

# MRI におけるサンプリング時間の測定と画像の再構成

加藤博和, 花元克巳, 川崎祥二, 澁谷光一, 黒田昌宏<sup>1)</sup>, 小山 矩<sup>2)</sup>

## 要 約

MRI において k-space を構築するためにはエコー信号をサンプリング時間に従って採取する必要がある。このサンプリング時間を測定するために, FOV (field of view) の左半分にファントムを置くことにより階段関数となるスピン分布を生成した。得られたエコー信号を, 階段関数をフーリエ変換したときに得られるフーリエ係数と比較することによりサンプリング時間を求めた。得られたサンプリング時間を用いて, MRI MULTI-TEST PHANTOM を MRI 装置でスキャンすることにより得られたエコー信号をサンプリングし k-space を構築した。この k-space をフーリエ逆変換することにより MRI MULTI-TEST PHANTOM の画像を再構成することができた。

キーワード: MRI, フーリエ変換, 画像再構成, サンプリング時間

## はじめに

臨床診断における主要な撮像モダリティとして X 線と MR (Magnetic Resonance) がある。X 線の撮像方法については多くの成書があり<sup>1,2)</sup>, その原理から撮像方法まで, 詳しく述べられている。MR は X 線のように形態画像を表示できる以外に, 機能画像, 代謝画像, 術中画像を表示できることから, 重要な撮像モダリティである。ところが, 成書にはその画像再構成法の具体的な記述はなされていない<sup>3-5)</sup>。ここではファントムを用いて具体的に画像を再構成することを試みた。そのためにまず矩形ファントムを用いてサンプリング時間の測定を行った。次に MRI MULTI-TEST PHANTOM をスキャンすることによりファントムのエコー信号を採取した。このエコー信号を矩形ファントムで求めたサンプリング時間ごとにサンプリングすることにより k-space を得た。この k-space から逆フーリエ変換を行うことにより画像の再構成を行った。得られた画像と MRI 装置に表示された画像の比較を行い, 画像が再現されていることを確認した。

## 方 法

用いた超伝導型 MRI 装置は MRH-500AD (0.5T,

日立メディコ), ファントムは幅100mm, 高さ200mm, 奥行き150mmの亚克力容器に入れた矩形ファントム (材料:  $\text{MnCl}_2$ : 342 $\mu\text{mol/kg}$ ,  $\text{NaCl}$ : 0.135%, 残部: 水) と, MRI MULTI-TEST PHANTOM (Model 76-903, NUCLEAR ASSOCIATES) を用いた。胴体用コイルの中に横断面方向に200×200mmのFOVを設定し, その左側半分に矩形ファントムを置いた。撮影条件はスピンエコーで, 繰り返し時間=1000ms, エコー時間=30ms, スライス厚=10mm, 周波数エンコード=256, 位相エンコード=64である。MRI 装置の IRR GATE 端子よりトリガー信号を, そしてレシーバのモニター端子 CH1 と CH2 よりアナログエコー信号を採取し, 8 bit AD コンバータで2 $\mu\text{s/S}$ でサンプリングし, パソコンへ取り出し Spreadsheet File でデータ保存した。

## フーリエ変換

### 1. 階段関数のフーリエ変換

1次元のフーリエ級数は

$$M(x) = \frac{1}{a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \alpha_n \cos \frac{2\pi nx}{a} + \beta_n \sin \frac{2\pi nx}{a} \right) \quad (1)$$

で与えられ, そのフーリエ係数は,

岡山大学医学部保健学科放射線技術科学専攻

1) 岡山大学医学部附属病院

2) 広島県立保健福祉大学放射線学科

$$\alpha_n = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} M(x) \cos \frac{2\pi nx}{a} dx \quad (2)$$

$$\beta_n = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} M(x) \sin \frac{2\pi nx}{a} dx \quad (3)$$

である。

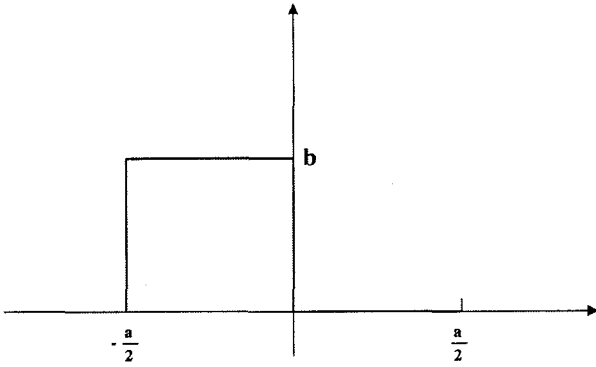
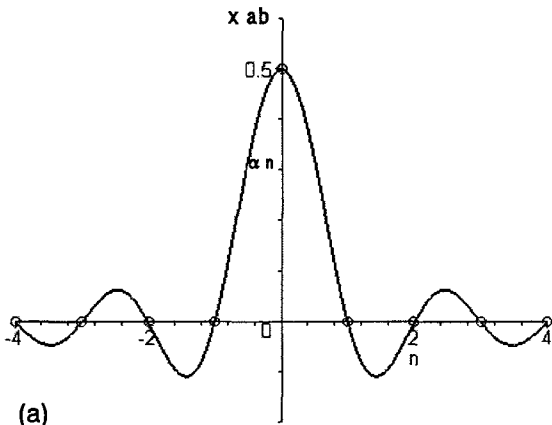
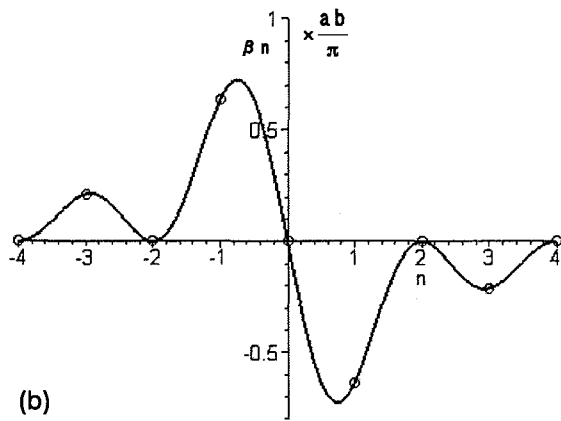


Fig. 1 Step function for measuring sampling time.



(a)



(b)

Fig. 2 Fourier coefficients for the step function shown in Fig. 1. The values of the Fourier coefficients in equations, (4) and (5), correspond to the symbol,  $\circ$ , in Fig. 2(a) and Fig. 2(b), respectively.  
a: Real part of the Fourier coefficients.  
b: Imaginary part of the Fourier coefficients.

Fig. 1 で示す階段関数の場合, 式(2), (3)のフーリエ係数は

$$\alpha_n = \begin{cases} \frac{ab}{2} & (n=0) \\ 0 & (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots) \end{cases} \quad (4)$$

$$\beta_n = \begin{cases} 0 & (n=0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots) \\ -\frac{ab}{n\pi} & (n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots) \end{cases} \quad (5)$$

となり, 図で示すと Fig. 2 となる。図において  $\circ$  に対応する値が  $\alpha_n, \beta_n$  である。

### 2. 2次元複素関数のフーリエ変換

$x = \pm \frac{a}{2}, y = \pm \frac{a}{2}$  の範囲で 2次元に分布した磁化があり, その初期位相が揃っていない場合, その磁化分布は複素関数で表すことができ, その複素関数のフーリエ級数は次式となる。<sup>6)</sup>

$$M(x, y) = R(x, y) + iI(x, y) \\ = \frac{1}{a^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\alpha_{mn} + i\beta_{mn}) e^{-i(\frac{2\pi n}{a}x + \frac{2\pi m}{a}y)} \quad (6)$$

ここで  $\alpha_{mn}, \beta_{mn}$  はフーリエ係数であり,

$$\alpha_{mn} + i\beta_{mn} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} M(x, y) e^{i(\frac{2\pi n}{a}x + \frac{2\pi m}{a}y)} dx dy \quad (7)$$

である。式(6), (7)を三角関数で表示すると,

$$R(x, y) = \frac{1}{a^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \alpha_{mn} \cos\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) + \beta_{mn} \sin\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) \right\} \quad (8)$$

$$I(x, y) = -\frac{1}{a^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \alpha_{mn} \sin\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) - \beta_{mn} \cos\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) \right\} \quad (9)$$

$$\alpha_{mn} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left\{ R(x, y) \cos\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) - I(x, y) \sin\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) \right\} dx dy \quad (10)$$

$$\beta_{mn} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left\{ R(x, y) \sin\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) + I(x, y) \cos\left(\frac{2\pi nx}{a} + \frac{2\pi my}{b}\right) \right\} dx dy \quad (11)$$

となる。 $R(x, y)$  は実部の画像であり,  $I(x, y)$  は虚

部の画像である。信号強度の画像  $M(x,y)$  は

$$|M(x,y)| = \sqrt{R(x,y)^2 + I(x,y)^2} \quad (12)$$

となり、各ピクセルごとの初期位相を示す位相画像は

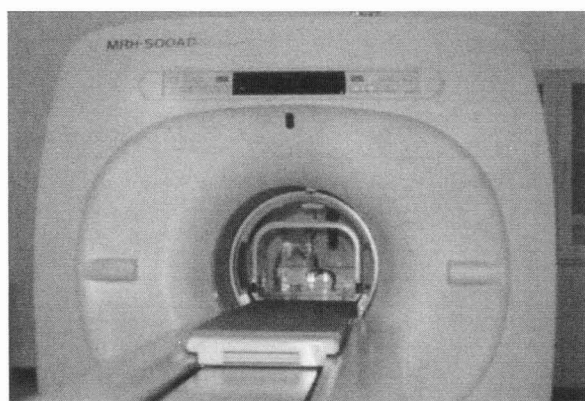
$$\phi(x,y) = \tan^{-1} \frac{I(x,y)}{R(x,y)} \quad (13)$$

となる。

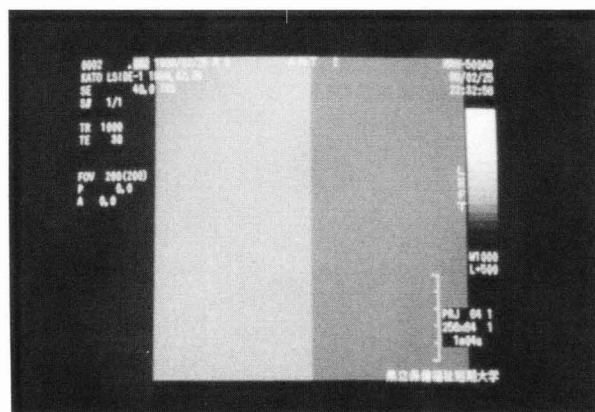
## 結 果

### 1. エコー信号の波形

サンプリング時間を測定するために Fig. 3(a) のように胴体コイル内に  $200 \times 200 \text{mm}^2$  の FOV を設定し、その左側部分を完全に占有するように矩形ファントムを置いた。この時のスピネコーにおける強度画像を Fig. 3(b) に示す。この状態におけるエコー信号を MRI 装置のレシーバのモニター用端子から取り出した。位相エンコード用の勾配磁場が印加されていないときのエコー信号を Fig. 4 に示す。この



(a)



(b)

Fig. 3 Insertion of a rectangular phantom into the body coil to get the step function.

a: the view of experiment  
b: the intensity image on the CRT.

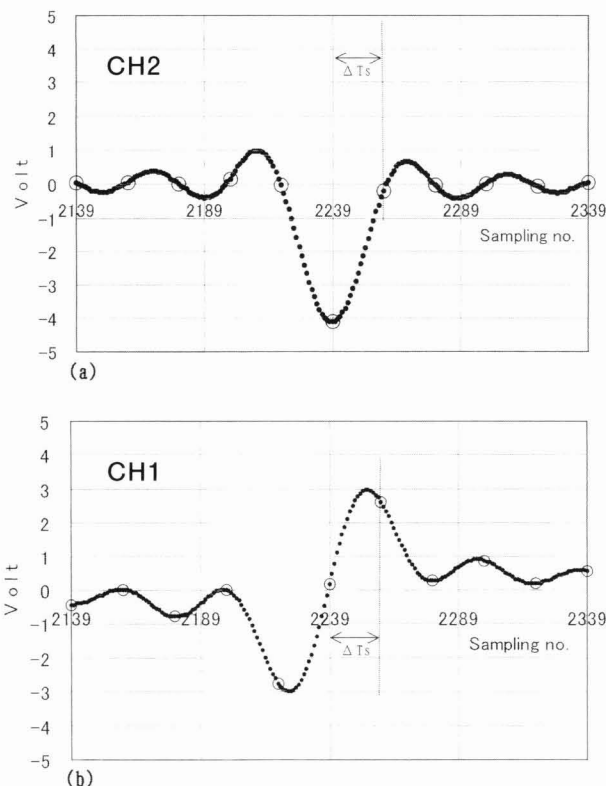


Fig. 4 Refocusing part of the echo signal when the gradient field for phase encode was not applied. The time interval of  $\circ$  is  $40\mu\text{s}$ .

場合のエコー信号は Fig. 1 に示す階段関数のフーリエ係数を示すことになる。横軸は AD コンバータでサンプリングしたときのサンプリング序数であり、縦軸は信号電圧である。

### 2. サンプリング時間 $\Delta T_s$

Fig. 4(a) は CH2 のエコー信号の refocus 部分を示す。出力電圧の符号は逆であるが、Fig. 2(a) と同じ波形であり、Fig. 4(b) は CH1 のエコー信号の refocus 部分を示す。Fig. 4(a) と同様、出力電圧の符号は逆であるが、Fig. 2(b) と同じ波形である。このことから CH2 は実部のエコー信号であり、CH1 は虚部のエコー信号であることが確認できる。Fig. 2(a) の  $\circ$  で示した  $\alpha_n$  が Fig. 4(a) で得られるように Fig. 4(a) の信号を選びだすと  $\circ$  のようになる。 $\circ$  はサンプリング序数の間隔が 20 毎に繰り返される。この場合画像再構成におけるサンプリング時間  $\Delta T_s$  は AD コンバータのサンプリング時間が  $2\mu\text{s}/\text{S}$  であることから、 $40\mu\text{s}$  となる。同様に Fig. 2(b) の  $\circ$  で示した  $\beta_n$  が Fig. 4(b) で得られるように Fig. 4(b) の信号を選びだすと  $\circ$  のようになる。この場合も  $\Delta T_s = 40\mu\text{s}$  が得られる。

### 3. k-space

サンプリング時間の測定と同じ条件で、矩形ファントムの代わりに MRI MULTI-TEST PHAN-

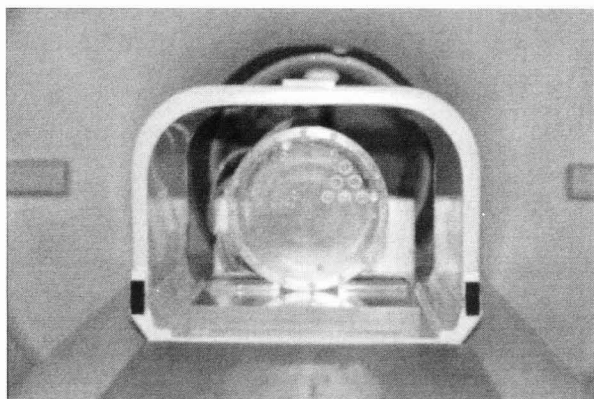


Fig. 5 Insertion of the MRI MULTI-TEST PHANTOM into the body coil.

TOM をコイル内に挿入し画像の再構成を行った。Fig. 5 はコイル内に MRI MULTI-TEST PHANTOM を挿入した様子である。このファントムの撮影において、スキヤンの進行に従って位相エンコード用の勾配磁場が変化し、それによって式(10), (11)における  $m$  の値が順次  $m = -32, -31, \dots, 0, 1, \dots, +31, +32$  に対応するエコー信号が得られる。Fig. 6 はこのようにして得られた一連のエコー信号の一部を示す。経過時間  $t=0$  は refocus の中心部を示し、縦軸は信号電圧を示す。図において○は  $\Delta T_s = 40\mu\text{s}$  ごとにサンプリングするエコー信号を示す。Fig. 6(a) ~ (c) は  $m = -1, 0, 1$  における実部のエコー信号である。Fig. 6(d) は  $m = 0$  における虚部のエコー信号である。このようにして得られた  $\alpha_{mn}$  が実部の k-space,  $\beta_{mn}$  が虚部の k-space となる。Fig. 7 は k-space の値を濃度で表示したものである。

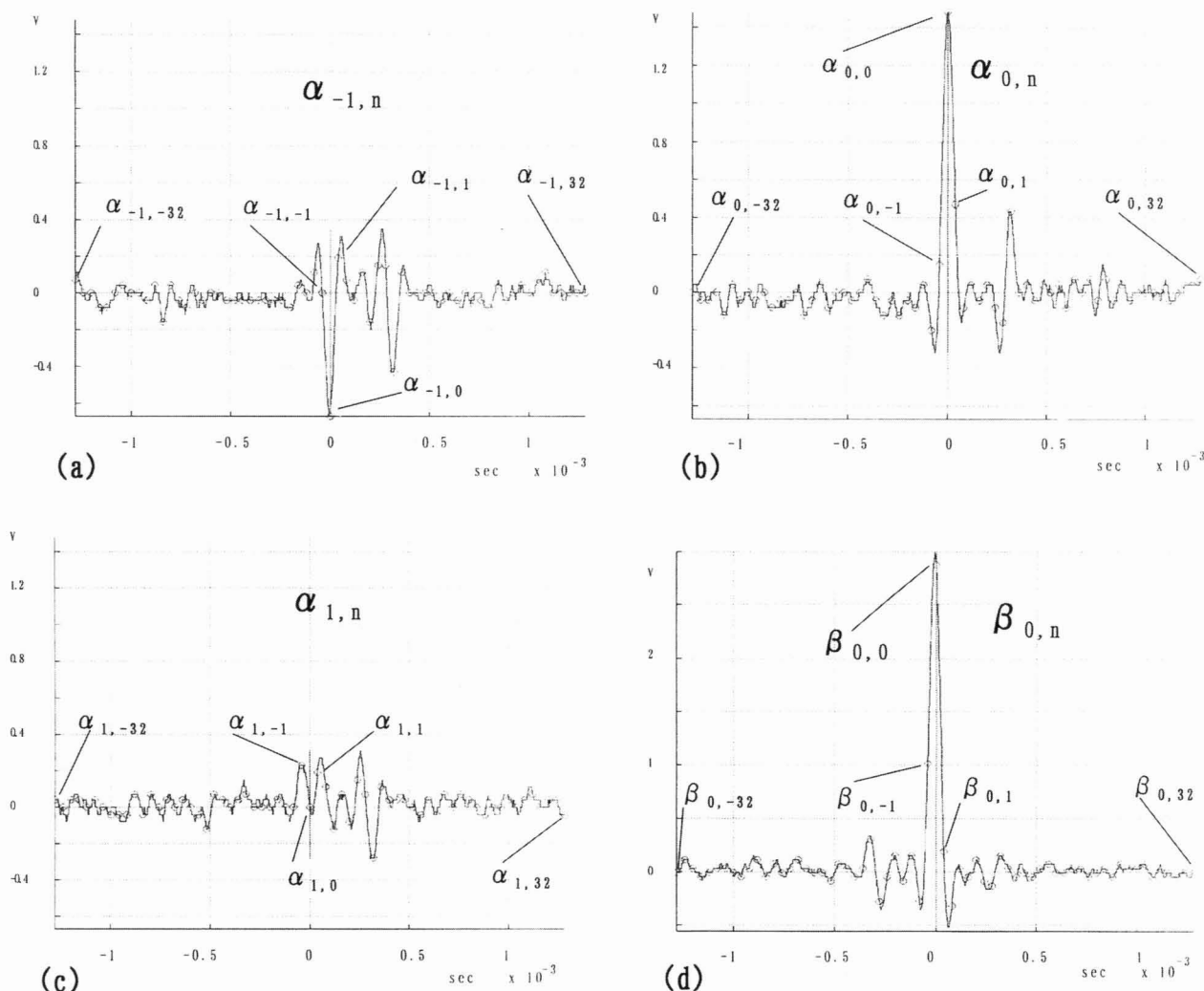


Fig. 6 Echo signals at the out-put of the receiver circuit when the MRI MULTI-TEST PHANTOM was scanned.  
 a: Echo signal of CH2 ( $m = -1$  of real part) b: Echo signal of CH2 ( $m = 0$  of real part)  
 c: Echo signal of CH2 ( $m = +1$  of real part) d: Echo signal of CH1 ( $m = 0$  of imaginary part).

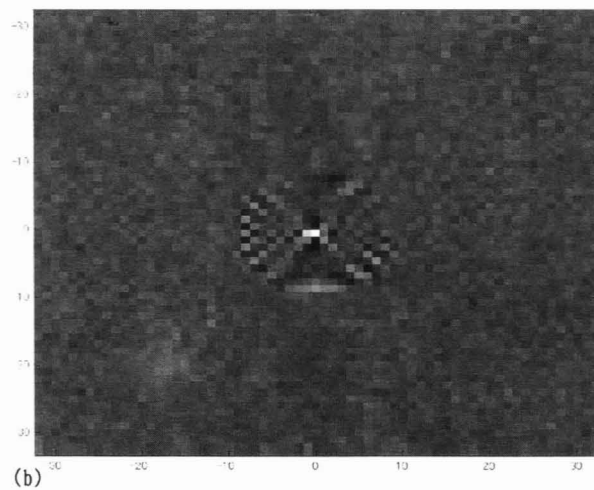
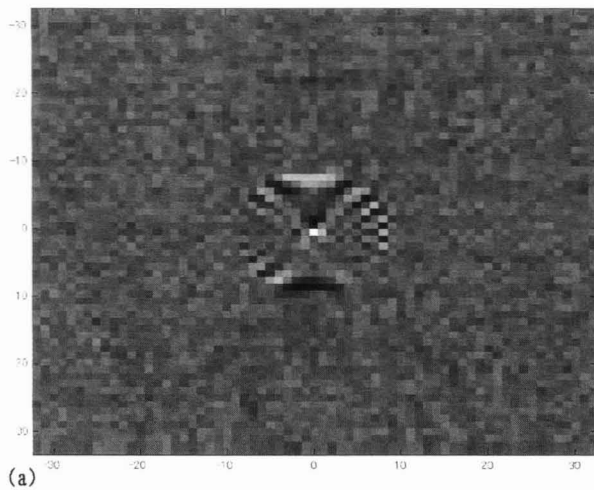
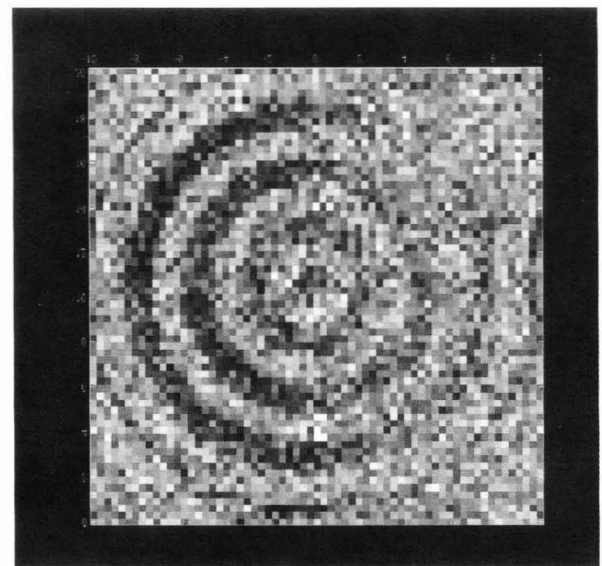


Fig. 7 k-space.

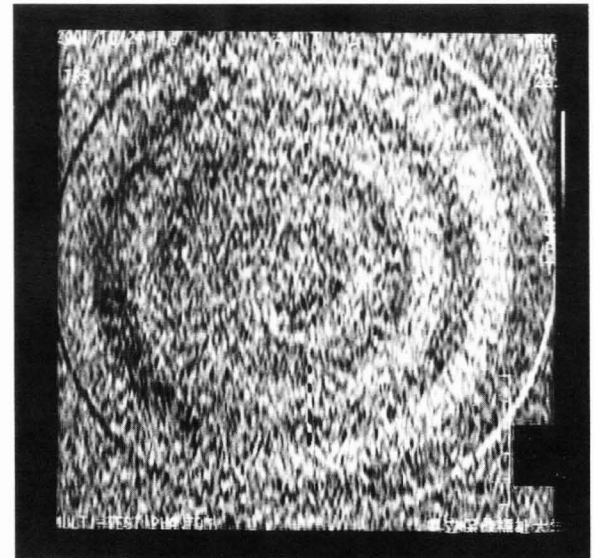
a: Real part,  $\alpha_{mn}$  b: Imaginary part,  $\beta_{mn}$ 

#### 4. 2次元像の再構成

エコー信号をサンプリングすることによって得られた  $\alpha_{mn}$ ,  $\beta_{mn}$  を式(8), (9)に代入し,  $m = -32 \sim +32$ ,  $n = -32 \sim +32$  の範囲で総和を行った。Fig. 8(a) は式(8)で得られた値の符号を反転して得られた実画像であり, Fig. 8(b) はそれに対応する MRI 装置の CRT に示された実画像である。Fig. 9(a) は式(9)で得られた値の符号を反転して得られた虚画像であり, Fig. 9(b) はこれに対応する MRI 装置の CRT に示された虚画像である。Fig. 10(a) は式(12)に対応する強度画像であり, Fig. 10(b) はこれに対応する MRI 装置の CRT に示された強度画像である。Fig. 11(a) は式(13)に対応する位相画像であり, Fig. 11(b) はこれに対応する MRI 装置の CRT に示された位相画像である。



(a)



(b)

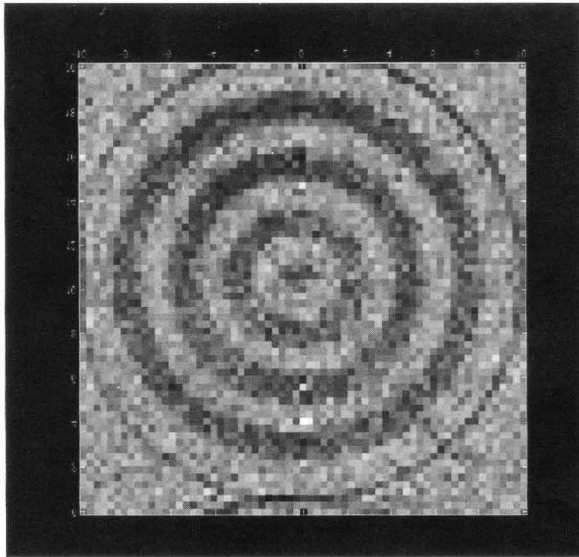
Fig. 8 Real image.

a: Reconstructed image due to equation (8)

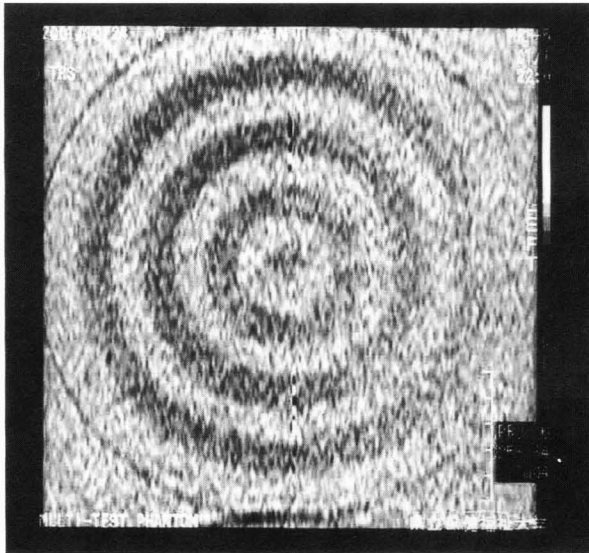
b: Image on the CRT of MRI

#### 考 察

階段関数についてのフーリエ係数を解析的に求めるとともに, 信号強度分布が階段関数となるファントムを FOV 内に置き, そのエコー信号を測定した。解析的なフーリエ係数とエコー信号を比較することによりエコー信号に対するサンプリング時間を求めた。このサンプリング時間で2次元ファントムに対して得られたエコー信号をサンプリングすることにより k-space を得た。この k-space に対してフーリエ逆変換することにより2次元エコー画像を得た。Fig. 8~11 において, (a) で示した画像は (b) で示



(a)



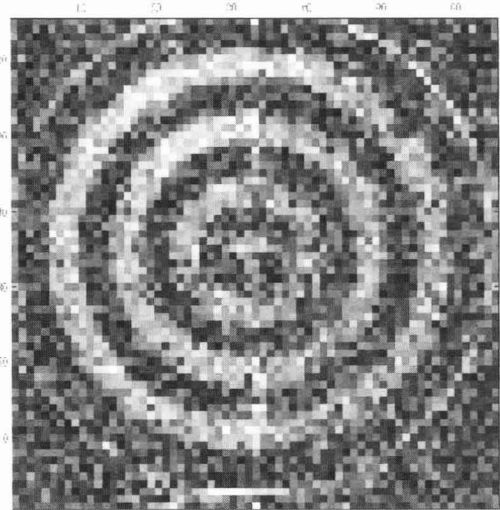
(b)

Fig. 9 Imaginary image.

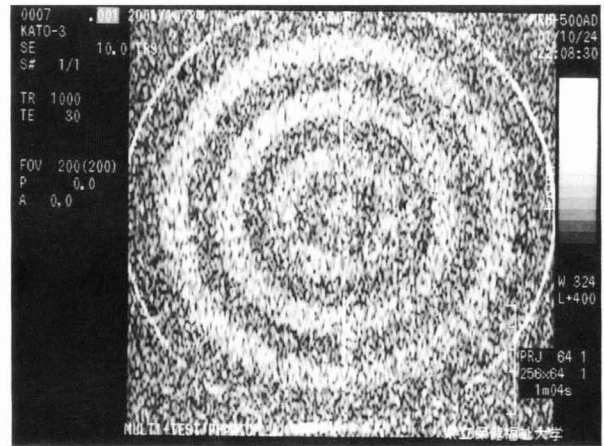
- a: Reconstructed image due to equation (9)
- b: Image on the CRT of MRI

した MRI 装置で得られた画像を再現していることを示している。Fig. 8 と Fig. 9 においては白黒を反転させる必要があったが、これは、Fig. 2(a), Fig. 2(b) の解析的な波形に比較して Fig. 4(a), Fig. 4(b) のエコー信号の符号が逆転していることによる。

一般的に複素フーリエ級数では直交関数系として  $\exp(i\frac{2\pi nx}{a})$  が用いられるが、ここでは直交関数系として  $\exp(-i\frac{2\pi nx}{a})$  を導入した。このことにより歳差運動しているスピンの実部成分および虚部成分



(a)



(b)

Fig. 10 Intensity image.

- a: Reconstructed image due to equation (12)
- b: Image on the CRT of MRI

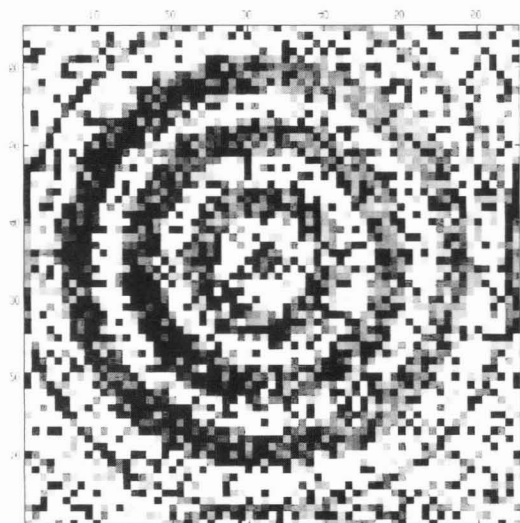
をフーリエ変換における実部のフーリエ係数および虚部のフーリエ係数に対応させることができた。

得られた再構成画像はファントムの形状を再現しているが不鮮明である。その原因として、1) 不適切なスライス面の選択, 2) 信号 bit 数の不足, 3) 狭い k-空間, 4) ノイズの混入が考えられる。MRI 装置の CRT 上で得られた Fig. 8(b) ~ Fig. 11(b) においても画像が不鮮明であり、ノイズの影響も見られることから 1) 不適切なスライス面の選択と 4) ノイズの混入があったと考えられる。

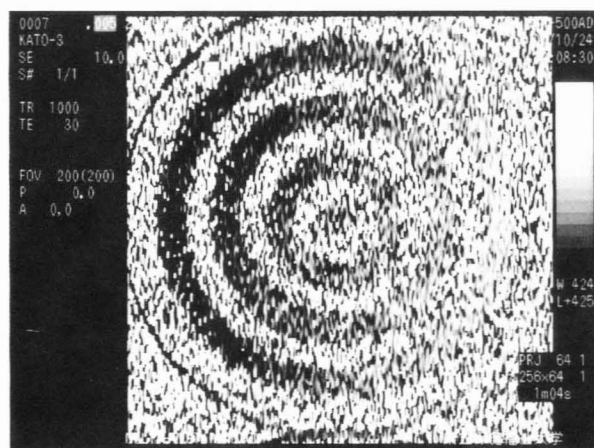
### ま と め

階段関数型ファントムを用いることによりサンプリング時間を測定することができた。このサンプリング時間を用いて 2 次元ファントムのエコー信号を





(a)



(b)

Fig. 11 Rhase image.

a: Reconstructed image due to equation (13)

b: Image on the CRT of MRI

サンプリングすることにより画像を再構成することができた。階段関数に対して、解析的に得られたフーリエ係数とエコー信号を比較することによりフーリエ解析の拡大が示唆された。

### 謝 辞

本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金(平成13~14年度基盤研究 (C)(2), 平成15年度基盤研究 (A)(2))の援助を受けて行なわれた。

### 文 献

- 1) Hermann, G. T.: Image Reconstruction from Projections. Springer-Verlag, Berlin, 1979.
- 2) Gifford, D.: A Handbook of Physics for Radiologists and Radiographers, John Wiley & Sons, Chichester, 1984.
- 3) Stark, D. D., Bradley, W. G.: Magnetic Resonance Imaging, Mosby Year Book, St. Louis, 1992.
- 4) NessAiver M: All about MRI physics, University of Maryland Medical Center, 1997.
- 5) 日本磁気共鳴医学会 教育委員会編: 第22回 MR 基礎講座 テキスト, 2000.
- 6) 加藤博和, 花元克巳, 黒田昌宏, 澁谷光一, 川崎祥二: MRIにおける画像の再構成. 岡山大学医学部保健学科紀要, 13(2): 77-82, 2003.

# Measurement of sampling time in MRI and reconstruction of MR image

Hirokazu KATO, Katsumi HANAMOTO, Shoji KAWASAKI,  
Koichi SHIBUYA, Masahiro KURODA<sup>1)</sup> and Tadashi KOYAMA<sup>2)</sup>

## Abstract

Regarding the construction of k-space in MRI, it is necessary to extract the required data from the echo signals with the rate of sampling time. In order to measure the sampling time, a rectangular phantom was placed on the left side of the FOV in the body coil of an MRI equipment, and got analog signals in the sequence of spin echo. The sampling time was determined by comparing the measured signals with the Fourier coefficients obtained by transforming the step function which was similar to the profile of the FOV. The MRI MULTI-TEST PHANTOM was scanned, and the k-space was constructed with the extracted data from the echo signals with the rate of the determined sampling time. The MRI images of the MULTI-TEST PHANTOM were reconstructed by inverse-transforming the obtained k-space.

---

**Key Words :** MRI, Fourier transform, reconstruction, sampling time

---

Department of Radiological Technology, Faculty of Health Sciences, Okayama University Medical School

1) Central Division of Clinical Radiology, Okayama University Hospital

2) Hiroshima Prefectural College of Health Sciences