

# **Metodología y Práctica de la Enseñanza FAMAF – U.N.C.**

## **INFORME FINAL**

**Título:** FUNCIONES Y FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA.

**Autores:** García, Julieta; Pérez Zurbano, Pablo; Romero, Viviana.

**Profesora Supervisora de MOPE:** Losano, Leticia.

**Carrera:** Profesorado en Matemática

**Fecha:** 24 de Noviembre de 2016





## **Clasificación:**

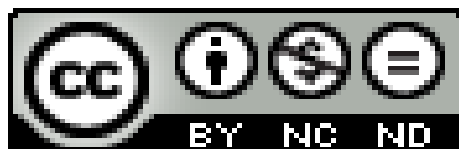
97 Mathematical Education

## **Palabras Claves:**

Relación, Magnitud, Sistema de Coordenadas Cartesianas, Variables, Función, Tabla, Gráfico, Función de Proporcionalidad Directa.

## **Resumen**

El presente informe describe la experiencia de la Práctica Profesional Docente efectuada por los autores en el marco de la asignatura Metodología y Práctica de la Enseñanza de la carrera Profesorado en Matemática. El tema asignado fue funciones y se desarrolló en tres divisiones de un tercer año de un colegio secundario de gestión estatal. Se describen la planificación de las clases, su puesta en práctica y sus correspondientes evaluaciones. Finalmente, se aborda una problemática emergida y reconocida en el seno de dicha práctica.



**Funciones y Función de proporcionalidad directa.** Por García, Julieta; Pérez Zurbano, Pablo; Romero, Viviana. Se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons Attribution-NonCommercial-SinDerivar 2.5 Argentina](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/argentina/).

## Índice

<b>Capítulo 1: Introducción.....</b>	<b>6</b>
1.1 Presentación.....	6
1.2 La Institución.....	6
1.3 Los cursos.....	7
1.4 La clase de matemática.....	9
1.5 Observaciones de jornada completa.....	10
<b>Capítulo 2: Diseño de la práctica e implementación en el aula.....</b>	<b>13</b>
2.1 Planificación anual del curso y contenidos a trabajar en las prácticas.....	13
2.2 Planificación e implementación de las prácticas profesionales.....	14
2.2.1 Metas, objetivos o expectativas de logro.....	14
2.2.2 Selección de los contenidos.....	16
2.2.3 La organización y secuenciación de los contenidos.....	16
2.2.4 Cronograma de clases.....	17
2.2.5 Tareas y actividades.....	23
2.2.6 Las evaluaciones.....	61
<b>Capítulo 3: Problemática.....</b>	<b>68</b>
3.1 Introducción.....	68
3.2 Delimitación de la problemática.....	68
3.3 Desarrollo de la actividad.....	70
3.4 Conclusiones.....	78
<b>Capítulo 4: Conclusiones finales.....</b>	<b>80</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>81</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>82</b>
Anexo I: Guía de uso del software GeoGebra.....	82
Anexo II: Actividad - La partícula.....	85
Anexo III: Trabajo práctico 2: Actividad experimental - Versión original.....	87

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Presentación.

El presente trabajo describe las Prácticas Profesionales Docentes que realizamos en 3er año en el marco de la asignatura Metodología y Práctica de la Enseñanza. Las mismas fueron desarrolladas entre los días 8 de agosto y 12 de septiembre del año 2016.

El proceso consistió en un período de observación, una etapa de planificación y una puesta en práctica de lo planificado. Durante las observaciones hicimos un reconocimiento de la institución focalizándonos en los cursos asignados. Observamos clases de matemática y de otras asignaturas, estas últimas durante la jornada de día completo. Seguidamente, trabajamos en la planificación de las clases. Para ello nos basamos en la información obtenida en la etapa anterior, en el programa de la materia, en bibliografía que trata la temática asignada (Bocco, M., 2010) y en los Diseños Curriculares vigentes. Finalmente, el período de práctica propiamente dicho, el cual se extendió de cuatro a seis semanas debido a contingencias inherentes al sistema educativo tales como feriados, asambleas y paros.

A continuación, procederemos a ofrecer una caracterización de la institución y de los cursos involucrados recuperando la información que consideramos pertinente con los objetivos de este trabajo. La misma está basada en datos obtenidos previamente al periodo de prácticas; ya sea por medio de las observaciones, de entrevistas con profesores y celadores o a través de información extraída de la página web de la institución.

### 1.2. La Institución.

La escuela fue fundada en el año 1942 en el marco de la sanción de la Ley provincial 3944 que versaba sobre la creación de la Escuela Normal, la cual tenía como propósito la formación de maestros para los niveles inicial y primario. Se encuentra ubicada en un barrio emblemático cercano al casco céntrico de la ciudad. Su arquitectura presenta un estilo neo-renacentista evidenciado por sus cuantiosos ventanales, sus arcos coronando las aberturas y sus numerosas escaleras. La majestuosidad edilicia responde a un empeño en enaltecer la preponderancia de su función.

Sus 9800 metros cuadrados cuentan con numerosos espacios además de las aulas. En la planta baja se encuentran los laboratorios de física, de química y de computación, una librería, una pileta climatizada, dos grandes patios con cancha de básquet y de fútbol, la sala de profesores, el kiosco, un museo de ciencias naturales y una sala destinada al Paicor. En el primer piso se sitúan la biblioteca, la cantina, el salón de actos, una sala de audiovisuales y un gabinete psicopedagógico. Cuenta también con un segundo piso y un subsuelo. Destacamos, además, que todos sus ambientes son bien amplios facilitando así el conveniente desarrollo de las actividades cotidianas. Posee servicio de wifi de acceso libre

pero se mantiene restringido el uso de algunas redes sociales como Facebook, Instagram o Twitter.

Respecto a su oferta educativa, brinda opciones en los cuatro niveles: inicial, primario, secundario y superior. En este último se dictan las carreras de Profesorado en Educación Inicial y Profesorado en Educación Primaria. Aclaramos, también, que la escuela presta sus instalaciones a otro instituto para el dictado de las carreras de Profesorado en Ciencias Económicas y Profesorado en Ciencias Jurídicas.

En lo que al nivel secundario se refiere, posee 5 divisiones para los cursos del Ciclo Básico y 6 para los cursos del Ciclo Orientado; lo cual nos ofrece una idea de la magnitud de la institución. Este último ciclo cuenta con una oferta educativa de cuatro especialidades: Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Arte y Educación Física.

Otro rasgo distintivo que se entrevé al ingresar al establecimiento es una labor de concientización referido al respeto por las diferencias, a la violencia de género y al cuidado del medio ambiente. Esto se ve reflejado en iniciativas tales como los cuantiosos afiches y esteras que revisten las paredes del edificio o la utilización de cestos de residuos reciclados.

### **1.3 Los cursos**

Las prácticas que nos convocan fueron llevadas a cabo en tercer año del Ciclo Básico. Las divisiones donde trabajamos fueron: Viviana en 3<sup>ro</sup> C, Pablo en 3<sup>ro</sup> D y Julieta en 3<sup>ro</sup> D. La profesora titular era la misma en las tres divisiones.

Seguidamente, nos enfocaremos en caracterizar los cursos asignados en lo que a sus cualidades comunes refiere para luego pasar a detallar las particularidades de cada uno.

Las tres aulas contaban con pizarrones blancos aptos para la utilización de fibrones. Tenían buena iluminación natural provista por sus numerosas ventanas. Disponían, además, de ventiladores y estufas (pantallas a gas). Los bancos eran dobles, móviles y estaban dispuestos en tres filas separadas por pasillos. La profesora disponía de un escritorio ubicado al frente, a uno de los lados del pizarrón.

La figura 1 nos muestra la distribución espacial del mobiliario de cada uno de los cursos:

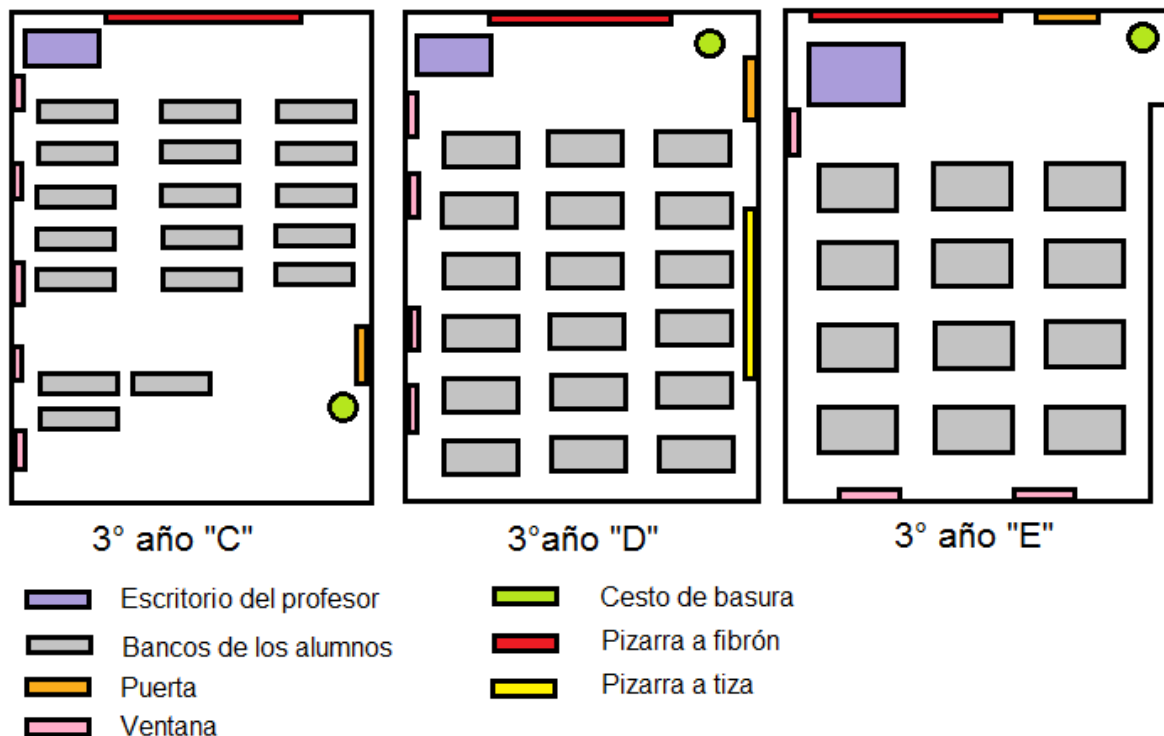


Figura 1. Distribución espacial del mobiliario de las aulas.

Con respecto a los recursos didácticos, en nuestras observaciones constatamos el uso de libros de textos, y fotocopias. Estaba a disposición el laboratorio de computación, el cual se debía reservar con antelación; como así también un proyector que no podía trasladarse a las aulas. Destacamos aquí que si bien los alumnos estaban beneficiados por el Plan Conectar Igualdad no era frecuente que llevaran las netbooks a la escuela.

Tercero C estaba integrado por 29 estudiantes, 14 varones y 15 mujeres. Disponían de una aula muy amplia de la cual solo se utilizaba la mitad. Esto permitía que los estudiantes pudieran desplazarse y trabajar cómodamente. En el curso se podía notar que había diversos grupos de afinidad conformados, no obstante, la relación entre los alumnos era de compañerismo. Los estudiantes conversaban bastante entre ellos, sin embargo, cuando las profesoras les preguntaban algo referido a la clase respondían con entusiasmo.

Tercero D estaba integrado por 32 estudiantes, 15 varones y 17 mujeres. Disponían de un aula amplia que les permitía ubicarse cómodamente. Constituían un curso bastante numeroso, si bien había conformados grupos de afinidad, se notaba una buena convivencia entre ellos. Había dos estudiantes integrados. En general, los alumnos eran conversadores y proclives a irrumpir con bromas durante las clases. Eran participativos, no tanto cuando se los interrogaba directamente, pero sí una vez que se implicaban en las actividades.

Tercero E estaba integrado por 22 estudiantes, 9 varones y 13 mujeres. Disponía de un aula de limitadas dimensiones físicas. En el seno del curso se podía distinguir la presencia de



grupos de afinidad, pero destacamos nuevamente la buena convivencia entre ellos. Se trataba de un grupo participativo, y bien dispuesto a la interacción verbal con los profesores. De hecho la mayoría se comprometía cuando eran interrogados.

Cabe mencionar que los días viernes en la última hora de matemática, el número de alumnos disminuía notablemente ya que en ese horario se servía la comida en el Paicor del colegio, motivo por el cual seis estudiantes llegaban más tarde a la clase.

#### **1.4 La clase de matemática.**

Habitualmente cuando la profesora ingresaba al aula, los estudiantes se ponían de pie para saludarla y luego se procedía con la toma de asistencia.

La docente solía comenzar sus clases dialogando con los alumnos y demostrando interés por sus inquietudes; todo esto entretanto se disponían los preparativos para el inicio de la actividad matemática. Se dirigía hacia ellos con tono sereno y amistoso pero cuando era necesario les llamaba la atención. Empleaba un vocabulario acorde a sus interlocutores pero sujeto al lenguaje matemático cuando los contenidos lo requerían. Optaba por corregir verbalmente sus intervenciones deteniéndose, de ser necesario, en problematizarlas cuando las mismas no eran del todo claras. Mantenía un trato afable y pudimos percibir que los alumnos sentían aprecio por ella. Debido a que trabajaban bastante de manera grupal, las clases eran bulliciosas puesto que los estudiantes debatían entre ellos las tareas a realizar o los problemas a resolver. Todo esto sucedía dentro de un marco que permitía el desarrollo habitual de las actividades.

El recurso principal de la profesora era el pizarrón. Lo empleaba en todo momento dejando registrado cada conocimiento que circulaba durante el desarrollo de la clase. Dichas clases iniciaban con una explicación del tema a desarrollar lo que permitía institucionalizar los conceptos involucrados. Luego, la profesora recuperaba lo trabajado en la clase anterior de la que solían quedar ejercicios para corregir y, a partir de ellos, articulaba los contenidos subsiguientes. A continuación, les presentaba a los estudiantes ejercicios que copiaba en la pizarra. Para su resolución estipulaba un tiempo y, a renglón seguido, procedían a corregirlos, ya sea en voz alta o instando a los alumnos a que pasen al frente a dar las respuestas. Formulaba preguntas frecuentemente para cerciorarse de que los alumnos hubiesen comprendido y, ante sus intervenciones orales, hacía hincapié en que se expresen correctamente. Cabe destacar, también, que no dejaba tarea para el hogar sino que todas las actividades eran resueltas en el aula. Las evaluaciones tomaban la forma de trabajos prácticos ya sean de carácter individual o grupal.

Otro rasgo de las clases era el interés de la profesora en problematizar los asuntos de actualidad inherentes a la educación de los alumnos. Se tomaba su tiempo para abordarlos a través del diálogo propiciando reflexiones conducentes a la conformación de ciudadanos. A modo de ejemplo, citamos una ocasión en que los estudiantes le plantearon no hacer nada porque se declaraban de asamblea. Le manifestaron quejas acerca de lo que ellos reconocían como disfuncionalidades del aula como, por ejemplo, que la disposición de las

ventanas dejaban el paso directo del sol y con ello el calor consecuente. Ante la situación, la profesora les comentó que la iniciativa estaba dentro de sus derechos pero que la manera de proceder no era la correcta. A continuación, les explicó detalladamente los pasos y las formalidades a seguir para poder convocarla conforme a las normas de la institución.

Los horarios de las clases de matemática se muestran en la siguiente tabla:

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
7:45 a 8:25			3° E		
8:25 a 9:05			3° E		
9:15 a 9:55	3° C				3° E
9:55 a 10:35	3° C				3° E
10:45 a 11:25			3° D	3° D	3° C
11:25 a 12:05			3° D	3° D	3° C
12:10 a 12:50		3° C	3° D		3° E
12:50 a 13:30					

Tabla.1. Horarios de la clase de matemática

### 1.5 Observaciones de jornada completa.

#### Tercero C:

La observación se llevó a cabo un día viernes, jornada en la que se dictaban las siguientes asignaturas: Historia, Literatura, Matemática y Tecnología; teniendo asignadas dos horas cátedras<sup>1</sup> cada una. Al igual que en el resto de las divisiones, omitiremos detallar la clase de matemática debido a que éstas ya fueron descritas en el apartado anterior.

La clase de Historia comenzó con el saludo de la docente y posterior toma de asistencia. Los estudiantes se pusieron de pie para saludar a la profesora. Ella repartió las evaluaciones tomadas en la clase anterior y les solicitó a los que habían faltado que se sienten en los bancos del fondo para que puedan realizarla. La clase trató sobre los sucesos ocurridos desde la Revolución de Mayo de 1810 hasta llegar a la Independencia de 1816. La profesora del curso, además de explicar oralmente dichos sucesos, se valió de una línea de tiempo que dibujó en el pizarrón. Sobre ella iba escribiendo ciertos hechos considerados trascendentales. Unos minutos antes de que tocara el timbre la profesora comentó los temas que debían estudiar para rendir el exámen de historia ya que en pocos días tenían los exámenes de materias previas. Luego tocó el timbre y los alumnos salieron al recreo.

La clase de Literatura comenzó con el saludo a la profesora. Seguidamente, indicó las páginas del libro de texto, referido a mitología griega, que debían leer. Permitió que aquellos alumnos que no tenían el libro bajaran a sacar las fotocopias correspondientes. Ella fue designando a los alumnos que leerían de pie y les indicaba hasta qué párrafo del texto debían leer. Luego, señaló las actividades del libro que debían realizar y les dió un tiempo

---

<sup>1</sup> Una hora cátedra corresponde a 40 minutos de clase.

determinado para hacerlo. El trabajo se realizó de manera individual y, una vez finalizado, les solicitó que lean las respuestas en voz alta indicando, también en este caso, quiénes lo harían. Los alumnos mantuvieron el orden durante toda la clase, salvo algunas excepciones en las que conversaban en voz alta lo que requirió la intervención de la docente.

La clase de Tecnología no pudo ser observada debido a la ausencia del profesor. En consecuencia los alumnos se retiraron anticipadamente concluyendo así la jornada de observaciones.

#### Tercero D:

Se observó un día miércoles y las materias dictadas fueron: Formación para la Vida y el Trabajo (dos horas cátedras), Tecnología (una hora cátedra), Química (una hora cátedra), y Matemática (tres horas cátedras).

Durante la clase de Formación para la Vida y el Trabajo, luego de saludar y tomar asistencia, el profesor les repartió a los alumnos unas fotocopias para ser leídas en voz alta. Las mismas habían sido extraídas de un libro de texto y versaban sobre los derechos de los trabajadores. Ellas iban acompañadas de un artículo titulado “Procesos Macroculturales y Globalización”. La actividad consistía en una lectura crítica tanto del texto como del artículo para luego contrastarlos y responder una serie de preguntas. Comenzaron leyendo el texto siendo el profesor quien seleccionaba al alumno que debía leer en voz alta. A medida que se avanzaba en la lectura el profesor iba introduciendo comentarios para explicar aquello que juzgaba necesario. Los contenidos del escrito despertaron un genuino interés por parte de los estudiantes el cual fue demostrado por los numerosos interrogantes que planteaban. El profesor respondía con gran dedicación y solía recurrir a variados ejemplos susceptibles de involucrarlos. A continuación, prosiguieron con la lectura del artículo deteniéndose por momentos para cotejar con el texto. La clase se desarrolló completamente de manera oral, no fue empleado el pizarrón ni ningún recurso a excepción de las fotocopias.

La hora de Tecnología se utilizó para concluir el trabajo anterior dado que el profesor titular era el mismo para ambas materias. De este modo pudo dar un cierre a la actividad e invitar a la clase a reflexionar sobre los asuntos que se fueron planteando. Las preguntas establecidas en la guía de trabajo fueron tratadas oralmente y el profesor les solicitó que en sus casas las completen para su posterior corrección.

En la clase de Química, los alumnos se dedicaron a realizar una evaluación que tenían prevista. La misma era de carácter grupal, a resolver con el compañero de banco. Una vez entregadas las consignas los alumnos se abocaron de lleno a su resolución. La profesora fue muy consultada durante el examen y ella respondía conforme a la pertinencia de la pregunta. La mayoría fue entregando sobre la hora y, una vez que tocó el timbre, la profesora se quedó unos minutos más a esperar a tres alumnos que no habían terminado.

#### Tercero E:

La jornada corresponde a un día miércoles y las materias programadas son: Matemática, Física y Geografía, teniendo dos horas cátedras de cada una.

Durante la clase de Física se tomó una evaluación que integraba nociones relacionadas al concepto de fuerza. La misma era de carácter individual y requirió de las dos horas de clase. Se produjeron varias consultas, las cuales eran formuladas en voz alta o, en su defecto, se llamaba a la profesora al banco. A medida que los alumnos iban terminando, entregaban su respectiva hoja y volvían a sentarse.

La clase de Geografía no se dictó dada la ausencia de la profesora. Los alumnos se retiraron anticipadamente, dando por finalizada así la jornada de observación completa.

En el presente capítulo describimos la institución y los cursos en donde realizamos nuestras prácticas docentes, así como también la manera de trabajar de los alumnos en la clase de matemática y en otras asignaturas.

Como dijimos en un principio, toda la información presentada hasta el momento fue obtenida durante el periodo previo a las prácticas propiamente dichas. En el capítulo siguiente nos dedicaremos a exponer las actividades planificadas conjuntamente con su proceso de implementación.

## Capítulo 2

### Diseño de la práctica e implementación en el aula

En este capítulo realizaremos una descripción de la planificación y del proceso de su implementación dentro del aula. Comenzaremos justificando el recorte temático realizado para luego introducirnos de lleno en la implementación de las actividades propuestas. Durante esta instancia recuperaremos aportes de las producciones de los estudiantes y algunas apreciaciones nuestras que contribuyan a explicar con mayor claridad el proceso vivido. Finalizamos el capítulo presentando los resultados obtenidos por los alumnos durante las etapas de acreditación de los aprendizajes.

#### 2.1 Planificación anual del curso y contenidos a trabajar en las prácticas.

El programa anual de la profesora está dividido en tres secciones. La primera, titulada *Aprendizajes y Contenidos*, está integrada por tres bloques temáticos. Cada uno de ellos está estructurado en torno a un eje vertebrador y tiene una duración de un trimestre. Seguidamente, se encuentran los *Criterios y Formas de Evaluación* y se concluye con la sección *Bibliografía y/o Webgrafía de base para los estudiantes*.

El eje vertebrador para el primer bloque es «Números y Operaciones» y en el mismo se abordan los diferentes tipos de números (características, propiedades) hasta llegar a los reales. El eje vertebrador del segundo bloque es «Expresiones Algebraicas y Funciones». En este bloque se desarrolla la temática de nuestras prácticas y, por lo tanto, será descrito detalladamente a continuación. Finalmente, el eje vertebrador del tercer bloque es «Geometría y Trigonometría» en donde se trabajan nociones tales como razón, proporcionalidad y semejanza inscriptas en estas áreas de la matemática.

Seguidamente, presentamos los aprendizajes y contenidos completos del bloque 2. Aquellos que nos tocaron desarrollar durante nuestras prácticas se señalan con negrita.

#### Bloque temático 2. Eje vertebrador: Expresiones Algebraicas y Funciones

Reconocer polinomios. Operar con expresiones algebraicas aplicando propiedades y resolver productos especiales. Resolver ecuaciones y utilizarlas como recursos en la resolución de problemas. Perímetro y área con expresiones algebraicas. Uso del lenguaje y simbolismo algebraico. Uso de ecuaciones lineales con dos variables empleando diferentes métodos de resolución. **Interpretación de gráficos de funciones. Análisis de dominio e imagen, crecimiento y decrecimiento, continuidad y discontinuidad. Interpretación de tablas, gráficos y fórmulas. Análisis de la pendiente de una recta. Gráfica de una función por tabla, pendiente y ordenada al origen. Clasificación de funciones. Funciones de proporcionalidad. Resolución de ejercicios y problemas.**

Previamente a nuestras prácticas la profesora había desarrollado el primer bloque temático. Durante el período de observaciones estuvieron trabajando con expresiones algebraicas de primer grado aplicándolas al cálculo de perímetros de diversas figuras geométricas.

Continuaron integrando progresivamente expresiones más complejas hasta llegar a la multiplicación de binomios. Cabe destacar, además, que la profesora de matemática junto a la de tecnología trabajaron mancomunadamente en un proyecto referido a las adicciones. En este marco introdujo a los estudiantes en las nociones básicas de estadística. Este proyecto fue llevado a cabo durante el período previo a nuestras observaciones.

En este punto queremos mencionar que desarrollar todos los contenidos que se nos habían sugerido era algo que excedía nuestras posibilidades, principalmente si considerábamos el tiempo que teníamos destinado a las prácticas. Señalamos, también, que la profesora nos dió libertad en cuanto al recorte que debíamos hacer de los mismos.

Para pensar este recorte, consideramos el hecho de que la temática resultaba totalmente nueva para nuestros alumnos ya que la misma no había sido tratada en años anteriores. Inclusive los estudiantes no habían trabajado previamente con la representación de puntos en el plano ni con sistemas de coordenadas cartesianas. En consecuencia, decidimos proyectar una planificación nutrida de contenidos significativos propiciando que cada noción vaya emergiendo de un contexto provisto de sentido. Con esta meta y buscando enriquecer la propuesta, optamos por recurrir a diversos escenarios tales como laboratorios y por incorporar las TICs en nuestra planificación. Nuestra iniciativa responde al hecho de que al ser sus primeros pasos dentro de un tema tan amplio y fértil, consideramos oportuno inclinarnos por buscar sentar una base lo más sólida posible, aún si esto significaba que no podríamos abarcar todos los temas de la unidad.

## **2.2 Planificación e implementación de las prácticas profesionales.**

Para estructurar esta parte del informe recurriremos a las categorías presentadas por Gvirtz y Palamidessi (2008). Los autores proponen el siguiente conjunto de variables para guiar el diseño de una planificación:

- Las metas, objetivos o expectativas de logro.
- La selección de los contenidos.
- La organización y secuenciación de los contenidos.
- Las tareas y actividades.
- La selección de materiales y recursos.
- La participación de los alumnos.
- La organización del escenario.
- La evaluación de los aprendizajes.

### **2.2.1 Metas, objetivos o expectativas de logro.**

Al momento de iniciarse la etapa de planificación fuimos generando y consensuando expectativas que teníamos en relación con nuestras prácticas. Dichas expectativas se fueron cristalizando en objetivos, depositarios tanto del sentido aportado por nuestra formación a lo largo de la carrera, como de la información que fuimos recabando durante esta fase inicial

del proceso de planificación. La delineación de los objetivos responde a diversas fuentes consideradas, entre ellas destacamos: las finalidades y objetivos consignados en el Diseño Curricular vigente dentro del Encuadre General, los objetivos establecidos en el tomo 2 del mismo documento, el programa de la asignatura, la entrevista que mantuvimos con la docente tutora, las observaciones que realizamos en los cursos asignados, los consejos y sugerencias de nuestra profesora supervisora de prácticas y, finalmente, el espíritu que queríamos otorgarle a nuestra experiencia intentando promover una práctica de enseñanza provista de sentido y que en, su medida, contribuya a desarrollar el sentido crítico de nuestros alumnos.

En el afán por definir los objetivos que guiaron nuestras prácticas, vamos a discriminar entre objetivos generales y específicos. Los primeros responden a la concepción de propiciar una formación integral, presentando a los estudiantes situaciones que los lleven a valorar el aporte de la disciplina tanto en la vida cotidiana como en lo referido a su relevancia para el desarrollo de un espíritu crítico e inquisitivo. Y los segundos vienen guiados por expectativas relacionadas con los aprendizajes matemáticos que buscábamos promover en nuestros alumnos.

### **Objetivos generales.**

- Fomentar el trabajo en equipo donde prime el espíritu colaborativo en la construcción del conocimiento.
- Presentar actividades donde los alumnos conjeturen, experimenten y saquen conclusiones de modo que se introduzcan en el método científico.
- Que los estudiantes comprendan la relevancia de la matemática tanto en las aplicaciones que afectan sus intereses cotidianos como en lo referido a su importancia como producción cultural digna de ser aprendida.
- Utilizar las TICs y las cuantiosas herramientas que brinda para el aprendizaje de la matemática.

### **Objetivos específicos.**

Que nuestros alumnos:

- Comprendan las nociones de relación y función y otras nociones vinculadas tales como magnitud, variable independiente y variable dependiente, sistema de coordenadas cartesianas y par ordenado.
- Comprendan la noción de función de proporcionalidad directa.
- Construyan e interpreten gráficos y obtengan información a partir de los mismos.
- Confeccionen e interpreten tablas.

- Trabajen con algunas aplicaciones del programa Geogebra y puedan explorar sus cuantiosas prestaciones.

### **2.2.2 Selección de los contenidos.**

Para la selección de los contenidos, tuvimos en cuenta aquellos contenidos y aprendizajes relacionados con la temática asignada que figuran en el bloque 2 del programa de la materia (resaltados en negrita en la página n° 14).

Nuestra primera tentativa fue contemplarlos a todos en la planificación, de hecho habíamos armado las 5 primeras clases siguiendo esta iniciativa. Luego, guiados por nuestra supervisora, estuvimos estimando los tiempos aproximados que llevarían las actividades y nos encontramos con la necesidad de realizar un recorte. La selección realizada tuvo que considerar el hecho de que los alumnos no habían tenido contacto con el tema anteriormente, por ende, debimos recurrir a aprendizajes y contenidos correspondientes a años anteriores. Finalmente, la selección se vio atravesada por el enfoque que pretendimos darle a nuestras prácticas, es decir, ir presentando actividades significativas que conlleven a la emergencia de los conceptos que nos propusimos trabajar.

Los aprendizajes y contenidos que trabajamos fueron:

- Relación.
- Magnitud.
- Variable. Variable independiente. Variable dependiente.
- Función.
- Sistema de coordenadas cartesianas.
- Par ordenado.
- Construcción e interpretación de tablas.
- Construcción e interpretación de gráficos de funciones y de relaciones. Análisis de pendientes e intervalos de tiempo.
- Función de proporcionalidad directa.
- Constante de proporcionalidad.

### **2.2.3. La organización y secuenciación de los contenidos.**

La manera en que íbamos a organizar y secuenciar los contenidos generó un gran debate dentro del grupo de trabajo. Ya habíamos definido el carácter que iban a adoptar nuestras prácticas y debíamos proceder en consecuencia. La iniciativa que primó en la disposición que fuimos adoptando fue la de comenzar con una actividad exploratoria susceptible de convocar a los estudiantes y llevarlos al ejercicio de la reflexión. Pretendíamos también, que esta actividad verse sobre alguna situación en donde la observación y la intuición constituyan herramientas de abordaje. Esta dinámica fue conservada durante todo el proceso, es decir,



presentar actividades introductorias de las temáticas para luego pasar a la parte de institucionalización de los contenidos trabajados.

Entonces, conforme a lo comentado en el párrafo precedente, se fue delineando la siguiente secuenciación de contenidos. Junto a ellos referimos la actividad de la cual emergieron o con la cual se consolidaron<sup>2</sup>.

- Interpretación de gráficos y tablas. Nociones de relación y magnitud. Estos contenidos fueron tratados durante la primera actividad titulada *Visita al Cristo Redentor*. Además, surge en esta instancia la necesidad de introducir las ideas de intervalo de tiempo, segmento unidad y pendiente.
- Sistema de coordenadas cartesianas y par ordenado. Para presentar y consolidar estos contenidos se acudió a la actividad que llamamos *Constelación de Orión* y al *Trabajo Práctico 1: Matematizando mi recorrido en el colegio*.
- Variable, variable independiente, variable dependiente y función. Estos contenidos fueron introducidos por medio de la actividad *Temperatura en la Ciudad de Córdoba*. Se realizó, a continuación, un repaso integrativo de los temas trabajados al momento.
- Función de proporcionalidad directa y constante de proporcionalidad. Estas nociones emergieron durante el desarrollo del *Trabajo Práctico 2: Actividad experimental*. El mismo responde a la idea de experimentar con diversos escenarios dado que dicho trabajo fue programado para que incluya una parte en el laboratorio de física y otra en el de computación. Anticipamos aquí que por motivos organizacionales de la institución no pudimos disponer del segundo. En consecuencia, la actividad fue reformulada tal como lo explicaremos en la sección 2.2.5 (p. 46). Este trabajo práctico también requiere acudir a los conceptos de diámetro, volumen, semirrecta y promedio aritmético; y presentar, además, la noción de recta de ajuste. Finalmente, para consolidar los contenidos de este apartado, recurrimos a la actividad titulada *Perímetros*.

#### **2.2.4 Cronograma de clases.**

El cronograma planificado para el periodo de prácticas tenía una duración de 4 semanas. Se pensaba dedicar la primera semana de clases a introducir las nociones referidas a magnitud, par ordenado, sistema de ejes cartesianos mediante las actividades *Visita al Cristo Redentor* y *Constelación de Orión*. En la segunda semana estaba previsto realizar trabajo práctico 1, llamado *Matematizando mi recorrido en el colegio*, de manera completa. La tercera semana se iba a dedicar a institucionalizar la noción de función a través de la actividad *La temperatura de la Ciudad de Córdoba* y se comenzaría la primera parte del trabajo práctico 2, llamado *Actividad experimental*. En la cuarta semana retomaríamos dicho trabajo práctico

---

<sup>2</sup> Cabe destacar que las mismas serán explicadas con detalle en la sección donde se incluyen las tareas y actividades (sección 2.2.5).

y finalizaríamos institucionalizando la noción de función de proporcionalidad directa. Debido a paros docentes, asambleas y otros imponderables, el cronograma tuvo que ser modificado. Estos cambios hicieron que las clases de cada miembro se fueran desfasando.

Se presenta, a continuación, el cronograma implementado en cada uno de los cursos durante el periodo de prácticas. En el mismo se describen los contenidos, aprendizajes y actividades desarrolladas durante las clases (ver Tabla 2). Las actividades están enunciadas con el nombre que le fuimos adjudicando a cada una y los trabajos prácticos n° 1 y 2 aparecerán abreviados como TP1 y TP2 respectivamente. Recordemos que, si bien se advierten diferencias en cuanto al número de clases de las divisiones, todas tenían una carga horaria de cinco horas cátedras semanales. Finalmente, destacamos que pudimos desarrollar todas las clases planificadas, con excepción de 3<sup>ro</sup>C en el que no se pudo dar la última clase debido a que los atrasos producidos condujeron a que se solapen las prácticas con el inicio de las actividades propias de la semana del estudiante.

CLASE	3 <sup>ro</sup> C	3 <sup>ro</sup> D	3 <sup>ro</sup> E
1	<p>Presentación de los practicantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Introducción a la temática de las prácticas.</p> <p>-Visita al Cristo Redentor (hasta el ítem e).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Magnitud y relación.</p> <p>-Interpretación de gráficos.</p>	<p>Presentación de los practicantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Introducción a la temática de las prácticas.</p> <p>-Visita al Cristo Redentor</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>- Magnitud y relación.</p> <p>-Interpretación de gráficos y tablas.</p> <p>-Noción de intervalo.</p> <p>-Relato interpretativo de un gráfico.</p>	<p>Presentación de los practicantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Introducción a la temática de las prácticas.</p> <p>-Visita al Cristo Redentor (hasta el ítem e).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Magnitud y relación.</p> <p>-Interpretación de gráficos.</p>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Visita al Cristo Redentor (ítem f y g).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos y tablas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Constelación de Orión.</p> <p>-¿Qué gráfico representa a quien?.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Sistema de coordenadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Visita al Cristo Redentor (ítem f y g).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos y tablas.</p>

	<p>-Noción de intervalo.</p> <p>-Relato interpretativo de un gráfico.</p>	<p>cartesianas.</p> <p>-Par ordenado.</p> <p>-Interpretación de gráficos.</p>	<p>-Noción de intervalo.</p> <p>-Relato interpretativo de un gráfico.</p>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Constelación de Orión.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>-Par ordenado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 1).</p> <p>-La familia</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Mediciones de tiempos y distancias.</p> <p>-Construcción de tablas.</p> <p>-Interpretación de gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Constelación de Orión.</p> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 1).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>-Par ordenado.</p> <p>-Mediciones de tiempos y distancias.</p> <p>-Construcción de tablas.</p>
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-La familia.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 2).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de tablas.</p> <p>-Construcción de gráficos haciendo uso del software GeoGebra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 2).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de tablas.</p> <p>-Construcción de gráficos haciendo uso del software GeoGebra.</p>
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 1).</p> <p>-¿Qué gráfico representa a quien?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Mediciones de tiempos y</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 3).</p> <p>-Temperatura de la Ciudad de Córdoba.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 3).</p> <p>-Temperatura de la Ciudad de Córdoba.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos.</p>

	<p>distancias.</p> <p>-Construcción de tablas</p> <p>-Interpretación de gráficos.</p>	<p>gráficos.</p> <p>-Variable independiente y dependiente.</p> <p>-Noción de función y reconocimiento de gráficos que representan funciones.</p>	<p>-Variable independiente y dependiente.</p> <p>-Noción de función y reconocimiento de gráficos que representan funciones.</p>
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 2).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de tablas.</p> <p>-Construcción de gráficos haciendo uso del software GeoGebra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP2: Actividad experimental (Parte 1).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Toma de mediciones.</p> <p>-Cálculo de volúmenes.</p> <p>-Construcción de tablas.</p> <p>-Identificación de variables.</p> <p>-Elaboración de hipótesis.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP2: Actividad experimental (Parte 1).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Toma de mediciones.</p> <p>-Cálculo de volúmenes.</p> <p>-Construcción de tablas.</p>
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP1: Matematizando mi recorrido en el colegio (Parte 3).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP2: Actividad experimental (Parte 2).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de tablas y gráficos.</p> <p>-Estimación de puntos en el plano.</p> <p>- Recta de ajuste.</p> <p>-Contraste y validación de hipótesis.</p> <p>-Repaso de la noción de función y reconocimiento de gráficos que representan funciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Continuación TP2: Actividad experimental (Parte 1).</p> <p>-Tanque de agua.</p> <p>-¿Qué gráfico representa a quien?.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Identificación de variables.</p> <p>-Elaboración de hipótesis.</p> <p>-Interpretación de gráficos y tabla.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Temperatura de la Ciudad</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Institucionalización del</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP2: Actividad</p>

8	<p>de Córdoba.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos.</p> <p>-Variable independiente y dependiente.</p> <p>-Noción de función y reconocimiento de gráficos que representan funciones.</p>	<p>TP2: Actividad experimental.</p> <p>-Perímetros.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Búsqueda de regularidades en una tabla.</p> <p>-Promedio aritmético.</p> <p>-Constante de proporcionalidad.</p> <p>-Función de proporcionalidad directa.</p>	<p>experimental (Parte 2).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de tablas y gráficos.</p> <p>-Estimación de puntos.</p> <p>- Recta de ajuste.</p> <p>-Contraste y validación de hipótesis.</p>
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Tanque de agua.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos y tabla.</p> <p>-Identificación de variables.</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Institucionalización del TP2: Actividad experimental.</p> <p>-Perímetros.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Búsqueda de regularidades en una tabla.</p> <p>-Promedio aritmético.</p> <p>-Constante de proporcionalidad.</p> <p>-Función de proporcionalidad directa.</p>
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP2: Actividad experimental (Parte 1).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Toma de mediciones.</p> <p>-Cálculo de volúmenes.</p> <p>-Construcción e</p>		

	<p>interpretación de tablas.</p> <p>-Identificación de variables.</p> <p>-Elaboración de hipótesis.</p>		
11	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Continuación Tanque de agua.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de gráficos y tabla.</p> <p>-Identificación de variables.</p>		
12	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-TP2: Actividad experimental (Parte 2).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Interpretación de tablas y gráficos.</p> <p>-Estimación de puntos.</p> <p>- Recta de ajuste.</p> <p>-Contraste y validación de hipótesis.</p>		
13	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividades desarrolladas:</li> </ul> <p>-Institucionalización del TP2: Actividad experimental.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprendizajes y contenidos:</li> </ul> <p>-Búsqueda de regularidades en una tabla.</p> <p>-Promedio aritmético.</p> <p>-Constante de proporcionalidad.</p> <p>-Función de proporcionalidad directa.</p>		

Tabla 2: Cronograma de clases implementado

### **2.2.5 Tareas y actividades.**

En esta sección describiremos las actividades realizadas, cómo se fueron implementando cada una de ellas en el aula y algunas decisiones que fuimos tomando durante las prácticas. Además, detallaremos la participación de los alumnos y la organización del escenario a lo largo de este recorrido.

La mayoría de las actividades se realizaron de manera grupal (generalmente entre 2 y 4 integrantes por grupo), favoreciendo así el trabajo colaborativo y el intercambio de ideas. Las mismas se entregaban en fotocopias al momento en que se presentaba cada una de ellas.

#### *Comenzando a interpretar gráficos...*

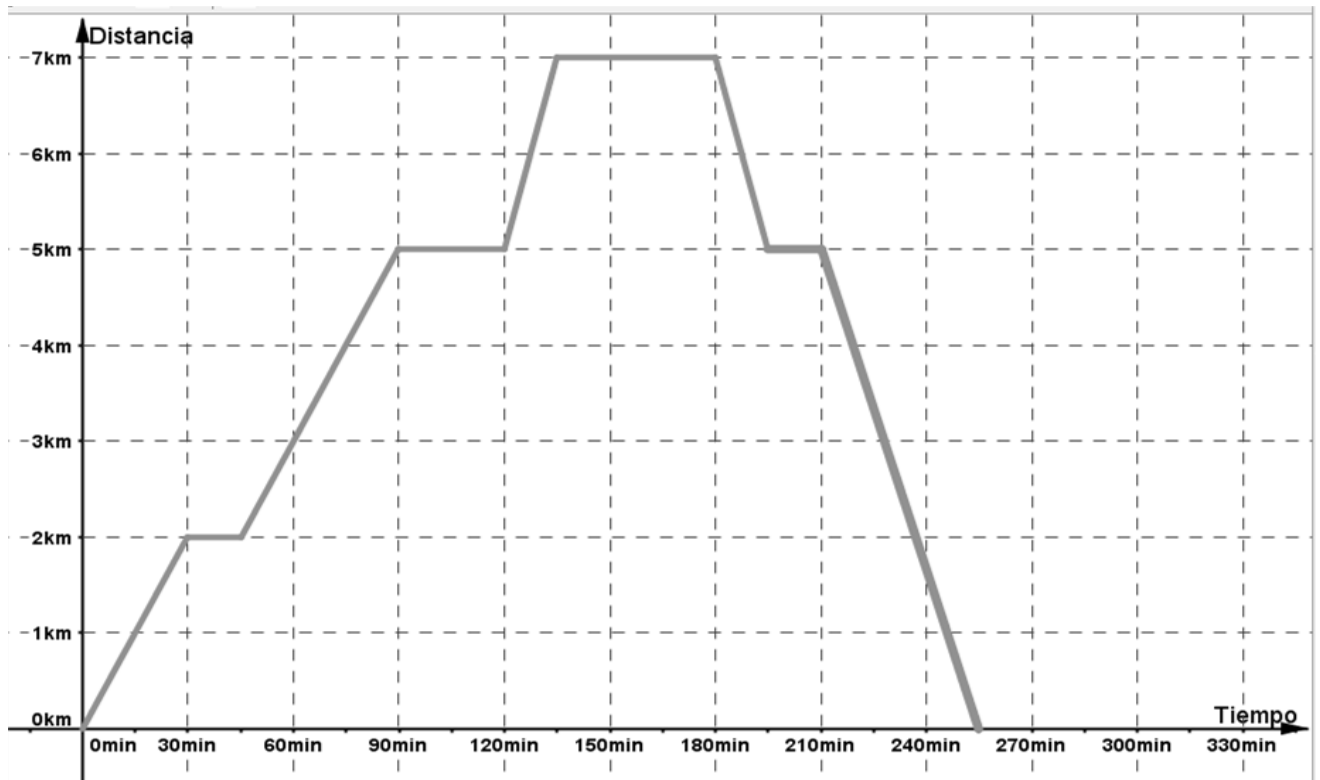
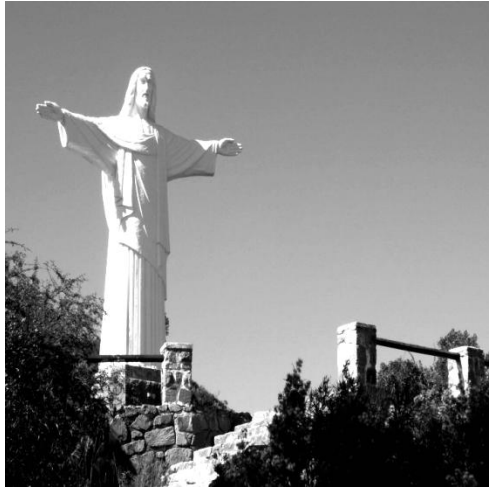
La primera clase se desarrolló dentro del aula. Luego de que los alumnos se ubicaron en sus lugares respectivos, nos presentamos y les comentamos que la temática a desarrollar giraba en torno al concepto de funciones. Les preguntamos si habían escuchado el término en alguna ocasión. Algunos dijeron que sí pero no recordaban su significado. Con la ayuda de diccionarios, que habíamos solicitado en la biblioteca de la escuela, les pedimos que buscaran la definición de función y la leyeran en voz alta. La intención de este inicio era presentarles el tema central que íbamos a estudiar y que los alumnos vayan notando que la matemática, al igual que otras disciplinas, se nutre de un lenguaje propio. Esto quedó de manifiesto cuando los estudiantes constataron que el término poseía múltiples acepciones dependiendo del área de la ciencia involucrada.

Una vez realizada esta introducción comenzamos a trabajar con la actividad *Visita al Cristo Redentor*, la cual consistía en un relato de un viaje realizado por un grupo de amigos y un gráfico que relacionaba el tiempo y la distancia que recorrieron. Dicha actividad tenía como objetivo que los estudiantes comiencen a obtener información a través de gráficos trazados en sistemas de coordenadas cartesianas. Esta tarea nos llevaría a introducir algunos conceptos tales como magnitud, sistema de coordenadas cartesianas y par ordenado. El tiempo que nos llevó realizarla fue 80 minutos.

#### *Actividad: Visita al Cristo Redentor.*

*Juan y dos amigos se tomaron unas mini vacaciones en La Cumbre. Están parando en unas cabañas y quieren conocer el lugar. Para ello parten a las 11 am caminando hacia la secretaría de turismo ubicada a 2 km de allí y se detienen a decidir qué excursión tomar. Luego de un intenso debate se opta por visitar el Cristo Redentor. El recorrido comienza con una caminata a paso lento para apreciar el paisaje. Llegan a la estatua del Cristo al cabo de 45 minutos donde paran a descansar y sacar fotos. Allí mismo alquilan caballos y recorren 2 km más hasta el lugar del almuerzo en el Rhapsody Restaurant. Finalizada la comida regresan por el mismo lugar para devolver los caballos y continúan el resto del camino hasta su cabaña a pie para llegar a las 15:15 pm.*

*A continuación se muestra una imagen del Cristo y un gráfico con los detalles de la excursión que relaciona el tiempo y la distancia recorrida por Juan y sus amigos.*



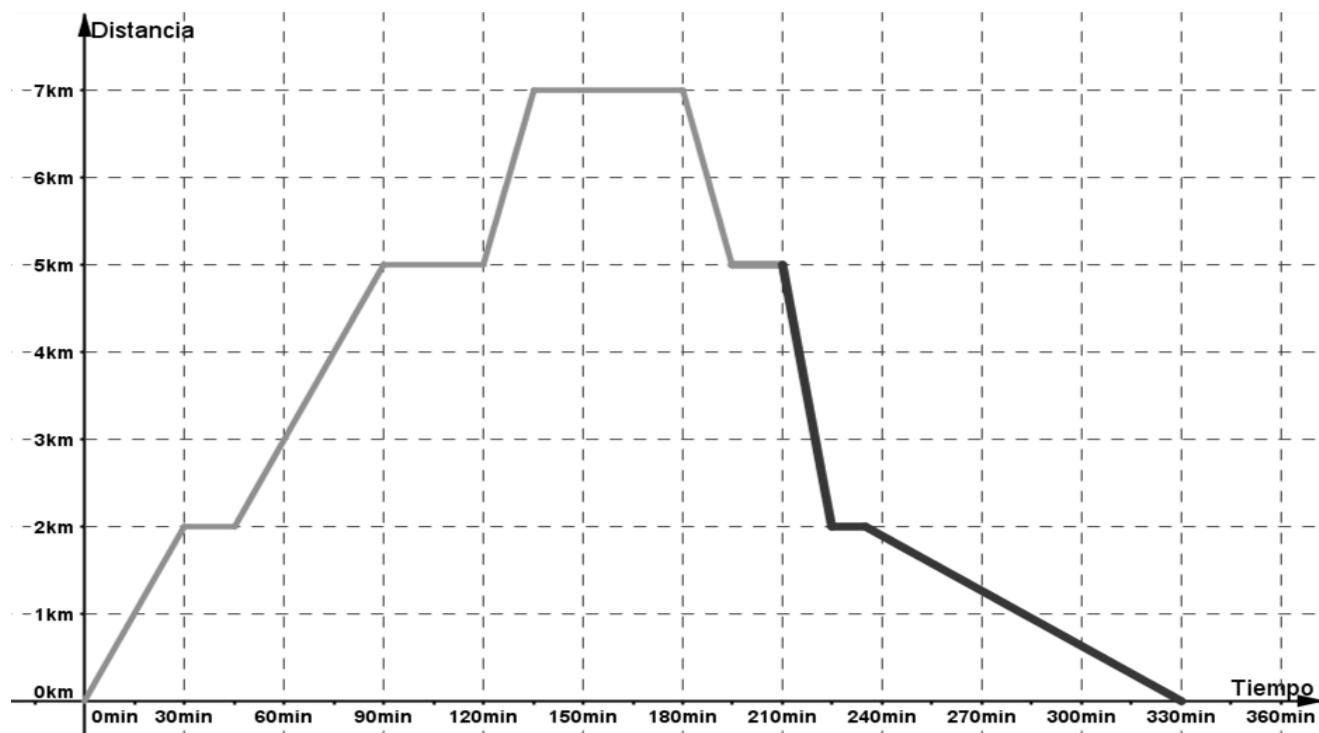
En base a los datos aportados por el enunciado y el gráfico respondan:

- ¿Cuánto tiempo tardaron en decidir qué excursión tomar?
- ¿A qué distancia de la secretaría de turismo se encuentra el Cristo Redentor?
- ¿A qué hora comenzaron el almuerzo y cuánto tiempo demoran en hacerlo?
- ¿A qué distancia se encuentran las cabañas desde el lugar donde devuelven los caballos?
- ¿Cuánto tiempo tardaron en hacer el último tramo de caminata que finalizó en la cabaña?
- Completen la siguiente tabla:



<i>Tiempo en minutos</i>	<i>Distancia en Km</i>
0	0
30	
	5
120	
	7
135	
180	
225	
	1

g. Si observamos el siguiente gráfico vemos que el último trecho de caminata desde que dejan los caballos hasta que llegan a la cabaña ha sido modificado. ¿Se les ocurre qué pudo haber pasado en la historia de Juan y sus amigos en ese tramo? Escriban qué les parece que sucedió.



Una vez entregadas las fotocopias, leímos el enunciado y les otorgamos un tiempo para que vayan trabajando, de a dos, en las diferentes consignas. En una primera instancia se les solicitó que resolvieran hasta el ítem e). A medida que los estudiantes trabajaban, nosotros íbamos recorriendo los bancos asistiéndolos en sus dudas. Pasados unos minutos,

advertimos que la actividad representaba un verdadero desafío para ellos. El hecho de tener que interpretar y reflexionar acerca de la situación representada en el gráfico realmente los entusiasmaba. Entretanto íbamos recibiendo diversas consultas. Por ejemplo, para determinar cuánto tiempo los viajeros estaban detenidos, les sugerimos que observen los momentos en que el eje del tiempo avanza y el de la distancia permanece constante. Otro punto importante fue que algunos estudiantes confundían el gráfico con el trayecto realizado, por ejemplo, situando al Cristo en la cima del gráfico en analogía con la montaña, ante esta inquietud les pedíamos que releían la historia y que verificaran, con las distancias recorridas, si eso era posible. Otra duda surgida fue la de interpretar el regreso de los viajeros, el cual era por el mismo lugar, volviendo sobre el gráfico sin considerar el avance del tiempo. Ante este planteo les mostrábamos, siempre recurriendo al gráfico, que en ese caso la magnitud tiempo «volvía para atrás» ¿era eso posible? Empero, estas inquietudes por parte de los estudiantes resultaron totalmente justificadas; recordemos que la actividad fue entregada sin explicación previa y que el tema nunca antes había sido abordado. Destacamos que la misma produjo un alto grado de involucramiento por parte de ellos.

Una vez finalizado el tiempo de realización de la actividad, procedimos a realizar una puesta en común. Disponíamos de un plotter con la gráfica pegada en el pizarrón en donde fuimos cotejando las respuestas dadas por los alumnos. Posteriormente, caracterizamos a las magnitudes de la siguiente manera:

**Magnitud:** toda propiedad de los objetos que puede ser medida. Por ejemplo la velocidad, la distancia o la fuerza.

Se les entregó una fotocopia con dicho concepto a cada uno de los alumnos y se les preguntó qué otras magnitudes conocían. Algunas de sus respuestas fueron “peso”, “volumen”, “kilogramos”, “minutos”, “segundos”. En este caso tuvimos que ayudarlos a distinguir entre la magnitud propiamente dicha y las unidades con que ésta se medía.

Continuamos trabajando los ítems f) y g) procediendo de la misma manera que en los anteriores. Cuando diseñamos el ítem f), que requería completar una tabla procuramos colocar valores que no siempre tengan una respuesta puntual y única. De hecho, varias de las casillas admitían más de una solución y, en otros casos, sólo se podía establecer un valor aproximado. Otras de las casillas tenían por respuesta intervalos de tiempo, situación que nos llevó a introducir y problematizar la idea de intervalo. En estos casos, ellos inicialmente tendían a postular alguna coordenada de dicho intervalo, generalmente la primera o la última; pero cuando les pedíamos las distancias correspondientes a tiempos intermedios, ellos rápidamente advertían que todo el intervalo era solución. Inicialmente les permitimos que lo expresen apelando a los recursos disponibles hasta entonces, por ejemplo: «desde 135 hasta 180» o « $135 < x < 180$ ». Luego, en la institucionalización, introdujimos la notación con corchetes sin discriminar la inclusión o no de los extremos.

En el ítem g) los estudiantes produjeron historias muy interesantes las cuales fueron leídas en voz alta. En esa oportunidad, indagamos acerca del significado de las distintas

pendientes y sobre la interpretación de las mesetas, haciendo siempre referencia al gráfico. A continuación, citamos dos historias elaboradas por los alumnos:

Después de que dejaron los caballos hicieron un tramo de 3 km en 15 min trotando, al finalizar ese tramo Juan se dobla el tobillo y estuvieron 12 min parados, luego recorren 2 km hasta las cabañas en un lapso de 90 min.

Lo que sucedió fue que Juan y sus amigos estaban haciendo dedo para que los alcanzaran a su casa. Después de 15 min pasó una camioneta y los levantó e hicieron 3 km en 15 min pero luego el hombre tenía que seguir su camino. Entonces en una cafetería tomaron algo en 15 min y siguieron su recorrido caminando 2 km en 1 hr y 45 min.

Una vez concluida la actividad, se institucionalizaron, en una puesta en común, los conceptos de sistema de coordenadas cartesianas y par ordenado. Entregamos en fotocopias las definiciones de estos conceptos. Las definiciones son las siguientes:

*Un **Sistema de Coordenadas Cartesianas** nos sirve para representar la relación entre dos magnitudes. Está conformado por dos rectas perpendiculares llamadas ejes de coordenadas las que se intersecan en un punto denominado origen de coordenadas. Llamamos al eje horizontal eje de abscisas “x”, y al eje vertical eje de ordenadas “y”.*

***Par ordenado:** dado un sistema de ejes coordenados, un punto se representa a través de un par ordenado donde la primera coordenada se refiere a la magnitud representada en el eje horizontal y la segunda a la representada en el eje vertical. Usualmente se escriben entre paréntesis. Por ejemplo: (3,7), (5,9), (9,5).*

Durante la institucionalización, trazamos en el pizarrón un sistema de coordenadas cartesianas, donde íbamos escribiendo cada una de sus componentes. También, hicimos hincapié en la correcta escritura del par ordenado, señalando que es importante el orden de las coordenadas. Dibujamos el punto (3,5) y el (5,3) para que los estudiantes pudieran advertir que, si bien los números eran los mismos, los puntos dibujados no lo eran. Notamos aquí que comprendieron rápidamente la diferencia dado que al presentarles las coordenadas de otros puntos rápidamente nos indicaban a qué punto correspondía en el gráfico.

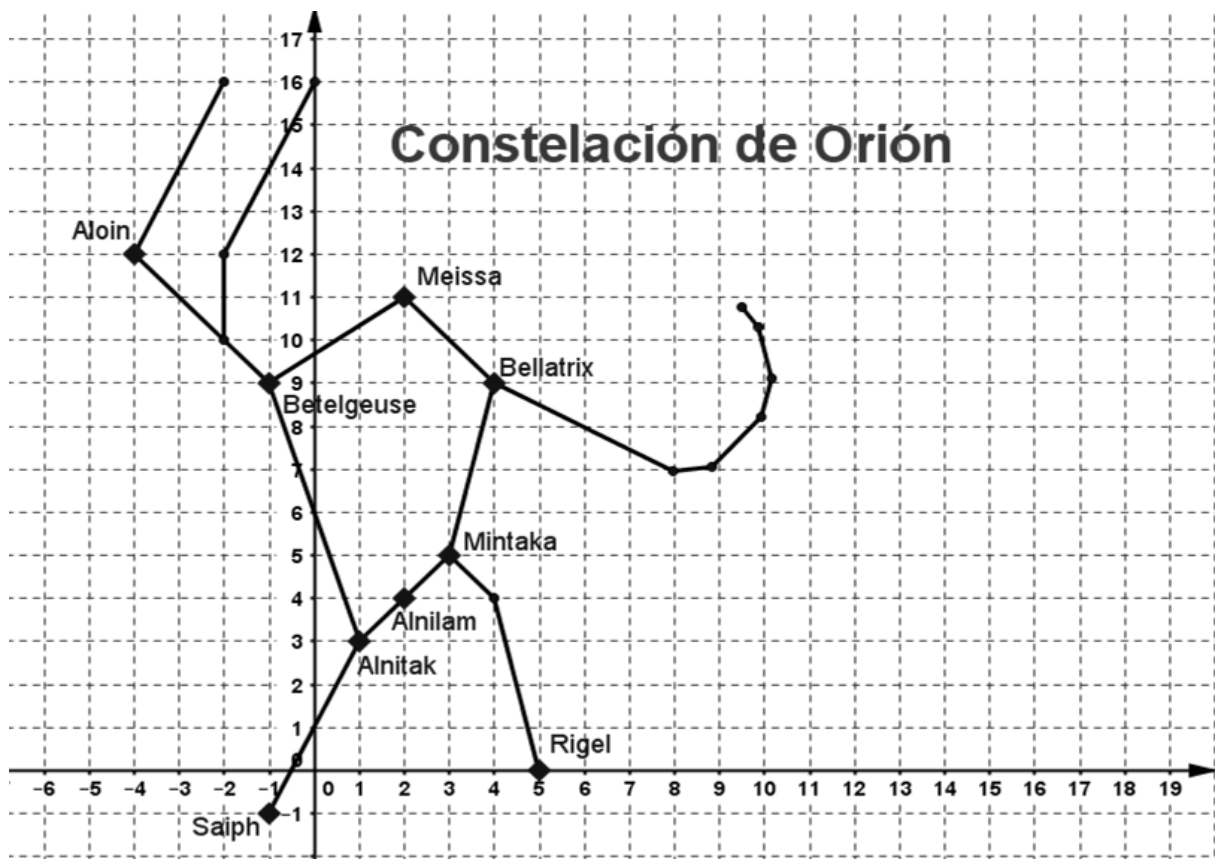
Para consolidar el concepto de par ordenado trabajamos la siguiente actividad titulada *Constelación de Orión*. Las diferentes estrellas se ubicaron de manera conveniente para facilitar la ubicación de los puntos. Esta actividad y su corrección se realizó en 15 minutos.

*Actividad: Constelación de Orión*

*En el siguiente gráfico se muestra una representación aproximada de la Constelación de Orión o el Cazador. La misma es muy conocida dado que se puede observar desde ambos hemisferios*

dependiendo de la época del año. Además contiene a las estrellas que comúnmente conocemos como las Tres Marías (el cinturón del cazador).

¿A qué par ordenado corresponde cada una de las estrellas señaladas en el sistema de coordenadas?



Una vez repartidas las copias, se les otorgó a los alumnos un tiempo para la realización de la actividad. Luego, se procedió a la puesta en común para la cual disponíamos de un plotter con el gráfico de la constelación. Entonces, a partir de los aportes de los alumnos, íbamos pegando sobre el plotter un papelito con el nombre de la estrella sobre el punto correspondiente. Dicha actividad no trajo ningún inconveniente salvo algunos casos en donde los estudiantes intercambiaban las coordenadas  $x$  e  $y$ . En esos casos, les pedimos que lean en voz alta la definición de par ordenado y juntos verificábamos si la respuesta dada se correspondía con tal definición.

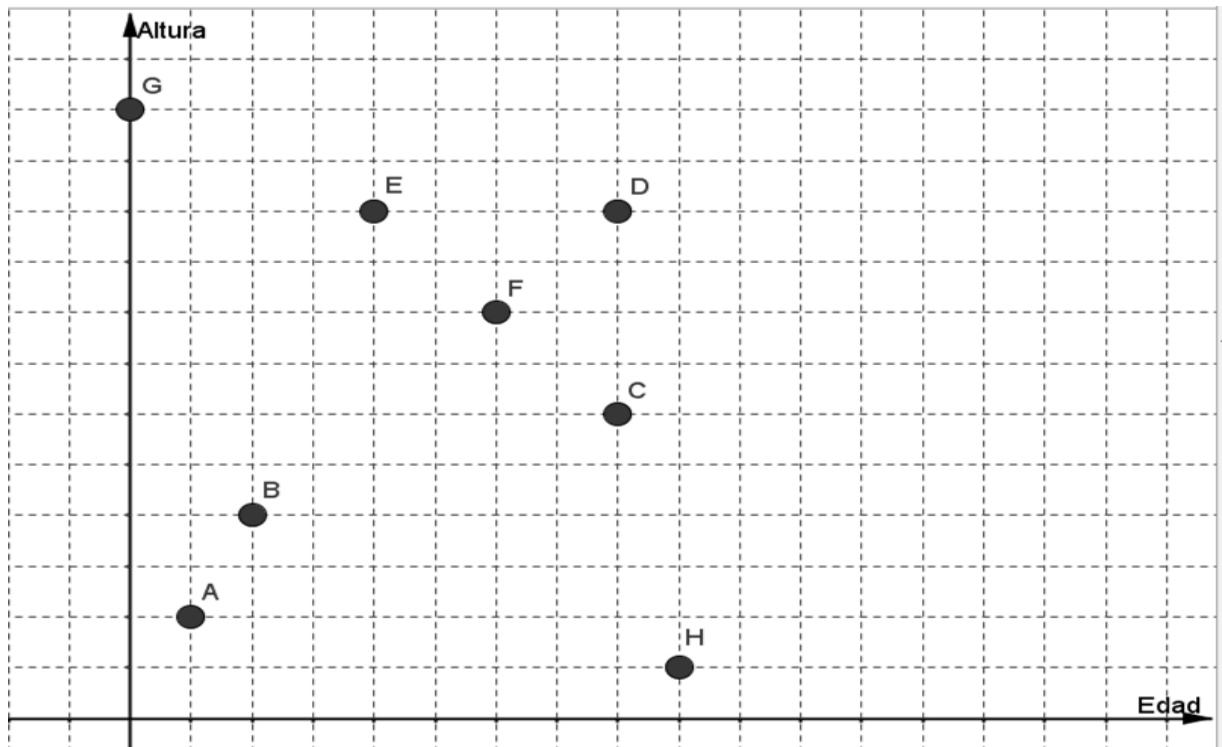
Otras actividades que se realizaron con el objetivo de seguir interpretando gráficos y de afianzar los conceptos de magnitud, relación y par ordenado fueron las siguientes:

#### Actividad: La familia

*Cada una de las siguientes personas representa un punto en el gráfico. Averigüen qué punto le corresponde a cada uno de ellos y contesten:*

- *¿Sobra algún punto? ¿Cuál?*
- *¿Cómo se dieron cuenta a quienes representa el punto C y D?*
- *¿Y cómo hicieron para distinguir entre Betty y Gustavo si tienen la misma altura?*





Actividad: ¿Qué gráfico representa a quien?

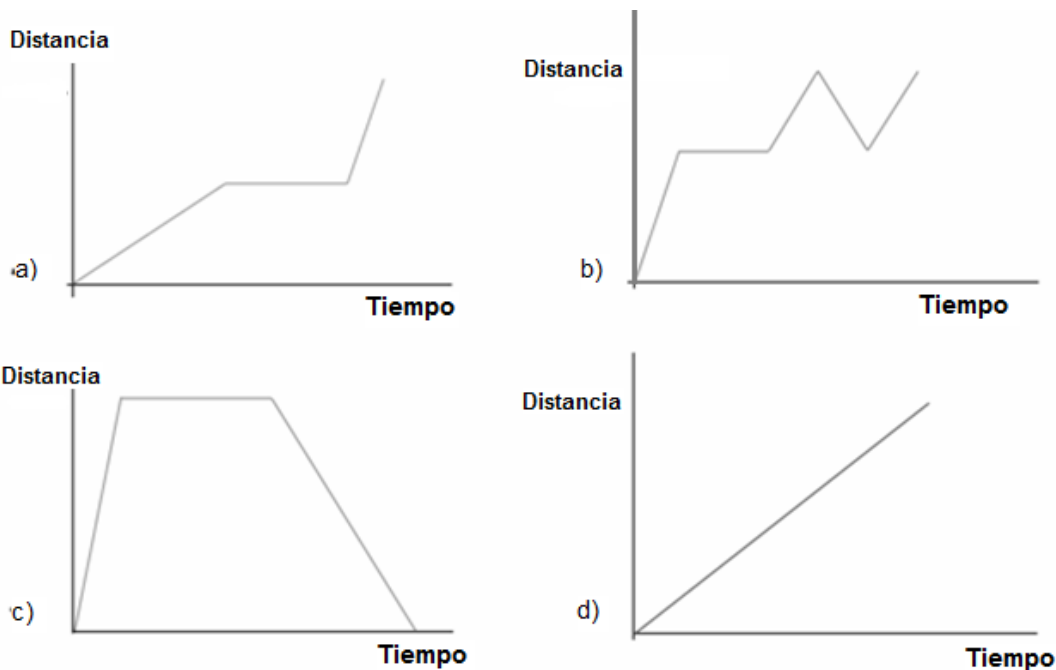
Estos cuatro compañeros están hablando de sus vacaciones. Indique qué gráfico le corresponde a cada relato, teniendo en cuenta que las variables que relaciona son distancia recorrida y tiempo.

Mi papá arrancó muy tranquilo y fuimos despacio. Paramos a comer y como tardamos mucho tiempo, tuvimos que apurarnos para poder llegar de día.

El mío, en cambio, arrancó a toda velocidad, pero en un momento se fundió el motor, así que tuvimos que esperar a la grúa que nos remolcó a casa.

Mi viaje fue muy aburrido. Fuimos siempre a la misma velocidad y sin parar hasta que llegamos a las sierras.

Durante el viaje tuvimos que regresar al lugar donde paramos a comer porque mi mamá se olvidó la cartera.



Ambas actividades se entregaron en fotocopias para ser trabajadas individualmente. Para la puesta en común de la actividad *La familia* disponíamos de un afiche con el gráfico donde, a partir de los aportes de los alumnos, colocábamos los nombres de las personas. En cambio, para la actividad *¿Qué gráfico representa a quién?* realizamos los gráficos en el pizarrón e íbamos indicando conjuntamente con los alumnos cuál le correspondía a cada amigo. El tiempo de realización de cada actividad y su corrección fue de 15 y 10 minutos respectivamente.

*Poniendo en práctica lo aprendido...*

La siguiente actividad perseguía dos objetivos. En primer lugar, consolidar la utilidad del gráfico como herramienta de interpretación de una relación entre dos magnitudes. En segundo lugar, que los alumnos otorguen significado a esta herramienta a partir de sus experiencias personales. La titulamos *Matematizando mi recorrido en el colegio* y se transformó en el primer trabajo práctico evaluable y grupal. La actividad constaba de tres etapas. La primera, de carácter experimental, invitaba a los alumnos a pensar y a relatar por escrito algún recorrido que ellos realicen dentro de la escuela durante el recreo. Esta parte de la actividad implicaba, también, la medición de los tiempos y las distancias involucradas en el relato. Luego, vendría la segunda parte donde los alumnos trazarían el gráfico de su recorrido utilizando el programa Geogebra. Y finalmente, la tercera parte, en donde se pondría en juego la interpretación del gráfico a través de preguntas puntuales. El enunciado de la parte 1 era el siguiente:

Trabajo Práctico 1

Matematizando mi recorrido en el colegio

Parte 1: Actividad experimental.

La matemática se encuentra en todos lados, en los modos en que distribuyen su tiempo a lo largo del día, en su recorrido hacia la escuela, e incluso aquí mismo, en su trayecto hacia la cantina o al patio.

Su tarea será describir la trayectoria realizada durante el recreo dentro de la escuela involucrando las magnitudes tiempo y distancia. Para ello procederán a completar los siguientes ítems:

- a. Piensen y escriban un relato que consigne el recorrido que suelen realizar durante el recreo de 15 minutos.
- b. Midan la distancia recorrida y contabilicen los tiempos empleados durante cada tramo de la trayectoria en la siguiente tabla:

<i>Detalle del tramo</i>	<i>Tiempo (seg)</i>	<i>Tiempo acumulado (seg)</i>	<i>Distancia (pasos)</i>	<i>Distancia acumulada (pasos)</i>



Para esta actividad tener en cuenta que:

- *El relato debe consignar las distancias recorridas y sus tiempos respectivos en cada tramo del trayecto.*
- *Las distancias serán medidas por la misma persona y utilizarán “el paso” como unidad de medida.*
- *Para medir el tiempo pueden usar reloj o el cronómetro del teléfono celular.*
- *Esta actividad será pedida para evaluar.*

Durante el proceso de diseñar esta actividad en la etapa de planificación nos surgieron diferentes interrogantes de cómo se iba a llevar a cabo. Primeramente, consultamos a la profesora tutora si los alumnos podían salir del curso a tomar las mediciones acompañados por uno de nosotros. Una vez obtenida una respuesta afirmativa, comenzamos el proceso de diseñarla. Una idea inicial era que los estudiantes vayan cronometrando las distancias a un punto fijo, el aula en este caso. De esta manera, al momento de graficar obtendrían una curva similar a la del Cristo Redentor. Luego, cuando ensayamos la actividad previamente al inicio de las prácticas; nos topamos con la dificultad práctica de tener que regresar al aula al término de cada tramo y entrevimos que esto dificultaría el trabajo de los estudiantes. Entonces, nos decantamos por considerar las distancias y los tiempos acumulados, lo que nos permitiría realizar un recorrido sin retornos intermedios, saliendo y finalizando en el aula. Otro detalle que consideramos, en aras de facilitar la toma de lecturas, fue el incluir cuatro columnas en la tabla; dos para los datos de cada tramo y dos para los tiempos y distancias acumulados. Tomamos esta decisión ya que, si bien el trabajo posterior se haría sólo sobre los tiempos y distancias acumulados, a los estudiantes les iba a resultar más sencillo ir contando desde cero al inicio de cada tramo del recorrido.

Para llevar adelante esta primera parte, les pedimos a los alumnos que formen grupos de 2 a 3 integrantes y que escriban el relato del recorrido. Algunos de esos relatos fueron los siguientes:

Salimos del aula y vamos a buscar un libro a la biblioteca. Luego como teníamos hambre vamos a la cantina a comprar un alfajor y después vamos al patio a comer. Finalmente, damos una vuelta por el hall y nos quedamos charlando un rato. Cuando toca el timbre volvemos rápido al aula y nos quedamos ahí esperando a la profe.

Suena el timbre y vamos a la cantina en donde compramos y tardamos 5 minutos, nos dirigimos al patio por 7 minutos bajo el sol, caminamos normalmente hacia el baño donde demoramos 3 minutos más y al tocar el timbre volvemos al curso.

Salimos del curso y vamos al baño dos minutos, volvimos al curso porque nos olvidamos la plata para la fotocopia. Fuimos a la fotocopidora y tardamos 2 minutos aproximadamente. Volvimos al curso a dejar las fotocopias y luego pasamos por los dos patios, la cantina y volvimos al curso.

A continuación, les pedimos que llenen la primera columna de la tabla consignando los sitios de parada entre tramo y tramo. A medida que iban terminando, cada grupo salía del aula acompañado de un responsable a cargo, ya sea alguno de nosotros o nuestra profesora supervisora. Entretanto, la profesora tutora permanecía en el aula con el resto de los alumnos. Al salir les recordábamos que llevaran la tabla, un lápiz o lapicera para escribir y el celular, ya que utilizarían el cronómetro del mismo para tomar los tiempos. Establecimos, además, que contarían en pasos la distancia de un lugar a otro. Para comenzar con la toma de mediciones fue necesario decidir qué integrante del grupo iba a contar los pasos y qué integrante tomaría los tiempos. Seguidamente, si en el relato habían escrito, por ejemplo, que salían del aula y se dirigían a la biblioteca, realizábamos ese recorrido. Al llegar a biblioteca, registraban los datos obtenidos en las columnas «tiempo» y «distancia». Si el relato consignaba que se quedaban en biblioteca, porque retiraban un libro, también lo escribían en la tabla. Las columnas de tiempo y distancia acumulados se completaron una vez finalizada la actividad, ya en el aula. Esta actividad se realizó en 60 minutos.

Mostramos, a continuación, una tabla completada por uno de los grupos que corresponde al primer relato consignado más arriba. (Ver Figura 2)

Detalle del tramo	Tiempo (seg)	Tiempo acumulado (seg)	Distancia (pasos)	Distancia acumulada (pasos)
aula a biblioteca	29	29	50	50
biblioteca	300	329	0	50
biblioteca a cantina	52	381	92	142
Cantina	180	561	0	142
Cantina a patio	95	656	40	182
Patio	59	715	0	182
Patio a hall	6	721	40	222
hall	300	1021	0	222
hall a aula	60	1081	132	354
aula	60	1141	0	354

Figura 2: Tabla de datos realizada por un grupo de estudiantes correspondiente al trabajo práctico n°1

Con respecto a esta etapa de la actividad, queremos destacar un genuino compromiso por parte de los alumnos. En principio estaban un poco desorientados dado que les pareció novedoso salir del aula a tomar mediciones en pleno horario de clases. Sin embargo, se involucraron de lleno en el procedimiento y la buena predisposición se vio reflejada en sus conductas y en sus producciones.

Al finalizar la actividad retiramos sus tablas visto que iban a ser necesarias para realizar la segunda parte del trabajo práctico.

Esta segunda parte, realizada en el laboratorio de computación, comenzó con la presentación del software Geogebra, ya que los alumnos no habían trabajado antes con este programa. Empezamos preguntándoles por qué pensaban que el programa se llamaba de ese modo. Varios contestaron rápidamente “porque incluye geometría y álgebra”. Ante esta respuesta, sólo ampliamos lo expresado por ellos, y añadimos unos comentarios acerca de lo dinámico del programa y de la posibilidad de permitir trabajar con diferentes vistas simultáneamente. Seguidamente, indicamos y nombramos las barras y vistas que los alumnos iban a utilizar (la vista gráfica y la vista hoja de cálculo); y luego continuamos con las herramientas que necesitarían conocer para realizar las actividades: la herramienta «crear lista de puntos», que grafica los puntos escritos en la hoja de cálculo y la herramienta «segmento», para unir los puntos graficados. Finalmente les entregamos una fotocopia que contenía las nociones principales de esta presentación. La misma se encuentra en el Anexo de este trabajo.

Una vez introducido el programa, les hicimos entrega del enunciado correspondiente a la parte 2 del trabajo práctico y de las tablas que cada grupo había realizado en la primera parte. Este enunciado se muestra a continuación.

### Trabajo Práctico 1

#### Matematizando mi recorrido en el colegio

##### Parte 2: Laboratorio de computación.

*El objetivo de esta segunda parte es que ustedes creen una tabla en GeoGebra con los datos recolectados y, a partir de ella, puedan graficar sus recorridos en los recreos.*

*Para ello, deberán abrir un archivo GeoGebra y realizar las siguientes tareas:*

- *Abrir desde Vista una “Hoja de cálculo” e ingresar los datos del tiempo acumulado en relación con la distancia acumulada en una tabla.*
- *En la Vista Gráfica nombrar los ejes coordenados. Agregar cuadrícula.*
- *Seleccionar los datos de la tabla y crear la “Lista de puntos”.*
- *De ser necesario ajustar la escala (esperar la ayuda del docente).*
- *Con la herramienta “Segmento” unir los puntos.*
- *Utilice la herramienta “Texto” para ingresar el relato de la trayectoria.*
- *Ir a Archivo-->Guardar como...-->Escritorio-->Nombre del archivo: (Apellidos de ambos integrantes separados por un guión)-->Guardar.*

##### Importante:

*Se tendrán en cuenta las siguientes pautas al momento de evaluar:*

-El trabajo colaborativo de ambos integrantes.

-La compatibilidad entre el gráfico presentado y el relato en cuestión.

-La disposición durante cada fase del trabajo.

-La entrega a tiempo del trabajo en Geogebra.

Esta segunda parte del trabajo práctico se realizó en 80 minutos. Durante toda la actividad, los estudiantes se mostraron comprometidos con la tarea. Muchos de los grupos, además de lo solicitado en las consignas, editaron sus producciones, agregando diferentes colores, ocultando la rama negativa de los ejes, cambiando el tipo y tamaño de letra.

A continuación, mostramos algunos de sus trabajos. La figura 3 muestra el gráfico correspondiente a los datos consignados en la tabla de la figura 2. Allí puede verse que los alumnos detallaron, en cada segmento de la gráfica, el recorrido que iban realizando.

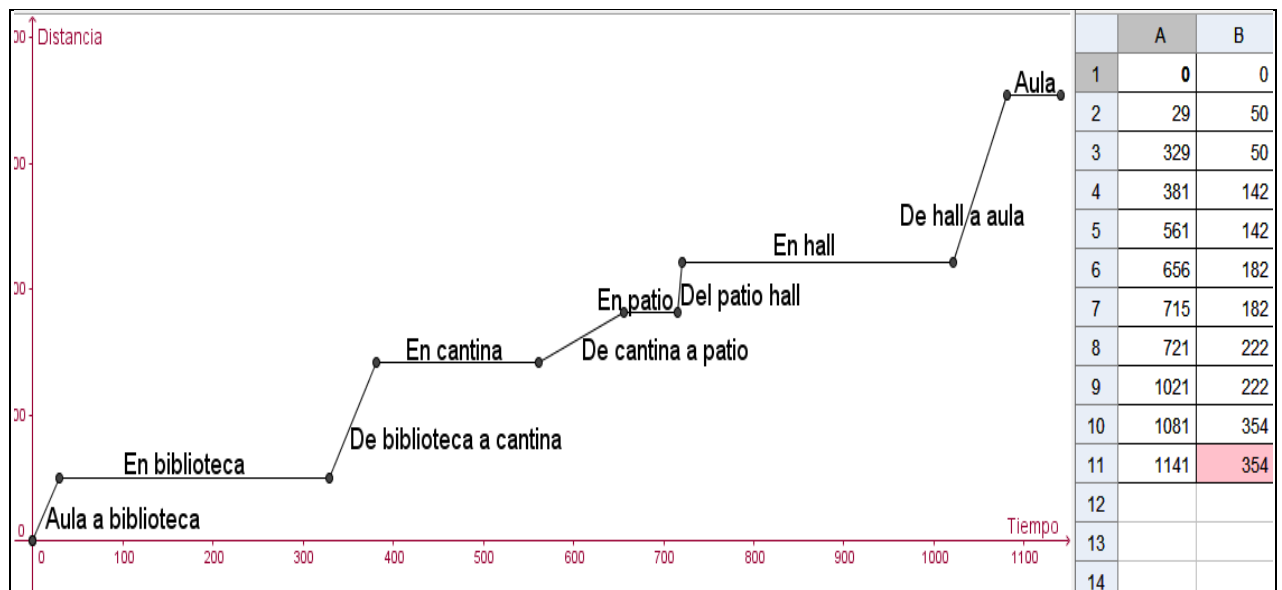


Figura 3: Trabajo realizado en Geogebra por uno de los grupos correspondiente al trabajo práctico n°1.

En la figura 4 mostramos otro de los gráficos realizado por los alumnos. En ella se puede observar que incluyeron el relato completo de su recorrido en un cuadro de texto.

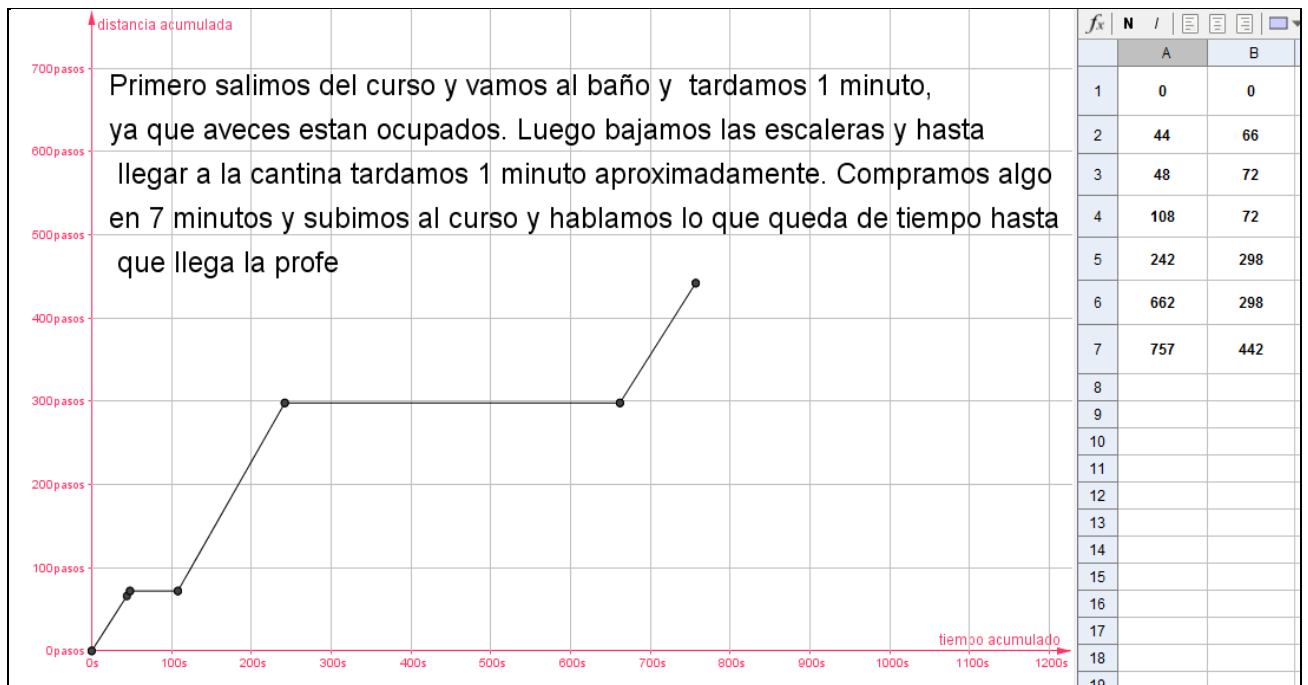


Figura 4: Trabajo realizado en Geogebra por uno de los grupos correspondiente al trabajo práctico n°1.

La tercera y última parte del trabajo práctico se llevó a cabo en el aula. El desarrollo de la misma demoró 30 minutos aproximadamente. Una vez finalizada, recogimos las producciones de los alumnos para corregir. Mostramos, a continuación, el enunciado.

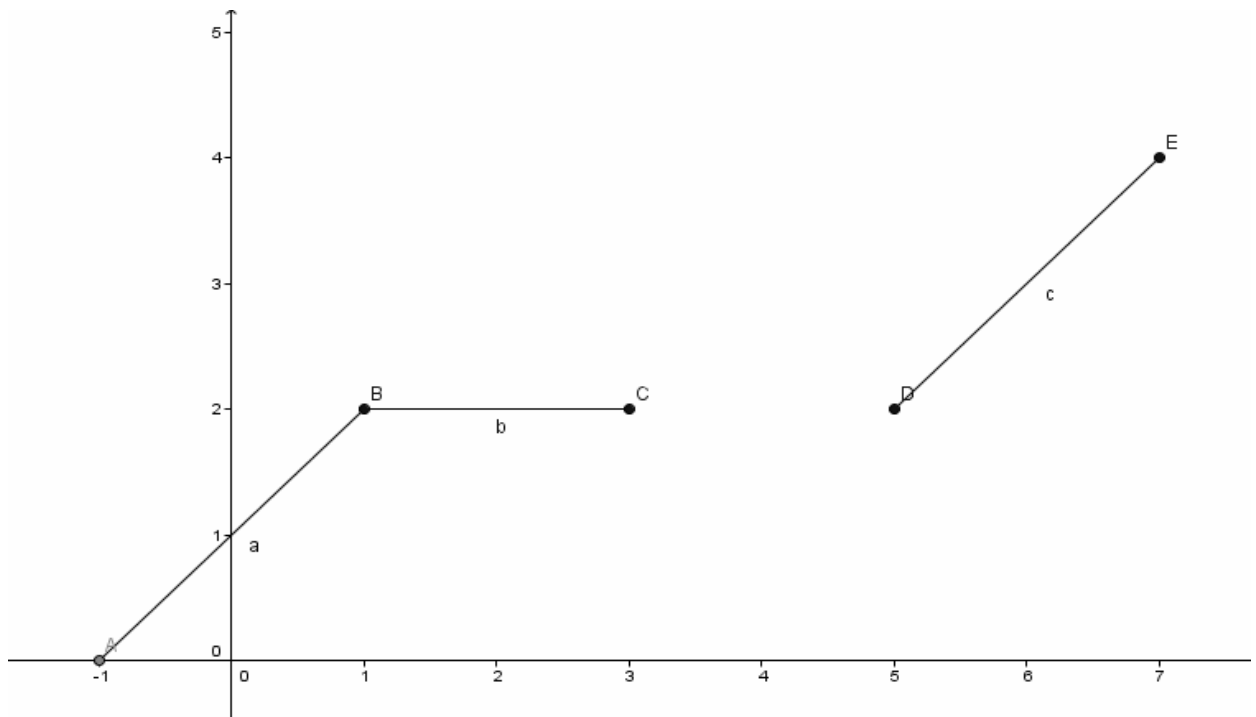
### Trabajo Práctico 1

#### Matematizando mi recorrido en el colegio

##### Parte 3

En base al gráfico que trazaron con Geogebra respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Cuánto tiempo aproximado estuvieron detenidos? Justifiquen la respuesta.
2. ¿Hubo algún tramo en donde marcharon más rápido? ¿En cuál? ¿Cómo se dieron cuenta?
3. ¿Podría corresponder el siguiente gráfico al recorrido que realizaron? En caso afirmativo justificar, y en caso negativo justificar y determinar el o los tramos donde se produce la inconsistencia



Cuando corregimos los trabajos, corroboramos que las consignas 1 y 3 no generaron grandes inconvenientes. Sin embargo, hubo más confusiones en la consigna 2 dado que los alumnos tenían algunas dificultades para interpretar el significado de las pendientes. Ante este panorama, planteamos un ejemplo en el pizarrón que consistía en un gráfico que relacionaba tiempo y distancia (Ver Figura 5). A través de este gráfico ellos podían apreciar cómo variaba la pendiente a medida que se empleaba más tiempo en recorrer una distancia fija.

Finalmente, destacamos un rasgo que resultó común a los tres cursos: los estudiantes tenían dificultades para elaborar explicaciones y/o argumentaciones acerca de sus afirmaciones. Así, si bien sus razonamientos solían ser correctos, percibimos que muchas veces no lograban expresar sus ideas con claridad y precisión, acudiendo a un lenguaje matemático. En consecuencia, durante el resto de las clases, le otorgamos bastante importancia a la elaboración de los textos para responder a las preguntas que les fuimos planteando. Ante cada consigna les preguntábamos qué era realmente lo que se pedía y qué tipo de respuesta se esperaba. Por ejemplo, si la pregunta versaba sobre la cantidad de tiempo que estuvieron detenidos (el caso de la primera consigna de la parte 3 del trabajo práctico), enfatizábamos que era necesario distinguir en el gráfico esos tramos, luego, se debían sumar los intervalos de tiempos correspondientes y, finalmente, elaborar una explicación de la respuesta expresando que durante los mismos el tiempo avanza pero la distancia permanece constante. Cabe destacar en este párrafo que al momento de reflexionar retrospectivamente sobre nuestras prácticas, advertimos que nosotros realizábamos los procesos de argumentación generalmente de manera oral y que hubiese sido conveniente dejarlo asentado en el pizarrón de manera que nuestros alumnos tuviesen un registro escrito del tipo de explicaciones y argumentos que esperábamos.

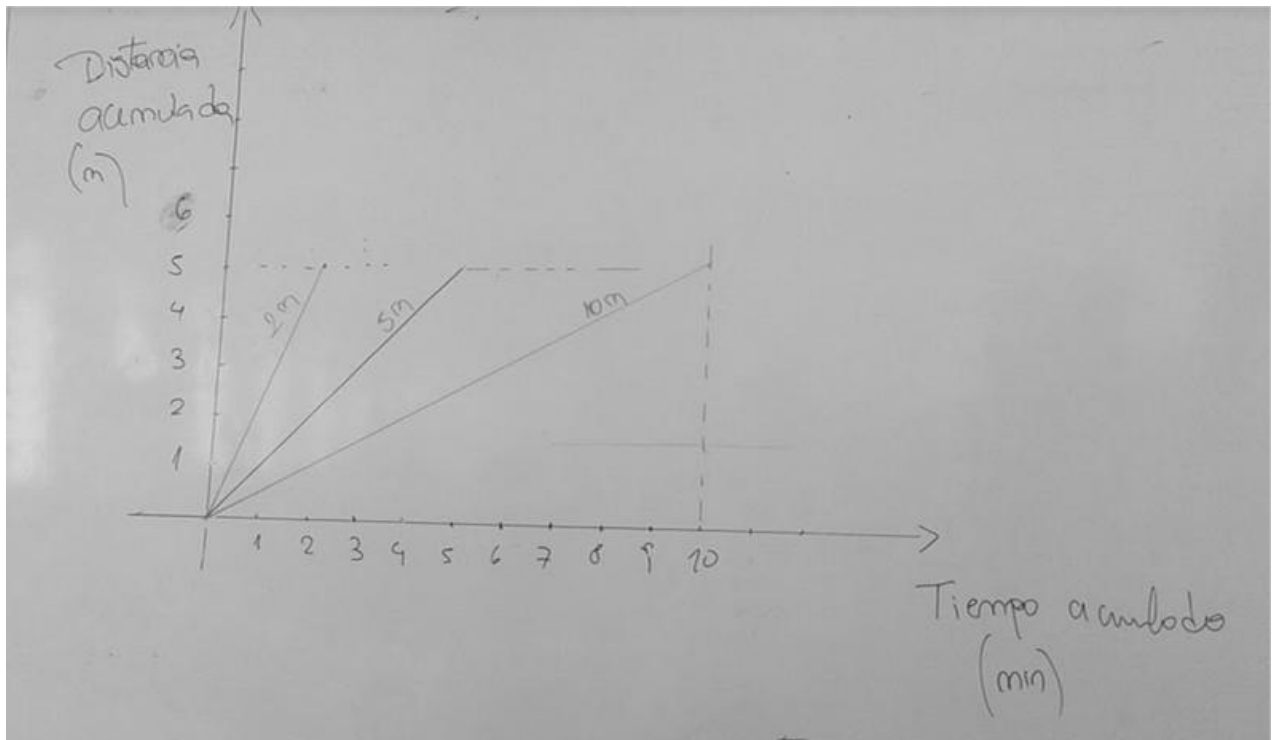


Figura 5 Explicación de la variación de la pendiente.

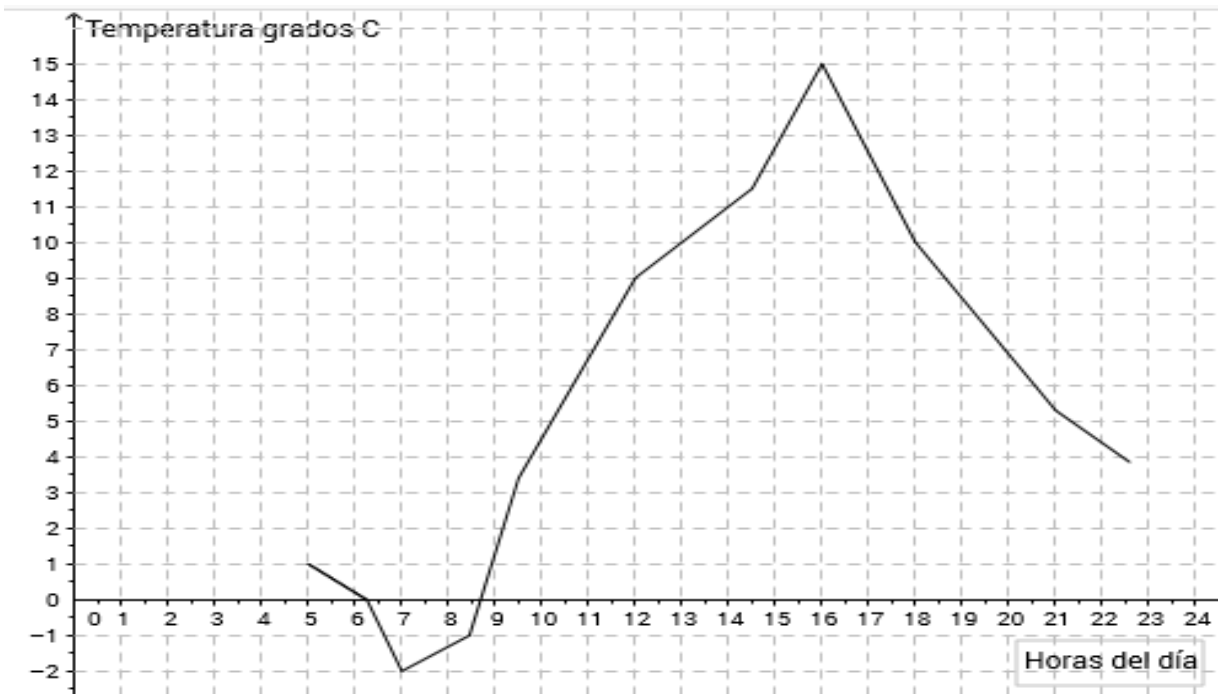
Una vez concluido y corregido el primer trabajo práctico, presentamos una actividad titulada *La temperatura en la Ciudad de Córdoba*. La misma perseguía los siguientes objetivos: formalizar los conceptos de variable dependiente e independiente, recuperar la idea de función de la que se había hablado a principio de la primera clase e introducir la noción de función. La presentamos a continuación.

*Reconociendo las variables...*

*Actividad: La temperatura en la Ciudad de Córdoba.*

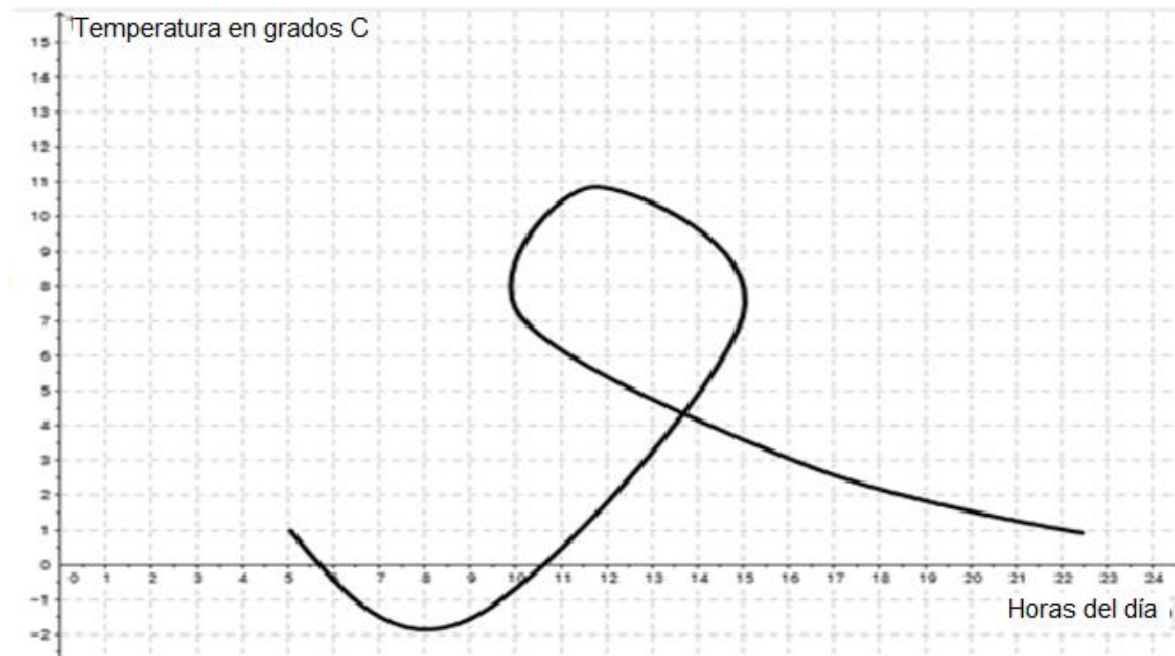
La siguiente tabla junto al gráfico muestran las temperaturas tomadas a lo largo del 11 de Junio de 2016 en la ciudad de Córdoba desde las 5:00 a las 22:30 hs.

<i>Hora del día</i>	05:00	06:15	07:00	08:45	09:30	12:00	14:30	16:00	18:00	21:00	22:30
<i>Temperatura (grados C)</i>	1°	0°	-2°	-1°	3,4°	9°	11,5°	15°	10°	5,3°	4°



Responde:

- ¿Cuáles son las magnitudes involucradas?
- ¿Qué temperatura te parece que puede haber a las 11 hs? ¿Y a las 17 hs?
- ¿El siguiente gráfico podría representar la variación de la temperatura a lo largo del día?





La actividad se resolvió en conjunto con la clase. Colocamos un plotter con el gráfico del fenómeno estudiado en el pizarrón. Para introducir a los alumnos y buscando que ellos comiencen a producir sentido del gráfico presentado, les preguntamos a qué mes creían que dicho gráfico podría corresponder. Ellos respondieron “Junio, Julio o Agosto” y sus justificaciones fueron: “porque en esos meses hace más frío”, “la temperatura a la noche y la mañana es muy baja y a la siesta es un poco mayor”, etc. Luego, repartimos los enunciados, corroboramos entre todos que los meses propuestos por los estudiantes resultaban compatibles con el gráfico de la actividad y comenzamos a resolver las consignas. Los ítems a) y b) se contestaron sin ningún inconveniente. Los alumnos no tuvieron dificultades para identificar que la magnitud representada en el eje horizontal era el tiempo y la representada en el eje vertical era la temperatura, ni tampoco para hallar las coordenadas de la temperatura en los horarios requeridos. Escribimos las respuestas en el pizarrón mientras los alumnos las iban completando en sus carpetas.

Los ítems a) y b) nos permitieron introducir la noción de variable. Les dijimos a los alumnos que a las magnitudes en matemática las llamaríamos variables y que, a partir de ese momento, íbamos a manejarnos con ese término. Preguntamos a la clase por qué pensaban que se llamaban así. La respuesta general fue “porque varían o cambian”. Luego, para poder hacer surgir el concepto de dependencia de las variables, les preguntamos cuál les parecía que era la relación entre las variables involucradas en dicho problema. Algunas de las respuestas fueron:

A medida que pasan las horas cambia la temperatura.

A la mañana hace más frío, al mediodía más calor y a la tarde comienza a bajar nuevamente la temperatura.

Estos aportes de los estudiantes nos permitieron concluir que la temperatura depende de la hora del día, es decir, la temperatura será la variable dependiente y la hora la variable independiente. Luego, escribimos en el pizarrón una caracterización de estas nociones y se las entregamos en fotocopia:

*Cuando dos variables se relacionan de modo tal que al variar una de ellas se produce una variación de la otra; decimos que la primera es la **variable independiente** y la representamos en el eje «x», mientras que la segunda pasa a ser la **variable dependiente** y la representamos en el eje «y».*

Luego, se trabajó con el ítem c). Preguntamos a la clase si el gráfico dado podía representar la relación entre las variables tiempo y temperatura. El planteo generó diversas respuestas. Una de ellas fue la siguiente: “no, porque no se puede volver el tiempo atrás”. Esta respuesta nos llevó a aclarar que el tiempo no discurre sobre el bucle sino que en esa parte del gráfico había tiempos a los cuales le correspondía más de una temperatura. Otro estudiante propuso: “sí se puede, porque aunque haya 2 temperaturas distintas, si estoy afuera hace una temperatura pero si estoy adentro de casa con la calefacción la temperatura es otra”. Frente a esta respuesta aclaramos que la apreciación era válida, pero que el gráfico muestra

la temperatura de un lugar fijo. Otra de las respuestas que obtuvimos fue «no, porque a las 11 de la mañana el gráfico muestra 2 temperaturas distintas». Esta era justamente la explicación que estábamos buscando. Para poder determinar que el gráfico no podía representar la variación de la temperatura a lo largo del día, realizamos un barrido con la regla sobre el eje de las abscisas. Si la misma tocaba en más de un punto a la gráfica, el gráfico era incorrecto ya que no puede haber en una misma hora dos o más temperaturas distintas.

Luego, realizamos un breve análisis retrospectivo de las actividades realizadas a la fecha y les pedimos a los alumnos que identifiquen las variables independientes y dependientes en las mismas.

Seguidamente, institucionalizamos la noción de función, escribiendo y entregando en fotocopia la siguiente caracterización:

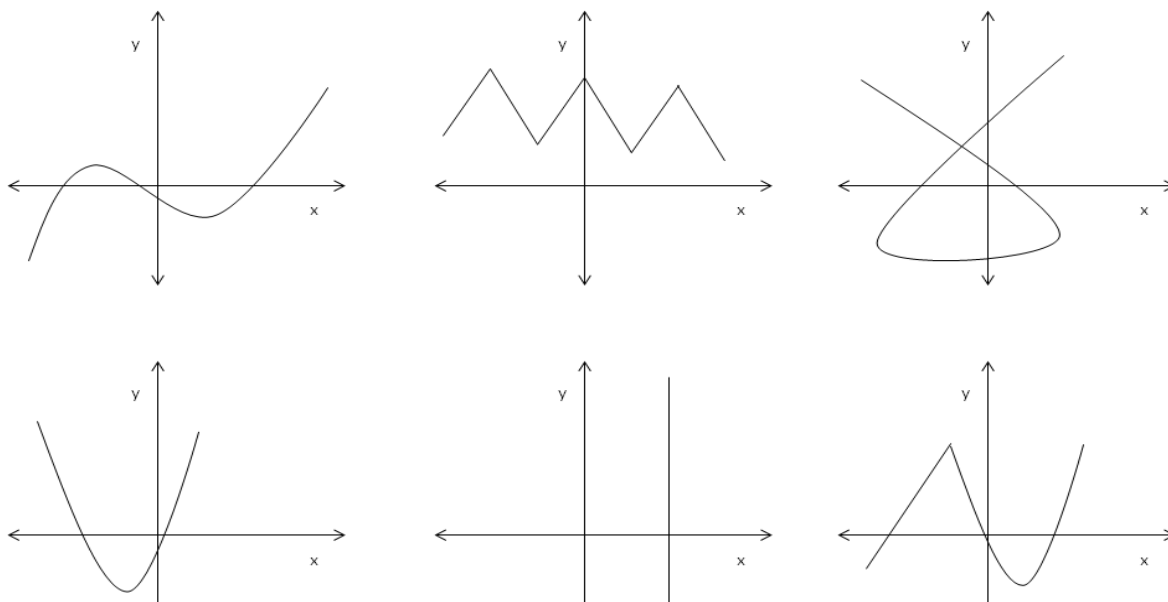
*Una **función** es una relación entre dos variables de modo que a la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.*

Para afianzar la idea de la unicidad de la variable dependiente volvimos al gráfico del bucle de la temperatura recién trabajado. Les preguntamos si en el gráfico se relacionaban dos variables. La respuesta fue “sí, el tiempo y la temperatura”. Vinculamos esto con la definición de función escrita en el pizarrón. Preguntamos luego si a la variable independiente, el tiempo, le correspondía un único valor de la variable dependiente, la temperatura. Los alumnos mostraron alguna dificultad al momento de dar una respuesta a esta pregunta. Entonces, realizamos nuevamente el barrido con la regla sobre el eje de abscisas y entre todos encontramos que había coordenadas correspondientes a las horas para las cuales había más de una temperatura. Así, llegamos a la conclusión de que el gráfico no se correspondía con el de una función.

Una vez más, volvimos a las actividades ya realizadas anteriormente para determinar si eran o no gráficos de funciones. Como los alumnos ya habían identificado las variables, bastaba ver si se cumplía la unicidad. Les pedimos que para eso realicen el barrido sobre el eje horizontal del sistema de ejes cartesianos en sus fotocopias. La actividad se realizó en 15 minutos.

Finalmente, para consolidar la noción de función, les propusimos la siguiente actividad que copiamos en el pizarrón mientras ellos lo hacían en sus carpetas.

¿Cuáles de los siguientes gráficos no representan funciones? ¿Por qué?

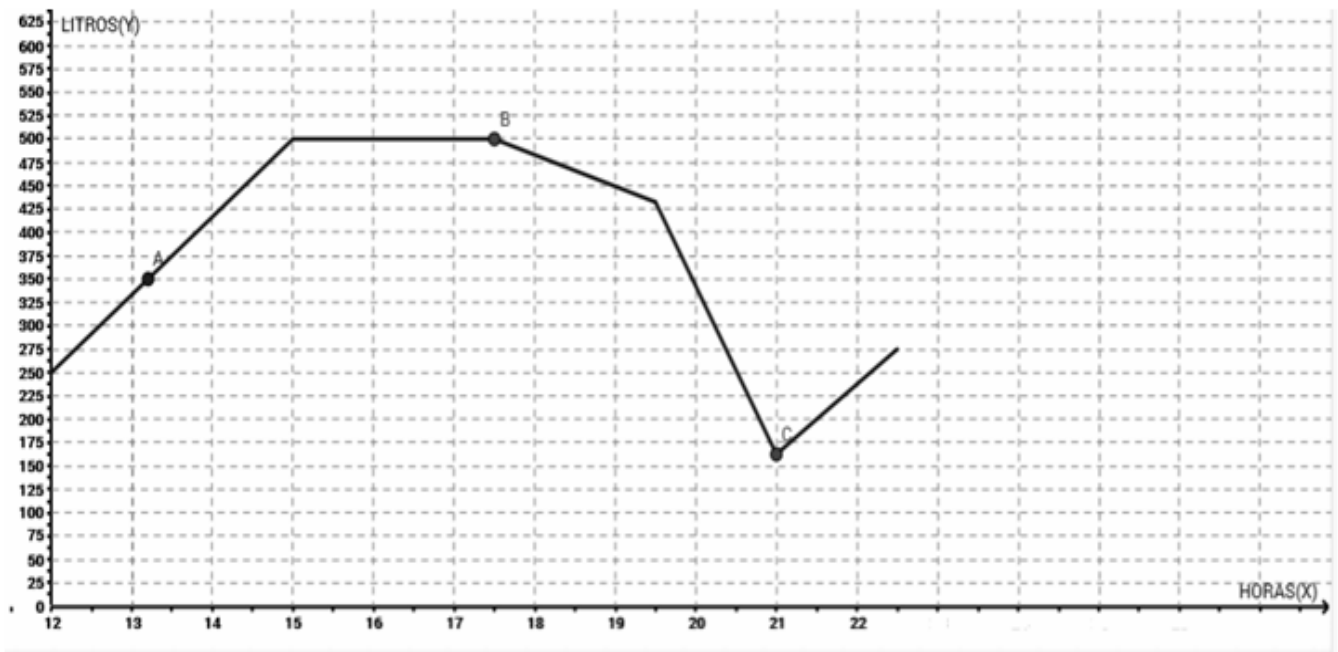


Comenzamos preguntando en voz alta si cada uno de los gráficos era una función y nuestros alumnos respondieron con celeridad. Si bien sus respuestas eran correctas en la mayoría de los casos, nos detuvimos en la argumentación de las mismas. Procediendo de la misma manera que en la actividad anterior, realizamos el barrido con la regla para detectar si había coordenadas de las abscisas que infringían la unicidad. De esta manera, fuimos trabajando con cada uno de los casos, nosotros en el pizarrón y ellos en sus carpetas; además les solicitamos que escriban las respuestas indicando si a través del barrido encontraron o no, alguna coordenada «x» para la cual correspondían más de una coordenada «y».

Al notar el buen ritmo de trabajo de los alumnos, decidimos formular nuevas actividades para incorporar a nuestra planificación. Las mismas servirían como un recurso de apoyo en el caso de que los estudiantes terminaran con las actividades en un tiempo menor al previsto en un primer momento. La actividad que presentamos a continuación, titulada *El tanque de agua*, se trabajó en 3<sup>ro</sup>C y 3<sup>ro</sup>E. Por motivos relacionados con el tiempo no pudo ser abordada en 3<sup>ro</sup>D. La otra, llamada *La partícula*, no se trabajó en ninguna división, por lo cual la presentaremos en el Anexo al final del informe.

Actividad: El tanque de agua.

*El siguiente gráfico relaciona el tiempo (en horas) con la cantidad de agua (en litros) que hay en el tanque de una casa.*



Realicen las siguientes actividades:

1. Con los datos proporcionados en el gráfico completen la siguiente tabla, tengan en cuenta que en cada celda se puede colocar un número, varios números o un intervalo:

Hora (x)	Litros (y)
12:00	
12:15	
14:00	
	500
17:00	
19:00	
21:30	
	475

2. Dar los pares ordenados de los puntos A, B y C.

3. Responder:

- a. ¿Cuántos litros había en el tanque a las 14:30 hs? y ¿a las 20:00 hs?

- b. *¿Qué ocurrió entre las 15:00 y las 17:30 hs? Justifiquen su respuesta.*
- c. *¿Cuántos litros ingresaron en el tanque entre las 12:00 y las 15:00 hs? y ¿entre las 21:00 y 22:00 hs?*
- d. *¿Esta relación es una función? Justificar.*
- e. *¿Cuál es la variable independiente? ¿y la dependiente?*
- f. *Si se considera que la capacidad del tanque es de 500 litros y que a partir de las 21hs no hay más consumo de agua, ¿a qué hora estiman que el tanque estará lleno nuevamente? Justifiquen su respuesta.*

Esta actividad, si bien responde a una lógica similar a la del Cristo Redentor, tiene el plus de incorporar los nuevos conceptos trabajados. Fue abordada en grupos de dos o tres estudiantes, entretanto, nosotros pasábamos por los bancos atendiendo a sus consultas.

El desarrollo de esta actividad nos permitió corroborar los avances de los estudiantes en lo que a interpretación de gráficos se refiere. Así, pudimos notar que comprendían mejor el significado de las pendientes e interpretaban correctamente el gráfico cuando debían dar por respuesta una la coordenada o un intervalo de tiempo. La consigna f) solicitaba estimar a qué hora el tanque de agua estaría lleno nuevamente. Para su realización, fuimos guiando a los alumnos en el siguiente procedimiento: prolongar, utilizando una regla, la gráfica de la relación entre el tiempo y los litros hasta alcanzar el nivel máximo de agua del tanque. A partir de dicha prolongación era posible determinar la hora en la cual el tanque estaría lleno nuevamente. Como en la consigna estaba escrito que a partir de las 21 hs no se producía más consumo, la pendiente del gráfico debía ser la misma desde las 21 hs en adelante. Esta actividad con su corrección se realizó en 40 minutos.

Con el propósito de que los alumnos transiten por diversos escenarios, fue que decidimos incorporar a las prácticas una experiencia de laboratorio. Durante la planificación consultamos diversas páginas web y un informe final de prácticas docentes (Corellano, Krank, Salgado; 2015) que nos fueron de utilidad para pensar cómo podíamos introducir la noción de función de proporcionalidad directa, que era nuestro próximo objetivo.

Esta experiencia de laboratorio se realizó a través de lo que llamamos *Actividad experimental* que fue de carácter evaluable y significó la segunda nota de los alumnos. Dicho trabajo práctico será el centro de la problemática que desarrollamos en el capítulo siguiente. Por tal motivo, las producciones de los alumnos, las decisiones tomadas durante la implementación y demás detalles serán analizados y descriptos en el próximo capítulo.

En un principio, el trabajo fue diseñado para que incluya una actividad experimental en el laboratorio de física y su matematización en el laboratorio de computación. Durante la primera parte, los alumnos deberían medir los diámetros de diferentes bolitas y, mediante una fórmula dada, calcular sus volúmenes. Luego, tendrían que ir colocándolas dentro de una probeta con agua e ir registrando los diferentes niveles de agua alcanzados a medida que las iban introduciendo. Toda esta información quedaría registrada en las tablas. En la

segunda parte trabajarían con Geogebra. Partiendo de la tabla que habían completado durante el experimento dibujarían los puntos y trazarían una recta de ajuste de los mismos, valiéndose de las herramientas del programa. Considerando que la recta de ajuste no pasa por el punto (0,0), nuestra idea era problematizar la situación analizando los errores propios de un modelo experimental. Así, pensábamos discutir con los alumnos que si no se introducía ninguna bolita el nivel de agua debería ser cero y plantear la pregunta: ¿por qué la recta no pasaba por ese punto? Pensábamos trabajar con algunas causas de los errores experimentales tales como la apreciación del instrumento, el error en la toma de lecturas y el redondeo de cifras decimales. Esto nos permitiría proponerles a los alumnos la elaboración de un modelo analítico del fenómeno estudiado y contrastar con ellos ambos modelos.

Por causas ajenas a nosotros no pudimos utilizar el gabinete de computación, por lo tanto debimos reformular la segunda parte del trabajo práctico<sup>3</sup>. Nuestra intención con estas modificaciones era que no se perdiera la esencia del trabajo experimental y que cada grupo pudiera encontrarle sentido a lo que había realizado. A continuación, presentamos el trabajo práctico realizado, detallando cada etapa del mismo.

### Trabajo Práctico 2: Actividad experimental

*El siguiente trabajo práctico constituye una actividad de evaluación y se llevará a cabo en dos partes.*

*La primera de ella en el Laboratorio de Química el día \_\_\_\_\_ y la segunda en el Gabinete de Computación el día \_\_\_\_\_*

*Los objetivos de esta actividad son:*

- *Participar de una actividad experimental que los aproxime al método científico y a su utilidad como propiciador del sentido crítico.*
- *Formar conciencia de la importancia en la precisión de la toma de lecturas en este tipo de procedimientos.*
- *Reconocer la correspondencia dada entre las magnitudes involucradas y matematizarla.*
- *Generar una situación para trabajar la noción de proporcionalidad directa.*
- *Conocer nuevas prestaciones del programa Geogebra.*

#### Importante:

*Se tendrán en cuenta las siguientes pautas al momento de evaluar:*

- *La participación de todos los integrantes en la actividad de laboratorio.*
- *La precisión en la recolección de los datos.*
- *La responsabilidad y el uso correcto de los materiales.*

---

<sup>3</sup> El enunciado original del trabajo práctico experimental se encuentra en el Anexo de este informe.

- *La entrega a tiempo de la actividad realizada.*
- *La interpretación de los datos y los registros.*
- *Las respuestas ofrecidas en cada uno de los ítems.*

*Trabajo en el laboratorio de Química*

*Materiales:*

- *1 probeta*
- *10 bolitas de diferentes volúmenes*
- *agua*
- *centímetro*
- *calibre*
- *lápiz y papel*
- *calculadora o celular*
- *cinta adhesiva*

*Procedimiento:*

1. *Calculen los volúmenes de los distintos tipos de bolitas. Para ello deben medir con el calibre el diámetro de cada una de ellas e introducir los datos obtenidos en la siguiente fórmula:*

$$V = 4.19 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

*(donde V = volumen y d = diámetro)*

*Registren estos datos en la tabla que se presenta a continuación:*

<i>Tipo de bolita</i>	<i>Diámetro (mm)</i>	<i>Volumen (mm<sup>3</sup>)</i>
<i>Spider</i>		
<i>Bolón</i>		
<i>Canica</i>		
<i>Acerito</i>		

2. Viertan agua en la probeta (aproximadamente hasta la mitad de la misma) y peguen con la cinta el centímetro procurando que el cero del mismo coincida con el nivel alcanzado por el agua

3. Introduzcan una bolita proponiéndose no derramar agua afuera del recipiente (recomendamos inclinarlo levemente). Seguidamente tomen la medida del nuevo nivel alcanzado por el agua y regístrenla en la siguiente tabla. Repitan el procedimiento 9 veces con la única condición de que en algún momento introduzcan dos bolitas seguidas del mismo tipo.

Tipo de bolita	Volumen acumulado ( $mm^3$ )	Nivel del agua (mm)	

4. Identifiquen las magnitudes involucradas y establezcan cuál será la variable dependiente e independiente. Escriban su respuesta a continuación:

4. Conjeturen acerca del comportamiento del nivel del agua a medida que se van introduciendo cada una de las bolitas. Escriban su respuesta a continuación



Los instrumentos utilizados en el experimento pueden verse en las figuras 6 y 7.



Figura 6: Tipos de bolita



Figura 7: Elementos de trabajo. Probeta, bolsa con bolitas, centímetro, calibre.

El día en que comenzamos este trabajo práctico, antes de dirigirnos hacia el laboratorio, hablamos con nuestros alumnos acerca de la importancia del cuidado de los bienes públicos. Les comentamos que iban a manipular instrumentos delicados y costosos, y que serían utilizados luego por sus compañeros de las otras divisiones. Por ende les pedimos que tuvieran cuidado al momento de manipularlos, tanto con los instrumentos involucrados como con los diversos recursos que ofrecía el laboratorio. A continuación, formaron grupos de cuatro integrantes y nos encaminamos hacia el mismo.

Una vez allí, repartimos las guías de trabajo y comenzamos leyendo los objetivos y criterios de evaluación. Presentamos los elementos de trabajo y les comentamos sobre la necesidad de usar el calibre para medir los diámetros de las bolitas. Justificamos la decisión de utilizar el calibre basándonos, por un lado, en la diferencia de apreciación entre un calibre y una regla y, por otro, en la dificultad material que puede generar el hecho de pretender medir el diámetro de una bolita con una regla. Realizamos al frente una explicación de cómo tomar las lecturas del calibre. Para ello nos valimos de un afiche, dibujado por nosotros, en el cual estaba dibujada la regla fija y un pliegue móvil que representaba al nonio de calibre. Los alumnos parecían no comprender del todo nuestra explicación, en primer lugar, porque pocos de ellos estaban familiarizados con este instrumento y, en segundo lugar, porque desde sus puestos de trabajo no se lograba ver con claridad lo escrito en el afiche. Esto conllevó a que cada profesor explicara personalmente el proceso de medición con el calibre a cada grupo en la mesada de trabajo. Gracias a esto pudimos salvar gran parte de las dudas a la hora de tomar las mediciones.

Una vez inmersos en el trabajo, notamos que los estudiantes estaban realmente interesados en la actividad, querían medir, lo hacían varias veces para cerciorarse de estar procediendo correctamente. Si dos lecturas daban diferentes discutían entre ellos para decidir cuál tomar y, si no había consenso, llamaban a alguno de nosotros para consultar o volvían a realizar la medición. Los notamos realmente motivados durante esta etapa, inclusive a los estudiantes que solían ser menos participativos. Una vez medidos los diámetros, calcularon los volúmenes y dejaron todos los datos asentados en la tabla correspondiente. A continuación mostramos la tabla de uno de los grupos (ver Figura 8).

Tipo de bolita	Diámetro (mm)	Volumen (mm <sup>3</sup> )	
Spider	25,10 mm	8282 mm <sup>3</sup>	/
Bolón	25,40 mm	8583 mm <sup>3</sup>	/
Canica	16,94 mm	2546 mm <sup>3</sup>	/
Acerito	11,18 mm	732 mm <sup>3</sup>	/

Figura 8: Registro de tabla completa por uno de los grupos

Para la realización del experimento propiamente dicho, ellos debían colocar una bolita dentro de la probeta y observar cuánto había crecido el nivel de agua e ir dejando registro del tipo

de bolita, el volumen acumulado, y el nivel de agua alcanzado (ver Figura 9). El proceso debía repetirse hasta terminar con todas las bolitas. Mientras se llevaba a cabo este procedimiento, íbamos pasando por las mesadas ofreciendo sugerencias funcionales a los objetivos del trabajo: verter agua hasta la mitad de la probeta, pegar la cinta métrica justo a partir del nivel alcanzado por el agua, inclinarse colocando la vista a la altura del nivel del agua para la toma de las lecturas. A continuación, la figura 10 muestra a algunos estudiantes inmersos en el proceso de medición.

Tipo de bolita	Volumen acumulado (mm <sup>3</sup> )	Nivel del agua (mm)	
Spider	8282 mm <sup>3</sup>	0,9 mm	
Bolón	16869 mm <sup>3</sup>	17 mm	
Canica	19411 mm <sup>3</sup>	18 mm	
Acerito	20143 mm <sup>3</sup>	19 mm	
Bolón	28726 mm <sup>3</sup>	27 mm	
Bolón	37309 mm <sup>3</sup>	35 mm	
Spider	45591 mm <sup>3</sup>	44 mm	
Acerito	46323 mm <sup>3</sup>	45 mm	
Canica	48869 mm <sup>3</sup>	47 mm	
Canica	51415 mm <sup>3</sup>	49 mm	

Figura 9: Registro del experimento



Figura 10: Alumna introduciendo una bolita en la probeta

En los siguientes ítems los alumnos debían identificar las variables involucradas, haciendo distinción entre las variables (dependiente e independiente) y realizar una conjetura del comportamiento del nivel del agua a medida que se iban introduciendo cada una de las bolitas. Varios alumnos, al llegar a la última consigna, nos preguntaron “qué era una conjetura”, nosotros les contestamos que era la hipótesis del experimento. Para nuestra sorpresa, la respuesta resultó ser satisfactoria, lo que nos hace pensar que ya habían empleado el término hipótesis en alguna otra asignatura. Una de las conjeturas elaboradas por uno de los grupos fue la siguiente:

En el momento en que introducimos las bolitas, el nivel del agua sube. Dependiendo del tamaño de la bolita, el agua sube, por eso cuando introducimos 2 bolitas iguales, subía en igual proporción el agua.

El trabajo práctico se realizó en 120 minutos. Al finalizar la actividad, retiramos el trabajo realizado por los grupos.

Como ya mencionamos, la segunda parte del trabajo práctico debió ser realizada en el aula. Se presenta, a continuación, el enunciado de esta segunda parte con las modificaciones correspondientes:

*Trabajo práctico N°2: Actividad experimental. Segunda parte*

*El objetivo de esta parte de la evaluación es que ustedes, en base a los datos obtenidos en la actividad experimental y al gráfico entregado por el profesor, puedan realizar un análisis, sacar conclusiones y cotejarlas con las hipótesis ya formuladas.*

*Observando el gráfico:*

- 1. Corroboren con la tabla que hicieron en el laboratorio de física indicando si los puntos graficados se corresponden con dicha tabla.*
- 2. ¿Cómo describirían la distribución de los puntos en el gráfico? Escriban su respuesta a continuación.*
- 3. Seleccionen dos valores de volúmenes acumulados que no se correspondan con los de la tabla; y a partir de un análisis del gráfico, estimen los valores de los niveles de agua correspondientes. Escriban las coordenadas de dichos puntos a continuación y dibujen estos puntos en el gráfico con un color.*

*A continuación el profesor les dibujará en color una “recta de ajuste<sup>4</sup>” de dichos puntos.*

- 4. En base a esta recta contesten:*

*¿Pasa por todos los puntos que graficaron? ¿pasa por algunos? Escriban su respuesta a continuación.*

*¿Pasa cerca de los puntos graficados? Si es así, ¿de cuáles? ¿Hay algún punto que esté muy alejado de la recta? Escriban su respuesta a continuación.*

*Los puntos cuyas coordenadas estimaron en el ítem 3, ¿están sobre la recta? ¿están cerca? Escriban su respuesta a continuación.*

- 5. Pensando en sus respuestas al ítem anterior, ¿qué les parece que representa la recta roja? ¿Para qué puede ser de utilidad? Escriban su respuesta a continuación.*

---

<sup>4</sup> En realidad no se trató de una recta de ajuste dado que no utilizamos ningún algoritmo para trazarla, sino, que fue trazada a mano.

La última etapa su trabajo consistirá en elaborar conclusiones acerca del trabajo que han realizado.

Para ello:

6. Escriban a continuación un texto donde comparen la conjetura realizada en el laboratorio de física con el gráfico obtenido. ¿Pueden concluir que su conjetura era correcta? ¿Por qué?

7. Escriban un texto, a continuación, donde resuman los aspectos que ustedes consideren más importantes del trabajo de análisis del gráfico realizado.

En el momento de su implementación, le entregamos a cada grupo las fotocopias con los enunciados de la parte 2 del trabajo práctico junto a la guía realizada en el laboratorio de física. También les facilitamos un gráfico, realizado por nosotros con GeoGebra, de los puntos correspondientes a los volúmenes acumulados y los niveles de agua obtenidos en el experimento. Se muestra en la Figura 11 el gráfico de los puntos de uno de los grupos.

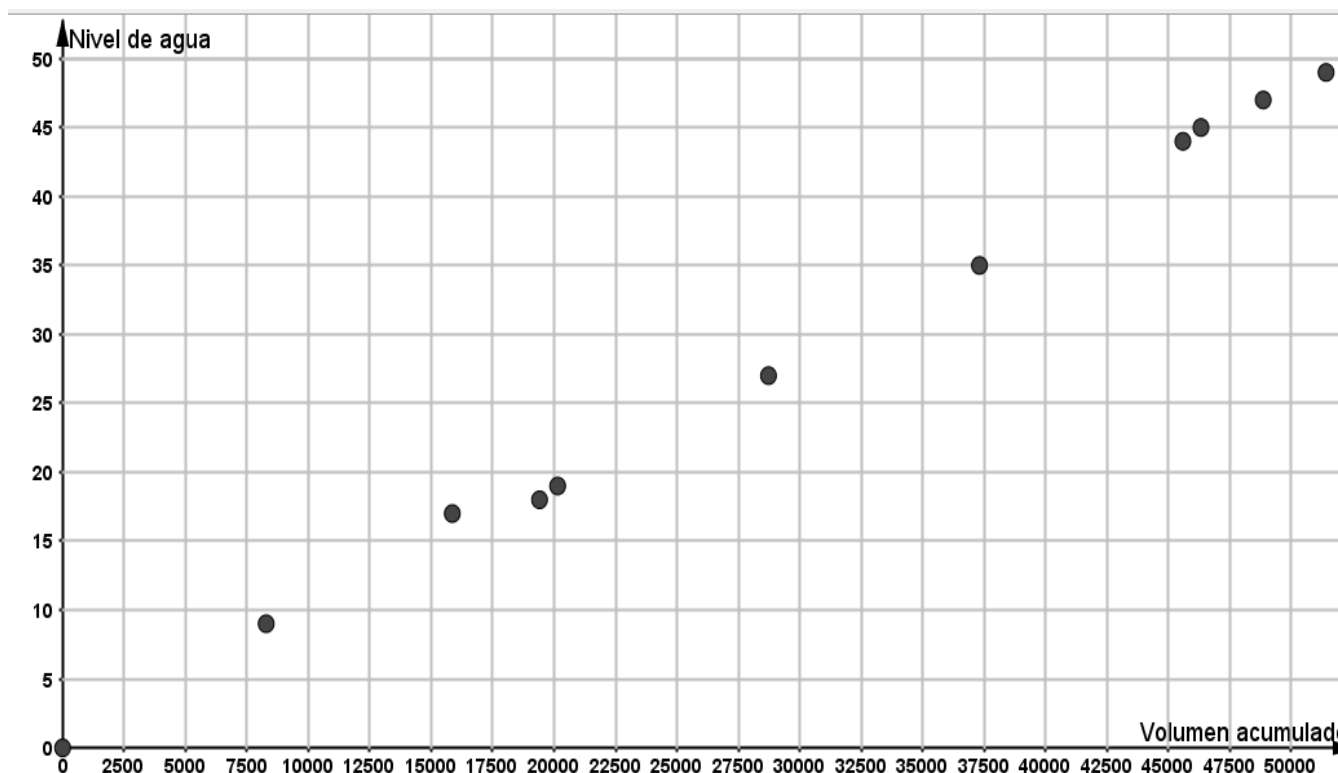


Figura 11. Gráfico entregado a uno de los grupos de los puntos correspondientes a volumen acumulado y nivel de agua.

Esta parte de la actividad comenzó desarrollándose de manera dinámica. La mayoría advertía la disposición (casi) lineal de los puntos; y, tanto antes como después de trazar la «recta de ajuste», no tenían inconvenientes en interpretar la situación. Para la estimación de los puntos del ítem 3) tuvimos que guiarlos con preguntas como: “Si el volumen de las bolitas introducido hubiese sido 30000 mm<sup>3</sup> ¿cuál les parece que hubiera sido el nivel de agua alcanzado?, ¿y para un volumen de 50000 mm<sup>3</sup>?”. De esta manera ellos pudieron realizar las estimaciones teniendo en cuenta la disposición alineada de los puntos graficados. En la consigna 5 nos consultaban más seguido pero lograron entrever la utilidad de la recta. Fue necesario ahondar más en las explicaciones referentes a los dos últimos ítems. Tuvimos que guiarlos a la conjetura que habían planteado en la primera parte, en el laboratorio, e invitarlos a reflexionar acerca de si lo afirmado aquella vez era avalado o no por el tratamiento posterior. La segunda parte del trabajo práctico se realizó en 80 minutos.

*Llegamos al fin a Función de Proporcionalidad Directa...*

Como comentamos anteriormente, el trabajo práctico experimental perseguía entre sus objetivos servir de plataforma para introducir la noción de función de proporcionalidad directa. Esta temática fue abordada a través de una exposición dialogada y tuvo una duración aproximada de 50 minutos. Comenzamos completando la siguiente tabla que corresponde a una de las producciones de los alumnos realizada en la primera parte del trabajo práctico 2.

<i>Tipo de Bolita</i>	<i>Volumen acumulado (mm<sup>3</sup>)</i>	<i>Nivel de agua (mm)</i>	<i>y/x</i>
<i>Ninguna</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>-----</i>
<i>Spider</i>	<i>7404</i>	<i>9</i>	
<i>Spider</i>	<i>14808</i>	<i>18</i>	
<i>Bolón</i>	<i>22893</i>	<i>26</i>	
<i>Bolón</i>	<i>30978</i>	<i>34</i>	
<i>Bolón</i>	<i>39063</i>	<i>42</i>	
<i>Canica</i>	<i>40760</i>	<i>45</i>	
<i>Canica</i>	<i>42457</i>	<i>48</i>	
<i>Canica</i>	<i>44154</i>	<i>51</i>	
<i>Acerito</i>	<i>44866</i>	<i>52</i>	
<i>Acerito</i>	<i>45578</i>	<i>53</i>	

Nosotros disponíamos de un afiche que reproducía la tabla y facilitamos a los alumnos fotocopias de la misma. Inicialmente les preguntamos cómo se relacionaban las magnitudes y cuál de ellas era la variable independiente y la dependiente. Continuamos calculando entre

todos el cociente requerido (nivel de agua / volumen acumulado) entretanto escribíamos los resultados en la tabla. Nuestros alumnos no tardaron en percibir que dicho cociente arrojaba números muy parecidos, que se distinguían recién a partir de la quinta o sexta cifra decimal. A continuación, planteamos la situación de tener que escoger un número que representase a los cocientes calculados. Les comentamos que si en el experimento las mediciones hubiesen sido exactas (situación imposible de lograr), todos los cocientes hubieran dado igual, y que era por eso que necesitamos quedarnos con un solo valor. Los alumnos propusieron varios candidatos para este representante: “el más repetido”, “el más grande”, “el que se encuentra al medio de todos si estuvieran en orden”, etc. Evaluamos conjuntamente sus respuestas y preguntamos si recordaban la noción de promedio aritmético que habían estudiado en estadística y nos respondieron que sí. Entonces, indagamos acerca de cuál es el valor más representativo cuando tenemos una lista de registros con valores similares, y concluimos, junto a nuestros alumnos, que resulta ser el promedio aritmético. El paso siguiente fue calcularlo. Denominamos con la letra «k» a dicho promedio. Seguidamente, les propusimos a nuestros alumnos comprobar que al multiplicar «k» por los diferentes valores de «x» nos daba por resultado los valores de «y». Con esto pudimos realizar un análisis de cómo se vinculaban las columnas de la tabla, es decir, cómo se podían obtener los valores de una columna a partir de los valores de la otra. Luego, para convencernos que la regularidad que habían encontrado seguía valiendo para nuevos valores, les preguntamos qué nivel de agua correspondería a volúmenes de 10000, 20000 y 30000 mm<sup>3</sup>. Ellos calcularon estos nuevos valores del nivel de agua, multiplicando cada volumen por «k». Mientras tanto nosotros los íbamos anotándolos en las casillas vacías de la tabla.

Este análisis nos llevó a concluir con nuestros alumnos que este tipo de relación podía expresarse a través de la siguiente fórmula, que escribimos en el pizarrón:

<p><i>“y = k.x”, donde llamaremos a “k” constante de proporcionalidad</i></p>
-------------------------------------------------------------------------------

Hasta aquí solo habíamos trabajado las regularidades que involucran las columnas. Previamente los alumnos habían trabajado con la recta como una herramienta de predicción; ahora tenían también la constante de proporcionalidad que también les servía para calcular los valores. Debía haber una vinculación en todo esto, se advertía en ellos cierta expectación. Seguidamente, pasamos a analizar si se podía obtener alguna regularidad escrutando las filas de la tabla. Verificamos entre todos que cuando se colocaban dos bolitas iguales de manera consecutiva, los niveles de agua aumentaban en la misma cantidad. Corroboramos con varios ejemplos y concluimos que a iguales incrementos en el volumen acumulado le correspondían incrementos iguales en el nivel de agua. Es decir, las variables estaban creciendo en la misma proporción. A esto lo escribimos en el pizarrón y les pedimos a los alumnos que lo copien en sus carpetas.

A continuación, exhibimos sobre el pizarrón un plotter con el gráfico correspondiente a la tabla trabajada (ver Figura 12). Destacamos aquí, que la semirrecta fue trazada de antemano por nosotros adoptando como pendiente el «k» obtenido a través del promedio aritmético. Esto fue posible porque al planificar dicha clase ya habíamos previsto cuál sería el promedio



aritmético que obtendrían los alumnos. Entonces, comenzamos preguntando si este gráfico representa a una función. Las respuestas de los alumnos fueron variadas: “sí, porque se relacionan dos variables”; “sí, porque a la variable independiente le corresponde sólo un valor de la dependiente”. Frente a estas argumentaciones corroboramos la unicidad rápidamente barriendo con la regla el gráfico y concluimos afirmando que efectivamente dicha relación era una función. Luego, inquirimos sobre si tenía sentido que la variable «x» tome valores negativos. Los alumnos contestaron que no tenía sentido ya que “no existe nada con volumen negativo”. En consecuencia, escribimos en el pizarrón:

- La relación entre el volumen acumulado y el nivel de agua es una función.

- Como no es posible que haya volúmenes negativos, la variable «x» debe ser mayor o igual a cero.

Todo este trabajo nos llevó a establecer que estábamos en presencia de lo que en matemática se llama función de proporcionalidad directa e institucionalizamos esta noción en el pizarrón de la siguiente forma:

*La fórmula  $y = k \cdot x$  resulta ser la expresión de lo que denominaremos **función de proporcionalidad directa**, donde «k» (la constante de proporcionalidad) es siempre positiva y los valores que adopta «x» son siempre mayores o iguales que cero*

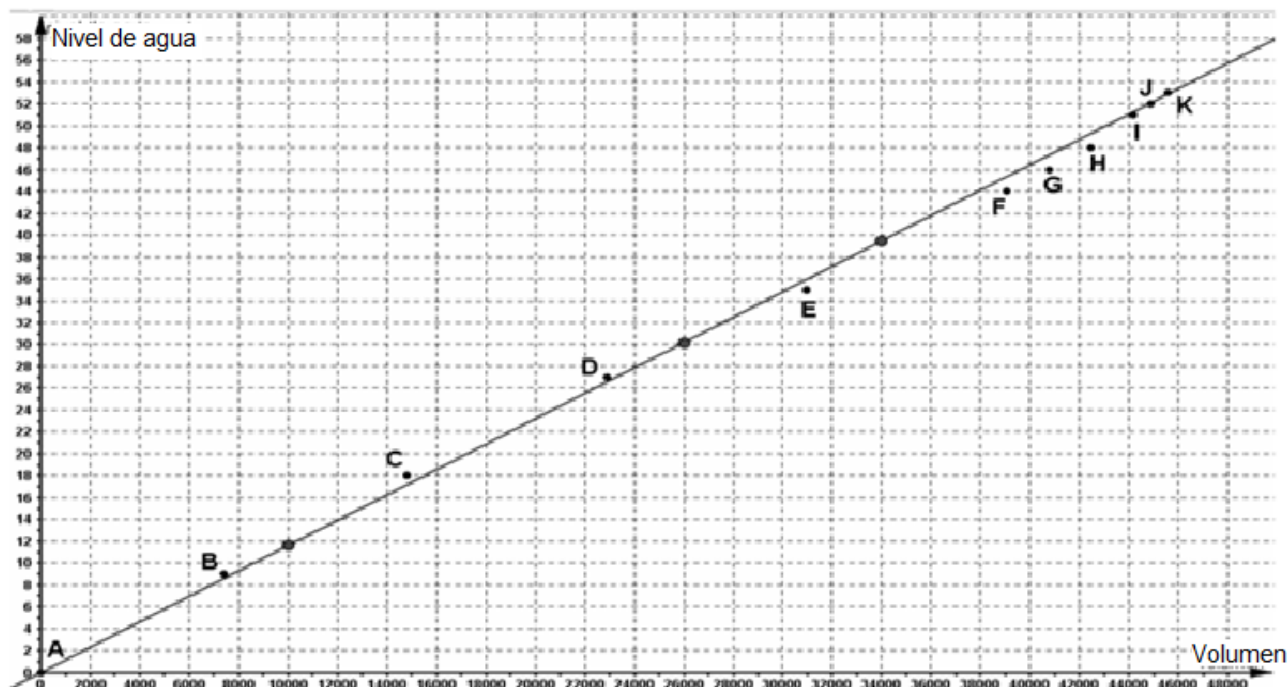


Figura 12: Gráfica correspondiente a la tabla de la actividad “Cociente  $y/x$ ”

Para cerrar esta parte de la clase, escribimos en el pizarrón los siguientes ejemplos de funciones de proporcionalidad y les preguntamos a los alumnos cuál era el «k» en cada caso:

$$y=2.x \quad y=8.x \quad y=3/4.x \quad y=x \quad y=1/2.x$$

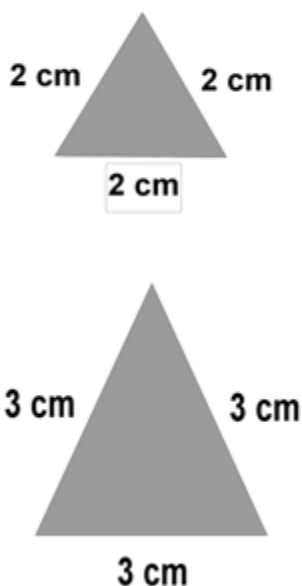
Ellos respondieron acertadamente en todos los casos a excepción del de  $y=x$ , ya que varios afirmaban que «k» era igual a cero. Allí les comentamos que si un número se multiplica por cero, el resultado es cero; por ende no podría ser ese el valor de «k». En ese momento otros alumnos dijeron que el valor de «k» era 1. Afirmamos eso, diciéndoles que si un número se multiplica por 1, el resultado es el mismo número.

Finalmente, concluyendo nuestras prácticas, presentamos una actividad cuyo objetivo era comprobar que «k» resulta ser la pendiente de la semirrecta graficada. El enunciado era el siguiente:

Actividad: Calculando perímetros

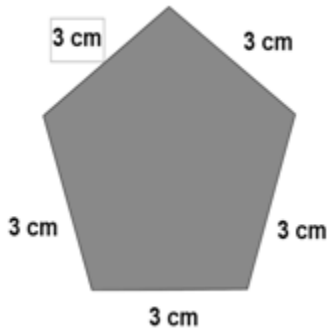
Completar las siguientes tablas en las cuales se relacionan los distintos perímetros según la longitud del lado de un polígono regular.

Triángulo equilátero



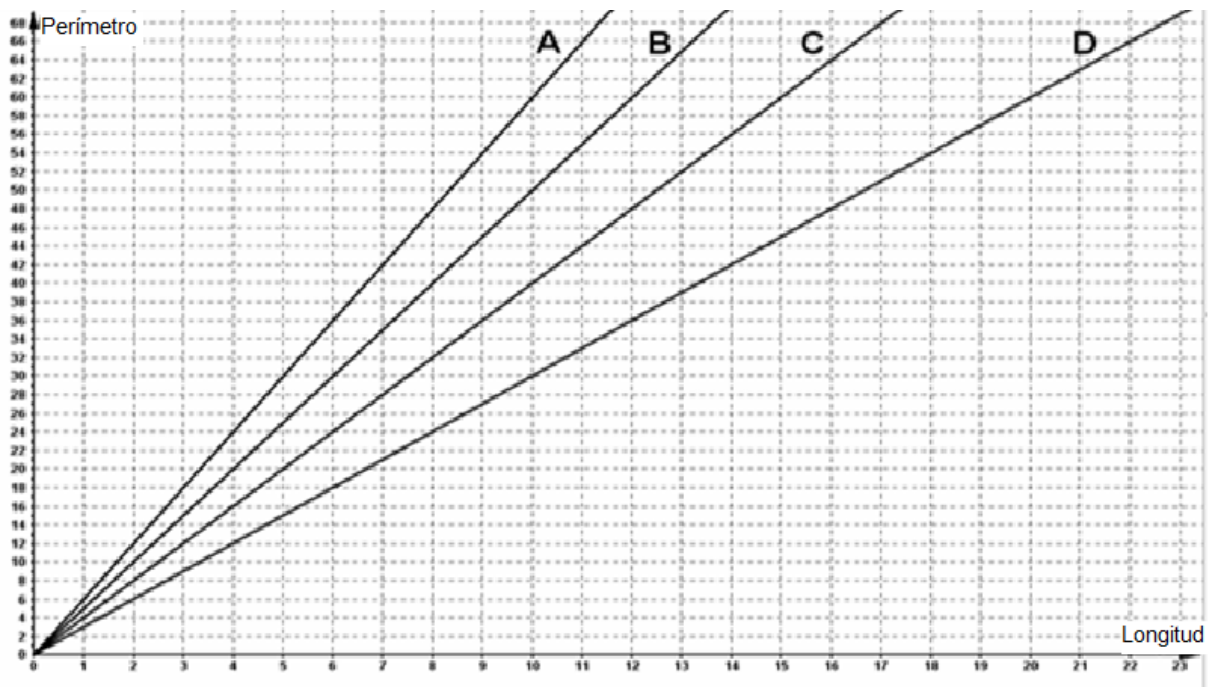
Longitud del lado (cm)	Perímetro (cm)
2	
3	
4	

Pentágono regular



Longitud del lado (cm)	Perímetro (cm)
	30
	25
2	
	60
9	

1. ¿Cuál será el perímetro de un triángulo equilátero de 6 cm de lado? ¿y el perímetro de un triángulo equilátero de 8 cm de lado? ¿Cómo lo calcularon?
2. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad "k" para el triángulo equilátero?
3. ¿Cuál será el perímetro de un pentágono de 8 cm de lado? ¿y el perímetro de un pentágono de 10 cm de lado? ¿Cómo lo calcularon?
4. ¿Podrían determinar en base a la tabla la constante de proporcionalidad "k" para el pentágono regular?
5. Observen el siguiente gráfico:
  - a. ¿Cuál será la semirrecta que representa la relación entre la longitud del lado y el perímetro del triángulo equilátero?
  - b. ¿Y cuál será la del pentágono?



6. *¿Qué número de lados tendrá el polígono regular representado por la semirrecta A? ¿Y el representado por la semirrecta C?*

Para introducirlos en la actividad, recordamos las nociones de perímetro, de polígono regular, de triángulo equilátero y de pentágono regular.

Luego de repartir las fotocopias, les propusimos abordar el trabajo en conjunto. Si bien era una rica actividad para que trabajen en sus bancos, ésta era nuestra última clase y teníamos los tiempos acotados. Entonces, fuimos planteando las consignas y resolviendo en el pizarrón mientras ellos copiaban en sus carpetas y participaban respondiendo a las preguntas formuladas.

La parte que requería completar las tablas resultó sencilla. Los alumnos lo hicieron rápidamente y nos dictaron las soluciones. Respondieron con facilidad los ítems 1) y 3). Dichas respuestas las escribimos en las filas vacías de las tablas. Para el caso de las consignas 2) y 4), les sugerimos recordar cómo habíamos obtenido el «k» en el caso de la tabla de «las bolitas». Entonces recordaron que debían calcular «y/x» para obtener dicha constante. Y así lo hicieron, calcularon las constantes de proporcionalidad para el triángulo equilátero y para el pentágono regular, mientras tanto nosotros escribíamos sus respuestas en el pizarrón. Luego, llegamos al ítem 5), donde se debía indicar, en base al gráfico, la semirrecta que correspondía a la relación entre la longitud del lado y el perímetro tanto de un triángulo equilátero como de un pentágono regular. La primera reacción de nuestros alumnos fue proponer que la de menor pendiente era la que correspondía al triángulo, guiados quizá por una cuestión intuitiva. Sin embargo, nuestros estudiantes no llegaban a un acuerdo en la semirrecta que debía corresponder al pentágono. Entonces, sugerimos analizar a qué coordenada «y» le correspondía cada coordenada «x» de las semirrectas, comenzando por

la de menor pendiente. De este modo, notamos que al 4 le correspondía el 12, al 8 el 24, y así sucesivamente. Inmediatamente lo relacionaron con el triángulo y entonces pudimos enunciar la regularidad subyacente: el cociente « $y/x$ » daba siempre 3. A esta altura, ya eran varios los que postulaban a la recta B para el pentágono. Efectivamente, lo corroboramos de manera análoga. Seguidamente, discutimos entre todos hasta concluir que la recta C representa a un cuadrado y la recta A a un hexágono.

Finalizando la clase copiamos en el pizarrón las fórmulas obtenidas y luego observamos cómo va aumentando la pendiente a medida que el « $k$ » va creciendo.

$y=3.x$	$y=4.x$	$y=5.x$	$y=6.x$
(Triángulo)	(Cuadrado)	(Pentágono)	(Hexágono)

Valiéndonos de la definición, destacamos, que todas se corresponden con funciones de proporcionalidad directa. Luego institucionalizamos, a través del pizarrón, la siguiente afirmación:

*El gráfico de toda función de proporcionalidad directa es una semirrecta con origen en el punto (0,0) donde la constante de proporcionalidad ( $k$ ) resulta ser la pendiente de dicha semirrecta.*

Terminamos la clase preguntando: ¿por qué es una semirrecta? obteniendo por respuestas afirmaciones tales como: «porque tiene origen en el cero», «porque va del cero en adelante», «porque la  $x$  sólo está tomando valores positivos», todas se aproximaban en la dirección correcta. Entonces retornamos a la definición y juntos constatamos que al tener que ser los valores de « $x$ » siempre positivos, necesariamente debía ser una semirrecta. Esta actividad se resolvió en 30 minutos.

Con esta actividad concluyeron nuestras prácticas. Seguidamente nos despedimos de la profesora y de los estudiantes.

### **2.2.6 Las evaluaciones.**

Para delinear los criterios de evaluación, tuvimos en cuenta las sugerencias que la profesora tutora del curso nos dio durante la entrevista que mantuvimos antes de comenzar las prácticas. En aquella oportunidad, ella nos comentó que sus evaluaciones tenían el formato de trabajo práctico y que, además, las tomaba de manera grupal trabajando con grupos de entre dos y cuatro integrantes, según la ocasión. En consecuencia, adoptamos esta modalidad dado que consideramos pertinente mantenernos fieles al contrato didáctico en un tema tan delicado como es la acreditación de aprendizajes.

Durante nuestras prácticas tomamos dos trabajos prácticos: *Matematizando mi recorrido en el colegio* y *Actividad experimental*, conforme a la cantidad de notas que la profesora tutora requería. Los mismos fueron presentados y explicados con detalle en la subsección anterior. Por ende, procederemos a describir los criterios de corrección establecidos y las calificaciones obtenidas por los estudiantes.

### *Criterios de evaluación*

Para delinear estos criterios tuvimos en cuenta algunas inquietudes que se mantuvieron constantes durante el desarrollo de las prácticas. Entre ellas citamos:

- Durante nuestras prácticas, muchas de las actividades eran de realización grupal y requerían el trabajo colaborativo.
- Para nosotros era particularmente relevante que los alumnos hicieran un esfuerzo por explicar y argumentar sus afirmaciones.
- Consideramos importante los procesos de medición y toma de lecturas, como así también los resultados de las mismas.

Los criterios para el Trabajo Práctico 1: *Matematizando mi recorrido en el colegio* se encuentran en la tabla 3 y los criterios para el Trabajo Práctico 2: *Actividad experimental*, en la tabla 4.

### **Trabajo Práctico N° 1. *Matematizando mi recorrido en el colegio***

<b>Parte 1</b>	Puntos	Puntos obtenidos Trabajo práctico n°1
Compatibilidad entre la tabla y el relato	1.5	
Disposición durante el trabajo	0.5	
Sumar correctamente las columnas de tiempo acumulado y distancia acumulada.	1	
<b>Parte 2</b>	Puntos	
Nombrar los ejes coordenados	0.5	
Agregar cuadrícula	0.5	
Ingresar el relato de la trayectoria	1	
Compatibilidad entre el gráfico y el relato	1	
Disposición durante el trabajo	0.5	
Entrega a tiempo del archivo GeoGebra	0.5	
<b>Parte 3</b>	Puntos	
Interpreta que las mesetas corresponden a momentos en que los estudiantes estuvieron detenidos. Suma correctamente los tiempos de cada tramo.	1	
Interpreta correctamente el significado de las pendientes.	1	

Argumenta adecuadamente.		
Detecta correctamente las inconsistencias del gráfico y argumenta al respecto.	1	
<b>Suma de puntajes</b>		
<b>Nota obtenida</b>		

Tabla 3: Criterios de corrección para el Trabajo práctico N° 1

### **Trabajo práctico 2. Actividad experimental**

<b>Parte 1</b>	<b>Puntos</b>	<b>Puntos obtenidos Trabajo práctico n°2</b>
Calculan correctamente los volúmenes de las bolitas	1	
Son consistentes en la toma de las lecturas	0.5	
Suman correctamente los valores del volumen acumulado y del nivel de agua en la tabla.	1	
Identifican correctamente las variables	1	
Elaboran una conjetura pertinente y bien redactada	1	
Compromiso en el trabajo y cuidado de los instrumentos utilizados	0.5	
<b>Parte 2</b>	<b>Puntos</b>	
Identifican que los puntos están alineados.	0.5	
Realizan una buena estimación de los niveles de agua acorde a los volúmenes escogidos y escriben correctamente las coordenadas de ambos puntos.	1	
Determinan criteriosamente cuando los puntos se ubican cerca o lejos de la recta. Sostienen el criterio.	1	
Reconocen que la recta puede utilizarse como herramienta para estimar nuevos valores de nivel del agua según el volumen acumulado que se elija.	1	
Cotejan y contrastan correctamente los resultados con la conjetura original.	1	

Analizan reflexivamente la tarea realizada.	0.5	
<b>Suma de puntajes</b>		
<b>Nota obtenida</b>		

Tabla 4: Criterios de corrección para el Trabajo práctico N° 2

En los siguientes gráficos se muestran los resultados obtenidos en los trabajos prácticos en cada uno de los cursos (ver Figura 13 a 18). Las calificaciones son del 1 al 10. Es importante resaltar que, si bien los trabajos se realizaron en grupos, las notas fueron de carácter individual. En esta dirección, si un integrante faltaba a una de las partes de un trabajo práctico, no sumaba los puntos correspondientes. La categoría «sin nota» se le asignó a los estudiantes que habían faltado justificando su inasistencia. En estos casos le transferimos la decisión a la profesora titular siendo ella la que determinó de qué manera evaluar a estos alumnos.

### Notas Trabajo práctico n°1. 3° C

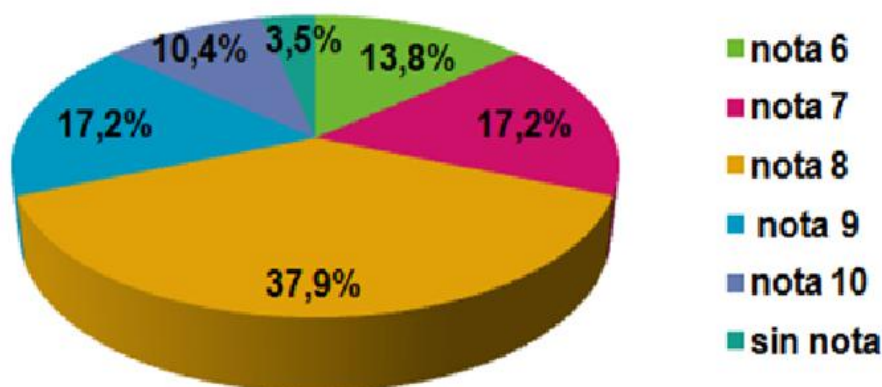


Figura 13: Gráfico de torta de las calificaciones obtenidas en 3° año C, correspondiente al 1° trabajo práctico.



**Notas trabajo práctico n°1.  
3° D**

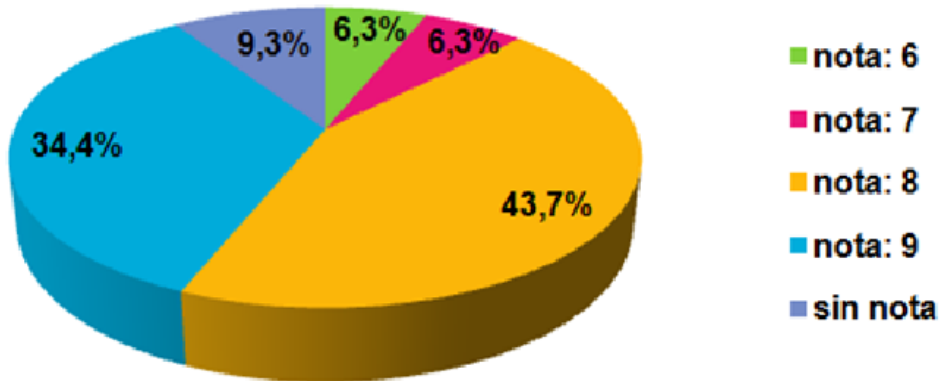


Figura 14: Gráfico de torta de las calificaciones obtenidas en 3° año D, correspondiente al 1° trabajo práctico.

**Notas Trabajo práctico n°1.  
3° E**

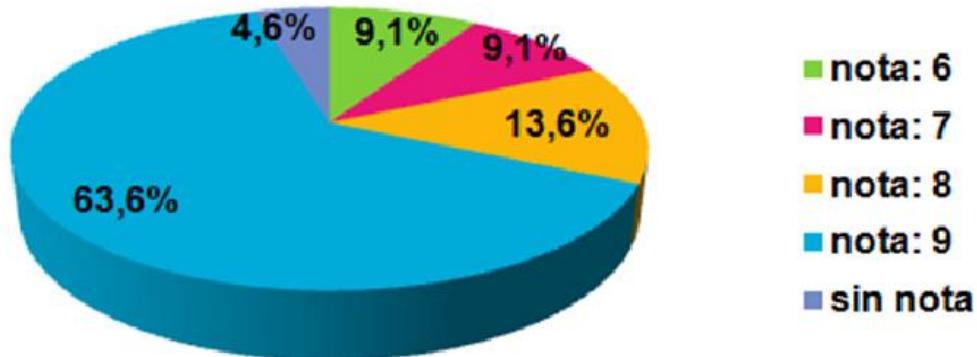


Figura 15: Gráfico de torta de las calificaciones obtenidas en 3° año E, correspondiente al 1° trabajo práctico.

Podemos observar, que la totalidad de los alumnos aprobaron el trabajo práctico n°1, obteniendo la mayoría una calificación de 8 y 9 puntos. En cada uno de los cursos se registraron inasistencias justificadas motivo por el cual dichos estudiantes quedaron sin nota en esta primera instancia evaluativa.

Las figuras 16, 17 y 18 muestran los gráficos correspondientes a las calificaciones del segundo trabajo práctico en los tres cursos.

**Notas Trabajo práctico n°2.  
3° C**

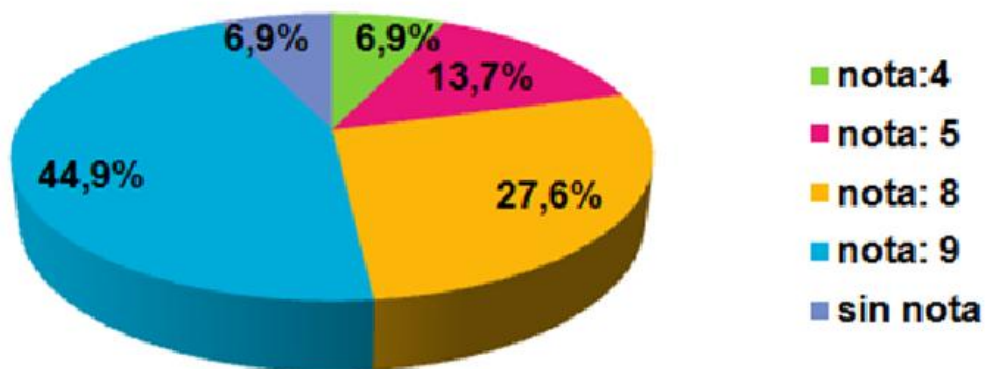


Figura 16: Gráfico de torta de las calificaciones obtenidas en 3° año C, correspondiente al 2° trabajo práctico.

**Notas Trabajo práctico n°2.  
3° D**

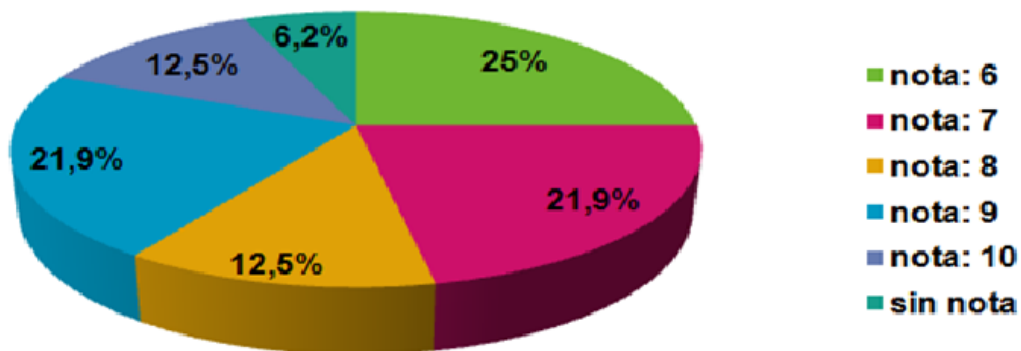


Figura 17: Gráfico de torta de las calificaciones obtenidas en 3° año D, correspondiente al 2° trabajo práctico.

### Notas Trabajo práctico n°2. 3° E

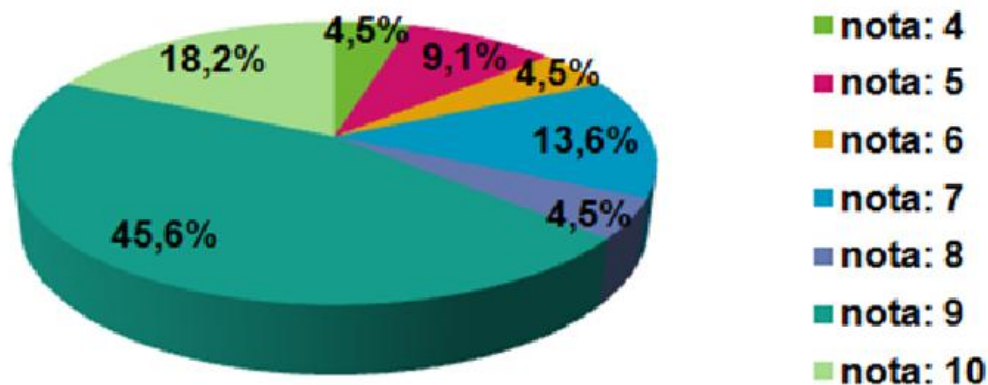


Figura 18: Gráfico de torta de las calificaciones obtenidas en 3° año E, correspondiente al 2° trabajo práctico.

En lo que respecta al trabajo práctico 2, podemos observar que en 3° C y 3° E hay alumnos que no aprobaron. La razón fue el haber faltado a alguna de las partes y no haber sumado los puntos correspondientes como ya se mencionó antes. A pesar de ello, la mayoría de los estudiantes calificaron con 9 puntos en ambos cursos. En 3°D, si bien no hubo desaprobados, la mayor parte del curso calificó con 6 puntos. Nuevamente, se registraron inasistencias justificadas por lo que hubo un pequeño grupo de alumnos a los que no fue posible entregarles una nota final correspondiente a esta segunda instancia evaluativa.

#### *Apreciaciones generales...*

En general los alumnos participaron activamente en los debates y puestas en común de los trabajos realizados. Con respecto a las actividades a realizar en clase, el trabajo en grupos resultó muy satisfactorio, favoreciendo la colaboración entre pares y también el compromiso para la realización de las mismas. Las observaciones que realizamos antes de las prácticas habían mostrado que los alumnos eran muy participativos y esto continuó de igual manera cuando estuvimos en el aula como practicantes.

En el siguiente capítulo nos proponemos identificar una problemática en el desarrollo de nuestras prácticas y abordarla abrevando de herramientas teóricas haciendo foco en las producciones de los estudiantes. Esperamos darle un tratamiento que promueva una reflexión sobre la vivencia transitada y nos sirva de experiencia para futuras problemáticas que debamos gestionar.

## Capítulo 3

### Problemática

#### 3.1 Introducción

El presente capítulo constituye un espacio de reflexión sobre la propia práctica. Nos proponemos delimitar y definir una problemática que emergió durante nuestras prácticas docentes. Para ello, emprendimos un análisis reflexivo acerca de todo el proceso que transitamos contrastando con nuestras inquietudes iniciales, reflejadas en la planificación que elaboramos. Tales inquietudes emergen del enfoque que fuimos adoptando durante nuestra formación en lo que a la Educación Matemática refiere. El mismo se basa en las teorías constructivistas del aprendizaje desarrolladas por autores tales como Piaget, Vigotsky, Bruner y Ausubel durante el siglo XX. Estas teorías comparten el hecho de concebir al aprendizaje como un proceso activo centrado en el estudiante. Desde estas perspectivas, el aprendizaje va emergiendo de situaciones en las cuales los alumnos van «construyendo» su conocimiento y la misión del docente es gestionar la clase buscando promover este proceso. Este enfoque, sumado al aporte de otros autores que explicitaremos más adelante, fue lo que nos condujo a diseñar una planificación nutrida de numerosas actividades susceptibles de involucrar a los estudiantes con diversos escenarios en donde ellos sean los principales protagonistas de su formación. Veremos, durante la tratativa de esta problemática, si esta invitación resultó convocante y si fueron alcanzados los objetivos que nos planteamos.

#### 3.2 Delimitación de la problemática

Como ya referimos en otras partes del informe, nuestro propósito inicial fue el de intentar gestionar una práctica provista de sentido para los estudiantes. A este principio responde la secuenciación de las actividades que elaboramos buscando que las mismas integren progresivamente los contenidos a desarrollar. Procuramos al respecto ofrecer actividades que, partiendo del sentido común, permitieran reformular progresivamente ciertas nociones a partir de herramientas matemáticas.

Además, nos motivó en todo momento la iniciativa de buscar favorecer el desarrollo del sentido crítico en los alumnos. Esta inclinación fue alimentada por la convicción de que la transformación de la sociedad depende en gran medida de la capacidad de sus ciudadanos de reflexionar, sensibilizarse y actuar críticamente. A este respecto, se pronuncia en reiteradas ocasiones el Diseño Curricular vigente, sobre todo en la sección titulada «Orientaciones para la enseñanza», del Tomo 2.

Allí Podemos leer:

Una de sus funciones fundamentales [del docente] consiste en seleccionar tareas que ayuden a los estudiantes a problematizar la disciplina, a generar discusión de procedimientos, a elaborar preguntas a partir de un problema, a analizar la pertinencia de procedimientos, a ser críticos (p.46).

Abonando esta perspectiva, Skovsmose (1999) redobla la apuesta y connota la expresión de un sentido más político todavía. En concomitancia con los referentes de la Teoría Crítica, prescribe a la educación el deber de ser crítica. No sólo reflexionar y sensibilizarse ante las crisis de la sociedad; sino también convertirse en un agente de cambio, de empeño ante las injusticias que permean el campo de las contingencias humanas. A este respecto nos refiere:

Ser crítico significa prestarle atención a una situación crítica, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella (p.16).

En esta dirección se dirigieron nuestros esfuerzos en los momentos en que buscábamos problematizar la disciplina y afectar la sensibilidad de los alumnos para con los contenidos dados.

La educación matemática crítica enfatiza el hecho de que las matemáticas no son simplemente una materia que debe enseñarse y aprenderse. En cambio, las matemáticas se perciben como un tema que en sí necesita ser reflexionado, puesto que las matemáticas son una parte central de nuestra cultura basada en la tecnología (p.4)

La matemática es una actividad de producción. Hacer matemática implica darle al alumno la oportunidad de crearla, transformarla, ser protagonista de ella, es decir, deben hacer, reflexionar y pensar sobre lo que están haciendo.

A partir de estas ideas y perspectivas se fueron gestando nuestras expectativas y, por ende, las decisiones que fuimos adoptando durante todo el proceso. Si bien éramos conscientes de las limitaciones producto de las variables que entran en juego en un espacio de prácticas profesionales (sobre todo las relacionadas con los tiempos), procuramos que nuestra propuesta educativa resulte afín a esta concepción de la educación y de la educación matemática. Fue por ello que incorporamos diversas estrategias que resultan tributarias de esta perspectiva. Entre ellas citamos: trabajar con nuestros alumnos en diversos escenarios (laboratorio de física, laboratorio de computación, actividad *Matematizando mi recorrido en la escuela* que se desarrolló casi por completo fuera del aula); apelar de manera recurrente al trabajo grupal, conscientes de la importancia de las dinámicas cooperativas en las producciones de índole matemática; abordar determinados contenidos inscriptos en un contexto de interdisciplinariedad, como lo fue el segundo trabajo práctico: *Actividad experimental*.

Justamente a partir de este segundo trabajo práctico definiremos nuestra problemática. Como detallamos en el capítulo precedente, la actividad consistía en un experimento de física en el que se observaba un fenómeno que respondía a una dinámica de proporcionalidad directa. La misma fue diseñada de modo que constituya una aproximación al método científico. De hecho los alumnos debían observar, medir, estimar, hipotetizar, contrastar, discutir, explicar, comunicar por escrito; todas actividades propias de la ciencia y muy fecundas en cuanto a la conformación de una conciencia crítica. Para su diseño generamos enunciados que permitiesen la construcción progresiva de significados y procuramos darles un rol protagónico a los estudiantes. En resumen, la actividad programada reunía una serie de características consecuentes con la iniciativa de promover

el sentido crítico. Apelando a la taxonomía de Skovsmose (2000), el trabajo hace referencia a la realidad y busca constituirse como un escenario de investigación. Nos referimos en modo potencial, debido a que, según Skovsmose:

... un escenario de investigación sólo se constituye como tal si los estudiantes aceptan la invitación. Un escenario de investigación es en sí una relación. La aceptación de la invitación por parte de los estudiantes a participar en él depende de la naturaleza de la invitación. (p.8)

Así, si nuestro trabajo práctico se transformaba en un escenario de investigación sería algo que se determinaría durante su puesta en práctica, según el enfoque que iría adoptando la misma y el grado de involucramiento por parte de los estudiantes.

Destacamos, además, que el trabajo práctico: *Actividad experimental* implica plantear un contexto de interdisciplinariedad, lo cual resulta importante a nuestros fines. Tomaz y David (2008) subrayan que las disciplinas aisladas tienen serias limitaciones para comprender la complejidad de la realidad y plantean la relevancia del abordaje interdisciplinar de contenidos como un modo de trascender la fragmentación con que solemos percibirla. Las autoras hacen alusión a la interdisciplinariedad de la siguiente manera:

La interdisciplinariedad puede ser tomada como una concepción bien amplia, entendida como cualquier forma de combinación entre dos o más disciplinas con la finalidad de la comprensión de un objetivo a partir de la confluencia de puntos de vista diferentes y teniendo como objetivo final la elaboración de una síntesis relativa al objeto en común (p.17).

El planteo de las autoras nos invita a trascender la propia disciplina como una manera de integrar métodos, saberes, valores y actitudes colocándolos al servicio de una comprensión más acabada del objeto de estudio y de una experiencia más enriquecedora al respecto. Reconociendo la importancia de esta interrelación en el ámbito científico y nuestra iniciativa de que los estudiantes transiten esta experiencia, fue que nos embarcamos en esta actividad planteándola de modo que se integren contenidos de física y de matemática.

Considerando lo esgrimido en los párrafos anteriores, formulamos nuestra problemática del siguiente modo:

**¿Qué oportunidades habilita un trabajo experimental inscripto en un contexto de interdisciplinariedad para que los estudiantes vivencien los valores y actividades propios del método científico?**

Planteamos de este modo el interrogante, conscientes de que su resultado nos interpelará sobre los avances que promovió en cuanto la construcción de sentido de nuestros alumnos y acerca de los aportes de la propuesta de trabajo en lo referido a nuestra inquietud original: presentar actividades que busquen promover el sentido crítico.

### **3.3 Desarrollo de la actividad**

Como ya comentamos anteriormente, el trabajo se dividió en dos partes cuyos enunciados fueron explicitados en el capítulo anterior. Por ende, en esta sección nos vamos a concentrar

en la implementación del trabajo práctico en el aula obteniendo información de las producciones de los alumnos y de los registros de las clases. En base a estas informaciones hemos realizado reconstrucciones de algunos diálogos y discusiones que mantuvimos con nuestros alumnos durante el desarrollo de la actividad. Dichas reconstrucciones aparecen en recuadros y ofrecen, entre corchetes, una breve caracterización de la situación narrada.

Si observamos el enunciado del trabajo práctico, encontramos que las primeras consignas son de índole procedimental. Los alumnos debían medir los diámetros de las diferentes bolitas con el calibre, usar una fórmula para calcular el volumen de cada una de ellas, colocar agua en la probeta e ir introduciendo cada bolita, de a una, tomando nota de los registros de volumen acumulado y nivel de agua alcanzado. La experiencia resultó altamente fructífera durante esta etapa, sobre todo en el proceso de toma de lecturas. Para muchos de los estudiantes, era la primera vez que veían y utilizaban un calibre, mientras que otros comentaron que sus padres tenían y utilizaban uno. Ellos demostraron un genuino interés en la medición con dicho instrumento y la situación generó diversos debates entre ellos para poder determinar el valor correspondiente. A continuación, se reconstruye un diálogo generado en esta instancia:

[Alumnos midiendo los diámetros de las bolitas con los calibres en el laboratorio. Discuten qué medida otorgarle a una bolita ya que no están de acuerdo en cuál es la raya del nonio que mejor coincide con la raya de la regla fija]

A1: Profe, para mí la rayita que más coincide es la segunda después del 3.

A2: No, para mi es la primera después del 7.

A1: ¿Cuál es profe?

P: Observen de nuevo. ¿Qué dicen los otros compañeros del grupo? Que ellos midan también y decidan entre todos con cuál medida quedarse.

Consideremos que no siempre resulta clara la lectura que arroja el nonio o regla móvil del instrumento. Por esta razón, hubo episodios como el que se muestra en el recuadro anterior en el que los integrantes de un mismo grupo nos llamaban para que decidamos cuál de las mediciones era la correcta. En esos casos, optamos por no responder a su inquietud de la forma en que nos lo solicitaban, sino plantearles que, en primer lugar, cada uno de los integrantes del grupo haga su propia medición. Luego podrían debatir en base a las cuatro mediciones y decidir entre todos cuál era la que iban a considerar. Nos pareció importante que sean ellos, en todo momento, los jueces de sus dudas e inquietudes apelando a la discusión en grupo para tomar decisiones. Creemos que de esta manera se puede fomentar el desarrollo del sentido crítico.

Además, durante el proceso les hicimos sugerencias sobre cómo manipular adecuadamente el calibre procurando posicionar las pinzas justo en el diámetro de la bolita y luego retirarla con cuidado de no mover el nonio. Algunos de los calibres tenían una ruedita que permitía

fijar el nonio, por lo que les recomendamos a los grupos que la utilicen así todos los integrantes podían sostener el calibre sin riesgo de alterar la medida.

Realizamos recomendaciones similares durante el proceso de colocación de las bolitas en la probeta con agua. En esta instancia, fuimos debatiendo con ellos la importancia de tomar ciertos recaudos en la toma de lecturas. Algunas fueron: colocar el centímetro derecho, efectuar la medición correspondiente al nivel alcanzado por el agua utilizando siempre el mismo lateral graduado de la cinta métrica, inclinar la probeta al ingresar las bolitas para que estas se deslicen suavemente y no salpiquen agua fuera del recipiente, ubicar la vista a la altura de la superficie del agua, etc. Cada una de nuestras sugerencias apuntaba a tratar de reducir el error experimental para obtener así resultados más precisos.

Concluimos que el proceso de medición brindó la oportunidad de que los estudiantes debatieran e intercambien sus diferentes puntos de vista. Esto sirvió para ponerse de acuerdo y decidir qué hacer y cómo, desarrollando de este modo el espíritu colaborativo que buscábamos promover en ellos.

Luego, llegó el ítem 5 donde los alumnos debían conjeturar acerca del comportamiento del nivel de agua conforme se iban introduciendo las bolitas. Desde la etapa de planificación habíamos pensado que las hipótesis de los estudiantes podrían ser del tipo: «el nivel del agua aumenta a medida que se colocan las bolitas». Si bien esta es una hipótesis correcta, nuestra intención era que los alumnos consiguieran profundizar en poco más. Durante la implementación del trabajo práctico, se dio nuestra especulación inicial; sin embargo, cuando los instamos a profundizar observando lo ocurrido con las diferentes bolitas, se dispusieron a debatir grupalmente y produjeron conjeturas más acabadas en cuanto a la explicación de la experiencia. Una inquietud que generó el experimento, fue saber si el peso de la bolita incidía en el nivel de agua. De hecho, la mayoría de los grupos afirmaba este supuesto. Ante esta hipótesis planteada por los estudiantes, nosotros los invitamos a que se concentren el procedimiento realizado e intenten ver si el peso había sido considerado. Nuestra intención era intervenir lo mínimo posible en esta parte dado que se trataba de una conjetura que luego se contrastaría en virtud del trabajo posterior.

A continuación, se reconstruye un diálogo generado entre los alumnos y el profesor donde se ejemplifica lo dicho anteriormente:

[Alumnos consultando la hipótesis redactada]

A: Profe, ¿está bien esto? [se refieren a la hipótesis que habían escrito]

P: [leyendo] "...dependiendo el peso de la bolita es lo que hace crecer el nivel del agua."  
¿Qué tiene que ver el peso de la bolita? ¿En algún momento la pesamos?

A: No, pero si es más pesada crece más el nivel de agua.

P: No se, en este experimento no pesamos nada. ¿Qué fue lo que hicimos?

A: Medimos el volumen de las bolitas.



P: Bien, ¿y qué magnitudes ustedes reconocieron en el punto n° 5?

A: El volumen y el nivel de agua.

P: Entonces su hipótesis tendría que relacionar esas magnitudes.

A: A bien!! Entonces el volumen de las bolitas es el que hace crecer el nivel de agua.

En el diálogo anterior se puede observar una creencia bastante generalizada sobre la incidencia de la variable peso en el nivel del agua. Fueron varios los estudiantes que lo sostenían como algo evidente. Ante esto se optó por una estrategia propia de la ciencia, recurrir a los hechos. Sin negarlo rotundamente, optamos por proponerles examinar lo realizado en el ítem anterior. Buscábamos hacerles notar cuáles eran las variables con las que contaban para elaborar su hipótesis, y poner énfasis en que el peso de las bolitas no era una de ellas.

Algunas de las conjeturas ideadas por los estudiantes fueron:

En el momento en que introducimos las bolitas, el nivel del agua sube. Dependiendo del tamaño de la bolita, el agua sube, por eso cuando introducimos 2 bolitas iguales, subía en igual proporción el agua.

El agua estaba a cierto punto, al tirar una bolita asciende dependiendo de qué tamaño (volumen) sea la bolita. Por ejemplo no es lo mismo si arrojamus un Spider a tirar una Canica o Acerito, ya que el agua se va a elevar más si el volumen de la bolita es mayor.

En la primera conjetura los estudiantes tuvieron en cuenta lo que sucedía cuando se colocaban dos bolitas del mismo tipo dentro de la probeta de manera consecutiva. De esta manera, en esta hipótesis se puede vislumbrar un indicio de la noción de proporcionalidad. En la segunda, se hace una distinción entre los niveles de agua alcanzados dependiendo el volumen de cada bolita, haciendo referencia a la dependencia entre las variables.

Destacamos que las hipótesis de los alumnos nos dejaron muy satisfechos, ya que notamos un gran empeño de su parte en transmitirnos sus pensamientos. La manera en que expresaron sus ideas fue muy clara y detallada como se puede observar en las imágenes anteriores. Quizás esto haya sido reflejo de su interés y compromiso con la actividad. Creemos que al proponerles a los alumnos la elaboración de hipótesis, estamos brindándoles oportunidades para que puedan escribir y describir lo que piensan desde su sentido común e impulsándolos a que ahonden en la construcción de una respuesta lo más completa posible sobre lo que ellos mismos observaron. Se habilita a que puedan hacerse preguntas sobre el fenómeno que estaban investigando y discutir al respecto de las relaciones que subyacían a él. Esto favorece el desarrollo de un sentido crítico en ellos ya que les permite observar, pensar, escribir, discutir, y reformular.

Luego, en la parte de la *Actividad experimental* dedicada al análisis de los datos (más precisamente en la parte dos), constatamos que los alumnos no demoraron en darse cuenta

de la disposición que tenían los puntos graficados de las tablas que habían confeccionado<sup>5</sup>. La mayoría de los alumnos entreveía que estaban alineados y los que a primera vista nos decían que los puntos “estaban en diagonal” rápidamente se corregían al corroborar que esa diagonal era «casi» una recta.

Después vino la parte del trabajo práctico destinada a la estimación. En ella, los alumnos debían estimar el nivel de agua que correspondía a un volumen arbitrario elegido por ellos. Si bien la primera reacción fue al tanteo, cuando los alumnos reflexionaron un poco más, lograron establecerlo con bastante precisión recurriendo a la gráfica de los puntos. A continuación, reconstruimos un diálogo generado entre nuestros alumnos y el profesor en esta instancia:

[Alumnos estimando el nivel de agua para un volumen arbitrario]

A: Profe, para un volumen de entre  $20000 \text{ mm}^3$  y  $22500 \text{ mm}^3$ , ¿el nivel de agua tiene que estar entre los niveles de esos dos volúmenes es verdad?

P. Si.

A: Podríamos sacar el promedio de los dos.

P: Si, es una forma, pero sólo nos serviría para el caso en que el volumen elegido sea el promedio de estos dos. Primero elijan un volumen y luego prueben ayudándose con el gráfico.

Destacamos la originalidad de la tentativa del estudiante al postular el promedio, de hecho no habíamos especulado que podía surgir dicha ocurrencia al momento de planificar la actividad. Analizando la propuesta del alumno, en revisión retrospectiva, suponemos que podría haber estado influido por lo estudiado en estadística, semanas anteriores. También nos quedamos reflexionando acerca de cómo se podría haber aprovechado su iniciativa.

Una opción era, permitir que continúen con su idea de calcular el promedio entre los niveles de agua para luego interrogarlos sobre cuál sería el volumen acumulado que le correspondería a dicho nivel. En esta instancia nos veríamos en la necesidad de recurrir al gráfico para intentar una estimación. Procederíamos ubicando el valor de ese promedio en el eje de las ordenadas y, proyectando con una regla, determinaríamos aproximadamente su correspondiente en el eje de las abscisas. Aquí podríamos ver que este último valor resultaría muy próximo al promedio entre los volúmenes planteados al principio. De esta manera habríamos podido concluir junto a nuestros alumnos que la estrategia de calcular el promedio de los niveles de agua resulta apropiada para el caso que el volumen seleccionado sea justo el del promedio de los dos volúmenes.

---

<sup>5</sup> Recordemos que, visto que no fue posible utilizar el laboratorio de computación, nosotros nos habíamos llevado las tablas con los registros (volúmenes y los niveles de agua) y graficamos estos puntos con Geogebra entregándoles una copia a cada grupo con los datos correspondientes

A continuación, traemos a reflexión un segundo diálogo gestado durante el proceso de estimación:

[Alumnos estimando el nivel de agua para un volumen arbitrario]

A: Profe no entiendo qué tenemos que hacer.

P: Elijan un valor de volumen acumulado que no esté en la tabla y, de acuerdo al gráfico, díganme qué nivel habría alcanzado el agua para ese volumen.

A: Bien, para un volumen de  $20000 \text{ mm}^3$ , el nivel, sería 10.

P: ¿Cómo lo dedujiste?

A: No sé, me pareció.

P: ¿Cómo utilizaste el gráfico para que te parezca ese nivel?

A: No se.

P: A ver... veamos el gráfico. Para un volumen de  $17000 \text{ mm}^3$ , ¿cuánto es el nivel de agua?

A: 16.

P: ¿Podría ser entonces de 10 para  $20000 \text{ mm}^3$ ?

A: Ah no. Tiene que ser más de 16.

P: ¿Cuánto te parece que podría ser?

A: 18.

P: ¿Cómo lo dedujiste?

A: Porque si sigo la línea de los puntos, me da más o menos 18.

P: Bien, hace lo mismo con el otro volumen.

En este diálogo se puede observar que el estudiante postula un valor sin recurrir al gráfico. Notamos que todavía el estudiante no había vislumbrado la utilidad del mismo y apelaba a una suerte de tanteo. Ante su duda nosotros lo invitamos a que emplee el gráfico. El mismo relacionaba volúmenes y niveles de agua y ya se había advertido la disposición lineal de varios puntos cuyas variables se habían ponderado experimentalmente. ¡Debía haber una regularidad! De hecho, cuando se le sugirió determinar el nivel para un volumen ya graficado, no demoró en darse cuenta que el valor propuesto inicialmente (para  $20000 \text{ mm}^3$ ) atentaba contra la disposición lineal. De este modo el alumno pudo calcular varios valores más y comprender la utilidad práctica del gráfico y de todo el proceso desarrollado hasta entonces. Al preguntarle a los alumnos, en reiteradas ocasiones, cómo lo deducían, buscábamos promover en ellos el hábito de fundamentar sus afirmaciones. Nuestra intención era que problematicen el sentido común e intenten, a través de la observación y de la

reflexión, comprender la utilidad del trabajo realizado para dar cuenta de los interrogantes que planteamos.

Seguidamente trazamos, con una regla y un lápiz de color, una recta procurando que pasara lo más cerca posible de todos los puntos (ver Figura 18). Si bien, no era estrictamente una «recta de ajuste», fue la solución que pudimos encontrar para continuar con la actividad visto que no podíamos utilizar el laboratorio de computación. Como nuestra intención era la de utilizar este trabajo para hacer surgir e institucionalizar posteriormente la noción de función de proporcionalidad directa, optamos por hacer pasar dicha recta por el origen del sistema de coordenadas. Con lo trabajado en el ítem anterior los alumnos dedujeron rápidamente su utilidad: les permitía ganar precisión en la estimación de nuevos valores. En esta parte de la clase aprovechamos para discutir acerca de los errores de todo experimento físico y de sus limitaciones cuando se procede a llevarlo a un modelo analítico. Algunas de las causas de los errores experimentales que discutimos con nuestros alumnos fueron: la apreciación del instrumento y el redondeo de cifras decimales en la toma de lecturas. En esta instancia los estudiantes pudieron corroborar la importancia de ser precisos en la toma de las mediciones y percibir que ello incidía directamente en cuan alineados estaban los puntos y en la precisión de la recta como herramienta de predicción.

En relación con el proceso de estimación en el que embarcamos a nuestros alumnos queremos destacar que a través del mismo les dimos a los alumnos la oportunidad de utilizar su inteligencia y sentido común para llegar de forma efectiva, a un resultado más razonable y justificado. A su vez, este proceso de estimación los acercó a otra ventaja del análisis experimental de un fenómeno a partir del método científico: poder predecir qué ocurrirá con el fenómeno para valores que no se midieron concretamente.

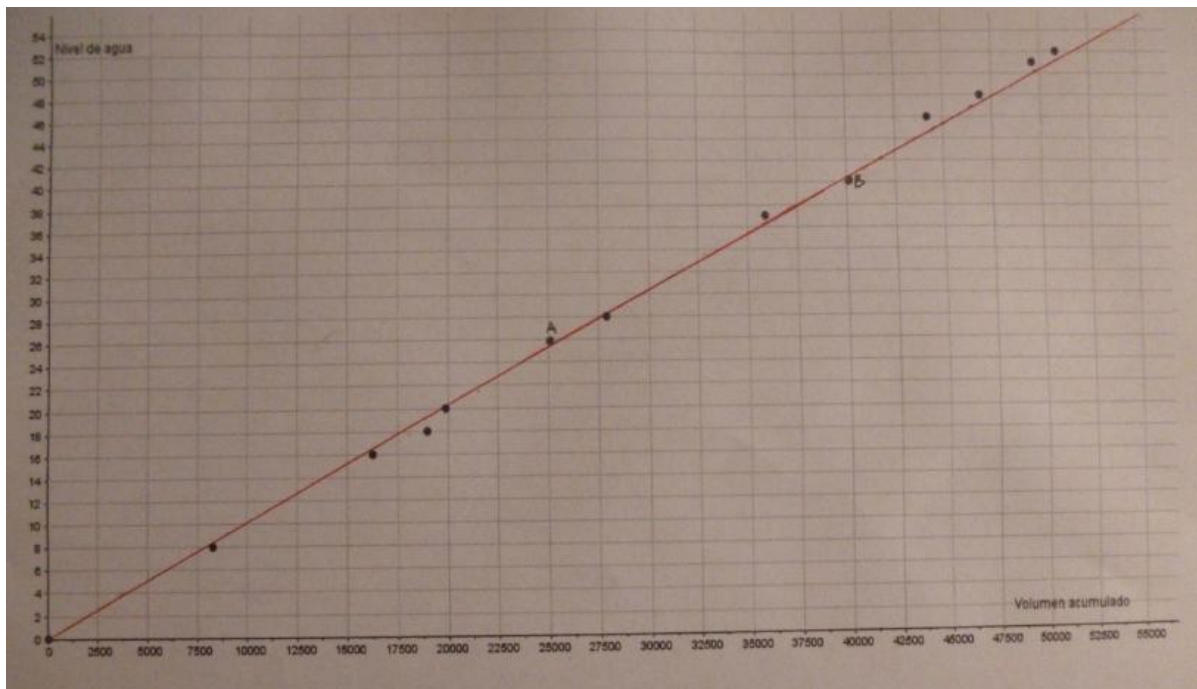


Figura 18: Recta de ajuste.

Luego, vino la parte del trabajo práctico en donde los alumnos debían comparar la conjetura que habían formulado con las conclusiones surgidas a lo largo de todo el trabajo. Así, los alumnos tenían que analizar si su primer planteo era o no correcto y justificar al respecto. Esta etapa fue muy rica en cuanto a la reformulación de sus primeras conjeturas y permitió el desarrollo de varios debates internos en los diferentes grupos. Durante dichos debates, muchos de los alumnos fueron desechando el peso de las bolitas entre las variables que incidían en el experimento. En esta consigna, advertimos nuevamente que en la mayoría de sus respuestas subyacía la noción de proporcionalidad. A continuación se reconstruye uno de los diálogos en donde podemos resaltar que la noción de proporcionalidad está latente en los alumnos.

[Alumnos contrastando su primera conjetura con el gráfico]

A: Profe, acá en este punto nosotros nos fijamos en lo que escribimos en el laboratorio y decidimos que estaba bien lo que habíamos escrito. ¿Eso tenemos que poner? ¿Si estaba bien o no?

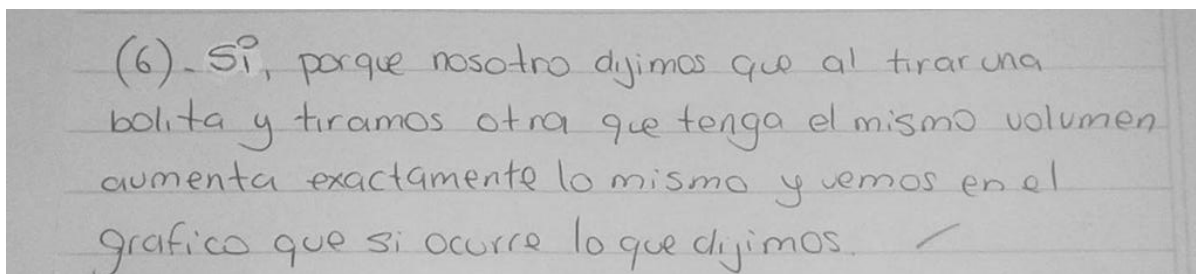
P: Sí, pero además cómo justifican que está bien su conjetura, es decir, ¿cómo saben que es correcta?

A: Porque si miramos el gráfico y los valores de los puntos, cuando más volumen hay más crece el nivel del agua y eso es lo que pasó en el experimento. Mientras mayor era el volumen de la bolita, más subía el nivel del agua. Y cuando pusimos las dos bolitas iguales seguidas, el agua aumentó lo mismo las dos veces.

P: Muy bien, entonces escríbanlo en su conclusión.

Como se observa, la primera idea de lo que significaba para los alumnos la actividad de contrastar se limitaba sólo a verificar si lo supuesto en su hipótesis era acertado o no. Quizás esto sea fruto de su poca familiaridad con actividades propias del método científico. Lo cierto es que ante este panorama procuramos aclararles a los estudiantes que además debían argumentar sobre el por qué concluían que su conjetura había sido válida. Es importante resaltar que la respuesta que obtuvimos de nuestros alumnos en este punto fue más que acertada y nos dejó muy satisfechos.

A continuación, se muestra una de las conclusiones de los estudiantes (ver Figura 19) en la que también puede entreverse la noción de proporcionalidad.



(6). Si, porque nosotros dijimos que al tirar una bolita y tiramos otra que tenga el mismo volumen aumenta exactamente lo mismo y vemos en el grafico que si ocurre lo que dijimos. ✓

Figura 19: Conclusión de uno de los grupos.

El hecho de poder contrastar la hipótesis formulada con la información brindada por el gráfico y escribir una conclusión habilitó, en los alumnos, un proceso de reflexión sobre la actividad en la que habían estado involucrados. Dicha reflexión implicó pensar por qué habían escrito tal hipótesis, comparar ese escrito con el gráfico luego de haberlo interpretado, discutir con el compañero para llegar a una conclusión y volcar en palabras esa conclusión. Desde nuestro punto de vista, todo ese proceso es propiciador de sentido crítico.

Finalmente, los alumnos tenían que destacar aquello que consideraban relevante de todo el trabajo práctico. Varios grupos optaron por enumerar las diversas tareas efectuadas durante el mismo: “aprendimos a usar el calibre, a medir, a calcular volúmenes de bolitas, a graficar puntos, a usar el gráfico para estimar, a determinar las variables involucradas y ver como varía una respecto a la otra”. Otros se concentraron más en la utilidad de la recta de ajuste: “...los aspectos más importantes que vivimos fue que gracias a la recta de ajuste pudimos calcular los volúmenes y niveles de agua sin tener que hacer todo de nuevo”. Otros hacían alusión a las variables involucradas y a poder reconocer cuál de ellas era la independiente y cuál la dependiente, y a cómo se establece una relación de dependencia entre ambas.

Las respuestas a este ítem nos permitieron apreciar que a través de este trabajo práctico los alumnos habían realizado una actividad verdaderamente interesante y provista de sentido para ellos. Nos sorprendimos con sus diversas respuestas, entre ellas las referidas a aprender a utilizar el calibre y medir, ya que no habíamos considerado que ese proceso iba a resultar tan convocante y las referidas a identificar las variables y su relación, ya que ellos estaban trayendo a reflexión lo aprendido clases anteriores, estaban diciendo que esa relación era una función.

La oportunidad de hablar sobre lo que uno considera relevante contribuye al desarrollo del sentido crítico pues permite hacer un análisis retrospectivo de la actividad en su totalidad, permite pensar en detalle cada etapa y reflexionar sobre la misma. Una vez realizado este proceso, uno está en condiciones de poder asignarle diferente valor a cada actividad en base a las propias experiencias, lo cual conlleva a que no todos tengamos un mismo punto de vista en base a una misma situación. Esto sirve, entre otras cosas, para poder reflexionar y aprender a aceptar las diferentes opiniones contribuyendo de este modo a la conformación de un espíritu más democrático.

### **3.4 Conclusiones**

Retornando al planteo de la problemática y a nuestra recurrente inquietud de la búsqueda del sentido crítico en la práctica, concluimos que este trabajo de laboratorio logró el objetivo de promover, en su medida, el desarrollo del sentido crítico en nuestros alumnos a partir de su involucramiento en una actividad que los invitó a vivenciar los procedimientos propios del método científico. En aras de justificar esta afirmación, destacamos inicialmente que los estudiantes midieron, hipotetizaron, estimaron, contrastaron, sacaron conclusiones, comunicaron los resultados y, en la clase siguiente, llegaron a un modelo analítico del fenómeno estudiado. Es decir «hicieron ciencia».

Más destacable aún resulta el progreso que fueron logrando durante el desarrollo de la actividad. Si examinamos sus primeras conjeturas, notamos que ellos partían del sentido común: “a más peso, más nivel”, queriendo decir que si la bolita era más pesada iba a generar un mayor aumento en el nivel del agua. Pero, a medida que iban entreviendo y formalizando las regularidades subyacentes, notamos que sus afirmaciones se tornaban más precavidas y precisas. Podían estimar con más precisión y establecer que la relación entre las magnitudes era de proporcionalidad. Es decir, de la actividad emergieron reflexiones, debatieron al respecto y esta aptitud se vio reflejada en sus producciones. Nos queda planteada la pregunta acerca de si esta disposición crítica y reflexiva propiciada por la *Actividad experimental* es susceptible de cimentar una suerte de oficio reflexivo extrapolable a otras esferas de la experiencia humana. ¿Podría este hábito reflexivo sensibilizar las subjetividades hacia las problemáticas sociales? De ser así, estaríamos ante la posibilidad de la conformación de sujetos críticos en el sentido que Skovsmose le otorgaba a la expresión, ante la expectativa de la consumación de una “educación crítica”. Esperamos haber realizado una pequeña contribución en este gran objetivo.

## Capítulo 4

### Conclusiones finales

En este apartado final queremos recapitular parte del proceso que vivimos durante la preparación e implementación de nuestras prácticas y algunos de nuestros aprendizajes.

El tiempo transcurrido realizando la planificación estuvo lleno de expectativas, temores y sobre todo de momentos de intenso trabajo. Nos abocamos a llevar al aula una propuesta en donde los alumnos fueran protagonistas del quehacer matemático, ubicándolos en un rol crítico y reflexivo de sus propias producciones, para el cual consideramos fundamental el trabajo colaborativo.

Aprendimos que planificar no es una tarea fácil, mucho menos mecánica, sino que por el contrario implica tomar decisiones previas a la práctica, una y otra vez, sobre qué es lo que se enseñará, para qué se hará (los objetivos de la misma) y cómo esto se puede lograr de la mejor manera. Se trata de pensar y repensar cuál es la organización y secuenciación más apropiada de lo que se quiere enseñar y diseñar actividades que puedan resultar interesantes a los alumnos y que permitan cumplir los objetivos determinados.

A lo largo de nuestras prácticas tomamos conciencia de los tiempos institucionales: cuán rápido pasa la hora dentro del aula y lo impredecibles que son los cambios de actividades en un colegio secundario. Nos encontramos con que estos imponderables resultan ser habituales en el sistema educativo constituyéndose en una variable de indispensable consideración a la hora de gestionar las clases.

En lo que respecta a la práctica en sí misma, queremos destacar la disposición de los alumnos para el trabajo en la clase. Ellos mostraron siempre una muy buena predisposición para realizar las actividades propuestas y para participar en debates y puestas en común al final de cada una de ellas. La relación alumno-profesor fue siempre cordial y muy amena. Fuimos muy bien recibidos por las autoridades de la escuela y especialmente por la profesora tutora, que apoyó nuestro trabajo y nos permitió trabajar con total libertad.

Podemos concluir este trabajo destacando que nuestra primera experiencia al frente de un aula será inolvidable, por ser la primera y también por todo lo aprendido en ella.

También debemos hacer una autocrítica reconociendo que falta mucho por aprender y corregir para futuras prácticas, ya con el aporte de una primera experiencia, fructífera y enriquecedora.

Queda agradecer a nuestra familia y amigos por el apoyo incondicional, a nuestros profesores de MOPE por su dedicación y en especial a quien fue nuestra supervisora de prácticas Leticia Losano quien nos acompañó y guió en este proceso, aportando críticas y sugerencias que nos ayudaron a mejorar día a día.



## Bibliografía

- Bocco, M. (2010). *Funciones elementales para construir modelos matemáticos*. Buenos Aires: Ministerio de Educación - Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
- Corellano, A., Krank, V., Salgado, A. (2015). *Estudio de relaciones entre variables, Proporcionalidad directa e inversa en la escuela secundaria. Trabajo Final de MOPE* Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba. Disponible en: <http://famaf.biblio.unc.edu.ar/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=17376>
- Diseño curricular de educación secundaria. *Ciclo básico de la educación secundaria. Encuadre general* (2011-2015). Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. Secretaria de Educación. Subsecretaria de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. Dirección General de Planeamiento e Información Educativa.
- Diseño curricular de educación secundaria. *Ciclo básico de la educación secundaria. Tomo 2* (2011-2015). Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. Secretaria de Educación. Subsecretaria de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. Dirección General de Planeamiento e Información Educativa.
- Gvirtz, S., Palamidessi, M. (2008). *El ABC de la tarea docente: Curriculum y enseñanza*. Buenos Aires: Aique.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. *Revista Ema*, 1, pp.3-26.
- Tomaz, V., David, M. (2008). *Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Auténtica.

## Anexos

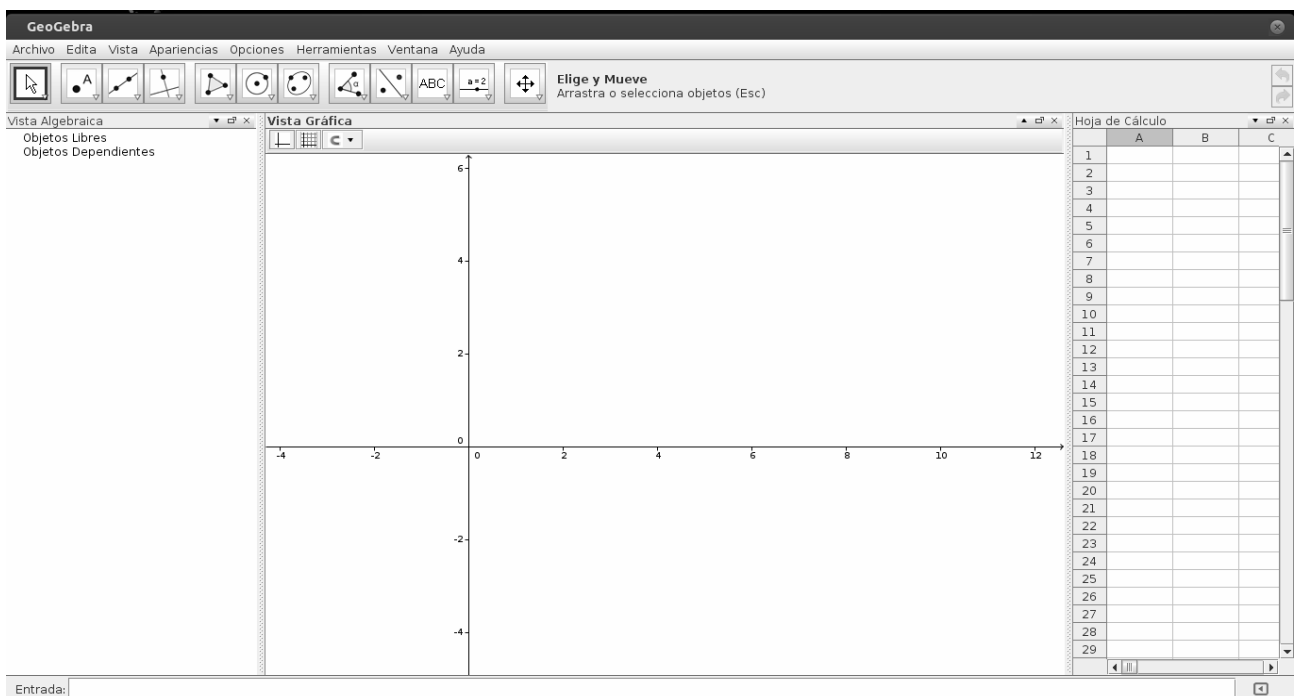
### Anexo I: Guía de uso del software GeoGebra

---

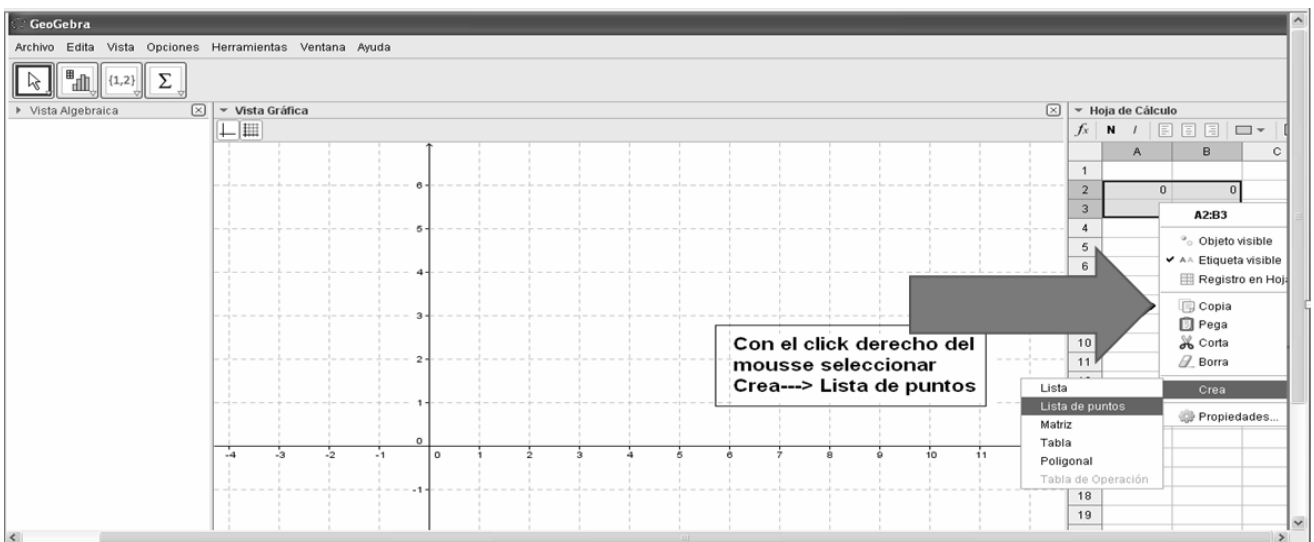
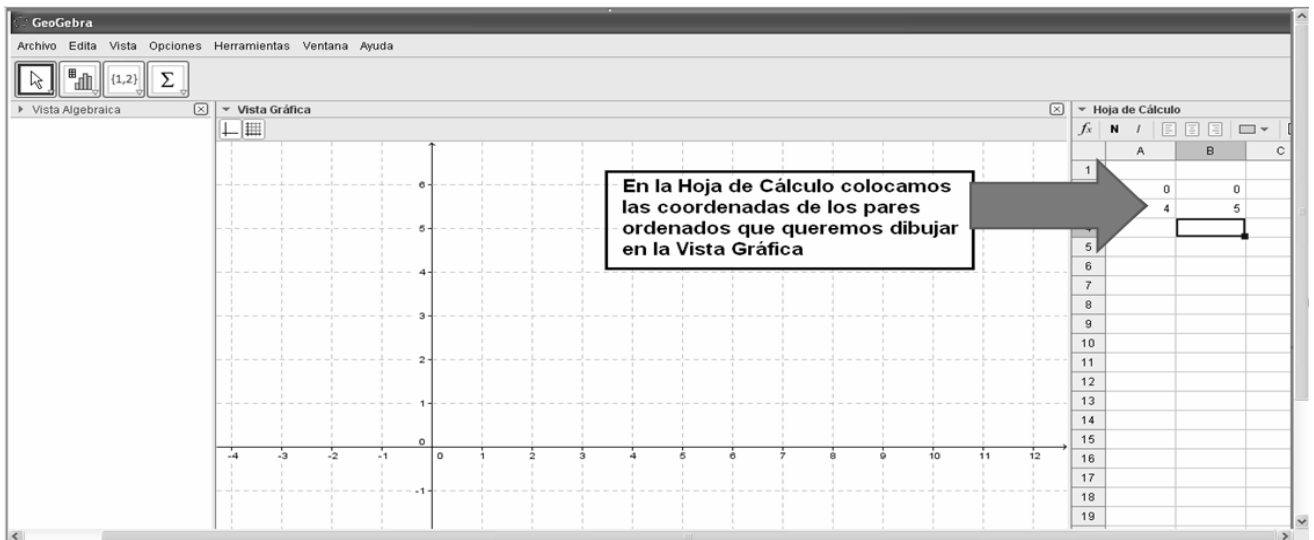
#### GeoGebra

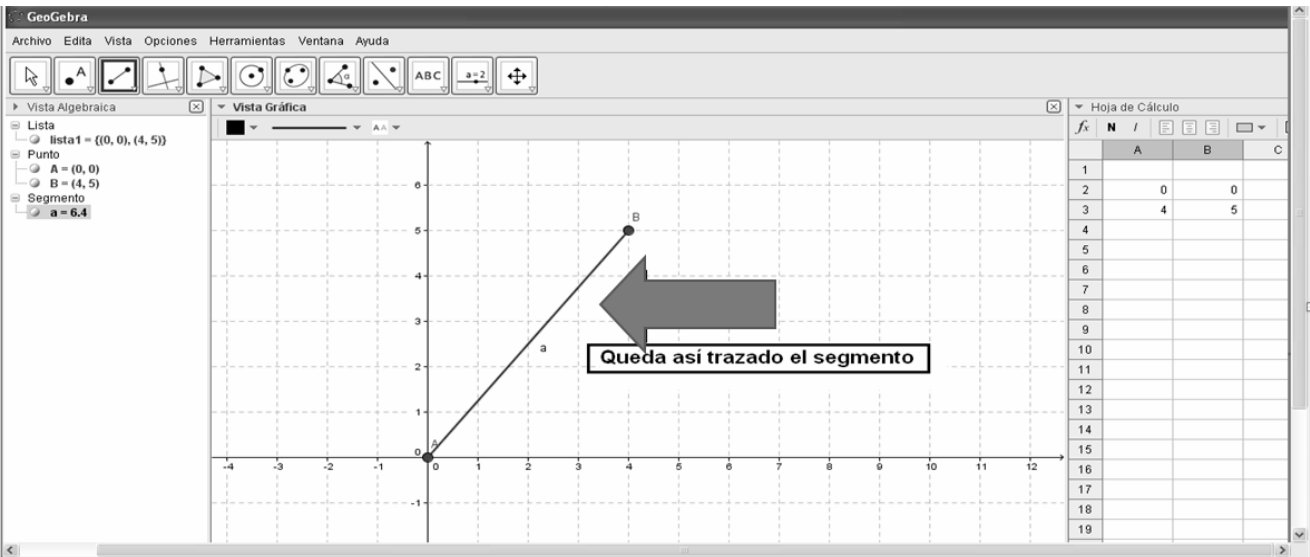
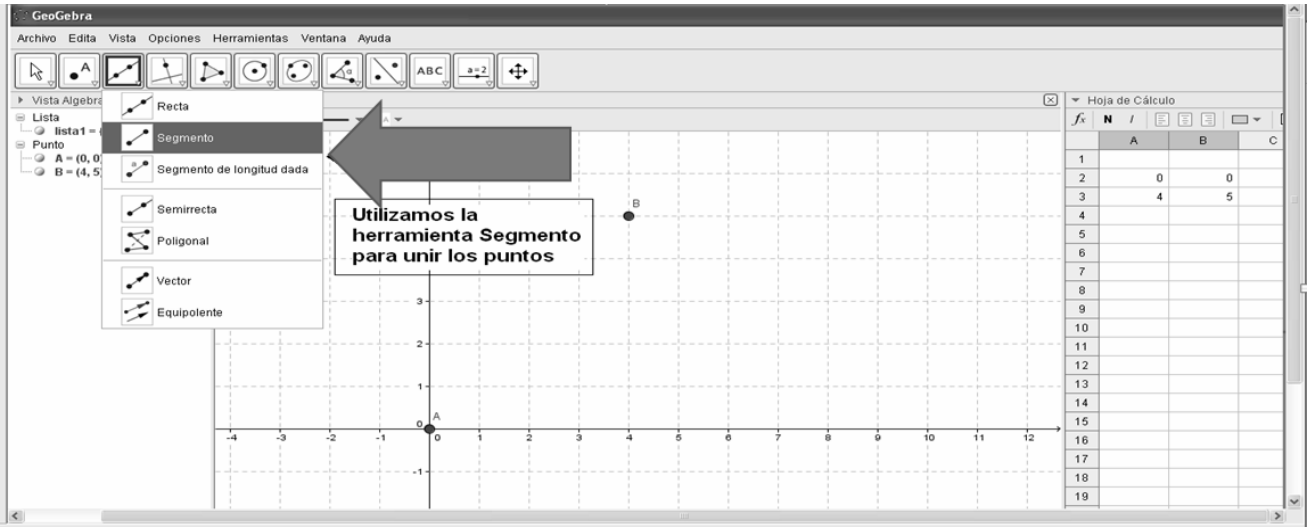
Geogebra es un programa dinámico que combina geometría, álgebra y estadística y que permite trabajar de manera simultánea con las diferentes vistas. Permite la creación de construcciones matemáticas y modelos para las exploraciones interactivas.

Al abrir el programa les aparecerá en pantalla lo siguiente:



Vamos a ver ahora el procedimiento para dibujar dos puntos en la Vista Gráfica y cómo unirlos por un segmento.

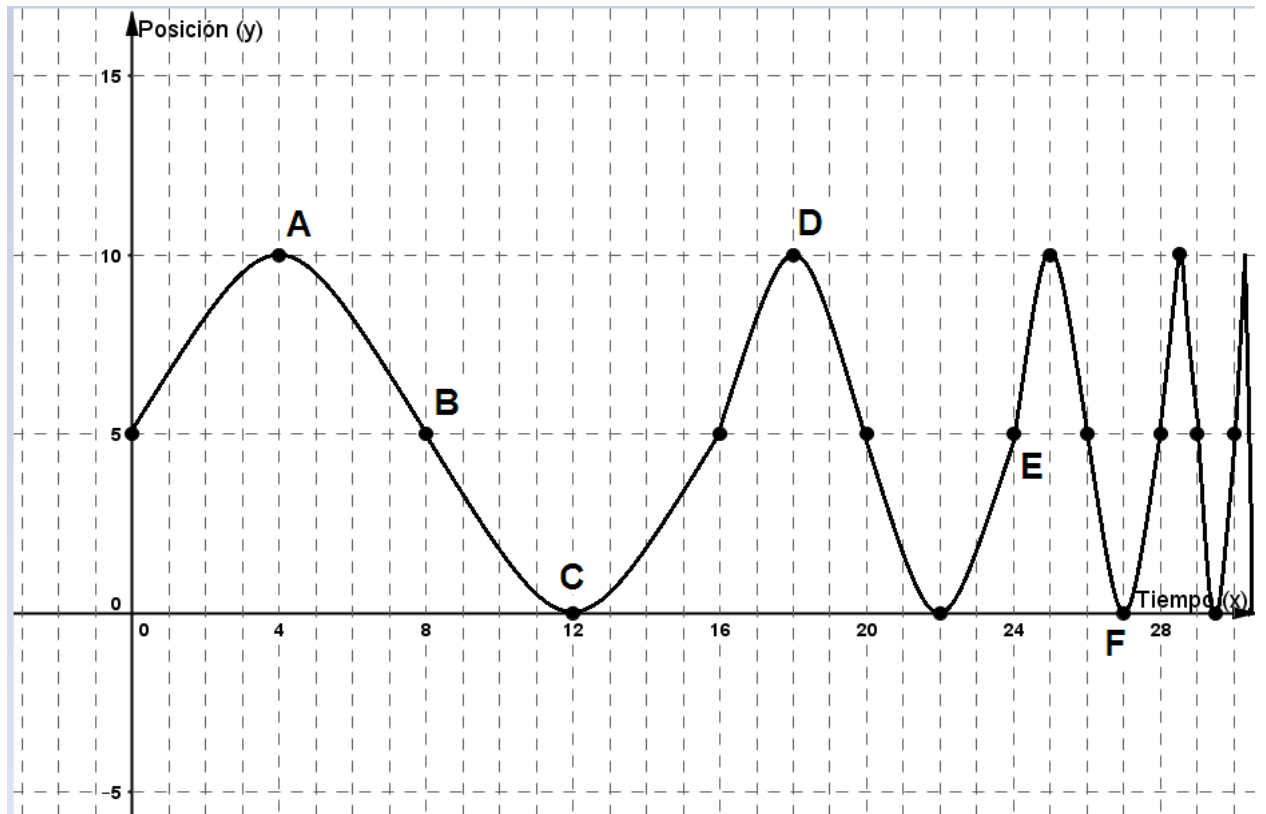




## Anexo II: Actividad - La partícula

### Actividad: La partícula.

El siguiente gráfico representa la posición de una partícula en relación al tiempo:



- ¿Esta relación es una función? Justificar.
- ¿Cuál es la variable independiente? ¿y la dependiente?
- Dar los pares ordenados de los puntos A, B, C, D, E, F marcados en el gráfico.
- ¿Cuánto tiempo tardó la partícula en volver por 1° vez a la posición inicial?
- ¿Cuánto tardó la partícula en completar el 1° ciclo? ¿Y el 2° ciclo? ¿Y el 3°?
- ¿Qué fue pasando con la velocidad de la partícula conforme van pasando los ciclos? Justifiquen su respuesta.
- A partir del gráfico complete la siguiente tabla, tengan en cuenta que en cada celda se puede colocar un número, varios números o un intervalo:

Tiempo (seg)	Posición (cm)
0	
4	
	0
18	
20	
	5
24	
	10
27	
28	
30	

## **Anexo III: Trabajo práctico 2: Actividad experimental - Versión original**

---

Integrantes del grupo:

### **Trabajo Práctico 2**

El siguiente trabajo práctico constituye una actividad de evaluación y se llevará a cabo en dos partes. La primera de ella en el Laboratorio de Química el día y la segunda en el Gabinete de Computación el día

Los objetivos de esta actividad son:

- Participar de una actividad experimental que los aproxime al método científico y a su utilidad como propiciador del sentido crítico.
- Formar conciencia de la importancia en la precisión de la toma de lecturas en este tipo de procedimientos.
- Reconocer la correspondencia dada entre las magnitudes involucradas y matematizarla.
- Generar una situación para trabajar la noción de proporcionalidad directa.
- Conocer nuevas prestaciones del programa Geogebra.

#### **Importante:**

Se tendrán en cuenta las siguientes pautas al momento de evaluar:

- La participación de todos los integrantes en la actividad de laboratorio.
- La precisión en la recolección de los datos.
- La responsabilidad y el uso correcto de los materiales.
- La entrega a tiempo de la actividad realizada.
- La interpretación de los datos y los registros.
- Las respuestas ofrecidas en cada uno de los ítems.

#### **Primera parte: Trabajo en el laboratorio de Física**

##### **Materiales:**

- 1 probeta
- 10 bolitas de diferentes volúmenes
- agua
- centímetro
- calibre
- lápiz y papel
- calculadora o celular
- cinta adhesiva

Procedimiento:

1. Calculen los volúmenes de los distintos tipos de bolitas. Para ello deben medir con el calibre el diámetro de cada una de ellas e introducir los datos obtenidos en la siguiente fórmula:

$$V = 4,19 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3$$

(donde V = volumen y d = diámetro)

Registren estos datos en la tabla que se presenta a continuación:

Tipo de bolita	Diámetro (mm)	Volumen (mm <sup>3</sup> )
Spider		
Bolón		
Canica		
Acerito		

1. Viertan agua en la probeta (aproximadamente hasta la mitad de la misma) y peguen con la cinta el centímetro procurando que el cero del mismo coincida con el nivel alcanzado por el agua.
2. Introduzcan una bolita proponiéndose no derramar agua afuera del recipiente (recomendamos inclinarlo levemente). Seguidamente tomen la medida del nuevo nivel alcanzado por el agua y registrenla en la siguiente tabla. Repitan el procedimiento 9 veces con la única condición de que en algún momento introduzcan dos bolitas seguidas del mismo tipo.

Tipo de bolita	Volumen acumulado (mm <sup>3</sup> )	Nivel del agua (mm)	




:

- Identifiquen las magnitudes involucradas y establezcan cuál será la variable dependiente e independiente. Escriban su respuesta a continuación
- Conjeturen acerca del comportamiento del nivel del agua a medida que se van introduciendo cada una de las bolitas. Este nuevo nivel, ¿depende del tipo de bolita? ¿qué pasa si coloco dos bolitas iguales de manera consecutiva? Escriban su respuesta a continuación:

### **Segunda parte: Trabajo en el Gabinete de Computación**

El objetivo de esta parte de la evaluación es que ustedes construyan una tabla en GeoGebra con los datos recolectados y que, a partir de ella, puedan construir un gráfico. Posteriormente, deberán analizar el gráfico y sacar conclusiones sobre el mismo y sobre la actividad experimental desarrollada anteriormente.

#### **Importante:**

Se tendrán en cuenta las siguientes pautas al momento de evaluar:

- La participación de todos los integrantes en la actividad de laboratorio.
- La precisión en la recolección de los datos.
- La responsabilidad y el uso correcto de los materiales.
- La entrega a tiempo de la actividad realizada.
- La interpretación de los datos y los registros.
- Las respuestas ofrecidas en cada uno de los ítems.

Abran un archivo GeoGebra y realicen las siguientes tareas:

- Abrir desde el menú *Vista* una “Hoja de cálculo” e ingresar los datos correspondientes a los volúmenes acumulados y a los niveles de agua acumulados registrados en la tabla que construyeron en el laboratorio de Física.
- Seleccionar los datos y crear la “Lista de puntos”.
- En la “Vista Gráfica” nombrar los ejes y agregar cuadrícula. De ser necesario ajustar la escala.
- ¿Cómo describirían la distribución de los puntos en el gráfico? Escriban su respuesta a continuación.

5. Seleccionar dos valores de volúmenes acumulados que no se correspondan con los de la tabla; y a partir de un análisis del gráfico, estimar los valores de los niveles de agua correspondientes. Escribir las coordenadas de dichos puntos a continuación.

Ahora usaremos las herramientas de Geogebra para encontrar una curva que ajuste los puntos graficados:

6. Seleccionar la tabla de la hoja de cálculos-->Análisis de regresión de dos variables-->Analiza-->Lineal-->Copiar en vista gráfica.
7. Seleccionar la recta que aparece graficada y cambiarle el color a rojo.
8. La recta que aparece graficada:
  - a) ¿Pasa por todos los puntos que graficaron? ¿pasa por algunos? Si es así, ¿de cuáles? De ser necesario pueden ayudarse con la herramienta *Zoom*. Escriban su respuesta a continuación.
  
  - b) ¿Pasa cerca de los puntos graficados? Si es así, ¿de cuáles? ¿Hay algún punto que esté muy alejado de la recta? Escriban su respuesta a continuación.
  
  - c) Los puntos cuyas coordenadas estimaron en el ítem 5, ¿están sobre la recta roja? ¿están cerca?
9. Pensando en sus respuestas al ítem anterior, ¿qué les parece que representa la recta roja? ¿Para qué puede ser de utilidad? Escriban su respuesta a continuación
10. Analizando la recta roja ¿cuál es el nivel del agua cuando el volumen acumulado es cero? De ser necesario pueden ayudarse con la herramienta *Zoom*. Cuando trabajaron en el laboratorio, ¿cuál era el nivel de agua en la probeta antes de colocar las bolitas? ¿Qué pueden decir de esto? Escriban su respuesta a continuación.

11. En la Vista Gráfica insertar un texto con la conjetura que escribieron en el ítem 6 de la guía de trabajo en el Laboratorio de Física.

La última etapa su trabajo consistirá en elaborar conclusiones acerca del trabajo que han realizado. Para ello:

12. Inserten un texto en la Vista Gráfica donde comparen la conjetura realizada en el Laboratorio de Física con el gráfico obtenido. ¿Pueden concluir que su conjetura era correcta? ¿Por qué?

13. Inserten un texto en la Vista Gráfica donde resuman los aspectos que ustedes consideren más importantes del trabajo de análisis del gráfico que realizaron hoy.

Para guardar e trabajo: Ir a Archivo-->Guardar como.-->Mi PC--> Disco(D)-->Matemática-->Nombre del archivo: (Apellidos de los integrantes separados por un guión)-->Guardar.