Heating Systems. Part I: Calculation of Electromagnetic Field Distribution", *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 41, pp 2496-2505, September 2005.
- [54] F. Bioul, F. Dupert, "Application of Asymptotic Expansions to Model Tow-Dimensional Induction Heating Systems. Part II: Calculation of Equivalent Surface Stresses and Heat Flux", *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 41, pp 2496-2505, September 2005.

- [55] Romain PASCAL, “ Modélisation du traitement thermique superficiel par induction”, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2003.
- [56] Eugeniusz Kurgan, “Analysis of Coupled Electric and Thermal Field Problems by Boundary-Element Method”, IEEE Transaction on Magnetics, vol. 32, pp 949-952, March. 2002.
- [57] Tan H. Pham, S .R H. Hoole, “Unconstrained Optimization of Coupled Magneto-Thermal Problems”, IEEE Transaction on Magnetics, vol. 31, pp 1988-1991, May 1995.
- [58] O. Michelsson, G. Scheinert, and F. H. Uhlmann, “Calculation of Strongly Coupled Thermal and Electromagnetic Fields in Pulse-Loaded Devices”, IEEE Transaction on Magnetics, vol. 38, pp 925-928, March. 2002.
- [59] In-gu Kwak, Song-yop Hahn “Design Sensitivity of Transient Electro-Thermal Problems for the Specific Temperature Distribution”, IEEE Transaction on Magnetics, vol. 36, pp 1148-1152, July. 2000.
- [60] B. Drobenko, O. Hachkevych, T. Kournyts’kyi, “A mathematical simulation of high temperature induction heating of electroconductive solids”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 50, pp 616-624, 2007.
- [61] P. Tixador, G. David, T. Chevalier, G. Meunier, K. Berger “Thermal-electromagnetic modeling of superconductors”, Cryogenics, vol. 47, pp 539-545, 2007.
- [62] M. CHAILLOUX Thibaut, “Caractérisation et modélisation de matériaux magnétiques en hautes températures en vue d’une application au filtrage CEM”, de doctorat, UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON 1, 2006.