

〔特集〕地球科学における流体現象 2 ～地球表層編～

# 雲に見られる乱流現象 - 気相乱流中での微小水滴の衝突 -

\* (独) 海洋研究開発機構 地球シミュレータセンター

Department of Aeronautics, Imperial College London

(独) 海洋研究開発機構 地球シミュレータセンター

大 西 領†  
高 橋 桂 子

## Turbulence Phenomena in Atmospheric Clouds - Inertial-Particle Collisions in Air Turbulence -

Ryo ONISHI, Earth Simulator Center, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology,

Department of Aeronautics, Imperial College London

Keiko TAKAHASHI, Earth Simulator Center, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology

### 1 はじめに

乱流研究において、分野を横断して研究されているものの代表は境界層乱流であろう。境界層乱流は工学分野でも、気象分野でも盛んに研究されてきた。そういった分野横断研究の一つとして、雲乱流も挙げられる。「雲は空に浮かぶ炎」と言っても過言ではない。当然、炎の燃料は水蒸気である。水蒸気が凝縮するときに解放される潜熱が空気を暖める。雲は氷粒や水滴の集まりであることを思い起こせば、雲物理現象は噴霧燃焼に見られる現象と多くの共通点があることに気付く。雲物理現象の中には様々な混相乱流現象が潜んでおり、それらは工学上も重要な現象である。

著者らは、気相乱流中で微小液滴粒子が互いに衝突するという現象に着目してきた。この現象は、蒸気発生器、噴霧器、サイクロン分離器などの工業装置内の流れにおいて見られる<sup>1,2)</sup>。加えて、混入粒子による乱流変調に影響を与えることも指摘されてお

り<sup>3)</sup>、工学上の重要な現象である。一方で、この現象は対流雲中でも見られる。雲乱流が雲粒子の衝突成長を促進し、結果として、速やかな降雨開始をもたらすと指摘されている。この説は気象分野で長年議論されてきた(古くは Arenberg (1939)<sup>4)</sup>、レビューとして Shaw (2003)<sup>5)</sup> や Vaillancourt と Yau (2000)<sup>6)</sup> など)。乱流による衝突促進効果なしでは、対流雲の中で水滴が半径 10 $\mu\text{m}$  程度から 50 $\mu\text{m}$  程度の大きさにまで急激に成長する現象をうまく説明できないというものである。この乱流衝突説以外にも、大規模な乱流運動による乱流エントレインメント説<sup>7)</sup>、過飽和領域の非一様説<sup>8)</sup>、巨大雲凝結核 (Giant Cloud Condensate Nuclei, GCCN) 説<sup>9)</sup> などがある。まだ議論は続いているものの、少なくとも乱流衝突が有意な影響を持つという認識は固まりつつある<sup>10-13)</sup>。

気象分野では、気象シミュレーションを使って乱流衝突の感度実験が行われてきた。ただし、既往研究の多くでは、大気の力学過程と雲微物理過程とが切り離された簡易なパーセルモデル<sup>12)</sup>や、2次元気

\* 〒236-0001 横浜市金沢区昭和町 3173-25

† E-mail: onishi.ryo@jamstec.go.jp

象モデルが用いられてきた。現実に近い条件下で、3次元空間内で発達する雲を対象として行われた数値実験はまだ限られている<sup>10)</sup>。しかし、スーパーコンピュータの進展とともに、この種の検証が身近なものになりつつあり、著者らは地球シミュレータを使った3次元シミュレーションによる感度実験を行ってきた<sup>11,13)</sup>。

一方、工学分野では、乱流衝突頻度を予測するモデルの開発が盛んに行われてきた。ストークス数  $St$  ( $=\tau_p/\tau_\eta$ ,  $\tau_p$  は粒子の緩和時間,  $\tau_\eta$  はコルモゴロフ時間) が非常に小さい場合 ( $St \ll 1$ ) や大きい場合 ( $St \gg 1$ ) に関しては信頼性の確かめられた理論モデルがある (それぞれ Saffman & Turner (1956)<sup>14)</sup> と Abrahamson (1975)<sup>11)</sup>。しかし、適度な慣性を持つ粒子、つまり  $St \sim 1$  の衝突頻度モデルはまだ開発途上である。特に、慣性粒子は偏在 (クラスタリング) するという性質<sup>15)</sup> がモデル開発を困難にしている。そのクラスタリングが平均衝突頻度を増大させる効果<sup>16)</sup> は最大で10倍以上にも上るため、無視することはできない。さらには、気象シミュレーションに応用することを念頭に置いた場合、高レイノルズ数の壁が立ち上がる。

雲乱流と言ったとき、そこには高レイノルズ数というキーワードが潜んでいる。テイラーマイクロスケール基準の乱流レイノルズ数  $R_\lambda$  は  $10^4$  にも及ぶ。2002年の地球シミュレータの登場によって、 $R_\lambda=1200$  の3次元気相乱流に対して直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS) が可能となった<sup>17)</sup>。しかし、粒子運動も考慮した混相乱流計算に関する既往研究を見てみると、達成された  $R_\lambda$  はぐっと小さくなる。慣性粒子のクラスタリングに関する既往研究ではせいぜい 200 弱<sup>18,19)</sup>、粒子間の相互作用 (衝突や粒子の周囲流を介しての相互作用など) までを考慮した既往研究では 100 弱にまで低下する<sup>20,21)</sup>。

一方、室内実験では、 $R_\lambda=1500$ <sup>22)</sup> や  $2700$ <sup>23)</sup> が超大型風洞の中で達成されている。しかし、超大型風洞を用いて混相乱流実験を行うのは至難の業である。現実的には、なるべく小型の風洞で高レイノルズ数を達成するのが望ましい。そのようなニーズに応え得るのが動的乱流格子を使った風洞であろう<sup>24)</sup>。実際、Saw ら (2008)<sup>25)</sup> は動的乱流格子を用いた風洞で  $R_\lambda=660$  における慣性粒子のクラスタリングを観測した。 $R_\lambda$  だけを見ると、室内実験の方が数値計算よりも一歩先を行っているが、例えば、粒子の衝突頻度や衝突速度といった統計量を室内実験で測定するのは容易ではない。詳細な統計量を得られるという点では、数値計算の有用性が際立つ。近年、著者らは

従来よりもはるかに高いレイノルズ数の流れにおける衝突頻度データやクラスタリングデータを取得できる並列アルゴリズムの開発に成功した<sup>26)</sup>。そして、直近では  $R_\lambda \sim 500$  程度におけるデータの取得に成功している。

本稿では、乱流中での粒子の衝突現象を中心として、代表的な既往研究や著者らが行ってきた研究の紹介を行う。第2節ではビン法雲微物理計算法を用いた気象シミュレーションによる雲粒子間乱流衝突の感度実験、第3節では高レイノルズ数における慣性粒子の計算法の概説をそれぞれ行う。第4節では、この10年で大きな進展を見せたクラスタリング研究について、著者らの得た最新データを交えながら、概説する。本稿のまとめと今後の展望を最終節に記述する。

## 2 気象シミュレーションによる雲乱流研究

### 2.1 ビン法雲微物理計算法

通常的气象シミュレーションでは、バルク法と呼ばれる雲微物理計算法が用いられる (図 1(a))。バルク法では、雲物質は例えば、水蒸気、雲水、雨水、雲氷、雪、霰の6つのカテゴリーに分類される。そして、各計算格子点に含まれるそれらの雲物質の量 (混合比) が計算される。このバルク法では、液相の水 (水滴) は雲水と雨水の2つにしか分けられないため、水滴径の成長を詳細に計算することはできない。一方、ビン法では離散化された粒子径分布関数の輸送・成長方程式が計算される。

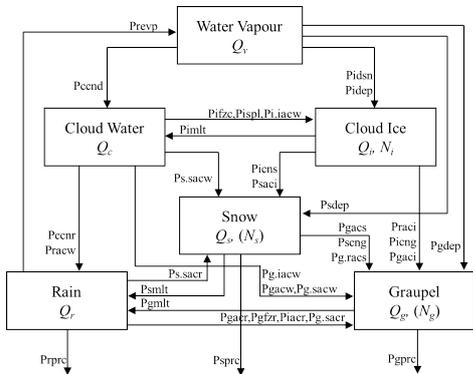
地球シミュレータセンター・マルチスケールシミュレーション研究グループが開発を進める大気・海洋結合気象・気候シミュレーションモデル Multi-Scale Simulator for the Geoenvironment<sup>27,28)</sup> (MSSG) のビン法<sup>29)</sup> (図 1(b)) は、粒子径分布関数として質量密度関数  $g_y(y)$  を計算する<sup>30,31)</sup>。

$$g_y(y, t) dy = n(m, t) m dm \quad (1)$$

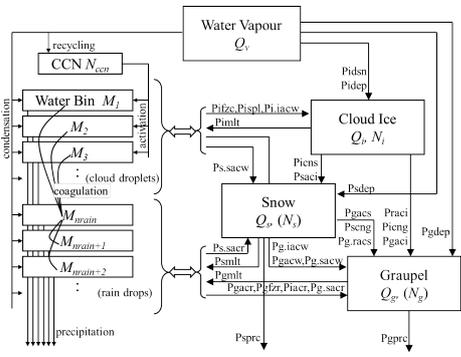
ただし、粒子半径を  $r$  として  $y = \ln r$ ,  $m$  は粒子質量,  $n$  は数密度分布関数である。標準設定では、質量密度関数を 33 個のビンに分割する。その際、 $k$  番目のビンの粒子質量  $m_k$  が  $m_{k-1}$  の2倍になるように定義される。

本稿では詳述しないが、MSSG のビン法は液相の水に対してはビン法を用い、固相 (氷相) の雲物質に対してはバルク法を用いるというハイブリッド法を採用している。固相の径分布も計算するというビ

ン法 (“full” ビン法と呼ばれる) も開発されているが<sup>32)</sup>, 固相の水粒子が持つ複雑な形状を考慮しきれないという問題がある. そのため, 計算コストの上昇に見合うだけの信頼性向上が得られるか疑問である. この問題の解決策の一つとして, オイラー法によるビン法から離れて, ラグランジアン法による超水滴法<sup>33)</sup>に移行するという手段も考えられる. しかし, 超水滴法はまだ開発途上である. このような現状の中で, MSSG ビン法が採用するハイブリッド法は液相過程に対して高い信頼性を持ちつつ, 固相過程を考慮することもできるという, 折衷案としての一つの最適手法と考えられる.



(a) MSSG-Bulk scheme



(b) MSSG-Bin scheme (Bin-Bulk hybrid scheme)

Fig. 1: Cloud microphysical schemes<sup>29)</sup>.

2.2 ビン法における水滴の衝突成長計算法

ビン法の中で, 衝突成長式は次の Stochastic Collection Equation (SCE) で表される.

$$\frac{\partial n(m, t)}{\partial t} = \int_{m_{\min}}^{m_h} K_{coal}(m', m')n(m', t)n(m', t)dm' - \int_{m_{\min}}^{\infty} K_{coal}(m, m')n(m, t)n(m', t)dm' \quad (2)$$

ここで,  $K_{coal}(m_a, m_b)$ は質量  $m_a$  を持った粒子と質量

$m_b$  を持った粒子の衝突合体因子を表す.  $m''=m - m'$  であり, 積分区間に現れる  $m_{\min}$  は粒子をサイズで離散化した時の最小粒子質量,  $m_h$  は  $m$  の半分の質量をそれぞれ表す. 衝突合体因子  $K_{coal}$  は衝突頻度因子  $K$ , 衝突係数  $E_{col}$ , 合体率  $E_{coal}$  の積で表される ( $K_{coal}=K E_{col} E_{coal}$ ). 衝突係数の定義によっては,  $E_{col}$  は  $K$  に含まれることもある.  $E_{col}$  や  $E_{coal}$  のデータベースとして, 例えば Hall (1980)<sup>34)</sup> がある. しかし, 静止流体を対象としたデータベースであり, 乱流中でのデータベースはまだ完全ではない. そのため, 乱流衝突の感度実験を行う場合には, 著者らは簡便のために  $E_{col}=E_{coal}=1$  としている.

質量密度関数  $g_y(y)$  を用いると, 式(2)から次式が得られる.

$$\frac{\partial g_y(y, t)}{\partial t} = \int_{y_{\min}}^{y_h} \frac{m(y)^2}{m(y'')^2 m(y')} K_{coal}(y'', y') g_y(y'', t) g_y(y', t) dy' - \int_{y_{\min}}^{\infty} \frac{1}{m(y')} K_{coal}(y, y') g_y(y, t) g_y(y', t) dy' \quad (3)$$

ここで, 右辺第一項に現れる  $y''$  と  $y'$  は  $m(y'')+m(y')=m(y)$  という関係を持ち,  $y_{\min}$  および  $y_h$  は粒子質量がそれぞれ  $m_{\min}$ ,  $m_h$  のときの値である. 衝突頻度因子  $K$  と衝突頻度  $N$  の間には,

$$N_{12} = K_{12} n_1 n_2 \quad (4)$$

の関係がある. ここで, 添え字は粒子種を表しており, 例えば,  $N_{12}=N(y_1, y_2)$ ,  $n_i=n(y_i)$  である. 同一径粒子同士の衝突の場合には,  $N_{11} = (1/2)K_{11} n_1^2$  となる. 衝突頻度因子に対するモデルとして, 一般に, Gravitational Kernel (Hydrodynamic Kernel と呼ばれる) モデルが用いられる. このモデルは異径粒子間の終端速度の違いによって引き起こされる衝突を表現しており, 次式で表される.

$$K_{12,hydr} = \pi R_{12}^2 |V_{\infty,1} - V_{\infty,2}| \quad (5)$$

ここで,  $R_{12} (=r_1+r_2)$  は衝突半径,  $V_{\infty,i}$  は半径  $r_i$  の粒子の終末速度を表す. この Gravitational Kernel モデルは乱流による衝突促進効果を考慮しない.

乱流の衝突促進効果を考慮する衝突頻度因子モデルは, 次のように定式化される<sup>35)</sup>.

$$\langle K_{12,turb} \rangle = \pi R_{12}^2 \langle |w_r(x=R_{12})| \rangle g_{12}(x=R_{12}) \quad (6)$$

ここで,  $\langle \rangle$  はアンサンブル平均を表し,  $|w_r(x=R_{12})|$  は接触時の相対接近速度 (以降,  $|w_r|$  と略記),

$g_{12}(x=R_{12})$  は接触時の動径方向分布関数 (radial distribution function, RDF, at contact) (以降,  $g_{12}$  と略記) である. 後者はクラスタリングによる衝突頻度の増大効果を表す. 式(6)に対してアンサンブル平均を取ると, 数濃度の変動がクラスタリング効果  $g_{12}(R_{12})$  として現れる. つまり,  $w_r$  と  $g_{12}(R_{12})$  の相関を無視すると  $\langle N_{12} \rangle = \langle K_{12} \rangle \langle n_1 n_2 \rangle \geq K_{12} \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle$  となり,  $g_{12} = \langle n_1 n_2 \rangle / \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle \geq 1$  が得られる.

図2に  $R_i=54$  の定常等方性乱流場中で得られた粒子のクラスタリングの様子を示す. ストークス数  $St (= \tau_p / \tau_\eta)$ ,  $\tau_p$  は粒子の緩和時間,  $\tau_\eta$  はコルモゴロフ時間) が1程度の時に, クラスタリングが最も顕著になる (大西ら(2007)<sup>36</sup>) によると, クラスタリング効果が最大となる  $St$  は  $R_i$  とともに微増する). クラスタリングが衝突頻度を増大させる効果については, 第4節にて議論する.

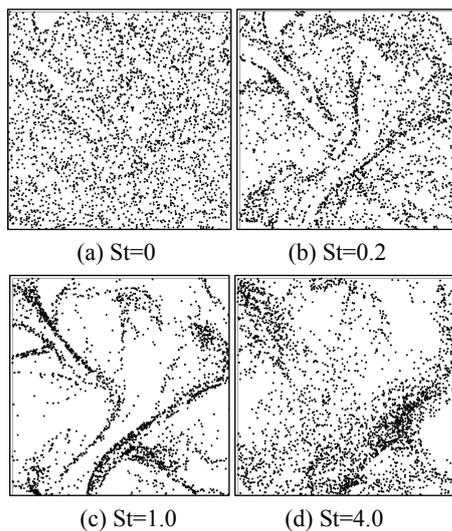


Fig. 2: Clustering of inertial particles in  $R_i=54$ .

### 2.3 乱流衝突効果の感度実験

乱流衝突を無視した式(5)を用いたビン法計算結果と乱流衝突を考慮した式(6)を用いた結果を比較すれば, 乱流衝突がどの程度のインパクト (感度) を持つのかを調べることができる. そのような研究は数多く行われてきた. 近年の研究では, 例えば Grabowski ら (2009)<sup>12</sup> が挙げられる. そこでは, 乱流衝突頻度因子モデルとして Ayala ら (2008)<sup>37</sup> が用いられた. 断熱膨張するパーセル (つまり 0 次元計算領域) 中での液滴径分布の時間変化をビン法によって追跡した結果, 乱流衝突効果によって降雨開始時間が 3 割程度短縮されるという結論を得ている. 3 次元領域

を対象としたビン法計算を使って乱流衝突の感度を調べた研究の一つに Lynn ら (2005)<sup>10</sup> が挙げられる. スコールラインを対象とした数値実験において, 乱流衝突を考慮すると降雨の広がりや発生時期の予測が向上したと報告されている. しかし, 乱流衝突を考慮するために式(6)ではなく, 式(5)を定数倍するという簡易な方法を採用していることや, 1km という水平解像度は雲乱流を解像するには不十分であることなど, 乱流衝突の影響が正しく評価されたとは言い難い. 大気乱流のエネルギースペクトル分布から判断すると, 慣性領域のスケールは数 10 から 100m 程度であり, 雲乱流を解像するにはその程度の計算解像度が必要であると考えられる.

著者らは, 地球シミュレータを使って, 100m 計算解像度で式(6)を使ったビン法計算を行い, 乱流衝突の感度を調べてきた. 例えば, 地形性の強制対流雲 (山岳雲) において, 乱流衝突を考慮すると降雨の最大値が増大することを確認した<sup>11</sup>. また, RICO モデル比較実験<sup>38</sup> という自由対流雲に対する実験では, 乱流衝突を考慮すると, 大水滴 (雨粒) の鉛直分布に変化が生じることを見出した<sup>13</sup>. 具体的には, 乱流衝突によって雨水混合比が最大となる高度が低くなった. これは乱流衝突によって衝突成長が促進された証拠である.

著者らの行ってきた 100m 解像度でも, まだ雲乱流を十分に解像できていない可能性もある. 最近では, 地球シミュレータ 2 を使って, さらに細かい解像度の計算にも取り組んでいる. 図3に, 水平 25m, 鉛直 20m 解像度で  $512^2$  (水平)  $\times$  200 (鉛直) の計算格子を使ったビン法計算の可視化画像を示す. ここまでの高解像度で計算を行うと, 乱流エントレインメントによって雲と大気が混合されることによって現れる細かい構造が雲の輪郭部に見られる. 20m 程度の解像度があれば, 乱流エントレインメントの大部分を解像できると言われている. そのため, 乱流衝突の感度だけでなく, 乱流エントレインメントと雲粒のサイズ分布変化の関係も調べることも可能となる.

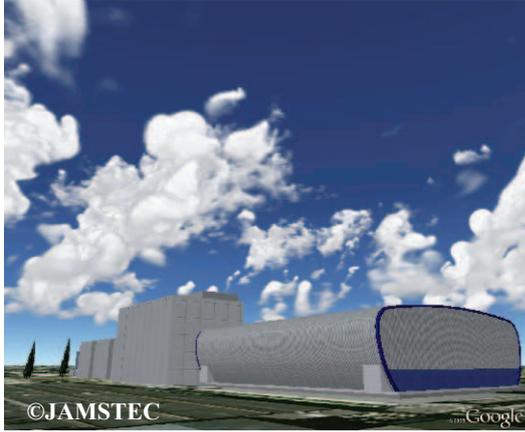


Fig. 3: Volume rendering of cloud mixing ratio obtained from 25m resolution bin-scheme simulation. Clouds are visualized over the Earth Simulator building in Google Earth world.

### 3 直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS) による水滴の衝突データ測定

#### 3.1 支配方程式

非圧縮流体の支配方程式は連続の式 ( $\partial u_i / \partial x_i = 0$ ) と、次式で表される Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad (7)$$

ここで、 $u_i$  は速度ベクトル、 $p$  は圧力であり、全ての変数は代表長さ  $L_0$  と代表速度  $U_0$  によって無次元化されている。また、 $Re$  は動粘性係数  $\nu$  を用いて  $Re = U_0 L_0 / \nu$  と定義される。式(7)の右辺最終項  $f_i$  は外力項である。

本研究ではラグランジアン粒子追跡法を用いて粒子運動を計算する。線形ストークス抗力を仮定すると支配方程式は次式となる。

$$\frac{\partial v_{p,i}}{\partial t} = -\frac{v_{p,i} - u_i}{\tau_p} + g \delta_{i3} \quad (8)$$

ここで、 $\tau_p (= (2/9)(\rho_w/\rho_a)r^2/\nu)$ 、 $\rho_w$  と  $\rho_a$  はそれぞれ粒子と空気の質量密度)は粒子の緩和時間、 $g$  は重力加速度である。大気中の水滴の運動を対象とした場合、水滴の半径が  $40\mu\text{m}$  よりも大きくなると粒子レイノルズ数  $Re_p (= 2rV_{p,\infty}/\nu)$  が1を超えるため、非線形抗力を用いるべきである。しかし、本報では簡単化のため、そのような場合でも線形ストークス抗力を用いる。

#### 3.2 衝突統計量の算出方法

乱流衝突頻度予測モデルを開発、検証するためには、衝突頻度  $N_{12}$  や衝突因子  $K_{12}$  だけでなく、式(6)中の各項、つまり接触時の相対接近速度  $|w_r|$  と動径方向分布関数  $g_{12}$  のデータも必要である。

これらを算出するために、二粒子間の距離  $x$  が  $R-\delta \leq x \leq R+\delta$  のとき、その二粒子は近接しているペアであるとみなした。近接ペアの相対接近速度を計算し、その平均を取ることによって  $\langle |w_r| \rangle$  を算出した。また、粒子の重なりを許容して (ghost particle 条件)、ある時間ステップ  $n$  における近接ペア数  $N_{12, \text{pair}}^n$  から、 $g_{12}^n$  を次式のように求めた。

$$g_{12}^n = \frac{N_{12, \text{pair}}^n / V_s}{N_1^n N_2^n / V_d} \quad (9)$$

ここで、 $N_i$  は粒子数、 $V_s (= 4\pi\{(R+\delta)^3 - (R-\delta)^3\}/3)$  は近接チェック用の検査体積、 $V_d$  は計算領域の体積である。この  $g_{12}^n$  を平均することによって、 $g_{12}$  を得る。Wang ら (2000)<sup>39)</sup> は、 $\delta/R < 0.2$  に設定すれば  $\langle |w_r| \rangle$  および  $g_{12}$  は  $\delta/R$  に依らないことを示した。著者らは  $\delta/R = 0.02$  に設定した。

#### 3.3 既往の数値研究

既往研究では、気相乱流場の計算に擬スペクトル法が用いられてきた。擬スペクトル法では、式(7)に対して  $\text{rot}$  を取ることによって得られる渦度方程式を波数空間で計算する。一方で、ラグランジアン法による粒子計算式(8)は物理空間での気流速度  $u_i$  を要求する。コードの並列化を行う際には、波数空間と物理空間の両方の並列化が必要となる。この困難のため、これまで大規模な並列計算が行われてこなかった。

#### 3.4 有限差分法を用いた高効率並列計算法

著者らは気相乱流場を有限差分法で計算し、流体と粒子の両方も物理空間で計算する高効率並列アルゴリズムを開発した<sup>26)</sup>。そのアルゴリズムの特徴を以下に示す。

- A) 定常等方性乱流場を得るための強制法として、有限差分法の高い並列化率を損なわない Reduced-Communication Forcing (RCF)法を用いる<sup>40)</sup>。
- B) 粒子間衝突を効率的に検出するために、cell-index 法<sup>41)</sup>を用いる。
- C) 共有メモリ型並列 (自動並列化ライブラリ) と分散メモリ型並列 (MPI ライブラリ) の両方に

対応し、両方を同時に用いるハイブリッド計算に対応する。

- D) MPI 並列計算領域からはみ出した粒子情報の通信や cell-index 情報の更新をある時間ステップ (INTERVAL) 毎にだけ行うことにより、分散メモリ型並列計算でのプロセス間通信コストを削減する。

B)中の cell-index 法は、衝突判定回数を削減する方法である。図 4 に示すように、衝突頻度領域をセルに小分けし、ある粒子を含むセルとそのセルを囲む、 $x,y,z$  各方向の前後、合計 27 個のセルの中の粒子との衝突を判定する。ただし、逐次的に衝突を判定していく場合には、27 個ではなく、8 個のセル (例えば、対象粒子を含むセルと  $x,y,z$  各方向前方側のセル) だけを判定の対象とすれば、重複判定がなく効率が良い。

気相乱流計算の信頼性、衝突データ測定の信頼性は既に確認されている。例えば、図 5 に示されるように、フラットネスファクター  $F = \langle (\partial u_1 / \partial x_1)^4 \rangle / \langle (\partial u_1 / \partial x_1)^2 \rangle^2$  のレイノルズ数依存性は既往研究の結果とよく一致した。地球シミュレータ 2 上では理論ピーク性能比で 30% 弱の性能が得られている。単純に比較することはできないが、大規模計算では、1 時間ステップに要する時間は従来の擬スペクトル法の 4 分の 1 程度であった。

現在までに、 $2000^3$  計算格子を使って定常等方性乱流場を形成し、その乱流中での 10 億粒子の運動を計算することによって、 $R_\lambda \sim 500$  での衝突関連統計量をj得ている。これまでに得られたデータの一部を 4.2 節に示す。

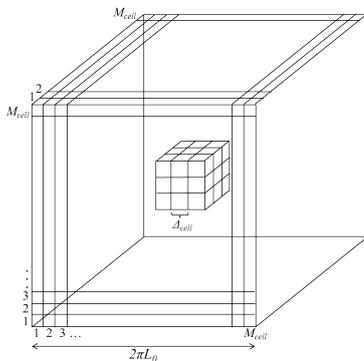


Fig. 4: Division of computational domain into  $M_{cell}^3$  cells for the Cell-Index method. Potential collision partners for a particle in a given cell are found in the 27 neighborhood cells as shown in the center of the diagram.

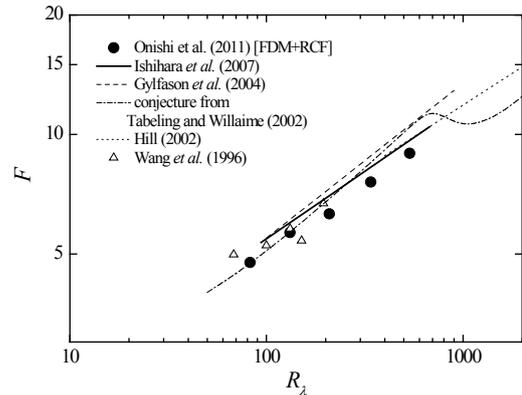


Fig. 5: Flatness  $F$  of the longitudinal velocity gradient for different Reynolds numbers

## 4 乱流衝突におけるクラスタリング効果

### 4.1 クラスタリング理論

Maxey (1987)<sup>15)</sup>はクラスタリングの成因を次のように説明した。  $St \ll 1$  とすると、式(8)から  $v_i = u_i - \tau_p (du_i/dt)$  と近似できる。ここで、  $du_i/dt = \partial u_i / \partial t + u_i \cdot \nabla u_i$  である。両辺の発散を取ると、

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = -\tau_p (s^2 - \omega^2 / 2) \quad (10)$$

ここで、  $s^2$  は歪み、  $\omega^2$  は渦度である。この式から、慣性を持つ粒子 ( $\tau_p \neq 0$ ) の速度場は収束・発散を持つことがわかる。式(10)を数密度  $n$  の保存則  $\partial_t n + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0$  に代入すると、  $n$  は歪みの大きい領域、渦度の小さい領域で大きくなるのがわかる。

上記のクラスタリングメカニズムはあくまでも  $St \ll 1$  の場合である。図 2 に示したようにクラスタリング効果は  $St \sim 1$  において最大となる。  $St \ll 1$  でない粒子がクラスタ化するメカニズムとして、Goto と Vassilicos (2006)<sup>42)</sup>、Coleman と Vassilicos (2009)<sup>19)</sup> は慣性粒子がゼロ加速度点 ( $\mathbf{a}(\mathbf{x})=0$  となる  $\mathbf{x}$ ) に偏集するというメカニズムを提唱している。実際、  $St=0.8$  の場合、スケールによっては式(10)から診断される集積点よりもゼロ加速度点の方がクラスタリングとの相関が高いという結果が得られている。  $St=O(1)$  では複数のメカニズムが絡み合っクラスタリングが形成されると考えられる。

クラスタリング効果、つまり  $g_{12}$  に関する理論研究には 2 系統ある。一つはオイラー的視点から数密度場に注目する方法であり、もう一つはラグランジアン視点から粒子間のずり速度 (drift velocity) に注目する方法である。前者として Falkovich ら (2002)<sup>43)</sup>、

Falkovich と Pumir (2004)<sup>44)</sup>, 後者として Chun ら (2005)<sup>45)</sup> や Collins と Keswani (2004)<sup>46)</sup> が挙げられる. どちらの方法からも, 同一径粒子に関する RDF (Radial Distribution Function)  $g_{11}$  に関して以下の指数則が得られる.

$$g_{11}(x) = c \left( \frac{l_\eta}{x} \right)^\alpha \quad (11)$$

ここで,  $l_\eta$  はコルモゴロフ長さである. 異径粒子に関する RDF,  $g_{12}$  も同様であるが, 本稿では以後, 同一径粒子の場合だけを議論する. 指数  $\alpha$  に関しては,  $St \ll 1$  の場合に適用可能な理論解が導出されている<sup>45)</sup>. それ以外の場合や, 係数  $c$  に関してはまだ理論解が導出されておらず, 何らかのパラメタリゼーションが必要である. パラメタリゼーションの例としては, 例えば, Ayala ら (2008)<sup>37)</sup> や Derevyanko ら (2008)<sup>47)</sup> が挙げられる.

#### 4.2 クラスタリング効果のレイノルズ数依存性

式(11)はクラスタリングのレイノルズ数依存性に関する情報を与えない (間接的には  $\alpha$  を通してレイノルズ数に依存することが予想されている). 直感的には, 微小水滴 ( $r/l_\eta \ll 1$ ) のクラスタリングは  $r/l_\eta$  に大きく依存して, レイノルズ数依存性は小さいと予想される (少なくとも著者らはそう予想した). しかし, Wang ら(2000)<sup>39)</sup> は  $24 < R_\lambda < 75$  のデータから,  $St > 0.5$  の  $g_{11}-1$  は  $R_\lambda$  に比例して単調増加することを見いだした. そしてそのレイノルズ数依存性は大きなレイノルズ数においてもそのまま持続すると予想した. この予想通りならば, 雲乱流のような高レイノルズ数流れ ( $R_\lambda \sim 10^4$ ) では  $St=1$  粒子では  $g_{11} \sim 10^3$  にもなる. この予想は, 後に否定されるが, クラスタリング効果のレイノルズ数依存性に対する関心を高めた. 後になって, Collins と Keswani (2004)<sup>46)</sup> は,  $R_\lambda < 150$  の DNS 結果から,  $0.4 < St < 1.5$  では  $g_{11}$  は単調増加しつつある値に収束していく傾向を見いだした. 近年では,  $g_{11}$  モデルはこの傾向を考慮に入れている. 例えば, Ayala ら (2008)<sup>37)</sup> の  $g_{11}$  モデルは高レイノルズ数で収束する. Derevyanko ら (2008)<sup>47)</sup> では, 十分に高いレイノルズ数では収束すると考え, その収束値を予測する.

図6に示されるように, 著者らの DNS でも  $R_\lambda < 100$  では  $g_{11}$  は単調増加しつつある値に収束していく傾向が確認された. しかし, 興味深いことに,  $R_\lambda > 100$  ではレイノルズ数とともにわずかではあるが減少していく. これは乱流の間欠性によると著者らは考え

ている (投稿準備中).  $g_{11}$  が収束するのか, 減少傾向に転ずるのか, それによって雲乱流に見られる  $R_\lambda \sim 10^4$  という高いレイノルズ数域では, モデル予測に大きな違いが現れる. さらに高いレイノルズ数における検証データが必要である.

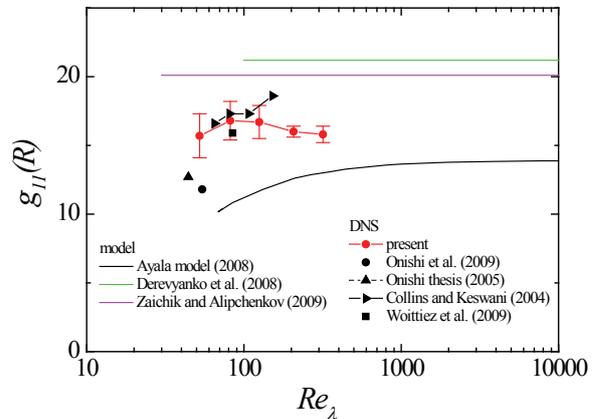


Fig. 6: Preliminary DNS results on RDF at contact for monodispersed droplets,  $g_{11}(x=R_{11})$ , with  $St=0.4$ . DNS results in literature<sup>20,46,48,49)</sup> and model predictions<sup>37,39,47)</sup> are also drawn.

#### 5 おわりに

本報では, 気相乱流中での微小慣性粒子の衝突現象に着目し, その工学上の重要性だけでなく, 気象シミュレーションの中での重要性も示した. スーパーコンピュータの性能向上に伴い, ビン法雲微物理法を用いて, 雲乱流現象を詳細に扱った雲シミュレーションが可能になってきた. そして, 雲乱流が慣性粒子の衝突頻度を増大させる効果によって雲の成長, 降雨の開始が早められることが確認されつつある. 一方で, 直接数値計算によって, 慣性粒子の乱流衝突機構やクラスタリング機構と, それらのレイノルズ数依存性が解明されつつある. しかし, まだ雲乱流に見られるような, テイラーマイクロスケール基準レイノルズ数  $R_\lambda$  が  $10^4$  にも上る高いレイノルズ数を実現するのは現時点では不可能である. 次のステップとして, 次世代スーパーコンピュータ「京」において,  $R_\lambda \sim 10^3$  程度の流れ場における衝突統計データを取得することを目指したい. ただし, 球形を仮定できる微小水滴に関しては乱流衝突機構, クラスタリング機構の解明が進んできたが, 雲氷や雪のような複雑で密度の軽い粒子に関してはまだまだ未知である. 研究対象は尽きない.

雲乱流現象には様々なマルチスケール, マルチ

フェーズ, マルチフィジックス現象が潜んでいる。本報では慣性球形粒子の乱流衝突現象を取り上げたが, 冒頭にて触れたように, ほかにも興味深い研究対象が数多く残されている。雲乱流現象に対する研究が分野を問わずますます盛んになっていくと予想している。

## 謝 辞

本原稿執筆にあたり Imperial College London 大学の Christos Vassilicos 教授に貴重なコメントを頂いた。著者は, 日本学術振興会海外特別研究員制度の援助を受けた。また, 大規模計算は (独) 海洋研究開発機構の地球シミュレータ 2 を用いて行われた。ここに記して謝意を表す。最後に, 執筆の機会を与えてくださった編集委員会に感謝いたします。

## 参考文献

- 1) Abrahamson, J.: Collision rates of small particles in a vigorously turbulent fluid, *Chem. Engng. Sci.*, 30 (1975) 1371-1379.
- 2) Williams, J. J. E. & Crane, R. I.: Drop coagulation in cross-over pipe flows of wet steam, *J. Mech. Engng. Sci.*, 21 (1979) 357-360.
- 3) Yamamoto, Y., Potthoff, M., Tanaka, T., Kajishima T. & Tsuji, Y.: Large-eddy simulation of turbulent gas-particle flow in a vertical channel: effect of considering inter-particle collisions, *J. Fluid Mech.*, 442 (2001) 303-334.
- 4) Arenberg, D.: Turbulence as the major factor in the growth of cloud drops, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 20 (1939) 444-448.
- 5) Shaw, R. A.: Particle-Turbulence Interactions in Atmospheric Clouds, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35 (2003) 183-227.
- 6) Vaillancourt, P. A. & Yau, M. K.: Review of particle-turbulence interactions and consequences for cloud physics. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 81 (2000) 285-298.
- 7) Blyth, A. M.: Entrainment in cumulus clouds, *J. Appl. Meteor.*, 32 (1993) 626-641.
- 8) Shaw, R. A., Reade, W. C., Collins., L. R. & Verline, J.: Preferential concentration of cloud droplets by turbulence: effects on the early evolution of cumulus cloud droplet spectra, *J. Atmos. Sci.*, 55 (1998) 1965-1976.
- 9) Yin, Y., Levein, Z., Reisin, T. G. & Tzivion, S.: The effects of giant cloud condensation nuclei on the development of precipitation in convective clouds – a numerical study, *Atmos. Res.*, 53 (2000) 91-116.
- 10) Lynn, B. H., Khain, A. P., Dudhia, J., Rosenfeld, D., Pokrovsky, A. & Seifert A.: Spectral (Bin) microphysics coupled with a mesoscale model (MM5). Part II: Simulation of a CaPE rain event with a squall line, *Mon. Wea. Rev.*, 133 (2005) 59-71.
- 11) Onishi, R., Takagi, H., Takahashi, K. & Komori, S.: Turbulence Effects on Cloud Droplet Collisions in Mesoscale Convective Clouds, *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 5 (2006) 709-712.
- 12) Grabowski, W. W. & Wang, L.-P.: Diffusional and accretional growth of water drops in a rising adiabatic parcel: effects of the turbulent collision kernel, *Atmos. Chem. Phys.*, 9 (200) 2335-2353.
- 13) Onishi, R., Takahashi, K. & Komori, S.: High-resolution simulations for turbulent clouds developing over the ocean, *Gas Transfer at Water Surfaces*, 6 (2011) 582-592.
- 14) Saffman, P. G. & Turner, J. S.: On the collision of drops in turbulent clouds, *J. Fluid Mech.*, 1 (1956) 16-30.
- 15) Maxey, M. R.: The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields, *J. Fluid Mech.*, 174 (1987) 441-465.
- 16) Sundaram, S. & Collins, L. R.: Collision statistics in an isotropic particle-laden turbulent suspension. Part 1. Direct numerical simulations, *J. Fluid Mech.*, 335 (1997) 75-109.
- 17) Kaneda, Y., Ishihara, T., Yokokawa, M., Itakura K. & Uno A.: Energy dissipation rate and energy spectrum in high resolution direct numerical simulations of turbulence in a periodic box, *Phys. Fluids*, 15 (2003) L21-L24.
- 18) Yoshimoto, H. & Goto, S.: Self-similar clustering of inertial particles in homogeneous turbulence, *J. Fluids Mech.*, 577 (2007) 275-286.
- 19) Coleman, S. W. & Vassilicos, J. C.: A unified sweep-stick mechanism to explain particle clustering in two- and three-dimensional homogeneous isotropic turbulence, *Phys. Fluids*, 21 (2009) 113301.
- 20) Woittiez, E. J. P., Jonker, H. J. J. & Portela, L. M.: On the Combined Effects of Turbulence and Gravity on Droplet Collisions in Clouds: a Numerical Study, *J. Atmos. Sci.*, 66 (2009) 1926-1943.

- 21) Ayala, O., Grabowski, W. W. & Wang, L.-P.: A Hybrid Approach for Simulating Turbulent Collisions of Hydrodynamically-Interacting Particles, *J. Comput. Phys.*, 225 (2007) 51-73.
- 22) Saddoughi, S. G. & Veeravalli, S. V.: Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds number, *J. Fluid Mech.*, 268 (1994) 333-372.
- 23) Castaing, B., Gagne, Y. & Hopfinger, E.J.: Velocity probability density functions of high Reynolds number turbulence, *Physica D*, 46 (1990) 177-200.
- 24) 蒔田秀治, 飯田明由, 佐々浩司, “大規模乱流場の特性の評価 (第 4 報, 乱流レイノルズ数と Kolmogorov 普遍定数について)”, *機論 B*, 54 (1988) 2333-2339.
- 25) Saw, E. W., Shaw, R. A., Ayyalasomayajula, S., Chuang, P. Y. & Gylfason, A.: Inertial clustering of particles in high-Reynolds-number turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 100 (2008) 214501.
- 26) 大西領, 馬場雄也, 高橋桂子, “等方性乱流中での慣性粒子の衝突現象に対する高効率並列計算法”, *機論 B*(印刷中).
- 27) Takahashi, K., Peng, X., Komine, K., Ohdaira, M., Goto, K., Yamada, M., Fuchigami, H. & Sugimura, T.: Non-hydrostatic atmospheric GCM development and its computational performance, *Use of High Performance computing in meteorology*, 50-62 (2005).
- 28) Baba, Y., Takahashi, K., Sugimura, T. & Goto, K.: A dynamical core of atmospheric general circulation model on Yin-yang overset grid, *Mon. Wea. Rev.*, 138 (2010) 3988-4005.
- 29) Onishi, R. & Takahashi, K.: Description and validation of a bin-bulk hybrid cloud microphysical model, (submitted).
- 30) Berry, E. X. & Reinhard, R. L.: An analysis of cloud drop growth by collection: Parts I-IV, *J. Atmos. Sci.*, 31 (1974) 1814-1831.
- 31) Bott, A.: A flux method for the numerical solution of the stochastic collection equation, *J. Atmos. Sci.*, 55 (1998) 2284-2293.
- 32) Khain, A. P., Pokrovsky, A., Pinsky, M., Seifert, A. & Phillips, V.: Simulation of effects of atmospheric aerosols on deep turbulent convective clouds by using a spectral microphysics mixed-phase cumulus cloud model. Part I: Model description and possible applications, *J. Atmos. Sci.*, 61 (2004) 2963-2892.
- 33) Shima, S., Kusano, K., Kawano, A., Sugiyama, T. & Kawahara, S.: The super-droplet method for the numerical simulation of clouds and precipitation: a particle-based and probabilistic microphysics model coupled with a non-hydrostatic model, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 135 (2009) 1307-1320.
- 34) Hall, W. D.: A detailed microphysical model within a two-dimensional dynamic framework: Model description and preliminary results, *J. Atmos. Sci.*, 37 (1980) 2486-2507.
- 35) Wang, L.-P., Wexler, A. S. & Zhou, Y.: Statistical mechanical description of turbulent coagulation, *Phys. Fluids*, 10 (1998) 2647-2651.
- 36) 大西領, 小森悟, “乱流中における同一径粒子間の衝突因子のモデル化”, *機論 B*, 73 (2007) 1307-1314.
- 37) Ayala, O., Rosa, B., Wang, L.-P. & Grabowski, W. W.: Effects of Turbulence on the Geometric Collision Rate of Sedimenting Droplets. Part 2. Theory and parameterization, *New J. Phys.*, 10 (2008) 075016.
- 38) GCSS Precipitating Shallow Cumulus Case 1 homepage, <http://www.knmi.nl/samenw/rico/>
- 39) Wang, L.-P., Wexler, A. S. & Zhou, Y.: Statistical mechanical description and modelling of turbulent collision of inertial particles, *J. Fluid Mech.*, 415 (2000) 117-153.
- 40) Onishi, R., Baba, Y. & Takahashi, K.: Large-scale forcing with less communication in finite-difference simulations of stationary isotropic turbulence, *J. Comput. Phys.*, 230 (2011) 4088-4099.
- 41) Allen, M. P. & Tildesley, D. J., *Computer Simulation of Liquids*, Oxford University Press, (1987).
- 42) Goto, S. & Vassilicos, J. C.: Self-similar clustering of inertial particles and zero-acceleration points in fully developed two-dimensional turbulence., *Phys. Fluids*, 18 (2006) 115103.
- 43) Falkovich, G., Fouxon, A. & Stepanov, M. G.: Acceleration of Rain Initiation by Cloud Turbulence, *Nature*, 419 (2002) 151-154.
- 44) Falkovich, G. & Pumir, A.: Intermittent distribution of heavy particles in a turbulent flow, *Phys. Fluids*, 16 (2004) L47-L50.
- 45) Chun, J., Koch, D. L., Rani, S. L., Ahluwalia, A. & Collins, L. R.: Clustering of aerosol particles in isotropic turbulence, *J. Fluid Mech.*, 536 (2005)

- 219-251.
- 46) Collins, L. R. & Keswani, A.: Reynolds number scaling of particle clustering in turbulent aerosols, *New J. Phys.*, 6 (2004) 119.
- 47) Derevyanko, S., Falkovich, G. & Turitsyn, S., Evolution of non-uniformly seeded warm clouds in idealized turbulent conditions, *New J. Phys.*, 10 (2008) 075019.
- 48) Ayala, O., Rosa, B., Wang, L.-P. & Grabowski, W. W.: Effects of Turbulence on the Geometric Collision Rate of Sedimenting Droplets. Part 1. Results from direct numerical simulation, *New J. Phys.*, 10 (2008) 075015.
- 49) Onishi, R., Takahashi, K. and Komori, S.: Influence of Gravity on Collisions of Monodispersed Droplets in Homogeneous Isotropic Turbulence, *Phys. Fluids*, 21 (2009) 125108.