岡大医短紀要，2：111～119，1991
Bull. Sch. Health Sci. Okayama Univ.

数学と数学教育

高　橋　泰　嗣

Mathematics and Mathematics Education

Yasuji TAKAHASHI

With the 17-th century an essentially new period in the development of mathematics began. The circle of quantitative relations and spatial forms of mathematics studied now was no longer exhausted by numbers, quantities and geometric figures. On this basis there resulted the explicit introduction into mathematics of the ideas of motions and change. Being inseparably connected with the needs of natural science, the accumulation of quantitative relations and spacial forms studied in mathematics was continuously expanding. However, in addition to this quantitative grouth, at the end of the 18-th and the beginning of the 19-th centuries a number of essentially new features were observed in the development of mathematics.

The enormous amount of factual material which had been accumulated in the 17-th and 18-th centuries led to the demand for a deep logical analysis and unification of it from a new point of view. In essence, the relationship between mathematics and natural science was no loss close but was now increased in complexity. The majority of new theories arose from internal requirements of mathematics itself. However, the circle of applications to problems of science and technology was greately expanding at this time.

In this way, as a result of both the internal requirements of mathematics and the new needs of science and technology, the circle of quantitative relations and spatial forms studied in mathematics was greately expanded : relations between elements of arbitrary groups, operations in function spaces, etc. are now parts of mathematics.

In this paper, we are concerned with mathematical thought. Several ideas of great scientists are introduced, and we know the essence of mathematical thought. The power of mathematical thought can be brought up by means of a deep thought. The relationship between mathematical thought and creativity is also studied.

Key Words : Mathematics, Mathematics Education, Mathematical Thought, Creativity

緒　言

歴史的に振り返ってみると，明治維新以来日本の国家目標は近代化の推進であった。先進諸国から近代化のノウハウを学び，少なくとも物質的には，日本の近代化は成熟期に来ており，日本の国際的地位も高くなった。今後の日本は，受け身から，世界の学術文化にどう貢献していくかという立場に変わった。このような転換期においては，日本の高等教育は過去以上に高い発展を遂げなければならない。今後の国際情勢は不透明な部分も多く，過去の経験だけでは解決できない様々な問題が発生する可能性がある。それに対応するためには，知識を修得するだけでなく，豊かな発想で問題を発見し，分析し，判断し，その問題を解決していくという，「考える力」を身につける必要がある。有識者の多くが指摘するように，これからの学校教育では「創造性」の育成が大切である。

ところで，今日の情報化・高度技術社会におい

岡山大学医療技術短期大学部

て，数学の果たす役割は，ますます広範かつ重要になっている。このような社会においては，数理に強い知性が要求され，格別に数学教育が重要になる[1]。伝統的に数学教育で重視されてきたものは，「数学的思考力」の育成である。しかしながら，今日の学校教育では，「記憶力」が重視され，「思考力」は身につかない。この原因は，「受験技術」を能率よく身につけるためには，できるだけたくさんの「知識」を詰め込んだほうが有利である，と考えるからである[2]。しかし，原理的な面での理解が伴わない記憶は，思考力の育成には，ほとんど役に立たない。

本論文の目的は，「数学的思考」について考察することである。最初に，数学の本質がどこにあるかを考える。これは，現代数学の父ヒルベルトに聞くのがよい。数学の本質はいろいろあるが，「明澄性」が一番である。次に，数学的思考の本質がどこにあるかを知るために，古来の大数学者がどのように考えたかを調べ，その比較検討を行う。これは，デカルトに聞くのがよい。彼は「思考」の方法を考えた人で，自覚せる天才であった[3]。彼は，「三段論法の形式などというものは，事物の真理を認識するのに何の役にも立たない，とにかく，何の疑いも残らないほどに，徹底的に深く考えよ」と言うのである[4]。数学者岡潔の考え方も興味深い。デカルトと岡に共通する点も多いが，はっきりと，西洋と東洋の思考の相違をみる。それは，理性と理想の違いである。「数学的思考力」を育成するための方法は，明らかになってくる。最後に「創造性」を考えなければならない。これは数学教育だけで育成されるものではない。しかしながら，「数学的思考力」の強化が，「独創的」な科学者の育成に著効がある，という考え方は多い。その理由は，段々と明らかになっていくであろう。端的に言えば，数学の本質であるところの「自由性」と「明澄性」が深く関わっているのだと思われる。

数学とは何か

他の諸科学の進歩のために，また自然および現代社会の発展法則の認識のために，数学の果たす役割の重要性については，きわめて多くのことが語られている。では，その数学とは，どのような学問なのか。国語辞典[5]によれば，「古くは数に関する学問，すなわち算術の意。現在では，数・量および空間に関して研究し，さらに抽象的な概念を扱う学問」となっている。しかし，このような説明では数学の本質を理解することは，とてもできそうにないと思われる。そこで，数学は，何を研究対象にするのか，その対象をいかなる方法で研究するのか，また，他の諸科学とどのような関係にあるのか，について考察する。

1．数学の対象

ものの集まりをひとまとめにして，それを一つの対象物としてみたとき，これを集合という。一つの集合と，その中の要素，その部分集合，そこにおける写像，関係等を考え，それらにいくつかの基本的性質を仮定したものを「数学的構造」という。数学的構造の基礎をなす性質は，「公理」といわれる。構造の定義の出発点をなす諸関係は，かなりさまざまな性格のものでありうる。構造を定義する関係が結合算法である場合，その構造を代数構造という。代数構造の例として，群構造や体構造がある。別の重要な構造として，位相構造がある。近傍，極限，連続性などの直観的観念は，我々の空間的知覚から生まれてくるものであるが，位相構造はそれらから抽出された数学的定式化である。一つの集合に位相構造が定義されたとき，それは位相空間という。また，位相ベクトル空間のように，位相構造と代数構造の両方が定義されたものもある。位相ベクトル空間においては，そこで定義された写像の線形性や連続性を考えることもできるし，連続な線形写像の全体を一つの集合として，その集合に代数構造や位相構造を定義することもできる。このようにして，一つの数学構造から別の新しい数学構造を生みだしていく。

数学においては，それがどんな分野であっても，実数の果たす役割が重要である。そこから複素数も生まれるし，さまざまな関数を考えることもできる。実数の体系においては，加法・減法・乗法・除法の四則算法と，大小の関係を表す順序が定義されているが，最も重要なものとして「連続性公

理」がある。これによって連続関数のもつ基本的な性質が証明でき，微分積分学・解析学の基礎ができるのである。

数学が研究の対象とするのは，このような「数学的構造」にほかならない。集合という一般的な概念を導入したところに，現代数学の特徴があり，これによって，研究の対象が大きく広がった。

2．数学の方法

現代の数学は，公理主義的方法において，数学的構造を研究する学問であるといえる。この「公理主義」の立場をはじめて明快に表明したのは，現代数学の父とよばれるヒルベルトである[6]。ヒルベルトは公理系を徹底的に吟味し，ユークリッド幾何学の全公理を，結合，順序，合同，平行，連続の5種の公理群にまとめ，これらの公理相互の独立性を完全に証明し，さらに算術の公理の無矛盾性を仮定して，幾何学の公理の無矛盾性と完全性とを証明した。「無矛盾性」とは，その公理から一つの命題とその否定とが同時に証明されることがないことで，「完全性」とは，その公理系を満たす対象が本質的にただ一通りに定まることをいう。公理は理論をつくっていくための基礎的な仮定であるが，ヒルベルトの公理系で重要なのは，公理そのものに対する周到な吟味がなされていることである。

公理主義的方法の本質的な部分は，ヒルベルトの研究方法の中に発見される。彼の手法は，ほとんどの場合，問題の大きさに比べて不釣り合いと思えるほど簡単なものである。何ものにも捉われることなく論題の最根源にまで遡り，根本的な原理を取り出すこと，それこそが，誰もが到達できなかった解決への王道であった。また数学において重要なことは，研究の対象となる事物の本性ではなく，そうした事物の間の関係だけが問題であるという基本原理を，彼ほど強調した人はいなかった[7]。

公理主義的方法は，一面では形式主義的方法といえる。いかなる数学的理論も，論理の規則に従って次々に導き出される命題の連鎖である。しかし，これは公理主義の外面的な特色にすぎない。公理主義の本来の目的は，論理形式主義だけでは与えることのできない数学のもつ深い「明澄性」である。ある命題の証明を真に理解するためには，その推論の正しさが確かめられるだけでなく，根底にある考え方を把握しなければならない。外見上，全く異なった二つの理論があったとき，ヒルベルトのような天才は，それを統一して，一つの理論にしてしまうことがある。そうしたとき，公理主義的方法は，その発見の深い理由を探り出し，初めの理論のおのおのに特有な細目のために，その外衣の下に隠されている共通の本質を抜き出してそれを白日の下に置く，こうしたことを教えてくれる。

以上のことをまとめると，数学とは，さまざまな数学的構造を，「公理主義的方法」によって研究する学問であるといえる。そしてこの公理主義の本質は，単なる形式主義ではなく，深い明澄性にある。論理の確かさだけでなく，その根底にある考え方を深く理解しなければならない。

3．数学と諸科学との関係

古代ギリシャ時代には，数学の価値は数学それ自身にあり，その実用性を問題にしなかった。「数学を学ぶのは不滅の神々に近づくことである」とプラトンは言った[8]。その後アルキメデスのような2，3の例外を別にすれば，数学を自然の説明に応用しようという考え方は少なかった。ところが，ルネサンスの時代になって，事態はようやく変わり始めた。デカルト，ニュートンの時代を経て，今では数学は，感覚世界に生起する現象を説明するために不可欠の道具となっている。

近世以降のヨーロッパの科学者は，複雑な自然現象の奥に潜む法則を発見し，その法則を数学の言葉で説明した。また，新しい型の法則を説明するために，数学の新分野も生まれた。最も有名な例として，ニュートンとライプニッツによる無限小解析の発見がある。これによって，18世紀における力学，天文学および物理学の最初の諸理論は急速に発展した。またこの時期には，天文学的および物理学的現象の研究が多数の新しい問題を提起し，それを解決するために，数学は著しく進歩した。この頃の数学は，自然科学と一体となって発展していた。

19世紀中頃から，数学と自然科学の他分野との関係が希薄になり始め，20世紀に入ると抽象的・公理的方法による数学の再編成が主流となった。現在の数学は，公理主義に基づく「抽象数学」とよばれる。

事物や事象を考察するとき，その本質に着目し，それを抜き出して把握する，というのが抽象である。その際，他の性質は排除してしまう。一度抽象化してしまうと，考察の対象は，もとの事物や事象から離れてしまう。一見全く異なった２つの事物のある性質について，抽象化されたものに共通性を見いだすことがある。伝説によれば，ニュートンはりんごの落ちるのを見て，なぜ月は落ちてこないのかと疑った。彼が発見したのは，両者が同一の運動法則に従うことと，両者に同じ万有引力が働いていることであった。

ところで，ひとたび抽象的手法が確立されて数学者が自由に研究を始めると，それが一般的であるがゆえに，かえって思いもかけない広範な応用が見いだされることとなった。数理物理学，数理化学，数理生物学，流体力学のような自然科学のみならず，数理論理学，数理心理学，数理経済学，医療情報学などの「数理科学」とよばれるもの全体が，数学の応用範囲になっている[9]。

人間のあらゆる経験は，個人的なものであれ集団的なものであれ，数学の中に深い反響をひびかせている。一方数学は，人間の知的活動のあらゆる分野に，さまざまな影響を与えている。数学が他の諸科学と互いに刺激し合いながら，相補的に発展することが期待される。

数 学 教 育

教育において大切なことは，記憶を強制することではなくて，考える力，もっと強くいうならば，論理的な思考力や，いろいろな物事に対する公正な見方，考え方などを，生徒に理解させ，体得させることである。

勉強というと，日本では理解力の開発や増進よりも，記憶力の養成に努めることだと考える人が多い。これは，受験戦争に勝つための最も効率のよい方法は，「受験技術」を身につけることであり，そのためには，思考力よりも記憶力を養成した方が有利であると考えるからであろう。「数学は暗記科目である」という本もある[2]。しかし，原理的な面での理解が伴わない記憶は，生徒たちの物の見方や論理的思考力の育成には，ほとんど役に立たない。記憶力と思考力の間には，本来的に因果関係はない。

現在の日本のように，知識の多少で人を測るようなことをしていると，記憶力が思考力に優先し，結局のところ創造性のある人間が育たない。ニュートンやアインシュタインのような偉大な科学者が，学校の初等教育についていかれない劣等生とされたという有名な話があるが，教育者たるものは，このことの意味をよく理解すべきであろう。

「現在の日本の教育は独創性や個性を失わせている。これからの教育の目的は，創造性の育成であらねばならない」という声があちらこちらで聞かれる。小さな創造であれ，大きな創造であれ，創造性を発揮することは人生の大きな生きがいである[3]。

ところで，今日の情報化・高度技術社会において，数学の果たす役割は，ますます広範かつ重要になっている。このような社会においては，数理に強い知性が要求され，格別に数学教育が重要になる。そこで，これからの数学教育の目的は，「数学的知性の涵養」ということになる。藤田宏教授は，この数学的知性というものを，「数学的思考力」と「数学的リテラシー」に分けておられる[1]。ここで，「数学的リテラシー」というのは，数学を道具として使いこなす能力，という意味である。この場合，まる暗記の知識では役に立たない。また，必要に応じて適当な修正を施して使うこともある。こうしてみると，数学的リテラシーのなかに，「数学的思考力」がかなり含まれているように思われる。

ここでは，数学教育の目的を「数学的思考力」の育成としたい。数学的思考力の強化こそが，創造性教育の中心であらねばならないのである。

数学的思考力の強化は，伝統的に数学教育で重視されてきたものである。ノーベル化学賞受賞者である福井謙一教授も，数学的思考力の強化が，

独創的な科学者の育成に著効があるとの信念を持っておられるという[1]。科学研究において創造性を発揮するためには，「鋭い直観力」と「理論の確かさ」が重要であることは当然であるが，何ものにも捉われない「自由な心」でものをみる，ということが必要である。そこに新たな発見が生まれることになる。これらは数学的思考においても同様であるが，ここに数学の本質があるともいえる。

数学的思考は，論理的であり演繹的であるといわれる。しかし，これは外面的な特色にすぎない。ある命題の証明において，論理的に正しいことが確かめられるだけでなく，その根底にある考え方を深く理解するということがより重要である。以下において，数学的思考の本質を考える。

1．デカルト的思考

デカルトと言えば，誰でも「我思う，故に我あり」という言葉を思い出すであろう。デカルトは，数学，物理学，哲学などの広い範囲にわたって，まれにみる創造性を発揮した人であるが，また，どうすれば創造性を発現できるかを自分で考えた人でもあった。彼の著書「知能指導の規則」[4]の中で，人間の知能の働きを，自分でどういう風にコントロールし，どういう方向に導いていけば，真理に到達できるかについて，21の規則を示している。この中から，いくつかを抜き出してみることにする。

「ある対象が示された場合，それについて他人が考えたことや，自分が憶測することではなくて，我々が明晰に，そして明証的に直観しうることか，確実に演繹しうることを，求めなければならない。」

これこそデカルトの主張の核心である。事物の認識のために必要な知性の作用は，直観と演繹である。ここで「直観」というのは，純粋な注意している精神による把握であり，しかも，そこで理解している事柄について，もはやいかなる疑いも残らないほど，容易で判明な把握のことである。また，「演繹」とは，確実に認識された他のものから，必然的に結論されるものすべてである。明晰な直観こそが最も重要なものであり，演繹論理は，直観の連鎖のようなものである。

事物の真理を探究するには，方法が必要である。その方法の主要な秘密は，次のように述べられる。

「最も単純な事物を複雑な事物から区別して，それらを秩序に従って追求していくためには，いくつかの真理に関し，我々がその一つを他から直接的に演繹することによってできたところの，事物の系列の一つ一つにおいて，何が最も単純であるか，どんな仕方でそれ以外のすべてのものが，そのものから，それぞれに，より遠く，より近く，あるいは等しく，隔たっているかが観察されなければならない。」

ここで指摘されているのは，すべての事物は何らかの系列に配置されうるということである。しかも，それは一つのものが他のものから認識されうるかぎりにおいてのことである。こうしておけば，我々が何か困難に出会ったときには，いつでも，何か他のものを考察した方が有利ではないか，そしていかなるものを，いかなる秩序において考察していくべきか，ということを知ることができる。あらゆる場合に，最も単純で容易であるものに注意深く目を向けるべきである。ここに方法全体の秘密がある。純粋で単純な本性は，直観されうるものであり，他のすべての本性は，これらの単純な本性から演繹されることによってのみ認識されうる。その演繹は，容易なものもあれば，多くの推論を必要とするものもある。この推論の数によって，ある本性が単純な本性からどの程度隔たっているかを知ることができる。推論の連鎖はこのようになっていて，探究すべき事物の系列が生じるのである。すべての問題は，この系列に引き直されることにより，確実な方法をもって検討されうるようになる。しかし，こうした系列のすべてを数えあげるのは容易ではなく，また，それらは記憶にとどめておかれるよりも，知能の鋭さによって見通されるべきものである。

ここで，デカルトの考え方をまとめてみよう。彼は，事物の認識を求める場合の順序として，常に最も単純で最も容易なものから始めた。このことからして，まず最初に研究すべき学問は，数学である。なぜならば，この学問は他と違って純粋で単純な対象にかかわり，その全体が，帰結を合

理的に演繹していくことのみから成り立っているからである。また，デカルトは，明晰な直観を最も重視する。きわめて容易な事物に対しても，知能の全力を向け，真理を判明に，そして明瞭に直観することに慣れなければならない。最も単純で最も容易なものの考察に，常に思考全体を傾ける人が，洞察力のある人となる。知能が明敏になるためには，すでに他の人々によって見出された事柄を，自分で探究することの練習をし，また，人々の技術を，それがきわめて軽少なものであっても，方法的にたどってみるべきである。三段論法の形式などというものは，事物の真理を認識するのに何の役にも立たない。推論の正しさを確かめるだけでなく，大切なことは，その根底にある考え方を深く理解することである。

数学的思考法の本質的な部分は，デカルトの思考方法のなかに，そのすべてを見出すことができる。数学的思考力を育成するためには，知能が鋭く働くように，それを鍛えなければならない。それによって，直感力が身につき，何が明らかで，何が疑わしいのかを明確に認識できるようになる。また，ある事物の本性が他の単純な事物の本性から演繹されうるようになる。この知能を鍛える最も有効な方法は，容易な命題であっても，知能の全力を向け，そこに何の疑いも残らないというほどに，その根底にある考え方を深く理解することである。

2．情緒的思考

日本人の多くは，思考が情緒的，感覚的であるといわれる。情緒的な思考から抜け切れないため，物事を理解するに当たって，論理が徹底しないという[10]。事物を明白に認識しようとするとき，その論理的思考は直線的になされる。ところが，日本人の思考は，直線的ではなく，いろいろなことに思いをめぐらしながら進められる。このような論理的思考を渦巻き型という人もいる。デカルト的思考は，連続的でどこも中断されていない思考運動で演繹するという，直線的論理である。これに対し，思考過程において，それが途切れたかのようにみえるのが，渦巻き型論理と思われる。

日本と欧米の科学者の間には，思考のパターンとか研究の仕方で，相違があるという。文化や知的伝統は，人々のものの見方や考え方に大きな影響を及ぼす。そこで，日本を代表する科学者の中で，明らかに東洋的と思われる生理学者橋田邦彦と数学者岡潔の思考法について考察する。

橋田邦彦と岡潔の考え方は，本質的に全く同じである。彼らの考え方に深い影響を与えているのは，道元禅師の「正法眼蔵」であると思われる。ある事を理解するというとき，理解は自他対立的にわかるのであるが，それに対して，「体取」あるいは「体得」というのは，自分がそのものとなることによって，そのものがわかるのである。この主客が一体になるということ，いわゆる「主客未分」，「物心一如」というわかり方が大切で，このとき，本当にわかるのである。

1）橋田邦彦の考え方[11]

橋田によると，欧米文化の欠点の一つは，「知るということを，ただ概念的な知識によって理解するということに考え間違った」ことである。端的に言えば，自然科学の方法は，「観察」というものに尽きる。ここで，「観」について言えば，それは「心の働き」そのものである。我々は心の働きにおいて観るのである。では，正しく物を観るためにはどういう立場をとればよいかというと，それは「物心一如」という立場である。これは，昔から我々が実行している東洋的な「物の観方」であるが，彼の考え方の核心はここにあると思われる。

2）岡潔の考え方[12]

数学者岡潔の考え方は次のようである。

「頭で学問をするものだという一般の観念に対し，私は本当は情緒が中心になっているといいたい。」

彼の考え方の核心はここにある。それでは「情緒」とみる見方というのは，どういうことであるか。

「すみれの花を見るとき，あれはすみれの花だと見るのは，理性的，知的な見方です。むらさき色だとみるのは，理性の世界での感覚的な見方です。そして，それは実際にあると見るのは，実在感としての見方です。これに対して，すみれの花はいいなあと見るのが情緒です。」

ところが，すみれの花は「いいなあ」と感じるのはなぜなのか。それは誰にもわからない。つまり，すみれの花を「情緒」と見た場合，この情緒は一つの「先験観念」である。彼の考え方は，「情緒が一つの先験観念として価値判断の基礎になっている」というのである。そして，「情緒を形に表現する」というところに，学問の本質があるのではないだろうか。

結局，彼にとって数学とは，「情緒を数学という形に表現する」ということになる。数学が難しい一つの理由は，「知識を情緒化するのが容易でないというところにある」というのである。まことに卓見である。

では，いかなる方法において知識は情緒化されるのであろうか。学問の場合，文献を普通に読んで知識として残していったのでは，その知識は情緒化されない。文献を深く読んでこれを体取するとき，その知識は情緒化されるというのである。

生理学者橋田邦彦と数学者岡潔に共通した思考法は，まさに東洋的なものである。彼らの考え方からすれば，科学は宗教によってその根底を得てくるものである。科学は物事を「客」として究め尽くそうとするものであるが，宗教は「主」というもの，すなわち人の「人」としての働きそのものを把むことである。デカルトは「精神と物質の二元論」の立場をとるが，これに対し，橋田と岡は「物心一如」の立場をとる。西洋と東洋の違いを端的にいうと，理性と理想との違いである。

3．数学的思考の本質と創造性

集合論の創始者カントールは，「数学の本質はその自由性にある」と言った[8]。また，19世紀の偉大な数学者ポアンカレは，「数学とは異なるものに同じ名前を与えるアートである」と言った[8]。

世の中には，正確に同一のものは存在しないが，同時に，それだけが何にも似ていないというものも存在しない。ある性質に注目したとき，その性質をもつという意味で同じ仲間とみることができる。すでに述べたようにニュートンは，「月とりんご」を同じ仲間と考えた。両方の類似性がどこにあるかというと，それは「運動の法則」が同じということであった。ニュートンは「万有引力の法則」を発見したのである。物理学者湯川秀樹は，異なる2つのものの間に類似性を見出したとき，「同定」という言葉を使う。そして自然科学における創造性を発現するためには，高度に進んだ同定の過程が重要な役割を果たすというのである[3]。

ところで，仲間という集団が確定すると，仲間の「数」などという概念が発生する。自分が入っている集団において，別の性質を考えると，別の集団が確定する。いくつかの集団ができると，集団どうしを合わせた集団という概念も発生する。このようにして，数学でいうところの「集合」，「部分集合」，「和集合」などの概念が生まれる。

理論としての数学が，ここから出発するためには，一度ある2つのものを同一とみなしたうえは，「そのことを変更しない」という約束が必要となる。ここから数学の論理性，厳密性が生まれる。

ここで具体的な「モデル」について考えてみよう。ニュートン以来，物理学では多年にわたる実験や観察に基づいて，いくつかの大きな統一的原理がうちたてられている。例えば，ニュートンの運動方程式がそうである。ある立場を限定すれば，一つの現象を支配している諸量の関係式が得られる。これをその現象を記述する方程式という。ところが，一般的には，得られる方程式はきわめて複雑になる。そこで，その方程式の項のうち重要でないと思われるものを無視し簡単な方程式に修正して，これが現象を近似的に記述しているものとして，解を得ることがある。この簡単化された方程式を，もとの現象のモデルという。物理学者は，このモデルを数学を用いて研究する。

では，数学者は，問題をどのようにとらえるのであろうか。いくつかの条件があったとき，そのうち本質的に重要なものだけを取り出し，不必要と思われるものは徹底的に排除する。しかも，その条件をより一般的な条件で置き換える。つまり，問題を理想化するのである。問題を理想化すれば，自然に解けるというのが，岡潔の考え方である[12]。数学界のノーベル賞といわれる，フィールズ賞受賞者である広中平祐教授も同様のことを述べている[13]。ところで，問題を一般化，あるいは抽象化することによって，現実との関係が希薄になるとい

うことがおこるのであるが，一方ではそれが一般的であるがゆえに，思いもかけない諸方面への応用が広がるのである。しかし，問題を理想化するということは，それほど容易なことではない。いくつかの条件のうちで，どれが本質的で，どれが本質的でないのかを見極めなければならない。また本質的と思われる条件にしても，それを徹底的に吟味して，より理想的な条件に置き換える必要も生ずる。何ものにも捉われない自由な心で，事実は事実としてあるがままに受け入れる。そして論題の最根源にまで遡り，そこに人間精神のすべてを向け，その根底にある深い考え方を理解しなければならない。古来，大数学者は，すべてそうであった。

現代数学は多様であるが，数学のもつ特徴を端的に言えば，「自由性」と「明澄性」にあると思われる。そして，その方法が正確な論理による演繹によってなされることから，比類なき「確かさ」が保証される。

デカルトも岡潔も言ったように，数学の方法の本質は，「計算や形式論理」ではない。最も大切なことは，「深く考えること」である。それによって，「直観力」や「深い洞察力」が身につくようになる。計算技術や数学の知識は必要であるが，できる限りその知識は，「体取」されたものがよい。このような知識は情緒化され，思考を助ける。また，新しい事実を発見するためには，憶測や先見観念にとらわれない「自由な心」で思考することが大切である。数学においては，「心の働き」も自由でなければならない。

数学的思考の本質は，創造性，独創性に関係している。岡潔は，独創について，外面的にみれば「自由な心の働き」であり，内面的にみれば「心の悦び」である，という[12]。

確かに，何ものにも捉れない自由な発想をしないと，独創は生まれないであろうし，また，感激がなければ新たな独創の意欲は起こらない。エジソンの有名な言葉に，「必要は発明の母である」というのがある。この「必要」という言葉の解釈について，広中教授は次のように述べている[13]。「必要」は，英語でおもに２通りの表現の仕方がある。「need」と「want」である。外部からの必要性と内部からの必要性の違いである。この「want」は欲望とか，欠乏を内包した自分の内部から出てくる「必要性」であり，この力を借りて創造がなされるという。創造のために重要なことが，もう一つある。広中教授は，それを「素心」という。彼のいう「素心」とは，対象と一体となって考えるということである。これは，「主客未分」ということで，岡潔の場合は，いつもそのようにして考えているので，当然のことである。

結局のところ，大きな創造性を発揮するためには，研究の対象と一体となるほどに，自分の精神のすべてを向けて，何ものにも捉われない自由な心で論題の最根源にまで遡り，そこにある根本原理を見出すことである。これは，ヒルベルトのような大数学者の思考方法と全く同じである。

結　　語

数学的思考力の強化は，伝統的に数学教育で重視されてきた。この思考力の強化こそが創造性につながる。数学的思考の本質が何であるかを考えるとき，数学の本質が問題になる。数学の本質のうちで特に重要なものは，「明澄性」，「自由性」，「論理の確かさ」であり，これらのもつ深い意味を述べたつもりである。形式的な論理は，事物の真理を認識するのに何の役にも立たないということ，原理面の理解を伴わない知識は，思考力の強化につながらないということであるから，今後の教育において注意したいものである。

文　　献

1）藤田　宏：数学の知的な活用と思考力．数学セミナー 8：68-71，1991
2）渡部由輝：数学は暗記科目である．原書房，東京，1989
3）湯川秀樹：創造の世界，朝日新聞社，東京，1971
4）デカルト R.，山本　信（訳）：知能指導の規則．世界の大思想７，河出書房，東京，３-72，1970
5）松村　明：大辞林，三省堂，東京，1974
6）一松　信：ヒルベルト数学の問題，共立出版，東京，1974
7）ル・リヨネ F.，村田　全（監訳）：数学思想の流れ．上巻，東京図書，東京，1988
8）ヴィルチェンコ H.A.，松野　武，山崎　昇（訳）：数学

名言集．大竹出版，東京，1990
9）広中平祐（編集委員会代表）：現代数理科学辞典．大阪書籍，大阪，1991
10）ネトル S.K.，桜井邦朋：独創が生まれない，地人書館，東京，1990
11）吉仲正和：科学者の発想．玉川大学出版部，町田，1984
12）岡　潔：日本のこころ，思想との対話２，講談社，東京，1967
13）広中平祐：学問の発見，佼成出版社，東京，1982

（1991年11月11日受理）