

UNIVERSIDADE DE LISBOA

FACULDADE DE LETRAS

Departamento de Linguística Geral e Românica



***Estudos experimentais sobre leitura e compreensão
de problemas verbais de matemática***

Deolinda Varela Marques Correia

DOUTORAMENTO EM LINGUÍSTICA

Área de especialidade: Psicolinguística

2013

UNIVERSIDADE DE LISBOA

FACULDADE DE LETRAS

Departamento de Linguística Geral e Românica



***Estudos experimentais sobre leitura e compreensão
de problemas verbais de matemática***

Deolinda Varela Marques Correia

Tese orientada pela Professora Doutora Isabel Hub Faria, especialmente elaborada para a obtenção do grau de doutor em Linguística na área de especialidade de Psicolinguística.

2013

Resumo

A resolução de problemas verbais de matemática assume-se como uma complexa tarefa cognitiva, que envolve uma série de estratégias, sustentada por dois processos fundamentais: a abordagem cognitiva da solução de problemas centrada na teoria do processamento da informação, i.e., a representação cognitiva das informações extraídas dos enunciados que ocorre quando os sujeitos procuram compreender o problema; a definição dos procedimentos e das estratégias necessárias para alcançar a solução, que resulta na realização das operações algorítmicas para resolver o problema.

Os estudos empíricos realizados no âmbito desta dissertação, que se inscreve no domínio da Psicolinguística, permitiram analisar os mecanismos cognitivos mobilizados no processamento da informação dos enunciados dos problemas e prestam um contributo às investigações realizadas nos últimos trinta anos com indicadores que se assumem como mais-valias para sustentar o complexo processo de leitura e de compreensão de problemas verbais de matemática.

A análise do desempenho dos sujeitos de diferentes níveis de ensino (4º, 6º e 9º anos de escolaridade) na resolução de problemas de construção e de escolha múltipla revelou que as dificuldades não residem apenas ou exclusivamente nas estratégias e nos procedimentos de resolução, ainda que estes assumam um papel relevante, mas na compreensão dos enunciados com características discursivas e estruturais distintas e na relação do resultado dessa compreensão com os restantes processos de resolução.

A influência das macroestruturas linguísticas, nomeadamente a extensão dos enunciados textuais, e das propriedades das microestruturas linguísticas na construção da representação mental das situações enunciadas nos problemas evidenciou que a compreensão verbal antecede a compreensão matemática dos enunciados e que os fatores de natureza linguística atuam antes mesmo dos elementos estruturantes e dos aspetos fundamentais da competência matemática no processamento da informação e na compreensão dos problemas.

A presença de vários sistemas semióticos (a língua natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas, as representações gráficas e as ilustrações) nos problemas bimodais implica a mobilização de mais recursos cognitivos e, portanto, uma maior sobrecarga na memória de trabalho que resulta em custos mais elevados do processamento da informação com impacto na compreensão e, conseqüentemente, no planeamento e na execução das restantes etapas de resolução.

Palavras-chave: Resolução de problemas verbais de matemática; compreensão da leitura; processamento da informação; características discursivas e estruturais dos enunciados; memória de trabalho.

Abstract

Solving mathematical word problems is a complex cognitive task, which involves a series of strategies, supported by two fundamental processes: the cognitive approach to problem solving centered in the theory of information processing, this means, the cognitive representation of information taken from texts, that occurs when students try to understand the mathematical problem; the definition of procedures and strategies that are necessary to achieve the solution, which results in the implementation of algorithmic operations to solve the problem.

The empirical studies carried on in this thesis, which belong to the domain of Psycholinguistics, allowed to analyse the cognitive mechanisms involved when we process information which is contained in texts describing the problems, and contribute to investigations which have been carried out over the past thirty years with indicators that are a gain to sustain the complex process of reading and comprehension of mathematical word problems.

The performance analysis of students from different grades of education (4, 6 and 9 years of schooling) when solving construction and multiple-choice problems showed that the difficulties lie not only or exclusively in the strategies and the procedures of resolution, even though they play an important role, but also in the understanding of the texts describing the problems, which have distinct structural and discursive characteristics and in the relationship between the results of that comprehension and the remaining resolution procedures.

The influence of linguistic macrostructures, specifically the extent of the texts, and of the properties of linguistic microstructures in the construction of the mental representation of the situations described in the problems showed that the verbal comprehension precedes the mathematical comprehension and that linguistic factors act before the structural elements and the fundamental aspects of mathematical competence when we process information and understand the problems.

The presence of multiple semiotic systems (natural language, the algebraic and formal writing, geometric figures, graphical representations and illustrations) in bimodal problems involve the mobilization of more cognitive resources and therefore a greater load on the working memory that results in higher costs of information processing with impact in the comprehension and, consequently, in the planning and implementation of the remaining stages of resolution.

Keywords: Mathematical word problem solving; reading comprehension; information processing; discursive and structural characteristics of the problems; working memory.

Résumé

La résolution de problèmes verbaux de mathématiques s'avère être une tâche cognitive complexe, qui implique plusieurs stratégies, ancrée sur deux procédés fondamentaux: l'abordage cognitive de la solution de problèmes centrée sur la théorie du traitement de l'information, c'est à dire, la représentation cognitive des informations extraites des énoncés qui a lieu quand l'élèves cherchent à comprendre le problème; la définition des processus et des stratégies nécessaires pour arriver à la solution, qui est le résultat de la réalisation d'opérations algorithmiques pour résoudre le problème.

Les études empiriques réalisées dans cette dissertation, qui se situe dans le domaine de la Psycholinguistique, ont permis d'analyser les mécanismes cognitifs mobilisés dans le traitement de l'information des énoncés des problèmes et donnent un apport aux investigations réalisées ces dernières trente années avec des indicateurs qui sont des atouts pour soutenir le complexe processus de lecture et de compréhension de problèmes verbaux de mathématique.

L'analyse de performance des élèves de différents classes (CM1, sixième et troisième) dans la résolution de problèmes de construction et de choix multiple a révélé que les difficultés ne se situent pas seulement ou exclusivement au niveau des stratégies et des procédés de résolution, même si ceux-ci assument un rôle significatif, mais aussi au niveau de la compréhension des énoncés qui ont des caractéristiques discursives et structurelles différentes et au niveau de la relation entre cette compréhension avec les autres processus de résolution.

L'influence des macrostructures linguistiques, notamment l'extension des énoncés textuels, et les propriétés des microstructures linguistiques dans la construction de la représentation mentale des situations énoncées dans les problèmes a mis en évidence que la compréhension verbale des énoncés précède la compréhension mathématique et que les facteurs d'origine linguistique agissent, avant même les éléments structurants et les aspects fondamentaux de la compétence mathématique dans le traitement de l'information et dans la compréhension des problèmes.

La présence de différents systèmes sémiotiques (la langue naturelle, les expressions algébriques et formels, les figures géométriques, les représentations graphiques et les illustrations) dans les problèmes bimodaux impliquent la mobilisation de plus de recours cognitifs et, donc d'une plus grande surcharge de la mémoire de travail qui se solde par des efforts plus significatifs dans le traitement de l'information et à des effets au niveau de la compréhension et, par conséquent, au niveau de la planification et de l'exécution des étapes suivantes de résolution.

Mots-clés: Résolution de problèmes de mathématiques; compréhension de la lecture; traitement de l'information; caractéristiques discursives et structurelles des énoncés, mémoire de travail.

Agradecimentos

Muitos foram os que contribuíram para a realização deste trabalho e é justo manifestar-lhes a minha profunda gratidão. Reconhecendo ser impossível enumerar aqui todos aqueles que cooperaram comigo, não posso, no entanto, de deixar de mencionar alguns.

Desta forma, agradeço:

À minha orientadora, Professora Doutora Isabel Hub Faria, não apenas pelo apoio intelectual, pelas discussões estimulantes e pela paciência em corrigir os meus erros estilísticos e científicos, mas também pelo encorajamento e entusiasmo e sobretudo pela confiança que sempre manifestou no meu trabalho de investigação.

Às Professoras Doutoradas Armanda Costa e Adriana Baptista, pela disponibilidade e interesse em discutirem ideias e fazerem sugestões e pela partilha e indicação de bibliografia relevante.

À Paula Luegi, pelo apoio na conceção das experiências *on-line* e na recolha e organização dos dados para análise.

À Isabel Falé, pela revisão dos capítulos da tese e pelas sugestões úteis.

À Leonor Nicolau, pelo tratamento estatístico dos dados.

Ao diretor do Agrupamento de Escolas de Colmeias-Leiria, Fernando Elias, pelas condições de trabalho que me proporcionou.

A todos os alunos que participaram nas experiências de forma dinâmica e entusiástica.

Às professoras de matemática do 2º e 3º ciclos (Manuela Carrusca, Ana Vieira e Luciana Faustino) e às professoras do 1º ciclo (Carina Cunha e Susana Dinis) que me auxiliaram na aferição e na classificação dos estímulos das experiências.

A todos os meus amigos que foram o rosto da esperança e da coragem e que me incentivaram nos momentos mais difíceis.

À minha mãe, um exemplo de coragem, perseverança e determinação, a quem tudo devo, pela forma incondicional como sempre orientou a sua vida em função do meu bem-estar.

Índice Geral

| | |
|--------------------------------|----------|
| Resumo/Abstract/Résumé | iii |
| Agradecimentos | vi |
| Índice de figuras | xi |
| Índice de gráficos e diagramas | xv |
| Índice de tabelas | xvii |
| Siglas e abreviaturas | xix |
| Introdução | 1 |

I PARTE

| | |
|--|-----------|
| 1. Estudos sobre literacia em leitura e matemática: enquadramento geral | 11 |
| 1.1. Avaliações externas de âmbito internacional | 12 |
| 1.2. Avaliações externas de âmbito nacional | 24 |
| 2. Para uma caracterização dos exercícios/problemas de matemática | 29 |
| 2.1. Exercícios/problemas não verbais versus problemas verbais | 30 |
| 2.2. Caracterização dos problemas verbais | 35 |
| 2.2.1. Tipologia de problemas verbais baseada nos procedimentos de resolução | 36 |
| 2.2.2. Tipologia de problemas verbais emergente das características semânticas e conceptuais dos enunciados textuais | 40 |
| 2.2.3. Tipologia de problemas verbais alicerçada nas tarefas e nos tipos de resposta | 42 |
| 2.2.4. Tipologia de problemas verbais centrada na formulação e na estrutura dos enunciados | 50 |
| 3. Processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas verbais de matemática | 61 |
| 3.1. A abordagem cognitiva da resolução de problemas centrada na teoria do processamento da informação | 61 |
| 3.1.1. Teoria de esquemas cognitivos | 63 |
| 3.1.2. Teoria de modelos mentais | 67 |
| 3.2. Procedimentos e estratégias de resolução dos problemas verbais | 70 |
| 4. Processos cognitivos envolvidos na leitura | 81 |

| | |
|---|------------|
| 4.1. Processamento da informação verbal | 84 |
| 4.1.1. Modelos ascendentes de processamento da informação verbal | 85 |
| 4.1.2. Modelos descendentes de processamento da informação verbal | 91 |
| 4.1.3. Modelos interativos de processamento da informação verbal | 95 |
| 4.2. Processamento da informação visual | 103 |
| 4.3. Processamento de problemas bimodais – (Inter)dependência de texto e imagens no processamento da informação | 113 |
| 5. Fatores discursivos textuais influentes na resolução de problemas verbais de matemática | 126 |
| 5.1. A formulação dos enunciados dos problemas verbais | 127 |
| 5.2. Os contextos verbais e a extensão dos enunciados | 132 |
| 5.3. A formulação das questões nos problemas verbais | 139 |
| 5.4. A articulação da língua natural com a linguagem matemática na compreensão dos enunciados dos problemas verbais | 146 |
| 5.4.1. Complexidade lexical nos problemas verbais | 149 |
| 5.4.2. Complexidade sintática nos problemas verbais | 157 |
| 5.4.3. Complexidade semântica nos problemas verbais | 163 |

II PARTE

| | |
|--|------------|
| 6. Estudos experimentais sobre leitura e compreensão de problemas verbais de matemática | 175 |
| 6.1. Introdução | 175 |
| 6.2. Hipóteses de investigação | 176 |
| 6.3. A construção do desenho experimental e as metodologias de investigação | 181 |
| 6.3.1. O sistema utilizado na metodologia on-line | 182 |
| 6.3.1.1. Apresentação e descrição técnica do equipamento | 182 |
| 6.4. População e amostra | 187 |
| 6.5. Protocolo e consultores | 189 |
| 7. Experiência I - Estudo exploratório | 190 |
| 7.1. Objetivos do estudo | 190 |
| 7.2. Critérios para a elaboração do desenho experimental | 190 |
| 7.3. O desenho experimental | 191 |
| 7.4. Situação experimental e procedimentos | 192 |

| | |
|--|-----|
| 7.5. Metodologia de análise | 193 |
| 7.6. Apresentação e análise dos resultados | 193 |
| 7.7. Considerações gerais | 205 |
| 8. Experiência II – Leitura e compreensão de problemas de matemática de construção | 207 |
| 8.1. Objetivos da experiência | 207 |
| 8.2. Caracterização dos problemas de matemática de construção | 207 |
| 8.3. População e amostra | 211 |
| 8.3.1. Redefinição da amostra | 212 |
| 8.4. Apresentação e tratamento do desenho experimental | 212 |
| 8.4.1. Critérios para a organização do desenho experimental | 213 |
| 8.4.2. O desenho experimental | 213 |
| 8.5. Situação experimental e procedimentos | 215 |
| 8.6. Recolha e tratamento dos dados | 217 |
| 8.7. Apresentação e análise dos resultados | 219 |
| 8.8. Considerações gerais | 264 |
| 9. Experiência III – Leitura e compreensão de problemas de matemática de escolha múltipla | 266 |
| 9.1. Objetivos da experiência | 266 |
| 9.2. Caracterização dos problemas de matemática de escolha múltipla | 268 |
| 9.3. População e amostra | 272 |
| 9.4. Apresentação e tratamento do desenho experimental | 273 |
| 9.4.1. Critérios para a organização do desenho experimental | 273 |
| 9.4.2. O desenho experimental | 275 |
| 9.5. Situação experimental e procedimentos | 276 |
| 9.6. Recolha e tratamento dos dados | 277 |
| 9.7. Apresentação e análise dos resultados | 280 |
| 9.8. Considerações gerais | 350 |
| III PARTE | |
| Conclusões | 357 |
| Bibliografia | 375 |
| Anexos | 409 |

| | |
|---------------------------------------|-----|
| Anexo 1- Estímulos da Experiência I | 409 |
| Anexo 2- Estímulos da Experiência II | 423 |
| Anexo 3- Estímulos da Experiência III | 455 |

CD de Anexos

Pasta I

Dados da população e da amostra

Pasta II

Testes Escritos de Matemática da Experiência I

Classificação dos Testes Escritos de Matemática da Experiência I

Pasta III

Estímulos da Experiência II

Pasta IV

Estímulos exemplificativos da Experiência II

Pasta V

Matrizes de dados da Experiência II

Pasta VI

Matrizes de correlações de Spearman da Experiência II

Pasta VII

Estímulos da Experiência III

Pasta VIII

Estímulos exemplificativos da Experiência III

Pasta IX

Matrizes de dados da Experiência III

Pasta X

Matrizes de correlações de Spearman da Experiência III

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|-----|
| Figura 1: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-3º ciclo (2004), parte A, item 7] | 31 |
| Figura 2: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-2º ciclo (2001), parte A, item 5] | 31 |
| Figura 3: Exercício/problema simbólico não verbal [ENM-3º ciclo-9º ano (2005), item 9] | 31 |
| Figura 4: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-1º ciclo (2006), parte A, item 13] | 32 |
| Figura 5: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-1º ciclo (2011), caderno 2, item 20] | 32 |
| Figura 6: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 6] | 34 |
| Figura 7: Problema verbal [TIM-8º ano (2011), versão 2, item 10] | 34 |
| Figura 8: Problema verbal de cálculo [PAM-1º ciclo (2008), parte A, item 7] | 37 |
| Figura 9: Problema verbal de cálculo [PAM-2º ciclo (2008), parte A, item 9] | 37 |
| Figura 10: Problema verbal de processo [PAM-2º ciclo (2010), parte B, item 14] | 38 |
| Figura 11: Problema verbal de processo [PAM-2º ciclo (2004), parte B, item 13] | 39 |
| Figura 12: Problema verbal aberto [Boavida et al., 2008] | 40 |
| Figura 13: Item de Resposta curta [PAM-2º ciclo (2007), parte A, item 2] | 43 |
| Figura 14: Item de Completamento [PAM-1º ciclo (2008), parte A, item 13] | 43 |
| Figura 15: Item de Associação ou correspondência [PAM-2º ciclo (2005), parte A, item 7] | 44 |
| Figura 16: Item de Escolha múltipla [PAM-2º ciclo (2008), parte A, item 1] | 45 |
| Figura 17: Item de Escolha múltipla [PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 12] | 45 |
| Figura 18: Item de Composição curta ou Resposta restrita [PEM-3º ciclo, 1ª chamada, (2008), item 11] | 46 |
| Figura 19: Item de Composição extensa ou Ensaio [PAM-1º ciclo (2006), parte B, item 8] | 47 |
| Figura 20: Item de Composição extensa ou ensaio [PEM-3º ciclo, 2ª chamada (2008), item 8] | 47 |
| Figura 21: Item de Ordenamento [PAM-1º ciclo (2009), parte B, item 16] | 48 |
| Figura 22: Item de Transformação [PAM-1º ciclo (2007), parte B, item 17] | 48 |
| Figura 23: Classificação de itens dos instrumentos de avaliação externa (GAVE) | 49 |
| Figura 24: Problema verbal [PAM-3º ciclo (2003), parte A, item 5] | 50 |
| Figura 25: Matriz para a categorização da mensagem informativa (Doblin, 1980, p. 90) | 51 |
| Figura 26: Matriz das mensagens informativas (Doblin, 1980, p. 91) | 52 |
| Figura 27: Problema monomodal [TIM-8º ano (2011), versão 2, item 5] | 54 |
| Figura 28: Problema bimodal misto [PAM-1º ciclo (2002), parte B, item 16] | 56 |
| Figura 29: Problema bimodal misto [PAM-2º ciclo (2001), parte B, item 20] | 57 |
| Figura 30: Problema bimodal híbrido [ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2009), item 7] | 58 |
| Figura 31: Modelo dos processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas verbais de matemática de Mayer & Hegarty (1996) | 73 |
| Figura 32: Representação do formato sequencial “number line” | 76 |
| Figura 33: Modelo ascendente de processamento da informação verbal de Gough (1972) | 85 |
| Figura 34: Ciclos de processamento da informação (Goodman, 1994) | 93 |
| Figura 35: Modelo interativo de processamento da informação verbal de Rumelhart (1994) | 97 |
| Figura 36: Modelo do processamento da informação de Just & Carpenter (1980) | 100 |
| Figura 37: Matriz do modelo de atenção visual seletiva proposto por Theeuwes (1993) | 109 |
| Figura 38: Problema bimodal híbrido [PEM-3º ciclo, 1ª chamada, (2010), item 10] | 115 |
| Figura 39: Problema bimodal misto [PAM-2º ciclo (2004), parte B, item 13] | 116 |
| Figura 40: Problema bimodal misto [PAM-2º ciclo (2009), parte A, item 2] | 116 |
| Figura 41: Problema bimodal [PAM-1º ciclo (2000), parte B, item 22] | 128 |

| | |
|---|-----|
| Figura 42: Problema bimodal [PAM-1º ciclo (2005), parte A, item 7] | 129 |
| Figura 43: Problema monomodal [PAM-2º ciclo (2002), parte A, item 6] | 130 |
| Figura 44: Problema bimodal [PAM-2º ciclo (2003), parte B, item 15] | 131 |
| Figura 45: Problema bimodal [Matemática 6º ano, Porto Editora, p. 17] | 135 |
| Figura 46: Problema bimodal [PAM-1º ciclo (2001), parte B, item 13] | 136 |
| Figura 47: Problema bimodal [XIS-8º ano Matemática, vol. 1, p. 147] | 137 |
| Figura 48: Problema bimodal [PAM - 1º ciclo (2007), parte B, exercício 19] | 138 |
| Figura 49: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2011), caderno 1, item 11] | 144 |
| Figura 50: Problema verbal [ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2005), item 3] | 144 |
| Figura 51: Problema verbal [PAM-1º ciclo, (2002), parte A, item 9] | 148 |
| Figura 52: Problema verbal [ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2005), item 11] | 150 |
| Figura 53: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 17] | 151 |
| Figura 54: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 10] | 152 |
| Figura 55: Problema verbal [Salgado et al., apud. Correia (2003), p. 441] | 153 |
| Figura 56: Problema verbal [Pinto et al., apud. Correia (2003), p. 443] | 153 |
| Figura 57: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 8] | 153 |
| Figura 58: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2011), caderno 1, item 8] | 155 |
| Figura 59: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2005), parte B, item 15] | 155 |
| Figura 60: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2003), parte B, item 11] | 156 |
| Figura 61: Problema verbal [PAM-1º ciclo, (2005), parte B, item 13] | 156 |
| Figura 62: Problema bimodal [TIM-2º ano de escolaridade, (2012), caderno 1, item 5] | 159 |
| Figura 63: Problema verbal [PAM-1º ciclo, (2011), caderno 1, item 3] | 160 |
| Figura 64: Problema verbal formulado com estruturas passivas de clítico | 161 |
| Figura 65: Problema verbal formulado com estruturas passivas perifrásticas | 161 |
| Figura 66: Problema verbal formulado com estruturas ativas | 162 |
| Figura 67: Problema verbal [TIM-8º ano de escolaridade (2009), versão 1, item 10] | 165 |
| Figura 68: Problema verbalmente consistente com a tarefa de resolução | 165 |
| Figura 69: Problema verbalmente inconsistente com a tarefa de resolução | 165 |
| Figura 70: Problema verbalmente inconsistente com a tarefa de resolução | 167 |
| Figura 71: Problema verbalmente inconsistente com a tarefa de resolução | 168 |
| Figura 72: Problema verbalmente consistente com a tarefa de resolução | 168 |
| Figura 73: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2005), parte B, item 16] | 169 |
| Figura 74: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2005), parte A, item 1] | 169 |
| Figura 75: Câmara auto-tracking, modelo R6 da ASL | 183 |
| Figura 76: Imagem do olho capturada pelo sistema <i>Eye Tracking</i> da ASL | 185 |
| Figura 77: Apresentação dos pontos-chave para aferir a calibragem do sistema | 185 |
| Figura 78: Percurso do olhar do sujeito durante a leitura de um estímulo | 186 |
| Figura 79: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência I | 195 |
| Figura 80: Estímulo 5 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência I | 195 |
| Figura 81: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência I | 197 |
| Figura 82: Estímulo 6 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência I | 197 |
| Figura 83: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência I | 199 |
| Figura 84: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência I | 199 |

| | |
|---|-----|
| Figura 85: Problema verbal de construção [<i>PAM - 2º ciclo (2005), parte B, item 21</i>] | 208 |
| Figura 86: Problema verbal de construção [<i>PAM - 2º ciclo (2006), parte A, item 1</i>] | 209 |
| Figura 87: Problema de construção monomodal [<i>TIM-9ºano (2010), versão 1, item 9</i>] | 210 |
| Figura 88: Problema de construção bimodal híbrido [<i>PAM-1º ciclo (2008), parte A, item 12</i>] | 210 |
| Figura 89: Problema de construção bimodal misto [<i>PAM-1º ciclo (2008), parte B, item 23</i>] | 211 |
| Figura 90: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 214 |
| Figura 91: Cenário de resposta para o estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 214 |
| Figura 92: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 215 |
| Figura 93: Cenário de resposta do estímulo 3 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 215 |
| Figura 94: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 222 |
| Figura 95: Registo ocular do sujeito [DGS-1097] relativo ao estímulo 7, com resposta errada | 222 |
| Figura 96: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 227 |
| Figura 97: Estímulo 17 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 227 |
| Figura 98: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 237 |
| Figura 99: Estímulo 19 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 237 |
| Figura 100: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 3, com resposta certa | 238 |
| Figura 101: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo estímulo 19, com resposta certa | 238 |
| Figura 102: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 239 |
| Figura 103: Registo ocular do sujeito [AGN-2296] relativo estímulo 13, com resposta certa | 240 |
| Figura 104: Estímulo 21 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 240 |
| Figura 105: Registo ocular do sujeito [AGN-2296] relativo ao estímulo 21, com resposta certa | 241 |
| Figura 106: Estímulo 23 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 242 |
| Figura 107: Registo ocular do sujeito [DGS-1097] relativo ao estímulo 23, com resposta certa | 242 |
| Figura 108: Estímulo 17 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 243 |
| Figura 109: Registo ocular do sujeito [JPN-2897] relativo ao estímulo 17, com resposta certa | 243 |
| Figura 110: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 244 |
| Figura 111: Registo ocular do sujeito [JPA-2397] relativo ao estímulo 1 com resposta certa | 245 |
| Figura 112: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 248 |
| Figura 113: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 248 |
| Figura 114: Registo ocular do sujeito [VSS-2895] relativo ao estímulo 7 com resposta certa | 249 |
| Figura 115: Registo ocular do sujeito [VSS-2895] relativo ao estímulo 13 com resposta certa | 249 |
| Figura 116: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 250 |
| Figura 117: Registo ocular do sujeito [IFH-2995] relativo ao estímulo 1 com resposta certa | 251 |
| Figura 118: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 251 |
| Figura 119: Registo ocular do sujeito [IFH-2995] relativo ao estímulo 9 com resposta certa | 252 |
| Figura 120: Estímulo 11 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 253 |
| Figura 121: Registo ocular do sujeito [AB-2794] relativo ao estímulo 11 com resposta certa | 254 |
| Figura 122: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 257 |
| Figura 123: Registo ocular do sujeito [DST-2092] relativo ao estímulo 7 com resposta errada | 257 |
| Figura 124: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 257 |
| Figura 125: Registo ocular do sujeito [DST-2092] relativo ao estímulo 9 com resposta certa | 258 |
| Figura 126: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 259 |

| | |
|--|-----|
| Figura 127: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 259 |
| Figura 128: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 1 com resposta certa | 260 |
| Figura 129: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 13 com resposta certa | 261 |
| Figura 130: Estímulo 19 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 261 |
| Figura 131: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 19 com resposta certa | 262 |
| Figura 132: Problema de escolha múltipla [PAM - 1º ciclo (2003), parte A, item 3] | 269 |
| Figura 133: Problema de escolha múltipla [PAM - 1º ciclo (2003), parte A, item 3] | 269 |
| Figura 134: Problema de escolha múltipla bimodal híbrido [PAM-3º ciclo (2003), parte A, item 3.2] | 270 |
| Figura 135: Problema de escolha múltipla bimodal misto [PAM-1º ciclo (2008), parte B, item 15] | 271 |
| Figura 136: Problema de escolha múltipla bimodal misto [PAM-1º ciclo (2009), parte B, item 18] | 272 |
| Figura 137: Estímulo 15 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 283 |
| Figura 138: Estímulo 14 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 284 |
| Figura 139: Registo ocular do sujeito [CDF-0297] relativo ao estímulo 14 com resposta certa | 285 |
| Figura 140: Registo ocular do sujeito [AGS-1897] relativo ao estímulo 14 com resposta errada | 285 |
| Figura 141: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 286 |
| Figura 142: Estímulo 8 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 286 |
| Figura 143: Estímulo 5 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 290 |
| Figura 144: Estímulo 6 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 290 |
| Figura 145: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 294 |
| Figura 146: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 294 |
| Figura 147: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 300 |
| Figura 148: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 300 |
| Figura 149: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 3 com resposta certa | 301 |
| Figura 150: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 2 com resposta certa | 301 |
| Figura 151: Estímulo 11 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 304 |
| Figura 152: Registo ocular do sujeito [SFF-1795] relativo ao estímulo 11 com resposta certa | 304 |
| Figura 153: Estímulo 12 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 304 |
| Figura 154: Registo ocular do sujeito do [SFF-1795] relativo ao estímulo 12 com resposta certa | 305 |
| Figura 155: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 305 |
| Figura 156: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 306 |
| Figura 157: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III | 308 |
| Figura 158: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III | 308 |
| Figura 159: Registo ocular do sujeito [LSD-0592] relativo ao estímulo 1 com resposta certa | 309 |
| Figura 160: Registo ocular do sujeito [LSD-0592] relativo ao estímulo 2 com resposta certa | 309 |
| Figura 161: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 312 |
| Figura 162: Estímulo 10 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 312 |
| Figura 163: Estímulo 15 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 315 |
| Figura 164: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 315 |
| Figura 165: Registo ocular do sujeito [APR-0497] relativo ao estímulo 13 com resposta errada | 318 |
| Figura 166: Estímulo 12 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 320 |
| Figura 167: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 320 |
| Figura 168: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 322 |
| Figura 169: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 322 |

| | |
|--|-----|
| Figura 170: Registo ocular do sujeito [SFF-1595] relativo ao estímulo 3 com resposta certa | 324 |
| Figura 171: Registo ocular do sujeito [SFF-1595] relativo ao estímulo 4 com resposta errada | 325 |
| Figura 172: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 326 |
| Figura 173: Estímulo 8 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 326 |
| Figura 174: Registo ocular do sujeito [JFS-2092] relativo ao estímulo 7 com resposta errada | 328 |
| Figura 175: Registo ocular do sujeito [JFS-2092] relativo ao estímulo 8 com resposta certa | 328 |
| Figura 176: Estímulo 5 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 329 |
| Figura 177: Estímulo 6 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 329 |
| Figura 178: Registo ocular do sujeito [MFL-1591] relativo ao estímulo 5 com resposta certa | 332 |
| Figura 179: Registo ocular do sujeito [IOA-1791] relativo ao estímulo 5 com resposta errada | 332 |
| Figura 180: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 338 |
| Figura 181: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 4 com resposta certa | 338 |
| Figura 182: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III | 338 |
| Figura 183: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 7 com resposta errada | 339 |
| Figura 184: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 342 |
| Figura 185: Registo ocular do sujeito [MJS-0395] relativo ao estímulo 7 com resposta certa | 342 |
| Figura 186: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III | 343 |
| Figura 187: Registo ocular do sujeito [MJS-0395] relativo ao estímulo 4 com resposta errada | 343 |
| Figura 188: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III | 346 |
| Figura 189: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 9 com resposta errada | 347 |
| Figura 190: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III | 347 |
| Figura 191: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 3 com resposta certa | 347 |

ÍNDICE DE GRÁFICOS E DIAGRAMAS

GRÁFICOS

| | |
|---|-----|
| Gráfico 1: Classificação média na escala de literacia matemática por ano de escolaridade no estudo PISA 2000 [Resultados do Estudo Internacional Pisa 2000: Primeiro relatório nacional - GAVE, p. 36] | 17 |
| Gráfico 2: Desempenho dos alunos portugueses em literacia matemática por ano de escolaridade nos três ciclos do estudo PISA [PISA 2006-Competências Científicas dos Alunos Portugueses, GAVE, p. 48] | 20 |
| Gráfico 3: Frequências relativas do Teste Escrito de Matemática do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Estrutura e formulação dos itens</i> da Experiência I | 203 |
| Gráfico 4: Frequências relativas do Teste Escrito de Matemática do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Estrutura e formulação dos itens</i> da Experiência I | 204 |
| Gráfico 5: Frequências relativas do Teste Escrito de Matemática do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Estrutura e formulação dos itens</i> da Experiência I | 205 |
| Gráfico 6: Frequências relativas (%) do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 220 |
| Gráfico 7: Frequências relativas (%) do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 223 |
| Gráfico 8: Frequências relativas (%) do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 225 |
| Gráfico 9: Frequências $[n_i]$ de <i>TL</i> (s) nos estímulos do tema <i>número e operações</i> do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 230 |
| Gráfico 10: Frequências $[n_i]$ de <i>Fix.</i> nos estímulos do tema <i>número e operações</i> do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 230 |

| | |
|---|-----|
| Gráfico 11: Frequências $[n_i]$ de <i>TL</i> (s) nos estímulos dos temas <i>geometria e números e operações</i> do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 231 |
| Gráfico 12: Frequências $[n_i]$ de <i>Fix.</i> nos estímulos dos temas <i>geometria e números e operações</i> do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 231 |
| Gráfico 13: Frequências $[n_i]$ de <i>TL</i> (s) nos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 233 |
| Gráfico 14: Frequências $[n_i]$ de <i>Fix.</i> nos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 233 |
| Gráfico 15: Frequências relativas (%) do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 281 |
| Gráfico 16: Frequências relativas (%) do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 288 |
| Gráfico 17: Frequências relativas (%) do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 292 |
| Gráfico 18: Frequências $[n_i]$ de <i>TL</i> (s) da 1ª parte dos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 297 |
| Gráfico 19: Frequências $[n_i]$ de <i>Fix.</i> da 1ª parte dos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 297 |
| Gráfico 20: Frequências $[n_i]$ de <i>TL</i> (s) da 2ª parte dos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 298 |
| Gráfico 21: Frequências $[n_i]$ de <i>Fix.</i> da 2ª parte dos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 298 |
| Gráfico 22: Frequências $[n_i]$ de <i>TL</i> (s) nos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 303 |
| Gráfico 23: Frequências $[n_i]$ de <i>Fix.</i> nos estímulos do tema <i>números e operações</i> do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 303 |
| Gráfico 24: Frequências $[n_i]$ de <i>TL</i> (s) nos estímulos do tema <i>organização e tratamento de dados</i> do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 307 |
| Gráfico 25: Frequências $[n_i]$ de <i>Fix.</i> nos estímulos do tema <i>organização e tratamento de dados</i> do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 307 |

DIAGRAMAS

| | |
|--|-----|
| Diagrama de extremos e quartis 1 para a variável <i>Fix.</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 335 |
| Diagrama de extremos e quartis 2 para a variável <i>transições</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 336 |
| Diagrama de extremos e quartis 3 para a variável <i>padrão de respostas</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 337 |
| Diagrama de extremos e quartis 4 para a variável <i>TL</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 340 |
| Diagrama de extremos e quartis 5 para a variável <i>Fix.</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 340 |
| Diagrama de extremos e quartis 6 para a variável <i>transições</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 341 |
| Diagrama de extremos e quartis 7 para a variável <i>TL</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 345 |
| Diagrama de extremos e quartis 8 para a variável <i>Fix.</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 345 |
| Diagrama de extremos e quartis 9 para a variável <i>transições</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 345 |
| Diagrama de extremos e quartis 10 para a variável <i>padrão de respostas</i> nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 346 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| Tabela 1: Valores médios obtidos nas tarefas do domínio da leitura no estudo <i>PISA 2009</i> [<i>PISA 2009 Results: Executive Summary</i> , p. 8] | 21 |
| Tabela 2: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> da Experiência I | 194 |
| Tabela 3: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> da Experiência I | 196 |
| Tabela 4: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> da Experiência I | 198 |
| Tabela 5: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> da Experiência I | 201 |
| Tabela 6: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> da Experiência I | 201 |
| Tabela 7: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> da Experiência I | 202 |
| Tabela 8: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência II dos três grupos de sujeitos em função da variável <i>Temas matemáticos</i> | 214 |
| Tabela 9: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência II dos três grupos de sujeitos em função da variável <i>Estrutura dos enunciados</i> | 214 |
| Tabela 10: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 221 |
| Tabela 11: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> | 221 |
| Tabela 12: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 224 |
| Tabela 13: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> | 224 |
| Tabela 14: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 226 |
| Tabela 15: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência II do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> | 226 |
| Tabela 16: Valores médios de <i>tempo de leitura</i> , <i>fixações</i> e <i>transições</i> nos estímulos do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II | 236 |
| Tabela 17: Valores médios de <i>tempo de leitura</i> , <i>fixações</i> e <i>transições</i> nos estímulos do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II | 247 |
| Tabela 18: Valores médios de <i>tempo de leitura</i> , <i>fixações</i> e <i>transições</i> nos estímulos do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II | 256 |
| Tabela 19: Valores médios de <i>tempo de leitura</i> , <i>fixações</i> , <i>transições</i> e <i>padrão de respostas</i> nos estímulos 1 e 13 do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 260 |
| Tabela 20: Frequências relativas (%) dos <i>temas matemáticos</i> nos itens de escolha múltipla das <i>PAM</i> e dos <i>ENM</i> (2000-2007) | 274 |
| Tabela 21: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência III dos três grupos de sujeitos em função da variável <i>Temas matemáticos</i> | 275 |
| Tabela 22: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência III dos três grupos de sujeitos em função da variável <i>Estrutura dos enunciados</i> | 275 |
| Tabela 23: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 281 |
| Tabela 24: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 1 (1º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> | 283 |

| | |
|--|-----|
| Tabela 25: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 288 |
| Tabela 26: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 2 (2º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> | 289 |
| Tabela 27: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas</i> nos estímulos 5 e 6 do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 290 |
| Tabela 28: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Temas matemáticos</i> | 293 |
| Tabela 29: Frequências do <i>padrão de respostas</i> nos estímulos da Experiência III do grupo 3 (3º ciclo) para a variável <i>Processos de operacionalização</i> | 293 |
| Tabela 30: Valores médios de <i>Tempo de leitura e Padrão de respostas</i> dos estímulos 1 e 2 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 306 |
| Tabela 31: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 9 e 10 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 313 |
| Tabela 32: Frequências relativas de respostas nos estímulos 9 e 10 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 314 |
| Tabela 33: Frequências relativas de respostas nos estímulos 15 e 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 317 |
| Tabela 34: Valor médio de fixações realizadas na estrutura linguística complexa do estímulo 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 318 |
| Tabela 35: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 12 e 13 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 320 |
| Tabela 36: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 3 e 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 323 |
| Tabela 37: Frequências relativas de respostas nos estímulos 3 e 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 323 |
| Tabela 38: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 7 e 8 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 327 |
| Tabela 39: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 5 e 6 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 330 |
| Tabela 40: Frequências relativas de respostas nos estímulos 5 e 6 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 331 |
| Tabela 41: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 4 e 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III | 339 |
| Tabela 42: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 4 e 7 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III | 344 |
| Tabela 43: Valores médios de <i>tempo de leitura, fixações e padrão de respostas</i> registrados nos estímulos 3 e 9 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III | 348 |

Siglas e abreviaturas

A - Adjetivo

ADV - Advérbio

CEL - Conhecimento explícito da língua

DTS - Direct Translation Strategy

ENL - Estudo Nacional de Literacia

ENLP - Exames Nacionais de Língua Portuguesa

ENM - Exames Nacionais de Matemática

ETS - Educational Testing Service

f_i - Frequências relativas

Fig. - Figura

FIT - Feature Integration Theory

Fix. - Fixações

GAVE - Gabinete de Avaliação Educacional

IAEP - International Assessment of Educational Progress

IALS - International Adult Literacy Survey

IEA - International Association for the Evaluation of Educational Achievement

ms - Milésimas de segundo

N - Nome

n - Número de sujeitos

n_i - Frequências absolutas

OEDC - Organization for Economic Co-operation and Development

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

P - Preposição

PALP - Provas de Aferição de Língua Portuguesa

PAM - Prova de Aferição de Matemática

PEM - Prova Escrita de Matemática

PIRLS - Progress in International Reading Literacy Study

PISA - Programme for International Student Assessment

PMS - Problem model strategy

S - Segundos

SA - Sintagma adjetival

SADV - Sintagma adverbial

SIAEP - Second International Assessment of Educational Progress

SN_{simple} - Sintagma nominal simples

SN_{complexo} - Sintagma nominal complexo

SP - Sintagma preposicional

SV - Sintagma verbal

TI - Testes Intermédios

TIM - Teste Intermédio de Matemática

TIMSS - Third International Mathematics and Science Study

TL - Tempo de leitura

TTL - Tempo total de leitura

TTL_{texto} - Tempo total de leitura do texto

US - Unidades de significação

V - Verbo

Introdução

No âmbito da matemática, a referência aos conhecimentos e às competências da população estudantil portuguesa do Ensino Básico é feita quase sempre com base em estudos nacionais e internacionais.

Estes trabalhos de investigação mobilizam recursos muito amplos e tendem a criar fortes expectativas na opinião pública e nos intervenientes diretos no processo educativo que esperam respostas assertivas acerca dos conhecimentos e das capacidades dos alunos.

Na sequência destes estudos, que avaliam níveis de literacia e cujos resultados sinalizam como uma das principais razões para o insucesso desta área disciplinar os constrangimentos associados à compreensão/interpretação dos enunciados dos problemas verbais, torna-se evidente que os alunos manifestam défices de capacidades básicas no tratamento da informação dos problemas, em diversas tarefas envolvendo níveis de compreensão literal e inferencial.

Ao longo de mais de três décadas, têm sido desenvolvidos inúmeros estudos empíricos que evidenciam os princípios que norteiam a resolução de problemas de matemática, nomeadamente os processos cognitivos convocados na resolução, enfatizando-se os modelos e os procedimentos que agilizam o processo (Kintsch & Greeno, 1985; Lewis, 1989; Nathan *et al.*, 1992; Hegarty *et al.*, 1995; Devidal *et al.*, 1997) e realçando-se os “obstáculos” que dificultam a realização das tarefas (Van Dijk & Kintsch, 1983; De Corte *et al.*, 1990; Mayer & Hegarty, 1996; Verschaffel *et al.*, 2000; Fayol, 2010).

De um ponto de vista cognitivo, a resolução de problemas assume-se como uma das tarefas mais complexas na educação matemática, fazendo apelo a vários tipos de conhecimentos, que Mayer (1992) sintetiza da seguinte forma:

“The linguistic and factual knowledge is required for the translation of the problem; the knowledge about schemas is required for integration of the problem; the knowledge of strategies is necessary for planning solution and the algorithmic knowledge is necessary for the implementation of the solution.” (op. cit., p. 149)

Para além de mobilizar vários conhecimentos, envolve ainda uma série de fases/etapas, sustentadas por dois processos fundamentais: a abordagem cognitiva da solução de problemas centrada no *processamento da informação*, i. e., a representação cognitiva das informações extraídas dos enunciados que ocorre quando os sujeitos procuram compreender o problema; *os procedimentos e as estratégias* desencadeados para alcançar a solução, que resulta da realização das operações necessárias para resolver o problema.

Sem descurar a necessidade de implementação de práticas e estratégias conducentes à resolução dos problemas parece fundamental refletir sobre os mecanismos cognitivos mobilizados no processamento da informação, procedimento complexo do âmbito da Psicolinguística que se impõe como uma das fases iniciais do processo de resolução de problemas e está, em parte, dependente das características discursivas e estruturais dos enunciados.

Esta reflexão desencadeou o desenvolvimento de uma investigação mais aprofundada e rigorosa e a realização de um estudo experimental que evidenciasse indicadores que possam estar na origem das dificuldades de compreensão de diferentes tipos de problemas e, conseqüentemente, possibilitasse a apresentação de sugestões que favoreçam situações de intervenção que facilitem a compreensão.

Na impossibilidade de cobrir a vasta gama de aspetos associados à capacidade de resolução de problemas, restringiu-se o objeto de estudo a algumas áreas de interesse do âmbito da matemática, nomeadamente os domínios temáticos e os processos de operacionalização, e do âmbito da linguística, designadamente a complexidade das estruturas linguísticas que enformam os enunciados e a estrutura/formulação dos problemas.

Os relatórios elaborados pelas entidades competentes que divulgam os resultados da literacia matemática dos alunos portugueses destacam os temas matemáticos e os processos de operacionalização como fatores determinantes no processo de resolução de problemas, apontando temas como a *geometria* ou a *álgebra* e *números e operações* como os que mais constrangimentos oferecem à promoção de resultados positivos e indicando as operações que envolvem vários cálculos e a mobilização de estratégias menos usuais, não estandardizadas e que convocam o recurso a inferências como as mais complexas que condicionam o desempenho dos

sujeitos. Não há, no entanto, indicadores que permitam associar estes dois fatores à compreensão dos enunciados e/ou ao processamento da informação.

No âmbito da linguística, têm sido apontadas, nos estudos dedicados à temática em análise, várias estruturas linguísticas - lexicais, sintáticas e semânticas - que, pela sua complexidade ou ambiguidade, conduzem a um aumento dos custos de processamento com impacto na compreensão e, subsequentemente, na resolução dos problemas verbais de matemática (Carpenter & Just, 1988; Christou & Philippou, 1998; Hegarty *et al.*, 1995; Skovsmose, 2000; Gómez-Granell, 2003; Damm, 2007; Carvalho, 1999).

Num estudo empírico, efetuado para o Português Europeu¹, Correia (2003) procurou testar de que modo algumas estruturas sintáticas, nomeadamente as estruturas passivas (passivas perifrásticas e passivas de clítico), afetavam o processo de compreensão dos enunciados dos problemas de matemática, assumindo que a maior dificuldade de compreensão seria diretamente proporcional ao grau de dificuldade das estruturas e que esta estaria relacionada com o nível etário e com o nível de instrução dos sujeitos. O estudo foi aplicado a alunos do ensino básico (4º, 6º e 9º anos de escolaridade) e serviu o propósito de determinar a importância do processamento sintático quando cruzado com outras fontes de informação.

Os resultados dessa investigação apontaram para uma forte associação entre o domínio da compreensão e o domínio do raciocínio lógico e/ou dedutivo, evidenciando que o desempenho na resolução dos problemas é condicionado pelo tipo de estrutura sintática que o enunciado encerra. Observou-se, igualmente, que o processo de compreensão das estruturas está associado ao nível etário e ao nível de instrução dos sujeitos, uma vez que os resultados obtidos pelos alunos do 1º ciclo (4º ano) foram significativamente mais baixos quando comparados com outros níveis de instrução, nomeadamente 2º ciclo (6º ano) e 3º ciclo (9º ano).

Gernsbacher *et al.* (1989), Mckoon *et al.* (1993), Maciel (1996), Faria (2007) entre outros, considerando os efeitos que atuam na interpretação, representação, manutenção e recuperação da informação previamente recebida, destacam a importância da posição sintática que as orações, os argumentos e as entidades ocupam

¹ CORREIA, D. (2003) *Passivas e Pseudo-Passivas em Português Europeu – Produção Provocada e Compreensão*. Dissertação de Mestrado em Linguística Aplicada. Faculdade de Letras – Universidade de Lisboa.

nos enunciados discursivos para o processamento cognitivo que ocorre durante o processo de compreensão.

Costa (2003) analisou os processos cognitivos que intervêm no processamento de frases sem apoio contextual, frisando que a complexidade da estrutura sintática nem sempre é o único fator de dificuldade, mas reconhecendo-a como o fator essencial e determinante, ainda que associado a outros de natureza morfológica e semântica, na percepção, integração e armazenamento de informação.

Ao nível do Ensino Básico, sempre que os sujeitos são confrontados com textos de natureza diversificada, nomeadamente na interpretação de textos académicos que veiculam informação nova, emerge a necessidade de uma competência sintática em “auxílio” de outras fontes de conhecimento linguístico e não linguístico que os sujeitos não dominam ou dominam insuficientemente (Ramalho, 2001 e 2004; Sousa, 2010).

Torna-se, assim, importante aferir a maior ou menor importância do processamento das estruturas linguísticas quando cruzado com outras fontes de informação e observar se o desempenho na compreensão e interpretação dos enunciados é condicionado pelo tipo de estruturas e pela complexidade linguística que esse mesmo registo escrito encerra.

Para resolver qualquer problema, os sujeitos necessitam ler o enunciado, compreender as quantidades e as relações envolvidas entre as variáveis evocadas, “converter” a informação veiculada em língua natural em linguagem matemática, efetuar os procedimentos necessários e verificar se a resposta obtida é plausível (Polya, 1973; Schoenfeld, 1979; Mayer & Hegarty, 1996).

Na resolução de problemas verbais, ler e interpretar os enunciados são os procedimentos cognitivos iniciais, sem os quais não é possível efetivar as etapas seguintes e obter uma solução. Contudo a própria estrutura representacional dos enunciados levanta complexidades de leitura e de interpretação que exige uma certa desenvoltura visual e cognitiva.

Os enunciados dos problemas são caracterizados pela dependência das representações simbólicas, bem como pela grande variedade destas representações. No domínio da matemática, as representações semióticas assumem um papel considerável na medida em que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só

podem sê-lo pelas suas representações e um mesmo objeto pode ter representações diferentes, dependendo dos objetivos e das finalidades a que se destina. Há, portanto, uma diversidade de representações semióticas que Duval (2003) agrupa em quatro grandes registos - a língua natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas e as representações gráficas - e aos quais se pode acrescentar um quinto registo - as imagens/ilustrações.

O conhecimento destas representações semióticas não deve ser entendível apenas pela significação das suas propriedades para a aprendizagem matemática, mas igualmente pelas funções cognitivas que estas representações preenchem e pela forma como contribuem para a eficácia da comunicação.

Neste sentido, o processo de resolução de problemas, além de implicar a discriminação de variáveis linguísticas na compreensão das situações descritas nos problemas, requer também o conhecimento das propriedades e da funcionalidade dos diferentes sistemas de representação que formam os enunciados que exigem um processamento cognitivo diferenciado e envolvem a mobilização de mais recursos cognitivos e, portanto, uma maior sobrecarga na memória de trabalho no decurso do processamento da informação que compromete o planeamento e a execução das restantes etapas de resolução (Bobis *et al.*, 1994; Chandler & Sweller, 1992, 1996; Sweller, 1994; Duval, 2003, 2006; Berends & Van Lieshout, 2009).

Para analisar o processamento da informação e os mecanismos de compreensão de problemas verbais de matemática subordinados a determinados temas matemáticos e processos de operacionalização com características discursivas e estruturais distintas, delinearam-se alguns objetivos gerais, nomeadamente:

- Determinar a natureza das dificuldades no processo de compreensão dos problemas, ou seja, aferir se essas dificuldades estão associadas à competência matemática, à competência linguística ou a ambas;
- Avaliar a relevância das fontes de informação linguísticas e não linguísticas no processamento dos enunciados dos problemas verbais de matemática;
- Detetar evidências de algum tipo de comportamento metacognitivo de autorregulação e de controlo dos procedimentos utilizados pelos sujeitos durante a resolução de problemas;

- Identificar estratégias de processamento de informação em sujeitos com diferentes perfis etários e de instrução;
- Fornecer algumas pistas de investigação com base nos resultados obtidos e suscitar reflexões que possam revestir-se de alguma utilidade para o tema em análise.

Para atingir estes objetivos, projetou-se um conjunto de três experiências, aplicadas a crianças e adolescentes a frequentarem o Ensino Básico em estabelecimentos de ensino públicos do território nacional, adotando-se dois tipos de metodologias de investigação:

Uma metodologia *off-line*, a partir da qual é possível aceder à fase final do processamento, através da realização de testes de “papel e lápis” com a resolução de problemas de matemáticas, que é de resto a única estratégia usada no ensino português para avaliar as competências da população escolar nas diferentes áreas científicas.

Uma metodologia *on-line* do registo do movimento dos olhos que permite fazer um exame integral de como a atenção é dirigida a um estímulo, detetar as variações que ocorrem durante a leitura e o processamento das diversas fontes informativas dos enunciados dos problemas verbais e determinar as dificuldades de processamento e o grau de complexidade dos estímulos.

Os dois tipos de metodologia foram aplicados de forma complementar, embora se dê especial relevo à metodologia *on-line*, por se considerar, por um lado, que reflete a forma como a informação está a ser processada, permitindo observar processos a que não seria possível aceder ou compreender com a aplicação de outras metodologias e, por outro lado, por se tratar de uma metodologia que não é usual nos estudos de âmbito nacional sobre a compreensão dos enunciados de matemática, embora seja amplamente aplicada por investigadores europeus em estudos desta natureza (Suppes *et al.*, 1982; Suppes, 1990; Hegarty *et al.*, 1992; Epelboim & Suppes, 2001; Ferrara & Nemirovsky, 2005; San Diego *et al.*, 2006; Andrà *et al.*, 2009).

Com este trabalho de investigação, pretende-se contribuir com indicadores, senão relevantes, pelo menos pertinentes, que apontem as fragilidades associadas ao processo de resolução de problemas, para que se possam fomentar mecanismos de atuação que permitam melhorar o desempenho dos sujeitos.

Estrutura da dissertação

O trabalho está organizado em três partes principais precedidas por esta introdução. Cada parte é constituída por uma secção introdutória onde o conteúdo é detalhadamente apresentado por capítulos. Neste preâmbulo, referem-se apenas os tópicos mais relevantes de cada uma das partes da tese.

A ***primeira parte***, constituída por cinco capítulos, apresenta os fundamentos científicos para o estudo experimental e descreve os pressupostos teóricos que enformam as questões relativas ao processo cognitivo de resolução de problemas verbais de matemática. No ***primeiro capítulo***, traça-se o quadro atual da performance em leitura e matemática da população portuguesa em idade escolar, tendo por base os estudos de âmbito internacional e nacional que medem os níveis de literacia e avaliam os conhecimentos e as competências dos alunos. O ***segundo capítulo*** é consagrado à caracterização dos exercícios/problemas de matemática. Não se pretende fazer uma descrição exaustiva de todas as tipologias sugeridas na literatura, mas realçar, fundamentalmente, as principais categorias que regulam a formulação e a estrutura dos enunciados dos problemas que são testados na segunda parte deste trabalho. O ***terceiro capítulo*** é inteiramente dedicado aos processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas de matemática, pondo-se em evidência a abordagem cognitiva da solução dos problemas centrada na teoria do processamento da informação, com destaque para a construção de modelos mentais e para as representações esquemáticas abstratas, e os procedimentos e as estratégias como etapas fundamentais deste complexo processo. Cientes da importância que a leitura dos enunciados assume no âmbito da resolução dos problemas verbais, descrevem-se, no ***quarto capítulo***, os processos cognitivos envolvidos no processamento da informação verbal e da informação visual, destacando-se os modelos ascendentes, descendentes e interativos. Atendendo aos diferentes registos semióticos que integram os enunciados, aborda-se, ainda neste capítulo, o processamento dos problemas bimodais, no âmbito da interdependência que o texto e as imagens assumem no processamento da informação. No ***quinto capítulo***, reuniram-se várias perspetivas, resultantes de investigações realizadas por diversos autores, no decurso das últimas décadas, que dão conta de fatores de natureza linguística, discursiva e estrutural que estarão na origem das dificuldades da compreensão dos enunciados e

subsequente resolução dos problemas verbais, enfatizando-se os aspetos que são testados na segunda parte da tese e apresentando similitudes com problemas frequentes nos instrumentos que avaliam os conhecimentos da população estudantil portuguesa.

A **segunda parte** expõe o corpo principal do trabalho, *Estudos experimentais sobre leitura e compreensão de problemas verbais de matemática*, e está organizada em quatro capítulos de acordo com as experiências realizadas e as metodologias de investigação utilizadas. O **sexto capítulo** introduz a segunda parte, elencando as hipóteses que se pretendem aferir, descrevendo a construção do desenho experimental e as metodologias aplicadas e apresentando a população que participou nas três experiências. O **sétimo capítulo** corresponde a um estudo exploratório, onde através de uma metodologia *off-line, teste de papel e lápis*, foi possível identificar as tipologias de problemas de matemática que suscitam mais constrangimentos no processo de resolução e que constituem o *corpus* analisado no oitavo e no nono capítulos. O **oitavo capítulo** ocupa-se da análise do processamento de enunciados de problemas de construção e o **nono capítulo** trata o processamento de enunciados de problemas de escolha múltipla. Estes dois capítulos apresentam estudos empíricos realizados com a metodologia *on-line* do registo do movimento dos olhos com base no sistema *Eye Tracker*. Conclui-se cada um destes capítulos com uma reflexão dos resultados obtidos.

Na **terceira parte, Conclusões**, procede-se a uma discussão geral dos estudos efetuados na segunda parte, reflete-se sobre a aplicabilidade de alguns resultados no domínio da área disciplinar de matemática e perspetivam-se trabalhos posteriores que possam contribuir para minorar os constrangimentos associados à resolução de problemas verbais de matemática.

Faz parte da dissertação um **CD de anexos**, onde constam para consulta as bases de dados relativas a cada experiência.

I PARTE



1. Estudos sobre literacia em leitura e matemática: enquadramento geral

O conceito de literacia, de índole cognitivo e muito próximo do domínio da Psicolinguística, define-se por duas premissas nucleares: permitir a análise da capacidade efetiva de utilização na vida quotidiana das competências de leitura, escrita e cálculo; remeter para um contínuo de competências que se traduzem em níveis de literacia com graus de dificuldade distintos (Pinto, 1996)².

Entenda-se o conceito de literacia em leitura, mais do que a noção histórica da capacidade de ler e escrever, como a capacidade para compreender, utilizar e refletir sobre a informação escrita de documentos de natureza e formato diversificados (textos literários, textos dos media, gráficos, entre outros) de modo a atingir objetivos pessoais, aprofundar conhecimentos e participar ativamente na sociedade (OECD, 2001).

A literacia matemática corresponde à capacidade de cada indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha na sociedade:

“Mathematical literacy is an individual’s capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the worlds, to make well-founded judgments and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual’s life as a constructive, concerned and reflective citizen” (Pisa 2003 - Assessment Framework, p. 15).

As pesquisas sobre estas temáticas têm como principal característica o facto de recorrerem a metodologias extensivas de avaliação direta, as quais implicam a construção de provas contendo um elevado número de tarefas, que incluem diferentes tipologias textuais remetendo para as três dimensões da literacia e que procuram simular, tanto quanto possível, situações concretas do quotidiano com que os indivíduos se confrontam. A par destas provas, os estudos sobre literacia incluem ainda a recolha de informação, através de inquéritos por questionário, sobre as condições

² Na perspetiva de Pinto (1996), o conceito de literacia aproxima-se do domínio da Psicolinguística porque tem como objetivo principal a capacidade do uso das competências relacionadas com a escrita: “... *tanto a Psicolinguística como a literacia contemplam, embora de modos distintos em virtude das respetivas finalidade e limites, a forma como usamos as nossas competências – quer seja, no primeiro caso, uma competência linguística nas suas variadas facetas, quer seja, no segundo caso, uma competência resultante de toda a atividade ligada à alfabetização que incluirá também o cálculo – implicando obviamente diferentes processos cognitivos.*” (Ibidem, p. 361).

socioeconómicas dos indivíduos, as práticas de utilização de materiais escritos e também as autoavaliações das capacidades transversais (Gomes *et al.*, 2001).

A referência às competências e aos conhecimentos dos alunos tem sido sucessivamente diagnosticada com base em avaliações externas, cujos resultados são suscetíveis de comparação em diferentes contextos nacionais (entre escolas e regiões do país) e internacionais (entre países). A uniformização dos procedimentos utilizados na conceção, elaboração, aplicação e correção dos instrumentos de avaliação asseguram o tratamento equitativo dos resultados.

1.1. Avaliações externas de âmbito internacional

Há três organizações internacionais que se têm destacado na realização de estudos de avaliação sobre literacia em que Portugal participou: a *International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)*, cujo projecto mais recente é o *Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*; a *Educational Testing Service (ETS)*, responsável pelo *International Assessment of Educational Progress (IAEP)*; a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (*OCDE*), responsável pelo *Programme for International Student Assessment (PISA)*.

Reading literacy, organizado pela *Internacional Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)* em 1991, foi o primeiro estudo sobre literacia em contexto de leitura no qual Portugal participou. Abrangeu 32 países e contemplou alunos que frequentavam o 4º e o 9º anos de escolaridade.

Em comparação com os colegas dos restantes países, o desempenho médio dos alunos portugueses do 4º ano de escolaridade foi bastante fraco, tendo Portugal ficado na vigésima terceira posição entre os 27 países cujos dados foram analisados.

Ao nível do 9º ano, Portugal ocupou o décimo quarto lugar. Os alunos deste ano de escolaridade obtiveram uma média de desempenho ligeiramente superior à média obtida por todos os países participantes³ mas francamente inferior aos resultados dos países com melhores classificações (Elly, 1992).

³ A explicação para a discrepância de resultados entre as duas faixas etárias foi atribuída às taxas de escolarização, que, no 4º ano, se situavam acima dos 90% e, no 9º ano, pouco ultrapassavam os 50%.

O afastamento dos desempenhos médios dos alunos portugueses, em relação aos valores da área da OCDE e dos países com melhor colocação, acentuou-se quando os instrumentos de avaliação exigiam tarefas como a extração, localização e/ou recuperação rigorosa de informação contida no texto (Sim-Sim & Ramalho, 1993).

Ainda na década de 90, Portugal participou em duas pesquisas internacionais no âmbito do ensino e aprendizagem da matemática: *Second International Assessment of Educational Progress (SIAEP)* e *Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*.

O SIAEP, realizado em 1990/1991, teve como objetivo caracterizar os sistemas educativos e os envoltivos culturais favoráveis ao sucesso no domínio da matemática e das ciências e envolveu a participação de crianças de 9 e 13 anos de 20 países. A amostra portuguesa foi formada por 2929 sujeitos (1419 alunos com 9 anos de idade que frequentavam o 3º ou o 4º anos de escolaridade e 1510 alunos de 13 anos que frequentavam entre o 5º e o 9º ano de escolaridade). Os dois testes de conhecimentos e capacidades do domínio da matemática, realizados no âmbito deste projeto, cobriram cinco áreas de conteúdo (*números e operações; medidas; geometria; análise de dados; estatística e probabilidades; álgebra e funções*) e três domínios (*compreensão conceptual; conhecimento de procedimentos; resolução de problemas*).

O desempenho dos alunos portugueses colocou Portugal no final da tabela classificativa com resultados apenas superiores à Jordânia, ao Brasil e a Moçambique.

Os resultados globais dos sujeitos de 9 anos de idade (55% para um resultado médio internacional de 63%) foram os mais baixos de entre os países participantes. Nos resultados parciais por domínio, obtiveram melhores resultados no *conhecimento de procedimentos* (59% de itens certos) e piores desempenhos na *resolução de problemas* (49%). O domínio da *compreensão conceptual* registou 56% de itens corretos.

Os discentes de 13 anos obtiveram, igualmente, resultados que se situaram muito abaixo da média internacional (48% para um resultado médio internacional de 58%). Os resultados nos três processos cognitivos foram semelhantes, com ligeiro predomínio da *compreensão de conceitos* (Ramalho, 1994, 1995).

Em 1995, Portugal voltou a participar noutro estudo do IEA, o *Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*, que visou, entre outros aspetos, avaliar o

conhecimento e as aprendizagens dos alunos em conteúdos curriculares específicos nas áreas da matemática e das ciências.

No caso específico da matemática, os itens dos testes incidiram sobre diversas áreas de conteúdo (*frações e sentido do número, geometria, álgebra, representação e análise de dados, medidas e proporcionalidades*) e foram classificados por categorias de desempenho: *conhecimentos; procedimentos de rotina; procedimentos complexos; resolução de problemas; justificação e prova; comunicação*.

Este estudo, que contou com participação de 41 países, foi concebido para ser aplicado às populações de 9, 13 e 17 anos de idade. Em Portugal, envolveu apenas as duas primeiras populações. A amostra portuguesa foi formada por alunos do 3º e 4º anos de 157 escolas com uma média de idades de 9,1 e 10,4 respetivamente, e de 6 754 alunos, com uma média das idades de 13,4 anos, a frequentarem os 7º e 8º anos de escolaridade de 143 escolas de diferentes regiões do país.

Uma vez mais, os resultados foram desanimadores. Numa avaliação de 0 a 800 pontos, o desempenho global dos alunos do 3º ano (425 pontos) foi estatisticamente inferior à média do desempenho internacional (470 pontos). Também os resultados médios dos discentes do 4º ano (475 pontos) se situaram abaixo da média dos resultados internacionais (529 pontos) (Mullis *et al.*, 1997).

Relativamente ao desempenho dos alunos dos restantes anos de escolaridade, o cenário manteve-se inalterado. O desempenho médio dos sujeitos do 7º ano foi de 423 pontos, afastando-se significativamente da média internacional (484 pontos) e dos países com melhores desempenhos (Singapura e Bélgica com resultados médios de 647 e 565, respetivamente). Os resultados médios dos alunos do 8º ano atingiram os 454 pontos, inferiores, mais uma vez, à média de desempenho internacional (513 pontos) e dos resultados cimeiros de Singapura (601 pontos) e da Bélgica (558 pontos). Só 19% dos alunos portugueses do 8º ano ultrapassou a média internacional e apenas 2% se situou nos valores mais elevados (587 pontos).

Semelhantes aos resultados do *SIAEP*, os desempenhos dos alunos portugueses aparecem nos últimos lugares a nível internacional, ocupando a última posição em relação aos restantes países da Europa, particularmente em tarefas como a resolução de problemas (Mullis *et al.*, 1997).

Posteriormente, Portugal participou, em 1999, no *International Adult Literacy Survey (IALS)*, organizado pela OCDE em cooperação com o Ministério da Indústria do Canadá.

Este projeto avaliou os níveis de literacia dos indivíduos entre os 16 e os 65 anos de 20 países e incidiu sobre três domínios: literacia em prosa (compreender e utilizar informação de diversas tipologias textuais, como textos jornalísticos e textos injuntivo-instrucionais), literacia documental (localizar e aplicar informação contida em vários formatos documentais, incluindo horários de transportes públicos, mapas, tabelas e gráficos) e literacia quantitativa (aplicar operações aritméticas em situações do quotidiano, como preencher cheques, completar formulários bancários, determinar montantes de juros sobre empréstimos) (OECD e MIC, 2000, p. x).

Neste estudo, à semelhança dos anteriores, a literacia foi encarada como a capacidade de leitura e de escrita que os adultos utilizam na sua vida quotidiana, no trabalho e na coletividade para atingirem os seus objetivos e desenvolverem os seus conhecimentos e o seu potencial.

Os resultados relativos à população portuguesa situaram-se nos níveis mais baixos de desempenho⁴ em todos os domínios. O desempenho fraco, correspondente aos níveis 1 e 2, foi registado por 77% dos participantes em literacia em prosa, 80,1% em literacia documental e 71,8% em literacia quantitativa. Os níveis mais elevados de proficiência (4 e 5) atingiram os 5,2% em literacia quantitativa, os 4,4% em literacia em prosa e os 3,2% em literacia documental.

Analisando o desempenho nacional no contexto dos 20 países, verificou-se que a posição ocupada por Portugal correspondeu ao décimo nono lugar nos três domínios (OECD e MIC, 2000).

A partir de 2000, Portugal marca presença no *Programme for International Student Assessment (PISA)*. Criado em 1998, é um projeto internacional da responsabilidade da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Económicos

⁴ Foram estabelecidos cinco níveis de proficiência, sendo atribuído a cada nível um tipo de desempenho em função das tarefas propostas: nível 1 - muito fraco; nível 2 - fraco; nível 3 - suficiente; nível 4 - bom; nível 5 - muito bom.

(*OCDE*), coordenado pelos governos dos países participantes⁵, que visa monitorizar, no contexto de um enquadramento conceptual aceite internacionalmente, de uma forma regular, os resultados dos sistemas educativos em termos de desempenho dos alunos, que poderão ser utilizados pelas entidades governamentais dos vários países envolvidos como instrumentos de trabalho na definição e/ou refinamento de políticas educativas tendentes a melhorar a preparação dos jovens para a sua vida futura.

Naturalmente influenciado pelas perspetivas da *OCDE*, bastante centradas nas competências associadas às necessidades da economia e do mercado de trabalho, o projeto, desenhado por uma rede internacional de instituições e especialistas para recolher informação através de avaliações trienais, conta já com quatro ciclos (*PISA 2000, 2003, 2006, 2009*) que avaliam o nível de literacia de jovens de 15 anos de idade em três áreas de conhecimento: leitura, matemática e ciências.

O primeiro ciclo do *PISA*, que ocorreu em 2000, teve como principal domínio de avaliação a literacia em contexto de leitura⁶.

Na recolha de informação sobre as competências de leitura, o valor da média portuguesa situou-se abaixo da média da *OCDE* e distanciou-se muito dos valores dos países que obtiveram as melhores médias. Os alunos portugueses posicionaram-se na “cauda” da grelha classificativa e Portugal ocupou o antepenúltimo lugar na escala global de leitura entre os países membros da *OCDE*.

O desempenho em literacia matemática foi classificado no *PISA* numa escala única⁷ que media a capacidade dos alunos reconhecerem e interpretarem problemas encontrados no mundo em que vivem, de traduzirem esses problemas para um

⁵ O projeto conta com a participação dos países membros da *OCDE* e de outros países parceiros. No primeiro ciclo (*PISA 2000*), participaram 32 países (28 países membros da *OCDE* e 4 países parceiros), no segundo ciclo (*PISA 2003*) 41 países (30 países membros da *OCDE* e 11 países parceiros), no terceiro ciclo (*PISA 2006*) 57 países (30 países membros da *OCDE* e 27 países parceiros) e no quarto ciclo (*PISA 2009*) 65 países (33 países membros da *OCDE* e 32 países parceiros). Em Portugal, o Gabinete de Avaliação Educacional (*GAVE*) é o organismo que representa o país em todo o processo de organização e implementação do projeto internacional *PISA*.

⁶ Note-se que, apesar da incidência neste domínio, que se traduz num aumento de questões referentes a este tipo de literacia nos instrumentos de avaliação, as restantes áreas de conhecimento são igualmente avaliadas.

⁷ A escala única foi construída de forma que a média, no conjunto dos países da *OCDE*, em cada domínio, fosse de 500 pontos e o desvio padrão fosse de 100 pontos, o que significa que cerca de dois terços dos estudantes se situaram entre os 400 e os 600 pontos.

contexto matemático e de usarem o conhecimento e os procedimentos matemáticos na resolução de problemas básicos ou complexos que envolvem múltiplas etapas.

Os resultados médios dos alunos portugueses foram claramente inferiores aos obtidos, em média, no espaço da OCDE.

O gráfico 1 (cujos segmentos de reta representam o erro padrão da média e as esferas representam a proporção de elementos na amostra nacional) mostra que os resultados dos estudantes do 10º e do 11º anos de escolaridade se situaram, em média, um pouco acima dos valores correspondentes da OCDE.

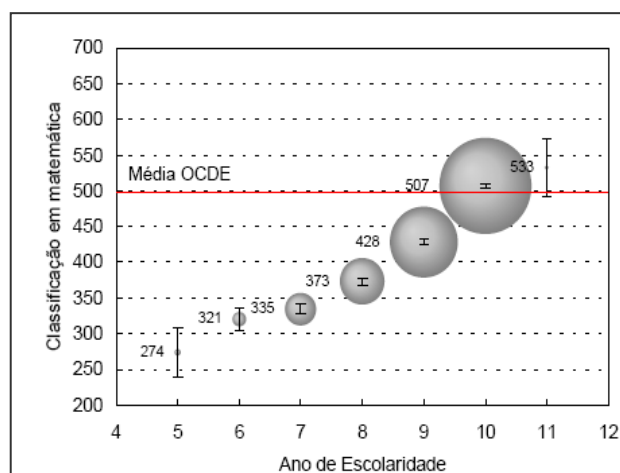


Gráfico 1: Classificação média na escala de literacia matemática por ano de escolaridade no estudo PISA 2000 [Resultados do Estudo Internacional Pisa 2000: Primeiro relatório nacional - GAVE, p. 36]

Relativamente aos alunos que frequentam o 9º ano de

escolaridade, evidencia-se um decréscimo nos resultados que se acentua gradualmente nos alunos que frequentam os níveis de escolaridade mais baixos.

O segundo ciclo do PISA, realizado em 2003, teve como domínios secundários as literacias de leitura, científica e a resolução de problemas do quotidiano e atribuiu um maior destaque à literacia matemática. *Espaço e forma (geometria)*, *mudança e relações (álgebra)*, *quantidade* (uso dos números - contagens e medidas) e *incerteza (probabilidades e estatística)* foram as quatro áreas de conteúdo, definidas e contempladas nos instrumentos de avaliação, que incluíram mais questões referentes a este tipo de literacia.

Nesta recolha de informação sobre literacia matemática, a situação dos estudantes portugueses foi alarmante. O valor da média portuguesa, tanto na escala global como nas diferentes áreas da matemática, situou-se abaixo da média da OCDE e distanciou-se muito dos valores dos países que obtiveram as melhores classificações.

Portugal teve um elevado número de estudantes, cerca de 30%, com níveis muito baixos de literacia matemática, o que significa que quase um terço dos alunos com 15 anos de idade só revelou competência para utilizar as capacidades matemáticas mínimas

requeridas pelas tarefas mais simples contempladas no estudo. Os resultados revelaram, ainda, que estes alunos apenas conseguiram responder a questões claramente definidas que envolviam contextos familiares e em que toda a informação relevante estava presente nos enunciados dos exercícios. Foram capazes de identificar a informação e de executar procedimentos de rotina, de acordo com instruções diretas, em situações explícitas, mas apenas conseguiram executar ações que eram óbvias e cujo desenvolvimento partia diretamente dos estímulos apresentados.

Apesar de em todas as áreas da matemática, consideradas nos instrumentos de avaliação, a percentagem de alunos com fracos resultados ser superior à média da OCDE, o afastamento mais acentuado verificou-se nas áreas de *espaço e forma/geometria* e *quantidades e medidas*.

Manteve-se, igualmente, uma grande disparidade, quando se confrontaram os resultados dos alunos portugueses nos níveis mais altos de literacia com os alunos dos outros países. Apenas 5% dos alunos do nosso país, face aos 15% dos alunos do espaço da OCDE, atingiu os níveis mais elevados de proficiência do PISA⁸.

O afastamento dos resultados dos alunos portugueses com níveis mais elevados de literacia, comparativamente com os resultados dos restantes alunos do espaço da OCDE, acentuou-se nas áreas de *espaço e forma/geometria* (5% em Portugal *versus* 16% na OCDE) e *incerteza: probabilidades e estatística* (5% *versus* 15%).

À semelhança do que se verificou no estudo PISA 2000, neste ciclo de avaliação (PISA 2003), o ano de escolaridade evidenciou-se como um fator preponderante nos resultados dos alunos. Em todas as áreas avaliadas, os desempenhos médios dos alunos do 10º e do 11º anos foram ligeiramente superiores à média correspondente no espaço da OCDE. Os resultados decresceram, consideravelmente, do 9º para o 7º ano de escolaridade.

⁸ Os resultados da avaliação foram agrupados em seis níveis de proficiência que representam conjuntos de tarefas de dificuldade crescente, sendo o nível 1 o mais baixo e o nível 6 o mais elevado.

Os alunos, que revelaram níveis de literacia mais altos, demonstraram que conseguiam desenvolver e trabalhar com modelos de situações complexas, identificando constrangimentos e especificando hipóteses. Foram capazes, por exemplo, de aplicar a perspicácia (*insight*) e a compreensão, a par do domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, no desenvolvimento de abordagens e estratégias diversificadas face a novas situações. Conseguiram, igualmente, refletir sobre as suas ações e formular e comunicar as suas interpretações e raciocínios.

Os alunos a frequentarem anos de escolaridade inferiores ao 10º ano, provavelmente, devido à repetição de um ou mais anos, afastaram-se nitidamente dos seus colegas que seguiram o percurso sem retenções. Os valores médios de desempenho foram tanto mais baixos quanto menos elevados são os anos de escolaridade.

O desempenho razoável dos alunos portugueses, quando comparado com o dos seus colegas da *OCDE*, apenas se verificou na aplicação direta de uma fórmula ou na leitura simples de gráficos. No entanto, os resultados foram francamente desfavoráveis quando o nível de reflexão requerido era mais elevado, i.e., quando se exigiam processos de resolução que conjugavam informação diversa ou quando os conceitos envolvidos eram mais abstratos.

O mesmo cenário repetiu-se no caso da literacia em contexto de leitura. Decorridos três anos relativamente ao estudo anterior (*PISA 2000*) e com a aplicação de estratégias pedagógicas como o *Plano Nacional de Leitura* entre outras, os alunos portugueses continuaram a ter um desempenho muito modesto quando comparado com o desempenho dos restantes estudantes do espaço da *OCDE*.

No estudo *PISA 2003*, também foi feita uma recolha de dados que permitiram avaliar as capacidades dos alunos na resolução de problemas do quotidiano. Esta área transversal abrangeu um variado leque de disciplinas e complementou os domínios principais do estudo *PISA*, nomeadamente as literacias matemática, científica e de leitura. Também nesta área, os alunos portugueses tiveram um desempenho significativamente inferior ao da média da *OCDE*. 25% dos alunos não demonstrou capacidade para resolver problemas de nível básico, errando na interpretação do problema ou falhando na aplicação de processos necessários para a sua resolução.

Apesar das sugestões pedagógicas, das iniciativas e atividades propostas pelas entidades governamentais responsáveis pela educação em Portugal, que emergiram, em parte, da análise dos resultados do primeiro e do segundo ciclos do *PISA*, os resultados obtidos no terceiro ciclo de avaliação (*PISA 2006*⁹), particularmente no domínio da literacia matemática, foram novamente preocupantes, uma vez que o desempenho médio global dos alunos portugueses manteve o mesmo valor atingido em 2003.

⁹ Em 2006, a literacia científica foi o principal domínio de avaliação do estudo *PISA*.

Como se pode observar no gráfico 2, que ilustra o desempenho dos alunos portugueses dos diferentes anos de escolaridade ao longo dos três ciclos do estudo internacional, embora os alunos do 9º ano tenham revelado resultados superiores aos obtidos pelos seus colegas em 2003, tal não foi suficiente para elevar o valor global do desempenho no domínio da matemática, continuando-se a destacar o fraco desempenho dos alunos do 7º e do 8º anos de escolaridade.

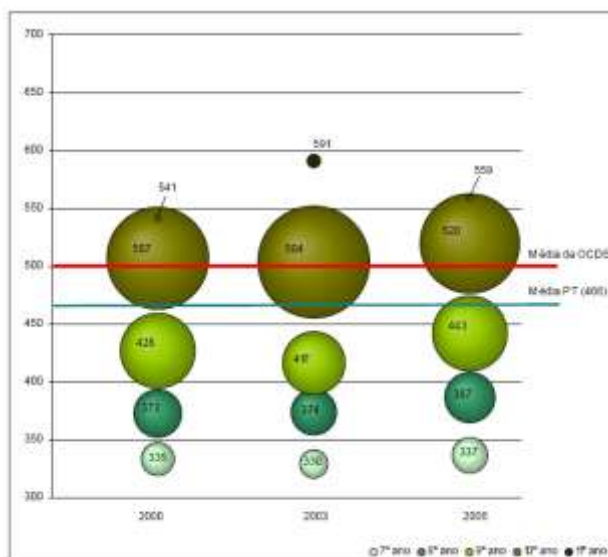


Gráfico 2: Desempenho dos alunos portugueses em literacia matemática, por ano de escolaridade, nos três ciclos do estudo PISA [PISA 2006-Competências Científicas dos Alunos Portugueses, GAVE, p. 48]

Os resultados apontam uma estagnação do ponto de vista quantitativo, muito embora revelem alguma melhoria qualitativa (em termos de níveis de desempenho).

No domínio da literacia da leitura, os resultados não foram muito diferentes. Os valores alcançados em 2006 evidenciaram uma evolução positiva que não foi estatisticamente significativa.

Da análise dos resultados dos três ciclos de avaliação do PISA, observou-se que os alunos portugueses revelaram sempre desempenhos muito modestos, semelhantes, no entanto, a outros países mediterrâneos como Itália, Grécia e Israel.

Não obstante outros indicadores, como o contexto socioeconómico, o nível de literacia das famílias, os recursos educativos, entre outros, que foram considerados nestes estudos e que contribuíram de alguma forma para os resultados obtidos, o nível de escolaridade dos alunos refletiu-se, uma vez mais, de forma determinante na avaliação dos resultados. É nos anos de escolaridade mais baixos, até ao final do 3º ciclo (9º ano de escolaridade), que os alunos apresentaram os piores desempenhos quer ao nível da literacia da leitura, através de dificuldades associadas à extração e interpretação de informação, quer ao nível da literacia matemática, evidenciada na dificuldade de aplicar os procedimentos matemáticos adequados na resolução de problemas.

O quarto ciclo de avaliação - *PISA 2009* - abrangeu novamente as áreas de conhecimento avaliadas nos ciclos anteriores. O foco principal deste estudo foi a leitura, no entanto a pesquisa também atualizou as avaliações do desempenho em matemática e em ciências.

O *PISA 2009* considerou os conhecimentos dos alunos relativamente às matérias dos diferentes domínios, enfatizando a compreensão de conceitos e a capacidade de aplicação dos conhecimentos a novas situações dentro de cada área de avaliação.

No âmbito do domínio da leitura, este estudo não avaliou apenas os conhecimentos e as competências, mas também as estratégias de aprendizagem e apresentou uma reestruturação dos instrumentos de avaliação, incluindo, a par da compreensão da leitura de textos impressos, um componente inovador na capacidade de ler e compreender textos digitais, refletindo a importância das tecnologias de informação nas sociedades modernas.

Os alunos portugueses obtiveram em literacia de leitura 489 pontos e Portugal figurou entre os nove países¹⁰ que obtiveram resultados que não são estatisticamente diferentes da média da *OCDE* (493 pontos). No entanto, quando se observam os resultados parciais obtidos nas três competências de leitura (tabela 1), constata-se que Portugal apenas manteve resultados idênticos, em média, aos da *OCDE* em tarefas que implicaram reflexão e/ou avaliação sobre a informação contida nos textos, i.e., quando os leitores emitiram juízos sobre os textos lidos, com base nas suas experiências pessoais ou em conhecimentos gerais.

| TAREFAS AVALIADAS NO ÂMBITO DA LEITURA | Média dos países da <i>OCDE</i> | Média de Portugal |
|---|---------------------------------|-------------------|
| Extração, localização e/ou recuperação de informação | 495 | 488 |
| Compreensão, interpretação e integração de informação | 493 | 487 |
| Reflexão e avaliação de informação e/ou textos | 494 | 496 |

Tabela 1: Valores médios obtidos nas tarefas do domínio da leitura no estudo *PISA 2009* [*PISA 2009 Results: Executive Summary*, p. 8]

Em atividades que envolveram extração, localização e/ou recuperação de informação dos textos lidos, a média do desempenho dos alunos portugueses é

¹⁰ Estados Unidos, Suécia, Alemanha, Irlanda, França, Dinamarca, Reino unido, Hungria e Portugal integraram o conjunto de países que se situaram na média da *OCDE*.

estatisticamente inferior à média dos países da *OCDE*. No desempenho de tarefas que convocavam a compreensão, interpretação e integração de segmentos textuais, em que era exigido ao leitor compreender e relacionar diferentes partes de um mesmo texto ou de textos diferentes e, nalgumas situações, fazer inferências em situações não explícitas, o desempenho dos alunos dos outros países da *OCDE* foi, uma vez mais, significativamente superior ao desempenho dos alunos portugueses.

Também no domínio da matemática, Portugal fez parte da lista de países¹¹ cujos resultados foram estatisticamente inferiores à média da *OCDE*. Os alunos portugueses obtiveram na resolução das atividades propostas um desempenho médio de 487 pontos, que não foi suficiente para atingir a média dos resultados alcançados pelos países membros da organização (496 pontos) e que se distanciou bastante da média dos países que apresentaram o melhor desempenho neste domínio (Xangai-China - 600 pontos; Coreia - 546 pontos; Finlândia - 541 pontos). Nesta área do conhecimento, os alunos apenas tiveram sucesso na resolução de simples operações matemáticas através da aplicação de procedimentos elementares ou na compreensão de enunciados matemáticos com baixo nível de complexidade.

O desempenho médio português no domínio das ciências (493 pontos) também se situou abaixo do desempenho médio dos países da *OCDE* (501 pontos).

Embora se tenham verificado progressos no desempenho dos alunos portugueses nos três domínios de avaliação no estudo de 2009, comparativamente com os resultados obtidos no *PISA 2000* (aumentos na ordem dos 17 pontos em leitura, 19 pontos em ciências e 21 pontos em matemática), Portugal ainda não atingiu a média da *OCDE* em todas as áreas de conhecimento avaliadas e distancia-se muito dos países com os melhores desempenhos. Os níveis mais baixos em competências de leitura, como a compreensão e interpretação de textos de natureza diversificada, e os resultados modestos em tarefas do domínio da matemática que requerem a interpretação de dados complexos e que impõem a utilização de diversos procedimentos ou a compreensão de diversos tipos de informação apontam para dificuldades acrescidas que

¹¹ À semelhança de Portugal, também a Polónia, a Suécia, a República Checa, o Reino Unido, a Hungria, o Luxemburgo, os Estados Unidos, a Irlanda, a Espanha, a Itália e a Letónia obtiveram resultados que se situaram abaixo da média da *OCDE*.

parecem ter origem na interpretação e compreensão da informação veiculada nos enunciados escritos.

Nos finais de 2012, foram divulgados os resultados dos últimos estudos internacionais em que Portugal participou: *Progress in International Reading Literacy Study (PIRLS 2011)* e *Third International Mathematics and Science Study (TIMSS 2011)*.

Os resultados apresentados no relatório do *PIRLS 2011*, que avalia os desempenhos dos alunos do 4º ano de escolaridade nos principais processos de compreensão da leitura (reter e fazer inferências diretas; interpretar, integrar e avaliar informação), colocam Portugal entre os 19 países com melhor desempenho.

Os alunos portugueses demonstraram capacidade para localizar e retirar informação de diferentes partes de um texto e tiveram facilidade em fazer inferências diretas a partir do texto em situações explícitas. Contudo, mostraram dificuldades em integrar e relacionar ideias e informações de diferentes partes de um mesmo enunciado textual ou de vários textos para apresentar argumentos e explicações (Mullis *et al.*, 2012).

Os resultados do *TIMSS 2011*¹² indicam que Portugal se encontra entre os 12 países que melhoraram o seu desempenho relativamente a 1995 e que ocupa a décima quinta posição na tabela classificatória, de um total de 63 países participantes.

Ao nível dos conteúdos, os alunos tiveram desempenhos acima da média global nacional em *formas geométricas* e *medida*. Em *números*, o desempenho situou-se abaixo da média global nacional.

No âmbito da dimensão cognitiva, os alunos foram capazes de aplicar conhecimentos básicos em situações de resolução imediata e apenas tiveram sucesso na resolução de problemas com baixo nível de complexidade (Mullis *et al.*, 2012).

Apesar de Portugal ter marcado presença, ao longo das últimas décadas, em estudos e projetos internacionais que avaliam os conhecimentos e as competências da população escolar, e ao contrário de outros países que procederam a mudanças

¹² Embora o *TIMSS* tenha avaliado alunos do 4º e do 8º anos de escolaridade, Portugal apenas participou com alunos de 4º ano de escolaridade.

curriculares significativas na sequência dos seus resultados neste tipo de estudos¹³, só recentemente se tem assistido à preconização de um plano estratégico no sistema educativo português, com a revisão das estruturas curriculares, a reestruturação dos programas curriculares das disciplinas nucleares (português e matemática) e a implementação de metas curriculares que promovam o desenvolvimento das capacidades e a aquisição de conhecimentos indispensáveis à formação dos alunos e às necessidades da sociedade atual.

1.2. Avaliações externas de âmbito nacional

Em Portugal, o *Estudo Nacional de Literacia (ENL)* foi o primeiro projeto de avaliação direta das competências de leitura, escrita e cálculo da população adulta, realizado em 1994, cujos resultados foram divulgados no livro *A Literacia em Portugal. Resultados de uma pesquisa extensiva e monográfica* (Benavente *et al.*, 1996). Esta pesquisa obedeceu a uma matriz semelhante à utilizada nos estudos internacionais sobre literacia, tendo-se constituído como um referencial teórico, metodológico e empírico dos estudos sobre literacia da população adulta portuguesa.

O inquérito, que incorporou tarefas relativas à literacia em prosa, documental e quantitativa remetendo para os domínios pessoal, social e profissional, foi aplicado a uma amostra representativa da população nacional, constituída por 2449 indivíduos, com idades compreendidas entre os 15 e os 64 anos.

No plano empírico, este estudo possibilitou a recolha de um conjunto alargado de dados, nomeadamente em relação a dois eixos principais: a distribuição da população por níveis de literacia; as práticas declaradas de leitura, escrita e cálculo na vida pessoal e profissional.

O estudo procedeu a uma classificação das tarefas dos inquiridos em cinco níveis de desempenho de complexidade crescente (1-5) cuja distinção permitiu avaliar, numa escala correspondente às três dimensões mencionadas (literacia em prosa, documental e quantitativa), a população portuguesa em cinco níveis distintos.

¹³ Keeves (1995), Robitaille *et al.* (2000) referem o impacto dos estudos internacionais num significativo número de países (Austrália, Irlanda, Japão e Nova Zelândia) que procederam a mudanças no ensino e aprendizagem de áreas como a matemática e as ciências.

Tendo presente o desempenho da totalidade dos sujeitos que participaram neste estudo, no conjunto dos três domínios, verificou-se que a maior parte se situou em níveis de literacia baixos ou muito baixos, sendo bastante reduzidas as percentagens correspondentes aos níveis superiores¹⁴.

As avaliações externas, realizadas no âmbito do sistema educativo português, a partir das quais se retiram ilações acerca das competências e dos conhecimentos dos alunos, evidenciam-se através dos resultados das Provas de Aferição, dos Exames Nacionais do Ensino Básico e Secundário e dos Testes Intermédios.

As Provas de Aferição de Matemática (*PAM*) e de Língua Portuguesa (*PALP*) dos 4º e 6º anos de escolaridade visam controlar os níveis de desempenho dos alunos, contribuir para avaliar a qualidade do sistema educativo, credibilizar socialmente os diplomas escolares e contribuir para a tomada de decisões no sentido de melhorar a qualidade das aprendizagens e reforçar a confiança social no sistema educativo (Fernandes, 2008).

Após uma década de implementação deste tipo de avaliação, sem quaisquer efeitos na progressão e certificação académica dos alunos, os resultados aferidos nestes instrumentos de avaliação, apresentados nos relatórios do Ministério de Educação, mostram que, no domínio da matemática, os alunos têm um desempenho modesto ou mesmo fraco na resolução de problemas que envolvem vários procedimentos, na aplicação de conhecimentos a novas situações e na análise e interpretação da informação presente em diferentes tipos de enunciados escritos. Apenas em tarefas rotineiras que requerem a reprodução de operações algorítmicas ou a extração de informação explícita dos enunciados textuais, o desempenho dos alunos tende a ser médio ou mesmo bom.

No âmbito da língua portuguesa, os resultados apontam para um desempenho mais fraco na interpretação da informação das diferentes tipologias textuais, com destaque para as dificuldades em extrair informações relevantes de textos narrativos, onde prevalecem estruturas linguísticas (lexicais, sintáticas e semânticas) mais complexas ou ambíguas (GAVE, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012).

¹⁴ No nível 0, situaram-se 10,3% dos inquiridos, cujo posicionamento revela a incapacidade de resolver corretamente qualquer das tarefas propostas. Os níveis 1 e 2 englobaram as maiores percentagens (37,0% e 32,1%, respetivamente). O nível 3 reuniu 12,7% da população e, no nível 4, posicionou-se apenas 7,9% dos participantes.

Os Exames Nacionais de Matemática (*ENM*) e de Língua Portuguesa (*ENLP*) do Ensino Básico (9º ano de escolaridade) e Secundário (11º e 12º anos de escolaridade) são concebidos e elaborados por um departamento do Ministério da Educação, o Gabinete de Avaliação Educacional (*GAVE*), a partir do currículo nacional, e administrados segundo procedimentos standardizados. A sua aplicação visa todos os alunos que frequentam estabelecimentos de ensino nacionais e é controlada pelo Ministério da Educação com a colaboração das escolas. Este tipo de provas cumpre as funções de certificação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos¹⁵, o controlo do desenvolvimento e cumprimento dos currículos e a avaliação do sistema educativo português.

Os resultados da avaliação destes instrumentos de avaliação corroboram os resultados das Provas de Aferição.

Ao nível da língua portuguesa/do português, persistem as dificuldades na realização de tarefas que convocam a compreensão, análise e interpretação de textos de natureza diversificada, cujos resultados são fracos ou muito fracos. Os resultados satisfatórios surgem apenas em itens que exigem a reprodução, mais ou menos mecanizada, de determinado tipo de procedimentos. Evidenciam-se, também, constrangimentos na construção de inferências e no domínio do conhecimento explícito da língua (*CEL*).

No âmbito da matemática, os desempenhos dos alunos são, em geral, fracos em todos os domínios do currículo. A resolução de problemas é o que reúne os resultados mais modestos, sobretudo em problema que envolvem várias etapas e que requerem raciocínios dedutivos.

O Projeto dos Testes Intermédios (*TI*), que conta com a participação voluntária das escolas do território nacional, foi implementado em 2005/2006 no Ensino Secundário, envolvendo as disciplinas de matemática, físico-química, biologia e geologia e, em 2007/2008, alargou-se ao Ensino Básico no âmbito das disciplinas de matemática (8º e 9º ano de escolaridade) e língua portuguesa (9º ano de escolaridade). Estes instrumentos de avaliação, concebidos e disponibilizados pelo *GAVE*, obedecem a

¹⁵ Estes instrumentos de avaliação têm uma ponderação de 30% para efeitos da certificação dos alunos no Ensino Básico e no Ensino Secundário e uma ponderação de 50% para efeitos da candidatura ao Ensino Superior.

procedimentos estandardizados e visam aferir o desempenho dos alunos por referência a padrões de âmbito nacional dos conteúdos curriculares das disciplinas envolvidas. Têm ainda por finalidade ajudar os alunos a tomar conhecimento da progressão das suas aprendizagens e, complementarmente, contribuir para a sua progressiva familiarização com instrumentos de avaliação externa. À semelhança de outras provas nacionais, os conteúdos, os critérios de avaliação e os resultados destes testes são tornados públicos.

Os relatórios produzidos pelo Ministério da Educação referentes aos resultados obtidos nestes instrumentos, com efeitos na avaliação interna das aprendizagens dos discentes, mostram, no essencial, a consistência dos dados que se apresentaram anteriormente.

Em língua portuguesa e no domínio específico da compreensão de enunciados, os alunos do Ensino Básico revelaram dificuldades ao nível das microestruturas textuais. No conhecimento explícito da língua, as fragilidades acentuam-se na análise de diferentes contextos sintáticos, como estruturas passivas, e na capacidade de recuperar antecedentes em cadeias referenciais. (Sousa, 2010).

Em matemática, no Ensino Básico, os alunos revelam melhores desempenhos em itens de seleção, nomeadamente em itens de escolha múltipla que requerem, essencialmente, a localização de informação textual explícita. O pior desempenho tem sido evidenciado em tarefas que exigem a mobilização de diversos pré-requisitos e impõem o percurso de diversas etapas para chegar a um resultado final.

A par dos itens que envolvem várias etapas no processo de construção de respostas, a resolução de problemas é outro dos domínios onde os resultados são sistematicamente muito fracos. A interpretação de enunciados de problemas complexos, a integração das diferentes informações numa representação única e coerente do problema, bem com a seleção de estratégias e a definição de um plano de solução adequado à obtenção de respostas são indicadores das fragilidades do desempenho dos alunos que se acentuam sempre que os problemas implicam a leitura de enunciados mais longos ou a produção escrita para a apresentação de respostas. *Geometria*, no 8º ano, e *álgebra*, no 9º ano, são as áreas temáticas que obtiveram a taxa de insucesso mais elevada.

No Ensino Secundário, destacam-se, com melhores resultados, os problemas com enunciados de extensão reduzida que envolvem poucos ou nenhuns cálculos ou que

mobilizam apenas um conceito. Os resultados muito fracos surgem nas respostas a itens que convocam conceitos e estratégias de resolução menos usuais (menos “treinadas” em sala de aula) ou que implicam processos de interpretação da informação em contextos associados a enunciados extensos, que requerem o recurso a inferências e envolvem muitos cálculos.

As principais dificuldades encontradas nas disciplinas de língua portuguesa e matemática são comuns a outras disciplinas, como biologia, geologia ou físico-química, destacando-se a compreensão da leitura e a interpretação de enunciados, em geral, e a definição de estratégias e de planos de resolução, em particular, como competências essenciais e transversais a todas as disciplinas dos currículos dos Ensinos Básico e Secundário, que condicionam o desempenho dos alunos.

De uma forma geral, os estudos nacionais e internacionais revelam que os discentes dos Ensinos Básico e Secundário têm um desempenho médio ou mesmo bom quando estão em causa saberes que exigem pouca elaboração cognitiva, tais como o reconhecimento de conceitos, de procedimentos, de factos ou a mera reprodução de informação.

Todavia, persistem indicadores que evidenciam as dificuldades dos alunos em melhorar os seus desempenhos em competências fundamentais como a resolução de problemas de matemática e a interpretação/compreensão de enunciados escritos.

No que se refere especificamente à compreensão da leitura, salienta-se a necessidade de ultrapassar dificuldades em extrair informação relevante de textos escritos (que possa atuar como um instrumento fundamental na obtenção e tratamento de dados relevantes para a resolução de tarefas), destacando-se como uma competência fundamental não apenas nas disciplinas de língua portuguesa/português, mas, de forma transversal, em todas as áreas curriculares.

No domínio da matemática, acentua-se a necessidade de reforçar as capacidades transversais no âmbito do raciocínio, da resolução de problemas e da comunicação, nomeadamente, em itens que requerem a compreensão de enunciados escritos e que envolvem processos cognitivos complexos.

2. Para uma caracterização dos exercícios/problemas de matemática

O atual sistema educativo português, alicerçado nos pilares epistemológicos e processuais do Programa de Matemática para o Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007), pretende regular a competência matemática dos sujeitos com base na materialização da predisposição para o raciocínio matemático, explorando situações-problemas, formulando generalizações e promovendo o pensamento lógico e a aptidão para entender a estrutura e encontrar a solução de um problema.

A resolução de problemas ocupa um lugar de destaque no Programa, enquanto método de processamento e aquisição e como corpo de conhecimentos, que postula a ocupação dos alunos na resolução de exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos

«(...) como uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber. Trata-se de ser capaz de resolver e de formular problemas, e de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema. A resolução de problemas não só é um importante objetivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma atividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos» (op. cit., p. 8).

Em nenhum ponto do programa, há evidências precisas e uma intenção expressa de distinguir taxonomias de exercícios/problemas que permitam concretizar os objetivos visados. No primeiro ciclo, embora se refira a necessidade de resolver problemas *«de diversos tipos e em contextos variados (...) problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados e problemas sem solução» (op. cit., p. 29)*, não se especificam as distinções a ter em conta, focando-se a preocupação na escolha dos problemas que *«se relacionem com situações do quotidiano»*. No segundo ciclo, favorece-se, igualmente, uma visão dicotómica da gama de problemas a apresentar aos alunos *«problemas com mais de uma solução, com excesso de dados ou sem solução» (op. cit., p. 45)*, sem, no entanto, especificar as tipologias mais apropriadas para cumprir os objetivos. As indicações para o terceiro ciclo seguem as orientações dadas nos ciclos

anteriores, apelando à realização de problemas tendo por base as temáticas do programa «*Resolver e formular problemas ... em contextos numéricos (...) em contextos geométricos e trigonométricos, (...) recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos (...), em contextos estatísticos e probabilísticos*» (op. cit., pp. 48, 51, 55, 59). Nota-se, uma vez mais, a falta de referência de categorias ou tipologias de problemas que permitam o treino das valências associadas ao conhecimento conceptual e processual «*problemas com diversos graus de estruturação, desde problemas assumidamente estruturados até questões abertas para investigar, bem como situações de modelação matemática (...) Uma experiência continuada com diversos tipos de problemas (por exemplo, problemas com mais de uma solução, com excesso de dados ou sem solução)*, (op. cit., p. 62).

2.1. Exercícios/problemas não verbais versus problemas verbais

“Problemas não verbais são problemas que incluem apenas notações e fórmulas matemáticas e algumas frases matemáticas como «Resolve a equação». Em conformidade, por problemas verbais entendem-se problemas que contêm palavras que constituem termos matemáticos e que precisam de ser interpretadas matematicamente.” (Toom, 2010, p. 73).

A progressão do conhecimento matemático, delineada nos currículos e nos programas, nunca dispensou a utilização de exercícios/problemas não verbais e de problemas verbais no ensino da matemática desde os níveis iniciais de escolarização, cuja tradição plurimilenar determinou a coexistência destas duas vertentes ao serviço da aprendizagem dessa ciência.

Há exercícios de matemática em que se verifica o predomínio de termos de linguagem matemática (notações simbólicas, fórmulas matemáticas, expressões numéricas). Exemplos desta tipologia são os exercícios/problemas que incorporam expressões do tipo: *Determina...* (fig. 1); *Calcula...* (fig. 2); *Considera ...* (fig. 3) seguidas de uma expressão simbólica estritamente matemática. Tendo em conta o registo predominante nestes enunciados e os seus objetivos/finalidades, este tipo de exercícios denomina-se por ***exercícios ou problemas simbólicos não verbais***, também referidos na

literatura como exercícios de algoritmos¹⁶ ou exercícios repetitivos¹⁷. Esta categoria de exercícios lida com generalizações, não se encontra inserida em contextos reais e visa apenas o cálculo.

Determina as soluções da seguinte equação: $3x^2 - 6x = 0$

Figura 1: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-3º ciclo (2004), parte A, item 7]

Calcula o valor da seguinte expressão numérica: $\frac{3}{4} - 0,2 + \frac{1}{2}$

Figura 2: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-2º ciclo (2001), parte A, item 5]

*Considera o intervalo $\left[-\frac{7}{3}, 3\right[$
Escreve todos os números inteiros relativos pertencentes a este intervalo.*

Figura 3: Exercício/problema simbólico não verbal [ENM-3º ciclo (2005), item 9]

Em qualquer dos exercícios anteriores (*fig. 1, fig. 2 e fig. 3*), o tratamento das representações simbólicas¹⁸ é a única operação cognitiva diretamente implicada no processo de apreensão do conhecimento matemático. Requerem a realização de operações com recurso ao mesmo registo semiótico de representação, executando basicamente uma manipulação algébrica, ou seja, efetuando uma sequência finita e ordenada de etapas (passos) com um esquema de processamento que permite a realização da tarefa. Procedendo de forma sistemática e rigorosa, é possível determinar o resultado preciso das operações e eventuais erros de cálculo são o único obstáculo à realização com sucesso das tarefas propostas nesta categoria de exercícios.

A necessidade de aquisição de automatismos e o treino de algoritmos são enfatizados no Programa do Ensino Básico logo no capítulo “Objetivos gerais do ensino da Matemática”, onde se pode ler «*efectuar procedimentos e algoritmos de cálculos*

¹⁶ Designação de Dante (1989) e Fayol (2010).

¹⁷ Designação de Bivar *et al.* (2010).

¹⁸ O tratamento de uma representação, como, por exemplo, a resolução de uma equação de primeiro grau, refere-se às operações efetuadas dentro de um mesmo registo de representação, daí a designação de “*representação interna de um registo*” (Colombo *et al.*, 2005).

rotineiros» (Ponte *et al.*, 2007, p. 4). Neste mesmo documento de referência, estes dois indicadores ocorrem ainda como uma das ideias fundamentais no tratamento do tema *números e operações* «desenvolver a fluência de cálculo» (*op. cit.*, p. 7) e são referenciados nas “Indicações Metodológicas” de todos os ciclos de ensino: Primeiro ciclo - «*a aprendizagem dos algoritmos com compreensão, valorizando o sentido do número, deverá desenvolver-se gradualmente para as quatro operações (...)*» (*op. cit.*, p. 14); Segundo ciclo - «*É igualmente importante, neste ciclo, que não se perca de vista o trabalho com os algoritmos (...)*» (*op. cit.*, p. 33); Terceiro ciclo - «*(...) consolidar aspectos rotineiros da aprendizagem dos números e operações (por exemplo, o cálculo do valor das expressões numéricas)*» (*op. cit.*, pp. 48, 49).

A frequência deste tipo de exercícios/problemas não verbais nos manuais escolares e nos instrumentos de avaliação externa de âmbito nacional é notória em todos os ciclos do Ensino Básico. No entanto, não deixa de suscitar algumas interrogações quanto aos procedimentos e às instruções que são sugeridos para a sua realização, como se pode observar nos exercícios apresentados nas *fig. 4* e *5*.

Calcula
 $39 + 211$
Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo por palavras, desenhos ou contas.

Figura 4: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-1º ciclo (2006), parte A, item 13]

Calcula
 $399 : 21.$

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

Figura 5: Exercício/problema simbólico não verbal [PAM-1º ciclo (2011), caderno 2, item 20]

A estrutura dos enunciados exemplificados na *fig. 4* e na *fig. 5* determina a sua categoria como exercícios/problemas não verbais. A forma verbal “*Calcula*”, portadora

da informação operatória, e as expressões simbólicas estritamente matemáticas indicam as operações requeridas - aplicar um algoritmo de adição, na *fig. 4*, e um algoritmo de divisão, na *fig. 5*. Todavia, os procedimentos sugeridos para a realização das operações, em ambos os exercícios, não evidenciam com clareza qual o objetivo que se pretende atingir com a resolução dos cálculos “*Podes fazê-lo por palavras, desenhos ou contas*”, em (4), e “*Mostra como chegaste à tua resposta*”, em (5), cujas instruções gerais que presidem à realização da prova onde ocorre o exercício indicam: “*Algumas questões têm uma caixa ... Nestas questões, deves responder dentro da caixa, seguindo as instruções. Por exemplo, neste caso, tens de explicar muito bem como chegaste à tua resposta; podes fazê-lo usando desenhos, esquemas e palavras.*” Será possível e, por ventura, razoável que a exemplificação da operação seja feita através de palavras ou, ainda mais estranho, de desenhos?

A frequência deste tipo de instruções é recorrente nas provas/exames de nível nacional e torna previsível alguma dificuldade em que se mantenha a coerência do programa com alguns dos seus objetivos e princípios explícitos «*Compreender e realizar algoritmos para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão*» (Ponte *et al.* 2007, p. 18), nomeadamente no que diz respeito à avaliação «*a avaliação deve ser congruente com o programa, incidindo de modo equilibrado em todos os objetivos curriculares, em particular nos objetivos de cada ciclo ou etapa (no caso do 1º ciclo) e nos objetivos gerais e finalidades do ensino da Matemática no ensino básico.*» (*op. cit.*, p. 12).

Distintos dos exercícios/problemas não verbais, há uma outra categoria de problemas de matemática. Denominados por **problemas verbais**¹⁹, apresentam um predomínio de termos e expressões da língua particular e podem referir-se ou não a contextos reais.

No âmbito desta tipologia, distinguem-se os problemas de reconhecimento²⁰, que visam a identificação ou verificação de conceitos, definições, propriedades, etc., (*fig. 6*) dos problemas cujos enunciados apresentam uma forma narrativa (a maior parte

¹⁹Na literatura internacional ocorrem várias designações com sentido equivalente para este tipo de problemas. Por exemplo, “*Mathematical word problems*” ou “*story problems*” em Gerofsky (1996) e “*word problems* ou “*verbal problems*” em Verschaffel *et al.* (2000).

²⁰ Designação de Dante (1989), Bivar *et al.* (2010).

relatam uma história ainda que breve), que requerem simultaneamente compreensão e cálculo (fig. 7).

Identifica e assinala com x a frase que não é verdadeira

- Um prisma hexagonal tem 6 faces laterais retangulares.*
- Um prisma hexagonal tem 6 faces laterais triangulares.*
- Um prisma hexagonal tem 2 bases hexagonais.*
- Um prisma hexagonal tem 8 faces.*

Figura 6: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 6]

Na última aula do terceiro período, a turma da Margarida ofereceu à professora de Matemática um ramo constituído por tulpas vermelhas e tulpas brancas.

O ramo, formado por 21 tulpas, tinha mais 5 tulpas vermelhas do que brancas.

Quantas tulpas brancas tinha o ramo que a turma da Margarida ofereceu à professora?

Figura 7: Problema verbal [TIM-8º ano (2011), versão 2, item 10]

Nos problemas verbais idênticos ao da fig. 6, a leitura do enunciado e a identificação ou o reconhecimento de propriedades e conceitos do âmbito da matemática são as únicas operações cognitivas diretamente implicadas no processo de apreensão do conhecimento. Nenhum outro tipo de operação cognitiva é congregada para a resolução deste tipo de problemas. Os conhecimentos conceptuais, concebidos como conhecimentos gerais e abstratos dos princípios fundamentais e das suas inter-relações num domínio (Fayol, 2010), são os únicos que são convocados para este tipo de problemas.

Nos problemas verbais semelhantes ao da fig. 7, os enunciados relatam, na maior parte dos casos, uma história, inserida em contextos reais ou efabulados, ainda que extremamente sumária, na qual faltam informações que o aluno deve poder calcular, apoiando-se, por um lado, nos dados fornecidos pelo enunciado e, por outro lado, nos seus conhecimentos e competências (Fayol, 2010, p. 22).

A resolução deste tipo de problemas exige, portanto, o envolvimento de várias operações cognitivas: (i) a leitura do enunciado; (ii) a compreensão das quantidades e das relações das entidades evocadas, i.e., o destaque, no enunciado do problema, dos principais elementos que serão mobilizados na resolução; (iii) a conversão da

informação do registo da língua natural para o registo simbólico, através de uma representação adequada da situação inicialmente descrita no enunciado; (iv) a seleção de estratégias e de procedimentos; (v) a realização dos cálculos numéricos, que evidenciem um resultado plausível como resposta à questão apresentada no problema.

Os problemas verbais desta natureza apresentam uma situação que não pode ser resolvida através de processos standardizados. Focam-se na compreensão do enunciado (se esta etapa falhar, as etapas seguintes de resolução ficam seriamente comprometidas), nos procedimentos de resolução, exigindo a construção de dois tipos de representação (a construção do modelo da situação e o esquema do problema) e convocam para a sua resolução quer o conhecimento conceptual, quer o conhecimento processual.

Os problemas verbais são o objeto de análise da presente investigação, pelo que carecem de uma análise mais completa e de uma caracterização mais assertiva. Doravante, sempre que haja referência as expressões como “problemas verbais”, “problemas de matemática” e “situações-problema”, considera-se apenas esta categoria de problemas com as características enunciadas anteriormente. Espera-se, assim, beneficiar de uma maior fluência do texto, a despeito da eventual imprecisão implicada.

2.2. Caracterização dos problemas verbais

A caracterização e a tipologia de problemas verbais têm-se evidenciado como uma preocupação ao longo dos anos por parte dos investigadores e ocorrem na literatura várias formas de categorizar este tipo de problemas que diferem entre os autores, de acordo como o âmbito das investigações e com os objetivos e fundamentos que se pretendem valorizar. Muita da tipologia que se pretende estabelecer acerca da diversidade de problemas verbais assenta, em linhas gerais, em quatro categorias que regulam os aspetos que caracterizam um problema:

- (i) tipologia de problemas verbais baseada nos procedimentos de resolução, i.e., em processos de operacionalização;
- (ii) tipologia de problemas verbais emergente das características semânticas e conceptuais dos enunciados textuais;

- (iii) tipologia de problemas verbais alicerçada nas tarefas e nos tipos de resposta;
- (iv) tipologia de problemas verbais centrada na formulação e na estrutura dos enunciados.

2.2.1. Tipologia de problemas verbais baseada nos procedimentos de resolução


A resolução de problemas verbais compreende uma estreita relação entre o sujeito e o enunciado do problema, assumindo-se como uma tarefa complexa, onde é necessário desenvolver transformações, não somente no plano material externo, como também no aspeto mental interno. Smith (1991) salienta que um problema verbal não pode ser resolvido apenas com recurso à memória de curto prazo, ao reconhecimento de conceitos ou à reprodução de procedimentos.

A literatura apresenta sobretudo tipologias de problemas verbais baseadas nos procedimentos para os anos de escolarização iniciais (primeiro ciclo – até aos 10 anos de idade). A partir do segundo ciclo do Ensino Básico, começam a surgir temas matemáticos mais sofisticados, o que influencia e aumenta muito o leque de problemas verbais de possível utilização.

Charles & Lester (1984), citados em Borralho (1995), optam por uma classificação simples, adequada ao primeiro ciclo, em que se consideram três tipos de problemas: problemas verbais de cálculo, problemas verbais de processo e problemas verbais abertos.

Os **problemas verbais de cálculo** requerem a tomada de decisão quanto à(s) operação(ões) a aplicar face aos dados apresentados no enunciado. Os alunos leem o problema, avaliam os dados do enunciado e o que é pedido na questão e, finalmente, efetuam uma ou mais operações que considerem apropriadas (Boavida *et al.*, 2008). Neste âmbito, podem identificar-se **problemas de um passo**, i.e., problemas que podem ser resolvidos pela aplicação direta de algoritmos de uma das quatro operações fundamentais (*fig. 8*) e **problemas de dois ou mais passos**, ou seja, problemas que requerem para a sua resolução duas ou mais das quatro operações aritméticas fundamentais (*fig. 9*).


A Cátia comprou as duas saias representadas na figura.



Quanto pagou ao todo pelas duas saias?

Figura 8: Problema verbal de cálculo [PAM-1º ciclo (2008), parte A, item 7]

O Ricardo comprou três embalagens com 20 CD cada uma.
 Já utilizou $\frac{1}{2}$ dos CD de uma embalagem, $\frac{1}{4}$ dos CD de outra e $\frac{1}{5}$ dos CD da terceira embalagem.



Juntando os CD que sobraram nas três embalagens, quantos CD tem, ao todo, o Ricardo?

Figura 9: Problema verbal de cálculo [PAM-2º ciclo (2008), parte A, item 9]

O problema, representado na *fig. 8*, exige apenas a realização do algoritmo da adição ($12€ + 19,95€$) para obter o valor pago pelas duas saias ($31,95€$).

Para a resolução do problema exemplificado na *fig. 9*, é necessário determinar, através dos algoritmos da divisão e da subtração, o número de CD utilizados em cada embalagem ($20:2 = 10 \rightarrow 10$; $20:4 = 5 \rightarrow 15$; $20:5 = 4 \rightarrow 16$) para obter o número de CD disponíveis em cada caixa e, por fim, aplicar um algoritmo da adição para obter o número de CD que ainda restam ao Ricardo ($10 + 15 + 16 = 41$).

Os **problemas verbais de processo** diferem dos problemas de cálculo porque não podem ser resolvidos apenas pela seleção da(s) operação(ões) apropriada(s). Estão, geralmente, embutidos em contextos mais complexos e requerem um maior esforço para compreender quais os procedimentos mais adequados para se chegar à resolução (Boavida *et al.*, 2008). Esta categoria de problemas pode ser usada com diversas finalidades (introduzir conceitos distintos, aplicar conhecimentos e procedimentos, entre outros) e envolve sempre o recurso a estratégias de resolução não

estandardizadas, i. e., podem ser adotadas diferentes formas de resolver o problema, mas há apenas um resultado possível. A resolução adequada dos problemas verbais de processo reside, muitas vezes, na capacidade de compreender e identificar a estrutura matemática do problema. Neste tipo de problemas, pode haver ausência de informação que oriente as estratégias a desenvolver (*fig. 10*) ou podem ser dadas indicações concretas sobre o resultado pretendido (*fig. 11*).

A tabela seguinte mostra os preços das entradas na piscina.

| Tabela de preços | Tipos de entrada | |
|--------------------------------------|------------------|--------------------|
| | Bilhete diário | Passe para 30 dias |
| Adulto | € 15 | € 180 |
| Estudante dos 12 aos 25 anos | € 7 | € 80 |
| Criança com idade inferior a 12 anos | € 5 | € 75 |

*A família do Rui é constituída pelas seguintes pessoas:
Pai – 41 anos
Mãe – 40 anos
Rui – 11 anos
Irmã – 6 anos
Nas férias, o Rui vai catorze dias à piscina com a família.
Que tipos de entrada devem comprar para cada um, de forma a pagarem o mínimo possível nesses catorze dias?*

Figura 10: Problema verbal de processo [PAM-2º ciclo (2010), parte B, item 14]


O problema representado na *fig. 10* convida os estudantes a pensar de forma ordenada e lógica.

Para identificarem os tipos de entrada que a família deve comprar para usufruir da piscina durante 14 dias, os alunos devem articular a informação disponível na tabela com as indicações dadas no texto do problema. Em primeiro lugar, têm que verificar a idade dos elementos do agregado familiar e articular esta informação com os dados disponíveis na tabela. Este procedimento exige que os alunos selecionem apenas as informações relevantes da tabela [*“Preço para adultos e para crianças com idades inferiores a 12 anos”*] e descartem a informação irrelevante [*“Preço para estudantes dos 12 aos 25 anos”*]. Em seguida, necessitam calcular o valor do tipo de entrada para os adultos para verificarem qual a opção mais económica [Bilhete diário: $15€ \times 14 \text{ dias} = 210€$ por adulto $\times 2 \text{ adultos} = 420€$; Passe de 30 dias: $180€ \times 2 \text{ adultos} = 360€$]. Esta operação vai indicar que a compra de dois passes de 30 dias para o pai e para a mãe é a melhor opção. Posteriormente, têm de voltar a efetuar o mesmo tipo de operações,

mas, neste caso, para verificarem a situação relativamente às crianças com idade inferior a 12 anos [Bilhete diário: 5€ x 14 dias = 70€ por criança x 2 crianças = 140€; Passe de 30 dias: 75€ x 2 crianças = 150€]. Concluíram, portanto, que comprando bilhetes diários gastam menos 10€ do que se comprarem passes para 30 dias. Efetuados todos os procedimentos, os alunos deverão concluir que a forma da família do Rui pagar o mínimo possível para frequentar a piscina durante 14 dias é adquirir 2 passes de 30 dias para adultos e bilhetes individuais para o Rui e a irmã.

*Os 26 alunos da turma da Elisa foram andar de canoa.
Alugaram diversos tipos de canoa.
Consulta a tabela, para saberes os diferentes tipos de canoas que havia para alugar.*

| <i>Tipos de canoas</i> | <i>Número de canoas</i> |
|------------------------|-------------------------|
| <i>De 2 lugares</i> | <i>6</i> |
| <i>De 3 lugares</i> | <i>5</i> |
| <i>De 4 lugares</i> | <i>2</i> |



*Andaram de canoa todos ao mesmo tempo, e nenhuma das canoas alugadas ficou com lugares vazios.
Quantas canoas de cada tipo podem ter alugado?*

Figura 11: Problema verbal de processo [PAM-2º ciclo (2004), parte B, item 13]

No problema exemplificado na *fig. 11*, a indicação do número de alunos (26) baliza a resposta e orienta para as várias estratégias possíveis de resolução do problema: [3 canoas de 2 lugares + 4 canoas de 3 lugares + 2 canoas de 4 lugares] ou [6 canoas de 2 lugares + 2 canoas de 3 lugares + 2 canoas de 4 lugares] ou [5 canoas de 2 lugares + 4 canoas de 3 lugares + 1 canoa de 4 lugares]. Neste problema, todas as informações, quer as constantes na tabela, quer as apresentadas no texto, são relevantes, pelo que os alunos não terão necessidade de fazer a triagem entre informação relevante e irrelevante para a resolução do problema, ao contrário do que se verificou no problema anterior (*fig. 10*).

Os **problemas verbais abertos** (ou de investigação²¹) distinguem-se dos anteriores porque podem ter mais do que uma resposta certa e, portanto, diferentes estratégias passíveis de serem usadas para apresentar um resultado final. A resolução

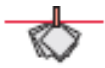
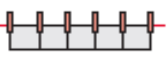
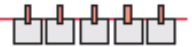
²¹ Designação atribuída por Ponte (2005) para os problemas abertos.

deste tipo de problemas apela à realização de explorações para descobrir regularidades e formular conjecturas, recorrendo ao desenvolvimento do raciocínio, do espírito crítico e da capacidade de reflexão.

A Catarina vai pôr a secar guardanapos. Porque é uma rapariga organizada, pendura todos os guardanapos, usando o mesmo processo. Ajuda a Catarina a descobrir quantas molas são necessárias para pendurar 30 guardanapos.

Figura 12: Problema verbal aberto [Boavida et al., 2008]

Neste problema (*fig. 12*), os alunos têm de descobrir as várias maneiras possíveis de pôr os guardanapos a secar, logo são exequíveis várias abordagens e resultados diferentes. Como não há indicação do formato do estendal, nem do número de cordas que o estendal tem, são viáveis várias estratégias.

Se a Catarina optar por pendurá-los em grupos de cinco (), apenas são necessárias 6 molas; se os pendurar uns a seguir aos outros, de modo a que dois guardanapos partilhem a mesma mola (), serão necessárias 31 molas; no caso de usar uma mola para cada guardanapo (), necessitará de 30 molas (Boavida et al., 2008, p. 21).

Embora estes três tipos de problemas sejam comuns nos manuais escolares, são os problemas de cálculo e os problemas de processo que ganham expressividade nos instrumentos nacionais de avaliação externa.

2.2.2. Tipologia de problemas verbais emergente das características semânticas e conceptuais dos enunciados textuais

Os investigadores, que, desde o início dos anos 80 do século XX, se debruçam sobre as causas associadas à dificuldade de resolver problema verbais, advogam que a estrutura semântica dos enunciados é um dos fatores determinantes no processo de resolução, defendendo que não são as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação ou divisão) que determinam a dificuldade dos problemas, mas sim as características semânticas e conceptuais, que dizem respeito ao aumento, diminuição, combinação e comparação dos elementos, que têm um papel essencial para a compreensão e conseqüente resolução dos problemas (Bilsky & Judd, 1986; Fayol,

2010). A evidência destas características conduziu à elaboração de taxonomias que distinguem diferentes categorias de problemas aritméticos (Carpenter *et al.*, 1981; Carpenter & Moser, 1982, 1983; Riley *et al.*, 1983).

A classificação mais conhecida da autoria de Riley *et al.* (1983) distingue três conjuntos de problemas:

- a) **Problemas de mudança ou alteração** (reunião ou separação) que implicam a ocorrência de pelo menos uma transformação “temporal”.

O João tinha 5 jogos de computador.

No Natal, a mãe ofereceu-lhe 2 jogos novos.

Quantos jogos de computador tem agora o João?

- b) **Problemas de combinação** que jogam com situações estáticas.

O pai do João tem 2 telemóveis.

A mãe do João tem apenas 1 telemóvel.

Quantos telemóveis têm os pais do João?

- c) **Problemas de comparação** que fazem intervir quantidades estáticas mas com ligação através de expressões do tipo “mais que” ou “menos que”.

A Maria tem 6 gatos.

A Joana tem 3 gatos.

Quantos gatos tem a Maria a mais do que a Joana?

O João tem 3 tartarugas.

O Francisco tem 1 tartaruga.

Quantas tartarugas tem o Francisco a menos que o João?

A partir da identificação destas três categorias de problemas aritméticos, os autores distinguiram, ainda, subcategorias para cada uma delas, em função da incógnita. Por exemplo, no caso dos problemas de mudança ou alteração, a incógnita pode reportar-se ao estado inicial, ao estado final ou à transformação.

“A estas categorias de problemas associam-se representações abstratas (esquemas de problemas), por exemplo, do tipo parte-parte-todo, aplicáveis às três categorias precedentes e às subcategorias correspondentes às diferentes incógnitas a calcular. Estes esquemas constituíram quadros mentais, permitindo codificar eficazmente as informações dos enunciados, colocá-las corretamente nas funções que desempenham (estado inicial, estado final ou transformação) e selecionar os procedimentos adequados de resolução em função da incógnita a calcular.” (Fayol, 2010, p. 26).

Os resultados, relatados nas experiências em que os investigadores adotaram esta classificação, confirmaram o interesse desta abordagem para interpretar os comportamentos de leitura dos enunciados (Devidal *et al.*, 1997) e para melhorar o desempenho dos sujeitos (Xin *et al.*, 2005; Fuchs *et al.*, 2009).

Vergnaud (1990) defende, igualmente, que as dificuldades não estão relacionadas com o cálculo numérico dos problemas, mas sim com o cálculo relacional, ou seja, a maior dificuldade reside, fundamentalmente, na compreensão das relações que estão envolvidas em cada problema. Postula que o conhecimento é organizado em campos conceptuais e define um campo conceptual como um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e representações simbólicas em estreita ligação. A descrição de um campo conceptual exige ao mesmo tempo a análise das situações e a análise dos procedimentos. Neste sentido, o autor propôs uma classificação de problemas puramente conceptual em função das “operações de pensamento” ou do “cálculo relacional” necessários à sua resolução, de certo modo, integrando e ampliando as distinções de Riley *et al.* (1983). Identificou seis classes principais de problemas baseadas em três conceitos principais: medidas, transformações temporais e relações estáticas.

Estas classificações permitem classificar uma larga série de enunciados, nomeadamente os enunciados tradicionais estritamente ligados aos contextos escolares e cujos conteúdos são balizados e as formas são estereotipadas, contudo não abrangem todos os tipos de enunciados.

2.2.3. Tipologia de problemas verbais alicerçada nas tarefas e nos tipos de resposta

A terminologia adotada pelo Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE), entidade responsável pela conceção dos instrumentos de avaliação externa (Provas de Aferição; Testes Intermédios; Exames Nacionais e Provas Finais de Ciclo), contempla três classes de itens, cuja categorização é definida em função das tarefas realizadas e do tipo de respostas esperadas:

- (i) Itens Objetivos ou Fechados;
- (ii) Itens Não Objetivos ou Abertos;
- (iii) Itens Objetivos e/ou Não objetivos.

Os **Itens Objetivos ou Fechados** exigem o recurso a operações cognitivas menos complexas, nomeadamente operações cognitivas diretamente implicadas no processo de apreensão de conhecimentos, convocam, essencialmente, o conhecimento conceptual para a sua resolução e subcategorizam-se em quatro tipos:

- a) **Itens de Resposta curta** - há uma única resposta possível, que consiste habitualmente numa ou duas palavras ou números ou numa frase curta (*fig. 13*).

Quantos vértices, arestas e faces tem uma pirâmide quadrangular?

Número de vértices: _____

Número de arestas: _____

Número de faces: _____

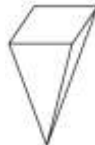


Figura 13: Item de Resposta curta [PAM-2º ciclo (2007), parte A, item 2]

Este problema (*fig. 13*) apela a uma operação cognitiva elementar, visando apenas a identificação do número de vértices (5), de arestas (8) e de faces (5) de um sólido geométrico (*pirâmide quadrangular*).

- b) **Itens de Completamento** - caracterizam-se por um enunciado incompleto (texto, diagrama, gráfico, etc.) com espaço(s) em branco para os alunos completarem (*fig. 14*). À semelhança dos itens de resposta curta, estes itens também não requerem operações cognitivas complexas, senão apenas a compreensão dos dados do enunciado que permitirão formular uma regra que permita completar a informação em falta.

Escreve, nos , os dois números que faltam na sequência.



Figura 14: Item de Completamento [PAM-1º ciclo (2008), parte A, item 13]

No item ilustrado na *fig. 14*, o cálculo e a identificação dos dois números que faltam na sequência (110 e 75) são os únicos procedimentos exigidos, que dependem, porém, da correta interpretação dos restantes dados do enunciado.

c) **Itens de Associação ou correspondência** - são problemas/exercícios formados por conjuntos de elementos geralmente organizados em duas colunas paralelas, tendo os elementos de uma coluna uma relação com os elementos da outra. A tarefa consiste, basicamente, em identificar as relações entre os elementos das duas colunas (*fig. 15*).

As fotografias seguintes foram tiradas a quatro objectos, de posições e distâncias diferentes.

Completa a tabela seguinte, fazendo corresponder as fotografias tiradas ao mesmo objeto.

| <i>Nº da fotografia</i> | <i>Nº da fotografia que mostra o mesmo objecto</i> |
|-------------------------|--|
| 6 | 8 |
| | |
| | |
| | |

Figura 15: Item de Associação ou correspondência [PAM-2º ciclo (2005), parte A, item 7]

O problema da *fig. 15*, representativo do tipo de itens de Associação ou correspondência, requer uma operação cognitiva elementar, diretamente relacionada com o processo de reconhecimento de imagens de objetos (1 - 3; 2 - 5; 4 - 7; 6 - 8).

d) **Itens de Escolha múltipla** – expõem uma questão, formulada a partir de uma determinada situação contextualizada no enunciado, para a qual é apresentado um conjunto de diversas alternativas de resposta (normalmente 4 opções). Na modalidade mais comum destas alternativas, apenas uma está correta. Este tipo de itens permite avaliar operações cognitivas menos complexas, que convocam apenas o conhecimento conceptual (*fig. 16*), ou operações cognitivas mais complexas que implicam quer o conhecimento conceptual quer o conhecimento processual (*fig. 17*).

O sólido representado na figura faz lembrar uma bola de futebol.
Assinala, com x , o nome dos polígonos das faces deste sólido que estão visíveis na figura.

- Quadriláteros e hexágonos*
- Hexágonos e pentágonos*
- Pentágonos e triângulos*
- Triângulos e octógonos*



Figura 16: Item de Escolha múltipla [PAM-2º ciclo (2008), parte A, item 1]

A resolução do item apresentado na *fig.* 16 implica fundamentalmente a identificação dos polígonos representados na figura (*hexágonos e pentágonos*), apelando, para tal, aos conhecimentos prévios dos sujeitos.

Na mercearia onde a Vera e a Beatriz fazem as compras, 1 quilograma de maçãs custa 1,15 euros.

A Beatriz tem 3 euros para gastar em maçãs. Assinala com X a maior quantidade, de entre as indicadas, que ela pode pedir ao merceiro.

- 1,5 kg*
- 2 kg*
- 2,5 kg*
- 3 kg*

Figura 17: Item de Escolha múltipla [PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 12]

A resolução do problema representado na *fig.* 17 implica custos mais elevados no processamento da informação textual, uma vez que são convocadas operações cognitivas mais complexas, ou seja, é necessário compreender as quantidades e as relações das entidades evocadas e proceder à representação adequada da situação descrita no enunciado ($1 \text{ kg de maçãs} = 1,15 \text{ euros} \rightarrow ? \text{ kg de maçãs} = 3 \text{ euros}$). A subsequente seleção de procedimentos (algoritmo da divisão) e a realização de cálculos ($3,00\text{€} : 1,15\text{€}$) permitirão evidenciar o resultado correto ($2,5 \text{ kg}$) como resposta à questão apresentada no problema (*a maior quantidade (de maçãs)*).

Os **Itens Não Objetivos ou Abertos** envolvem operações cognitivas complexas, como selecionar, organizar, integrar e relacionar informação, de modo a desenvolver um modelo mental que permita dar resposta às questões formuladas acerca das situações

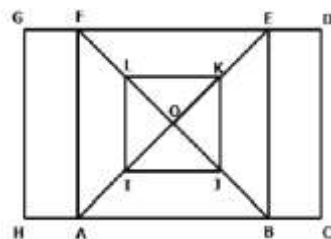
descritas nos enunciados dos problemas. Recrutam quer o conhecimento conceptual, quer o conhecimento processual e contemplam dois tipos de tarefas:

- a) **Itens de Composição curta ou Resposta restrita** – apresentam um conteúdo de resposta muito balizado, quer pelo âmbito do tópico, quer pela limitação à forma de resposta (fig. 18).

Na figura que se segue, os vértices do quadrado $[IJKL]$ são os pontos médios das semidiagonais do quadrado $[ABEF]$.

A intersecção das diagonais dos dois quadrados é o ponto O .

Os lados $[CD]$ e $[HG]$ do retângulo $[HCDG]$ são paralelos aos lados $[BE]$ e $[AF]$ do quadrado $[ABEF]$ e $[CD]$ mede o triplo de $[BC]$.



Qual é a amplitude do ângulo EAB ?

Figura 18: Item de Composição curta ou Resposta restrita [PEM-3º ciclo, 1ª chamada, (2008), item 11]

O problema exemplificado na fig. 18 requer o conhecimento de noções e conceitos do âmbito restrito da matemática (*amplitudes dos ângulos*) e convoca, simultaneamente, o recurso ao conhecimento processual, através da integração e da seleção da informação relevante dos diferentes sistemas de representação presentes no enunciado que permita identificar no “ângulo EAB ” uma amplitude de 45° .

- b) **Itens de Composição extensa ou Ensaio** - correspondem a enunciados com questões ou temas para desenvolver com ou sem indicação de parâmetros para a resposta. No primeiro caso, trata-se de um item de resposta orientada (fig. 19); no segundo caso, é de resposta livre, i.e., podem aplicar-se procedimentos diferentes desde que conduzam ao mesmo resultado final (fig. 20).

A Margarida esteve doente. Como tinha muita tosse, o médico receitou-lhe um xarope para tomar de acordo com a receita médica.



Receita Médica

Uma medida de 2,5 ml,
duas vezes por dia,
durante 8 dias.

A Margarida fez o tratamento completo.

Que quantidade de xarope sobrou?

Apresenta o resultado em mililitros.

Figura 19: Item de Composição extensa ou Ensaio [PAM-1^o ciclo (2006), parte B, item 8]

Uma matrioska é um brinquedo tradicional da Rússia, constituído por uma série de bonecas que são colocadas umas dentro das outras.



Numa série de matrioskas, a mais pequena mede 1 cm de altura, e cada uma das outras mede mais 0,75 cm do que a anterior.

Supondo que existe uma série com 30 bonecas nestas condições, alguma delas pode medir 20 cm de altura?

Figura 20: Item de Composição extensa ou ensaio [PEM-3^o ciclo, 2^a chamada (2008), item 8]

O enunciado do problema da *fig. 19* orienta para os procedimentos, através do tratamento da informação veiculada no registo visual (*indicação da quantidade de xarope = 100ml*) e da indicação da prescrição médica ($2 \times 2,5\text{ml} = 5\text{ml}$ (por dia) $\rightarrow 5\text{ml} \times 8$ (dias) = 40ml), que permitem atingir a resposta ($100\text{ml} - 40\text{ml} = 60\text{ml}$ (quantidade de xarope que sobrou após o tratamento)).

No problema representado na *fig. 20*, com os dados apresentados no enunciado, pode desencadear-se mais do que uma estratégia que permita aferir que “nenhuma boneca pode ter 20 cm de altura”: $[1 + 0,75n = 20 \leftrightarrow 0,75 = 19 \leftrightarrow n = 25, (3)]$ ou $[20 - 1 = 19; 19: 0,75 = 25, (3)]$.

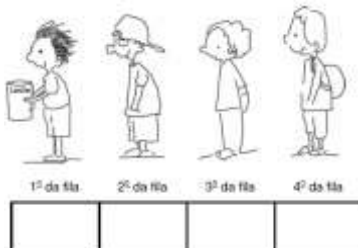
Os **Itens Objetivos ou Não Objetivos** podem ser de dois tipos:

a) **Itens de Ordenamento** – conjunto(s) de elemento(s) para organizar seguindo uma ordem definida (*fig. 21*). Conforme se trate de um item objetivo ou de um item não objetivo haverá ou não escolha pessoal na realização da tarefa.

As crianças formaram uma fila para receber o seu lanche.
O António, o Bernardo, o Carlos e o Jaime são os quatro primeiros da fila.
Segue as indicações abaixo, para descobrires a ordem pela qual os quatro amigos estão na fila.

O Carlos está à frente do Bernardo.
O Bernardo está à frente do Jaime.
O António não é último da fila.
O Carlos não é o primeiro da fila.

Escreve o nome de cada um dos quatro amigos no retângulo debaixo da imagem de cada um.



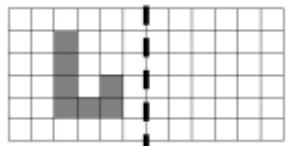
O diagrama mostra quatro crianças em uma fila. Abaixo de cada criança há um retângulo para anotar o nome. As crianças são rotuladas como 1º da fila, 2º da fila, 3º da fila e 4º da fila.

Figura 21: Item de Ordenamento [PAM-1º ciclo (2009), parte B, item 16]

O problema da *fig. 21* é um item de ordenamento objetivo, uma vez que as informações presentes no enunciado balizam a única resposta possível (1º da fila: António; 2º da fila: Carlos; 3º da fila: Bernardo; 4º da fila: Jaime).

b) **Itens de Transformação** - envolvem a manipulação/transformação do material apresentado, sendo, ou não, estabelecidos condicionamentos à realização da tarefa (*fig. 22*).

Desenha a figura simétrica da figura representada no quadriculado, relativamente ao eixo de simetria, indicado a tracejado.



O diagrama mostra um quadriculado com uma figura sombreada formada por 7 quadrados. Um eixo de simetria tracejado vertical está à direita da figura.

Figura 22: Item de Transformação [PAM-1º ciclo (2007), parte B, item 17]

Neste item objetivo, a tarefa (*desenhar a figura simétrica*) está condicionada pelo imperativo do cumprimento da condição (*eixo de simetria*), pelo que há apenas uma resposta possível.

Em 2010, o GAVE reajustou esta terminologia adotada, substituindo a designação de itens de resposta fechada e de itens de resposta aberta por **Itens de Seleção** e **Itens de Construção** (fig. 23), tendo em conta a bibliografia especializada (Tenbrink, 1988; Linn et al., 2009).

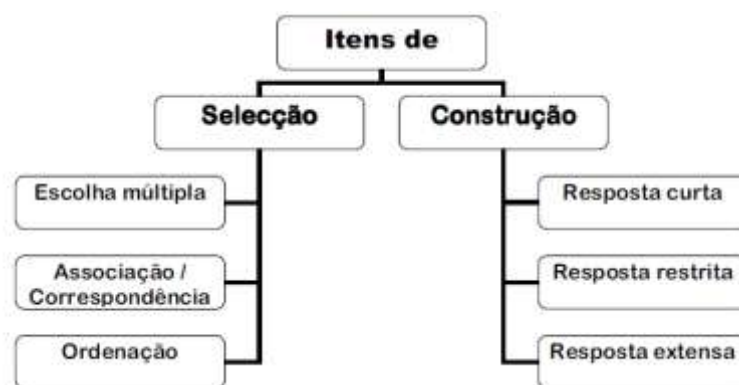


Figura 23: Classificação de itens dos instrumentos de avaliação externa (GAVE)

Nos **Itens de Seleção** (escolha múltipla; associação/correspondência; ordenação), «o aluno escolhe uma resposta a partir de várias hipóteses dadas no item. Para responder, regista os elementos que identificam a sua seleção» (Gave, 2010, p. 1).

Nos **Itens de Construção**, que podem ser de três tipos: resposta curta; resposta restrita; resposta extensa, «o aluno produz uma resposta» (*ibidem*, p. 1).

Na nota explicativa emitida pelo GAVE, há ainda a indicação de outros tipos de itens que podem ocorrer nos instrumentos de avaliação externa: «*Alguns itens de escolha múltipla, de associação/correspondência e de resposta curta podem apresentar-se sob a forma de tarefas de **completamento**. Alguns itens de resposta curta e de resposta restrita podem apresentar-se sob a forma de tarefas de **transformação***».

Estas alterações ajustam a terminologia linguística, mas continuam a centrar a categorização dos problemas nas operações matemáticas, sem considerar os diversos sistemas de representação presentes nos enunciados dos problemas que promovem

níveis de complexidade distintos, afetando e condicionando o processo de resolução dos problemas.

2.2.4. Tipologia de problemas verbais centrada na formulação e na estrutura dos enunciados

Numa aceção lata, Greer *et al.* (2002) caracterizam os problemas verbais como *“a text (typically containing quantitative information) that describes a situation assumed familiar to the reader and poses a quantitative question, an answer to which can be derived by mathematical operations performed on the data provided in the text, or otherwise inferred.”* (*ibidem*, p. 271).

De forma similar, ainda que centrado na estrutura dos problemas verbais, Gerofsky (1996) identifica três componentes essenciais nos enunciados:

- (i) a componente "set up", que apresenta as personagens e/ou objetos e o local da “suposta história”, i.e., o contexto;
- (ii) a componente “informativa”, que dá as informações necessárias para resolver o problema;
- (iii) a questão.

Para exemplificar a estrutura dos problemas verbais, observe-se o seguinte problema (*fig. 24*).

Quem chega a Lisboa, entrando pelo Tejo, encontra uma torre “torta”, mas elegante, que alberga o Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego Marítimo.

A torre tem a forma de um prisma quadrangular oblíquo. A sua altura é de 36 m, e a torre está inclinada a sul, segundo um ângulo de cerca de 75°.

Se o Sol incidisse a pique sobre a torre, esta projectaria uma sombra rectangular, em que um dos lados mediria, aproximadamente, 9,6 m, como está representado na figura.

Qual é a medida do comprimento - h - da torre?



Figura 24: Problema verbal [PAM-3º ciclo (2003), parte A, item 5]

O primeiro parágrafo do problema ilustrado em (24) contextualiza a situação do problema, configurando a localização expressa pelos locativos “Lisboa” e “Tejo” e


apresentando o objeto alvo de análise “torre “torta” e “Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego Marítimo”.

O segundo parágrafo reúne as informações relevantes que permitem representar a situação do problema. As quatro primeiras orações caracterizam o objeto em causa (“prisma quadrangular oblíquo” “altura é de 36m” “ inclinada a sul, segundo um ângulo de cerca de 75°”) e a oração condicional “Se o Sol incidisse a pique sobre a torre” anuncia uma situação hipotética com a indicação de novas informações, a partir das quais serão extraídos os dados das variáveis que permitirão delinear um plano de solução que responda à questão colocada (Qual é a medida do comprimento - h - da torre?).

O enunciado deste problema verbal reúne diferentes formas e conteúdos informativos através de vários sistemas básicos de representação:

- a) informação qualitativa [representada por elementos da língua natural];
- b) informação quantitativa [caracterizada por símbolos numéricos e conceitos matemáticos];
- c) informação icónica [correspondente à imagem ilustrativa do objeto descrito no enunciado].

Doblin (1980), numa proposta de categorização matricial da mensagem informativa, assume que todas as mensagens apresentam duas variáveis independentes: a forma e o conteúdo.

Relativamente à forma (fig. 25), reconhece dois tipos de mensagens: a alfanumérica, que se pode dividir em verbal e numérica, e a iconográfica que corresponde às mensagens visuais, acrescentando que a mesma mensagem pode ser transmitida de três formas distintas e apresentando como exemplo: onze horas (verbal); 11:00 (numérica);  (visual).

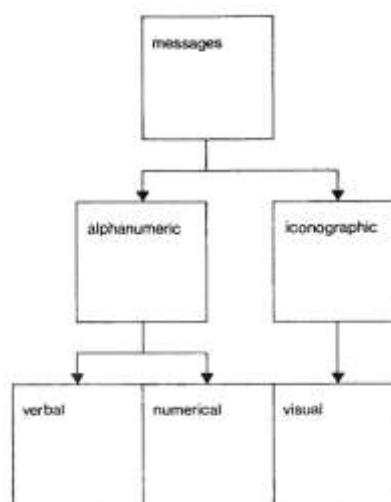


Figura 25: Matriz para a categorização da mensagem informativa (Doblin, 1980, p. 90)

Quanto ao conteúdo informativo (*fig. 26*), identifica, igualmente, três formas: nominal (nomes ou termos dados para identificação ou classificação); numenal (concebida pela razão, mas não reconhecida através do sentido); fenomenal (conhecida através da experiência, em vez do pensamento ou da intuição).

| | VERBAL | NUMERICAL | VISUAL |
|------------|---------|--------------|---------------|
| NOMINAL | lexic | numeric | ideogrammatic |
| NOMENAL | logic | mathematic | diagrammatic |
| PHENOMENAL | prosaic | arithmetical | isogrammatic |

Figura 26: Matriz das mensagens informativas (Doblin, 1980, p. 91)

De acordo com o autor, o cruzamento dos três tipos de forma da mensagem com os três tipos de conteúdo informativo promove a identificação de nove tipos de informação²².

²² No cruzamento da forma verbal com o conteúdo nominal, identifica o léxico (acervo de palavras de um determinado idioma). A informação verbal numenal, designada por “*logic*”, corresponde às palavras usadas para definições, classificações ou raciocínios. Na Matemática, a lógica ocupa-se do estudo das formas válidas de inferência da linguagem formal. À informação verbal fenomenal, atribui a designação de “*prosaic*”, e corresponde ao conjunto de palavras que são usadas para descrever determinadas realidades, como sejam, por exemplo, descrições de pessoas, objetos ou eventos.

No cruzamento da forma numeral com os três tipos de conteúdo informativo, reconhece a informação numenal nominal, que corresponde aos números usados por exemplo na identificação de habitações, listagens telefónicas entre outras; a informação numenal numenal corresponde ao conjunto de número e símbolos utilizados na realização de cálculos complexos; a informação numenal fenomenal, designada por aritmética, corresponde ao uso dos números para a realização de operações simples de aritmética.

Do cruzamento da forma visual com os conteúdos nominais, identifica a informação ideogramática que corresponde às “palavras visuais” que transmitem um sentido, como os sinais de trânsito, as bandeiras, entre outros. A informação diagramática, que resulta do cruzamento da forma visual com o conteúdo numenal, encontra-se nos gráficos e nas tabelas usadas para apresentar informação que de outra forma seria difícil de compreender. No cruzamento da informação da forma visual com os conteúdos fenomenais, identifica a informação isogramática, que considera como a representação visual da realidade e está patente nos retratos, nas ilustrações e nas fotografias.

Em matemática, utiliza-se uma grande variedade de sistemas de representação semiótica: a língua natural, os sistemas de numeração, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas e as representações gráficas.

Para designar os distintos tipos de sistemas semióticos, Duval (2007, p. 14) propõe uma classificação dos registos mobilizáveis no funcionamento matemático e define quatro tipos de registos.

| | REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA | REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA |
|---|--|---|
| REGISTOS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis. | Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou teoremas. | Figuras geométricas planas ou em perspectiva (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos. |
| REGISTOS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos. | Sistemas de escrita <ul style="list-style-type: none"> • numérica (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo | Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none"> • mudança de sistema de coordenadas; • interpolação, extrapolação. |

Para o autor, a grande variedade de registos de representação utilizados em matemática é que determina os graus de liberdade de que um sujeito pode dispor para objetivar uma ideia por meio das representações semióticas, que, diferentemente das representações mentais, são externas, conscientes e desempenham um papel fundamental no processo de objetivação do pensamento por meio da escrita.

A complexidade da atividade de resolução de problemas verbais de matemática reside na mobilização simultânea de pelo menos dois registos de representação ao mesmo tempo. Ainda que, no enunciado de um problema, um registo apareça explicitamente privilegiado, deve sempre existir a possibilidade de passar de um registo ao outro, mantendo-se em referência o mesmo objeto matemático denotado.

A formulação dos problemas verbais, através de vários registos de representação, ocorre de maneira variável em função das finalidades e dos conhecimentos que se pretendem aferir e promove a distinção de duas tipologias de problemas: **Problemas monomodais** e **Problemas bimodais**.

A informação veiculada nos enunciados dos **problemas monomodais** é basicamente de natureza alfanumérica, uma vez que são formados, essencialmente, por linguagem verbal em articulação com linguagem numérica (*fig. 27*). A resolução deste tipo de problemas implica a conversão de uma representação, produzida no registo da língua natural, numa representação simbólica e o tratamento dos dados do problema.

Num laboratório de biologia, são utilizados dois sinais luminosos: o sinal A, que pisca de 105 em 105 segundos, e o sinal B, que pisca de 165 em 165 segundos.
Os dois sinais piscam simultaneamente no instante em que se inicia uma certa experiência no laboratório.
Ao fim de quantos segundos é que os dois sinais voltam a piscar simultaneamente?
Mostra como chegaste à tua resposta.

Figura 27: Problema monomodal [TIM-8º ano (2011), versão 2, item 5]

Neste problema, onde podem ser utilizados dois processos de resolução (1º processo com recurso à decomposição em fatores primos ou 2º processo sem recurso à decomposição em fatores primos), é necessário delinear uma estratégia, que resulte na conversão da representação do registo alfanumérico para uma representação simbólica, estabelecendo a correspondência entre os diferentes elementos que compõem os dois registos de representação da situação apresentada e procedendo ao tratamento dos dados para que possa obter um resultado adequado à questão formulada: *1155 segundos* [1º processo: decompor 105 e 165 em fatores primos; determinar o *m.m.c.* (105, 165) ou 2º processo: escrever múltiplos de 105 maiores do que 165; escrever os múltiplos de 165; indicar o *m.m.c.* (105, 165)].

O sucesso na resolução de problemas deste tipo implica a compreensão da situação apresentada no enunciado e o conhecimento do funcionamento representacional de cada um dos registos, que pertencem a sistemas semióticos com especificidades intrínsecas em virtude da sua natureza, para que seja elaborado um modelo mental que desencadeie a seleção do(s) procedimento(s) adequado(s) à realização dos cálculos numéricos.

Os enunciados dos **problemas bimodais**, para além de linguagem verbal e de linguagem numérica, i.e., informação alfanumérica, integram igualmente

representações icônicas, sob a forma de informação diagramática, como imagens gráficas e/ou tabelas, ou informação isogramática, como imagens figurativas, desenhos ou ilustrações.

Os estudos que analisam as propriedades e as características das representações icônicas e a sua respetiva funcionalidade no processamento dos textos em que ocorrem sistematizam, para diferentes contextos bimodais, tipologias para a classificação das situações de articulação entre texto e imagem.

Bertin (1970) distingue a funcionalidade das imagens figurativas e das imagens gráficas em articulação com o texto, definindo as imagens gráficas como um sistema de significações monossémicas, que correspondem a formas de tratamento lógico de informação. Apresentam-se como imagens normalizadas, com uma funcionalidade próxima dos signos verbais, que não têm necessidade de ancorar a sua significação num contexto verbal, onde os aspetos semânticos prevalecem sobre os estéticos.

As imagens figurativas, de valor denotativo, requerem um menor dispêndio nos custos de processamento e de interpretação e desempenham uma função decorativa, i.e., ilustram a informação do contexto situacional em que ocorrem.

Vanoye (1973) propõe o paradigma gradativo de textos autossuficientes, onde a imagem tem uma função redundante, na medida em que apenas ilustra ou ornamenta o texto; textos suficientes, cuja imagem serve apenas de complemento; textos insuficientes, em que a imagem assume uma função de primazia, cabendo ao texto a função de descrevê-la ou designá-la.

Uma das razões que parece determinar a classificação de textos bimodais é exatamente as propriedades das representações visuais e a relação que estabelecem com os contextos em que ocorrem.


Como argumenta Baptista (2009), a relação entre texto e imagem deve ser encarada

“(...) como uma “retórica de atração”, onde não faz sentido a procura de relações de ordem sequencial ou sintática, mas de ordem semântica e onde uma das operações é (...) a operação de focalização, através da qual uma das instâncias textuais num texto bimédia é capaz de conduzir a focar e/ou desfocar o olhar (perceptivo e interpretativo) sobre certas informações contidas na outra instância textual.” (ibidem, p. 31).

Santaella & Nörth (1998) reiteram que as informações codificadas em diferentes sistemas semióticos, entre eles o verbal e o pictural, utilizados com muita frequência nos enunciados dos problemas verbais, podem estabelecer entre si relações distintas.

Muitos são os enunciados onde a existência da instância textual pictural assume uma relação de complementaridade da instância textual verbal, i. e., a(s) imagem(ns) pode(m) ilustrar ou representar a informação veiculada no enunciado verbal (*fig. 28*).

A Sara é o Frederico juntaram as moedas que tinham nos seus mealheiros para comprarem um presente para o pai.
A Sara só tinha moedas de 1 euro, e o Frederico só tinha moedas de 2 euros.
Entre os dois juntaram 9 euros.
Cada um dos dois irmãos tinha o mesmo número de moedas nos seus mealheiros.
Quantas moedas tinha cada um?



The image shows two piggy banks. The one on the left is labeled 'Mealheiro da Sara' and has a 1 Euro coin on top. The one on the right is labeled 'Mealheiro do Frederico' and has a 2 Euro coin on top.

Figura 28: Problema bimodal misto [PAM-1^o ciclo (2002), parte B, item 16]

No problema da *fig. 28*, as imagens legendadas, com as figuras dos mealheiros referidos ao longo do enunciado e as legendas com a identificação dos mealheiros das crianças (“A Sara só tinha moedas de 1 euro” e “o Frederico só tinha moedas de 2 euros”), assumem-se como um complemento informativo para a compreensão do enunciado verbal. A ausência destas imagens e das respetivas legendas não representaria um constrangimento acrescido para a compreensão do enunciado, uma vez que estes objetos fazem parte do universo de referência dos sujeitos, o que lhes permitiria inferir sem dificuldades o valor monetário de cada moeda.

Para os problemas verbais com as características evidenciadas na *fig. 28*, propõe-se a designação de **problemas bimodais mistos**²³.

Os enunciados deste tipo de problemas caracterizam-se pela presença de linguagem verbal e de linguagem pictórica, assumindo-se esta última como um complemento informativo, ou seja, a sua integração no enunciado não é imprescindível para resolução do problema, uma vez que não acrescenta dados novos à informação

²³ O conceito de textos mistos surgiu por proposta de Hausenblas (1977) e foi recuperado por Baptista (2005 e 2009).

contemplada no enunciado textual, apenas duplica ou reitera parte da informação verbal.

As imagens que integram os problemas bimodais mistos podem assumir uma função representacional²⁴, se têm por finalidade reforçar as informações da mensagem veiculada no enunciado verbal (*fig. 28*), ou uma função meramente decorativa, se servem apenas para “enfeitar” o enunciado verbal, ainda que tal possa ser feito de um modo não pertinente, sem que assumam qualquer relevância para a compreensão e subsequente resolução do problema (*fig. 29*).

A torneira da casa da Sara está estragada e, mesmo fechada, pinga.

A Sara verificou que, durante meia hora, a torneira perde 4 decilitros de água.

Quantos decilitros de água perde a torneira em 5 horas?




Figura 29: Problema bimodal misto [PAM-2º ciclo (2001), parte B, item 20]

²⁴ A designação da funcionalidade da linguagem visual no contexto dos enunciados reporta-se à classificação de Levin *et al.* (1987) que distinguem as diferentes funções desempenhadas pelas imagens na memorização de conteúdos textuais. À imagem funcional, a que corresponde a função referencial, classificada pela linguística como a função que se centra na informação contida pela mensagem, atribuem os autores quatro funções distintas:

- (i) a **função representacional**, desempenhada por imagens que evidenciam o referente (não é necessário recorrer a outros códigos de decifração, para além do da sua perceção natural), reforça as informações mais importantes da mensagem veiculada de forma verbal, através da apresentação de elementos redundantes, i. e., serve, fundamentalmente, para salientar os conteúdos da mensagem verbal;
- (ii) a **função organizadora** define-se pela sua capacidade de dotar os conteúdos da linguagem verbal de uma maior coerência, com base na criação de relações espaciais e de conexão entre os dados da mensagem (“*map-like quality*”);
- (iii) a **função interpretativa** auxilia na compreensão das informações veiculadas nas mensagens, sobretudo nas mais complexas, conferindo-lhe uma maior inteligibilidade;
- (iv) a **função transformadora** serve as imagens não convencionais que integram estratégias de retenção de informação a longo prazo. A natureza deste tipo de imagens impõe o recurso a outros códigos de decifração para a compreensão da informação, que não é possível efetivar apenas através da perceção natural. A função transformadora, assim como as funções organizadora e interpretativa, recodifica a informação, distinguindo-se da função representacional que se limita a representar os elementos expostos na mensagem.

Levin *et al.* (1987) destacam ainda uma outra função da imagem, que ocorre com bastante abundância nos contextos dos manuais escolares – a **função decorativa** que, pelo seu carácter estético, atrai a atenção dos sujeitos, mas que serve apenas de adorno para a informação veiculada nas mensagens verbais, ou seja, não contribui para clarificar as informações e em determinados contextos verbais poderá mesmo não ter qualquer pertinência.

A ilustração de um “pingo de água sorridente”, no problema representado na *fig. 29*, não tem qualquer funcionalidade para a compreensão do enunciado verbal, ou seja, não completa a informação veiculada através da linguagem verbal e não auxilia na escolha dos processos e da estratégia de resolução que permitam dar resposta adequada à questão formulada. No entanto, poderá funcionar como um elemento/detalhe distrator, no sentido em que retira o foco atencional dos elementos textuais (linguísticos e numéricos).

Nos enunciados dos problemas verbais, os registos picturais não se esgotam em imagens ou figuras que ilustram ou representam os contextos verbais. As representações gráficas (gráficos/tabelas/esquemas) ocorrem, com frequência, em articulação com o registo verbal. Numa dependente relação de ancoragem, o texto pode fornecer esclarecimentos acerca da imagem, i.e., o texto guia o leitor para os significados da imagem, auxiliando no tratamento da informação representada graficamente e orientando a escolha dos significados expressos na imagem (*fig. 30*).

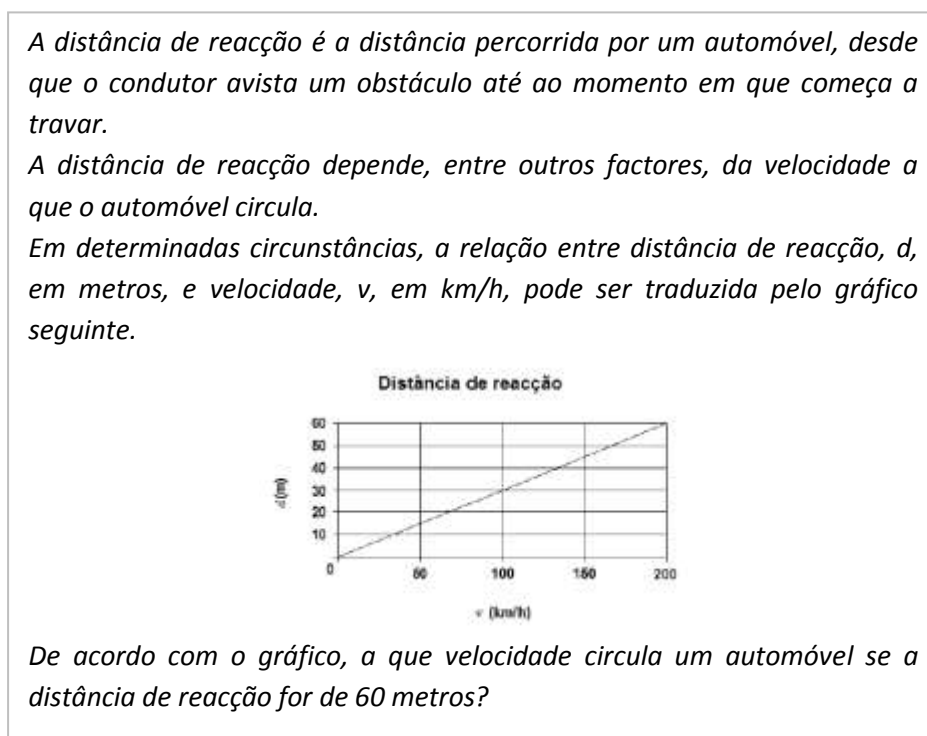


Figura 30: Problema bimodal híbrido [ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2009), item 7]

Neste problema verbal (*fig. 30*), a imagem gráfica estabelece com o texto uma relação de ancoragem²⁵. A coerência textual resulta da articulação da informação verbal

²⁵ Designação atribuída por Barthes (1964).

com a informação icónica, que assume, aqui, uma função fundamental. A compreensão da imagem gráfica é auxiliada pela informação textual, que orienta a leitura e a interpretação do gráfico, nos três primeiros parágrafos do enunciado. A resposta à questão fechada formulada no último parágrafo textual, “...a que velocidade circula um automóvel se a distância de reacção for de 60 metros?”, requer a identificação, no gráfico, da correspondência entre a distância de reacção (60 m) e a velocidade do automóvel (200 km/h).

A resolução de problemas com estrutura semelhante a este determina a construção de um modelo mental onde vão sendo integradas e articuladas as informações pertinentes de ambos os registos sémicos (após terem sido expurgadas as indicações que não são relevantes para o processo de resolução), o que implica o conhecimento do funcionamento representacional de cada um dos registos e da interação que se estabelece entre ambos. Este tipo de procedimentos resulta em custos mais elevados de processamento.

Para os problemas verbais, onde se evidencie uma relação de dependência entre os registos semióticos verbais (texto) e picturais (imagens), propõe-se a designação de **problemas bimodais híbridos**, tomando com referência o conceito de texto híbrido, sugerido por Baptista (2009)

“(...) quando o resultado sémico é um produto factorial e não uma adição das propriedades sémicas (...) em que não é possível a existência da instância textual verbal independentemente da instância textual pictural.” (ibidem, p. 31).

Genericamente, os enunciados bimodais híbridos caracterizam-se pela presença de elementos não linguísticos como gráficos, tabelas ou imagens que conjuntamente com a linguagem verbal apresentam a situação descrita no problema. As formas de representação da informação não linguística têm uma relação de ancoragem com as sequências linguísticas e assumem, neste tipo de enunciados, uma função referencial. A ausência destes elementos tornaria inviável a compreensão do enunciado e o subsequente processo de resolução do problema.

A variedade de registos semióticos presentes nos enunciados bimodais desencadeia uma diversidade de funções cognitivas, fazendo aumentar os custos de processamento dos enunciados dos problemas.

O facto de as representações verbais e pictóricas poderem estabelecer relações de natureza diversificada exige, ainda, o conhecimento do funcionamento representacional de cada um dos registos que pertencem a sistemas semióticos com especificidades inerentes às suas propriedades, para que a compreensão e o tratamento da informação seja efetivado sem prejuízo da construção do modelo mental da situação do problema.

3. Processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas verbais de matemática

“Mathematical problem solving is the cognitive process of figuring out how to solve a mathematics problem that one does not already know how to solve.” (Mayer & Hegarty, 1996)

Ao longo de mais de três décadas, têm sido desenvolvidos inúmeros estudos empíricos que evidenciam os princípios que norteiam a resolução dos problemas de matemática, nomeadamente os processos cognitivos convocados para a solução dos problemas, propondo-se modelos e procedimentos que agilizam o processo e realçando os “obstáculos” que dificultam a realização da tarefa.

Na construção das teorias cognitivas da resolução de problemas de matemática, Riley *et al.* (1983); Polson & Jeffries (1985); Riley & Greeno (1988) classificam a resolução de problemas verbais como uma atividade cognitiva complexa, que envolve uma série de estratégias, sustentada por dois processos fundamentais:

- (i) a abordagem cognitiva da resolução de problemas centrada na teoria do **processamento da informação**, isto é, a representação cognitiva das informações extraídas dos enunciados que ocorre quando os sujeitos procuram compreender o problema;
- (ii) a definição dos **procedimentos** e das **estratégias** necessários para alcançar a solução, que resulta da realização das operações necessárias para resolver o problema.

3.1. A abordagem cognitiva da resolução de problemas centrada na teoria do processamento da informação

Vários estudos (Wicker *et al.*, 1978; Antonietti, 1991; Mayer, 1992; Hegarty *et al.*, 1995) têm concluído que o sucesso em resolver problemas verbais de matemática não é possível sem que, em primeira instância, seja feita uma representação do problema de forma adequada, que, para além de ser um bom indicador da compreensão do

enunciado do problema, serve para orientar os sujeitos para a formulação de um plano de solução.

De acordo com Cummins *et al.* (1988); Dossey *et al.*, (1988); Robitaille & Garden (1989); Cardelle-Elawar (1992); Stern (1993), a dificuldade dos sujeitos em resolver problemas verbais de matemática incide, fundamentalmente, na compreensão do enunciado e subsequente representação, mais do que na execução das operações de resolução.

Para testar a relevância dos processos desencadeados na construção de uma representação do problema e dos processos envolvidos na sua resolução, Lewis & Mayer (1987); Hegarty *et al.*, (1992) e Hegarty *et al.*, (1995) desenvolveram estudos empíricos em que os sujeitos realizaram dois tipos de tarefas, sendo que a primeira consistia na resolução de problemas verbais do tipo (1) e a segunda na resolução de exercícios não verbais, como exemplificado em (2).

(1) *No Continente, as cerejas custam 3,50€ o Kg.
Estas custam menos 0,50€ o Kg do que no Pingo Doce.
Se a Maria decidir comprar 4 Kg de cerejas,
quanto irá pagar no Pingo Doce?*

(2) $4 (3,50 + 0,50) = \underline{\hspace{2cm}}$

Os problemas do tipo (1) obtiveram dois tipos de respostas. Nas respostas classificadas de erradas, os sujeitos subtraíram 0,50€ a 3,50€ e, em seguida, multiplicaram o valor obtido (3,00 €) por 4Kg. Nas respostas certas, os sujeitos adicionaram 0,50 € a 3,50 € e, em seguida, multiplicaram o valor obtido (4,00 €) por 4Kg.

Em ambas as situações, os sujeitos, quer os que erraram e apresentaram uma solução incorreta, quer os que acertaram com a formulação de uma solução correta, executaram corretamente o processo de solução, ou seja, identificaram as duas operações necessárias para obter o resultado final. No entanto, os que erraram aplicaram mal a representação do problema, selecionando para a primeira operação uma subtração, em vez da adição, o que condicionou o resultado final. Estas constatações, que sugerem que os sujeitos tiveram mais dificuldades na representação (i.e., na compreensão do problema) do que na solução (i.e., na realização das operações), foram corroboradas pelos resultados obtidos nos exercícios de tipo (2) que

foram efetuados com sucesso por todos os sujeitos. Estes resultados reforçam a importância da compreensão do enunciado do problema, destacando que uma representação errónea do problema repercutir-se-á na tarefa de resolução. Assim, torna-se evidente que uma das dificuldades encontradas na resolução de problemas reside na construção de uma representação mental adequada a partir do texto do problema (Reusser, 1989; Nathan *et al.*, 1992 ; Gerofsky, 1996).

Existe um amplo debate em torno das características desta representação mental. Se todos os autores concordam que a representação desempenha um papel importante na organização da informação presente no texto e, conseqüentemente, na compreensão da sua relação, favorecendo a idealização do plano de solução (Clement, 1985; Fichbein, 1990; Carpendale, 1996; Harrison & Treagust, 1996; Koyama, 1997), os seus pontos de vista divergem quanto aos principais níveis de representação que serão afetados por essas características.

Alguns autores, à semelhança de Riley *et al.* (1983), Kintsch & Greeno (1985) e Kintsch (1998), consideram que as características de formulação de problemas influenciam os desempenhos através da construção de modelos do problema e defendem a teoria dos esquemas; outros, na linha de Staub & Reusser (1995), postulam que a formulação de problemas tem um impacto sobre a elaboração do modelo de situação ou modelo mental.

3.1.1. Teoria de esquemas cognitivos

“...schemata (schemes) truly are the building blocks of cognition. They are fundamental elements upon which all information processing depends. Schemata are employed in the process of interpreting sensory data (both linguistic and non linguistic) in determining goals and sub goals, in guiding the flow of processing the system” (Rumelhart, 1980, pp. 33-34).

Para Kintsch & Greeno (1985), as frases do enunciado são transformadas numa série de proposições, que correspondem à “base do texto”, que é coordenada a uma segunda estrutura qualificada de “modelo do problema” e contém apenas as informações pertinentes para a resolução do problema. Para construir este modelo, o leitor infere as informações necessárias para resolver o problema, que não estão

incluídas na base do texto, e exclui as informações da base do texto que não são requeridas para a solução. Os problemas são resolvidos graças à construção de um conjunto de micro-esquemas, cada um representando um estado do problema, que são, depois, coordenados em função de esquemas de ordem superior correspondentes aos esquemas dos problemas descritos por Riley *et al.*, 1983 [→ § 2.2.2.].

Os “elementos” a destacar nos micro-esquemas correspondem aos objetos, às quantidades, às características e aos papéis específicos para o enunciado do problema. A natureza do esquema de ordem superior será determinada pela presença de índices particulares no texto do problema, tais como expressões linguísticas. Por exemplo, o problema (3) poderá ser representado através da construção de um esquema [parte-
-parte-todo] que pode ser usado para representar todos os problemas do mesmo tipo.

(3) *O João tem 3 berlindes e o Francisco tem 5 berlindes.
Ao todo, quantos berlindes têm o João e o Francisco?*

1º micro-esquema: a natureza dos objetos em causa - “berlindes”;
a quantidade - “3”;
a especificação é “João”.

2º micro-esquema: a natureza dos objetos em causa - “berlindes”;
a quantidade é “5”;
a especificação - “Francisco”.

Nenhuma das informações apresentadas anteriormente permite determinar a operação a escolher para solucionar o problema. Efetivamente, só a leitura da questão (*Ao todo, quantos berlindes têm o João e o Francisco?*) dará conhecimento da natureza do esquema de ordem superior a convocar. A expressão linguística “*ao todo*” indicará ao leitor o esquema de ordem superior que se sobrepõe aos micro-esquemas - “combinação” - em que as quantidades de “berlindes” do João e do Francisco se reúnem para alcançar a solução (Riley *et al.*, 1983). Uma vez integrados os papéis no esquema de ordem superior, o problema será resolvido através da adição dos dois termos [3 berlindes + 5 berlindes = 8 berlindes].

Os esquemas dos problemas foram concebidos como guias para a codificação de dados e como o início dos processos de tratamento que permitirão explicar o percurso, com mais ou menos etapas, do conjunto de procedimentos dirigidos para uma meta a alcançar – a resolução do problema (Schank, 1975 ; Schank & Abelson, 1977; Rumelhart,

1980 ; Kintsch & Greeno, 1985). O esquema do problema é independente das situações particulares enunciadas no texto do problema e consiste num quadro de variáveis suscetíveis de serem convocadas pelos elementos particulares da situação evocada no enunciado.

À semelhança de um texto narrativo, por exemplo, a construção da representação mental da situação do problema será efetuada passo a passo (Van Dijk & Kintsch, 1983 ; Carpenter & Just, 1988): o leitor procederá por fases, não tratando cada uma delas como partes isoladas do texto, sendo necessário conservar na memória de trabalho as representações transitórias que serão sequencialmente agregadas umas às outras para construir um modelo único. Estas representações parciais serão armazenadas no seio de um sistema de tratamento com capacidade limitada (Carpenter & Just, 1988; Baddeley, 1992). O tratamento sequencial das informações exige que o leitor proceda a uma distribuição dos seus recursos de atenção durante a atividade leitora para não exceder a sua capacidade de processamento. Neste sentido, os esquemas jogam o seu papel facilitador no processo de representação mental das informações contidas nos enunciados dos problemas: em função do esquema ativado, os elementos não terão a mesma importância e, portanto, não serão objeto de tratamento equivalente. Em consequência, as partes do texto menos importantes para a tarefa requerida terão um tratamento menos profundo, preservando-se, desta forma, os recursos de atenção e conduzindo a uma melhor compreensão (Fayol *et al.*, 1987; Fayol, 1992).

Um conjunto de trabalhos empíricos testou a validade desta abordagem no domínio da resolução de problemas (Devidal, 1996 ; Devidal *et al.* 1997). O mesmo texto foi apresentado, quer sob a forma de narrativa, quer sob a forma de um problema, o que deu origem a diferentes tomadas de informação. No texto apresentado sob a forma de problema, os leitores foram mais rápidos a identificar os elementos pertinentes para a tarefa, designadamente os elementos numéricos, e, desta forma, fizeram a economia da elaboração de uma representação mental análoga (i. e., modelo mental) da situação descrita no problema, representação que parece ser privilegiada em situações de leitura de textos narrativos (Zagar *et al.*, 1991). A ativação de esquemas permitirá chegar mais depressa aos dados numéricos, que serão diretamente afetados a “espaços vazios” do esquema à medida da sua aparição. Os cálculos serão, portanto, efetuados durante a

leitura do problema, o que libertará espaço na memória de trabalho. Os recursos libertados podem ser, assim, rentabilizados na execução das operações e no melhoramento da performance.

Fischbein & Grossman (1997) enfatizam a funcionalidade dos esquemas como planos de ação centrados no mapeamento entre as relações semânticas subjacentes a uma determinada situação (descrita em língua natural) e a sua estrutura matemática. Trata-se de um processo interativo através do qual os sujeitos interagem, simultaneamente, com todos os níveis de interpretação à sua disposição. A tarefa que se lhes coloca é serem capazes de relacionar uma estrutura pré-determinada, que está bem definida em termos de argumentos, com uma situação difusa e vagamente descrita em linguagem verbal.

Para determinar o papel dos esquemas na relação entre a apreensão da informação e o desempenho na resolução, Devidal *et al.* (1997) apresentaram problemas sob a forma canónica (com a questão no final do texto) e problemas com a questão em posição inicial. Os autores verificaram que a colocação da questão no início do enunciado permite ativar precocemente o esquema correspondente da estrutura do problema, guiando a apreensão da informação e a escolha dos procedimentos de resolução, resultando num melhor desempenho por parte dos sujeitos. Contudo, a taxa de sucesso obtida com a colocação da questão no início dos enunciados apenas se verificou nos problemas frequentes. Para os problemas pouco frequentes, esta estratégia não se mostrou eficaz. Perante estes resultados, os investigadores concluíram que, para os problemas com estruturas comuns e pertencentes à mesma categoria, os sujeitos têm padrões de esquemas disponíveis que podem ativar a partir da questão do problema, que recebem o estatuto de “informação organizada” (Dixon 1987; Fayol, 1992), i.e., esquemas que guiam a interpretação do enunciado e o início dos procedimentos de cálculo.

Para os problemas menos frequentes ou para os problemas cujos esquemas semânticos não se adequam aos padrões esquemáticos disponíveis (*cf.* 4), os esquemas não se revelam uma estratégia adequada.

(4) *João tinha alguns cromos no início do campeonato mundial de futebol.*

Durante o campeonato, ele juntou mais 75 cromos.

No final do campeonato, ele tinha colecionado 123 cromos.

Quantos cromos tinha o João quando começou o campeonato?

Neste tipo de problemas, os esquemas semânticos contrariam a semântica dos problemas de adição e subtração. Resolver este problema, envolve interpretar o “estado inicial”, a “mudança” e o “estado final” de forma não-temporal como uma relação [parte-parte-todo]. Uma vez que apenas são dadas indicações acerca de uma parte e do todo, a conclusão da segunda parte é realizada através da subtração. Assim, a este nível, os sujeitos devem fazer um mapeamento entre os seus conhecimentos linguísticos e matemáticos e não se limitar a termos verbais que podem induzir à realização de uma operação errada.

Para os problemas menos frequentes ou para os problemas cujos esquemas semânticos contrariam padrões de esquemas disponíveis, os sujeitos devem optar pela construção de uma representação do tipo *modelo mental*.

3.1.2. Teoria de modelos mentais

“The mental model is a temporary structure stored in working memory that contains in addition to the mathematical information necessary to solve the problem, nonmathematical information that is related to the context in which the situation described by the problem takes place. A situation model is therefore more qualitative and less formal than a schema” (Thevenot et al., 2007, p. 45).

Reusser (1989), Staub & Reusser (1995), à semelhança de Nathan *et al.*, (1992), consideram que o modelo de Kintsch & Greeno (1985) “salta” muito rapidamente da base do texto para o modelo do problema. Eles defendem (para além do modelo do problema) uma outra representação construída a partir da base do texto: *o modelo episódico da situação* ou *modelo mental* que corresponde a um modelo “não matemático”.

Para Reusser (1989), este nível de representação especifica os agentes, as ações e as relações entre os eventos em situações da vida quotidiana. Desta forma, o modelo do problema é construído não apenas pela mobilização de conhecimentos específicos (i.e., os esquemas dos problemas) mas também com base nas informações do modelo de situação.

Nathan *et al.* (1992) acrescentam que, durante a leitura do texto do problema, os sujeitos constroem um modelo qualitativo da situação que representa o contexto social

do problema verbal e um modelo quantitativo que contém a estrutura algébrica ou o esquema do texto.

Hegarty *et al.* (1995) usam o termo de “modelo mental”, tal como inicialmente proposto por Johnson-Laird (1983)²⁶ para se referir ao modelo episódico da situação, e classificam este tipo de representação como a construção da compreensão qualitativa da situação do problema que antecede a execução dos cálculos aritméticos. O modelo mental reúne todas as características do modelo do problema, mas apresenta, além disso, um carácter semelhante à situação que este representa. Refere-se a uma representação da cena ou da situação relatada no texto, tendo em conta a forma como ocorreram os factos ou as ações e onde as propriedades e os comportamentos dos objetos simbólicos simulam os comportamentos e as propriedades reais que eles representam.

(5) *A Maria contraiu um empréstimo de 850€ no Banco Santander.
Se ela pagar 12% de juros sobre a totalidade do empréstimo,
quanto irá pagar no total?*

No caso do problema (5), o sujeito começa por delinear a construção de uma representação interna das declarações individuais do problema: o montante emprestado é um montante específico (850€); a taxa de juros corresponde a um montante específico (12%); o montante em dívida é desconhecido (?€).

De seguida, o sujeito procura entender a situação geral descrita no problema: alguém pediu emprestada uma certa quantia de dinheiro (i.e., foi-lhe concedido um determinado montante); incorre no pagamento de uma taxa de juros (i.e., montante de

²⁶ Johnson-Laird (1983) propõe, no geral, três tipos de representações mentais: representações proposicionais, modelos mentais e imagens mentais.

As representações proposicionais são representações mentais criadas segundo regras rígidas de formação, de acordo com a sintaxe das frases dos enunciados (proposição), são totalmente abstraídas do que está explícito no texto da situação e são verbalmente expressáveis. Segundo Johnson-Laird, “*proposições são representações de significados, totalmente abstraídas, que são verbalmente expressáveis*”.

Os modelos mentais são representações mentais (representações internas de informações que correspondem, analogamente, ao estado de coisas que estiver a ser representado) que são semelhantes aos fenómenos do mundo, i. e., são análogos estruturais do mundo.

As imagens mentais são representações particulares (vistas de um certo ângulo) de modelos mentais. De acordo com a classificação de Johnson-Laird, representações proposicionais são cadeias de símbolos que correspondem à linguagem natural; modelos mentais são análogos estruturais do mundo; imagens são modelos vistos de um determinado ponto de vista.

juros) e deve reembolsar a totalidade (i.e., montante total) que corresponde ao somatório do montante emprestado e do montante de juros. A partir daqui, o sujeito constrói um plano para resolver o problema: primeiro, determinando o montante de juros (i.e., multiplicando 12% por 850€) e, a seguir, estabelecendo o montante total (i.e., adicionado ao valor obtido anteriormente (102€) o produto do empréstimo (850€)).

Estes três componentes (entender as declarações individuais dos problemas, entender a situação global dos problemas e construir um plano) constituem os três componentes no processo de resolução de problemas (Mayer, 1985; Mayer *et al.* 1992).

A pertinência de representações de nível intermediário como o “modelo de situação” é reforçado pelo facto de crianças de 10 anos diferenciarem, explicitamente, as informações necessárias para resolver os problemas das informações da situação que podem ajudar na resolução (Moreau & Coquin-Viennot, 2003).

O carácter analógico da representação foi testado por Thevenot *et al.* (2004) que demonstraram que a organização mental de sub-etapas a serem alcançadas para resolver os problemas é semelhante à sucessão de eventos descritos explicitamente no texto dos problemas.

Em suma, o referencial teórico fornecido pela teoria dos modelos mentais parece mais relevante para explicar todos os resultados relatados na literatura. No entanto, perde exclusividade perante a intervenção de esquemas de problemas, efetivamente adaptáveis a problemas estruturalmente idênticos. De facto, é provável que os tipos de enunciados mais frequentes deem lugar à construção de uma estrutura abstrata (um esquema; Fayol, 1985) que pode ser utilizada para apoiar quer a codificação quer a resolução. A existência de uma estrutura deste tipo resulta da experiência dos sujeitos que, confrontados muitas vezes com determinadas categorias de problemas, reconhecem e usam imediatamente a estratégia de formalização de esquemas para resolvê-los.

Provavelmente, o formato adequado para a compreensão das informações presentes nos textos dos enunciados dos problemas (esquemas ou modelo mental) varia de acordo com o tipo de problema, com o tipo de dados e, certamente, com a perícia dos “solucionadores”. No entanto, existe um certo consenso de que a representação cognitiva das informações extraídas do texto que ocorre quando os sujeitos procuram entender o problema é uma capacidade crucial ou, pelo menos, extremamente

importante para orientar as escolhas futuras ao longo das etapas da solução do problema. Um erro na representação ou simplesmente uma representação parcial da relação entre as diferentes variáveis e o seu valor pode influenciar negativamente o plano de solução e as opções de cálculo.

3.2. Procedimentos e estratégias de resolução dos problemas verbais

Os estudos sobre problemas de matemática, realizados nos anos 70 e 80, enfatizaram a questão do treino das estratégias e dos procedimentos como o caminho certo para alcançar o sucesso na resolução de problemas verbais.

Polya (1973) focalizou a sua investigação nos procedimentos que, segundo ele, conduziram ao sucesso da resolução de problemas, apresentando uma série de operações mentais, que orientam a sequência correta das operações para atingir a solução dos problemas, repartida em quatro fases:

- (i) compreender o problema;
- (ii) procurar uma situação semelhante, isto é, recorrer à memória para recordar problemas correlatos;
- (iii) planejar uma solução;
- (iv) confirmar a resposta (*ibidem*, pp. 130, 131).

Anos mais tarde, Schoenfeld (1979) sugeriu um modelo de resolução de problemas, estruturado em cinco etapas, que, na perspectiva do autor, guia todo o processo de resolução:

- (i) estágios da análise;
- (ii) planeamento;
- (iii) exploração;
- (iv) implementação;
- (v) verificação.

Num formato mais reduzido, Le Blanc (1977) propôs dois procedimentos, distinguindo entre “estratégias gerais” (plano geral para resolver o problema) e “estratégias de ajuda” (realização de diagramas, tabelas, etc.).

Estes procedimentos foram realçados e amplamente discutidos nas décadas subsequentes nos estudos de outros investigadores e muitas questões têm sido equacionadas sobre o valor real da adoção destes procedimentos.

Nos anos 90, uma grande parte dos investigadores continuou a incorporar nos seus estudos a questão das estratégias e dos procedimentos. Davidson *et al.* (1996) apontam quatro processos metacognitivos fundamentais para orientar a resolução de problemas de matemática (Identificar e definir o problema; Representar mentalmente o problema; Planear o procedimento de resolução; Avaliar o conhecimento do próprio desempenho), que são, de resto, bastante coincidentes com as quatro fases apresentadas por Polya (1973).

Mayer (1992) defende que a compreensão verbal dos enunciados dos problemas antecede a sua compreensão matemática. Através da análise das operações mentais e dos conhecimentos que atuam como componentes principais na atividade de resolução de problemas, delineou um modelo de resolução de problemas verbais, distinguindo os dois procedimentos principais:

(i) a conversão do problema numa representação interna, produto da sua “tradução” apropriada em termos linguísticos e factuais, e da sua integração num tipo de categorização esquemática (semântica);

(ii) a solução do problema, com a aplicação de operações matemáticas legítimas àquela representação resultando de um planeamento estratégico (incluindo a capacidade de monitorar o plano de solução) e da sua execução em termos algorítmicos (referenciando-se de início e em particular a modelos de contagem desenvolvidos bastante precocemente).

Este autor considera, ainda, que as maiores dificuldades na resolução dos problemas parecem concentrar-se na etapa inicial da representação dos problemas, quando é preciso “converter” as informações disponíveis em representações mentais internas, onde os conhecimentos atuam como componentes principais.

As investigações centradas no processo de compreensão dos problemas verbais de matemática destacam duas estratégias distintas frequentemente adotadas pelos sujeitos na representação cognitiva das informações contidas nos enunciados textuais: uma estratégia cognitiva elementar, baseada na extração direta dos elementos mais

evidentes, como números e palavras-chave, e uma estratégia cognitiva mais complexa, que consiste na concepção de um modelo do problema.

Quando confrontados com os problemas verbais, alguns sujeitos iniciam o processo de resolução a partir da extração dos números e dos termos linguísticos relacionais (como “mais do que” ou “menos do que”) e preparam-se para realizar as operações matemáticas a partir deles, desenvolvendo um plano de solução que envolve a combinação dos números do problema usando as operações aritméticas que são sugeridas pelas palavras-chave (i.e., adição se a palavra-chave for “mais” e subtração se for “menos”), desencadeando um processo que ocorre na literatura com várias denominações: “*Keyword method*” (Briars & Larkin, 1984); “*Number grabbing*” (Littlefield & Rieser, 1993); “*Direct Translation Strategy*” (Hegarty *et al.*, 1995).

Para Stigler *et al.* (1990, p. 15), os sujeitos que utilizam esta estratégia “*compute first and think later*”, ou seja, fazem primeiro os cálculos e pensam depois.

Segundo alguns autores (Lewis & Mayer, 1987; Hegarty *et al.*, 1992; Mayer *et al.*, 1992; Verschaffel *et al.*, 1992), este tipo de estratégia tem a vantagem de fazer exigências mínimas à memória de trabalho, já que não depende do conhecimento extensivo do problema, mas tem a grande desvantagem de conduzir, frequentemente, a respostas erradas.

Outros sujeitos adotam uma estratégia diferente. Começam por tentar apreender a situação descrita no enunciado e elaboram um plano baseado na representação da situação, desenvolvendo um processo conhecido por *Problem Model Strategy* (Kintsch & Greeno, 1985; Reusser, 1989, 1990; Nathan *et al.*, 1992; Hegarty *et al.*, 1995). O “modelo do problema” difere da “estrutura de base do problema” (i.e., do enunciado), na medida em que a representação do primeiro é baseada no objeto e a representação do segundo assenta em proposições.

A diferença básica entre estas duas estratégias reside na sua essência. Enquanto a *Direct Translation Strategy (DTS)* funciona como um “atalho” heurístico que enfatiza o raciocínio quantitativo, isto é, promove o cálculo de uma resposta numérica a partir de uma abordagem superficial do enunciado do problema verbal, a *Problem Model Strategy (PMS)* enfatiza o raciocínio qualitativo, ou seja, privilegia uma abordagem profunda baseada na compreensão do enunciado, com base nas relações entre as variáveis do problema.

Os diversos estudos científicos, centrados nestes dois métodos de resolução de problemas, atribuem à primeira estratégia (*DTS*) a origem do fracasso da resolução de problemas, em contraste com o sucesso obtido através da representação do modelo mental (*PMS*) (Chi *et al.*, 1988; Stigler *et al.*, 1990; Smith, 1991; Sternberg & Frensch, 1991; Stevenson & Stigler, 1992).

Cada uma destas estratégias (*Direct Translation Strategy* e *Problem Model Strategy*) envolve várias etapas (representadas na *fig. 31*) que correspondem às quatro fases de resolução de problemas de matemática identificadas por Mayer *et al.* (1984):

- (i) “*Translating*” - Transformação de cada frase do enunciado do problema numa representação mental;
- (ii) “*Integrating*” - Integração das diferentes informações numa representação única e coerente do problema;
- (iii) “*Planning*” - Planeamento da solução, i.e., das etapas necessárias para chegar à solução;
- (iv) “*Executing*” - Execução do plano para a solução.

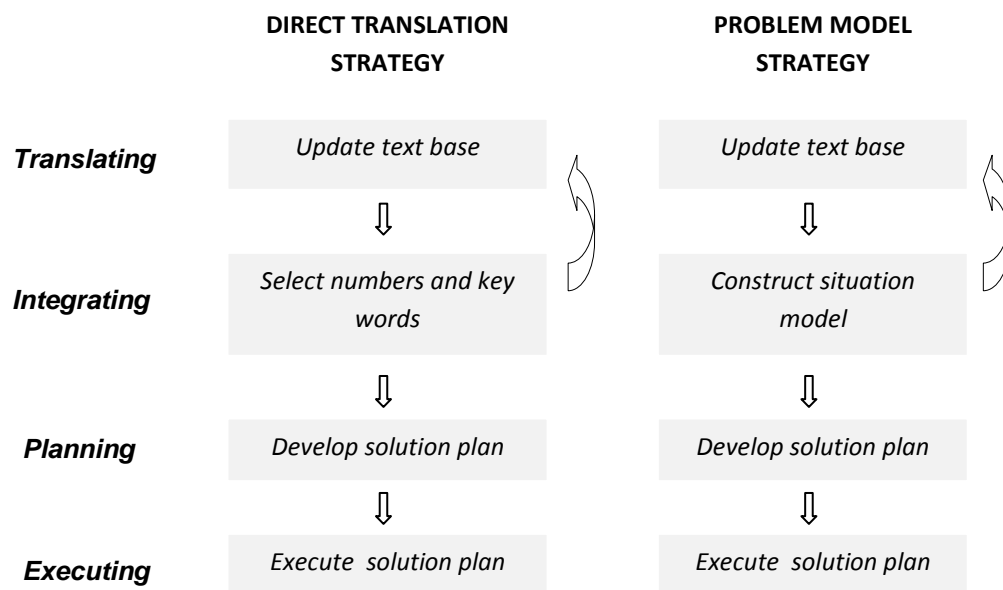


Figura 31: Modelo dos processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas verbais de matemática de Mayer & Hegarty (1996) [*The Nature of Mathematical Thinking*, p. 37]]

Retomando como referência o problema (1), observe-se como são aplicadas as quatro fases de resolução, de acordo com o modelo proposto por Mayer & Hegarty (1996), em cada uma das estratégias acima referidas (*DTS* e *PMS*).

- (1) *No Continente, as cerejas custam 3,50€ o Kg.
Estas custam menos 0,50€ o Kg do que no Pingo Doce.
Se a Maria decidir comprar 4 Kg de cerejas,
quanto irá pagar no Pingo Doce?*

Na primeira etapa, “*Translation*”, os sujeitos convertem cada frase do enunciado numa representação mental interna. Este processo, que é idêntico para ambas as estratégias (*Direct Translation* e *Problem Model*), requer conhecimentos linguísticos (identificando *Continente* e *Pingo Doce* como nomes próprios) e conhecimentos factuais (sabendo que a 1€ corresponde 100 cêntimos).

Como a maioria das teorias de compreensão de textos atestam (Van Dijk & Kintsch, 1983; Perrig & Kintsch, 1985; Just & Carpenter, 1987; Weaver & Kintsch, 1992) também os enunciados dos problemas de matemática são processados incrementalmente. Em cada “segmento textual”, o sujeito lê a declaração que corresponde à oração ou frase onde está expressa a informação sobre uma das variáveis ou valores do problema. Na construção da base textual, o sujeito deve representar o conteúdo proposicional dessa declaração e agregá-lo com outras informações na sua corrente de representação do problema. No processo de representação de cada declaração, o sujeito pode usar os tipos de declarações que ocorrem nos problemas de matemática como tem sido formalmente analisado por Mayer (1981). Estes incluem atribuições que expressam um valor para uma determinada variável; relações que expressam a relação quantitativa entre variáveis; questões que expressam o valor de uma certa variável que é desconhecida. Por exemplo, o problema (*cf.* 1) pode ser analisado através de duas atribuições (a), uma relação (b) e uma questão (c):

- a) **Atribuição 1:** [*o custo das cerejas no Continente - 3,50€*]
- b) **Relação:** [*o custo das cerejas no Continente, (menos) 0,50€ (custo das cerejas no Pingo Doce)*]
- a) **Atribuição 2:** [*quantidade de cerejas que a Maria precisa - 4kg*]
- c) **Questão:** [*(valor desconhecido) o custo das cerejas no Pingo Doce*]

As unidades de medida e as escalas de conversão devem também ser integradas como partes de cada declaração (Hegarty *et al.*, 1995).

O sujeito lê cada nova declaração e agrega-a ao texto-base para estabelecer conexões referenciais. Este processo depende do correferente, como é especificado nos

modelos de compreensão de texto. Por exemplo, no problema supracitado, o sujeito deve reconhecer que “estas” da segunda frase refere-se a “cerejas” da primeira frase.

Em suma, a primeira tarefa dos sujeitos é “traduzir” cada instrução/declaração do problema numa representação proposicional interna e integrar esta representação interna com a representação de outras instruções/declarações do problema para construir uma representação da rede semântica.

A segunda etapa, “*Integrating*”, corresponde à construção de uma representação coerente do problema. Este processo de integração, que é diferente para os dois tipos de estratégias (*Direct Translation* e *Problem Model*), exige que os sujeitos selecionem informações relevantes a partir das declarações do problema, façam as inferências necessárias e construam uma situação modelo, i.e., uma representação mental da situação que é descrita no problema (Kintsch & Greeno, 1985; Nathan *et al.*, 1992; Mayer & Hegarty, 1996).

Mayer & Hegarty (1996) propõem que os sujeitos alternem entre este processo e o processo de construção do texto-base várias vezes durante a leitura de um problema, ou seja, quando os sujeitos leem cada nova declaração do problema, primeiro atualizam o texto-base e a seguir atualizam a representação do problema (Van Dijk & Kintsch, 1983; Kintsch & Greeno, 1985).

Na *Direct Translation Strategy*, a integração do processo envolve o processamento de cada proposição do texto-base para determinar se há ou não informações-chave (i.e., números ou palavras-chave como “*mais*” ou “*menos*”). Os sujeitos descartam a informação irrelevante e, desta forma, depois de vários ciclos de representação, resta muito menos informação do que a que existe no texto-base, ou seja, apenas permanecem as proposições que contêm números e palavras-chave. Por exemplo, no problema (1), o sujeito seleciona apenas “3,50€”, “0,50€”, “menos”, “4 kg”.

Se, pelo contrário, os sujeitos considerarem a *Problem Model Strategy*, usam a aproximação do modelo mental na situação descrita no problema, fazendo uso do objeto centrado na representação. Como cada proposição é processada individualmente, os sujeitos devem determinar se essa proposição se refere a um novo objeto ou a um objeto que já foi representado no seu modelo. O modelo do problema pode ser conceptualizado como uma coleção de objetos dispostos em conjunto (Riley *et al.*, 1983; Riley & Greeno, 1988) ou como uma matriz de objetos dispostos numa

sequência “*number-line*”²⁷, i.e., numa sequência onde a posição do objeto representa esse valor (Lewis, 1989; Lewis & Nathan, 1991).

Por exemplo, fazendo uso do formato sequencial (fig. 32), a primeira declaração menciona uma quantidade (o preço do Kg das cerejas no Continente). Quando é lida, os sujeitos começam a construir a representação nesse formato com um símbolo para Continente e o respetivo valor (3,50€). A segunda declaração acrescenta a segunda quantidade (o preço do kg das cerejas no Pingo Doce, com mais 0,50€ do que o preço no Continente), então os sujeitos devem adicionar o símbolo para Pingo Doce associado a 0,50€ à direita da sequência numérica.

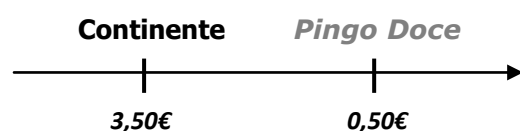


Figura 32: Representação do formato sequencial “*number line*”

De acordo com esta representação, o modelo do problema consiste em dois objetos: Continente e Pingo Doce (representando o preço das cerejas em cada loja), com a sua relação representada pela sua posição relativa no formato sequencial.

Resumindo, os sujeitos que constroem o “modelo mental do problema” alteram, nesta fase da compreensão, o formato da sua representação de uma “*proposition-base*” para “*object-base*”. Contrariamente a este procedimento, os sujeitos que usam a “*direct translation*” constroem uma representação mais improvisada (onde os números não são vinculados às variáveis) que corresponde a uma representação que contém menos informação do que o texto inicial.

Uma vez representada a informação do problema, os sujeitos passam à terceira etapa - *Planificação* - que corresponde à construção do plano de cálculo aritmético necessário para resolver o problema.

²⁷ O “*number-line*” é uma abstração de uma representação fortemente associada com a noção de um instrumento de medida de continuidade.

Lewis (1989) ensinou os alunos a representar as proposições dos problemas verbais de matemática de forma pictórica como variáveis ao longo de uma linha numérica.

A associação entre o número e a linha tem tido expressividade desde os tempos da Babilónia (Wilder, 1968). Os gregos, intuitivamente, conceberam os números reais como portadores de magnitudes lineares. A ideia grega de “magnitude” conduziu ao entendimento de “*numbers as measured off on a line*” (Bourbaki, 1994, p. 121).

O planeamento é baseado no conhecimento estratégico, ou seja, em estratégias gerais, tais como encontrar um problema semelhante, reorganizar os dados do problema e segmentar o problema em sub-etapas (Schoenfeld, 1985; Mayer, 1992).

No caso do problema em análise, o plano correto de solução é a adição de 0,50€ ao preço das cerejas no Continente (3,50€) e, em seguida, a multiplicação do resultado desse cálculo por 4kg.

Os sujeitos que optam pela “*Direct Translation Strategy*”, provavelmente, basear-se-ão na expressão linguística que marca a declaração relacional (“*menos do que*”) e nos números (“3,50€” e “0,50€”) que tinham sido identificados em cada declaração. Como a palavra “*menos*” é associada à subtração, os sujeitos, muito provavelmente, avançarão com um plano de solução errado, ou seja, subtraindo 0,50€ ao preço das “*cerejas no Continente*” e multiplicando, depois, o valor obtido por 4kg.

Seguindo esta sequência, os sujeitos cumprem a última etapa da resolução do problema, “*Executing*”²⁸, executando o plano que foi expresso da seguinte forma:

$$(3,50€ - 0,50€) \times 4kg = 12,00€$$

Os erros cometidos nesta fase dificilmente são detetados pelos sujeitos.

Pelo contrário, os sujeitos que usam *Problem Model Strategy* constroem uma representação coerente em que o seu plano de solução inclui uma representação do custo do kg das “*cerejas no Continente*” em relação ao custo do kg das “*cerejas no Pingo Doce*”. A posição relativa de “*Continente*” e de “*Pingo Doce*” no formato sequencial determina que o valor de kg das “*cerejas no Continente*” deve ser de adicionar, uma vez que “*Pingo Doce*” se encontra à direita de “*Continente*”. Esta representação permite aos sujeitos desenvolverem um plano que pode ser representado pela seguinte expressão matemática:

$$(3,50€ + 0,50€) \times 4kg = 16,00€$$

Este procedimento não só vai garantir uma precisão no plano de solução e o consequente sucesso da sua execução, como permitirá monitorizar o processo de solução. Se os sujeitos calcularem um valor para o preço por kg no “*Pingo Doce*” que

²⁸ A última ou quarta etapa corresponde à *Execução da resolução*, ou seja, à realização de um procedimento de solução. Esta etapa exige o conhecimento processual, i.e., o uso de algoritmos como forma de somar, subtrair, multiplicar ou dividir (Mayer, 1992).

seja inferior a 3,50€, reconhecerão que está errado, porque o preço terá que ser maior do que o preço no “*Continente*”, e poderão corrigir os cálculos.

Em suma, a *DTS* consiste, inicialmente, num processo de tradução, em que o sujeito representa mentalmente cada declaração do problema como uma rede semântica e, posteriormente, num processo de integração, onde o sujeito extrai números e palavras-chave para realizar as operações aritméticas. O resultado do plano de solução pode ser incorreto, nomeadamente em problemas em que as palavras-chave relacionais sugeriram operações incorretas (i.e., quando o problema contém palavras como “menos” mas requer uma operação de adição ou vice-versa).

Em contraste, a *PMS* inclui o mesmo processo de tradução mas agrega um processo diferente de integração, em que o sujeito busca uma construção mental da situação descrita no problema. Aqui, o resultado da solução é muito provavelmente correto, mesmo em problemas em que as palavras-chave relacionais sugeriram operações incorretas. Por este motivo, a *DTS* é reconhecida como uma estratégia impulsiva que pode conduzir ao insucesso da resolução de problemas, enquanto a *PMS* é a estratégia recomendada para a promoção do sucesso da tarefa.

Não obstante a relevância dos estudos que permitiram identificar os processos cognitivos fundamentais que enformam a resolução de problemas (o processamento da informação e os procedimentos e as estratégias), denota-se o seu carácter redutor, na medida em que apenas contemplaram os problemas verbais monomodais, cujos contextos são exclusivamente formados por informação alfanumérica.

Ora, quando se trata da resolução de problemas bimodais, em que concorrem no mesmo enunciado vários sistemas de representação, há que ter em consideração a relevância, as especificidades e a variedade dos diferentes tipos de representações, uma vez que ao cumprirem várias funções²⁹ implicam, naturalmente, custos mais elevados de processamento.

²⁹ Duval (1998, 2007) postula a integração dos registos semióticos nos modelos de arquitetura cognitiva dos indivíduos, argumentando que as diferentes representações semióticas utilizadas na atividade matemática cumprem várias tarefas cognitivas, tais como: a comunicação (para tornar visíveis e acessíveis as representações mentais); o desenvolvimento das representações mentais, que dependem da interiorização das representações semióticas; a realização de funções cognitivas como a objetivação (expressão interna que se presta ao entendimento individual) e o tratamento (transformação de representações); a produção de conhecimento, atendendo a que existe uma grande variedade de representações de um mesmo objeto matemático.

Como argumenta Duval (2007), a compreensão de um enunciado de um problema verbal passa, numa primeira instância, pelo reconhecimento das representações semióticas que cumprem funções distintas, ainda que tenham em comum a mesma finalidade: representar os objetos.

Nesta ótica de análise, Duval defende, ainda, a necessidade de distinguir o objeto da sua representação, uma vez que, operando em mais do que um sistema de representação, é primordial o entendimento de que nenhum dos registos de representação é o objeto matemático, mas que apenas o representa. Por exemplo, o desenho de uma circunferência, a palavra *circunferência*, a equação de uma *circunferência* são três representações diferentes que se referem ao mesmo objeto conceitual “*circunferência*”, mas nenhuma destas representações pode ser entendida como uma circunferência de facto, senão apenas como uma sua representação.

Um qualquer registo de representação vai depender de um sistema semiótico que permita:

(i) a formação de uma representação identificável (língua natural, figuras geométricas, fórmulas, desenhos);

(ii) o tratamento, que consiste na transformação da representação no interior do mesmo registo que pertence ao mesmo sistema semiótico. Resolver uma equação ou completar uma figura segundo critérios de conexidade e simetria são exemplos de transformações que mobilizam apenas um só registo de representação. O tratamento é portanto uma transformação interna de uma representação numa outra da mesma natureza;

(iii) a conversão, que corresponde ao processo de transformar uma dada representação numa outra de natureza diferente, i.e., passar de um sistema semiótico a outro, de modo a conservar os mesmos objetos denotados, sendo necessária a coordenação entre os vários registos (Duval, 2007, p. 16). Trata-se portanto de uma representação externa em que ocorre uma operação cognitiva que pode ser descrita como uma mudança na forma.

Nos problemas bimodais, a atividade de conversão assume um papel preponderante do ponto de vista cognitivo, na medida em que ocorre como a atividade de transformação representacional fundamental que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão.

“Na passagem de um registo semiótico para um outro, é necessária a articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos registos. Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração em cada um dos registos. A conversão das representações, quaisquer que sejam os registos considerados, é irreduzível a um tratamento” (op. cit., p. 17).

Num enunciado de um problema verbal, um registo semiótico pode aparecer explicitamente privilegiado, o que não reduz a possibilidade de passar de um registo de representação a outro no momento de encarar a resolução do problema e, sobretudo, de conhecer as propriedades e/ou as funções diferentes de cada um desses registos.

Um modelo adequado para explicar os mecanismos de compreensão dos problemas verbais deve atender aos processos cognitivos envolvidos quer no tratamento da informação quer nos procedimentos e nas estratégias de resolução sem descurar, no entanto, a diversidade de registos de representação semiótica, que os enunciados dos problemas agregam, e a sua influência no processamento da informação.

4. Processos cognitivos envolvidos na leitura

“Reading is a cognitive process involving most of the brain function: sensory, motor, language, attention, expectancy, coding, categorization, comprehension, selection and various kinds of memory.” Mackworth (1972, p. 701)

Em termos cognitivos, a leitura é uma atividade complexa que envolve inúmeros processos psicológicos, que se encontram a vários níveis diferentes e que, começando pelo estímulo visual, permitem, através de uma atuação global e coordenada, a compreensão de um texto (Citoler & Sanz, 1997).

A leitura de textos envolve processos de compreensão, *declarative knowledge*, que correspondem ao conhecimento das letras, palavras, fonemas, grafemas, esquemas, estratégias e competências, e *procedural knowledge*, que diz respeito ao conhecimento que é necessário para aprender a ler e que é composto por vários processos cognitivos.

Para Gagné *et al.* (1993, p. 267), o ato de ler implica quatro tipos de processos cognitivos:

(i) Descodificação - pressupõe a ativação do significado das palavras na memória semântica, quer através da ativação visual da palavra impressa, quer através da correspondência grafema-fonema (letra-som);

(ii) Compreensão literal - a ativação do significado das palavras em formato de frases;

(iii) Compreensão inferencial - da ideia subjacente à frase;

(iv) Monitorização da compreensão - definição de um objetivo de leitura, a sua verificação e a implementação de estratégias para atingir o objetivo. A integração, a síntese e a elaboração de informação integram este processo.

Do ponto de vista da Psicolinguística, a leitura consiste num processo ativo, autodirigido por um leitor que extrai do texto (considerado não apenas como uma página escrita, mas também como combinações de imagens, diagramas, gráficos, etc.) um significado que foi previamente codificado por um emissor (Sequeira & Sim-Sim, 1989).

Vilches (1983, p. 61) designa o ato da leitura como:

“... toda a leitura visual não é outra coisa senão procurar uma chave, um tópico ou uma estrutura, que permita estabelecer a correlação entre o aspecto formal e sistemático de uma expressão ou a estrutura superficial e o aspecto formal e sistemático de um conteúdo ou estrutura profunda.”
(tradução nossa).

A análise destas definições admite que a extração do significado e a consequente apropriação da informação veiculada pelo texto parecem constituir os objetivos fundamentais da leitura, dependendo do nível de compreensão atingido e do conhecimento prévio que o leitor tem sobre o assunto visado.

O processo de leitura envolve atividades muito diversificadas devido à variação que se regista na intervenção dos diversos fatores da própria comunicação.

Como referem Gibson & Levin (1985), a leitura constitui um processo adaptativo e flexível, variando de acordo com o tipo de texto e os objetivos do leitor, não cabendo, por isso, num único modelo teórico. Se não existe apenas um processo de leitura, também não pode existir apenas um modelo de leitura (*ibidem*, p. 438).

Durante muito tempo, até finais do século XIX, a Psicologia admitia que a leitura era um processo de decodificação gráfica em fonemas que, por adição de sons, dava acesso à fonologia da palavra (Chall, 1967, referido por Sousa, 1999).

Os avanços tecnológicos, que facultaram o desenvolvimento de métodos e técnicas inovadoras de registo do movimento dos olhos, o aperfeiçoamento dos sistemas de *Eye Tracker*, que permitiu efetuar o rastreamento e o registo dos movimentos oculares com maior precisão, e o desenvolvimento de teorias gerais sobre a linguagem contribuíram de forma significativa para o reconhecimento dos processos cognitivos desencadeados durante a tarefa da leitura.

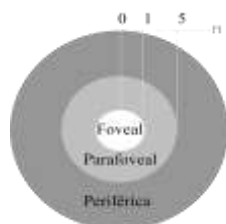
As investigações de Cattell (1886) e dos seus seguidores, referenciadas por Henderson *et al.* (1995), evidenciaram a superioridade percetiva das palavras - *word superiority effect* - e romperam com as teorias de identificação serial de letras, dando lugar às teorias globais da leitura.

As experiências de Cattell sugeriram que o processo de leitura seria uma espécie de seqüências de imagens rápidas, enviadas ao cérebro através dos movimentos oculares, em que quer os estímulos quer as respostas são imediatos e baseados na globalidade da palavra ou da frase lida. Esses estudos também definiram a percepção

como um fenômeno unitário em que os processos sensoriais e perceptivos são isométricos e em que os elementos do campo visual³⁰ são apreendidos instantânea e simultaneamente em cada ato perceptivo.

Geyer (1970), integrando os resultados experimentais das experiências taquitoscópicas e oftalmográficas, sugeriu um modelo de leitura que representa os sistemas que atuam entre a apresentação do estímulo visual e a resposta. De acordo com o autor, a imagem visual é inserida sequencialmente durante a fixação ocular a um ritmo aproximadamente de 8ms por elemento. Os movimentos sacádicos progressivos têm a finalidade de colocar os olhos na melhor posição para a percepção do estímulo visual, enquanto as sacadas regressivas cumprem a função de coordenar a entrada de informação com a produção de resposta. Os elementos, transformados e organizados em unidades de ordem superior, são transferidos para uma espécie de armazém icônico que funciona como um recuperador temporal entre a fase sensorial e a resposta. Segue-se a produção de uma resposta verbal coberta que é transferida para um outro sistema de armazenamento temporário, apelidado por outros autores de “memória de curto prazo”, para posteriormente ser produzida a resposta aberta. Desta forma, entre o

³⁰ Aquilo que o ser humano consegue ver do mundo que o rodeia é designado por **campo visual**. Cada parte da retina “enxerga” uma parte particular do campo visual. Os indicadores dos fotorreceptores são captados por nervos especiais - **células ganglionares** - que transmitem o sinal para o cérebro através do nervo ótico. Desta forma, cada célula ganglionar é responsável por ligar uma porção da retina ao cérebro.



Esquema do campo visual
(adaptado de Antti
Aaltonen, 2000)

O campo visual divide-se em três regiões assimétricas: foveal (fóvea), parafoveal (parafóvea) e periférica (perifóvea).

A **fóvea** é originada pelo facto de existir uma pequena depressão na retina, na qual não existem células ganglionares nem bipolares, sendo os cones e os bastonetes estimulados diretamente pelos raios luminosos.

A região foveal capta a informação mais importante do estímulo e tem uma abrangência de 1° do ângulo de visão. Como refere Sanders (1993), nesta região um estímulo pode ser identificado sem ser necessário mover os olhos. Na leitura, por exemplo, é de 2° de ângulo visual. O 1° é equivalente a 3 - 4 espaços de letra.

Os humanos possuem uma percepção muito detalhada no centro do campo visual que diminui nas regiões periféricas.

A **zona parafoveal** estende-se a aproximadamente 4 - 5°, captando a informação visível à volta do estímulo. É possível obter alguma informação relevante para o processamento do estímulo, mediante o movimento dos olhos.

A **região periférica** inclui tudo o que fica no campo visual para além da região parafoveal. É pouco clara e dela não é possível recuperar informação pertinente, por exemplo, para a leitura. A colocação de um objeto, que se encontra nesta zona, na região foveal implica o movimento da cabeça (Rayner, 1998). Esta região reage ao brilho dos objetos e a movimentos súbitos. Tem 15-50% de acuidade visual e é também menos sensível à cor.

As limitações associadas à acuidade visual, que vai diminuindo do centro da fóvea para a periferia, promovem a frequência de movimentos oculares, designados por movimentos sacádicos.

“input” visual e o “output” verbal atuam três sistemas de processamento - o sensorial, o do reconhecimento e os processos motores - sustentados por dois sistemas de armazenamento - icônico e verbal - que permitem a manutenção da informação no tempo necessário ao seu processamento.

De acordo com este modelo, a Psicologia da percepção não contempla a influência do contexto ou das expectativas para reconhecer que os processos perceptivos básicos, como o reconhecimento das palavras, estão “*informationally encapsulated*”³¹ (Stanovich, 1991).

4.1. Processamento da informação verbal

O advento da Psicologia Cognitiva desencadeou o interesse pelos processos linguísticos e efetivou progressos significativos no conhecimento dos processos que estão na base da leitura.

A abordagem cognitiva é feita por diversas perspectivas, confinadas ao seu paradigma dominante - **a teoria do processamento da informação**. Este paradigma estabelece a associação entre o processamento humano e o informático, postulando a coexistência de três fases distintas de processamento - o sensorial, a memória de curto prazo e a memória de longo prazo – ao longo das quais se desloca a informação à medida que é processada pelo cérebro.

No âmbito desta perspectiva, os modelos distinguem-se, frequentemente, pela preponderância que atribuem aos processos de ordem inferior ou de baixo nível - **modelos ascendentes** do tipo “*bottom-up*”- (também designados por “*text-based*” ou “*data-driven processing*”), em que as operações perceptivas ocupam um lugar de destaque, ou aos processos de ordem superior ou de alto nível - **modelos descendentes**, do tipo “*top-down*”, onde são valorizadas as operações cognitivas. Para além destes, salientam-se ainda os **modelos interativos**, cuja representação não é linear, mas pressupõem a convergência, em simultâneo, de várias fontes de informação:

“An interactive model of reading assumes that skills at all levels are interactively available to process and interpret the text [...] This model incorporates the implications of reading as an interactive process – that is,

³¹ “informativamente encapsulados”, i.e., não são afetados por hipóteses de nível superior ou conhecimentos gerais.

the use of background knowledge, expectations, context, and so on. At the same time it also incorporates notions of rapid and accurate features recognition for letters and words, spreading activation of lexical forms – that is, a processing that does not depend on context for primary recognition of linguistic units.” (Eskey & Grabe, 1988, p. 224).

4.1.1. Modelos ascendentes de processamento da informação verbal

O modelo de Gough (1972) é uma das referências centrada na descrição dos processos de ordem inferior que singulariza a leitura como um processamento serial, a partir de uma sequência linear - das letras para os sons, para as palavras, para as frases e, por último, para o significado. Este modelo de base indutiva recupera alguns dos pressupostos behavioristas, na medida em que o processo começa com um estímulo sensorial e termina com uma resposta. O autor do modelo descreve cada etapa do processo de leitura como uma série de estádios discretos que se iniciam quando os olhos captam o “input” de cada letra do texto impresso (fig. 33).

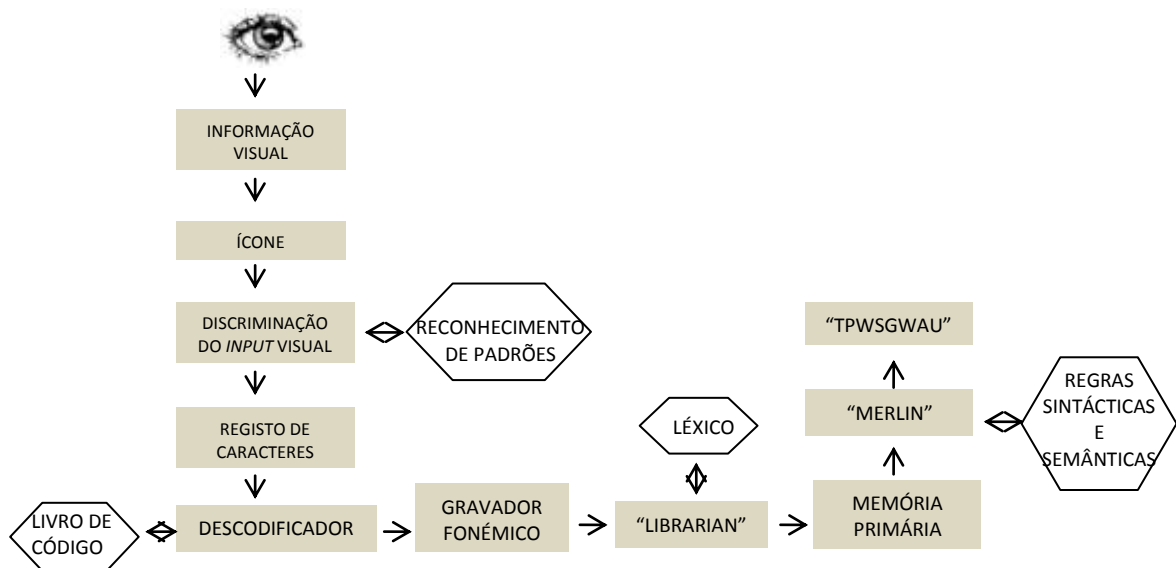


Figura 33: Modelo ascendente de processamento da informação verbal de Gough (1972)

A leitura inicia-se com uma fixação do olhar, que se mantém cerca de 250ms, captando aproximadamente 15 a 20 letras. Quando a fixação inicial é alcançada, um modelo visual é refletido na retina, o que estabelece uma sequência intrincada de atividades no sistema visual, culminando na formação do ícone ou imagem icónica. Essa imagem ou ícone permanece durante uma fração de segundos na retina, dando lugar, em seguida, ao reconhecimento de padrões, ou seja, as letras. Com o auxílio das rotinas

de reconhecimento de padrões, o visionamento efetua um registo de caracteres, que é uma espécie de decodificador que atua usando um “livro de códigos”, onde estão contidas as correspondências grafo-fonológicas. A decodificação, que transforma os códigos de letras em códigos fonológicos, origina um mapeamento da informação impressa, por meio de uma cadeia de fonemas sistemáticos, cuja representação fonética é registada pelo “gravador fonémico” e dá-se início à pesquisa lexical no “*librarian*”, que examina o arquivo lexical à procura do significado da palavra. Os itens lexicais são armazenados na memória primária ou operacional (uma espécie de memória de curto prazo), com uma capacidade limitada de quatro a cinco palavras, e são processados conjuntamente com a informação fonética e semântica até que a cadeia de itens lexicais seja entendida.

Quando as palavras são integradas numa frase, ativa-se um dispositivo, que Gough apelidou de “*Merlin*”, que busca as regras sintáticas e semânticas, funcionando como uma espécie de memória secundária. Uma vez processada a compreensão da frase, esta segue para o “TPWSGWAU”, ou seja, “*the place were sentences go when they are understood*”³². Se ocorrer alguma falha ao nível do “*Merlin*”, são ativados processos de reanálise, através dos quais os leitores realizam regressões às regiões anteriores em busca de informação adicional. Terminado o processamento da frase, outros itens podem entrar novamente no sistema para percorrerem as mesmas etapas, sucessivamente.

Este modelo, que atribui ao leitor o papel de decodificador, foi considerado um contributo importante no ensino das línguas, através da aplicação em exercícios que enfatizam habilidades gramaticais e o desenvolvimento do vocabulário, sobretudo para os leitores não nativos que se centram mais no significado individual das palavras e que revelam dificuldades em sintetizar informações através das frases e dos parágrafos (Carrell, 1988), para além de ter sido validado em algumas pesquisas que comprovaram que os bons e os maus leitores se distinguem pela superior competência fonológica dos primeiros (Stanovich, 1985). No entanto, este mesmo modelo tem sido alvo de alguma contestação, sustentada por diversos estudos empíricos, que denunciam a ausência de

³² O local para onde vão as frases quando são entendidas (tradução nossa).

interação entre o processamento visual e os processamentos linguístico-cognitivos³³ e a falta de sustentabilidade de vários outros aspetos, como os efeitos contextuais ou o acesso lexical limitado apenas pela via fonémica, a que o modelo não dá resposta. O próprio autor do modelo não foi alheio a estas constatações e, treze anos após a sua formalização, reconheceu-lhe algumas limitações, reiterando, contudo, que a base conceptual do mesmo se mantinha válida, ou seja, o reconhecimento das palavras é uma competência central na leitura e a leitura fluente está dependente das competências de descodificação automatizada.

Ainda na década de 70, a abordagem do processamento da informação nas pesquisas sobre leitura é reforçada pelo modelo proposto por La Berge & Samuels (1974), conhecido como modelo de processamento automático, que segundo os próprios autores *“descreve os principais estágios envolvidos na transformação de padrões escritos em significado e relaciona os mecanismos de atenção ao processamento em cada um desses estágios”* (apud. Kleiman, 1989, p. 25). Este modelo complexo baseia-se na premissa de que os estímulos bem apreendidos são processados e transformados numa representação interna, ou código, independentemente do foco de atenção no momento da apresentação do estímulo.

De acordo com Kleiman (1998), os dois aspetos mais representativos do modelo são o desenvolvimento de automatismos e as opções de processamento do leitor experiente. Para o processo chegar a ser automático, os autores postulam três ou quatro estádios de aprendizagem perceptual:

1º estágio - O leitor procura, no estímulo visual, as dimensões relevantes para a discriminação de traços distintivos (abertura, orientação espacial da letra, entre outras). Esta busca tornar-se-á automática, quando o leitor tiver realizado muitas tarefas discriminatórias;

2º estágio - O leitor “aprendiz” constrói um código de letras mediante a organização dos traços relevantes numa unidade maior, processamento esse que precisa da atenção do leitor;

³³ A falta de articulação entre os vários tipos de processamento não permite que seja evidenciada a natureza da leitura que acaba por ser desvirtuada e os leitores são estereotipados de forma excessiva, uma vez que o padrão dos movimentos oculares não é uniformizado, podendo o leitor variar de padrão de leitura no decurso do processo de leitura do mesmo texto (cf. Kleiman, 1984).

3º estágio - O processo de organização dos traços relevantes (“*unitizing*”) torna-se automático. O procedimento visual pelo qual o sujeito alcança o estágio da unificação, “*scanning*”, pode também tornar-se automático com a prática;

4º estágio - Automatização do processamento.

Os processos de unificação das unidades que operam ao nível do código visual dependem da experiência dos leitores. Os leitores experientes têm opções relativamente ao sistema em que se processará a unificação: se a leitura é fluente, poderão selecionar unidades visuais maiores; se a leitura é mais lenta, fruto da complexidade do material inscrito no texto, o leitor poderá selecionar padrões ortográficos para unificação no nível fonológico. Assim, durante a leitura rápida, não é dada nenhuma atenção ao sistema visual. A unidade visual mais alta disponível é a que ativa automaticamente o seu código fonológico correspondente. Na leitura lenta, a atenção está centrada no sistema visual, onde uma maior ativação é dada às unidades menores, resultando na ativação de unidades fonológicas menores que são, subsequentemente, ligadas de forma automática a unidades fonológicas maiores.

O significado da palavra é ativado mediante uma associação direta entre a unidade fonológica e a unidade semântica, que é automática pela experiência com a fala.

Ainda conforme Kleiman (*op. cit.*, p. 26), o modelo é rico em “*predicações sobre o desenvolvimento de automatismos no processo de alfabetização*”. Com efeito, o desenvolvimento de automatismos reforça-se a partir da prática e da repetição. A fim de organizar o material em unidades superiores (grupos de frases, por exemplo), as crianças precisam atender a esta tarefa. No entanto, como apenas objetiva a explicação de processos de ordem inferior (a investigação empírica que esteve na base da conceção do modelo limitou-se à predicação de microunidades, nomeadamente a latência na percepção e associação de letras em diversas condições de atenção), a sua relevância é limitada, tal como o modelo de Gough.

O modelo de Rayner & Pollatsek (1989) é um dos modelos mais influentes centrado nos processos de ordem inferior que analisa a importância dos movimentos

oculares no processamento da informação envolvida na leitura³⁴. Segundo os autores, a representação do texto vai sendo construída ao longo da leitura. A sequência do processamento inicia-se com a fixação ocular e a codificação inicial do material impresso é feita através de dois processos que funcionam paralelamente: o processamento foveal (correspondente à fixação direta das palavras) e o processamento parafoveal (extração da informação localizada à direita da fixação). A passagem da codificação inicial para o léxico, existente na memória a longo prazo, é feita através de duas vias alternativas: diretamente ou indiretamente, recorrendo à utilização de regras e analogias para criar um código auditivo. O significado da palavra ativa a representação acústica, que

³⁴ Dos movimentos oculares, as **sacadas** e as **fixações** são determinantes no processamento da informação.

As **sacadas** são movimentos balísticos voluntários, i.e., a sua trajetória não pode ser modificada depois de ter sido iniciada. Durante as sacadas, os olhos movem-se numa série de saltos oculares rápidos e súbitos e nenhuma outra informação visual pode ser percebida com clareza. As sacadas chegam a atingir uma velocidade de 500° por segundo e não têm um tamanho estandardizado, mas, em média, o comprimento de uma sacada corresponde a 8-9 caracteres. A sacada é separada por fixações (o período de tempo que os olhos permanecem relativamente parados) e tem a finalidade de colocar o objeto, a imagem ou um segmento textual que se observa com maior detalhe na fóvea.

Nas línguas como o português, o inglês e todas as outras, cujos textos são escritos e lidos da esquerda para a direita, a maioria das sacadas são movimentos para a frente, i.e., movimentos da esquerda para a direita, também conhecidas por **sacadas progressivas**. No entanto, cerca de 10-15% do tempo de leitura, os leitores movem os olhos atrás para ler o material anterior do texto. A estes movimentos dá-se o nome de **sacadas regressivas**, ou seja, movimentos dos olhos que são realizados para trás (da direita para a esquerda), e estão, normalmente, associados a dificuldades de compreensão. Muitas regressões tendem a ser curtas, apenas alguns espaços de letra, e resultam da necessidade do leitor compreender uma palavra. As longas regressões (mais do que dez caracteres para trás ao longo da linha do texto ou de outra linha) indiciam que o leitor não entendeu uma passagem do texto (Rayner, 1998).

As **fixações** são os períodos entre as sacadas em que os olhos estão praticamente imóveis. É durante este tempo que as informações textuais são processadas. As fixações ocorrem 5-7 espaços de letra numa palavra e tendem a não acontecer nos espaços em branco entre as palavras ou as frases.

O tempo médio das fixações está dependente da complexidade da informação a ser processada e é afetado pelo contexto e pela complexidade visual da palavra fixada. Henderson & Hollingworth (1999) salientam que estas pequenas pausas realizadas entre as sacadas apresentam uma durabilidade muito variável, que oscila entre um mínimo de 50ms e um máximo de 1000ms, sendo que a duração média regista-se entre os 200-300ms (Rayner, 1998).

Com o aumento do comprimento da palavra, a probabilidade de fixação de uma palavra aumenta. Rayner (1998) salienta os dados do estudo de Rayner & McConkie (1976), em que palavras com 2-3 letras são, normalmente, fixadas aproximadamente 25% do tempo, em comparação com palavras com 8 letras ou mais, que são sempre fixadas e às vezes mais do que uma vez.

Purves *et al.* (2004) reiteram a importância de outros movimentos voluntários (**movimentos de perseguição ou seguimento** “*smooth pursuit*”; **nistagmo** “*optokinetie nystagmus*”; **movimentos vestibulares** “*vestíbulo-ocular reflex*”; **movimentos de vergência** “*vergence*”) e involuntários (**tremores e cintilações**). Contudo, por se tratar de movimentos muito pequenos, os investigadores que trabalham o registo do movimento dos olhos no processamento da leitura consideram-nos “ruído”, adotando procedimentos de marcação no registo da leitura que os ignoram ou recorrendo a alternativas mais sofisticadas, em que estes movimentos são absorvidos pelos movimentos mais pertinentes que podem oferecer informação essencial e útil para análise (Rayner, 1998).

constitui um discurso interno, reproduzindo a informação textual. Esta representação vai permitir a manutenção da informação na memória de trabalho, enquanto se preconizam os processos de compreensão.

Completo o acesso lexical da palavra fixada, inicia-se uma nova sacada e a atenção centra-se na palavra seguinte. Ainda que a palavra já tenha sido sujeita a um prévio processamento parafoveal, o acesso ao significado apenas ocorre durante o processamento foveal. O significado das palavras vai sendo integrado, paulatinamente, numa representação do texto construída na memória de trabalho.

O acesso lexical e a representação do texto podem ter influência nos movimentos oculares, revelando-se através da inflação do tempo e do número de fixações ou pela ocorrência de regressões sempre que se verificam dificuldades de compreensão. Este tipo de dificuldades pode manifestar-se também pelo abrandamento dos movimentos oculares, sustendo-se a fixação enquanto a memória de trabalho busca uma interpretação alternativa.

Em suma, os modelos de processamento ascendente concebem a leitura como um processo serial dirigido pelos *inputs*, que opera hierarquicamente desde os processos mais elementares até aos de nível superior, nunca sendo possível ativar qualquer outro processo sem que o anterior tenha terminado, ou seja, os processos sublexicais não operam sem que tenham recebido o produto dos processos perceptivos, os lexicais sem que tenham recebido o produto dos sublexicais, e assim sucessivamente (Vidal & Manjón, 2000). Assim, perante um texto, um leitor identificará, em primeiro lugar, as letras para, num segundo momento, as combinar em sílabas. Posteriormente, reunirá as sílabas para formar palavras que, por sua vez, formarão frases. Estes modelos apontam a consciência fonológica como um fator determinante na explicação das diferenças individuais na aprendizagem da leitura (Rego, 1995). Caracterizam-se pela sua limitação à microestrutura do texto, não reconhecendo a participação do contexto na compreensão do significado. A leitura é definida como um processo preciso, detalhado e passivo em que o leitor, simples descodificador, prioriza o processamento gráfico, centrando a sua atenção unicamente no texto. O texto é tratado, portanto, como um objeto completamente determinado e a leitura consiste na análise e descodificação desse objeto (Kleiman, 1989, p. 23).

4.1.2. Modelos descendentes de processamento da informação verbal

Ainda no decurso dos anos 70, a teoria da leitura, influenciada pela Psicolinguística, muda o foco do texto para o leitor, centrando-se na demonstração dos papéis que os leitores desempenham no processo de compreensão. Surgem, então, os modelos descendentes. Estes, ao contrário dos anteriores, estipulam estágios interpretativos, a partir de hipóteses fundamentadas no conhecimento linguístico e enciclopédico do leitor.

O modelo psicolinguístico de Goodman (1976) é um exemplo destes modelos que compreende a leitura como *“um processo não linear, dinâmico na inter-relação de vários componentes, utilizados para o acesso ao sentido, e uma atividade essencialmente preditiva de formulação de hipóteses, para a qual o leitor precisa utilizar os seus conhecimentos linguístico e conceitual e a sua experiência.”* (Kleiman, 1989, p. 30).

No modelo de Goodman (1970; 1998), a leitura é considerada um jogo de adivinhação em que o leitor formula e testa hipóteses. Ao contrário do postulado nos modelos ascendentes, neste modelo, o leitor não processa toda a informação advinda do texto, já que, de acordo com o autor, seria uma sobrecarga para a memória de trabalho, mas socorre-se de pistas que podem ser de natureza grafo-fónica, sintática ou semântica com o objetivo de chegar ao significado do texto - *“A leitura é uma conduta inteligente e o cérebro é o centro da atividade humana e do processamento da informação”* (Goodman, 1998).

Para construir o seu modelo, Goodman desenvolveu, durante vários anos, estudos empíricos em leitura oral com crianças, acumulando dados para fundamentar um modelo em que *“reading is psycholinguistic guessing game”*. Este modelo aproxima-se da teoria gerativo-transformacional, na medida em que postula a universalidade do processamento de leitura:

“Em todas as línguas, os leitores devem utilizar os mesmos índices psicolinguísticos e as mesmas estratégias. Devem selecionar, predizer, inferir, confirmar e corrigir. Devem passar através dos mesmos ciclos ótico, perceptivo, sintático e semântico.” (Goodman, 1987, p. 19).

De acordo com a afirmação do autor, evidenciam-se os três focos de sustentabilidade do modelo: os sistemas da linguagem, as estratégias cognitivas e os ciclos.

Os sistemas da linguagem integram diferentes níveis que dão aos leitores pistas de tipo: (i) grafo-fonémicas, (ii) léxico-gramaticais ou (iii) semântico-pragmáticas:

- (i) A linguagem oral e a linguagem escrita são sistemas semióticos com símbolos distintos: símbolos fonológicos e símbolos ortográficos, respetivamente;
- (ii) O nível léxico-gramatical inclui a sintaxe e a morfologia. Para a compreensão, destaca-se, ao nível da sintaxe, a ordem das palavras na frase e, ao nível morfologia, o sistema flexional (morfemas e afixos);
- (iii) O nível semântico-pragmático inclui, para além do significado das palavras, todo o sistema a partir do qual a linguagem pode representar significados pessoais e sociais complexos. O leitor aciona os seus esquemas prévios para ativar a compreensão pragmática que é simultaneamente textual e contextual.

Dentro de muitos outros pressupostos basilares do modelo de leitura de Goodman, destacam-se quatro ou cinco estratégias de leitura de que o leitor faz uso para efetivar a compreensão do texto e que se desenvolvem e se modificam durante o ato da leitura, a saber:

A predição - a capacidade do leitor antecipar-se ao texto, à medida que vai processando a sua compreensão;

A seleção - a capacidade de selecionar apenas os índices que são relevantes à sua compreensão e propósito. Como o autor afirma, *“se todos os leitores utilizassem todos os índices disponíveis, o aparelho percetivo ficaria sobrecarregado com informações desnecessárias, inúteis e irrelevantes”* (op. cit., p. 17);

A inferência - através da qual o leitor completa a informação, utilizando a sua competência linguística, o seu conhecimento conceptual e os esquemas que estão na sua mente;

A confirmação - utilizada pelo leitor para verificar se as predições estão certas ou se precisam ser reformuladas;

A correção - apenas é utilizada caso a predição seja infirmada. Neste caso, o leitor levanta outras hipóteses e busca outras pistas na tentativa de encontrar sentido para o que está a ler. Os leitores poderão ainda adotar uma estratégia compensatória, reavaliando a informação processada anteriormente como, por exemplo, voltar atrás no texto para recolher informação mais detalhada ou, simplesmente, repetindo a leitura.

A leitura é encarada, neste modelo, como um processo cíclico, que se inicia com um ciclo ótico, passa por um ciclo conceptual, seguindo para um ciclo sintático e concluindo com um ciclo semântico (fig. 34). À medida que a leitura progride, segue-se outra série de ciclos e assim sucessivamente. Cada um destes ciclos ensaia um significado e mistura-se com o seguinte. Através de predições e inferências é possível progredir para o ciclo seguinte, sem que o ciclo anterior esteja completo.

No ciclo ótico, o leitor vê o texto e fixa a informação; durante o ciclo percetual, procede à formação de imagens e organiza a informação em conjuntos significativos, usando os esquemas de que dispõe; no ciclo sintático, confere uma estrutura de superfície às frases e aplica as transformações necessárias para a atribuição de uma estrutura profunda; por último, o ciclo semântico (ou ciclo do significado) corresponde à assimilação da informação de acordo com os esquemas

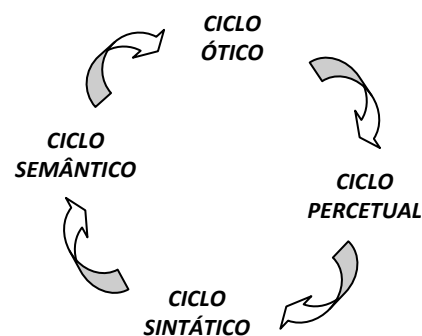


Figura 34: Ciclos de processamento da informação (Goodman, 1994)

formados ou à reestruturação dos mesmos de forma a integrar a informação recolhida (acomodação) “... a busca de significado é a característica mais importante da leitura e é no ciclo semântico que tudo adquire o seu valor.” (Goodman, 1987, p. 18).

Outra evidência importante neste modelo é o destaque atribuído ao papel de predição na leitura. Como afirma o proponente:

“A nossa capacidade de predizer pautas de linguagem é tão intensa que aquilo que acreditamos ver é, na sua maior parte, o que esperamos ver” (ibidem, p. 18).

Geralmente, o leitor fica satisfeito quando o que vê faz sentido e vai ao encontro das suas predições. No momento em que se alcança o sentido do texto, fica-se com a impressão de que todos os detalhes gráficos do texto foram vistos, o que reforça a eficácia do ciclo percetual.

Este modelo apresenta ainda uma outra vertente que está relacionada com o conceito da não-linearidade. O leitor fluente faz a abordagem de um texto com expectativas baseadas no conhecimento que tem sobre o tema. À medida que avança na leitura, confirma ou revê as suas expectativas, recorrendo às chaves ortográficas,

sintáticas e semânticas do texto. Goodman é categórico ao afirmar que a descodificação³⁵ básica ocorre diretamente da informação visual para o significado. Na leitura fluente, o leitor praticamente não depende do seu conhecimento grafo-fônico, mas sim de um conhecimento linguístico relacionado especialmente com a sintaxe e a semântica. Daqui, a sua teoria basear-se mais na confiança do significado do que nos estímulos grafo-fônicos.

À semelhança de Goodman, Smith³⁶ (1971, 1973, 1978) assumiu uma perspectiva psicolinguística, enfatizando os processos descendentes como fatores indispensáveis para uma leitura eficaz. Defendeu que a leitura letra-a-letra ou palavra-a-palavra era altamente deficitária, tendo em conta que o sentido de uma palavra tende a ficar esquecido antes de o leitor atingir o sentido da palavra seguinte, ou seja, as técnicas de leitura que se constituem na individualização dos elementos do discurso não são suscetíveis de criar no leitor relações significantes. O autor considera que, apesar dos estudos empíricos que se baseiam no registo do movimento dos olhos mostrarem que os olhos fixam quase todas as palavras individualmente, não significa que o cérebro as processe individualmente, uma vez que na linguagem não há uma correspondência direta entre estruturas de superfície (aspectos observáveis da linguagem) e estruturas profundas (significado). Para fundamentar esta afirmação, deu como exemplo as palavras homónimas (têm a mesma estrutura de superfície e significados diferentes) e os sinónimos (diferentes estruturas de superfície e significados idênticos).

Smith acentua a importância do conhecimento prévio do leitor no momento de interagir com o texto:

“A habilidade na leitura, na verdade, depende o mínimo possível do uso dos olhos e, à medida que nos tornamos leitores fluentes, aprendemos a confiar naquilo que já conhecemos, naquilo que está além dos olhos e, cada vez menos, no que está impresso na página diante de nós.” (Smith, 1978, p. 9).

³⁵ O termo descodificação assume, no modelo de Goodman, um sentido diferente daquele que empregam outros teóricos que usam o termo para descrever a passagem do “input” gráfico para o “input” fonético (Goodman classifica este processo de recodificação). Para Goodman, descodificação é a passagem direta do estímulo visual para o significado. Assim, a descodificação pode ser direta [grafema > significado] ou mediada [grafema > fonema > significado] (Samuels & Kamil, 1984, p. 187).

³⁶ Frank Smith (1971) não concebeu exatamente um modelo de leitura, enquanto representação especificamente elaborada para identificar ou exemplificar a estrutura e o funcionamento do processamento da informação no decurso da leitura. Os seus estudos tiveram como objetivo central a descrição dos processos cognitivos e linguísticos que são inerentes ao ato de ler.

Um dos traços distintivos do modelo de Smith é a enunciação do processo de leitura como um esquema abrangente que envolve, para além do conhecimento linguístico e das operações cerebrais, a aprendizagem dos sujeitos. É desta forma que o autor argumenta que

“A leitura não pode ser compreendida sem serem considerados os fatores perceptivos, cognitivos, linguísticos e sociais, não somente de leitura, mas do pensamento e da aprendizagem em geral.” (Smith, 1989, p. 12).

Smith (1994) considera a compreensão como a obtenção de respostas às perguntas colocadas pelo próprio leitor durante a leitura e, seguindo a mesma linha de pensamento de Goodman, coloca o leitor num papel mais central nesse processo, ao sugerir que a leitura eficaz depende mais da informação não-visual do que da informação visual, ou seja, quanto mais informações não-visuais o leitor tiver, de menos informações visuais (do próprio texto) ele vai precisar para compreender o texto. Deste modo, a partir da interação entre os elementos extraídos do texto e o conhecimento prévio, ativado durante a leitura, o leitor consegue compreender o texto lido. A leitura é dificultada, quando o leitor não pode fazer uso dos seus esquemas conceptuais e do seu conhecimento do mundo.

Em suma, os defensores dos modelos descendentes enfatizam os processos de ordem superior como ponto de partida para a leitura, bem como a leitura visual (reconhecimento de palavras sem descodificação) que possibilita o acesso à compreensão (Viana, 1998). Alimentam a crença de que os bons leitores têm uma leitura fluente porque buscam o significado sem intermediação dos processos inferiores.

A leitura é, pois, um jogo de predições, guiado pela semântica, em que a escrita serve como elemento de verificação das sucessivas hipóteses de significado elaboradas pelo leitor (Goodman, 1967). Para os defensores deste modelo, a origem das principais diferenças individuais na leitura situa-se na insuficiente utilização das informações sintático-semânticas (Rayner & Pollatsek, 1989; Rego, 1995).

4.1.3. Modelos interativos de processamento da informação verbal

Na década de 80, afirmam-se os modelos interativos para aproximar as diferenças existentes entre os dois modelos anteriores (ascendentes e descendentes),

ou seja, de âmbito mais abrangente, envolvem tanto os modelos centrados no texto como no leitor.

Estes modelos consideram não apenas o conhecimento prévio e a interação de diversos conhecimentos do sujeito como também a interação do leitor com o autor através do texto, contemplando aspectos psicológicos e sociais dos interlocutores (Kleiman, 1989, pp. 30-32).

Entre os diferentes modelos interativos desenvolvidos, destacam-se o de Rumelhart, principal representante dos modelos interativos, e o de Stanovich. O primeiro evidencia-se pela explicação que dá da organização do conhecimento prévio na memória e o seu uso durante a leitura; o segundo distingue-se pela sua argumentação a favor de estratégias compensatórias.

Com base nos resultados de vários estudos, estes modelos concebem a utilização, em simultâneo e interactivamente, das capacidades de ordem superior e de ordem inferior, estratégias ascendentes e descendentes.

Há evidências empíricas que atestam os efeitos da estrutura ortográfica na percepção das letras (Johnston & McClelland, 1974), efeitos da sintaxe na percepção das palavras (Goodman & Goodman, 2004), efeitos da semântica na percepção das palavras e da sintaxe (Rieben *et al.*, 1991) e efeitos gerais da pragmática na percepção do significado (Rumelhart, 2004).

No modelo interativo de Rumelhart (1994), são considerados mecanismos básicos de processamento e, portanto, não eliminatórios, podendo acontecer de maneira simultânea ou em paralelo. De acordo com este modelo, na construção do significado do texto, o leitor utiliza informações de natureza visual, ortográfica, lexical, semântica e sintática, sendo que as informações desses diferentes níveis podem ser processadas em paralelo.

Como se pode observar na figura 35, os componentes do modelo de Rumelhart são: a fonte de informação visual (“*input*” gráfico), o dispositivo identificador de traços, o sintetizador de padrões, o conhecimento sintático, o conhecimento semântico, o conhecimento ortográfico e o conhecimento lexical.

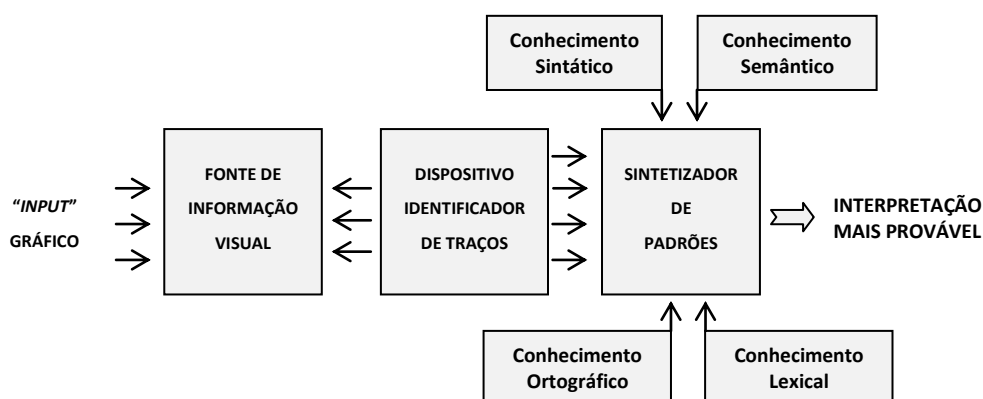


Figura 35: Modelo interativo de processamento da informação verbal de Rumelhart (1994).

Neste modelo, a informação gráfica (*“input” gráfico*) entra no sistema através de um registo num *“armazém”* de informação visual. Um *“dispositivo identificador de traços”* analisa a fonte de informação visual, extraindo as características principais que serão o *“input”* sensorial enviado para o *“sintetizador de padrões”*. Este dispositivo, para onde converge o fluxo principal de informações (semântica, sintática, lexical ou ortográfica), funciona como um *“centro de mensagens”*, que é concebido como um espaço tridimensional³⁷ que tem várias competências. Como cada fonte de conhecimento alimenta a informação ao longo do processamento do texto, o *“centro de mensagens”* retém essa informação, num *“depósito”* temporário, também conhecido por memória de curto prazo. Aqui, cada hipótese formulada é confirmada ou infirmada pelo escrutínio das diversas fontes de informação.

Em síntese e de acordo com o exposto, as várias fontes de informação influenciam-se umas às outras para processar a interpretação definitiva do texto. Os processos de ordem superior (o conhecimento sintático e o conhecimento semântico) têm influência nos processos de ordem inferior (o conhecimento lexical e o conhecimento ortográfico) na tarefa da compreensão.

Stanovich (1980) elaborou o seu próprio modelo de leitura, denominado interativo-compensatório, para explicar os efeitos contextuais no reconhecimento das palavras. Interativo porque os processos ascendentes e descendentes ocorrem

³⁷ Uma dimensão diz respeito à posição na linha do texto; a outra dimensão integra o nível a que corresponde a hipótese formulada (letra, palavra ou frase); uma terceira dimensão será a das hipóteses alternativas criadas e mantidas em paralelo em cada um dos níveis (Rumelhart, 1994).

simultaneamente em todos os níveis de processamento da informação; compensatório porque entre os níveis inferiores e superiores opera uma função compensatória, uma vez que os pontos fracos de qualquer nível podem ser compensados pelos pontos fortes de um outro nível. Como o próprio autor argumenta, prevalece o princípio de que “*um processo em qualquer nível pode compensar deficiências em qualquer outro nível*” (op. cit., p. 36).

O modelo em pauta defende que a interatividade entre os diversos processos e a sua não linearidade permite que o *deficit* em algum ponto do processo seja compensado por outra fonte de informação. A falta de conhecimento sobre um determinado assunto (que reduz a capacidade de predizer) poderá ser compensada por uma leitura predominantemente ascendente (*bottom-up*). A hipótese compensatória também pode ocorrer quando o leitor é imaturo ou não reúne as competências básicas de leitura, revelando dificuldade no reconhecimento das palavras, mas conhece o assunto do texto. Nestas circunstâncias, o leitor apela para os processos descendentes (*top-down*) para compensar essa lacuna e conseguir a compreensão do texto. Essa capacidade de compensação explica resultados aparentemente anómalos de maus leitores que apresentam maior sensibilidade ao contexto do que os bons leitores.

Os modelos de processamento interativo possuem três características fundamentais: ao contrário de um processo linear ou de estádios, existe um tipo de processamento em paralelo, ou seja, de cooperação entre os processos perceptivos, ortográficos, lexicais, sintáticos e semânticos; perante uma proposta de que cada nível permanece inativo enquanto não recebe o produto final processado pelo precedente, verifica-se que cada um deles é sempre “uma base de dados” para todos e cada um dos outros; a compreensão da leitura não é uma consequência exclusiva do processamento semântico, mas um produto da integração ativa da informação procedente de todos e de cada um dos processos de leitura.

Um outro modelo interativo, e um dos mais representativos do estudo da compreensão de frases como uma tarefa de processamento de informação semelhante ao da computação, é o modelo de Just & Carpenter (1980).

Concebido a partir da investigação sobre os movimentos oculares na leitura - “*the model proposes that gaze durations reflect the time to execute comprehension*

processes" (Just & Carpenter, 1980, p. 330) - sustenta que as fixações mais longas verificam-se nas palavras menos frequentes e/ou de importância temática e no final da frase. Os autores verificaram que os locais onde os leitores realizavam pausas mais acentuadas correspondiam ao ponto de maior exigência de processamento. Para estabelecerem uma conexão entre fixações oculares e a sua teoria da leitura, fizeram duas suposições:

Uma suposição de imediaticidade: a palavra que é focada pelos olhos é imediatamente processada a vários níveis, possivelmente fazendo suposições de como ela se ajusta no quadro total. "*The immediacy assumption posits that the interpretations at all levels of processing are not deferred; they occur as soon as possible...*" (op. cit., p. 330);

Uma suposição da ligação olho-mente: o olho está em interação com a mente de tal modo que ele fixa uma palavra enquanto o cérebro a está a processar. "*The eye-mind assumption posits that there is no appreciable lag between what is being fixated and what is being processed.*" (ibidem, p. 330).

A segunda suposição revela uma conexão entre dados do olhar fixo e o que a mente está a processar, isto é, o que prende a atenção do leitor. No entanto, é importante especificar em que condições esta suposição pode ser usada: "*one of the most important conditions is that the task require that information from the visual environment be encoded and processed. If the visual display is not relevant, there are no mapping rules between what is being fixated and what is being internally processed.*" (Just & Carpenter 1976, p. 475).

Os autores afirmam ainda que

"(...) While the duration of the gaze is closely related to the duration of cognitive processes, the two durations are not necessarily identical... At best, the gaze duration may provide a rough estimate of the absolute duration of a stage of processing, or at least it provides an upper bound on the estimate. In any case, the difference between gaze durations in different conditions may provide a good estimate of the duration of the cognitive processes by which they differ." (op. cit., p. 474).

Eis uma representação esquemática do modelo que defendem:

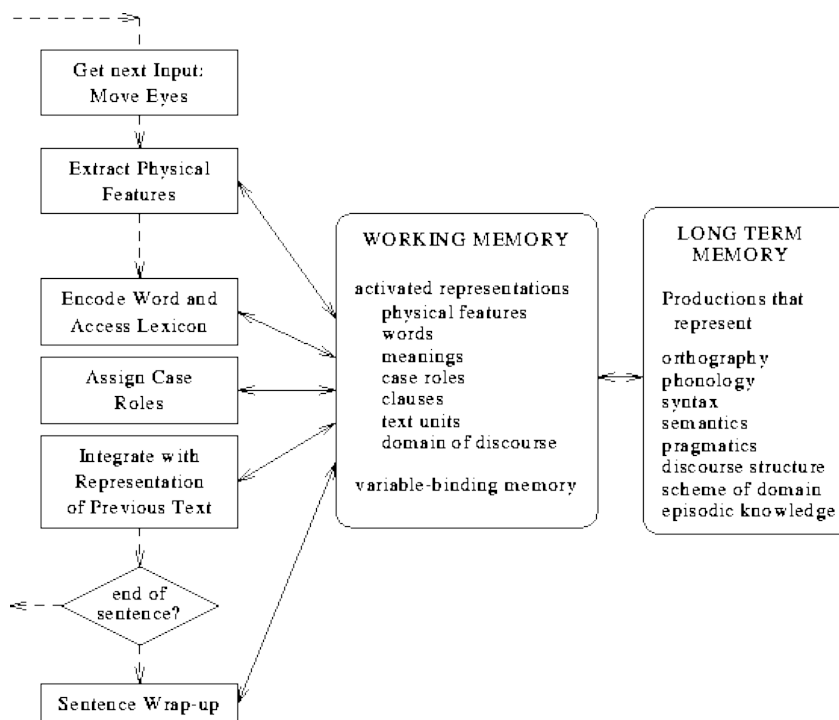


Figura 36: Modelo do processamento da informação de Just & Carpenter (1980) [A Theory of Reading: From Eye Fixations to Comprehension, p. 331]

Este modelo aponta para a existência de várias fases de processamento, representadas do lado esquerdo da *fig. 36*: aquisição de nova informação, descodificação da palavra e acesso ao léxico, atribuição de papéis temáticos, integração da informação entre frases e “*sentence wrap-up*”³⁸.

O modelo considera a presença de uma memória de trabalho (“*working memory*”)³⁹ e de uma memória a longo prazo (“*long term memory*”). O acesso à memória de trabalho pode ocorrer durante a realização de qualquer fase de processamento e a memória de trabalho tem, igualmente, acesso à informação de qualquer etapa. A memória a longo prazo pode aceder às informações da memória de trabalho e vice-versa, o que torna o modelo interativo. À exceção da “*sentence wrap-up*”, que ocorre apenas na última palavra da frase, todas as fases são realizadas durante a fixação da palavra.

³⁸ Segundo os autores do modelo, “*a special computational episode occurs when a reader reaches the end of a sentence*”. Não é uma fase de transformação definida pela sua função, mas sim pelo facto de ser executada quando o leitor chega ao fim de uma frase (*op. cit.*, p. 345).

³⁹ “... *a system for the temporary holding and manipulation of information during the performance of a range of cognitive tasks such as comprehension, learning, and reasoning*” (Baddeley, 1986, p. 34).

O comando para receber um novo “*input*” resulta numa sacada⁴⁰, cuja direção, nas línguas ocidentais, ocorre à direita⁴¹. A realização de uma nova sacada destrói a persistência visual da informação recolhida na fixação anterior e a descodificação do estímulo inicia-se logo que se realiza uma nova fixação. As características físicas da palavra escrita são depositadas na memória de trabalho que efetua a sua codificação perceptiva. Esta codificação ativa a representação da palavra e o respetivo conceito é colocado na memória de trabalho. A ativação da representação da palavra também pode ser feita através do conhecimento semântico ou episódico baseado na leitura. Este sistema aprende com as repetições e as palavras mais frequentes passam a necessitar de menor ativação para serem recuperadas do que as palavras pouco frequentes.

A atribuição de papéis temáticos é feita através de um processo heurístico que inclui o significado da palavra e a informação sintática e semântica do contexto anterior -“*the assignment process relies on heuristics that use the word meaning together with information about the prior semantic and syntactic context...*” (Just & Carpenter, 1980, p. 341).

As “*clauses*” têm de ser integradas umas nas outras. O processamento de integração ocorre no final das frases (“*sentence wrap-up*”), que reúne duas propriedades que favorecem a integração: sinaliza, inequivocamente, o fim de uma ideia e o início de uma outra; busca referenciais que não tenham sido atribuídos, numa tentativa de lidar com as inconsistências que não foram resolvidas dentro da frase, ou seja, as ambiguidades detetadas ao longo das proposições são, normalmente, clarificadas no final da frase.

Os autores do modelo reconhecem ainda a possibilidade da ocorrência de outras fases de integração, para além destas que ocorrem no final das frases, dependendo dos objetivos dos leitores (“*the reader's goals are perhaps the most important determinant of the reading process*”), da estrutura do texto e dos conhecimentos sobre o assunto retratado (“*Reading also depends on the text, the topic, and the reader's familiarity with*

⁴⁰ O tempo de pré-programação de uma sacada é muito curto e traduz-se num movimento muito rápido que não representa mais de 5% a 10% do tempo total de leitura.

⁴¹ Trata-se, neste caso, de sacadas progressivas. Excluem-se, nesta situação, as regressões e os sistemas de escrita cuja direccionalidade é da direita para a esquerda.

both. A well-written paragraph on a familiar topic will be easier to process at all stages of comprehension") (op. cit., pp. 350, 351).

A memória de trabalho tem um papel central neste modelo, mediando a memória de longo prazo e a compreensão de processos, ou seja, é aqui que se estabelece a comunicação entre as diversas produções. Toda a informação ativada é transferida para a memória de trabalho e os itens nela inscritos podem resultar da decodificação do texto. Uma das características da memória de trabalho é a sua capacidade limitada. Quando as exigências de processamento são elevadas, reduz a quantidade de informação que pode ser retirada. Como os próprios proponentes do modelo sugerem "*working memory capacity is strongly correlated with individual differences in reading comprehension performance*" (op. cit., p. 332), logo os leitores com maior capacidade podem integrar simultaneamente um maior número de elementos do texto.

Os sistemas de produção têm um mecanismo adaptativo de sequencialização dos processos: os itens que num determinado momento estão na memória de trabalho impedem a inserção de novos itens e os resultados intermédios do processo de compreensão (arrolados na memória de trabalho) influenciam ou sequenciam o processamento subsequente.

A sequência dos processos também não obedece, forçosamente, a uma ordem canónica. As diferentes fases de processamento, apresentadas na *fig. 36*, podem ser antecipadas desde que estejam reunidas as condições para a sua ativação. Se o contexto for altamente previsível, o acesso lexical pode anteceder a decodificação da palavra. Por exemplo, na frase, *João martelou o prego com o ...*⁴², o leitor pode atribuir o papel temático (instrumental) à última palavra, com base nas pistas fornecidas por "*martelou*" e "*prego*" antes mesmo de decodificar a palavra "*martelo*". Contudo, a comunicação entre as diversas fases não se faz diretamente, mas apenas através da transferência de informação para a memória de trabalho, que funciona como um centro de mensagens a que todos os processos têm acesso.

⁴² Exemplo retirado do artigo dos autores ("*John pounded the nail with a ...*").

A memória de longo prazo, representada do lado direito da *fig. 36*, é uma espécie de “*store-house*” do conhecimento que contém todas as produções que representam os conhecimentos declarativo e processual:

“In the case of reading, this knowledge includes orthography, phonology, syntax, and semantics of the language, as well as schemas for particular topics and discourse types.” (op. cit., p. 332).

Quando uma produção ativa um conceito contido na memória a longo prazo, este é inserido na memória de trabalho.

Em síntese, Just & Carpenter formularam este modelo interativo, destacando os principais processos e estruturas de compreensão na leitura, que se situa entre os modelos ascendente e descendente, “*The current model falls somewhere between the extremes*”(op. cit, p. 352), e no qual o leitor, o texto, as habilidades cognitivas, o contexto, o conhecimento prévio, entre outros elementos são igualmente importantes para o processo da leitura. As evidências do registo do movimento dos olhos foram a plataforma de sustentabilidade para a construção deste modelo.

Embora estudos empíricos posteriores tenham demonstrado que a relação entre a duração das fixações das palavras e o tempo de processamento das mesmas não é tão linear e direta como fora apresentada pelos proponentes do modelo, este não deixa de ser um modelo de referência da conexão entre os movimentos oculares e os processos cognitivos que ocorrem durante a leitura.

Muitos outros modelos foram apresentados e é vasta a bibliografia sobre o tema em questão. No entanto, ainda há respostas em aberto para questões que pairam sobre o processamento da leitura de textos de natureza diversificada. Neste domínio, a técnica do registo e da análise dos movimentos oculares é uma das metodologias promissoras em estudos empíricos de processamento da informação veiculada através de diferentes fontes informativas (textos, imagens, diagramas, entre outros).

4.2. Processamento da informação visual

As representações visuais (gráficos, diagramas, imagens), enquanto sistemas simbólicos privilegiados, nos enunciados bimodais dos problemas de matemática, carecem de uma análise que evidencie as suas potencialidades, as suas especificidades e sobretudo a sua funcionalidade para a eficácia da comunicação.

Ler e interpretar os enunciados bimodais dos problemas são os procedimentos essenciais para que se efetive a resolução dos mesmos. Contudo, a própria estrutura representacional deste tipo de enunciados levanta complexidades de leitura e de interpretação que exigem uma certa desenvoltura visual e um complexo desempenho cognitivo.

Atualmente, o termo “leitura” já não é aplicado, exclusivamente, aos textos verbais, mas é, igualmente, extensível às representações visuais e/ou aos textos picturais.

A leitura de imagens/representações visuais, à semelhança da leitura de textos, implica um exercício estruturado da capacidade de codificação-descodificação. Colin, referenciado em Calado (1994), realça as duas aceções do termo “leitura” (*reading*): o da “decifração” (*readability*) e o da “compreensão” (*comprehensibility*), destacando a importância da leitura compreensiva para a comunicação.

No caso concreto das imagens, a leitura, que não se limita apenas ao processo de decifração, resulta dos processos cognitivos de perceção e de compreensão da informação veiculada nas representações visuais. Como defende Baptista (2009, p. 25), *“não faz sentido distinguir decifração de compreensão, mas antes perceção de compreensão”*.

Há várias décadas que se desencadeiam experiências, com recurso aos sistemas *Eye Tracker*, que visam determinar a interação entre os mecanismos cognitivos que promovem a atenção e o registo dos movimentos dos olhos, durante a perceção de representações visuais. Desde cedo se percebeu que as fixações e os movimentos sacádicos, realizados através dos movimentos oculares, centravam-se em determinadas áreas informativas ou de interesse em detrimento de outras áreas do mesmo estímulo visual (Buswell, 1935; Yarbus, 1967).

A duração das fixações, na pesquisa visual e na observação de imagens, tende a ser muito variada. Alguns estudos relatam tempos de fixação tão curtos como 180ms (Vlaskamp & Hooge, 2006), outros estudos apresentam médias entre 275ms e os 400ms (Rayner, 1998). Estes valores resultam do nível de dificuldade da pesquisa, sobretudo quando se trata de matrizes muito densas ou desordenadas, e da natureza da tarefa que irá influenciar fortemente o tempo que os sujeitos demoram a fixar cada item.

Normalmente, a amplitude média das sacadas, na pesquisa visual e na observação de imagens, situa-se entre os 3° e os 4°, sendo um pouco maior do que em tarefas de leitura, cuja amplitude média dos movimentos sacádicos não ultrapassa os 2°. Estas medidas reportam-se apenas às sacadas progressivas, dado que, nas imagens, a matriz de fixações apresenta uma forma bastante irregular dentro da área de percepção e não estão, até ao momento, identificados todos os fatores que determinam a sequência das fixações.

No entanto, quando o estímulo visual é bastante complexo, desordenado ou denso, os movimentos oculares refletem as propriedades da matriz do estímulo através de sacadas mais curtas e do aumento da duração e do número de fixações (Vlaskamp & Hooge, 2006).

As várias experiências, realizadas ao longo de anos de investigação, sugerem que, à semelhança dos modelos de leitura para os textos verbais, também os modelos de leitura para as representações visuais/imagens envolvem processamentos descendentes (do tipo “*top-down*”), ascendentes (do tipo “*bottom-up*”) e interativos⁴³.

⁴³ O **processo *Top-down* ou processamento descendente**, baseia-se nas teorias construtivistas, onde as percepções são construídas tendo por base a seleção ativa dos estímulos visuais e as sensações emergentes na memória.

Para o processo *Top-down* estabelecem-se os seguintes pressupostos teóricos:

- (i) a percepção é um processo ativo e construtivo;
- (ii) a percepção não é dada de forma direta pelo estímulo visual mas ocorre como um produto final das influências interativas dos estímulos e hipóteses internas, das expectativas e também de fatores emocionais e motivacionais, ou seja, a atividade perceptiva tem de basear-se num processo probabilístico de inferência dependendo de associações e da experiência prévia do sujeito;
- (iii) como a percepção é influenciada por hipóteses e expectativas, por vezes, é incorreta e propensa ao erro.

O processo de reconhecimento de uma imagem ou de um objeto é iniciado por hipóteses acerca do todo, o que leva à identificação e subsequente reconhecimento dos componentes.

O **processo *Bottom-up* ou processamento ascendente** firma-se na percepção direta, que consiste na aquisição direta de informação do ambiente. Este processo, formalizado a partir de uma abordagem ecológica, tem por base três pressupostos fundamentais:

- (i) toda a informação visual do ambiente que chega ao olho é constituída por um padrão de luz estruturado (padrão ótico – “*optic array*”);
- (ii) o padrão ótico dá informação invariante acerca da configuração dos objetos no espaço;
- (iii) os invariantes podem ser percecionados através de diversas formas como, por exemplo, os gradientes de textura ou os padrões de fluxo ótico. Assim, os objetos e o meio têm um significado direto (“*affordances*”) e sem necessidade de mediação cognitiva e são, por si, capazes de orientar o ser humano.

No **processamento interativo**, o processo de reconhecimento de uma imagem ou de um objeto é iniciado pelas partes de um padrão, que serve de base para o reconhecimento do todo. A interpretação das partes e do todo ocorre simultaneamente com processos ascendentes (*Bottom-up*) e descendentes (*Top-down*).

A primeira manifestação da influência do processo “top-down” na percepção dos estímulos visuais foi, inicialmente, reconhecida por Yarbus (1967), que procedeu a estudos sistemáticos das alterações da posição dos olhos durante a observação de imagens complexas, chegando à conclusão que o reconhecimento e a apreciação de imagens é um processo sequencial. Mesmo que o olhar esteja confinado aos limites de uma única pintura⁴⁴, os seus vários componentes são apreendidos um após o outro e não todos ao mesmo tempo.

Outra revelação interessante desse estudo foi verificar que os movimentos dos olhos ocorrem em ciclos, isto é, as partes importantes do estímulo são, num primeiro momento, examinadas, e, logo de seguida, reexaminadas.

O sujeito não usa o tempo disponível para observar outras partes menos importantes do estímulo, mas esgota o tempo em observações sucessivas de partes que considera mais significativas:

“(...) when changing its points of fixation, the observer's eye repeatedly returns to the same elements of the picture. Additional time spent on perception is not used to examine the secondary elements, but to reexamine the most important elements” (Yarbus, 1967, p. 193).

O sujeito rapidamente “decide” quais são as partes mais importantes do estímulo e gasta o restante tempo na reexploração dessas partes.

“(...) the duration of a cycle during which the observer's eye can cover the whole picture amounts sometimes to several seconds, sometimes to several tens of seconds.” (op. cit., p. 194).

Este estudo permitiu, ainda, concluir que a distribuição das fixações resulta dos objetivos dos sujeitos (processo descendente). Logo, a análise de componentes em padrões complexos não é apenas fruto da natureza do estímulo, mas também dos objetivos pessoais dos observadores.

⁴⁴ No seu estudo, Yarbus instruiu um sujeito a responder a sete perguntas diferentes acerca do quadro de Ilya Repin *O visitante inesperado*. Os resultados revelaram que a percepção de uma cena complexa envolve um modelo complexo de fixações e de sacadas:

“Records of eye movements show that the observer's attention is usually held only by certain elements of the picture.... Eye movement reflects the human thought processes; so the observer's thought may be followed to some extent from records of eye movement (the thought accompanying the examination of the particular object). It is easy to determine from these records which elements attract the observer's eye (and, consequently, his thought), in what order, and how often.” (Yarbus 1967, p. 190).

As pesquisas sobre percepção de representações visuais (imagens, pinturas, entre outras) comprovaram que os sujeitos não podem ocupar-se de todas as coisas ao mesmo tempo, a sua capacidade de atenção é usada para focar a visão em determinadas regiões de interesse.

A capacidade do processamento da informação é limitada, daí que a inspeção de representações visuais seja executada com determinada atenção nos estímulos selecionados.

James (1890) propôs a seguinte definição de atenção visual, a partir da qual Broadbent (1958) sugeriu a formação de um modelo de atenção visual que fosse relevante para a obtenção de uma melhor compreensão do conteúdo do estímulo:

"Every one knows what attention is. It is the taking possession by the mind, in clear and vivid form, of one out of what seem several simultaneously possible objects or trains of thought. Focalization, concentration, of consciousness are of its essence. It implies withdrawal from some things in order to deal effectively with others..." (ibidem, pp. 403-404)

A partir da teoria da atenção seletiva⁴⁵, formalizada por Broadbent (1958), Treisman & Gelade (1980), com base nos resultados obtidos em experiências de busca visual, sugerem a *Feature Integration Theory (FIT)* que determina que o processo da percepção de objetos/imagens congrega duas fases. A fase *"pre-attentive"*, através da qual se detetam aspetos das características básicas das imagens como: orientação, largura, tamanho, cor, brilho, etc. Para que estas características básicas possam ser entendidas como elementos que compõem as imagens, elas têm que estar *"integradas"* num nível mais elevado do processo cognitivo, correspondente à fase seguinte, designada por *"attentive"*, que corresponde à intenção voluntária de examinar partes da imagem.

⁴⁵ Através da realização de experiências de natureza auditiva, Broadbent (1958) concluiu que a informação entra em paralelo no cérebro onde é seletivamente filtrada para canais sensoriais e que é importante que a *"armação"* de uma boa atenção visual seja capaz de discriminar, seletivamente, a informação dentro de uma imagem.

De acordo com o modelo descrito anteriormente e outros que lhes sucederam⁴⁶, parece que os objetos e as imagens são selecionados puramente por processos *bottom-up*, ainda que se evidencie uma dimensão ao longo da qual a seleção possa ser estrategicamente controlada, isto é, governada por processos *top-down*.

Theeuwes (1993) defende que as duas etapas, que o mecanismo da atenção seletiva incorpora, são funcionalmente hierárquicas e independentes: à primeira etapa – “*pre-attentive*” – que opera sem limitação de capacidade sobre todo o campo visual, segue-se uma segunda etapa – “*attentive*” – com uma capacidade limitada que trata um item (ou alguns itens) de cada vez. Quando os itens passam da primeira para a segunda etapa, considera-se que esses itens foram selecionados.

Tomando como referência os trabalhos de vários investigadores (La Berge, 1983; Eriksen & Yeh, 1985; Eysenck & Keane, 1990, Phaf *et al.*, 1990), que corroboram a ideia de que é possível focar estrategicamente a atenção em áreas muito pequenas do campo visual, e considerando que “*The pre-attentive process has no access to the origins of these activation levels (i.e., whether activations are caused by differences in form, colour, brightness etc.)*” (*op. cit.*, p. 112), Theeuwes recupera as sugestivas metáforas sugeridas por Posner *et al.* (1980)⁴⁷ e Eriksen & Yeh (1985)⁴⁸ e propõe um modelo de atenção

⁴⁶ Nas últimas décadas, apurou-se a significação do conceito de atenção, consolidando-se a ideia de que a atenção não pode ser entendida como um processo puramente automático.

Foram delineados vários modelos para classificar o processo da atenção de acordo com os seus vários aspetos: “*Active vision*” (Aloimonos, 1988; Bajcsy, 1988; Ballard, 1991); “*Selective Attention Model (SLAM)*” (Phaf *et al.*, 1990); “*VISIT*” (Ahmad, 1992); “*Dynamic routing circuits*” (Olshausen *et al.*, 1993); “*Search via recursive rejection (SERR)*” (Humphreys & Miller, 1993); “*Guided search*” (Wolfe, 1994); “*Signal channelling attentional network (SCAN)*” (Postma *et al.*, 1997); “*What-and-where filter*” (Carpenter *et al.*, 1998).

Os estudos delineados na área das neurociências estabeleceram a dicotomia entre os mecanismos de orientação da atenção em métodos exógenos e endógenos.

Os componentes exógenos são determinados principalmente pelas características externas dos estímulos, enquanto os componentes endógenos dependem mais das intenções dos sujeitos e das tarefas.

Combinando alguns modelos neurológicos de atenção, Perry & Hodges (1999) dividiram a atenção em três largas categorias:

- (i) “*Sustained attention*” - corresponde à capacidade de manter o foco da atenção durante um longo período de tempo;
- (ii) “*Selective attention and shifting*” - a atenção é concentrada num único estímulo relevante, durante um determinado período de tempo, ignorando os restantes estímulos irrelevantes ou distratores;
- (iii) “*Divided attention*” - a atenção é dividida na observação de mais do que um estímulo relevante, durante um determinado período de tempo.

⁴⁷ Posner *et al.*, (1980) criam a “*metáfora do refletor*” em que a atenção pode ser variada à semelhança de um refletor em contacto com o campo visual, uma vez que o refletor realça a eficácia da deteção de eventos dentro do seu raio.

visual, com uma etapa paralela, em que as características múltiplas da imagem tal como a cor, a orientação e a intensidade se combinam num “*feature difference map*” que reflete as áreas de atenção. Este mapeamento dá a indicação da localização do objeto relativamente ao resto da cena (*fig. 37*).

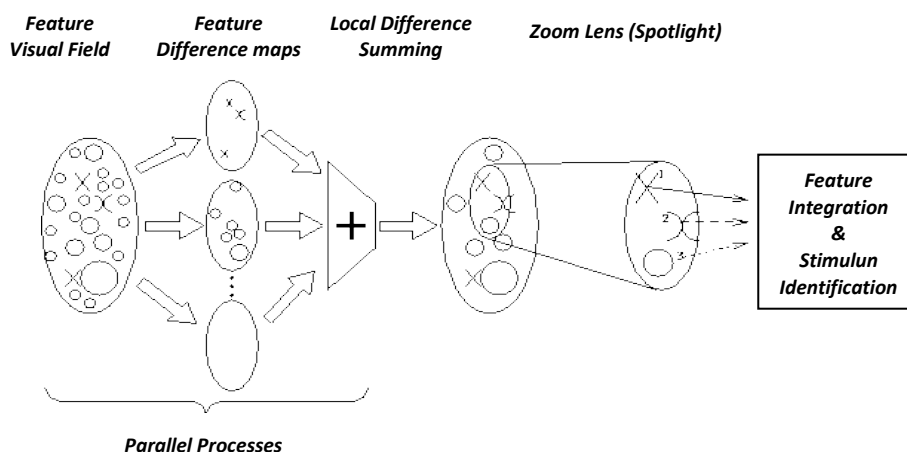


Figura 37: Matriz do modelo de atenção visual seletiva proposto por Theeuwes (1993)

Neste modelo de seletividade da atenção visual, o processo bottom-up (enquanto espaço paralelo de capacidade ilimitada) produz alguns “*feature difference maps*” que são, então, acrescentados em conjunto e uma zoom lens (“*spotlight*”), que pode ser estrategicamente dirigida – por um processo *top-down* –, que delimita a área dentro da qual se selecionam os objetos. Tudo isto é feito antes que a atenção e os olhos sejam dirigidos para uma nova localização alvo. Depois dos objetos serem selecionados pelo processo “*pré-attentive*”, o processo “*attentive*” atua para “*colar*”, em conjunto, as características das diferentes dimensões, de acordo com a teoria de integração de Treisman.

Theeuwes (1993) destaca, ainda, que a atenção é deslocada para uma nova posição antes que seja iniciada a sacada que move a direção do olhar para uma nova parte da imagem. Assim, o movimento dos olhos não deve ser considerado como o próprio processo de seleção, mas simplesmente como o resultado de processos de seleção de atenção.

⁴⁸ Eriksen & Yeh (1985) alivram a metáfora do “*zoom da lente da máquina fotográfica*”, através da qual o fotógrafo pode selecionar apenas objetos da cena focados pelo zoom da lente. Em contraste com a “*metáfora do refletor*” que tem uma “*abertura fixa*”, o *zooming* da lente pode ser variado. Quando os sujeitos se ocupam de uma cena visual em liberdade, o detalhe é feito com uma resolução relativamente baixa. Todavia, uma examinação detalhada é feita com uma resolução relativamente alta.

Em suma, os estudos científicos que sustentam um ou outro modelo de processamento visual corroboram, de forma mais ou menos consensual, que os movimentos dos olhos são controlados por mecanismos *bottom-up* ou *top-down* ou que resultam da interação de ambos (processamento interativo).

Muitos outros estudos sobre extração de informação na percepção de cenas visuais/imagens contribuíram para a identificação de fatores relevantes no processamento visual de imagens. Entre outros, destacam-se os trabalhos de Mackworth & Morandi (1967)⁴⁹, reportados por Barber & Legge (1976), que concluíram que os elementos que contêm mais informação são fixados mais vezes. Segundo estes investigadores, a densidade das fixações é feita de acordo com a quantidade de informação disponível na(s) região(ões) da imagem. Assim sendo, as regiões consideradas com pouca informação apresentam um menor número de fixações.

Baptista (2009, p. 28) salienta a evidência, apurada por Loftus (1972), de que a capacidade para recordar a informação contida numa imagem resulta do número de fixações efetuadas sobre a imagem e não do tempo de duração das fixações e dá conta das investigações levadas a cabo por Loftus & Mackworth (1978) que permitiram identificar que, durante o processo de observação de uma imagem, o elemento mais informativo/pertinente é identificado no início da observação durante as duas primeiras fixações, sendo que as restantes fixações ocupam-se com o preenchimento dos detalhes da imagem.

Loftus & Mackworth (1978) e Friedman & Liebelt (1981) argumentaram a rapidez na compreensão alotópica com dados empíricos que justificaram que os olhos se moviam rapidamente para um objeto que se encontrava fora do seu lugar previsível num determinado cenário.

As propriedades das imagens, como a alta frequência espacial (Mannan *et al.*, 1996, 1997) e o contraste local (Reinagel & Zador, 1999) foram identificadas por estarem estreitamente correlacionadas com a probabilidade do aumento do número de fixações.

⁴⁹ Mackworth & Morandi (1967) desenvolveram um trabalho experimental onde apresentaram a dois grupos de sujeitos as mesmas imagens. Ao primeiro grupo foi pedido para identificarem as áreas ou regiões das imagens que continham maior incidência de informação. Ao segundo grupo foi aplicada a metodologia *Eye Tracking* para identificar as regiões das imagens mais fixadas pelos sujeitos. Os dados do segundo grupo revelaram um maior número de fixações nas regiões que tinham sido identificadas pelo primeiro grupo como as que continham mais informação para a compreensão das imagens.

Henderson & Hollingworth (1999) classificam a informação semântica como a significação da região da imagem, distinguindo-a da informação visual que caracterizam como informação estrutural. A partir desta distinção, consideram que as posições das fixações são mais influenciadas pela informação semântica do que pela informação visual.

Wooding *et al.* (2002), numa investigação com obras de arte, reiteraram que apenas pequenas regiões dos estímulos observados eram fixadas durante mais tempo pelos sujeitos.

Parkhurst & Ernst (2003) sugerem que o papel dos mecanismos no controle dos movimentos oculares depende das propriedades das imagens e fundamentalmente do montante do seu conteúdo semântico.

Ler uma imagem pressupõe, então, compreender as suas propriedades estruturais e as relações que estabelecem com os contextos em que ocorrem.

“A compreensão de uma imagem exige, como os textos verbais, mais do que um nível de análise e, por isso, a identificação da dimensão representativa, apesar de implicar a identificação/compreensão de algumas características estruturais, não é suficiente. A imagem exige, pois, para ser globalmente entendida a identificação das características e dos objectivos da sua representação, assim como a compreensão das suas estratégias usadas na representação do mundo (real ou ficcional) ... compreender uma imagem implica, a par da identificação dos objectivos da sua reprodução, a identificação do grau de desvio patente na reprodução e detecção de características sémicas decorrentes da organização retórica dos seus elementos.” (Baptista, 2009, p. 25).

Goldsmith (1984), citado em Calado (1994), partindo da distinção dos conceitos realizada por Morris (1938), estabeleceu uma associação entre vários níveis da leitura da imagem com os níveis da linguagem verbal, destacando:

- a) o nível sintático (reconhecimento de uma imagem em termos do seu contorno, dos seus limites). Neste nível, a leitura define-se como uma resposta aos sinais gráficos que definem a imagem;
- b) o nível semântico (reportando-se às significações que o autor da imagem teve intenção de lhe conferir – identificação literal das imagens);

c) o nível pragmático (correspondente a todo o acréscimo de sentidos/interpretações que o leitor acrescenta às intenções do autor, em função da sua experiência passada e do juízo atual).

A compreensão da imagem resulta, assim, da interdependência destes registros semióticos que são interatuantes e hierarquizados:

“O primeiro nível, conhecido como sintático, podia ser sintetizado como o nível em que não se pressupõe um reconhecimento ou identificação das imagens. O segundo e terceiro níveis são designados por Morris (1938) como semântico e pragmático, e ambos estão relacionados com o conteúdo ou sentido do signo: no caso da imagem, do signo pictórico.” (ibidem, p. 124).

A tomada de consciência da complexidade da linguagem verbal leva a que a leitura das imagens implique, à semelhança da leitura dos textos verbais, a interceção de vários níveis, como o lexical, o sintático, o semântico e o pragmático, sendo, portanto, necessário ter conhecimento da “gramática da imagem” para que o processo de compreensão se possa efetivar.

“Essa gramática pressupõe que se analise e estructure as imagens segundo diferentes planos: os lexicais (por exemplo, elementos significativos, cores, nitidez, etc.), os sintáticos (por exemplo: aparência e movimento, linhas, padrões, tamanhos e formas), os semânticos (por exemplo: designação e categorização dos objetos representados explicitamente ou apenas sugeridos e suas interpretações) e os pragmáticos (por exemplo: inteligibilidade geral da imagem, utilidade, função) e que estes se articulem produtivamente numa linguagem específica para a transmissão de conteúdos.” (Baptista, 2009, p. 33).

Nos problemas bimodais, onde as imagens surgem frequentemente em articulação com os textos verbais através de relações de ancoragem, de complementaridade ou simplesmente cumprindo uma função ilustrativa/decorativa, é fundamental conhecer conceptualmente a sua estrutura para compreender as suas potencialidades e a sua funcionalidade na transmissão de conteúdos informativos dos contextos dos enunciados.

Nem todas as imagens têm o mesmo nível de complexidade. As imagens complexas correspondem a leituras complexas, que exigem o funcionamento de operações de pensamento sofisticadas.

4.3. Processamento de problemas bimodais - (Inter)dependência de texto e imagens no processamento da informação

Os registos semióticos, no domínio da matemática, assumem um papel considerável na medida em que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem sê-lo pelas suas representações e um mesmo objeto poderá ter representações diferentes, dependendo da necessidade e do uso. Uma variada gama de representações semióticas não verbais, nomeadamente figuras geométricas, representações gráficas, ilustrações, fotos, ocorre de forma sistemática e abundante nos problemas verbais.

Se é fundamental conhecer conceptualmente a sua estrutura para compreender as suas potencialidades, não é menos importante identificar as funções cognitivas que estas representações preenchem no processamento da informação, avaliar o seu impacto na compreensão dos conteúdos informativos dos contextos dos enunciados e na subsequente resolução dos problemas e verificar a sua pertinência e o seu contributo para a eficácia da comunicação.

Nos enunciados dos problemas monomodais, compostos apenas por linguagem alfanumérica, à semelhança das narrativas textuais,

“a capacidade de espoletar imagens mentais decorrerá da descrição verbal, apoiada na nomeação/designação e na classificação, mas também nas estratégias retóricas capazes de estimular a imaginação.” (Baptista, 2009, p. 29).

No caso dos enunciados dos problemas bimodais, a capacidade de espoletar imagens deve decorrer diretamente da capacidade de anexação das duas instâncias textuais (verbal e pictórica).

Varga (1999, pp. 77-92) firma, para a articulação de textos e imagens, relações de complementaridade e de coincidência. Entende que existe complementaridade entre os textos e as imagens, quando cada uma destas representações se deixa isolar, apesar da relação de dependência de cada um dos elementos face ao outro, e o texto proporciona à imagem ou a imagem proporciona ao texto um acréscimo de informação. Remete a relação de coincidência para as situações em que a forma das duas representações é inseparável.

Baptista (2009), ainda que reconhecendo a validade da taxonomia proposta por Varga, considera-a insuficiente, na medida em que compromete a forma como cada uma das representações (texto e imagem) é encarada dicotomicamente e vai mais longe ao defender que

“(...) a relação imagem/texto não é comandada por uma estrutura sintáctica no sentido linguístico do termo, antes por um sistema retórico, onde as figuras da retórica clássica, parecem capazes de descrever, se não todos, pelo menos uma grande parte dos efeitos desencadeados por essa anexação do texto a uma imagem.” (Baptista, 2005, p. 96).

Partindo desta aceção e rejeitando a retórica da resistência entre imagens e textos, defendida por Mictchell (1994), a propósito da dimensão retórica na relação fotografia/texto, Baptista (2005, 2009) propõe para os textos bimodais uma retórica da atração, baseada em relações de ordem semântica:

“(...) uma retórica da atração, onde não faz sentido a procura de relações de ordem sequencial ou sintáctica, mas de ordem semântica e onde uma das operações fundamentais é a operação de focalização, através da qual uma das instâncias textuais num texto bimédia é capaz de conduzir a focar e/ou desfocar o olhar (perceptivo e interpretativo) sobre certas informações contidas na outra instância textual” (*ibidem*, 2009, p. 31).

Ora, no caso concreto dos enunciados bimodais dos problemas de matemática, quer a relação de complementaridade, apontada por Varga (1999), quer a retórica da atração apresentada por Baptista (2009) parecem dar resposta às relações espoletadas pela articulação entre o texto e as imagens que possibilitam que a informação por elas veiculada seja compreendida.

Os enunciados bimodais híbridos (*fig. 38*) evidenciam as suas mensagens de uma forma retórica muito complexa através de uma interação indissociável de texto-imagem.

Neste tipo particular de enunciados, não é possível a existência da instância textual verbal independentemente da instância textual pictural. Quer as representações verbais (língua natural e/ou escritas algébricas e formais), quer as representações pictóricas (figuras geométricas, representações gráficas ou esquemáticas e imagens) jogam concomitantemente um papel potenciador de sentidos, assumindo estas últimas uma dimensão funcional muito forte.

O Carlos e o irmão, o Daniel, vão trabalhar num arraial, em bancas diferentes.

Por essa tarefa, receberão uma certa quantia, que depende somente do tempo de trabalho.

Na figura, estão representadas graficamente duas funções que relacionam o tempo de trabalho, em horas, do Carlos e do Daniel com a quantia a receber por cada um deles, em euros.

Um dos irmãos vai receber de acordo com a proporcionalidade representada no gráfico A, e o outro irmão vai receber de acordo com o gráfico B.

Considera o irmão que vai receber de acordo com a proporcionalidade representada no gráfico A.

Que quantia receberá, se trabalhar seis horas?

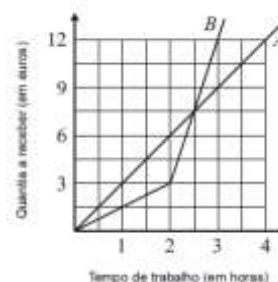


Figura 38: Problema verbal bimodal híbrido [PEM-3º ciclo, 1ª chamada, (2010), item 10]


No problema bimodal, representado na *fig. 38*, a subtração da representação gráfica ou do texto inviabilizaria a compreensão da situação descrita no enunciado e as etapas subsequentes de resolução. Neste tipo de problemas, a relação texto/imagem é caracterizada como uma relação de interdependência interpretativa.

Os problemas bimodais mistos (*fig. 39* e *fig. 40*) congregam igualmente diferentes representações semióticas. Nestes, o texto assume, no contexto dos enunciados, o papel de centralidade, já os registos pictóricos desempenham uma representatividade menos complexa e, aparentemente, menos influente nos processos cognitivos convocados para a resolução dos problemas, quando comparados com as representações pictóricas dos enunciados híbridos.

Numa área fundamentalmente verbal, é provável que as imagens sirvam apenas de suporte para a interpretação, até porque as imagens, ao surgirem na sequência de um texto, não são passíveis de serem interpretadas independentemente do texto que “ilustram”.

Os 26 alunos da turma da Elisa foram andar de canoa.
 Alugaram diversos tipos de canoas.
 Consulta a tabela para saberes os diferentes tipos de canoas que havia para alugar.

| Tipo de canoas | Número de canoas |
|----------------|------------------|
| de 2 lugares | 6 |
| de 3 lugares | 5 |
| de 4 lugares | 2 |




Canoa de 2 lugares

Andaram de canoa todos ao mesmo tempo, e nenhuma das canoas alugadas ficou com lugares vazios.
 Quantas canoas de cada tipo podem ter alugado?

Figura 39: Problema bimodal misto [PAM-2º ciclo (2004), parte B, item 13]

A imagem que ocorre neste problema (fig. 39), já referenciado noutra capítulo deste trabalho como um problema de processo, cumpre apenas uma função decorativa (designação de Levin *et al.*, 1987), enfeitando o enunciado com elementos redundantes. Apesar de representar o objeto apresentado no enunciado (“canoa”), não parece que sirva o propósito de reforçar as informações mais importantes da mensagem ou representar o cenário das ações a que o texto se refere, porque apenas ilustra um dos “três tipos de canoas” presentes na tabela, nem tão pouco de representar um objeto complexo, uma vez que se trata de uma referência que faz parte do universo das crianças.

A Maria dispôs 20 minitostas em fila.
 Em seguida, pôs queijo na 2ª tosta, na 4ª, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre uma tosta.
 Depois, pôs uma azeitona na 3ª tosta, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre duas tostas.
 Por último, pôs duas tiras de pimento na 4ª tosta, na 8ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre três tostas.



A 1ª, a 5ª e mais algumas tostas ficaram sem nada por cima.
 Quantas tostas, ao todo, ficaram sem nada?

Figura 40: Problema bimodal misto [PAM-2º ciclo (2009), parte A, item 2]

Neste problema, o registo verbal abrange a quase totalidade do contexto do enunciado, ao qual se junta uma sequência de pequenas ilustrações.

Numa primeira leitura do problema, poder-se-ia adiantar que o texto, por si só, fornece toda a informação necessária para a sua resolução, i.e., tratar-se-ia de um texto suficiente (cf. Vanoye, 1973), logo a imagem é, neste contexto, redundante, ou seja, não lhe resta outra função senão a de apresentar visualmente a situação descrita no registo verbal. Se a imagem fosse expurgada deste enunciado, não comprometeria a compreensão do problema e a sua subsequente resolução, o mesmo não aconteceria se ao enunciado fosse subtraído o texto.

À luz da proposta de Levin *et al.* (1987) para a classificação das imagens que ilustram os textos, esta imagem serve pelo menos três funções:

(i) a função representativa, uma vez que a imagem representa os objetos (“minitostas”) e as atividades (disposição das minitostas de acordo com uma determinada sequência) que a narrativa textual descreve, servindo, desta forma, para reforçar os principais acontecimentos narrativos;

(ii) a função organizadora, na medida em que a imagem evidencia visualmente a estrutura organizacional apresentada sob a forma verbal, permitindo-lhe dotar a mensagem textual de uma maior coerência. O texto apresenta um conjunto de ações sequenciais e o contexto enunciativo parece ganhar alguma clareza com as ilustrações que organizam os acontecimentos por etapas. Baptista (2005, p. 65) atribui às imagens que cumprem esta função a vantagem da economia, uma vez que objetivam e organizam a informação descrita por muitas palavras;

(iii) a função de interpretação, atendendo a que a imagem auxilia na compreensão das informações veiculadas na mensagem, conferindo-lhe uma maior inteligibilidade.

Levin *et al.* (1987) defendem que as imagens que reúnem estas três funções promovem diferentes mecanismos cognitivos e atuam de forma positiva na memorização dos conteúdos presentes no texto:

“... (a) representational pictures, from their added concreteness (i.e., memory for pictorial materials is superior to memory for their concrete verbal counterparts); (b) organizational pictures, from their added coherence (i.e., memory for thematically organized materials exceeds memory for unorganized materials); (c) interpretational pictures, from their added comprehensibility (i.e., materials that are initially well understood are

remembered better than those that are more poorly understood)." (*ibidem*, pp. 60-61).

A questão que se coloca, relativamente a problemas verbais semelhantes a estes, é tentar perceber se a presença de registos semióticos não verbais, i.e., pictóricos, traz ganhos significativos para a compreensão das situações descritas nos enunciados e se contribui para a eficácia da comunicação ou se, pelo contrário, as propriedades e os processos cognitivos, que cada representação encerra, as funções que preenchem e as relações que se estabelecem entre as diferentes instâncias textuais se traduzem em fatores inibidores que dificultam o processo de compreensão e condicionam a concretização das etapas subsequentes de resolução de problemas.

A leitura e a compreensão da informação transmitida, simultaneamente, através de textos verbais e visuais têm levantado algumas questões acerca das relações que se estabelecem entre as diferentes representações semióticas e o papel que cada uma destas instâncias (informação alfanumérica e a informação pictórica) joga no contexto dos enunciados bimodais e na construção de sentidos.

Segundo Rigney (1978), a profundidade do processamento pode depender das diferentes estratégias encontradas na leitura, decorrentes dos diferentes modos de apresentar a sequência de textos e imagens. O autor designou essas estratégias como "*detached*" e "*embeded*", dependendo do grau em que o *design* da imagem e o do texto obrigavam a que ambas as fontes informativas (verbal e visual) fossem consideradas para que a compreensão da informação por elas veiculada fosse compreendida. Nas estratégias "*detached*", o sujeito era explicitamente enviado de um meio para outro, através de pistas da imagem para o texto, ou do texto para a imagem, ou através de instruções precisas. Nas estratégias "*embeded*", o *design* da imagem e do texto é de tal forma interdependente que, para entender o sentido, ambas as fontes de informação têm que ser usadas quase automaticamente (Baptista, 2005, p. 260).

Estudos desenvolvidos em vários projetos de investigação, ao longo das últimas décadas, apesar de orientados por diversos objetivos e focalizados em determinados tipos de imagens, têm contribuído de forma significativa com resultados que apontam para as vantagens e desvantagens da utilização conjunta de textos e imagens no processamento cognitivo da informação.

De entre os trabalhos revistos, ressalva-se o facto da maioria dos estudos empíricos abordarem a questão da interação texto/imagem quase sempre numa perspetiva da importância da imagem para o processamento da informação textual (e a que se impõe no caso dos problemas verbais) e poucas vezes numa perspetiva inversa, i.e., da influência da linguagem verbal no processamento da imagem.

Afirma-se, com alguma frequência, que os registos semióticos picturais, particularmente as ilustrações, melhoram a generalidade das competências no âmbito da aprendizagem da matemática, defendendo-se as vantagens da anexação de imagens aos enunciados dos problemas verbais.

A apresentação de problemas verbais com imagens surgiu inicialmente associada à intenção de ensinar matemática em contextos reais, promovendo a generalização das tarefas para a vida quotidiana (Verschaffel *et al.*, 1994; Davis & Bamford, 1995; Blöte *et al.*, 2001; Hamilton & Rajaram, 2001). Além disso, considerou-se que, usando vários registos semióticos para representar a informação dos problemas, ajudaria os alunos na medida em que cada representação iria enfatizar diferentes aspetos do problema, o que seria benéfico para o processo da compreensão dos enunciados (Ainsworth *et al.*, 1997; Schnotz, 2002; Elia *et al.*, 2007).

As vantagens da interação texto e imagem, no contexto da aprendizagem, foram igualmente reconhecidas por Levin *et al.* (1974) e Peters & Levin (1986) e apresentadas por Baptista (2005, p. 248). Os investigadores justificaram a relevância das ilustrações, quer na aprendizagem dos conteúdos dos textos, quando inseridas no meio dos blocos de prosa, quer na recuperação dos conteúdos presentes no texto, tanto em sujeitos adultos como em crianças.

Levie & Lentz (1982) examinaram cerca de cinquenta e cinco experiências relativas à informação transmitida simultaneamente através de textos e ilustrações e concluíram que as ilustrações dos textos melhoram a aprendizagem da informação apresentada sob a forma de textos verbais, desde que essa informação seja mostrada nas ilustrações. Como defende Baptista (2005)

“É possível, neste contexto, que a ilustração forneça uma forma mais rica de ligar a informação a contextos anteriores e, desse modo, os sujeitos possam ter a oportunidade de ligar a informação a ambos os nós cognitivos: os verbais e os visuais.” (op. cit., p. 257)

Goldsmith (1984), analisando algumas unidades experimentais relativas à função das ilustrações que acompanham os textos, argumenta que:

“(...) as crianças com cerca de 8-9 anos normalmente são capazes de gerar imagens internas, que facilitam a recordação das passagens da prosa lida, quando esta versa sobre um conteúdo familiar; e, quando a habilidade para produzir estruturas internas existe relativamente a tarefas com um determinado grau de dificuldade, as imagens atrofiam em vez de ajudarem na aprendizagem. No entanto, quando a prosa se torna mais complexa, um nível mais elevado de desenvolvimento cognitivo é necessário para gerar a estrutura apropriada; e, já que a capacidade mental das crianças se desenvolve a velocidades diferentes conforme os indivíduos, haverá sempre estudantes em qualquer grupo etário que terão mais dificuldade que outros em estabelecer as suas próprias imagens internas. Estes beneficiarão em poder dispor de ilustrações, que lhes sejam fornecidas, enquanto que outros serão atrofiados se lhes quisermos impor tal imagética externa.” (ibidem, pp. 78 -79).

Najjar (1996), citada em Batista (2005, p. 251), tendo por base o resultado de vários estudos sobre o processamento de informação multimédia, alega, à luz da “elaborative encoding”⁵⁰, proposta por Anderson (1983), que as imagens encorajavam o processamento elaborativo⁵¹ da informação verbal.

Faria *et al.* (2006), num estudo sobre imagens legendadas, verificaram que, em tarefas de recuperação de informação de textos híbridos (texto e imagem), há uma recuperação significativa de material escrito desde que este seja uma propriedade interna da imagem.

Pela leitura destes e de outros estudos que corroboram as vantagens da anexação de imagens para o processamento da informação verbal (Paivio & Capso, 1973; Bradshaw & Anderson, 1982; Molitor *et al.*, 1989) parece claro que, quando as

⁵⁰ “*Elaborative encoding*” - processo, proposto por Anderson (1983), através do qual um estímulo é enriquecido de modo a ser armazenado ou recuperado mais facilmente.

“Elaboration is one of the most effective ways to help encode information. Elaboration can be thought of as an encoding process that enriches a stimulus, therefore making it easier to store and retrieve the stimulus.” (Najjar 1996, p.14).

⁵¹ *“According to dual coding theory, information is generally processed through one of two generally independent channels. One channel processes verbal information such as text or auditory words. The other channel processes nonverbal information such as illustrations and sounds. When information is processed through both the verbal and pictorial channels, recall is better than when information is processed through only one channel (e.g., Paivio & Csapo, 1973; Paivio, 1967, 1991; Mayer & Anderson, 1991).” (Najjar 1996, p.14).*

imagens potenciam o incremento da informação veiculada nos textos verbais, a interação texto e imagem facilita e promove tanto a aprendizagem como a comunicação.

No entanto, não há um consenso generalizado entre os investigadores acerca das vantagens da utilização conjunta destes dois registos semióticos (texto e ilustrações) e outros tantos estudos destacam os efeitos prejudiciais da integração de textos e imagens no processamento cognitivo da informação.

Levie & Lentz (1982) defendem, com base nos trabalhos que levaram a cabo, que as ilustrações dos textos não têm repercussões na aprendizagem dos sujeitos, quando a informação descrita no texto não é evidenciada nas ilustrações.

Também os trabalhos de Schnotz (2002); Mayer (2003); De Westelinck *et al.*, (2005) põem em causa as vantagens do efeito das representações pictóricas na aprendizagem em geral.

Um estudo recente de McNeil *et al.* (2009) demonstrou que a integração de imagens nos problemas de matemática não favorece, necessariamente, o desempenho das crianças. Quando os enunciados são abundantes em imagens, a atenção das crianças pode distanciar-se da abstração do algoritmo como tarefa-base e focar-se nas qualidades percetuais das imagens que são irrelevantes para a resolução dos problemas. Agudiza-se esta situação nas crianças que revelam mais dificuldades na resolução de problemas, cuja tarefa de supressão de informação irrelevante parece ser particularmente difícil (Passolunghi & Siegel, 2001; Passolunghi & Pazzaglia, 2006).

O desempenho na resolução dos problemas pode ser prejudicado mesmo quando a informação adicional presente numa segunda instância (imagens) não é irrelevante e contém os mesmos conteúdos informativos da primeira instância (texto). Este efeito, conhecido como “*redundância*”, resulta em etapas cognitivas adicionais, para além daquelas que os sujeitos precisam de realizar (Chandler & Sweller, 1996; Mayer *et al.*, 2001). A relevância do conteúdo da informação adicional “obriga” o sujeito a analisar o material apresentado, apenas para chegar à conclusão que as informações da segunda instância (imagens) são as mesmas da primeira instância (texto). Ora, este procedimento resulta no desperdício de recursos cognitivos que seriam úteis e necessários nas etapas subseqüentes da resolução dos problemas. Desta forma, é possível que as informações adicionais das representações visuais que contêm

informações irrelevantes ou informações que já são conhecidas no texto possam não ser benéficas no processamento da informação veiculada nos enunciados e na subsequente resolução dos problemas verbais.

A capacidade da memória de trabalho, i.e., a capacidade limitada de armazenar e processar informação (Baddeley & Hitch, 1974; Baddeley, 2000, 2001) parece ser uma candidata promissora para explicar os efeitos prejudiciais dos registos semióticos picturais (ilustrações) nos problemas verbais.

De acordo com a teoria da sobrecarga cognitiva⁵², há uma quantidade limitada de recursos disponíveis, quando a informação está a ser processada. Um desempenho

⁵² O processo cognitivo humano reporta-se ao estudo do processamento humano de informações, ou seja, o estudo de como os seres humanos percebem, processam, codificam, armazenam, recuperam e utilizam a informação.

A estrutura cognitiva humana inclui três sistemas de memória que trabalham em conjunto: a memória sensorial, a memória de curta duração ou memória de trabalho e a memória de longa duração.

A memória sensorial situa-se antes da consciência e serve como canal de comunicação com o meio ambiente, sendo a sua função captar todos os fenómenos externos e a sua duração é muito diminuta, quase momentânea.

A memória de curta duração ou memória de trabalho tem uma capacidade muito limitada e é o centro do processo ativo do cérebro, onde são processadas as informações reencaminhadas pela memória sensorial ou onde são recuperadas as informações armazenadas, resultado do trabalho da memória de longa duração.

A memória de longa duração tem uma capacidade mais ampla e atua como um repositório organizado de conhecimentos.

Estes sistemas de memória trabalham em sintonia e, para Sweller (1994, 2005), a aprendizagem ocorre de forma mais eficiente se o processo de informação estiver em consonância com o processo cognitivo humano, ou seja, se o volume de informações disponibilizadas ao sujeito for compatível com a capacidade de compreensão humana.

Assim, a **Teoria da Carga Cognitiva**, baseia-se na impossibilidade natural do ser humano em processar muita informação, de forma simultânea, na memória de trabalho. O excesso de informação pode gerar um esforço maior do que a capacidade mental do indivíduo, provocando sobrecarga cognitiva. Este limite impõe uma restrição fundamental no desempenho e na capacidade da aprendizagem.

Segundo Mayer (2001), em aplicações multimédia, normalmente, faz-se uso de recursos que utilizam mais do que um canal de percepção em simultâneo, gerando muitas vezes desorientação e falta de estímulo por parte do usuário.

A Teoria da Carga Cognitiva, de acordo com Mayer (2001), assenta em três pressupostos:

a) O ser humano possui dois canais distintos para o processamento da informação: o canal visual e o canal verbal;

b) Existe uma capacidade limitada de processamento de informação em cada canal;

c) A aprendizagem requer um processamento cognitivo essencial em ambos os canais.

Algumas formas de carga cognitiva são consideradas úteis, enquanto outras desperdiçam recursos mentais.

Paas *et al.* (2003, 2007) distinguem três tipos de sobrecarga cognitiva:

(i) carga cognitiva natural "*germane load*" (resultante da adição de informações úteis);

(ii) a carga cognitiva irrelevante "*extraneous load*" (causada pelo processamento de informação irrelevante. Como não interfere na construção e automatização dos esquemas, implica um desperdício de recursos mentais que poderiam ser canalizados para auxiliar a carga natural);

(iii) carga cognitiva intrínseca "*intrinsic load*" (resultante da complexidade e da quantidade de informação a ser processada e do nível de interatividade entre esses elementos).

eficiente na resolução de problemas de matemática resulta da utilização da maior parte dos recursos da memória de trabalho na execução do cálculo mental (Sweller, 1994, 2005; Sweller & Chandler, 1994). Logo, a adição de fatores, como a compreensão e articulação de diversos registos semióticos no mesmo enunciado, exercerá uma sobrecarga na memória de trabalho e, conseqüentemente, um desempenho menos eficiente nos procedimentos de resolução.

Os estudos empíricos de Mayer & Anderson (1991), Chandler & Sweller (1992) e Bobis *et al.*, (1994) revelaram que a anexação de ilustrações aos problemas verbais tem um efeito prejudicial no processo de resolução, na medida em que exige que os sujeitos repartam a atenção entre duas fontes físicas de informação (textual e pictórica).

O efeito de alternar a atenção entre diferentes fontes de informação, designado por *"split-attention"*, exige uma sobrecarga de recursos na memória de trabalho, levando a desempenhos inferiores. Acresce à análise separadamente das diferentes fontes de informação, a integração conjunta da informação na memória de trabalho, efeito igualmente complexo, denominado por Sweller (1994) como *"element interactivity"*.

Estes efeitos podem acentuar-se sobretudo nas crianças que iniciaram há menos tempo a aprendizagem em matemática e que ainda não tenham adquirido esquemas mentais e automatizado os mecanismos cognitivos e nos sujeitos que revelem dificuldades em desencadear os procedimentos inerentes à tarefa de resolução de problemas, *"poor performers"*, e apresentem uma baixa capacidade de memória de trabalho. Este último grupo de sujeitos recorda-se de menos itens e tem dificuldade em tarefas como a extração, comutação e atualização de informações (De Stefano & Le Fevre, 2004; Geary *et al.*, 2004; Andersson & Lyxell, 2007; Berends & Van Lieshout, 2009).

De acordo com o modelo de processamento de problemas bimodais de Seufert *et al.* (2007), numa primeira fase, o foco centra-se na compreensão, separadamente, das distintas fontes de informação, num processo classificado como *"local coherence formation"* (Seufert, 2003). Posteriormente, segue-se a *"global coherence formation"* que corresponde à integração da informação proveniente das várias fontes informativas (texto e imagens) de acordo com um mapeamento *"element-to-element"* e com o mapeamento *"relation-to-relation"*. O resultado final deste processo é uma

representação mental coerente da informação. Cada uma destas etapas cognitivas faz exigências ao nível da memória de trabalho, obrigando a um maior esforço cognitivo e promovendo a possibilidade do processamento não ser realizado com sucesso.

A comunhão de duas ou mais fontes complementares de informação (textos e ilustrações) exige o mapeamento e a construção de uma representação coerente do problema. A sobrecarga cognitiva para tarefas desta natureza poderá ser maior em comparação com a carga cognitiva despendida no processamento de problemas monomodais (apenas com registo verbal) que não exigem todas estas fases.

Assim sendo, a integração de informações provenientes de texto e imagens coloca uma pesada carga cognitiva sobre a capacidade limitada da memória de trabalho, deixando menos recursos disponíveis para a tarefa central – a resolução do problema Sweller (1994).

Berends & Van Lieshout (2009) examinaram o efeito da combinação de imagens e texto em problemas verbais, que requeriam a aplicação direta de algoritmos de uma das quatro operações fundamentais, no desempenho de alunos do ensino primário, e concluíram que o uso de ilustrações para orientar o processo de resolução de problemas não conduz necessariamente a uma melhoria do desempenho e pode mesmo afetar negativamente o desempenho das crianças.

Os autores verificaram que a presença de ilustrações com informação irrelevante e com informação redundante induziu a uma sobrecarga na memória de trabalho. Os problemas com este tipo de imagens sofreram um acréscimo de tempo na resolução, quando comparados com problemas similares com ausência de informação pictórica, ainda que a precisão da resposta não tenha sido afetada. A subtração de informação irrelevante e a análise de informação redundante foram as causas imputáveis à inflação do tempo de resposta.

A presença de imagens “essenciais” nos problemas, i.e., aquelas que têm informação imprescindível para a compreensão do enunciado e subsequente resolução, resultou num processamento menos eficiente, tanto em termos de precisão de respostas como de velocidade de resolução, que terá sido afetado simultaneamente pela necessidade de alternar a atenção entre diferentes fontes de informação e de analisar a interatividade dos elementos das duas fontes informativas (texto e imagem). Estes resultados foram comuns quer nas crianças com uma boa performance na

resolução de problemas, quer nas crianças com um fraco desempenho, ainda que nestas os efeitos tenham sido mais acentuados.

Em suma, a adição de ilustrações nos enunciados pode não ser a forma mais eficaz de promover as estratégias e os procedimentos de resolução dos problemas verbais, considerando que a necessidade de inibir informações irrelevantes, o efeito de redundância, o efeito “*split-attention*” e os efeitos de interatividade dos elementos das duas instâncias (verbal e pictural) podem dificultar o processo de resolução de problemas. Além disso, estes efeitos podem ainda depender do nível de complexidade da tarefa.

A combinação da limitada capacidade da memória de trabalho e uma fraca automatização dos mecanismos cognitivos deixam os sujeitos mais vulneráveis aos possíveis efeitos prejudiciais da inclusão de ilustrações nos enunciados dos problemas verbais.

Não obstante os efeitos que os registos semióticos picturais acarretam no processamento da informação dos problemas bimodais, até que ponto podem as imagens, beneficiando de uma relação de complementaridade com o texto, ainda que cumpram uma função ilustrativa ou representativa da situação descrita no enunciado, introduzir valores de significação na perceção e ter um papel potenciador na construção do modelo mental que conduz à resolução dos problemas verbais, sobretudo dos mais complexos do ponto de vista discursivo?

Esta é uma das questões que será retomada na segunda parte deste trabalho, onde se avalia, entre outros aspetos, a relevância das imagens nos problemas bimodais seleccionados de Prova de Aferição e Provas de Exame de Matemática do Ensino Básico.

5. Fatores discursivos textuais influentes na resolução de problemas verbais de matemática

“(…) l’une des difficultés essentielles des activités de résolutions de problèmes arithmétiques réside non pas, ou en tout cas pas exclusivement ou principalement, dans le traitement des opérations, même si elles ont une certaine importance, mais dans la compréhension/interprétation des énoncés et dans la mise en relation du résultat de cette compréhension avec les procédures de résolution.” (Fayol et al., 2005, p. 195)

Como se verificou anteriormente, a compreensão do enunciado é crucial para a tomada de decisões na escolha dos procedimentos e das estratégias a considerar na resolução de problemas verbais.

Sem descurar a necessidade da implementação e da adoção de práticas e estratégias conducentes à resolução dos problemas de matemática, é fundamental considerar a complexidade dos próprios conteúdos, a estrutura dos enunciados e os fatores linguísticos que poderão estar na origem da subsequente dificuldade de resolução. Como referem Fonseca & Cardoso (2005),

“A dificuldade que os sujeitos encontram ao ler e compreender textos de problemas está, entre outros fatores, ligado à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido num problema, o uso de termos específicos da matemática que não fazem parte do quotidiano do aluno podem constituir--se em obstáculos para que ocorra a compreensão”. (op. cit., p. 64)

A resolução de problemas verbais é uma atividade complexa que requer mais do que procedimentos algorítmicos. Se os sujeitos apresentam taxas de sucesso satisfatórias em aritmética e cálculo mental, os estudos europeus e americanos mostram que os maiores constrangimentos se centram na resolução de problemas aritméticos verbais (Stigler et al., 1990; Stevenson & Stigler, 1992; Fayol et al., 1997). Estas dificuldades específicas têm origem, como se verificou anteriormente, na falta de capacidade que os sujeitos revelam na construção de uma representação adequada da situação descrita nos enunciados dos problemas (Lewis & Mayer, 1987) e na estrutura dos mesmos (Kalyuga et al., 1998; Kalyuga et al., 2003). Ainda que os sujeitos consigam

realizar complicados cálculos para resolver problemas do cotidiano (Carraher *et al.*, 1985; Nunes *et al.*, 1993)⁵³, essas mesmas operações aritméticas, quando são convocadas nos manuais didáticos ou nas provas de exame sob a forma de enunciados escritos por meio de códigos matemáticos e linguísticos, costumam tornar-se verdadeiros enigmas insolúveis e responsáveis pelo resultado quase sempre insatisfatório nas avaliações de aprendizagem feitas pelos organismos sob tutela dos Ministérios de Educação de vários países, sendo a matemática uma das disciplinas com os piores índices de aproveitamento, principalmente no Ensino Básico.

Um dos fortes argumentos a favor desta interpretação é a de que os problemas podem estar associados a díspares taxas de sucesso em função da formulação dos enunciados (De Corte *et al.*, 1985; Dixon, 1987; Cummins *et al.* 1988; Fayol, 1990; Davis-Dorsey *et al.*, 1991; Stern, 1993; Staub & Reusser, 1995; Coquin-Viennot, 2000; Leong & Jerred, 2001).

5.1. A formulação dos enunciados dos problemas verbais

“A linguagem matemática por vezes apresenta uma organização da escrita diferente da utilizada nos textos convencionais, exigindo um processo particular de leitura”
(Smole & Diniz, 2001, p. 72).

Sem minimizar a pertinência de outros fatores, como os procedimentos matemáticos e o tipo de conhecimentos mobilizados para a resolução dos problemas, a formulação dos enunciados parece ser um aspeto fundamental, que poderá comandar o desempenho dos sujeitos, quer na compreensão dos enunciados, quer nas subseqüentes tarefas de resolução.

Frederiksen (1984), tendo por base a obra de Simon (1973, 1978), distingue dois tipos de problemas verbais:

- (i) os problemas bem estruturados (“*well-structured problems*”);
- (ii) os problemas mal estruturados (“*ill-structured problems*”).

O autor define **os problemas bem estruturados** como os que estão corretamente formulados e dispõem de informações adequadas que garantem uma solução correta.

⁵³ Estes investigadores testaram a capacidade de resolução de problemas com jovens vendedores ambulantes no Brasil, alguns deles com pouca instrução. Formularam vários problemas, questionando-os, verbalmente, e verificaram que estes sujeitos foram capazes de resolver, em quase todos os casos, os problemas que lhes foram propostos relativamente aos produtos que vendiam.

Para resolver problemas bem estruturados, basta que os alunos se foquem apenas na informação contida no enunciado e, eventualmente, recorrer a informação armazenada na memória de longo prazo, por exemplo, noções matemáticas e conhecimento processual.

O problema verbal, ilustrado na *fig. 41*, ainda que disponha de registos semióticos distintos, é um exemplo adequado deste tipo de problemas.

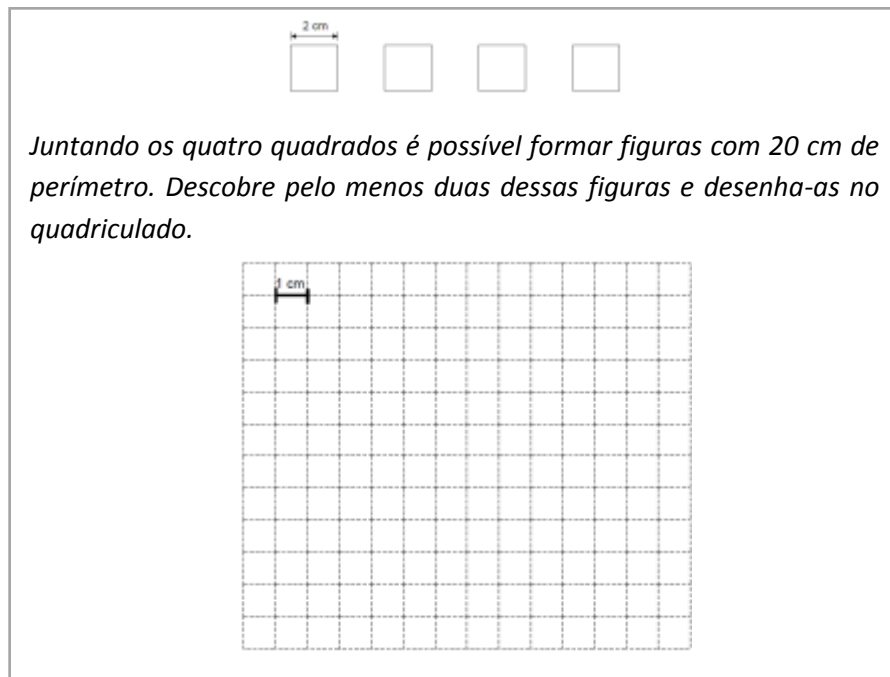


Figura 41: Problema bimodal [PAM-1º ciclo (2000), parte B, item 22]

Este problema apresenta claramente todos os dados informativos que o aluno necessita para resolver a tarefa, num enunciado breve e conciso, mas completo. Toda a informação contida no texto é essencial para a operacionalização da resolução, pelo que o aluno não precisa selecionar os elementos relevantes e descartar os dados informativos irrelevantes. Os registos semióticos não verbais (imagens) assumem, neste enunciado, uma função referencial. A ausência da primeira instância pictural (ilustração dos quatro quadrados) condicionaria a resolução do problema, na medida em que ela é portadora de informação (medida dos quadrados – 2cm) que não ocorre no registo semiótico verbal, i.e., a imagem acrescenta informação adicional e pertinente à informação veiculada no texto. A segunda imagem, com “qualidades cartográficas”⁵⁴, vai

⁵⁴ “Map-like quality” – designação atribuída por Levin *et al.* (1987) às imagens que cumprem uma função organizadora, dotando os conteúdos de maior coerência.

estabelecer relações espaciais e de conexão entre os dados informativos e incorpora informação nova (1cm) que baliza os procedimentos a adotar na realização da tarefa.

Os **problemas mal formulados** (“*ill-structured problems*”) são todos aqueles cujos enunciados não fornecem toda a informação necessária à sua resolução ou que não evidenciam um processo que permita encontrar todas as possibilidades de resposta. Este tipo de problemas requer, em muitas situações, o recurso à memória de longo prazo e admite até a possibilidade de se ter que fazer recurso a fontes externas de informação.

As características deste tipo de problemas podem ser observadas num problema verbal que figura na Prova de Aferição de Matemática do 1º ciclo de 2005 (fig. 42).

1. Os meninos da sala do Raul fizeram 50 estrelas iguais, em cartolina azul.
Na figura, está representada parte de uma das estrelas que eles construíram. A linha a tracejado representa um eixo de simetria da estrela.

1.1. Quantos braços vai ter a estrela quando estiver completa?

1.2. Para enfeitar cada uma das estrelas, colocaram à sua volta fio prateado. Quantos centímetros de fio utilizaram em cada estrela?

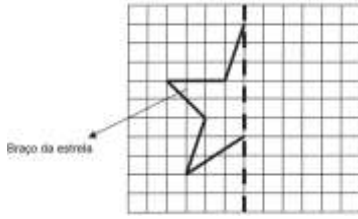


Figura 42: Problema bimodal [PAM-1º ciclo (2005), parte A, item 7]

O primeiro parágrafo do enunciado contextualiza a situação do problema com a indicação dos agentes “*meninos*”, da ação “*fizeram 50 estrelas iguais*” e do local “*sala do Raul*”. O parágrafo seguinte remete para a imagem que ilustra o trabalho efetuado na construção dos objetos “*estrelas*”.

Para responderem à primeira questão colocada no problema (*Quantos braços vai ter a estrela quando estiver completa?*), os sujeitos devem construir uma representação do problema, selecionando apenas a informação pertinente do parágrafo anterior (“*A linha a tracejado representa um eixo de simetria da estrela*”) e observando a imagem, que apresenta metade de uma estrela (*5 braços*), para construírem o modelo da situação descrita no problema e indicarem, como resposta, um valor numérico (*10*) que corresponde ao número de braços da estrela construída. A expressão “*50 estrelas*

iguais”, que contextualiza o problema, funciona como um elemento quantitativo distrator (não contribui para a resolução da tarefa proposta e não tem nenhuma relevância para qualquer das questões formuladas no problema), sobrecarrega a memória de trabalho e esgota recursos cognitivos que podiam ser cooptados para a tarefa-base.

Relativamente à segunda questão colocada (*Quantos centímetros de fio utilizaram em cada estrela?*), nem o contexto verbal, nem a imagem auxiliam os sujeitos no processo de resolução, uma vez que não há nenhuma indicação explícita da medida “de cada braço da estrela”, nem é sugerido o uso de material de medição (régua graduada) que permita fornecer os dados numéricos imprescindíveis para a concretização da tarefa. Quanto muito, um braço da estrela corresponde a “três quadrados”, mas não se encontra nenhuma legenda que traduza “quadrado” em centímetros. Face às limitações impostas pelo contexto, o bom desempenho dos sujeitos e o sucesso na realização da tarefa poderá ficar comprometido.

Reusser (1989), Nathan *et al.* (1992) e Gerofsky (1996) sublinham o carácter elíptico dos problemas com contextos verbais semelhantes ao analisado anteriormente e defendem que este aspeto compromete seriamente o processo de resolução. Esta opinião é igualmente partilhada por De Corte & Verschaffel (1985) que frisam que a compreensão das declarações fica condicionada, quando os enunciados não fornecem todas as informações necessárias para a compreensão da situação descrita no problema, sobretudo para os sujeitos aprendizes que revelam mais dificuldades em fazer inferências.

Faria (2007) aponta ainda a ambiguidade dos problemas verbais marcada pela complexidade linguística das estruturas que compõem os enunciados.

Quando os elementos informativos dos enunciados não são claros e objetivos, i.e., são ambíguos, os sujeitos podem adotar procedimentos de resolução e obter uma resposta que não está em conformidade com a tarefa proposta (*fig. 43*).

*O João é mais alto do que o Tito e ambos são alunos do 6º ano.
A média das suas alturas é de 1,50m.
Indica uma altura possível para o João e uma altura possível para o Tito.
Explica como chegaste à tua resposta, podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.*

Figura 43: Problema monomodal [*PAM-2º ciclo (2002), parte A, item 6*]

O enunciado do problema, representado na *fig. 43*, ainda que apresente todas as informações necessárias para a sua resolução, evidencia elementos ambíguos, como “... são alunos do 6º ano.” A faixa etária dos alunos que frequentam o 6º ano pode ser compreendida entre os 11 e os 14 anos. Logo, o conhecimento prévio que os alunos têm, tomando como referência a realidade das escolas que frequentam, pode não ajudar a estabelecer uma medida razoável, o que talvez não acontecesse se o indicador de altura fosse a faixa etária, por exemplo, “12 anos”, em vez do ano de escolaridade.

Mas, se o contexto do enunciado suscita alguma ambiguidade, os critérios de classificação, apresentados pelo GAVE⁵⁵ para este problema, são no mínimo estranhos: “*Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema, chegando a valores que não são absurdos. Consideram-se valores absurdos os que não se encontram compreendidos entre 0,9m e 2,1m.*”

Ainda se pode ler nos critérios definidos para este item “*Não deverá ser considerado erro, se o aluno responder considerando o Tito como o mais alto.*” Ora, se a informação “*O João é mais alto do que o Tito*” não é pertinente para a representação mental da situação descrita no problema, será o contexto, para além de ambíguo, excessivo?


Para além do carácter elítico e/ou ambíguo dos contextos verbais, a falta de coesão e/ou coerência entre os dados informativos dos registos semióticos é um outro indicador que permite caracterizar um problema verbal como mal formulado.

Na apresentação da festa da escola, a professora da Flora organizou uma fila com os seus 20 alunos.

A professora pôs:

- as crianças que tinham camisola branca, de 3 em 3;
- os rapazes, de 2 em 2.

Na figura, a Flora está no início da fila que a professora organizou.



Quantos rapazes é que tinham camisola branca?

Figura 44: Problema bimodal [PAM-2º ciclo (2003), parte B, item 15]

⁵⁵ <http://bi.gave.min-edu.pt/exames/download/ccafericaomat2ciclo2002>.

No problema bimodal, representado na *fig. 44*, o texto apresenta a descrição da situação que é representada de forma subsidiária pela imagem, i.e., o registo pictórico assume uma função organizadora de parte da informação descrita no texto, o que poderá auxiliar na representação mental e nas estratégias e procedimentos a adotar para alcançar a resposta pretendida (*três rapazes*).

O 5º parágrafo do texto “*Na figura, a Flora está no início da fila que a professora organizou.*” parece não ter muita pertinência para a contextualização da situação, uma vez que não apresenta informação adicional à já apresentada nos parágrafos anteriores e também não assume nenhum elo de coesão com a imagem, ou seja, não fornece informação útil para a leitura da imagem. Sendo a primeira figura da imagem a representação de um elemento feminino, não é relevante que seja a “Flora” ou qualquer outra rapariga da turma.

Efetivamente, a ambiguidade, o carácter elíptico e a redundância da informação verbal poderão ter consequências menos abonatórias para a compreensão dos contextos verbais.

5.2. Os contextos verbais e a extensão dos enunciados

“Although the numerical tasks are embedded in a context, the stereotyped nature of these contexts, the lack of lively and interesting information about the contexts, and the nature of the questions asked at the end of the word problems jointly contribute to children not being motivated and stimulated to pay attention to, and reflect upon, (the specific aspects of) that context.” (Verschaffel et al., 2000, pp. 68-69).

Na compreensão dos enunciados dos problemas de matemática, o contexto pode desempenhar vários papéis, nomeadamente melhorar a acessibilidade às representações dos problemas; contribuir para a transparência da situação enunciada; sugerir estratégias de solução (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2005). No entanto, para que possam auxiliar os sujeitos na tarefa de resolução, os contextos devem ser significativos e informativos (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996). Não o sendo, não só não melhoram a acessibilidade como podem impedir que o acesso se faça.

A par da sua projeção como fator relevante na compreensão dos enunciados, o contexto é, frequentemente, referenciado na literatura como um dos “obstáculos” que inviabiliza o sucesso da resolução de problemas (Baruk, 1985; De Corte & Verschaffel, 1985; Bruner, 1986; Reusser, 1989; Sowder, 1989; Nathan *et al.*, 1992; Dunbar, 1995; Gerofsky, 1996; Toom, 1999; Foulín & Mouchon, 2000). Embora esta premissa seja partilhada por todos os investigadores, a natureza dos contextos não reúne consenso e abundam argumentos contra e a favor de contextos mais concisos ou de contextos mais ricos que implicam necessariamente enunciados mais extensos.

Sowder (1989) sublinha que o processo de representação dos problemas pode ser dificultado pelos contextos excessivamente concisos, que favorecem a ocorrência de atalhos cognitivos, mas dificultam a representação do esquema ou modelo mental do problema. Quando o contexto é extremamente pobre, não há informação suficiente para representar a situação descrita no enunciado do problema. O papel do contexto fica reduzido ao de recipiente que contém os dados necessários (e nem sempre suficientes) para responder à questão. Nesta situação, é comum que os sujeitos foquem a atenção na questão e construam a representação da situação a partir dela, buscando no contexto apenas dados numéricos e/ou palavras-chave que sirvam para dar resposta à questão colocada (Bruner, 1986).

O problema (1) é um exemplo emblemático, frequentemente referido na literatura, que parece confirmar o efeito “reductor” do contexto.

*(1) Num navio há 26 carneiros e 10 cabras.
Qual é a idade do capitão?*

Este conhecido problema foi aplicado a 97 alunos, da cidade de Grenoble, em França, em 1980. 78% dos alunos, de 8/9 anos, responderam à questão combinando os números do enunciado (calcularam $26 + 10 = 36$ e atribuíram como resposta ao problema o resultado dessa soma, ou seja, concluíram que o capitão tinha 36 anos).

A análise das respostas dos alunos aponta para a “lógica” que norteia essa resposta, para a falta de envolvimento com o enunciado do problema e para a deficiente interpretação dos dados (Baruk, 1985). Perante um contexto muito pobre e irrelevante, onde as informações não dão indicação de todos os elementos necessários para a realização da tarefa de resolução, os sujeitos aprendizes tendem a esquecer “a história”

retratada no enunciado e a centrar a atenção na questão do problema, inferindo as operações a realizar diretamente do texto e apoiando-se nas indicações numéricas para responder à questão. Num estilo impulsivo e pouco refletido, “saltam” a interpretação de todas as declarações textuais. A compreensão da situação descrita no problema não é realizada e a resposta à questão formulada fica comprometida com a aplicação de operações que podem não corresponder ao modelo do problema.

Para Gerofsky (1996), o contexto de um problema verbal típico é apenas um “álibi” que configura uma situação de um grupo de personagens, lugares e objetos que geralmente são irrelevantes para a resolução do problema. Na verdade, muita atenção para a “história” retratada no problema irá distrair os estudantes da tarefa de resolução, levando-os a considerar fatores externos à situação, em vez de se concentrarem na extração de variáveis relevantes e nas operações.

Esta perspetiva, corroborada por outros autores (Dunbar, 1995; Toom, 1999; Foulín & Mouchon, 2000; Verschaffel *et al.*, 2000), atribui aos contextos ricos um efeito “perturbador” e responsável por longos enunciados, repletos de informação supérflua e pouco pertinente. A incorporação de excesso de informação, que não é relevante para a resolução do problema, pode ser um fator distrator, na medida em que os sujeitos, sobretudo os mais novos, se “perdem” numa “floresta ficcional” em busca dos elementos essenciais para a construção de um plano de resolução.

Os enunciados dos problemas seguintes (*fig. 45, fig. 46 e fig. 47*), extraídos de manuais didáticos e de provas de avaliação externa, estão repletos de informação trivial e sugerem algumas reflexões.

Se o objetivo da resolução de problemas é verificar/avaliar as competências dos alunos, nomeadamente a capacidade de adaptar, conceber e pôr em prática estratégias variadas que permitam dar resposta às questões formuladas, os contextos longos e artificiais criados pelos autores facilitarão a construção de um esquema ou de um modelo mental que conduza à construção de um plano de solução?

A família Nunes foi de férias para o Algarve.

A Helena Nunes reparou que na praia havia guarda-sóis para protegerem as pessoas do Sol que, como sabes, pode ser muito prejudicial para a saúde quando as pessoas se expõem entre as 11h e as 16h ou não colocam protetor solar.

Numa dada altura a Helena reparou que a sombra projetada na areia pelo guarda-sol, figura 17, era aproximadamente um círculo de diâmetro 2 m.

A figura 18 é o modelo matemático da sombra.

Determina uma valor aproximada às décimas para:

- *o perímetro do círculo;*
- *a área do círculo.*

Considera 3, 14 para o valor aproximado de π .



Figura 17



Figura 18



Figura 45: Problema bimodal [Matemática 6º ano, Porto Editora, p. 17]

Este problema (fig. 45) é um exemplo típico de um enunciado com um contexto rico. Todos os elementos informativos necessários para a resolução do problema estão disponíveis quer no texto, quer nas imagens, que representam não só a situação descrita, como também “o modelo matemático da sombra”. Estas indicações promovem o processamento da informação e a compreensão do enunciado, uma vez que não exigem o recurso a inferências ou a conhecimentos conceptuais “disponíveis” na memória de longo prazo, como por exemplo, “o valor aproximado de π ” e facilitam a representação do modelo mental que conduzirá à realização dos procedimentos matemáticos convocados na questão do problema.

No entanto, a presença de informações adicionais, tais como “na praia havia guarda-sóis para protegerem as pessoas do Sol que, como sabes, pode ser muito prejudicial para a saúde quando as pessoas se expõem entre as 11h e as 16h ou não colocam protetor solar”, para além de alongar o enunciado, não se reveste de qualquer utilidade quer para a representação mental da situação enunciada, quer para o planeamento e execução dos procedimentos de resolução. Os recursos cognitivos desperdiçados com o processamento destas informações, importantes noutros contextos pedagógicos, mas excessivas para o processo de resolução de problemas verbais, aliados aos recursos cognitivos despendidos nas tarefas de extração e de seleção das variáveis relevantes e na realização das operações algorítmicas exercerão uma sobrecarga na capacidade da memória de trabalho e poderão condicionar o sucesso no desempenho da atividade.

O problema, representado na *fig. 46*, é mais um dos muitos exemplos presentes nas Provas de Aferição e nos Exames Nacionais que ilustram a extensão e a complexidade contextual.

*Num passeio à serra, o Luís apanhou um raminho de sargaços e papoilas.
Quando chegou a casa colocou as flores numa jarra.*

A papoila tem 4 pétalas O sargaço tem 5 pétalas

*-Quem lindo ramo! – disse a mãe. – Apanhaste 6 flores, o mesmo número dos teus anos.
O Luís contou as pétalas dos sargaços e das papoilas e disse:
- Já viste, mãe, as 6 flores têm ao todo 28 pétalas, é mesmo a tua idade.
Quantas papoilas apanhou o Luís?*

Figura 46: Problema bimodal [PAM-1º ciclo (2001), parte B, item 13]

O contexto deste enunciado envolve uma complexa cadeia de dados informativos.

À parte o facto da palavra “*sargaços*” ser muito menos frequente do que a palavra “*papoila*” e a sua representação não se encontrar no universo de muitas crianças, o acesso ao significado de “*sargaços*” é dado pela imagem legendada e pelo contexto. Só a referência “*ao passeio na serra*” anula a possibilidade de “*sargaços*” ter o significado de - “*género de algas, da família das fucáceas, que cresce sobre as águas, ocupando larga superfície de alguns mares*”, provavelmente o significado mais presente nos sujeitos do litoral (Faria, 2007).

Os dados relevantes para a representação e subsequente resolução do problema (“*as 6 flores -sargaços e papoilas - têm ao todo 28 pétalas. A papoila tem 4 pétalas. O sargaço tem 5 pétalas*”) encontram-se diluídos num contexto, onde abundam outras informações que nada acrescentam ao processo que sustentará o plano de solução que visa responder à questão: “*Quantas papoilas apanhou o Luís?*” (*Num passeio à serra*”; “*Quando chegou a casa colocou as flores numa jarra*”; “*Quem lindo ramo! – disse a mãe. – Apanhaste 6 flores, o mesmo número dos teus anos.*”; *O Luís contou as pétalas dos sargaços e das papoilas e disse: Já viste, mãe, (...) é mesmo a tua idade*). A informação prescindível faz aumentar a extensão do enunciado, o que se repercutirá,

necessariamente, num aumento do tempo de leitura e poderá provocar um efeito dissuasor por parte dos alunos que, perante a variada gama de informações, iniciarão o processo de resolução, “catando” apenas as palavras-chave e os numerais.

A apresentação da informação, sob forma de diálogo, contribuirá para manter e focar a atenção dos alunos, sobre a questão central do problema (*quantidade de papoilas apanhadas pelo Luís*)? Efetivamente, no diálogo estabelecido, ambas as personagens fazem referência às flores (“6 flores” e “28 pétalas”), aparentemente, apenas como uma forma de justificar as idades de cada uma, respetivamente (“o mesmo número dos teus anos” e “é mesmo a tua idade”), dando destaque a um aspeto que é irrelevante para a génese do problema.

Conforme argumentam Chevallard *et al.* (2001),

“Os problemas escolares tendem a ser apresentados, efetivamente, como enunciados perfeitamente elaborados, cujos textos costumam esconder a problemática que lhes deu origem. Isso acontece a tal ponto que poderíamos falar de um autêntico “desaparecimento” das questões ou das tarefas reais que originaram a conceção dos problemas.” (ibidem, p. 130)

O problema da *fig. 47* confunde-se facilmente com as tradicionais fábulas de Esopo e o seu enunciado reflete bem a fraca visibilidade das tarefas/atividades matemáticas.

O cavalo e o burro seguiam juntos para a cidade, carregados com sacos de trigo. O cavalo, contente da vida, ia folgando, pois levava uma carga bem mais leve do que a do burro. E o burro, coitado, gemia com o peso de tanto saco. A certa altura, o burro parou e disse:

- Não posso mais! Esta carga excede as minhas forças e a solução é repartirmos os sacos pelos dois.

O cavalo deu um pinote e relinchou uma gargalhada.

- Ingénuo! Tenho focinho de tolo?

O burro gemeu:

- Egoísta! Lembra-te que se eu levasse um dos teus sacos, a minha carga era o dobro da tua, mas se, pelo contrário, levasse um dos meus sacos, caminhamos com igual número de sacos.

Quantos sacos leva cada um dos animais?



Figura 47: Problema bimodal [XIS-8º ano Matemática, vol. 1, p. 147]


A apresentação da informação na forma de diálogo e a descrição pormenorizada da situação enunciada envolvem os sujeitos numa teia ficcional, onde os

comportamentos das personagens (*burro e cavalo*) ganham um destaque tal, evidenciando-se como o foco da narrativa e prevalecendo sobre a tarefa-base de resolução de um problema que está subjacente e que parece só ganhar relevância no último parágrafo “*Quantos sacos leva cada um dos animais?*”. Para além destes fatores que parecem “camuflar” a tarefa principal, acresce o facto de o enunciado estar desprovido de informação numérica que sirva de âncora para o mapeamento das informações relevantes e para a construção do modelo mental do problema.

Em concreto, neste problema não se consegue identificar nenhum dos objetivos que um qualquer contexto deve desempenhar para auxiliar a compreensão dos enunciados, uma vez que este contexto verbal parece dificultar a acessibilidade à representação mental do problema, não contribui para a transparência da situação e desvia o foco atencional da tarefa-base de resolução, ou seja, dos procedimentos matemáticos.

A **artificialidade dos contextos**, aliada à apresentação de “cenários irreais” que emolduram as situações dos problemas verbais, é, igualmente, apontada como um fator inibidor para a compreensão dos enunciados e para a organização de uma adequada representação mental dos dados informativos. Por exemplo, o enunciado do problema, abaixo apresentado (*fig. 48*), reporta informação pouco coerente, desfasada da realidade (“*um cinto com 2 metros*”) que não faz parte do universo das categorias conhecidas dos sujeitos.

A Clara está a fazer um cinto com argolas grandes e argolas pequenas. Já fez 50 cm de cinto, mas quer que o cinto tenha 2 metros de comprimento, mantendo a sequência das argolas grandes e pequenas.



Com quantas argolas grandes e com quantas argolas pequenas ficará o cinto?

Figura 48: Problema bimodal [PAM - 1º ciclo (2007), parte B, item 19]

Na complexa atividade mental que é necessária para a compreensão da leitura dos enunciados “*o leitor cria o significado do texto baseado não só no texto mas também na informação que já possui*” (Costa, 1992, p. 91), ou seja, apoiando-se “*não só*

no seu conhecimento da língua e dos textos mas também nos conhecimentos que possui sobre o domínio que é evocado pelos textos” (Marin & Legros, 2008, p. 22). Neste sentido, o impacto do conhecimento prévio e do carácter significativo das situações descritas contribuem para uma interpretação mais eficaz e estes dois fatores juntos parecem favorecer a elaboração de modelos mentais. Os projetos de investigação de Stern & Lehrndorfer (1992) e Cooper & Harries (2003) sugerem que os enunciados dos problemas são compreendidos com mais facilidade, quando os contextos fazem referência a situações familiares, reais e significativas.

A extensão dos enunciados e a artificialidade dos contextos terão, ainda, consequências ao nível da memória de trabalho com uma capacidade limitada. Uma maior demanda de informação exigirá elevados custos de processamento, nomeadamente, na triagem das informações relevantes para a representação das situações enunciadas e para a solução requerida nas questões dos problemas.

Sendo o contexto um elemento importante no processo de resolução que ora atua como um fator relevante, na medida em que fornece informações que promovem a representação da situação do problema, ora se apresenta como um fator perturbador com características redutoras, é importante que, na formulação dos problemas verbais, se prima pela articulação entre um contexto adequado à situação apresentada e uma questão coerente com o contexto, *“despojando os enunciados de informações supérfluas que em nada contribuem para o processo de resolução.”* (Toom, 1999, p. 38).

5.3. A formulação das questões nos problemas verbais

“Le placement de la question en tête d’ énoncé contribue également à l’amélioration des performances, notamment chez les élèves les plus faibles.” (Fayol et. al., 2005, p. 24).

A formulação das questões ocupa um lugar de destaque nos problemas verbais e desempenha um papel crucial no jogo entre os dois processos (representação e solução).

Há estudos que distinguem o impacto da modalização da formulação das questões como um fator influente na compreensão e na tomada de decisões acerca do

plano de resolução dos problemas (Carpenter & Moser, 1984; De Corte & Verschaffel, 1987; Cardelle-Elawar, 1992).

A forma de apresentação das informações nos enunciados, nomeadamente a influência da posição da incógnita no incremento das operações envolvidas, afigura-se como uma dificuldade no processo de compreensão e na construção da representação da situação dos problemas.

Foulin & Mouchon (2000) identificaram a disposição das proposições, nomeadamente a posição que a questão ocupa nos enunciados, como um fator linguístico que dificulta a tarefa de representação dos problemas.

Carpenter & Just (1988) investigaram a influência da posição da incógnita no incremento das “operações de pensamento envolvidas na resolução de problemas de matemática” e verificaram que, em relação aos problemas de transformação (*cf.* 1), as crianças representaram de forma imediata os problemas designados “canónicos” (de formato $a+b=?$ ou $a-b=?$) e revelaram mais dificuldades, que se traduziram em mais tempo de resposta e em maiores taxas de insucesso, nomeadamente em problemas com o início desconhecido (*cf.* 2), que suscitam o uso de operações mentais de inversão e/ou comutatividade a fim de possibilitar uma representação explícita da situação.

(1) *O Pedro tinha 10 rebuçados. Em seguida, a mãe deu-lhe mais 5.
Quantos rebuçados tem agora o Pedro?*

(2) *O Pedro tinha alguns rebuçados. Deu 5 rebuçados à Joana.
Agora o Pedro só tem 8 rebuçados.
Quantos rebuçados tinha ele inicialmente?*

Rosenthal & Resnick (1974) apresentaram a crianças de 9-10 anos de idade problemas, cujos enunciados aludiam a transformações (ganhos ou perdas), alterando a ordem de apresentação das informações e verificaram que o desempenho dos sujeitos foi substancialmente melhor, quando a ordem da enunciação correspondia à ordem cronológica da ocorrência dos eventos. A melhoria de desempenho pode estar diretamente relacionada com o facto da representação, da manutenção e da recuperação da informação, no sistema memorial, serem beneficiadas, sempre que a informação esteja estruturada de acordo com a sequência de eventos, i.e., com a ordem natural da apresentação de processos, estados ou eventos (Maciel, 1996, pp. 86-88).

Fayol *et al.* (1987), num estudo centrado na localização da questão do enunciado (em posição inicial ou, de forma canónica, em posição final) realizado com crianças entre os 6 e os 10 anos, demonstraram que a colocação da questão no início do enunciado contribuía de forma favorável para um melhor desempenho na escolha dos procedimentos e na conseqüente resolução dos problemas. Corroborando este argumento, Dixon (1987) aferiu que a questão colocada no início do problema ajuda na organização da informação, contribuindo de forma mais eficaz para a apreensão da informação veiculada no enunciado.

Devidal (1996) e Devidal *et al.* (1997), em projetos de investigação sobre leitura e resolução de problemas de transformação e de comparação, realizados com alunos de 10 anos, confirmaram que, para todas as crianças, mas principalmente para as que revelaram um desempenho mais fraco, a colocação da questão no início do enunciado do problema auxilia o processo de resolução, contribuindo significativamente para o aumento da taxa de sucesso na realização das tarefas propostas. Estes indicadores sugerem, uma vez mais, que as dificuldades atribuídas aos problemas verbais residem no tratamento e na integração das informações extraídas dos enunciados dos problemas.

Segundo Mayer (1992), as informações extraídas do enunciado devem ser unificadas numa estrutura onde os valores das diferentes variáveis sejam ligados uns aos outros e ao valor da incógnita. Esta atividade de integração é fortemente facilitada, se os sujeitos determinarem, no início da leitura do enunciado, a estrutura relacional da situação descrita no texto. É neste sentido que Devidal *et al.* (1997) sugerem que a colocação da questão em posição inicial permitirá ativar precocemente o esquema correspondente à estrutura do problema, guiando a seleção de informação e a escolha dos procedimentos de resolução, ou seja, propiciando um desempenho mais eficaz. Por conseguinte, o posicionamento inicial da questão trará benefícios em termos de recursos cognitivos, uma vez que reduz o armazenamento de dados numéricos e a sua afetação às variáveis da situação descrita, diminuindo a carga na memória de trabalho e permitindo que os sujeitos, mesmo aqueles cujo desempenho se revela mais deficitário, consigam resolver os problemas. Esta interpretação é compatível com os resultados dos estudos relacionados com o impacto das limitações da capacidade da memória de trabalho na compreensão da leitura (Fayol *et al.*, 2000; Gaonac'h & Larigauderie, 2000) e

com o “efeito de primazia”, sugerido por Atkinson & Shiffrin (1971), tendo por base estudos centrados na análise do processo de repetição/recordação de informação previamente recebida.

Os trabalhos de Atkinson & Shiffrin (1971) apontaram para a existência de dois efeitos de evocação de itens consoante a sua posição em listas seriais de palavras: o “efeito de primazia”, que privilegia a recuperação da informação adquirida em primeiro lugar, verificado quando os itens do início de uma lista de palavras tendem a ser focados com menos frequência do que os itens do final da lista, mas sua evocação é substancialmente superior ao nível de evocação dos itens do meio da lista; “o efeito de recência” que ocorre quando os itens que ocupam posições finais de listas são normalmente melhor evocados do que todos os outros.

Estes dois efeitos atuantes na evocação de itens parecem refletir os conteúdos de dois registos de memória diferentes: o efeito de recência, associado a um registo de acesso imediato (memória a curto prazo ou memória de trabalho), e o efeito de primazia relacionado com os restantes itens, evocados a partir de um registo mais permanente e de capacidade mais ampla (memória a longo prazo).

Gernsbacher *et al.* (1989) analisaram estes dois efeitos em estruturas oracionais e verificaram, relativamente ao efeito de primazia, que a vantagem de um participante primeiramente mencionado numa frase que envolve pelo menos dois participantes é mais facilmente acedido do que aquele que é referido em segundo lugar. Esta vantagem deve-se ao facto do primeiro participante formar a base para a construção da infraestrutura de nível oracional ou frásico.

Ao lerem e/ou ouvirem uma frase com duas orações, os sujeitos revelaram mais facilidade de acesso às palavras da oração mais recente, ou seja, da última oração a ser lida e/ou ouvida, evidenciando-se o efeito de recência. A vantagem do acesso imediato à oração mais recente justifica-se com o facto de os sujeitos representarem cada uma das orações de uma frase multi-oracional numa infraestrutura que está a ser desenvolvida naquele momento, ou seja, à informação da oração mais recentemente apresentada.

Maciel (1996), num estudo sobre leitura de definições e memória realizado com alunos do ensino primário e secundário, verificou que na leitura de textos atuam ambos os efeitos (primazia e recência), i.e., as primeiras e as últimas definições de um texto são

as que melhor ficam representadas na memória, sendo também mais facilmente evocadas pelos sujeitos.

Thevenot *et al.* (2004), com base na criação de um paradigma que permite medir o tempo de reconhecimento dos dados numéricos utilizados no problema, acrescentam que os benefícios da colocação da questão no início do enunciado não são apenas imputáveis à diminuição da carga cognitiva. A disposição da questão em posição inicial permite a realização dos cálculos durante a interpretação da informação do enunciado, ou seja, ativa mais rapidamente os esquemas de resolução adequados aos problemas em questão, permitindo efetuar os cálculos durante a leitura do enunciado e à medida que os dados numéricos surjam nas informações. O efeito facilitador da questão colocada no início do problema, mesmo que os cálculos não sejam realizados no decurso da leitura, pode ser explicado pelo facto de ela acrescentar antecipadamente algo necessário à construção da representação mental da situação descrita no enunciado.

A colocação da questão em posição inicial funciona como o “*background*” da informação que permite, em primeira instância, a identificação das informações centrais sobre as quais os dados a codificar subsequentemente são organizados, tendo como consequências principais a redução dos recursos cognitivos na memória de trabalho e o melhoramento dos desempenhos dos sujeitos (Rawson & Kintsch, 2002).

Inversamente, a questão colocada no final do enunciado não permite ativar, no início da leitura do enunciado, um esquema representacional da situação e as informações apresentadas terão de ser codificadas individualmente, antes de serem integradas de forma unitária. Logo, aumenta a carga cognitiva da memória de trabalho e retarda a elaboração do modelo mental do problema. A associação destes dois fatores poderá condicionar os procedimentos a desencadear no processo de resolução.

Nas Provas de Aferição e nos Exames Nacionais de Matemática dos três ciclos de escolaridade do Ensino Básico (1º, 2º e 3º ciclos) não foi encontrado nenhum problema verbal⁵⁶, que exija simultaneamente compreensão e cálculos, em que a questão figurasse em posição inicial, i.e., em termos de posicionamento, as questões localizam-se sempre em posição canónica, ou seja, no final dos enunciados. O mesmo não se

⁵⁶ Excluíram-se desta análise os problemas verbais que visam a identificação ou verificação de conceitos, definições e/ou propriedades por não envolverem os dois processos de resolução: representação e solução.

verifica em relação à forma linguística que podem assumir, onde abundam enunciados cujas questões são formuladas na negativa, nomeadamente sob a forma de negação frásica ou negação sintagmática⁵⁷, como ilustram os problemas verbais das figuras 49 e 50, respetivamente.

No chão da sala da Matilde há um tapete com a forma de um quadrado. O perímetro do tapete é 10m. A área do chão da sala é 31,6m². Calcula a área da parte do chão da sala que não está coberta pelo tapete.

Figura 49: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2011), caderno 1, item 11]

No problema, representado na *fig.* 49, a polaridade negativa⁵⁸ da questão decorre da presença do marcador protótipo da negação frásica [*não*] que ocupa a posição inicial (que é de resto a posição canónica deste marcador de negação) do constituinte que exprime o predicado [*“não está coberta pelo tapete.”*].

No problema da *fig.* 50, a questão exhibe um marcador de negação sintagmático [*sem*] que funciona como uma preposição de sentido negativo.

O Paulo e o seu amigo João foram comprar telemóveis. O Paulo gostou de um modelo que custava 75 euros e comprou-o com um desconto de 20%. O João comprou um telemóvel, de um outro modelo, que só tinha 15% de desconto. Mais tarde, descobriram que, apesar das percentagens de desconto terem sido diferentes, o valor dos dois descontos, em euros, foi igual. Quanto teria custado o telemóvel do João sem o desconto de 15%?

Figura 50: Problema verbal [ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2005), item 3]

⁵⁷ A literatura distingue basicamente três tipos de negação:

- (i) a negação frásica, que ocorre quando o escopo da negação incide sobre o núcleo verbal da frase - *Os alunos não realizaram o exame com sucesso*;
- (ii) a negação sintagmática, onde o escopo da negação corresponde a um sintagma - *Os alunos resolvem problemas de aritmética sem o auxílio da calculadora* [_{SP} *sem* [o auxílio da calculadora]];
- (iii) a negação lexical, que afeta apenas a palavra, funciona como um prefixo e não altera a categoria da unidade que modifica – *As calculadoras não-inventariadas ficaram guardadas no armário* [_{ADJ} *não* [_{ADJ} inventariadas]].

⁵⁸ O valor negativo ou positivo presente nas expressões linguísticas é frequentemente designado por “polaridade”. Respetivamente, “polaridade negativa, que requer explicitamente a presença de elementos negativos, como marcadores de negação [*não, nem, sem*] e/ou quantificadores negativos – [*ninguém, nenhum, nada, nunca*] e polaridade positiva, que corresponde a todas as expressões linguísticas que não exibam nenhum elemento negativo ou que apresentem a partícula - *sim* (marcador muito específico que ocorre com pouca frequência e em contextos muito restritos).” (Matos, 2003, p. 770).

Na qualidade de marcador sintagmático, “*sem*” precede o sintagma negado e, em conformidade com a sua natureza preposicional, ocorre como núcleo do sintagma preposicional (cf. 3).

(3) *Quanto teria custado o telemóvel do João* [_{SP} *sem* [o desconto de 15%]].

Matos (2003) define negação como

“uma operação que, atuando sobre uma expressão linguística, permite denotar quer a inexistência da situação ou entidade originariamente reportadas por essa unidade, quer o valor oposto da propriedade ou quantidade por ela designadas.” (op. cit., p. 769).

De acordo com a definição apresentada, a negação implica uma operação através da qual se anula o valor de verdade de uma situação, proposição ou entidade. A negação pressupõe, pois, a existência de uma situação positiva anterior a ela que é alterada pela introdução de marcadores negativos. Acresce a esta condição o facto da frase negativa ser sempre sintaticamente marcada (contrariamente ao que acontece com a afirmativa correspondente) apresentando, portanto, uma estrutura morfológica ou morfossintática mais complexa que contém mais material linguístico (Othero, 2007).

Na resolução de tarefas de raciocínio verbal, as frases com polaridade positiva surgem associadas a um menor grau de dificuldade, quando comparadas com as frases portadoras de polaridade negativa (Cohen, 1993).

Santos (2009) avaliou o desempenho de alunos portugueses a frequentarem o 5º ano de escolaridade na resolução de problemas verbais com questões formuladas quer com polaridade negativa, quer com polaridade positiva, através de questionários de papel e lápis, e apurou que uma percentagem significativa de sujeitos (cerca de um terço) errou a resposta por não atender à polaridade da pergunta formulada, sempre que esta se encontrava na negativa. Verificou, ainda, um maior número de respostas certas em problemas, cuja pergunta apresentava polaridade positiva, tendo chegado à conclusão que as respostas erradas ficaram a dever-se, basicamente, ao facto de os alunos não atenderem à polaridade (negativa) das frases e focarem-se, essencialmente, nos dados numéricos inscritos nos enunciados dos problemas.

A presença de uma marca de polaridade negativa nas questões dos enunciados dos problemas verbais obriga os sujeitos a raciocinar “*ad contrarium*”, isto é, a processar toda a informação no sentido inverso do que seria a situação não marcada. A construção

da representação ou modelo mental que vai sendo delineada ao longo da leitura do texto do problema, a partir das várias informações veiculadas no enunciado, é confrontada com a estrutura linguística da questão, cuja informação nega o que fora anteriormente processado, obrigando, desta forma, a uma reorganização da representação da situação descrita no enunciado e, conseqüentemente, à suspensão do modelo mental até então delineado. Esta reformulação, para além de ter custos acrescidos de processamento, poderá induzir a formulação de planos de resolução incorretos, se os sujeitos não processarem de forma adequada as unidades linguísticas que apresentam polaridade negativa e que orientam para um rumo diferente daquele traçado até ao momento da leitura da questão.

Bartlett (1932), citado em Maciel (1996), defende o privilégio da sequência típica de estruturação frásica, aludindo que os sujeitos podem ter representado no seu conhecimento a sequência típica de estruturação de um estado, processo ou evento descrito num dado enunciado textual e que, quando essa estrutura é, por qualquer motivo, encurtada ou invertida no texto, os sujeitos podem apresentar dificuldades quer no seu armazenamento, quer na sua recuperação.

Em suma, a formulação das questões, quer em termos de posicionamento, quer em termos de estrutura, pode dificultar o processo de compreensão da informação veiculada nos enunciados e afetar a construção da representação mental dos problemas.

5.4. A articulação da língua natural com a linguagem matemática na compreensão dos enunciados dos problemas verbais

“O conhecimento matemático é profundamente dependente de uma linguagem específica, de carácter formal, que difere muito das linguagens naturais. A característica dessa linguagem é tentar abstrair o essencial das relações matemáticas, eliminando qualquer referência ao contexto ou à situação, ao ponto de na linguagem algébrica, que tem carácter muito mais genérico, – considerada como a autêntica linguagem matemática – os números, em si abstratos, serem substituídos por letras.”
(Gómez-Granell, 2003, p. 260).

As situações-problema são, por vezes, apresentadas nos enunciados sob a forma de textos bimodais, que resultam do cruzamento da linguagem matemática com a

linguagem verbal e a linguagem pictórica, representada através de configurações iconográficas, como, tabelas, gráficos, diagramas ou figuras ilustrativas. [→§ 2.2.4.].

Gómez-Granell (1997) define a linguagem matemática como

“um sistema simbólico de carácter formal, cuja elaboração é indissociável do processo de construção do conhecimento e tem como função principal converter conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis possibilitando inferências, generalizações e novos cálculos que, de outro modo, seriam impossíveis.” (Gómez-Granell apud. Santos, 2005, p. 117).

A linguagem matemática apresenta-se como uma linguagem própria, possuidora de um código particular não mutável (conjunto de símbolos codificados que se relacionam de acordo com determinadas regras) que reproduz as relações entre elementos reais (ou relacionados com objetos reais) e/ou entidades puramente abstratas a partir da estrutura dos objetos, por meio de um sistema apropriados de símbolos que fazem parte do “alfabeto” matemático. *“Os números são as propriedades estruturais mais simples destes objetos e, por sua vez, constituem-se também em objetos com novas propriedades.”* (Fonseca et al., 2005).

À semelhança de outras linguagens, a linguagem matemática, é dotada de um código específico e de uma gramática própria:

“A Matemática, enquanto linguagem universal, cria não só os seus próprios signos (ou símbolos) mas também uma gramática que rege “a ordem concebível” no interior de um sistema coerente, em que o conhecimento e a linguagem possuem o mesmo princípio de funcionamento na representação.” (Corrêa, 2005, p. 94).

O carácter sintético é outra característica frequentemente atribuída à linguagem matemática, atendendo a que, em cada situação, ela retém e representa apenas os elementos essenciais, excluindo os acessórios ou os “ornamentos retóricos” frequentes na linguagem verbal.

“(…) enquanto a linguagem verbal apresenta ambiguidades e tem como função principal a comunicação, a linguagem matemática apresenta outras características, que não servem somente à comunicação, como: é precisa e não redundante, rigorosa, formal, teórica, impessoal e atemporal, não se identificando referências a contexto particulares. Uma linguagem formal caracteriza-se por suprimir o carácter semântico e

expressar, de maneira mais geral e abstrata possível, o essencial das relações e transformações matemáticas.” (Gómez-Granell, 2003, p. 263).

No que diz respeito à cardinalidade, e tomando, como exemplo, o problema verbal da *fig. 51*, os números, enquanto objetos matemáticos, traduzem a síntese das propriedades de todas as coleções de objetos, independentemente de se tratar de uma coleção de “*ovos de codorniz*”, de “*ovos de galinha*” ou de “*ovos de pata*”.

*Na quinta do Sr. José há codornizes, galinhas e patos.
Por dia, o Sr. José recolhe 5 ovos de codorniz, 4 ovos de galinha e 3 ovos de pata.
Quantos dias precisa o Sr. José para recolher ao todo, 48 ovos?*

Figura 51: Problema verbal [PAM-1º ciclo, (2002), parte A, item 9]

Aqui, alguns aspetos das entidades reais não são tidos em consideração, não interessa a natureza dos ovos, i.e., se são de codorniz, de galinha ou de pata, importa apenas o número de ovos recolhidos por dia para a representação da situação apresentada no enunciado e para a tomada de decisão em relação plano de solução a implementar para responder à questão proposta. Daí que, quando se busca a especificação das funções desempenhadas pela linguagem matemática, lhe seja atribuída a representação dos aspetos quantitativos da realidade, reservando-se para a língua particular os aspetos qualitativos.

Como sistema básico de representação, a linguagem matemática é artificial, universal e essencialmente autónoma, embora utilize uma língua natural para se manifestar (Smole, 2000).

“A linguagem verbal exerce uma dupla função em relação à matemática. Por um lado, a língua particular é aquela na qual são lidos os enunciados, na qual se fazem comentários e que permite interpretar o que se lê de modo preciso ou aproximado, explícito ou vago. (...) Por outro lado, a língua particular é parcialmente aplicada no trabalho matemático, já que os elos do raciocínio matemático se apoiam na língua, na organização sintática e no seu poder dedutivo. Contudo, as transformações/operações que podem ser realizadas sobre as escritas matemáticas não têm equivalente nas línguas naturais.” (ibidem, pp. 64, 65).

É neste sentido que Machado (1990) considera que existe entre a língua natural e a linguagem matemática uma impregnação mútua, caracterizada pelo paralelismo, pela

complementaridade e por uma estreita relação, que se reveste de uma essencialidade tal que quaisquer ações que visem a superação das dificuldades com a compreensão dos enunciados dos problemas de matemática devem partir de uma cuidadosa análise da complexidade da língua particular (neste caso, da língua portuguesa), nomeadamente ao nível do léxico, da sintaxe e da semântica.

5.4.1. Complexidade lexical nos problemas verbais

“A linguagem matemática envolve a “tradução” da linguagem natural para uma linguagem universal formalizada, permitindo a abstração do essencial das relações matemáticas envolvidas, bem como o aumento do rigor gerado pelo estrito significado dos termos (...) Na linguagem natural, o sentido das palavras é muito mais vago e impreciso; termos como comprido, estreito, largo, pequeno, grande, muito, etc., que fazem parte da linguagem natural para expressar magnitudes, não se aplicam numa linguagem formalizada”. (Gómez-Granell, 2003, p. 260)

Echeverria & Pozo (1998) e Foulin & Monchou (2000) consideram que o modo de apresentação de um problema pode evidenciar diferentes formas de compreensão resultantes de ambiguidades linguísticas causadas pelo léxico.

Rio-Torto (2006) caracteriza o léxico como

“uma das componentes das línguas que tem por função produzir, armazenar, processar e transmitir signos que os falantes usam como matéria-prima na elaboração de raciocínios e na construção de enunciados verbais.” (ibidem, p. 12).

As unidades lexicais contêm propriedades semânticas, morfológicas, sintáticas, fonológicas e gráficas e desempenham um papel fundamental na produção e compreensão de enunciados verbais.

O emprego de termos específicos, que encerram conceitos e convenções do domínio da matemática, como “triplo”, “diâmetro”, “raio”, “volume” (fig. 52), podem revelar-se um entrave ao processo de compreensão do problema, sobretudo se os sujeitos não tiverem consolidado os conhecimentos prévios, que lhes permitem atribuir significados aos conceitos envolvidos nos enunciados.

Arrumaram-se três esferas iguais dentro de uma caixa cilíndrica (figura 1).

Como se pode observar no esquema (figura 2):

- a altura da caixa é igual ao triplo do diâmetro de uma esfera;
- o raio da base do cilindro é igual ao raio de uma esfera.

Mostre que:

O volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

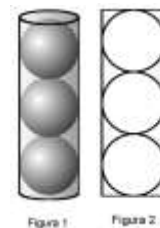


Figura 52: Problema verbal [ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2005), item 11]

O conhecimento prévio é um fator igualmente importante no processamento dos enunciados. O conhecimento prévio é o conhecimento que os sujeitos têm antes de se submeterem à leitura e compreensão de um texto, ou seja, um conhecimento adquirido pelas suas vivências, aprendizagens e leituras anteriores. Quanto mais lato for o conhecimento prévio, melhor será a atribuição de significados e maior será a capacidade de resposta às questões colocadas. Mas é “mediante a interação de diversos níveis de conhecimento, como o conhecimento linguístico, o textual, o conhecimento de mundo, que o leitor consegue construir o sentido do texto” (Kleiman, 1984).

Numa abordagem psicolinguística da compreensão e reprodução oral de narrativas, Faria (2007) afirma que quando o sujeito não tem um conhecimento prévio sobre determinados elementos narrados, nomeadamente sobre o léxico específico usado na narrativa,

“ (...) apenas poderá perceber e processar a informação a partir do seu conhecimento lexical, gramatical, comunicativo e discursivo para tentar reconhecer categorias que não fazem parte do seu conhecimento anterior. Este seu conhecimento prévio funcionará, portanto, como uma espécie de ‘filtro’ da informação nova a processar. A informação nova, se percebida, acede aos módulos gramaticais e cognitivos que o sujeito tem ao seu dispor e, uma vez processada, será ou não transportada para a memória semântica do sujeito. Uma vez armazenada nessa memória de longo prazo, a informação poderá ser recrutada para o desempenho de uma nova tarefa (...) Se a informação nova não tiver sido totalmente processada ou não se encontrar relacionada com outras categorias e devidamente arrumada na memória semântica, o sujeito não será capaz de a utilizar devidamente no futuro, ou não será mesmo capaz de a utilizar, pelo que tal informação ou aparecerá transformada ou, simplesmente, não será inserida.” (ibidem, p. 5)

À semelhança do que acontece nas tarefas cognitivas de compreensão e reprodução oral de narrativas, também no processo de compreensão dos enunciados dos problemas verbais, o recurso ao conhecimento prévio permite ao sujeito fazer deduções que preenchem as “lacunas” deixadas pelo texto e que estabelecem as relações entre as diferentes proposições textuais, para além de fornecer o contexto necessário para a compreensão das informações textuais.

Nas situações em que os enunciados não favorecem a perceção das relações entre os seus elementos, o conhecimento prévio torna-se indispensável, pois possibilita ao sujeito fazer inferências, ou seja, construir as pontes necessárias para estruturar o texto, aduzindo informações a que este não remete explicitamente.

A compreensão do texto, em particular dos enunciados dos problemas, resulta da interação entre o próprio texto e o leitor e depende, em grande parte, da informação que está para além do próprio texto, ou seja, dos conhecimentos que o sujeito possui sobre o domínio evocado pelo enunciado (Costa, 1992; Faria, 2007; Marin & Legros, 2008).

O excesso de terminologia técnica associada a palavras que têm um significado diferente na matemática e fora dela, como por exemplo a palavra “produto” no problema da *fig. 53*, pode contribuir para aumentar o grau de dificuldade da compreensão das informações veiculadas nos enunciados.

Numa aula de Matemática, a professora escreveu no quadro o seguinte produto

$$0,416 \times 2,03$$

Pedi aos alunos que descobrissem, sem utilizarem a calculadora e sem fazerem a conta, qual dos seguintes números correspondia ao produto

A. 0,84448 B. 8,21218 C. 0,88444

Figura 53: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 17]

Na língua natural, o sentido da palavra “produto” é mais lato e pode ocorrer, noutros contextos, com outros significados: o que é criado pela natureza ou pelo homem (*os produtos agrícolas; os produtos manufacturados*) ou, ainda, proveito/rendimento (*O produto da venda dos pinheiros*). Na matemática, a linguagem tem um carácter formalizado e os termos assumem um estreito significado.

A ambiguidade e a complexidade lexicais que interferem no processamento e na compreensão da informação reportam-se, igualmente, às propriedades de natureza configuracional (constituência, posição estrutural relativa dos constituintes numa construção sintática) das categorias lexicais que ocorrem nas estruturas linguísticas dos enunciados textuais (fig. 54).

*O grupo do Tomás ficou responsável pelo cálculo da média das alturas dos 20 alunos da turma.
Explica todo o trabalho que o grupo deve desenvolver e que cálculos tem de efectuar, para calcular essa média.*

Figura 54: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 10]

O acesso ao significado do termo e/ou conceito “*cálculos*”, nome lexicalmente relacionável com o verbo “*calcular*”, parece estar mais facilitado na questão do problema do que na descrição da situação enunciada “*cálculo da média das alturas dos 20 alunos da turma*”, cujo núcleo do SN [*cálculo*] subcategoriza vários complementos [*da média das alturas dos 20 alunos da turma*]. O processamento deste SN far-se-á com um maior esforço despendido ao nível da memória de trabalho, uma vez que é necessário integrar e aceder ao significado individual de cada elemento para posteriormente os relacionar numa representação única e coerente. Como afirma Faria (2007, p. 62), a propósito desta estrutura complexa “*Quantas parcelas de informação será o aluno capaz de encaixar até descobrir o SN objecto e como relacioná-lo com o SN sujeito?*”.

No processo de resolução de problemas, nomeadamente na compreensão dos enunciados, os verbos ocupam um papel de destaque, quer os que ocorrem na descrição da situação do problema, quer os que transmitem a “*instrução*” imposta pela questão.

Alguns verbos, que enunciam a ação ou o estado da situação do problema, podem assumir um papel facilitador, na medida em que são portadores da informação operatória, i.e., existe uma correspondência direta entre o sentido do verbo e a operação requerida para a sua representação.

Correia (2003), num estudo empírico sobre a influência de estruturas linguísticas na compreensão de enunciados de problemas verbais de matemática, constatou que a tarefa de resolução era mais acessível para os sujeitos, quando no enunciado surgiram verbos nucleares da ação predicativa que sugeriam a operação aritmética a realizar.

No problema, representado na *fig. 55*, a polarização do verbo “*partir*”, que possui um valor operatório de transformação de uma dada situação, remete para um sentido de perda que se associa à operação de subtração (-).

O João **partiu** 15 dos 37 ovos que havia na cesta.
Quantos ovos ainda ficaram inteiros?

Figura 55: Problema verbal [Salgado *et al.*, *apud.* Correia (2003), p. 441]

O verbo “*repartir*”, no problema ilustrado na *fig. 56*, revela o sentido de partilha, cuja representatividade em termos matemáticos se expressa através do símbolo (:) que remete para a operação aritmética da divisão. Estes verbos assumem uma função de “etiquetagem” perante os dados enunciados, ou seja, funcionam como um rótulo que se aplica à situação descrita para dar indicação do plano de solução.

A professora **repartiu** 248 chocolates pelos 80 alunos da escola.
Quantos chocolates inteiros recebeu cada aluno?
Quantos chocolates sobraram?

Figura 56: Problema verbal [Pinto *et al.*, *apud.* Correia (2003), p. 443]

Contudo, o efeito facilitador atribuído a esta categoria lexical (V) parece dissipar-se nos enunciados cujos verbos não fornecem qualquer informação operatória (*fig. 57*).

O cão da Flora subiu uma escada e sentou-se no 10º degrau.
O gato do Tomás sentou-se 3 degraus abaixo do cão.
O gato ficou sentado no degrau do meio da escada.
Quantos degraus tem a escada?

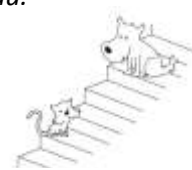


Figura 57: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 8]

Verbos como “*subir*” e “*sentar*” são designados de verbos neutros no processo de resolução de problemas (Damm, 2007). Em rigor, os verbos apenas regulam o posicionamento dos agentes envolvidos, contribuindo para a representação da situação descrita, mas sem precisar as operações necessárias que atribuirão um valor numérico à resposta. Nesta situação, só a construção de uma adequada representação do modelo do problema permitirá aceder às operações aritméticas que delinearão o plano de solução.

À semelhança dos verbos que ocorrem na apresentação/descrição da situação do problema, também os verbos que se apresentam na “*questão*” estabelecem uma relação com as operações cognitivas subjacentes ao estágio de desenvolvimento das operações concretas.

Segundo Piaget (1974), as crianças entre os sete e os doze anos encontram-se num estágio de desenvolvimento designado por “operatório concreto”, sendo uma das principais características desta fase, a capacidade de realizar, com base na ação, operações cognitivas de diferentes tipos. No entanto, quando as operações cognitivas são desencadeadas por um processo de resolução de problemas verbais, outros fatores podem intervir, beneficiando ou dificultando, a concretização dessas operações.

Na resolução de um problema, os sujeitos são guiados para a apresentação de um plano de solução que dê resposta à questão apresentada nos enunciados, quase sempre sob a forma de “ordem”. Ora as instruções, que se assumem como ordens, marcadas linguisticamente por um verbo no imperativo (*Assinala/Calcula/Pinta*), nem sempre são explícitas e simples, porque nem sempre é claro o que se pretende que seja realizado, e implicam, frequentemente, operações cognitivas diversificadas e até combinadas⁵⁹. Além disso, o mesmo verbo nem sempre é utilizado com o mesmo sentido e a solicitação dos mesmos processos de operacionalização pode ser requerida por verbos diferentes.

Tomando com referência o verbo “*escrever*” (muitas vezes indicado nas instruções dos problemas das Provas de Aferição de Matemática do 1º Ciclo) e atendendo ao seu significado principal “*expressar ou representar através de sinais gráficos, redigir, compor*”, supõe-se que este verbo surja, nas questões dos enunciados dos problemas, associado a operações lógicas, como exemplificado na *fig. 58*.

⁵⁹ A propósito das “operações racionais”, Piaget (1974) refere:

“Em primeiro lugar, é conveniente notar que a noção de operação se aplica a realidades muito diversas, embora muito bem definidas. Há operações lógicas, tais como aquelas de que é composto um sistema de conceitos ou classes (reunião de indivíduos) ou de relações, operações aritméticas (adição, multiplicação, etc. e as suas inversas), operações geométricas (secções, deslocamentos, etc.), temporais (seriação dos acontecimentos, portanto da sua sucessão, e encadeamento dos intervalos), mecânicas, físicas, etc. Assim, uma operação é, em primeiro lugar, psicologicamente, uma acção qualquer (reunir indivíduos ou unidades numéricas, deslocar, etc.), cuja origem é sempre motora, perceptiva ou intuitiva.” (ibidem, p. 72).

O João comprou um gelado com quatro bolas de sabores diferentes: baunilha, chocolate, limão e ananás.
 A bola de baixo é de ananás.
 A bola de limão está entre as duas bolas.
 A bola de chocolate está abaixo da bola de baunilha.
 Escreve, nos retângulos respetivos, o sabor de cada uma das bolas.

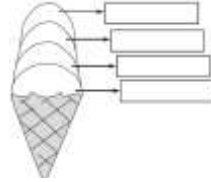


Figura 58: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2011), caderno 1, item 8]

Efetivamente, neste problema, o verbo “escrever” requer uma operação lógica, ou seja, a identificação de objetos a partir das suas características individuais. A tarefa que consiste no registo do nome dos objetos adequa-se ao significado do verbo anteriormente indicado.

No entanto, este verbo (“escrever”) poucas vezes ocorre com o sentido enunciado anteriormente. Frequentemente, surge relacionado com operações combinadas (fig. 59) ou simplesmente com operações aritméticas (fig. 60).

A seguir está um esquema, com algumas ruas, da vila onde vive o Raul.



1. **Escreve**, em metros, o comprimento do caminho mais curto entre a casa do Raul e a Estação de Comboios.
2. O Raul foi à Estação de Comboios ter com a sua avó. Decidiu ir pelo seguinte caminho: foi pela Rua da Retorta, virou à sua esquerda e depois seguiu até à Estação. **Escreve** o nome das ruas por onde passou o Raul.

Figura 59: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2005), parte B, item 15]

Neste problema verbal (fig. 59), o verbo “escrever” é utilizado nas duas questões, de forma combinada, mas com sentidos opostos.

Na alínea 1, o verbo sugere o registo de um valor numérico. No entanto, para obter esta resposta, é preciso desencadear, em primeiro lugar, uma operação aritmética que implica calcular “o número de metros percorridos”. Na alínea 2, à operação de registo “do nome das ruas”, antecede uma “operação temporal” através da seriação dos acontecimentos em sucessão, sem a qual não é possível responder à questão.

No problema da *fig. 60*, “*escreve*” assume um sentido completamente antagónico ao seu significado inicial.

A Rosa foi à mercearia e comprou:
 2 pacotes de bolachas, cada um deles com o mesmo preço;
 1 pacote de leite;
 4 iogurtes, cada um deles com o mesmo preço.

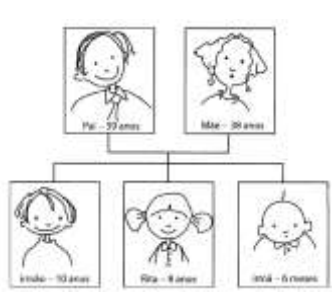
| |
|--------|
| € 0,80 |
| € 0,50 |
| € 0,80 |
| € 0,50 |
| € 0,80 |
| € 0,80 |
| € 0,60 |

Repara no talão de compra.
 A Rosa deu uma nota de 5€ para pagar as suas compras.
 Quanto é que ela recebeu de troco?
Escreve todas as contas que fizeres.

Figura 60: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2003), parte B, item 11]

Curiosamente, o verbo “*escrever*”, neste problema (*fig. 60*), partilha com o verbo “*calcular*”, do problema exemplificado na *fig. 61*, o mesmo sentido. Ambos assumem a indicação de operações aritméticas, embora apenas “*calcular*” ofereça um significado coerente com a tarefa.

No esquema seguinte estão representados os membros da família da Rita que foram ao Jardim Zoológico, no Domingo.



| | Preços (em euros) | |
|--------------------------------------|-------------------|---------------------------|
| | Dias úteis | Fins-de-Semana e Feriados |
| Crianças (até 2 anos) | Gratuito | Gratuito |
| Crianças (3 anos a 11 anos) | 6,98 | 7,48 |
| Jovens e adultos (12 anos a 64 anos) | 8,48 | 10,47 |
| 3ª idade (mais de 64 anos) | 6,98 | 7,98 |

Junto da bilheteira está afixada a tabela de preços dos bilhetes de entrada no Jardim Zoológico.
 Calcula quanto é que a família da Rita gastou na compra da totalidade dos bilhetes.

Figura 61: Problema verbal [PAM-1º ciclo, (2005), parte B, item 13]

Será que a uniformização da linguagem, através do registo do mesmo verbo nas questões dos enunciados que requerem os mesmos procedimentos de resolução, não

facilitaria a compreensão das questões e a tomada de decisões acerca do plano de solução a implementar, ou, pelo contrário, o processo de compreensão beneficia mais com a diversidade vocabular, i.e., o recurso a vários verbos para “marcar” a mesma estratégia?

Skovsmose (2000) sugere que, para os sujeitos mais novos, verbos, como “*efetue*”, “*analise*”, “*decomponha*”, pouco utilizados na linguagem coloquial, devem ser evitados nos enunciados matemáticos.

Santos (2009), num estudo, aplicado a alunos do 5º ano de escolaridade, sobre a influência do léxico na resolução de problemas verbais, constatou que a competência lexical é determinante para a compreensão dos enunciados e, conseqüentemente, para a resolução dos problemas. A utilização de vocabulário menos vulgar (“*ingerir*”, “*degustar*”, entre outros) na formulação dos enunciados condiciona o desempenho dos alunos que parece ser superado, quando os mesmos enunciados são reformulados com um vocabulário mais coloquial (“*beber*”, “*comer*”).

A par do léxico, há outros fatores linguísticos, igualmente importantes, que intervêm no processo de leitura e interpretação. Como salienta Costa (2005), a compreensão de um enunciado inicia-se efetivamente no momento em que as palavras são reconhecidas como signos e lhes é atribuído um significado, mas isto não é suficiente para que o processamento da informação veiculada pela frase ou pelo texto se faça. Com efeito, é fundamental que às palavras que integram o enunciado sejam atribuídas categorias sintáticas e que entre elas se estabeleçam relações que as integrem em unidades sintáticas mais amplas. Para além disso, é necessário que à frase seja atribuída uma estrutura semântica e que seja ponderada a informação pragmática que ela veicula.

5.4.2. Complexidade sintática nos problemas verbais

“O desempenho na resolução de problemas de matemática é, igualmente, condicionado pelo tipo de estruturas sintáticas que os enunciados encerram.” (Correia, 2003, p. 467)

Na década de 70, foram desenvolvidos vários estudos que investigaram o efeito das variáveis linguísticas na resolução de problemas verbais de matemática (Suppes *et al.*, 1969; Loftus, 1970; Jerman & Rees, 1972; Krushinski, 1973; Jerman & Mirman, 1973).

Krushinski (1973) destacou, para além do número de frases presentes nos enunciados, o comprimento das orações principais e o elevado número de orações subordinadas como fatores que contribuíam para a taxa de insucesso na resolução de problemas verbais de matemática. Salientou, igualmente, a estrutura das questões que ocorrem no final dos textos, nomeadamente a extensão e a presença de numerais, como os dois indicadores mais influentes para a compreensão e conseqüente resolução dos problemas.

Jerman & Mirman (1973), testando as mesmas variáveis linguísticas apontadas por Krushinski (1973), reforçam o seu papel no desempenho dos sujeitos, sobretudo dos que têm um nível de instrução elementar.

Carvalho (1999) analisou, numa perspetiva transversal, um conjunto de estruturas gramaticais que surgem com frequência nos enunciados dos problemas, ao longo da escolaridade obrigatória, tais como orações subordinadas comparativas, consecutivas, condicionais, conclusivas e explicativas, concluindo que a abordagem destas estruturas gramaticais na disciplina de língua portuguesa está desfasada, temporalmente, da sua necessidade de utilização na disciplina de matemática.


Decorrida mais de uma década desta análise, assistiu-se à reestruturação dos programas destas duas áreas disciplinares, mas não se evidencia uma articulação entre a organização programática de conteúdos do conhecimento explícito da língua, nomeadamente no plano sintático, proposta no Programa de Português para o Ensino Básico, e a sua utilização nos enunciados dos problemas de matemática, apesar do programa realçar que

“Sendo a língua de escolarização no nosso sistema educativo, o português afirma-se, antes de mais por essa razão, como um elemento de capital importância em todo o processo de aprendizagem, muito para além das suas “fronteiras” disciplinares. O princípio da transversalidade afirma aqui toda a sua relevância, o que significa que a aprendizagem do português está directamente relacionada com a questão do sucesso escolar, em todo o cenário curricular do Ensino Básico e mesmo, naturalmente, antes e para além dele. (Reis et al., 2009, p. 12).

Basta folhear as provas de avaliação externa de matemática dos últimos anos, para se perceber que a “suposta” transversalidade ainda está longe de ser posta em prática. Por exemplo, a aprendizagem de frases complexas é proposta na organização

programática do 2º ciclo de escolaridade no domínio do Conhecimento Explícito da Língua, através do descritor de desempenho⁶⁰ «Explicitar processos sintáticos de articulação entre frases complexas» e do conteúdo «Subordinação: orações subordinante; Orações subordinadas substantivas, adjetivas e adverbiais» (Reis et al., 2009, p. 95). No entanto, alguns itens dos Testes Intermédios (fig. 62) do 1º ciclo de escolaridade já contemplam estes conteúdos do plano sintático.

Para fazer um desenho sobre o museu, a professora colocou 8 lápis em cada uma das 6 caixas, como vês na figura seguinte.



Se quiser usar apenas 3 caixas para distribuir igualmente todos os lápis, quantos lápis deverá colocar em cada caixa?

Figura 62: Problema bimodal [TIM-2º ano de escolaridade, (2012), caderno 1, item 5]

A questão deste problema (fig. 62), aplicado a alunos que frequentam o 2º ano de escolaridade, é formada pelo processo da subordinação. Como já foi apresentado anteriormente, a complexa formulação das questões dos enunciados dos problemas pode ser um entrave nos processos de compreensão e de resolução dos problemas. Ora, para estes alunos aprendizes, com apenas dois anos de aprendizagem matemática, a construção de um esquema mental a partir da representação das estruturas de subordinação que ainda não dominam, afigura-se como uma tarefa difícil, condenada, possivelmente, ao insucesso.

Ainda no plano sintático, o conteúdo «Tipos de frase: frase activa, frase passiva» está previsto na organização programática do 2º ciclo, após ter sido introduzido o estudo dos restantes tipos de frase no 1º ciclo (Reis et. al., 2009, p. 57 e p. 95).

⁶⁰ O Programa de Português para o Ensino Básico designa como **descritores de desempenho** “aquilo que o aluno deve ser capaz de fazer, como resultado de uma aprendizagem conduzida em função do estágio de desenvolvimento linguístico, cognitivo e emocional em que ele se encontra, bem como das etapas que antecederam esse momento.” (Reis et al., 2009, p. 27).

Todavia, assiste-te, uma vez mais, ao desfasamento temporal da aprendizagem deste conteúdo e da sua aplicabilidade nos problemas de matemática (fig. 63).

Qual dos seguintes números multiplicado por 6 dá o resultado mais próximo de 60?

8,1 9,5 9,9 10,3

Figura 63: Problema verbal [PAM-1º ciclo, (2011), caderno 1, item 3]

Este problema apresenta um enunciado breve e completo que dá todas as indicações para a realização de uma operação aritmética (multiplicação) também ela acessível e exercitada nos primeiros anos de escolaridade.

Contudo, ao processo cognitivo de compreensão deste enunciado está subjacente uma estrutura passiva “multiplicado por 6” que ainda não faz parte do conhecimento prévio dos alunos do 4º ano de escolaridade.

Como é referido por muitos investigadores (Maratsos *et al.*, 1985; Menyuk, 1988; Demuth, 1989; Budwing, 2001), citados por Correia (2003), as crianças revelam, até muito tarde, dificuldades de produção e, fundamentalmente, de compreensão deste tipo de estruturas.

Cohen (1993), verificou, em tarefas de raciocínio verbal, que as frases ativas eram mais fáceis, quando comparadas com as frases passivas, e sugere que são necessários mais recursos atencionais do executivo central na compreensão das frases passivas.

Pinker *et al.* (1987) sublinham que quase 80% das crianças abaixo dos 11 anos não produzem passivas perifrásticas e Sim-Sim (1998), citando Menyuk (1988), refere que a produção ultrapassa a plena compreensão deste tipo de estruturas. Os investigadores centram os seus estudos em questões de natureza semântica e sintática que são, de resto, as que parecem influenciar de forma mais significativa a produção e a compreensão das referidas estruturas.

Correia (2003), num estudo empírico efetuado para o português europeu, centrado na complexidade da compreensão das estruturas passivas, nomeadamente

passivas perifrásticas verbais [N_1 ser V_{-do} (por N_0)] e passivas de clítico [V_{-se} N_1]⁶¹, testou a complexidade estrutural deste tipo de construções em comparação com estruturas ativas [N_0 V N_1] no processo de compreensão de enunciados dos problemas verbais de matemática com quatro grupos de sujeitos (4º, 6º e 9º anos de escolaridade e adultos).

Em todos os grupos, os resultados obtidos nos problemas verbais que contemplavam estruturas passivas de clítico (fig. 64) foram inferiores (com um maior número de respostas erradas) comparativamente com os resultados obtidos nos problemas onde predominavam as estruturas passivas perifrásticas (fig. 65), e sobretudo com os resultados dos problemas formados com estruturas ativas (fig. 66), que reuniram o maior número de respostas corretas.

No Natal **ofereceram-se** 150 brinquedos à escola da Ana.
Reservou-se a quinta parte dos brinquedos para as crianças do 1º ciclo.
Quantos brinquedos ficaram para as restantes crianças?

Figura 64: Problema verbal formulado com estruturas passivas de clítico [Correia (2003), p.451]

Foram oferecidos por uma companhia de Teatro 100 bilhetes à escola do Pedro.
A quinta parte dos bilhetes **foi reservada** para os alunos do grupo de teatro.
Quantos bilhetes ficaram para os outros alunos?

Figura 65: Problema verbal formulado com estruturas passivas perifrásticas [Correia (2003), p. 451]

⁶¹ Para além da complexidade estrutural das estruturas passivas, marcada pelas propriedades morfosintáticas e léxico-semânticas, que é apontada na literatura como um dos fatores que induzem a um baixo nível de compreensão, Correia (2003) considera que a coexistência de duas formas passivas no português atual (Passivas Perifrásticas Verbais e Passivas de Clítico) com propriedades distintas contribui igualmente para acentuar a complexidade associada a este tipo de estruturas e salienta três diferenças que poderão estar na origem da dificuldade de processamento das referidas estruturas:

a) O **tipo de sujeito**. Nas passivas perifrásticas verbais, *As florestas foram dizimadas pelos incêndios*, o sujeito anteposto é interpretado como tópico e apresenta, geralmente, um carácter determinado. Nas passivas de clítico aparece posposto, é geralmente indeterminado e tem uma função não temática, *Alugam-se bicicletas*;

b) A **expressão do agente**. Difícilmente ocorre nas passivas de clítico, a não ser em casos excepcionais onde surge com um traço semântico [+ HUM] e associado ao papel de agente ou experienciador - *Estabeleceu-se a paz pelos embaixadores*. Nas passivas perifrásticas ocorre com alguma frequência, sem restrições de papéis temáticos, i.e., pode ocorrer como agente - *Os rumores sobre uma nova greve foram divulgados por um jornalista do jornal Expresso*, destinatário - *Foram recebidas pelos construtores várias queixas dos proprietários dos novos apartamentos*, experienciador - *Os atentados terroristas são temidos por toda a sociedade*, ou fonte - *Estão a ser enviadas pelos ambientalistas cartas a todos os jornais*;

c) A **intencionalidade** que nas construções perifrásticas está associada à existência de um sujeito semântico implícito delimitado, ou seja, supõe-se a presença de um agente concreto que opera sobre um objeto externo, *Todas as plantas do jardim foram arrancadas pelas crianças*, nas construções de clítico enuncia-se um facto onde o agente é muito mais indefinido, *Arrancaram-se as plantas com uma pá*.

*A livraria Moderna **ofereceu** 100 livros à turma do Luís.
Reservou para os alunos do clube de leitura a quarta parte dos livros.
Quantos livros restaram para os outros alunos?*

Figura 66: Problema verbal formulado com estruturas ativas [Correia (2003), p. 450]

Estes resultados sugerem que o desempenho na resolução dos problemas verbais também é condicionado pelo tipo de estrutura sintática que os enunciados encerram. Um fator que contribuiu para corroborar esta hipótese foi o tempo despendido na resolução dos problemas. Os problemas formados com estruturas ativas demoraram menos tempo a resolver, por todos os grupos de sujeitos, do que os problemas formados com estruturas passivas. É de salientar que a dificuldade em resolver problemas verbais com construções passivas revelou-se particularmente nos sujeitos mais novos, i.e., alunos do 4º e 6º ano de escolaridade, onde o número de respostas erradas e o tempo despendido foi significativamente acentuado, comparativamente com o desempenho do mesmo tipo de tarefas, mas cujos problemas contemplavam estruturas ativas. A autora do estudo verificou ainda que

“a compreensão dos enunciados escritos decorre crucialmente de uma competência sintática e semântica (...) o modo de estruturação dos enunciados formados a partir de estruturas passivas perifrásticas impõe custos elevados para o processamento sintático e semântico eficaz, que aumentam quando se trata de passivas de clítico” (Correia, 2004, p. 467).

Os resultados das investigações levadas a curso nos últimos anos, que atestam a complexidade de diferentes estruturas linguísticas como um “obstáculo” na compreensão de enunciados escritos e, conseqüentemente, na resolução de problemas verbais e apresentam resultados que contribuem para o conhecimento do desenvolvimento linguístico e cognitivo dos alunos dos diversos ciclos de escolaridade, parecem estar a fazer pouco eco junto das instâncias com responsabilidade na promoção do ensino em Portugal, que resistem em integrar os contributos dessas investigações nas metodologias e nos instrumentos de formação e avaliação que promovam o sucesso escolar.

5.4.3. Complexidade semântica nos problemas verbais

“(...) the semantic structure plays a crucial role in word problem solving. (...) problems with complex semantic structure elicited more erroneous answers and longer response times than simple ones.” (De Corte et al., 1990, p. 364)

A grande frequência de erros na resolução de problemas de aritmética conduziu, desde o final da década de 1970, a estudos detalhados da semântica dos problemas verbais, nomeadamente a influência de diferentes estruturas semânticas subjacentes aos problemas verbais que exigem a(s) mesma(s) operação(ões) aritmética(s) (Heller & Greeno, 1978; Carpenter *et al.*, 1981; Riley *et al.*, 1983; Carpenter & Moser, 1984; Bilsky & Judd, 1986; Shalin, 1987; Riley & Greeno, 1988; Siegler, 1988; De Corte *et al.*, 1990; Carey, 1991; Hegart *et al.*, 1992; Lopez, 1992; Nesher & Hershkovitz, 1994; Schmidt & Weiser, 1995; Christou & Philippou, 1998). Estes estudos permitiram concluir que não são as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação ou divisão) que determinam a dificuldade de resolução dos problemas, mas sim as características semânticas ou conceptuais que dizem respeito ao aumento, à diminuição ou à combinação dos factos descritos nos enunciados que jogam um papel crucial na resolução dos problemas verbais.

Shalin (1987), Lopez (1992) e Nesher & Hershkovitz (1994) defendem que as estruturas semânticas dos problemas influenciam os processos de solução, ou seja, os sujeitos interagem de forma diferente com problemas da mesma natureza, mas que apresentam diferentes estruturas semânticas.

Tem sido estabelecido ao longo dos anos que as estruturas aditivas são mais populares entre os alunos do que as estruturas multiplicativas (Christou & Philippou, 1998).

Mulligan & Mitchelmore (1997) investigaram o modo como as crianças formavam e desenvolviam modelos intuitivos de multiplicação, concluindo que esses modelos estão relacionados com a estrutura semântica dos problemas verbais.

Os efeitos da estrutura semântica dos problemas verbais multiplicativos foram, igualmente, analisados por Bell *et al.* (1984), Siegler (1988) e Christou & Philippou (1998).

Bell *et al.* (1984) verificaram que as situações que poderiam ser representadas com adições repetidas são mais fáceis de compreender do que situações idênticas, mas cuja representação requer a multiplicação.

Christou & Philippou (1998) consideram os problemas multiplicativos mais difíceis, com base nos fracos resultados obtidos na resolução deste tipo de problemas comparativamente com outros tipos de problemas aritméticos (adição, subtração e divisão).

Entre os problemas de multiplicação, os tipos mais simples correspondem a composições entre duas categorias semânticas mais amplas – agrupamento e combinação (Siegler, 1988).

No caso dos problemas que envolvem operações de divisão, Schmidt & Weiser (1995) consideram os problemas de partição os mais acessíveis, dando lugar a um conjunto de situações estruturalmente mais próximas das operações elementares, sendo os problemas fracionários os menos populares entre os sujeitos.

O efeito da estrutura semântica dos problemas aritméticos verbais, em especial para a adição e a subtração, também foi analisado em vários estudos empíricos (Carpenter *et al.*, 1981; Carpenter & Moser, 1984; Carey, 1991).

Carpenter & Moser (1984) mostraram que as estratégias das crianças mais novas para resolver problemas de subtração são fortemente influenciadas pela estrutura semântica subjacente aos problemas. De Corte & Verschaffel (1987) relataram estudos semelhantes relativos às estratégias dos alunos na resolução de problemas de adição e observaram que os procedimentos adotados pelos sujeitos dependem, igualmente, da sequência em que as quantidades são apresentadas no enunciado textual.

Para outros autores (Carpenter & Just, 1988), uma das maiores dificuldades no processo de resolução de problemas diz respeito à forma da apresentação do enunciado, nomeadamente a posição da incógnita no incremento das “operações de pensamento” envolvidas.

Os resultados de outras tantas pesquisas (Mayer, 1982; Riley *et al.*, 1983; Morales *et al.*, 1985; Riley & Greeno, 1988) mostraram que os problemas de mudança são mais fáceis comparativamente a outros (comparação e combinação), independentemente da transformação evocada ser positiva (aumento) ou negativa (diminuição), sendo os problemas de comparação (*fig. 67*) os que revelam uma menor

taxa de sucesso. Demonstrações relacionais do tipo “*mais do que...*”/ “*menos do que...*” são mais difíceis para os sujeitos mais novos do que os problemas que não contêm tais declarações (Kintsch & Greeno, 1985).

*Ao vencedor de um torneio foi entregue um ramo de flores com 24 rosas amarelas e vermelhas.
O ramo tem mais 6 rosas amarelas do que vermelhas.
Quantas rosas vermelhas tem o ramo?*

Figura 67: Problema verbal [TIM-8º ano de escolaridade (2009), versão 1, item 10]

Normalmente, este tipo de problemas começam com uma frase declarativa atributiva, que especifica um valor numérico global para as variáveis (“*um ramo com 24 rosas amarelas e vermelhas*”). Essa frase é seguida por uma declaração relacional que define uma variável em termos de outra (“*O ramo tem mais 6 rosas amarelas do que vermelhas.*”). Por fim, a questão pede o valor da variável desconhecida (“*Quantas rosas vermelhas tem o ramo?*”).

Para este tipo de problemas, Lewis & Mayer (1987) identificam dois padrões distintos de problemas: problemas verbalmente consistentes “*consistent language problems*”, em que a expressão relacional é coerente com a operação matemática requerida (fig. 68), e problemas verbalmente inconsistentes “*inconsistent language problems*”, em que o termo relacional do problema não é coerente com a operação aritmética necessária (por exemplo, o termo relacional é “*menos*”, e a operação necessária é a adição) (fig. 69).

*A Maria leu 5 livros durante o ano letivo.
O João leu mais 3 livros do que a Maria.
Quantos livros leu o João?*

Figura 68: Problema verbalmente consistente com a tarefa de resolução (adaptado de Lewis & Mayer, 1987)

*A Maria tem 8 cadernos.
Ela tem menos 5 cadernos do que a Joana.
Quantos cadernos tem a Joana?*

Figura 69: Problema verbalmente inconsistente com a tarefa de resolução (adaptado de Lewis & Mayer, 1987)

No enunciado do problema ilustrado na fig. 68, a variável desconhecida é o sujeito da segunda frase e o termo relacional (neste caso, “*mais*”) é consistente com a operação aritmética, ou seja, a adição. No enunciado do problema da fig. 69, a variável desconhecida é o objeto da segunda frase e o termo relacional (“*menos*”) não está em conformidade com a operação aritmética, ou seja, a adição.

A maioria dos estudos empíricos tem mostrado que os problemas verbalmente inconsistentes são mais difíceis do que os problemas verbalmente consistentes e têm sido avançadas várias explicações para justificar as dificuldades manifestadas pelos sujeitos na resolução de problemas verbalmente inconsistentes (Riley *et al.*, 1983; Briars & Larkin, 1984; Morales *et al.*, 1985).

Em primeiro lugar, o termo relacional é inconsistente com a operação requerida (por exemplo, no problema da *fig. 69* o termo relacional “*menos do que*” sugere uma operação de subtração, contudo a operação correta é a adição e no problema da *fig. 67* o termo relacional “*mais do que*” não é semanticamente compatível com a operação de subtração).

Em segundo lugar, os sujeitos têm a expectativa de que o termo desconhecido na declaração relacional seja o sujeito gramatical da frase, mas em problemas com linguagem inconsistente a variável desconhecida é o objeto gramatical da frase (Huttenlocher & Strauss, 1968 e Clark, 1969; Lewis & Mayer, 1987).

Em terceiro lugar, neste tipo de problemas, a declaração relacional envolve uma referência pronominal da primeira frase (*fig. 69*), exigindo a busca do referente do pronome (Carpenter & Just, 1977; Corbett & Chang, 1983; Ehrlich & Rayner, 1983).

Mayer (1982) e Lewis & Mayer (1987) defendem que os erros dos sujeitos na resolução de problemas verbalmente inconsistentes resultam de dificuldades na representação do mapeamento relacional entre os termos dos enunciados.

A compreensão de uma declaração relacional requer a conversão de uma afirmação sobre os valores relativos das duas variáveis a uma função matemática na qual o valor de uma variável é derivado através da aplicação de um operador para a outra variável. A conversão de uma declaração relacional para um plano de solução é particularmente difícil em problemas verbalmente inconsistentes.

Para justificar esta premissa, e com base no trabalho anterior de Huttenlocher & Strauss (1968), Lewis & Mayer (1987) construíram um modelo de compreensão para os problemas de comparação, designado “*consistency hypothesis*” (hipótese da consistência). Segundo esse modelo, o sujeito inicia a tarefa com um conjunto de esquemas ou preferências sobre a forma de comparar as demonstrações dos problemas. Quando a forma da frase relacional não é coerente com o esquema de resolução dos

problemas, o sujeito deve mentalmente reorganizar as informações presentes, processo que pode levar a erros de representação.

Os sujeitos têm preferência pela ordem dos problemas verbalmente consistentes, em que a variável desconhecida é o sujeito da segunda frase. Quando, no problema proposto, a variável desconhecida é o objeto da frase relacional, é necessário reorganizar mentalmente a frase relacional, até que ela se encaixe no seu formato preferido. Este procedimento de rearranjo consiste em inverter o sujeito e o objeto da frase relacional, bem como a operação aritmética sugerida pelo termo relacional. Como a compreensão e o processo de solução são mais propensos a erros quando as informações são reorganizadas, a probabilidade de um erro de inversão (por exemplo, subtração, em vez de adição, ou o inverso) será maior para os problemas verbalmente inconsistentes.

As dificuldades aumentam quando os problemas verbalmente inconsistentes envolvem mais do que uma operação matemática, exigindo, por exemplo, numa primeira fase, a subtração ou a adição de dois valores e, numa segunda etapa, a multiplicação do resultado dos valores comparáveis a um terceiro valor (*fig. 70*).

*Na Galp, o gasóleo é vendido a 1,43€ o litro.
Aqui, o gasóleo custa mais 0,05€ por litro do que na Repsol.
Se o João decidir abastecer o depósito do seu carro na Repsol, quanto
irá pagar por 20 litros de gasóleo?*

Figura 70: Problema verbalmente inconsistente com a tarefa de resolução (adaptado de Lewis & Mayer, 1987)

Para resolver este problema, os sujeitos devem reajustar a declaração relacional da segunda frase numa operação adequada: [custo do gasóleo na *Repsol* = custo do gasóleo na *Galp* (1,43€) – 0,05€]. Obtido o preço por litro de gasóleo na *Repsol* (1,38€), os sujeitos passam à representação da segunda fase da resolução, centrada na terceira frase do enunciado: multiplicação do valor do litro de gasóleo (1,38€) pela quantidade de litros (20) que o João precisa para abastecer o depósito do seu carro (27,60€). Este tipo de tratamento faz aumentar as exigências sobre a memória de trabalho e, conseqüentemente, a probabilidade dos indivíduos errarem durante o rearranjo da informação é maior.

Van Dijk & Kintsch (1983), numa perspetiva diferente do modelo de Lewis & Mayer (1987), colocam a tónica da compreensão deste tipo de problemas na coerência textual. De acordo com este conceito, a interpretação e integração das informações textuais sequenciais numa representação única e coerente do problema é facilitada, quando a informação subsequente começa com o mesmo agente da informação anterior (*fig. 71*), e torna-se mais difícil, quando os agentes das frases sequenciais são diferentes (*fig. 72*).

*O João vende 50 jornais por dia.
Ele vende menos 30 jornais do que a Maria.
Quantos jornais vende a Maria em 4 dias?*

Figura 71: Problema verbalmente inconsistente com a tarefa de resolução (adaptado de Van Dijk & Kintsch, 1983)

*O João vende 50 jornais por dia.
A Maria vende mais 30 jornais do que a João.
Quantos jornais vende a Maria em 4 dias?*

Figura 72: Problema verbalmente consistente com a tarefa de resolução (adaptado de Van Dijk & Kintsch, 1983)

De acordo com os autores, os problemas com estrutura idêntica ao da *fig. 71*, cuja frase que integra os termos relacionais é iniciada com a indicação do mesmo “agente” presente na frase anterior (“*O João / Ele*”), obtêm, com frequência, taxas de insucesso mais elevadas, comparativamente com os problemas verbalmente consistentes (*fig. 32*), cujos agentes quer da primeira frase (“*João*”), quer da segunda frase (“*Maria*”), que contém os termos relacionais, não são os mesmos.

Esta interpretação, validada igualmente por Verschaffel *et al.* (1992) num estudo realizado com estudantes universitários, entra em contradição com o modelo definido por Lewis & Mayer (1987) que sustenta que a dificuldade nos problemas verbalmente inconsistentes reside apenas na compreensão das frases que integram os termos relacionais.

Associada à noção de coerência textual, defendida por Van Dijk & Kintsch (1983), ocorre a noção de “*foco narrativo*” dos problemas verbais, sugerida por Reusser (1989). O autor estabelece a distinção entre o foco narrativo do episódio da história (i.e., a primeira parte do problema que contém os dados conhecidos) e o foco da questão.

O foco narrativo de um episódio da história pode referenciar o protagonista ou o coautor. É considerado protagonista, se a mesma pessoa ou objeto ocupa a posição de tópico em todas as ações, ou seja, serve como o sujeito gramatical de todas as frases da

história (fig. 73). É atribuída a designação de coautor ao foco narrativo, se surgem pessoas ou objetos diferentes a preencher a posição de tópico, i.e., como sujeitos gramaticais das respectivas frases do episódio da história (fig. 74).

A professora Clara vai fazer 20 saquinhos com gomas, um para cada menino da turma.
Em cada saquinho, [ø] quer colocar 100 gramas de gomas.
Quantos quilogramas de gomas precisa de comprar a professora Clara?

Figura 73: Problema verbal [PAM-1º ciclo (2005), parte B, item 16]

O António não tem rebuçados. **A Beatriz e a Vera** têm, cada uma, um saco com 50 rebuçados.
Lê o seguinte diálogo entre as duas amigas:
Beatriz: - Eu vou dar 10 rebuçados ao António.
Vera: - Acho bem! Eu vou dar-lhe metade dos meus rebuçados.
Com quantos rebuçados ficara cada um dos três amigos?

Figura 74: Problema verbal [PAM-2º ciclo (2005), parte A, item 1]

De acordo com Reusser (1989), os episódios da história com um protagonista como foco narrativo são mais fáceis de interpretar do que os episódios com um coator como foco narrativo. Esta premissa defendida pelo autor surge em conformidade com a investigação de Gernsbacher *et al.* (1989), já referida nesta dissertação em [→§ 5.3.], que evocam o efeito de primazia para justificarem a importância dos nomes em posição inicial de frases na construção da sua representação na memória e do primeiro participante de uma ação, partilhada por vários participantes, na construção de infraestruturas de nível oracional.

No entanto, o princípio defendido por Reusser parece não se aplicar a todos os problemas que integram na sua estrutura termos relacionais verbalmente inconsistentes. Efetivamente, como observado no problema da fig. 71, nas duas primeiras frases do enunciado o foco narrativo referencia o mesmo protagonista (“João”/ “Ele”) e, no entanto, este tipo de problemas regista um maior número de respostas erradas, quando comparado com problemas consistentes semelhantes ao exemplificado na fig. 72, em que o sujeito da primeira frase, “João”, passa, na frase seguinte, a coator, sendo a função de sujeito atribuída a “Maria”.

Não obstante as perspectivas e/ou os diferentes argumentos apontados pelos autores, quer as experiências realizadas com os sujeitos mais novos, quer as investigações aplicadas a sujeitos adultos (estudantes universitários) evidenciam dificuldades de compreensão nos problemas verbais que integram termos relacionais verbalmente inconsistentes, que se refletem na fraca taxa de sucesso da solução dos problemas e no aumento do tempo despendido na leitura e, subsequentemente, nos restantes procedimentos de resolução.

Estes estudos permitiram, ainda, verificar diferenças significativas entre os sujeitos com o mesmo nível de instrução. Verschaffel *et al.* (1992) e Hegarty *et al.* (1995) verificaram, relativamente aos sujeitos adultos, que “os bons” alunos obtiveram melhores resultados com problemas verbalmente consistentes e demoraram mais tempo a ler problemas verbalmente inconsistentes, possivelmente porque é desencadeado um processamento cognitivo mais complexo para reverter os termos relacionais, o que não é necessário para os problemas verbalmente consistentes; Enquanto “os bons” alunos despenderam mais tempo na leitura dos termos relacionais, os alunos “mais fracos” fixaram mais os números. Quando solicitados a recordar os problemas, os que melhor resolveram os problemas lembravam-se da estrutura semântica do texto, enquanto os que obtiveram pior desempenho lembravam-se de detalhes (Hegarty *et al.* 1995).

Esta conclusão é partilhada por outros autores (Hershkovitz & Nesher, 2001) que sugerem que o “reconto” é feito, muitas vezes, por uma ordem diferente daquela que é apresentada no texto do problema, mais semelhante à dos cálculos que foram efetuados e os resultados permitem admitir que “os bons” alunos desencadeiam a construção de um modelo do problema, regulando-se pelas relações que se estabelecem entre as várias entidades convocadas e não apenas pela sequência das estruturas oracionais, enquanto os alunos “mais fracos” se guiam pela sequência dos eventos e elegem os números como as âncoras a partir das quais realizam as operações aritméticas.

Como refere Faria (2007),

“As estruturas básicas de sentido parecem estar dependentes não apenas da sequência estabelecida mas das relações selectivas textuais que cada sujeito possa vir a estabelecer com cada um dos passos do guião. Tais relações

facilitam ou dificultam a compreensão trans-episódica da narrativa e implicam uma atenção especialmente dirigida para elementos linguísticos considerados mais proeminentes pelo sujeito, que o sujeito irá seleccionar, perceber e reter na sua memória de trabalho, de modo a poder processá-los. A partir da capacidade de cada sujeito para seleccionar, perceber e reter na memória de trabalho estas cadeias textuais, far-se-á não só o reconhecimento das mesmas mas a sua interpretação.” (ibidem, p. 9)

Salientando a influência das estruturas semânticas dos problemas, Riley & Greeno (1988), De Corte *et al.* (1990) e Fasotti (1992) sugerem que a explicação plausível para o fraco desempenho dos sujeitos em problemas verbais resulta de uma deficitária análise semântica dos problemas, que poderá ser atribuída à falta de conhecimento conceptual, à complexidade das estruturas semânticas e à má interpretação de certas expressões e palavras relacionais.

Os estudos desenvolvidos por Mayer & Hegarty (1996) mostraram que os adultos leem mais lentamente e cometem mais erros com problemas que envolvem termos relacionais (“*mais ... do que*”/“*menos ... do que*”) e cujos termos e expressões relacionais não correspondem diretamente às operações aritméticas (adição e subtração).

Em suma, a par do desenvolvimento cognitivo, as competências linguísticas e a estrutura dos enunciados revelam-se essenciais para a compreensão dos problemas verbais de matemática e só o conhecimento e o tratamento criteriosos do texto podem facilitar uma rápida e eficaz compreensão da sua estrutura informacional.

II PARTE



6. Estudos experimentais sobre leitura e compreensão de problemas verbais de matemática

6.1. Introdução

A referência aos conhecimentos e às competências dos alunos portugueses é quase sempre feita com base em avaliações externas⁶² nacionais e internacionais que, supostamente, possuem propriedades psicométricas que permitem comparações entre escolas, regiões do país e entre países.

Tendo em conta os procedimentos utilizados na sua conceção, elaboração, administração e correção, tais avaliações parecem dar garantias de que os sujeitos avaliados são “tratados” todos de forma equitativa e justa. Contudo, uma análise atenta do Currículo Nacional do Ensino Básico e das metas de aprendizagem mostra que não é fácil, senão mesmo impossível, avaliar muitas delas, através de testes de papel e lápis. As avaliações externas dão mais relevância às capacidades transversais no âmbito da resolução de problemas, do raciocínio e da comunicação matemática e as provas incluem, com maior incidência, itens adequados a avaliar as estratégias e os procedimentos necessários para alcançar a solução, ou seja, a realização de operações matemáticas para resolver os problemas, mas que não refletem os processos cognitivos complexos convocados para a solução dos mesmos.

De entre os processos cognitivos requeridos na resolução de problemas verbais, destaca-se o processamento da informação escrita, procedimento complexo estudado no âmbito da psicolinguística, que se impõe na tarefa de resolução de problemas como uma das primeiras etapas de todo o processo.

O trabalho experimental da segunda parte deste projeto, inscrito no vasto campo de investigação da resolução de problemas de matemática, nasceu da convicção de que

⁶² As avaliações internas, da integral responsabilidade das escolas e dos professores, podem ser mais ricas na medida em que proporcionam informações mais detalhadas e precisas acerca dos conhecimentos e das capacidades dos alunos. Não são normalmente utilizadas como referentes no processo avaliativo do sistema de ensino devido a dificuldades associadas à uniformização de critérios e sintetização de procedimentos e de processos de aprendizagem utilizados na sala de aula ou a questões relativas à consistência e à validade dos resultados. Nestas condições, é inevitável que se utilizem os resultados das avaliações externas, quando se pretende refletir acerca dos saberes que o sistema de ensino português promove junto dos alunos.

o estudo dos mecanismos cognitivos e linguísticos mobilizados no processamento da informação dos enunciados dos problemas, que está, em parte, dependente das suas características estruturais e discursivas, permite a aferição de indicadores, senão relevantes, pelo menos pertinentes para a compreensão e subsequente resolução dos problemas verbais.

6.2. Hipóteses de investigação

No âmbito da área curricular da matemática, a avaliação dos conhecimentos dos alunos que frequentam o Ensino Básico português, sustentada pelos resultados das provas de avaliação externa, realizadas a nível nacional, e pelos estudos internacionais em que Portugal tem participado nas últimas décadas, sugere os temas matemáticos, i.e., as diferentes componentes nucleares que constituem o currículo⁶³, e os processos de operacionalização, requeridos na resolução dos problemas de matemática que potenciam os raciocínios lógico-dedutivos, como variáveis determinantes que condicionam o processo de resolução de problemas verbais.

Estes indicadores que limitam o processo de resolução a dois fatores do âmbito restrito da matemática levaram à formação de duas hipóteses de investigação que permitam identificar a influência dos temas matemáticos e avaliar o impacto dos processos de operacionalização, requeridos nos enunciados dos problemas, no processamento cognitivo da informação e nas subseqüentes etapas de resolução dos problemas.

Hipótese 1 - *A especificidade de cada um dos temas matemáticos que contemplam as diferentes unidades didáticas do Programa de Matemática do Ensino Básico pode evidenciar-se como um fator preponderante na compreensão dos enunciados dos problemas verbais.*

⁶³ O Programa de Matemática, documento fundamental para a organização e gestão do Currículo Nacional do Ensino Básico, assume que o ensino-aprendizagem se desenvolve, ao longo dos três ciclos, em torno de quatro eixos fundamentais, nomeadamente o trabalho com os números e operações, o pensamento algébrico, o pensamento geométrico e o trabalho com dados, balizando a organização curricular em quatro grandes temas: *números e operações, álgebra, geometria e organização e tratamento de dados.*

Hipótese 2 - *As dificuldades associadas ao processo de resolução de problemas verbais poderão ser fomentadas, em parte, por fatores internos do domínio do currículo da matemática, nomeadamente pelos processos de operacionalização e pela relação entre os conhecimentos conceptual e processual.*

Nos problemas de matemática, o texto assume, nos contextos dos enunciados, o papel de centralidade, quer nos problemas monomodais, onde ocorre como a única instância enunciativa, quer nos problemas bimodais, em que surge em articulação com outras representações semióticas.

Do ponto de vista cognitivo, o texto pode ser considerado como

“um processo de ativação de elementos pertencentes ao conjunto de conhecimentos e suposições partilhadas pelos intervenientes na produção e interpretação desse texto e, simultaneamente, como um processo de introdução e armazenamento de elementos cognitivos novos.” (Duarte, 2003, p. 118)

Os enunciados textuais são referidos na literatura como indicadores relevantes para a compreensão dos problemas verbais na medida em que, sendo significativos e informativos, auxiliam os sujeitos nas diversas fases/etapas de resolução, melhorando a acessibilidade às representações das situações descritas nos problemas.

No entanto, parece não haver consenso entre os investigadores acerca da natureza dos referidos enunciados, repartindo-se as opiniões entre as vantagens de enunciados mais concisos, ou seja, menos extensos, mas que requerem um maior número de inferências, ou de enunciados mais ricos e, portanto, mais longos, sem que, por vezes, tragam benefícios para a representação de esquemas ou de modelos mentais dos problemas [→§ 5.2.].

A divergência de argumentos suscita a terceira hipótese deste estudo, formulada a partir da necessidade de avaliar a pertinência e o contributo da extensão dos enunciados textuais dos problemas no processamento da informação.

Hipótese 3 - *A extensão dos enunciados poderá constituir-se como um obstáculo à compreensão das situações descritas nos problemas verbais, na medida em que dificulta o processamento da informação e compromete o processo de resolução.*

Para além da influência que a extensão dos textos dos enunciados, enquanto macroestruturas linguísticas⁶⁴ (aceção de Van Dijk, 1992) que contemplam quer a informação relevante, quer informação suplementar sobre as entidades, os objetos ou as situações enunciadas nos problemas, parece assumir no processo de resolução dos problemas verbais, têm sido apontadas, nos estudos desenvolvidos nos últimos anos, a complexidade e/ou ambiguidade e a extensão de várias estruturas linguísticas (lexicais [→§ 5.4.1.], sintáticas [→§ 5.4.2.] e semânticas [→§ 5.4.3.]) que ocorrem na superfície dos enunciados textuais e que conduzem a um aumento dos custos de processamento com impacto na compreensão e, subsequentemente, na resolução dos problemas verbais de matemática.

Gernsbacher *et al.* (1989), Mckoon *et al.* (1993), Maciel (1996), Costa (2003), Faria (2007) entre outros, considerando os efeitos que atuam na interpretação, representação, manutenção e recuperação da informação previamente recebida, destacam a importância da posição sintática que as orações, os argumentos e as entidades ocupam nos enunciados discursivos para o processamento cognitivo que ocorre durante o processo de compreensão.

Maciel (1996) reitera, a propósito do processamento de definições, que a sua representação, manutenção e recuperação no sistema memorial são beneficiadas, para além de outros fatores de ordem linguística, pela presença de $SN_{simples}$.

No entendimento da autora e baseando-se na capacidade de recuperação de listas seriais de sequências de itens que se corrompe com o efeito da extensão das palavras, a vantagem dos $SN_{simples}$ sobre os $SN_{complexos}$ poderá estar de alguma forma relacionada com o efeito de extensão que atua no processamento e na recuperação destas estruturas.

⁶⁴ Numa perspetiva estrutural, Van Dijk (1992) determina para qualquer texto, três níveis distintos: *superestrutura*, *macroestrutura* e *microestrutura*.

A **superestrutura** corresponde à estrutura globalizante, do plano formal, que qualquer texto possui, sendo a partir dela que se definem tipos textuais, ou seja, textos que na prática preenchem a mesma função e obedecem aos mesmos requisitos. A superestrutura é uma estrutura esquemática invariante que se fixa por recorrência, dando origem a grupos de textos tipologicamente idênticos.

A **macroestrutura** é a estrutura global do texto, aquela que diz respeito à sua natureza semântica. É, pois, uma estrutura abstrata e teórica, fundamentada em regras de coerência linear e global. Em termos concretos, a macroestrutura corresponde ao conteúdo global de um texto, que deve respeitar, ainda assim, as mesmas condições de conexão e coerência dos níveis mais baixos (microestruturas).

As **microestruturas** correspondem às construções das orações e às sequências de texto, ou seja, ao conjunto de orações que satisfazem as condições de conexão e coerência, a um nível local e são portadoras de uma “gramática” específica.

Nos enunciados dos problemas de matemática, a informação verbal é nomeada pelas categorias lexicais [nome (N), adjetivo (A), verbo (V), preposição ou locução prepositiva (P), advérbio ou locução adverbial (ADV)] que se constituem como o núcleo das respetivas categorias sintagmáticas [sintagma nominal (SN), sintagma adjetival (SA), sintagma verbal (SV), sintagma preposicional (SP), sintagma adverbial (SADV)].

A estrutura de cada categoria sintagmática pode ser constituída apenas pelo núcleo (cf. 1), exceto o sintagma preposicional dado o carácter intrinsecamente relacional das preposições, ou pode incluir complementos e/ou modificadores, ou seja, constituintes subcategorizados por esse núcleo, que alongam a extensão das construções linguísticas e complexificam o acesso à representação e à significação das estruturas (cf. 2).

(1) A figura integra [*triângulos*_[nome]]

(2) A figura integra [*dois*_[quantificador] *triângulos*_[nome] *acutângulos isósceles*_[modificadores]]

Tomando os sintagmas como constituintes frásicos passíveis de funcionarem estruturalmente como unidades de processamento e atendendo à sua natureza categorial, estrutura interna⁶⁵, posição e funções sintáticas,

Hipótese 4 - pressupõe-se que o *processamento cognitivo de sintagmas/categorias sintagmáticas_{simples} facilite a representação mental das situações enunciadas nos problemas, por contraste com o processamento de sintagmas/categorias sintagmáticas_{complexas} que deverão induzir a ativação de recursos cognitivos adicionais, evidenciando-se como estruturas linguísticas que atuam na compreensão dos enunciados e condicionam o restante processo de resolução dos problemas verbais.*

⁶⁵ Brito (2003) descreve as construções linguísticas como sintagmas ou grupos, onde a combinação de palavras ou de itens lexicais obedece a uma dada organização interna, e sublinha a importância da distinção de categorias lexicais e funcionais para a explicitação da estrutura interna das categorias sintagmáticas, i.e., dos sintagmas:

“Quando uma dada palavra ou item lexical pertence a um inventário vasto e renovável do vocabulário ou léxico da língua e o seu significado remete para entidades, situações, propriedades ou relações entre entidades, estamos na presença de categorias lexicais.

Por outro lado, quando uma unidade pertence a um leque reduzido de palavras ou unidades morfológicas da língua e o seu significado remete para noções mais abstractas como a conexão entre frases, a determinação, a quantificação, o tempo, o modo, o aspecto, estamos na presença de categorias funcionais.” (op. cit., p. 326).

O processo de resolução, além de implicar a discriminação de variáveis relevantes da situação do problema, requer, igualmente, o conhecimento dos diferentes registos semióticos que formam os enunciados (a língua natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas, as representações gráficas e as ilustrações) e os dotam de estruturas distintas, que exigem um processamento cognitivo diferenciado, quer se trate de enunciados monomodais ou de enunciados bimodais que envolvem o conhecimento da funcionalidade representacional dos diferentes registos e a análise das relações estabelecidas entre as diferentes fontes de informação [→§ 2.2.4.].

A presença de outras representações, para além da linguagem alfanumérica (língua natural e linguagem matemática), nos problemas bimodais, que nem sempre assumem funções referenciais ou de ancoragem com a fonte informativa textual, implica a mobilização de mais recursos cognitivos e, portanto, uma maior sobrecarga na memória de trabalho no decurso do processamento da informação que poderá comprometer a execução com sucesso das restantes etapas de resolução.

Neste sentido, importa, então, perceber se a presença de distintas fontes de informação tem ou não consequências significativas no processamento cognitivo da informação veiculada nos enunciados, daí a pertinência de se considerar a hipótese 5 neste estudo experimental.

Hipótese 5 - *Presume-se que a presença de distintos sistemas de representação semiótica nos enunciados tenha impacto na compreensão e no tratamento da informação, afetando a construção do modelo mental das situações descritas nos problemas, e, por consequência, não traga vantagens ao processo de resolução.*

Sublinha-se que, independentemente da confirmação ou infirmação das hipóteses que serão consideradas nas experiências que se apresentam mais adiante, o que moveu a dinamização deste trabalho experimental foi a possibilidade de testar a influência de alguns tópicos de investigação, que ganharam relevo na primeira parte deste projeto, prestando um contributo às investigações já realizadas até ao momento e identificando pistas que se assumem como mais-valias para sustentar o complexo processo de compreensão dos enunciados dos problemas verbais de matemática.

6.3. A construção do desenho experimental e as metodologias de investigação

Dada a necessidade de delimitar o objeto de estudo, optou-se por fazer incidir o mesmo nos instrumentos utilizados nas avaliações externas, nomeadamente nas Provas de Aferição e nos Exames Nacionais de Matemática, por duas razões fundamentais: por um lado, o destaque que tem sido dado nos últimos anos aos maus resultados dos alunos na disciplina em causa, baseados em provas escritas que poderiam conhecer variações notáveis, se tivessem sido outros os critérios que presidiram à sua elaboração, uma vez que os resultados apontam as limitações/dificuldades e não causalidades, por outro lado, por se apontar, frequentemente, como causa do insucesso a dificuldade de interpretar os enunciados, sem se precisar a sua natureza.

Todavia, percebeu-se que mesmo que se conseguisse seleccionar, entre as provas de avaliação externa, os estímulos mais adequados aos objetivos propostos e às hipóteses equacionadas, poderiam ser elegíveis múltiplos enfoques metodológicos e todos eles permitiriam obter informações sobre o desempenho dos sujeitos no processamento da informação veiculada nos enunciados dos problemas verbais de matemática.

Assim, tomou-se, inicialmente, a opção de construir uma **primeira experiência**, usando uma **metodologia off-line**, com a aplicação de um teste “de papel e lápis”, instrumento de resto bastante conhecido dos sujeitos, onde fosse possível identificar quais as tipologias que ofereciam mais resistência ao sucesso da resolução dos problemas, de forma a obter indicadores que ajudassem a fomentar este projeto de investigação e a delimitar o *corpus* das experiências seguintes.

Na **segunda e terceira experiências**, os focos principais deste trabalho empírico, escolheu-se uma **metodologia on-line**, utilizando a técnica do registo do movimento dos olhos, por se considerar que seria a que melhor daria resposta aos intentos anteriormente apresentados.

6.3.1. O sistema utilizado na metodologia on-line

O rastreamento do olhar, com recurso ao sistema *Eye Tracker*, é o método que permite fazer um exame integral de como a atenção é dirigida a um estímulo e analisar qualitativa e quantitativamente a primeira etapa do processamento/compreensão, ou seja, a leitura efetuada pelos sujeitos para cada um dos estímulos apresentados.

Este sistema tem sido de resto utilizado em diversas áreas para analisar questões relativas à percepção humana e ao desempenho na realização de tarefas.

Na psicologia cognitiva, o registo do movimento dos olhos é uma das técnicas estabelecidas em experiências laboratoriais onde se testam, entre outras, a atenção, a aprendizagem e a memória.

Na psicolinguística, os equipamentos que registam os movimentos oculares, são usados na investigação do desenvolvimento da linguagem humana. Através desta metodologia, têm sido realizados estudos que evidenciam a interação entre a percepção visual e o desempenho nas tarefas de leitura (*vide* Rayner, 1998).

Em estudos focados na área da matemática, o sistema *Eye Tracking* tem sido usado em investigações no âmbito da interpretação de representações gráficas (Ferrara & Nemirovsky, 2005), da interação entre diferentes registos semióticos (San Diego *et al.*, 2006; Andrà *et al.*, 2009), da resolução de problemas verbais com características distintas (Suppes *et al.*, 1983; Suppes, 1990; De Corte *et al.*, 1990; Hegarty *et al.*, 1992; Verschaffel *et al.*, 1992; Hegarty & Just, 1993), da resolução de problemas de geometria (Epelboim & Suppes, 2001), da leitura de numerais (Brysbaert, 1995; Chincotta *et al.*, 1997), entre outros.

6.3.1.1. Apresentação e descrição técnica do equipamento

O movimento dos olhos dos sujeitos, durante a leitura de enunciados de problemas verbais de matemática, foi registado pelo dispositivo *Eye Tracking System*, modelo R6 - HS, da *Applied Science Laboratories (ASL)*.

O sistema apresenta ao observador informação sobre a zona que o sujeito está a observar, num ecrã de um monitor de computador, registando o diâmetro da pupila e o ponto de fixação do olhar.

O seu funcionamento rege-se pelo princípio da *Pupil Center Corneal Reflection*⁶⁶. A acuidade do sistema é de 0,5° de ângulo visual.

O equipamento é composto pelos seguintes componentes:

- a) Sistema central de controle e interface;
- b) Câmara de registo de alta velocidade;
- c) Computadores e monitores;
- d) Software de reconhecimento de dados *EYEPOS*;
- e) Software de configuração de dados *FIXPLOT*;
- f) Software de análise de dados *EYENAL*.

a) Sistema central de controle

O sistema central de controle regista e envia o sinal aos restantes periféricos que integram o equipamento. Está conectado através de um interface a um computador e aplica o algoritmo matemático que permite calcular a linha de visão do sujeito e o diâmetro da pupila.

b) Câmara de registo de alta velocidade

Posicionada na direção dos olhos do sujeito, a câmara (*fig. 75*) tem uma velocidade de registo de 240 Hz⁶⁷, fazendo a recolha das amostras do olho a cada 0,004 segundos. Emite um feixe de luz infravermelha que incide na córnea (lente côncava),



Figura 75: Câmara auto-tracking, modelo R6 da ASL

⁶⁶ A direção do olhar pode ser calculada através da obtenção do eixo visual do olho.

O eixo visual é definido como a reta que conecta a fóvea ao ponto nodal do olho (ponto do eixo ótico no qual ocorre a intersecção de todas as retas, ligando os pontos do objeto com os seus respetivos pontos na imagem formada no olho), o qual corresponde ao centro de curvatura da córnea. O ponto de uma imagem em que um sujeito retém a sua atenção é a intersecção deste eixo com a imagem. No caso de um ecrã de computador, é a intersecção do eixo visual com o plano frontal do ecrã.

O eixo visual e o eixo ótico do olho possuem diferenças de direção no espaço de apenas alguns graus, podendo-se obter um a partir do outro.

De acordo com Oyekola (2007), o método *Pupil Center Corneal Reflection* baseia-se nas seguintes suposições:

- (i) o eixo ótico do olho passa por dois pontos fixos: o centro da esfera corneana e o centro da pupila;
- (ii) a orientação do movimento do olho pode ser inferida a partir da medida entre esses dois pontos;
- (iii) a posição desses dois pontos pode ser determinada a partir da representação visual captada pela câmara. O centro da esfera corneana pode ser definido a partir da localização do reflexo da córnea;
- (iv) o centro da pupila pode ser calculado a partir da delimitação e do realce da imagem da pupila.

⁶⁷ A velocidade de registo da câmara pode variar entre os 160, 240 e 360 Hz.

servindo para dilatar a pupila e provocando os dois pontos de reflexão, um na córnea e o outro na pupila.

Incorporada num sistema (*pan-tilt*), com capacidade para mover quer a câmara quer o iluminador na vertical ou na horizontal, a câmara dispõe de um sistema de auto-focagem que permite corrigir e compensar pequenos movimentos de cabeça.

c) Computadores e monitores

Ligados ao sistema central de controle, estão dois computadores com os respetivos monitores. No ecrã do monitor do computador posicionado na frente do sujeito, a uma distância aproximada de 60cm, são apresentados os estímulos. Junto do observador, encontra-se o outro computador que faz a recolha e o registo dos dados.

Para além destes dois computadores, o sistema integra, ainda, dois monitores menores. No ecrã de um deles, o observador vê o olho do sujeito, no outro monitor, visualiza a imagem/estímulo que está a ser observada pelo sujeito e o percurso do olhar, que surge sobreposto à imagem e é representado por duas linhas perpendiculares, num sistema de coordenadas cartesianas (x-y).

d) Software de reconhecimento de dados EYEPOS

Recorreu-se ao programa *EYEPOS*, que é distribuído com o sistema, para executar as experiências.

Através deste software, e mediante uma gama de menus, encontram-se todos os procedimentos necessários para controlar o registo ocular.

O programa tem duas funcionalidades essenciais: a calibração do sistema em função dos pontos de fixação de cada sujeito para cada experiência; a gravação dos dados recolhidos, i.e., do movimento dos olhos⁶⁸ e das fixações realizadas pelo sujeito durante a leitura/observação de cada estímulo.

A aplicação da experiência processa-se em várias fases distintas.

A primeira consiste na discriminação do reflexo da córnea do sujeito, que aparece representado, no ecrã do observador, sob a forma de um par de linhas pretas

⁶⁸ Apenas fica registado o movimento de um dos olhos. Contudo, considera-se o resultado final como sendo dos dois olhos, atendendo ao facto de ambos se movimentarem juntos, sempre na mesma direção quando observam superfícies estáticas.

sobrepostas perpendicularmente, e da pupila, que se faz representar por um par de linhas brancas (fig. 76).

É fundamental que o sujeito permaneça imóvel e a fixar, atentamente, o ecrã para que esta discriminação seja feita com rigor e exatidão, evitando desta forma a perda de reflexos.

A calibração do sistema corresponde à fase seguinte.

Através de um sistema de coordenadas, que são as mesmas para todas as experiências e apenas se alteram na eventualidade de haver substituição de monitor, definem-se nove pontos-chave, que surgem no ecrã⁶⁹ (fig. 77). De acordo com este processo, a calibração corresponde à definição do ponto de fixação de cada um dos sujeitos para cada uma das coordenadas definidas. Com este procedimento, dá-se indicação ao sistema que, quando emite luz para o olho naquela posição, o sujeito está a fixar o ponto 1, seguindo-se o ponto 2 e assim, sucessivamente, até ao ponto 9.

Como os pontos de fixação variam de sujeito para sujeito, uma vez que entre eles existem diferenças na curvatura do olho, na altura, entre outras, o processo de calibração repete-se, no início da aplicação da experiência, com cada um dos sujeitos. Concluído o processo de calibração, procede-se à apresentação dos estímulos e à gravação dos dados.

A gravação efetua-se por segmentos, a cada segmento corresponde um estímulo, ou seja, um enunciado de um problema verbal de matemática. A gravação de um segmento inicia-se com o aparecimento no ecrã de um estímulo e termina no momento em que o sujeito clica na tecla, pré-definida pelo observador, para passar ao estímulo seguinte.

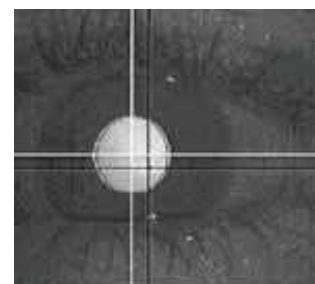


Figura 76: Imagem do olho capturada pelo sistema Eye Tracking da ASL



Figura 77: Apresentação dos pontos-chave para aferir a calibragem do sistema.

⁶⁹ O ponto 1, que surge no canto superior esquerdo do ecrã, tem as coordenadas 16, horizontal, e 45, vertical. No canto inferior direito, surge o ponto 9 com as coordenadas 234, na horizontal, e 211, na vertical.

e) Software de configuração de dados FIXPLOT

Através deste programa, é possível sobrepor o percurso do olhar do sujeito (o *scan-path*) à imagem observada por ele, permitindo, desta forma, a criação do registo gráfico onde se observa o percurso do movimento dos olhos sobre os estímulos apresentados.

Para cada estímulo são considerados os dados gravados desde o início da recolha até à realização da pausa, que corresponde à passagem para o estímulo seguinte.

O programa também oferece a possibilidade de definir áreas de interesse (*Area of Interest - AOI*) para cada estímulo. A delimitação das áreas de interesse (*AOI*) permite analisar, pormenorizadamente, uma determinada zona, para além de possibilitar a análise de contrastes com outras áreas do mesmo estímulo; verificar as transições entre as áreas; observar as regressões; comparar os tempos despendidos na observação/leitura de cada área.

Através do procedimento da sobreposição do estímulo com o percurso do olhar do sujeito, é possível aferir a fiabilidade dos dados obtidos através da linearidade do percurso do olhar sobre as linhas do texto, ou pelo menos, de um acompanhamento paralelo às linhas. Também torna perceptível a identificação dos valores da posição vertical e horizontal do olho, através de um padrão em que os pontos correspondem às fixações e as linhas às sacadas (*fig. 78*).

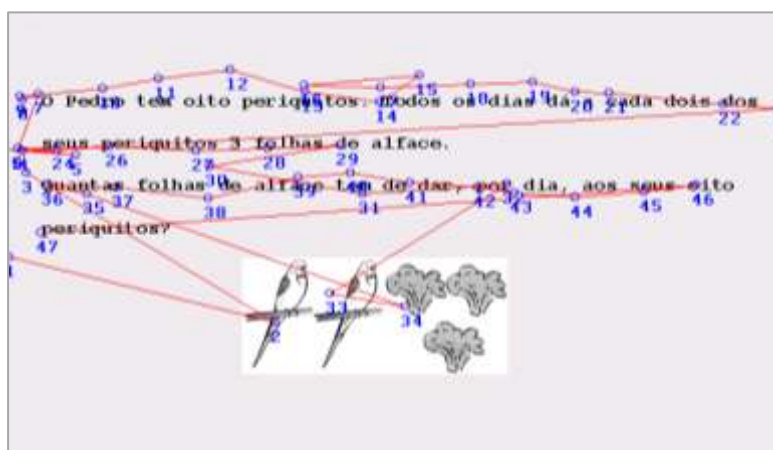


Figura 78: Percurso do olhar de um sujeito durante a leitura de um estímulo

f) Software de análise de dados EYENAL

Após a recolha de dados e dispondo de um arquivo com os registos de cada sujeito⁷⁰, seleciona-se e analisa-se a informação que se pretende, a partir do programa *EYENAL*. Este software permite, entre outras funções, calcular a variação do diâmetro da pupila; indicar as coordenadas, verticais e horizontais, em que o olhar se encontrava quando realizou determinada fixação; definir áreas de interesse dos estímulos visualizados; quantificar o número de fixações oculares; registar o tempo que o sujeito dedicou à observação/leitura de cada estímulo, em geral, e de cada área de interesse, em particular; calcular a percentagem de fixações em cada área e o número de transições entre áreas; exportar os dados selecionados para o programa *Excel* para serem analisados e tratados estatisticamente.

De todas as potencialidades que o programa oferece, a mais utilizada é a extração ou o cálculo das fixações realizadas num segmento – a sequência, a duração e a posição da fixação do olhar.

O programa assume uma fixação sempre que os olhos se mantêm imobilizados por um período mínimo de tempo numa determinada área/zona (cujas dimensões são definidas pelo observador).

Para efetuar o cálculo das fixações, o programa recorre a critérios ou valores (temporais e espaciais), pré-definidos pelo sistema, que são passíveis de serem alterados pelo observador.⁷¹

6.4. População e amostra

A ***população*** é formada por crianças e adolescentes de ambos os sexos, com idades compreendidas entre os nove e os quinze anos a frequentarem o Ensino Básico em escolas públicas portuguesas.

⁷⁰ O tamanho do arquivo de registos efetuados depende do tempo de exposição. Por exemplo, uma exposição de cinco segundos em que a Câmara capta o olho do sujeito a 240hz produz um arquivo de dados de 1200 amostras, sendo que em cada delas fica registada a posição do olho (X-Y) e o tamanho da pupila.

⁷¹ Para uma descrição pormenorizada do cálculo das fixações efetuado pelo programa *EYENAL* vide Luegi (2006).

A **amostra** é constituída por cento e sete sujeitos, todos residentes em Leiria, provenientes de famílias de estrato médio. Frequentam o Agrupamento de Escolas de Colmeias - Leiria e foram distribuídos por três grupos distintos, em função da sua faixa etária e do seu nível de instrução.

Grupo 1: 35 sujeitos a frequentar o 4º ano de escolaridade, 17 do sexo masculino e 18 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 9,5⁷² e os 10,7.

Todos os sujeitos residem em Leiria, embora apenas dois terços sejam naturais desta cidade. O português europeu é a língua materna de 94% dos sujeitos, sendo o francês a primeira língua dos restantes 6%⁷³.

Na disciplina de matemática, 43% dos sujeitos apresentam um bom desempenho e 84% realizaram com sucesso a *Prova de Aferição de Matemática* de 2007.

Grupo 2: 37 sujeitos a frequentar o 6º ano de escolaridade, 15 do sexo masculino e 22 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11,5 e os 12,6. Neste nível, não foi possível encontrar um equilíbrio entre sujeitos do sexo masculino e do sexo feminino. Os sujeitos têm naturalidade portuguesa, à exceção de três, um natural da Ucrânia e dois de França.

O desempenho dos sujeitos, ao longo dos dois anos do 2º ciclo, classifica-se entre o suficiente e o bom. Na *Prova de Aferição de Matemática* de 2007, registaram-se 68% de níveis positivos.

Grupo 3: 35 sujeitos a frequentar o 9º ano de escolaridade, 17 do sexo masculino e 18 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 14,4 e os 15,7.

A língua materna de 81% dos sujeitos é o português europeu, sendo o francês a primeira língua dos restantes sujeitos (19%).

Ao longo dos três anos do 3º ciclo, mantiveram um desempenho positivo na disciplina de matemática. Contudo, no *Exame Nacional de Matemática* de 2007 (1ª e 2ª chamadas) verifica-se uma percentagem significativa de resultados negativos (52%).

No CD de anexos - Pasta I, estão disponíveis outros dados biográficos da amostra.

⁷² A idade é referida em anos e meses, de acordo com a notação habitual neste tipo de trabalhos: 9,5, por exemplo, corresponde a nove anos e cinco meses.

⁷³ Os alunos dos três grupos, cuja língua materna não é o português europeu, fizeram todo o percurso escolar em Portugal.

6.5. Protocolo e consultores

Este projeto de investigação foi apresentado ao Conselho Executivo do Agrupamento de Escolas de Colmeias-Leiria, no seguimento de um estudo anteriormente realizado pela investigadora com alunos do mesmo estabelecimento de ensino, com o objetivo de ser realizado com a população estudantil do Agrupamento.

Após aprovação do projeto pelo Conselho Pedagógico do Agrupamento para a realização das experiências com alunos do Ensino Básico, formalizou-se um protocolo com o Agrupamento de Escolas de Colmeias-Leiria e foi solicitada autorização aos encarregados de educação dos alunos a frequentarem anos terminais de ciclo (4º, 6º e 9º anos de escolaridade) para a participação dos seus educandos no respetivo projeto e para a utilização e divulgação dos resultados das experiências realizadas.

A investigadora estabeleceu contactos com os docentes de matemática do 2º e do 3º ciclos e com os docentes do 1º ciclo de escolaridade do Agrupamento para se assegurar do cumprimento dos conteúdos programáticos da referida disciplina.

Para garantir o rigor e a coerência da análise da parte experimental, contou-se com a colaboração de alguns consultores: professores de matemática dos dois ciclos de escolaridade (2º e 3º ciclos) e professores do 1º ciclo, que aferiram a classificação dos estímulos selecionados para as experiências, e uma especialista em análise estatística, que selecionou e aplicou os testes estatísticos que geraram parte dos resultados que acompanham a análise das experiências.

7. Experiência I - Estudo exploratório

A primeira das três experiências, que constituem a segunda parte desta dissertação, teve um carácter meramente exploratório e resultou da necessidade de definir alguns aspetos metodológicos e critérios gerais que conferissem maior robustez às experiências seguintes, nomeadamente aferir a amostra de sujeitos que reuniam condições para participar nas experiências *on-line* e observar as estratégias adotadas pelos alunos dos diferentes níveis de ensino na resolução de problemas verbais de diferentes áreas temáticas e associados a distintas tipologias.

7.1. Objetivos do estudo

A aplicação de testes escritos com problemas verbais teve por base os seguintes objetivos:

- (i) Obter informações sobre o desempenho geral dos sujeitos;
- (ii) Selecionar a amostra de sujeitos que iria participar nas experiências *on-line*;
- (iii) Identificar tipologias de itens que representam um maior constrangimento no processo cognitivo de resolução de problemas;
- (iv) Detetar os erros mais frequentes nas respostas dadas a itens que requerem diferentes aspetos da competência matemática.

7.2. Critérios para a elaboração do desenho experimental

A seleção dos problemas verbais foi feita com base nas variáveis que se pretendiam analisar:

- (i) Os temas matemáticos previstos no Programa de Matemática do Ensino Básico para cada ciclo de escolaridade;
- (ii) A tipologia de itens alicerçada nas tarefas e nos tipos de resposta dos problemas verbais;
- (iii) A tipologia centrada na formulação e na estrutura dos problemas verbais.

7.3. O desenho experimental

Os testes elaborados para os três grupos de sujeitos obedeceram a uma matriz semelhante: nove problemas verbais distribuídos pelos diversos temas matemáticos, pelas categorias de itens definidas em função das tarefas requeridas e do tipo de respostas esperadas (*itens objetivos/fechados; itens não objetivos/abertos*) e contemplando as distintas estruturas dos enunciados dos problemas (*problemas monomodais e problemas bimodais*).

A seleção e a caracterização dos itens foram definidas em função da identificação das características dominantes dos problemas verbais, uma vez que existem vários itens que remetem para mais do que uma capacidade transversal ou para mais do que um domínio temático.

A distribuição dos itens no teste de cada grupo reflete a relevância e a frequência das tipologias nas provas de avaliação externa dos três ciclos de ensino, de onde foram selecionados os problemas verbais.

Teste Escrito de Matemática - Grupo 1 (1º ciclo) [anexo 1]

Temas matemáticos:

- 3 problemas verbais do tema *números e operações*;
- 3 problemas verbais do tema *organização e tratamento de dados*;
- 3 problemas verbais do tema *geometria e medida*.

Tipologia de itens:

- 5 itens objetivos/fechados;
- 4 itens não objetivos/abertos.

Formulação e estrutura dos problemas:

- 4 problemas com estrutura monomodal;
- 5 problemas com estrutura bimodal.

Teste Escrito de Matemática - Grupo 2 (2º ciclo) [anexo 1]

Temas matemáticos:

- 2 problemas verbais do tema *números e operações*;
- 2 problemas verbais do tema *álgebra*;
- 2 problemas verbais do tema *organização e tratamento de dados*;
- 3 problemas verbais do tema *geometria*.

Tipologia de itens:

- 6 itens objetivos/fechados;
- 3 itens não objetivos/abertos.

Formulação e estrutura dos problemas:

4 problemas com estrutura monomodal;

5 problemas com estrutura bimodal.

Teste Escrito de Matemática - Grupo 3 (3º ciclo) [anexo 1]

Temas matemáticos:

3 problemas verbais do tema *álgebra*;

2 problemas verbais do tema *números e operações*;

2 problemas verbais do tema *geometria*;

2 problemas verbais do tema *organização e tratamento de dados*.

Tipologia de itens:

5 itens objetivos/fechados;

4 itens não objetivos/abertos.

Formulação e estrutura dos problemas:

4 problemas com estrutura monomodal;

5 problemas com estrutura bimodal.

7.4. Situação experimental e procedimentos

Os testes foram aplicados, no início do mês de maio de 2008, em contexto de sala de aula, aos alunos das três turmas do 4º, do 6º e do 9º anos de escolaridade do Agrupamento de Escolas de Colmeias-Leiria, com as limitações inerentes às condições da sua realização: teste de “papel e lápis”, com um tempo limitado de execução de 90 minutos.

Antes da realização dos testes, os professores aplicadores (docentes da disciplina de matemática e do 1º ciclo das respetivas turmas) informaram os sujeitos do tipo de tarefas que iam realizar e leram as instruções gerais que presidiam aos enunciados dos testes.

Foi pedido aos sujeitos que lessem com muita atenção todo o enunciado do teste e que respondessem com cuidado e rigor a cada um dos itens.

Os sujeitos foram ainda esclarecidos de que os testes faziam parte de um estudo de investigação científica e que não seriam objeto da sua avaliação no âmbito da disciplina de matemática.

Intencionalmente, não foram prestados quaisquer esclarecimentos aos sujeitos relativamente a dúvidas manifestadas nos diferentes itens durante a realização dos testes.

7.5. Metodologia de análise

Uma vez que os testes foram elaborados tendo em conta a faixa etária e o nível de instrução dos sujeitos, procedeu-se a uma análise por grupo para cada uma das três variáveis discretas de nível de mensuração nominal:

- (i) Temas matemáticos;
- (ii) Categorização de itens;
- (iii) Estrutura e formulação dos problemas verbais.

Tratando-se de um estudo preliminar, considerou-se que a diferença evidente de resultados para cada variável analisada requeria apenas uma análise descritiva. Neste sentido, a análise dos dados consiste no cálculo das médias do tipo de respostas obtidas (certas, erradas, incompletas ou sem resposta) em cada categoria/variável e no cálculo das respetivas percentagens.

Elaboraram-se tabelas de frequências, onde a informação está organizada de acordo com as variáveis em estudo (com a discriminação de todas as categorias analisadas), com a indicação das frequências absolutas $[n_i]$, i.e., o registo da média dos resultados obtidos pelos elementos da amostra para cada variável, e das frequências relativas $[f_i]$ (ou percentagens), correspondente ao cálculo, para cada categoria, do valor resultante da divisão da respetiva frequência absoluta pela dimensão da amostra.

Nas comparações em que se pretende uma visão de conjunto, optou-se também pela representação gráfica, construindo-se para o efeito gráficos de barras com as frequências relativas correspondentes a cada variável e com a apresentação dos rótulos que permite não só uma perceção imediata das categorias de maior frequência, como também uma noção precisa da ordem de grandeza de cada categoria relativamente às restantes.

7.6. Apresentação e análise dos resultados

Dos 35 sujeitos do 1º ciclo (4º ano de escolaridade) que resolveram o teste escrito, foram excluídos dois alunos, que beneficiam de adaptações curriculares, passando a amostra a contar apenas com 33 sujeitos $[n = 33]$.

No 2º ciclo (6º ano de escolaridade), foram retirados da amostra inicial, que contava com 37 sujeitos, três alunos, uma vez que dois deles apenas responderam aos

dois itens de escolha múltipla do teste e o terceiro usufruía de um currículo adaptado, ficando a amostra definida com 34 sujeitos [$n = 34$].

Da amostra inicial do 3º ciclo (6º ano de escolaridade), constituída por 35 sujeitos, decidiu-se rejeitar três sujeitos: um aluno que apenas realizou $\frac{1}{3}$ do teste e dois alunos que usufruíam de currículo adaptado nas disciplinas nucleares de língua portuguesa e matemática. Para este grupo, a amostra foi reajustada a 32 sujeitos [$n = 32$].

A análise dos resultados que se segue reporta-se às amostras redefinidas e apresenta os resultados de cada variável contemplada no estudo para cada grupo de sujeitos.

Para ponderar a influência dos **Temas matemáticos** no processo de resolução dos problemas verbais, agruparam-se os itens de acordo com as áreas a que pertencem, categorizando as respostas dadas pelos sujeitos em quatro tipos (respostas certas; respostas incompletas; respostas erradas; ausência de resposta), com a indicação das frequências absolutas (n_i) e relativas (f_i).

Os resultados obtidos na classificação do teste do **grupo de sujeitos do 1º ciclo (4º ano de escolaridade)**, relativamente a esta variável, apontam um predomínio de respostas certas em todos os temas matemáticos, salvo no item 1 do âmbito *números e operações*, onde a frequência de respostas erradas é substancialmente superior à frequência de respostas corretas (tabela 2).

| Padrão de respostas - Temas matemáticos | | | Grupo 1 [$n = 33$] | | | | | | | | |
|--|-------------------|---------------------|--------------------------------------|----------|-----------------------------------|------------|------------|--------------------|----------|----------|--|
| Temas matemáticos | | Números e operações | | | Organização e tratamento de dados | | | Geometria e Medida | | | |
| Tipos de respostas | Itens | 1 | 4 | 5 | 6 | 8.1 | 8.2 | 2 | 3 | 7 | |
| Respostas certas | F. Abs. (n_i) | 9 | 17 | 32 | 19 | 33 | 27 | 22 | 17 | 18 | |
| | F. Rel. (f_i) | 27% | 52% | 97% | 58% | 100% | 82% | 67% | 52% | 56% | |
| Respostas erradas | F. Abs. (n_i) | 24 | 16 | 1 | 14 | 0 | 6 | 11 | 16 | 11 | |
| | F. Rel. (f_i) | 73% | 48% | 3% | 42% | 0% | 18% | 33% | 48% | 33% | |
| Sem resposta | F. Abs. (n_i) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | |
| | F. Rel. (f_i) | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 12% | |

Tabela 2: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Temas matemáticos* da Experiência I

Os melhores resultados registam-se no tema *organização e tratamento de dados*, cuja frequência relativa de respostas certas atinge os 80%.

Com resultados inferiores, ainda que se situem acima dos 50% de respostas corretas, encontram-se os temas *números e operações* e *geometria e medida* que obtiveram resultados médios idênticos (58,6% e 58,3% de respostas certas, respetivamente).

Não obstante as diferenças assinaláveis entre as áreas temáticas, os resultados distintos, registados nos itens que partilham o mesmo tema matemático, afastam a hipótese de determinar a maior ou menor influência desta variável no processo de resolução dos problemas verbais.

Tomando como referência dois problemas verbais do mesmo tema (*números e operações*), é notório o insucesso obtido na resolução do problema 1 (*fig. 79*), com uma frequência relativa de 27% de respostas certas, que contrasta com o sucesso alcançado no problema 5 (*fig. 80*), onde apenas se registou uma resposta errada.

Ambos os problemas requerem, como procedimento matemático, a operação aritmética da adição. No entanto, atendendo aos resultados apurados, o problema verbal da *fig. 80* afigura-se com um grau de complexidade menor, quando comparado com o problema verbal da *fig. 79*.

☀ Representa um número par.
● Representa um número ímpar.

Assinala com X a soma que pode estar correta.

☀ + ☀ = ●

☀ + ☀ = ☀

● + ● = ●

☀ + ● = ☀

Figura 79: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência I

Escolhe três dos números seguintes:

66 27 39 133 94

Escreve-os nos rectângulos de forma a que a soma fique correcta.

+ =

Figura 80: Estímulo 5 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência I

O tipo de tarefas requeridas em cada item (escolha múltipla, no problema ilustrado na *fig. 79*, e ordenamento, no problema representado no *fig. 80*) e a estrutura do enunciado de cada problema (bimodal e monomodal, respetivamente) são as únicas

dissemelhanças encontradas entre os dois problemas que poderão estar na origem da discrepância de resultados.

A leitura da tabela 3, que disponibiliza os resultados obtidos na classificação do teste do **grupo de sujeitos do 2º ciclo (6º ano de escolaridade)** relativos às áreas temáticas, permite distinguir os temas *organização e tratamento de dados* e *geometria* com os melhores resultados globais em termos de respostas certas (63,5% e 60,6%, respetivamente).

| Padrão de respostas - Temas matemáticos | | Grupo 2 [n = 34] | | | | | | | | |
|--|-------------------|-------------------------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|-----------------------|------------|
| Temas matemáticos | | Números e operações | | Álgebra | | Geometria | | | Org. e trat. de dados | |
| Tipos de respostas | Itens | 2 | 6 | 3 | 4 | 1 | 5 | 8 | 7.1 | 7.2 |
| Respostas certas | F. Abs. (n_i) | 11 | 21 | 12 | 15 | 18 | 17 | 27 | 21 | 22 |
| | F. Rel. (f_i) | 32% | 62% | 35% | 44% | 53% | 50% | 79% | 62% | 65% |
| Respostas erradas | F. Abs. (n_i) | 14 | 7 | 15 | 15 | 16 | 17 | 7 | 13 | 12 |
| | F. Rel. (f_i) | 41% | 21% | 44% | 44% | 47% | 50% | 21% | 38% | 35% |
| Sem resposta | F. Abs. (n_i) | 9 | 6 | 7 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | F. Rel. (f_i) | 27% | 17% | 21% | 12% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |

Tabela 3: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Temas matemáticos* da Experiência I

Os temas *números e operações* e *álgebra* evidenciam-se pelos resultados inferiores, resultantes da avultada percentagem de respostas erradas e de uma expressiva ausência de respostas. O tipo de tarefas convocadas nos problemas destas duas áreas poderá ter contribuído para a inflação dos resultados obtidos.

Muito à semelhança do que se verificou nos resultados do grupo de sujeitos do 1º ciclo, e à exceção do tema *organização e tratamento de dados* onde os itens apresentam valores semelhantes, entre os problemas do mesmo tema matemático, os resultados revelam diferenças que potenciam a relevância de outros fatores no processo cognitivo de resolução dos problemas. Observem-se, para tal, dois problemas do domínio *números e operações*.

A compreensão do problema, representado na *fig. 81*, exige um mapeamento da informação patente em fontes informativas distintas (texto e tabela), que implica a integração da informação relevante e a eliminação da informação irrelevante, numa coerente representação mental da situação descrita no enunciado que promova o

planeamento das operações aritméticas necessárias para a execução da tarefa. Este complexo processo cognitivo que envolve uma sobrecarga de recursos na memória de trabalho parece comprometer a resolução eficaz da problema, a julgar pela frequência elevada de respostas erradas (41%), às quais se junta um montante expressivo de ausência de respostas (27%).

A tabela indica o número de latas de comida necessárias para alimentar um cão, por dia, em função do seu peso.

O Pantufa é um cão que pesa 20 kg.

Quantas latas a dona do Pantufa tem de comprar, para o alimentar durante uma semana?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

| Peso do cão em kg | Número de latas que come, por dia |
|-------------------|-----------------------------------|
| 10 | 1 |
| 20 | $1 + \frac{1}{2}$ |
| 30 | 2 |
| 40 | $2 + \frac{1}{2}$ |

Figura 81: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência I

O enunciado do problema 6 (*fig. 82*), para além de apresentar uma estrutura monomodal em que o texto é a única fonte informativa, apenas disponibiliza informação relevante para a execução da tarefa proposta. O enunciado funciona à semelhança de um guião que orienta o processamento da informação, organizada de acordo com as etapas necessárias para atingir a solução, sem que seja necessário proceder à reorganização da informação para a construção de uma representação do modelo do problema, que fomente as fases seguintes do processo de resolução.

Um número inteiro:

- *está compreendido entre 199 e 300;*
- *tem como algarismo das dezenas o 4;*
- *é múltiplo de 5;*
- *não é múltiplo de 2.*

Qual é esse número?

Figura 82: Estímulo 6 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência I

Tendo em conta a percentagem de respostas certas obtida neste problema (62%), a estrutura e a formulação do enunciado parecem assumir-se como fatores abonatórios no processo cognitivo de resolução dos problemas verbais no tema matemático *números e operações*.

Os resultados do teste aplicado ao **grupo de sujeitos do 3º ciclo (9º ano de escolaridade)** são análogos aos resultados obtidos pelo grupo de sujeitos do 2º ciclo (tabela 4).

| Padrão de respostas - Temas matemáticos | | | | | Grupo 3 [n = 32] | | | | | |
|--|-------------------|----------------|----------|----------|----------------------------|----------|--|------------|------------------|----------|
| Temas matemáticos | | Álgebra | | | Números e operações | | Organização e tratamento de dados | | Geometria | |
| Tipos de respostas | Itens | 3 | 4 | 7 | 2 | 5 | 6.1 | 6.2 | 1 | 8 |
| Respostas certas | F. Abs. (n_i) | 12 | 23 | 1 | 21 | 9 | 29 | 15 | 22 | 11 |
| | F. Rel. (f_i) | 38% | 72% | 3% | 66% | 28% | 91% | 47% | 69% | 34% |
| Respostas erradas | F. Abs. (n_i) | 11 | 9 | 15 | 4 | 10 | 3 | 16 | 10 | 9 |
| | F. Rel. (f_i) | 34% | 28% | 47% | 12% | 31% | 9% | 50% | 31% | 28% |
| Respostas incompletas | F. Abs. (n_i) | 8 | 0 | 9 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| | F. Rel. (f_i) | 25% | 0% | 28% | 3% | 10% | 0% | 0% | 0% | 19% |
| Sem resposta | F. Abs. (n_i) | 1 | 0 | 7 | 6 | 10 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| | F. Rel. (f_i) | 3% | 0% | 22% | 19% | 31% | 0% | 3% | 0% | 19% |

Tabela 4: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Temas matemáticos* da Experiência I

A classificação dos problemas das áreas temáticas *organização e tratamento de dados* e *geometria* revela valores percentuais acima dos 50% de respostas certas (69% e 51,5%, respetivamente) e supera os resultados globais relativos à frequência de respostas corretas nos problemas dos domínios *números e operações* (47%) e *álgebra* (37,6%).

Tal como se aferiu na análise dos testes dos outros grupos de sujeitos, também nos testes deste grupo, os problemas das mesmas áreas temáticas registam níveis diferenciados de sucesso na realização das tarefas propostas, o que parece inviabilizar a referência dos temas matemáticos como um fator influente na resolução dos problemas verbais.

Tomando, como exemplo, dois problemas da área da *álgebra*, o sucesso obtido no item 4 (*fig. 83*), com 72% de respostas certas, contrasta com o insucesso verificado no item 7 (*fig. 84*), onde para além de 47% de resposta erradas, há uma percentagem considerável de respostas incompletas (28%) e de ausência de respostas (22%).

Na fotografia abaixo (figura A) podes ver o teleférico do Parque das Nações. A seu lado, na figura B, está representado um esquema do circuito (visto de cima) efectuado por uma cabina do teleférico.



Figura A



Figura B

Uma cabina parte do ponto A, passa por B e regressa ao ponto A, sem efectuar paragens durante este percurso.

Sejam:

t o tempo que decorre desde o instante em que a cabina parte do ponto A;

d a distância dessa cabina ao ponto A.

Qual dos gráficos seguintes poderá representar a relação entre t e d ?

Gráfico A

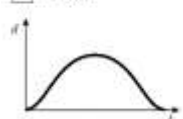


Gráfico B

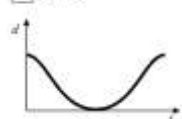


Gráfico C

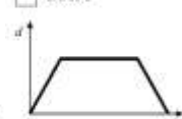


Gráfico D



Figura 83: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência I

O problema 4 (fig. 83), com um elevado índice de respostas certas, é um item de escolha múltipla, cujo processo de resolução envolve a interpretação da informação veiculada sob a forma de diferentes registos semióticos (verbal e pictural) que requer apenas a seleção da representação gráfica que corresponde à descrição da situação apresentada no contexto enunciativo.

O pai da Ana foi contratado para vender um modelo de computadores, cujo preço unitário é de 600 euros.

Por mês, ele recebe uma quantia fixa de 200 euros. Para além deste valor, recebe ainda, por cada computador que vender, 12% do seu preço.

Qual é o número mínimo de computadores que ele terá que vender, num mês, para receber mais do que 1500 euros, nesse mês?

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Figura 84: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência I

O problema 7 (fig. 84), com uma elevada taxa de insucesso (registou-se apenas 3% de respostas certas), é um item não objetivo/aberto de composição extensa. Com uma estrutura monomodal, este problema verbal envolve várias etapas ou procedimentos de resolução e pode ser resolvido através de vários processos. Um dos

processos eleitos pode ser a conversão da representação do registo alfanumérico numa representação simbólica (uma condição matemática), estabelecendo-se a correspondência entre os diferentes elementos que compõem os dois registos de representação do mesmo objeto e procedendo-se ao tratamento da respetiva representação simbólica (a resolução da condição matemática) para responder à questão. Uma outra estratégia possível passa pela seleção e pela integração da informação textual numa representação coerente dos dados do problema e pela utilização das operações matemáticas elementares [$0,12 \times 600 = 72$; $1500 - 200 = 1300$; $1300 \div 72 \approx 18,06$] para obter “o número mínimo de computadores que o pai da Ana terá de vender” (19).

Em síntese, os resultados analisados, nos três grupos de sujeitos testados, relativamente aos temas matemáticos, não confirmam com clareza a relevância desta variável no processo de resolução de problemas.

O grau de complexidade dos procedimentos cognitivos implicados quer na compreensão dos enunciados quer no planeamento e execução das tarefas de resolução evidencia-se como um dado robusto na promoção do sucesso da resolução dos problemas verbais.

Para apurar a relevância da **tipologia de itens alicerçada nas tarefas e nos tipos de resposta dos problemas verbais** no processo de resolução, agruparam-se os itens por tipologias (*itens objetivos/fechados* e *itens não objetivos/abertos*) e calcularam-se frequências absolutas (n_i) e relativas (f_i) em função dos resultados obtidos.

Os resultados do teste dos **sujeitos do 1º ciclo (4º ano de escolaridade)**, apresentados na tabela 5, revelam que os valores mais elevados de respostas erradas incidem nos *itens não objetivos/abertos*. Entre estes, são as tarefas de transformação, que implicam a realização de vários procedimentos e o planeamento das estratégias a desenvolver para alcançar a resposta, as que registam a percentagem mais acentuada de respostas erradas (42%).

| Tipologia de itens | | Objetivos/Fechados | | | Não Objetivos/Abertos | |
|--------------------|-------------------|--------------------|------------------|-------------|-----------------------|---------------|
| | | Resposta curta | Escolha múltipla | Ordenamento | Composição extensa | Transformação |
| Respostas certas | F. Abs. (n_i) | 30 | 13 | 32 | 21 | 17 |
| | F. Rel. (f_i) | 91% | 39% | 97% | 64% | 52% |
| Respostas erradas | F. Abs. (n_i) | 3 | 20 | 1 | 12 | 14 |
| | F. Rel. (f_i) | 9% | 61% | 3% | 36% | 42% |
| Sem resposta | F. Abs. (n_i) | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| | F. Rel. (f_i) | 0% | 0% | 0% | 0% | 6% |

Tabela 5: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização* da Experiência I

Os *itens objetivos/fechados* destacam-se pelos resultados francamente positivos. Distinguem-se, neste grupo, os problemas de escolha múltipla que registam os resultados mais fracos do conjunto de todos os itens do teste (61% de respostas erradas face aos 39% de respostas certas).

Esta tendência é igualmente visível nos resultados do teste dos **sujeitos do 2º ciclo (6º ano de escolaridade)**, onde é notório o sucesso na resolução de problemas com tarefas objetivas, nomeadamente tarefas de seleção (tabela 6).

| Tipologia de Itens | | Objetivos/Fechados | | Não Objetivos/Abertos | |
|--------------------|-------------------|--------------------|------------------|-----------------------|--------------------|
| | | Resposta curta | Escolha múltipla | Composição curta | Composição extensa |
| Respostas certas | F. Abs. (n_i) | 22 | 18 | 12 | 13 |
| | F. Rel. (f_i) | 65% | 53% | 35% | 38% |
| Respostas erradas | F. Abs. (n_i) | 10 | 16 | 15 | 14 |
| | F. Rel. (f_i) | 29% | 47% | 44% | 41% |
| Sem resposta | F. Abs. (n_i) | 2 | 0 | 7 | 7 |
| | F. Rel. (f_i) | 6% | 0% | 21% | 21% |

Tabela 6: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização* da Experiência I

Entre os *itens objetivos/fechados*, os problemas de escolha múltipla reúnem a percentagem mais elevada de respostas erradas (47%).

Os *itens não objetivos/abertos*, que envolvem a construção de representações mentais das situações descritas nos enunciados e implicam o planeamento e a execução de tarefas mais complexas do ponto de vista cognitivo, obtêm uma acentuada taxa de

insucesso, com percentagens elevadas de respostas erradas e um número considerável de ausência de respostas.

Um cenário idêntico está patente na tabela 7, referente aos resultados do teste do **grupo do 3º ciclo (9º ano de escolaridade)**, onde os *problemas objetivos/fechados* se apresentam como os mais acessíveis e, conseqüentemente, com melhores desempenhos por parte dos sujeitos, que se traduzem numa percentagem mais elevada de respostas certas, quando comparados com os *itens não objetivos/abertos*, cujos resultados são substancialmente inferiores.

| Tipologia de Itens | | Objetivos/Fechados | | Não Objetivos/Abertos | |
|-----------------------|-------------------|--------------------|------------------|-----------------------|---------------|
| | | Resposta curta | Escolha múltipla | Composição extensa | Transformação |
| Respostas certas | F. Abs. (n_i) | 22 | 23 | 7 | 11 |
| | F. Rel. (f_i) | 69% | 72% | 22% | 34% |
| Respostas erradas | F. Abs. (n_i) | 8 | 9 | 12 | 9 |
| | F. Rel. (f_i) | 25% | 28% | 37% | 28% |
| Respostas incompletas | F. Abs. (n_i) | 0 | 0 | 7 | 6 |
| | F. Rel. (f_i) | 0% | 0% | 22% | 19% |
| Sem resposta | F. Abs. (n_i) | 2 | 0 | 6 | 6 |
| | F. Rel. (f_i) | 6% | 0% | 19% | 19% |

Tabela 7: Frequências (n_i e f_i) do Teste Escrito de Matemática do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização* da Experiência I

Em relação aos *itens objetivos/fechados*, verificam-se resultados semelhantes entre as tarefas de escolha múltipla e de resposta curta.

Nos *itens não objetivos/abertos*, os problemas de composição extensa apresentam-se como os mais complexos, reunindo a percentagem mais reduzida de respostas certas (22%), associada a uma percentagem relevante de respostas incompletas (22%) e de ausência de respostas (19%).

No conjunto dos resultados dos três grupos de sujeitos, os *itens não objetivos/abertos* ou *itens de construção*, principalmente os de composição extensa, sobressaem como os que mais dificuldades oferecem no processo de resolução dos problemas.

Entre os *itens objetivos/fechados*, são os problemas verbais de escolha múltipla que se destacam com um índice mais elevado de respostas erradas, o que leva a considerá-los como os mais complexos entre os itens de seleção.

Quando se analisa a **tipologia dos itens centrada na estrutura e na formulação dos problemas verbais**, i.e., a influência de várias fontes informativas na compreensão dos enunciados e subsequente resolução dos problemas, os resultados do teste do grupo do 3º ciclo diferem dos resultados dos testes dos grupos do 1º e do 2º ciclos que apontam para evidências semelhantes.

Os resultados obtidos no teste do grupo de **sujeitos do 1º ciclo (4º ano de escolaridade)** aproximam os *problemas com estrutura monomodal*, com enunciados formados apenas por linguagem alfanumérica, dos *problemas com estrutura bimodal*, cujos enunciados encerram linguagem verbal e linguagem não verbal/pictórica.

Pela leitura do gráfico 3, percebe-se que as diferenças entre os dois tipos de problemas são mínimas.

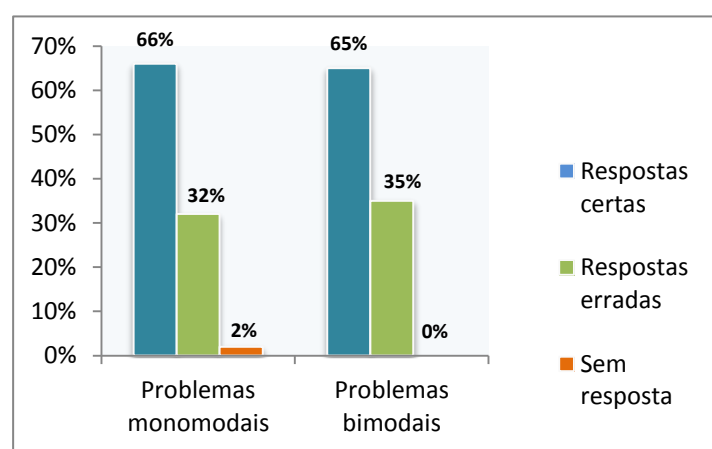


Gráfico 3: Frequências relativas do Teste Escrito de Matemática do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Estrutura e formulação dos itens* da Experiência I

Nos *problemas com estrutura monomodal*, há um ligeiro aumento (cerca de 1%) de respostas certas e uma percentagem residual (2%) de problemas sem resposta. Consequentemente, a frequência de respostas erradas nos *problemas monomodais* (32%) não é muito diferente da frequência registada para o mesmo tipo de respostas nos *problemas bimodais* (35%).

Os resultados do teste do grupo de **sujeitos do 2º ciclo (6º ano de escolaridade)** seguem a tendência já verificada nos resultados do grupo de sujeitos do 1º ciclo, embora aqui as diferenças entre os problemas com estruturas distintas sejam mais notórias (gráfico 4).

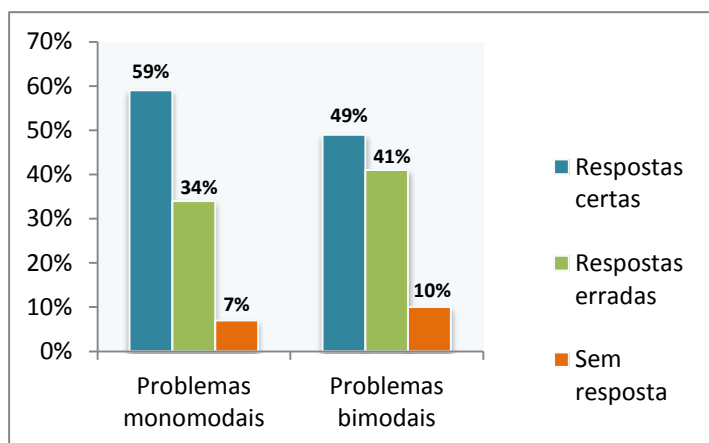


Gráfico 4: Frequências relativas do Teste Escrito de Matemática do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Estrutura e formulação dos itens* da Experiência I

Os *problemas verbais com estrutura monomodal*, cujos enunciados são formados por uma única fonte informativa, obtiveram mais respostas certas (59%), do que os *problemas verbais com estrutura bimodal*, cuja informação é apresentada nos enunciados em diferentes fontes informativas (49%).

O insucesso na resolução de *problemas bimodais* manifesta-se nas frequências de respostas erradas (41%) e de ausência de resposta (10%).

Os dados do teste do **grupo de sujeitos do 3º ciclo (9º ano de escolaridade)** apontam melhores resultados nos *problemas bimodais*, que se traduzem num aumento de respostas certas (63%), quando comparados com os resultados inferiores registados nos *problemas monomodais*, cuja frequência de respostas certas é apenas de 34%.

Pela leitura do gráfico 5, verifica-se que os *problemas com estrutura monomodal* registam em média taxas mais elevadas de insucesso, para as quais contribuem as ausências de resposta (19%) e as respostas incompletas (16%).

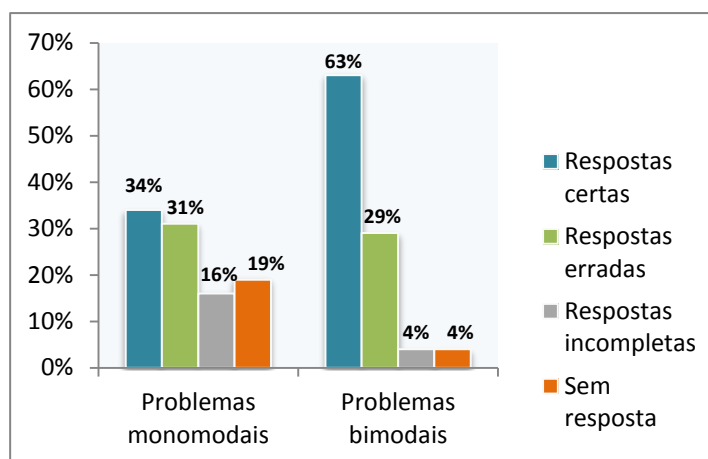


Gráfico 5: Frequências relativas do Teste Escrito de Matemática do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Estrutura e formulação dos itens* da Experiência I

Já nos *problemas com estrutura bimodal*, a frequência de respostas incompletas ou as ausências de resposta têm uma expressividade bastante reduzida (4% em ambos os casos). Estes resultados poderão ficar a dever-se, em parte, ao facto de os problemas de composição extensa, que registaram percentagens muito reduzidas de respostas certas, terem uma *estrutura monomodal*.

Em linhas gerais e atendendo à frequência de repostas registadas, os enunciados dos *problemas com estrutura monomodal* revelaram-se mais acessíveis para os grupos de sujeitos do 1º e do 2º ciclos. A presença de várias fontes informativas parece interferir na compreensão dos enunciados e na subsequente resolução dos problemas. Situação inversa verificou-se no grupo de sujeitos do 3º ciclo, onde a presença de vários registos semióticos no mesmo enunciado parece não afetar a compreensão e o processo de resolução dos problemas.

7.7. Considerações gerais

Os resultados do estudo exploratório apontam para alguns aspetos que importa ter em consideração nas experiências seguintes:

A variável Temas matemáticos não confirmou a sua relevância no processo de resolução de problemas verbais. A capacidade de solucionar problemas parece estar mais dependente do grau de complexidade dos procedimentos cognitivos implicados quer na compreensão dos enunciados quer no planeamento e execução das tarefas requeridas nos problemas.

A tipologia de itens alicerçada nas tarefas e nos tipos de resposta parece não ser alheia à promoção do sucesso da resolução dos problemas.

Entre os *itens de seleção*, a escolha múltipla destaca-se como a tarefa menos permeável à obtenção de resultados satisfatórios.

No âmbito dos *itens não objetivos/abertos*, os problemas de composição extensa, que exigem a construção de uma coerente representação mental dos dados dos problemas e o planeamento e execução de procedimentos e estratégias necessários para alcançar a solução, afiguram-se como os mais complexos e responsáveis por taxas de insucesso mais elevadas.

Nos níveis mais baixos de escolarização (1º e 2º ciclos), os enunciados dos problemas monomodais, formados por uma única fonte informativa, são mais favoráveis à obtenção de melhores resultados, enquanto os enunciados dos problemas bimodais, constituídos por várias fontes informativas de natureza distinta, parecem induzir a um aumento de respostas erradas.

No grupo de sujeitos do 3º ciclo, são os problemas bimodais que se destacam com melhores resultados. A presença de vários sistemas de representação nos enunciados dos problemas não só não afetou o desempenho dos sujeitos, como parece ter favorecido o processo de resolução.

8. Experiência II - Leitura e compreensão de problemas de matemática de construção

8.1. Objetivos da experiência

A experiência II destina-se a determinar a influência de algumas áreas, nomeadamente os *temas matemáticos*, os *processos de operacionalização*, a *extensão*, a *estrutura* e a *formulação dos enunciados*, no processo de leitura e compreensão de problemas verbais de construção, partindo das hipóteses já anteriormente definidas em [→§ 6. 2.] e com base nos seguintes objetivos:

- (i) Observar padrões de registos oculares para analisar o desempenho dos sujeitos na leitura e compreensão de problemas de construção com estruturas distintas;
- (ii) Determinar a influência de fatores do âmbito restrito da matemática, nomeadamente *temas matemáticos* e *processos de operacionalização*, no processo de resolução de problemas verbais de construção;
- (iii) Aferir o impacto da extensão dos enunciados no processamento da informação e nas subsequentes etapas de resolução;
- (iv) Identificar estratégias cognitivas utilizadas no processamento da informação presente nos enunciados dos problemas de construção;
- (v) Examinar e determinar o efeito da combinação de diferentes sistemas de representação (a língua natural, as representações icónicas e as representações simbólicas) na compreensão dos enunciados dos problemas de construção.

8.2. Caracterização dos problemas de matemática de construção

À semelhança de outros géneros textuais, também os problemas verbais de matemática apresentam uma estrutura discursiva base que os distinguem dos demais problemas/exercícios de matemática.

Sob a forma de uma narrativa, os problemas verbais relatam uma situação “ao leitor”, com se de uma breve história se tratasse, onde são elencadas algumas declarações por parte de “um narrador”. Cabe ao “leitor/narratário”, i.e., ao

solucionador do problema, a tarefa de interpretar as informações veiculadas no enunciado e propor, com base nas suas competências do “saber” (conhecimento declarativo) e do “saber fazer” (conhecimento processual), uma resposta em jeito de conclusão, para a(s) questão(ões) formulada(s) “pelo narrador”, através de uma linguagem matemática ou simbólica, mas quase sempre desprovida de linguagem verbal.

Os enunciados dos problemas verbais de construção, que requerem respostas restritas ou extensas, são compostos por dois componentes essenciais:

- (i) a exposição de uma situação-problema;
- (ii) a(s) questão(ões).

A exposição de um determinado contexto situacional de um problema verbal é formada por um conjunto de sequências ordenadas de natureza diversificada - sequências narrativas, sequências descritivas e/ou sequências dialogais. O número de sequências presentes, nesta parte dos problemas, determina a extensão dos enunciados que se podem apresentar breves, quando o número de sequências que enformam o contexto é mais reduzido (*fig. 85*), ou podem ser longos em resultado de um conjunto de sequências diversificadas (*fig. 86*).


A(s) questão(ões), que surge(m), regra geral, no final dos enunciados, é(são) composta(s) por uma ou mais sequências injuntivo-instrucionais e transmite(m) aos sujeitos orientações no sentido de transformarem/manipularem a informação descrita no enunciado, de forma a obterem uma resposta/solução precisa para a situação inicialmente apresentada, através de estratégias formais, como, por exemplo, operações matemáticas, ou, nos níveis de escolaridade mais baixos (4^º e 6^º anos), através de estratégias informais com outro tipo de representações que demonstrem o raciocínio, como palavras, esquemas ou desenhos (*fig. 85, fig. 86 e fig. 88*).

*Para fazer doce de abóbora, a mãe da Vera junta 1 Kg de açúcar por cada 1,5 kg de abóbora.
Que quantidade de açúcar vai juntar a 6 Kg de abóbora?
Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.*

Figura 85: Problema verbal de construção [PAM - 2^º ciclo (2005), parte B, item 21]

O problema, representado na *fig. 85*, com uma extensão reduzida, apresenta a exposição inicial através de uma única sequência descritiva, formada por uma frase complexa, à qual se segue a questão, ou seja, a segunda parte do enunciado.

Na escola da Amélia, fizeram folhetos sobre prevenção rodoviária. A Amélia e o José têm a seu cargo distribuir 200 folhetos em dois dias consecutivos (segunda-feira e terça-feira). Lê o diálogo entre a Amélia e o José, no fim do primeiro dia de distribuição.



Quantos folhetos vão distribuir no dia seguinte (terça-feira)?
Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.

Figura 86: Problema verbal de construção [PAM - 2º ciclo (2006), parte A, item 1]

No problema da *fig. 86*, o enunciado tem uma exposição inicial longa (1ª parte), composta por sequências narrativas, dialogais e por imagens legendadas. A questão, formulada a partir da situação descrita na exposição inicial, e a sugestão de estratégias de resolução encerram a segunda parte do problema.

Nos enunciados dos problemas de matemática de construção, as fontes informativas podem ser de diferentes tipos. Às sequências verbais de um determinado número de orações, juntam-se, frequentemente, imagens, gráficos, tabelas e esquemas, que permitem distinguir, quanto à estrutura, dois tipos de problemas: *problemas com enunciados monomodais* e *problemas com enunciados bimodais*.

Os problemas de construção com enunciados monomodais são formados por linguagem alfanumérica, i.e., predominantemente por palavras em articulação com numerais (*fig. 87*).

Um grupo de amigos foi almoçar. Ao dividirem o preço do almoço, os amigos verificaram que, se cada um pagasse 14 euros, faltavam 4 euros. Mas se cada um deles pagasse 16 euros, sobravam 6 euros. Quanto deve pagar cada um dos amigos, de modo a obterem, exactamente, a quantia correspondente ao preço do almoço? Apresenta os cálculos que efectuaste.

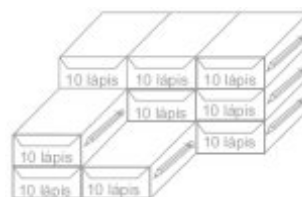
Figura 87: Problema de construção monomodal [TIM-9ºano (2010), versão 1, item 9]

Os problemas de construção com enunciados bimodais, para além de linguagem verbal e numérica, integram imagens figurativas, imagens gráficas e/ou tabelas. A presença destes elementos não linguísticos na estrutura dos enunciados dos problemas permite identificar duas categorias:

- (i) problemas de construção com enunciados híbridos (fig. 88);
- (ii) problemas de construção com enunciados mistos (fig. 89).

Os problemas de construção com enunciados bimodais híbridos caracterizam-se pela presença de outras representações semióticas, como gráficos, tabelas ou imagens, que conjuntamente com o registo semiótico verbal apresentam a situação descrita no problema. As fontes informativas não verbais estabelecem uma relação de ancoragem com o texto e assumem, neste tipo de enunciados, uma função referencial. A ausência destes elementos tornaria inviável a compreensão do enunciado e a subsequente resolução do problema (fig. 88).

A professora guardou as caixas de lápis como mostra a figura.



Cada caixa tem 10 lápis.

Ao todo, quantos lápis há nas caixas que a professora guardou?


Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou contas.

Figura 88: Problema de construção bimodal híbrido [PAM-1º ciclo (2008), parte A, item 12]

Os problemas de construção com enunciados bimodais mistos integram, para além do texto, representações pictóricas que funcionam como complementos informativos do enunciado verbal, ou seja, estabelecem uma relação de complementaridade com o texto e a sua integração no enunciado não é imprescindível para resolução do problema, uma vez que não acrescentam dados novos à fonte informativa textual (*fig. 89*).

A Cátia precisa do seguinte material, para construir uma corda de saltar:

3 metros de fio 2 pegas



Quantas cordas de saltar completas consegue a Cátia fazer com 23 metros de fio e 19 pegas?
Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou contas.

Figura 89: Problema de construção bimodal misto [PAM-1º ciclo (2008), parte B, item 23]

No problema, representado na *fig. 89*, as imagens da corda e das pegas representam um complemento informativo para a compreensão da informação textual. A ausência destas imagens não representaria um constrangimento acrescido para a compreensão do enunciado, uma vez que estes elementos fazem parte do universo de referência dos sujeitos, o que lhes permitiria inferir sem dificuldades o seu referente.

8.3. População e amostra

A população é formada por crianças e adolescentes de ambos os sexos, com idades compreendidas entre os nove e os quinze anos a frequentarem o Ensino Básico em escolas públicas portuguesas.

A amostra é constituída pelos noventa e nove sujeitos, selecionados após a realização do Teste exploratório da Experiência I [→§ 7.6.] e integrados em três grupos distintos, em função da sua faixa etária e do seu nível de instrução:

Grupo 1: 33 sujeitos a frequentar o 4º ano de escolaridade, 16 do sexo masculino e 17 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 9,5 e os 10,7;

Grupo 2: 34 sujeitos a frequentar o 6º ano de escolaridade, 13 do sexo masculino e 21 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11,5 e os 12,6. Neste grupo, não foi possível encontrar um equilíbrio entre sujeitos do sexo masculino e do sexo feminino;

Grupo 3: 32 sujeitos a frequentar o 9º ano de escolaridade, 16 do sexo masculino e 16 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 14,4 e os 15,7.

8.3.1. Redefinição da amostra

Houve necessidade de redefinir a amostra, uma vez que os registos dos movimentos dos olhos, gravados com o dispositivo *Eye Tracking*, de alguns sujeitos ficaram danificados.

Nesta conformidade, excluiu-se um sujeito do grupo do 1º ciclo - 4º ano de escolaridade, (MSS-0797), ficando disponíveis para análise os dados dos restantes 32 sujeitos [$n = 32$].

No grupo do 2º ciclo - 6º ano de escolaridade, ficaram gravados os registos dos movimentos dos olhos de todos os sujeitos, pelo que não houve necessidade de ajustar a amostra que continuou a contar com 34 sujeitos [$n = 34$].

No grupo do 3º ciclo - 9º ano de escolaridade, ficaram disponíveis para análise os dados de 29 sujeitos da totalidade da amostra [$n = 29$]. O registo apenas parcial do rastreamento do olhar de alguns estímulos de três sujeitos (JPN-1492; PMS-2992; WM-2292) implicou a sua exclusão da análise dos resultados desta experiência.

8.4. Apresentação e tratamento do desenho experimental

O desenho experimental dos três grupos de sujeitos (1º, 2º e 3º ciclos de escolaridade) foi estruturado com itens das *PAM* e dos *ENM* realizados em Portugal entre 2000 e 2007.

Neste sentido, considerou-se pertinente definir, em primeira instância, os critérios que assegurassem a construção de um desenho experimental o mais homogéneo possível que permitisse testar as hipóteses e cumprir os objetivos delineados par esta experiência e que se enquadrasse nas competências que regem o

Currículo Nacional e nos conteúdos definidos no Programa de Matemática do Ensino Básico.

8.4.1. Critérios para a organização do desenho experimental

Na conceção do desenho experimental, definiram-se os fatores que regeram a seleção dos problemas/estímulos apresentados aos sujeitos dos três grupos: a tipologia de itens; os temas matemáticos; a estrutura dos enunciados dos problemas.

Relativamente à **tipologia de itens**, selecionaram-se, para os três grupos de sujeitos, problemas verbais de construção, não objetivos ou abertos, que contemplam dois tipos de tarefas: composição curta ou resposta restrita e composição extensa ou ensaio.

Atendendo à expressividade que o Programa de Matemática do Ensino Básico confere aos *temas matemáticos*, e verificando-se, pela análise feita às várias provas de avaliação externa (*PAM* e *ENM*), que não havia uma distribuição equitativa das **áreas temáticas** nos problemas de construção dos três níveis de escolaridade, escolheram-se problemas dos domínios temáticos que registaram um maior número de ocorrências ao longo dos vários ciclos de avaliação e que requerem alguns aspetos fundamentais da competência matemática, nomeadamente o conhecimento conceptual e o conhecimento processual.

Tendo em conta **a estrutura e a formulação dos enunciados dos problemas**, elegeram-se itens que contemplassem os dois tipos de estruturas: problemas de construção com enunciados monomodais e problemas de construção com enunciados bimodais. À semelhança do critério elegível para a seleção dos temas matemáticos, a escolha de problemas com estruturas distintas reflete, igualmente, a sua frequência nas provas de avaliação externa dos três ciclos de escolaridade.

8.4.2. O desenho experimental

O desenho experimental é formado por 58 problemas/estímulos, distribuídos pelos três grupos de sujeitos e agrupados em função dos temas matemáticos a que pertencem (tabela 8) e da estrutura dos enunciados dos problemas (tabela 9).

| Temas matemáticos | Grupos | | |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 1º Ciclo | 2º Ciclo | 3º Ciclo |
| <i>Números e operações</i> | 10 | 4 | 10 |
| <i>Geometria e Medida</i> | 12 | 4 | 4 |
| <i>Organização e tratamento de dados</i> | 2 | 6 | 6 |
| Total de estímulos | 24 | 14 | 20 |

Tabela 8: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência II dos três grupos de sujeitos em função da variável *Temas matemáticos*

| Estrutura dos estímulos | Grupos | | |
|------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 1º Ciclo | 2º Ciclo | 3º Ciclo |
| <i>Estímulos monomodais</i> | 4 | 6 | 8 |
| <i>Estímulos bimodais híbridos</i> | 10 | 6 | 8 |
| <i>Estímulos bimodais mistos</i> | 10 | 2 | 4 |
| Total de estímulos | 24 | 14 | 20 |

Tabela 9: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência II dos três grupos de sujeitos em função da variável *Estrutura dos enunciados*

Importa ressaltar que não houve a preocupação de considerar um número equivalente de estímulos para os três grupos de sujeitos, uma vez que o objetivo central desta experiência era observar o desempenho dos sujeitos de cada grupo e não estabelecer comparações entre os três grupos de sujeitos.

Em conformidade com os fatores que presidiram à construção do desenho experimental e atendendo à tipologia dos itens, foi construída, para cada estímulo, uma proposta de resolução, que poderia estar correta ou incorreta, com base na questão “*Achas que a resposta está certa?*”, que devia ser classificada pelos sujeitos como certa ou errada. Para a mesma pergunta, desenharam-se dois tipos de resposta:

- a) Um cenário de resposta curta, onde era apresentado simplesmente o resultado final (*fig. 91*).

O Daniel e a Alice mediram a palmas o comprimento da mesa da sala de jantar. Lê o diálogo entre os dois irmãos. Daniel: - A mesa mede 20 dos meus palmas. Alice: - Mas dos meus só mede 18 palmas. Qual dos dois irmãos tem o palmo com maior comprimento?

Figura 90: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

Resposta: *A Alice tem o palmo com maior comprimento.*

Achas que a resposta está certa?

SIM **NÃO**

Figura 91: Cenário de resposta para o estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

- b) Um cenário de resposta extensa, com a demonstração dos processos de operacionalização do problema (fig. 93).

O seguinte problema é adaptado do livro chinês *Nove Capítulos da Arte Matemática*, do século I a. C. Um bambu partiu-se, a uma altura do chão de 2,275 m, e a parte de cima, ao cair, tocou o chão, a uma distância de 1,5 m da base do bambu. Qual era a altura do bambu antes de se ter partido?

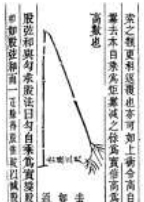



Figura 92: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

Resposta: O bambu media 5 metros.



$$x^2 = 1,5^2 + 2,275^2$$

$$x^2 = 2,25 + 5,175625$$

$$x = \sqrt{7,425625}$$

$$x = 2,725$$

$$2,725 + 2,275 = 5$$

Achas que a resposta está certa?

SIM **NÃO**

Figura 93: Cenário de resposta do estímulo 3 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

Nos estímulos com enunciados bimodais, o cenário de resposta (curta ou extensa) incluía sempre as imagens presentes nos enunciados.

A inclusão de cenários de resposta para este tipo de estímulos teve como principal objetivo verificar o comportamento/reação dos sujeitos às propostas de resolução apresentadas, uma vez que a metodologia aplicada não permitia verificar as estratégias e os procedimentos de resolução adotados dos sujeitos, sobretudo nos problemas que exigiam respostas extensas que implicavam a realização de várias operações matemáticas, para além do conhecimento conceptual ou da aplicação de cálculos mentais.

As matrizes com os estímulos de cada grupo de sujeitos estão disponíveis no anexo 2 e no CD de anexos – Pasta III.

8.5. Situação experimental e procedimentos

A experiência foi realizada no mês de junho de 2008, no Agrupamento de Escolas de Colmeias-Leiria.

Os sujeitos, que colaboraram voluntariamente, realizaram a experiência individualmente numa sala onde foi instalado o equipamento técnico, com as condições adequadas - isolamento acústico e luminosidade adequada para a apresentação dos estímulos.

Para a aplicação desta experiência, foi dado conhecimento aos sujeitos, que já tinham participado na experiência anterior (Experiência I - Teste exploratório), dos objetivos, da metodologia de aplicação e do funcionamento do sistema técnico (*Eye Tracker*), tendo-se frisado que os dados recolhidos serviam apenas para um estudo experimental e que não teriam reflexo na sua avaliação na disciplina de matemática.

Enquanto os sujeitos se instalavam, em frente do ecrã do computador, o observador recordou-lhes que iriam participar numa experiência cujos estímulos eram compostos por problemas de construção de matemática, através das seguintes indicações:

No ecrã do monitor, vão ser apresentados problemas de matemática de vários tipos. Para cada problema, primeiro é apresentado o enunciado e só depois é apresentado um cenário de resposta, que pode estar certo ou errado.

A tua tarefa consiste em:

- 1. Ler com muita atenção todo o enunciado do problema.*
- 2. Carregar numa tecla para passar ao cenário de resposta⁷⁴.*
- 3. Observar o cenário de resposta que é apresentado e carregar no **SIM** se considerares que a **resposta está correta** ou carregar no **NÃO** se achares que a **resposta está errada**⁷⁵.*

Se não responderes SIM ou NÃO, não te preocupes, porque o ecrã muda ao fim de algum tempo. Tens de ler com muito cuidado cada enunciado.

Vais repetir esta tarefa para todos os problemas que forem surgindo no ecrã.

Estas instruções, que serviram para dar a conhecer aos sujeitos os procedimentos a seguir durante a realização da experiência⁷⁶, foram acompanhadas de uma breve demonstração que consistiu na apresentação de estímulos exemplificativos da tarefa a executar, ou seja, de problemas de construção e dos respetivos cenários de resposta (*vide* CD de anexos - Pasta IV).

⁷⁴ Sugeriu-se aos sujeitos que utilizassem a tecla de espaçamento para dar sequencialidade ao processo.

⁷⁵ Foram colados cartões com as palavras *SIM* e *Não* sobre as teclas A e L, respetivamente.

⁷⁶ A primeira instrução (*cf.* 1) apela à concentração e sentido de responsabilidade dos sujeitos; A segunda instrução (*cf.* 2) indica ao observador que o sujeito terminou a leitura e que podia ser exibido o estímulo seguinte. A terceira instrução (*cf.* 3) faz referência às duas teclas selecionadas e identificadas com *SIM* ou *NÃO* para serem utilizadas na opção de resposta.

Para calibrar o sistema, foram dadas indicações específicas aos sujeitos⁷⁷ e foi-lhes pedido que apoiassem o queixo num suporte, projetado para limitar os movimentos da cabeça.

Não foi definido um tempo limite para a leitura dos estímulos. Considerou-se a leitura terminada, logo que os sujeitos carregaram na tecla do espaçamento para que o slide do estímulo desaparecesse e desse lugar ao slide com o cenário de resposta do respetivo estímulo apresentado anteriormente. Este slide permanecia no ecrã por um determinado período de tempo: 50 000ms para os sujeitos dos grupos 1 (1º ciclo) e 2 (2º ciclo) e 30 000ms para os sujeitos do grupo 3 (3º ciclo). Findo este tempo regulamentar, e caso os sujeitos não seleccionassem uma resposta, o slide desaparecia e dava lugar a um novo slide com outro estímulo.

Através desta apresentação sequencial, foram exibidos todos os estímulos e respetivos cenários de resposta, definidos para cada grupo de sujeitos.

A aplicação da experiência e a respetiva gravação dos dados demorou, em média, para cada sujeito cerca de 35 a 40 minutos.

A sequência de apresentação dos estímulos foi completamente arbitrária, ou seja, não obedeceu a nenhum critério específico em função das características e da estrutura dos mesmos.

8.6. Recolha e tratamento dos dados

A experiência foi registada pelo dispositivo *Eye Tracking System*, modelo R6 - HS, da *Applied Science Laboratories (ASL)*.

Para controlar a apresentação dos estímulos, nomeadamente o tempo que mediou entre o início e o *terminus* da gravação dos dados, utilizou-se o programa *E-Prime*.

Recorrendo ao *software (EYEPOS, FIXPLOT e EYENAL)*, disponibilizado com o sistema *Eye Tracker*, monitorizou-se e registou-se o comportamento ocular dos sujeitos durante a realização da experiência.

⁷⁷ Agora, vão aparecer no ecrã do computador 9 números. Por favor, segue as instruções do observador, olhando para os números que te estão a indicar. Não passes para o ecrã seguinte sem que te seja pedido. **MUITO IMPORTANTE!** Durante a experiência não podes mover a cabeça, por isso põe já as mãos por cima das teclas de resposta.

Com os dados gerados, através do software do sistema, criaram-se tabelas descritivas, com recurso ao programa *EXCEL*, relativas ao desempenho dos três grupos de sujeitos durante a leitura de cada um dos estímulos (disponíveis no CD de anexos – Pasta V).

O desempenho dos sujeitos foi analisado tendo em conta as seguintes pistas de processamento:

- (i) Tempo de leitura (*ms*);
- (ii) Número de fixações;
- (iii) Número de transições;
- (iv) Padrão de respostas (certas e erradas).

Para cada estímulo, definiram-se duas áreas de interesse - texto e imagem⁷⁸ - que permitem fazer, para além de uma análise particular de cada região do enunciado, uma análise contrastiva entre as áreas do mesmo estímulo.

A análise estatística descritiva procurou cumprir os objetivos delineados para esta experiência, tendo em conta as variáveis dos tópicos em estudo:

Temas matemáticos:

números e operações;
geometria e medida;
álgebra;
organização e tratamento de dados.

Processos de operacionalização:

respostas curtas/restritas;
respostas extensas.

Extensão dos enunciados dos problemas de construção:

enunciados com contextos breves;
enunciados com contextos longos.

Estrutura e formulação dos problemas de construção:

problemas com enunciados monomodais;
problemas com enunciados bimodais.

⁷⁸ A designação generalizada de imagem reporta-se a todas as representações não linguísticas que enformam os estímulos: representações figurais e representações tabelares.

Para cada ciclo, relacionou-se o desempenho dos sujeitos com as variáveis em análise de cada tópico, construindo-se tabelas de frequências, com a indicação das frequências absolutas $[n_i]$ e das frequências relativas $[f_i]$, tabelas estatísticas descritivas, com a indicação da média, da mediana e do desvio-padrão, e matrizes de correlações, aplicando-se coeficientes de correlação de Spearman, com os respectivos testes de significância estatística.

Para identificar diferenças significativas entre as variáveis em análise de cada área de interesse, foram igualmente aplicados testes de hipóteses não paramétricos⁷⁹, nomeadamente o teste de Kruskal-wallis e o teste de U Mann-Whitney, por se considerarem os mais adequados, atendendo à dimensão da amostra. Em complementaridade a estes testes, usaram-se testes de comparações múltiplas.

Nas comparações em que se pretende uma visão de conjunto, optou-se pela representação gráfica (gráficos de colunas e de linhas) por permitir não só uma perceção imediata das categorias de maior frequência, como também uma noção bastante precisa da ordem de grandeza de cada categoria relativamente às restantes.

8.7. Apresentação e análise dos resultados

Na análise que se segue, apresentam-se individualmente os resultados dos três grupos de sujeitos para cada um dos tópicos considerados nesta experiência com a explicitação das respetivas variáveis em estudo, encerrando-se a análise com uma apreciação global do desempenho dos sujeitos face ao(s) tópico(s) em destaque.

Temas matemáticos e Processos de operacionalização

Para analisar a influência dos *temas matemáticos* e dos *processos de operacionalização* no processo de resolução de problemas verbais de construção (hipóteses 1 e 2), agruparam-se os estímulos por áreas temáticas e de acordo com os procedimentos matemáticos requeridos na resolução e analisou-se o desempenho dos

⁷⁹ As estatísticas não-paramétricas são técnicas de inferência estatística. Os testes estatísticos aplicados com base nestas técnicas podem ser utilizados quando os dados experimentais são mensurados com base em escalas de medida ao nível ordinal ou nominal. O método não-paramétrico coloca os resultados numa ordem de grandeza, medindo a variabilidade dos resultados de forma indireta.

sujeitos relativamente à variável *padrão de respostas* (certas e erradas)⁸⁰, construindo-se para o efeito gráficos de barras e tabelas descritivas com as frequências relativas e absolutas.

No **grupo de sujeitos do 1º ciclo**, o padrão de respostas obtido nos estímulos, agrupados de acordo com a sua agregação aos *temas matemáticos*, apontam diferenças entre as diversas áreas.

De acordo com os resultados apresentados no gráfico 6, o tema *números e operações* distingue-se com a percentagem mais elevada de respostas certas. Já o tema *geometria e medida* reúne a frequência mais baixa de respostas certas, ainda que se situe acima dos 50%.

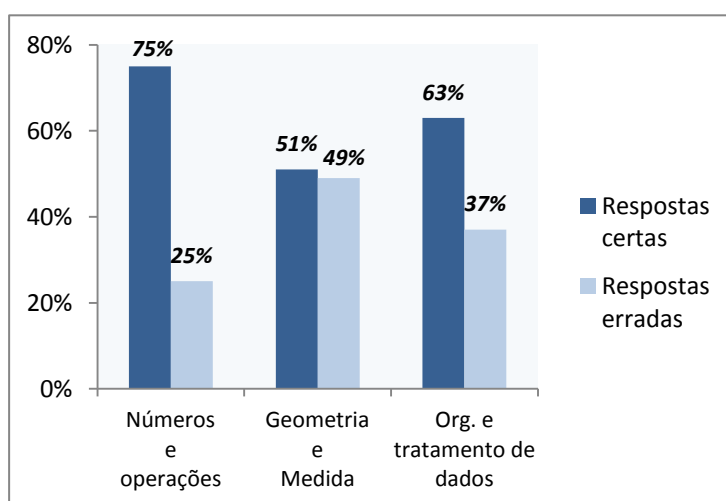


Gráfico 6: Frequências relativas (%) do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência II do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

A diferença de resultados verificada entre os diversos *temas matemáticos* até poderia sugerir a eleição do domínio *números e operações* como a área que proporcionou os melhores desempenhos. No entanto, a frequência de respostas certas e erradas entre os estímulos de cada área evidencia contrastes que não permitem fazer uma associação direta do desempenho dos sujeitos com os *temas matemáticos* (tabela 10).

⁸⁰ As pistas de processamento *tempo de leitura*, *fixações* e *transições* não foram consideradas nestes tópicos de análise, atendendo a que as características dos estímulos, i.e., a extensão, a estrutura e a configuração dos enunciados dos problemas poderiam interferir nesta análise e desvirtuar os resultados.

| Padrão de respostas - Temas matemáticos | | | | | | | | | | | Grupo 1 [n = 32] | | |
|--|------------------------------|----------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|---------------------------|-----------|----------|----------|-------------------------|------------------------------|-----------|
| Temas matemáticos | | Números e operações | | | | | Geometria e Medida | | | | | Org. e trat. de dados | |
| Nº dos estímulos | | 1 | 3 | 13 | 15 | 17 | 9 | 19 | 5 | 7 | 11 | 21 | 23 |
| Frequências de respostas certas | Abs. (n_i) | 23 | 27 | 29 | 17 | 24 | 21 | 13 | 12 | 13 | 13 | 26 | 20 |
| | Rel.% (f_i) | 72% | 84% | 91% | 53% | 75% | 66% | 41% | 38% | 41% | 41% | 81% | 63% |
| Frequências de respostas erradas | Abs. (n_i) | 9 | 5 | 3 | 15 | 8 | 11 | 19 | 20 | 19 | 19 | 6 | 12 |
| | Rel.% (f_i) | 28% | 16% | 9% | 47% | 25% | 34% | 59% | 62% | 59% | 59% | 19% | 37% |

Tabela 10: Frequências do padrão de respostas nos estímulos da Experiência II do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

Fazendo uma leitura dos resultados, verifica-se que em todos os temas ocorrem estímulos com resultados positivos e estímulos com resultados negativos, sendo que o contraste mais relevante surge na área *números e operações* com resultados que oscilam entre 91%, no estímulo 13, e os 53%, no estímulo 15.

Os processos de operacionalização requeridos em cada estímulo (conversão de diferentes sistemas de representação numérica, no estímulo 13, e realização de operações algorítmicas, no estímulo 15) parecem ser uma das causas mais prováveis para as diferenças registadas.

Quando se observam, na tabela 11, os resultados obtidos nos estímulos de cada tema, agrupados de acordo com os procedimentos convocados para a resolução dos problemas, percebe-se que, em qualquer das áreas temáticas, os estímulos que requerem respostas curtas/restritas, i.e., procedimentos menos complexos, do ponto de vista cognitivo, obtêm valores mais elevados de respostas certas, comparativamente com os estímulos que exigem respostas extensas, ou seja, a realização de procedimentos mais complexos, como a realização de cálculos e/ou a aplicação de algoritmos.

| Padrão de respostas certas - Processos de operacionalização | | Grupo 1 [n = 32] | |
|--|---------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| Processos de operacionalização | | Respostas curtas/restritas | Respostas extensas |
| Temas matemáticos | | | |
| Números e operações | F. Abs. (n_i) | 27 | 22 |
| | F. Rel.% (f_i) | 83% | 69% |
| Geometria e Medida | F. Abs. (n_i) | 18 | 13 |
| | F. Rel.% (f_i) | 57% | 41% |

Tabela 11: Frequências do padrão de respostas certas nos estímulos da Experiência II do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização*

Embora os resultados assinalem os *processos de operacionalização* como um indicador que poderá influir no desempenho dos sujeitos, este parece não atuar isoladamente no processo de resolução dos problemas de construção.

O estímulo 7 (*fig. 94*) ainda que não exija uma resposta extensa com recurso a tarefas complexas, registou a percentagem mais elevada de respostas erradas (59%) entre os

O Daniel e a Alice mediram a palmos o comprimento da mesa da sala de jantar.
 Lê o diálogo entre os dois irmãos.
 Daniel: - A mesa mede 20 dos meus palmos.
 Alice: - Mas dos meus só mede 18 palmos.
 Qual dos dois irmãos tem o palmo com maior comprimento?

Figura 94: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

estímulos que requeriam respostas curtas/restritas, equiparando-se, assim, aos estímulos cuja resolução envolvia a realização de várias tarefas/procedimentos matemáticos.

O exemplo do registo ocular de um sujeito durante a leitura e processamento deste estímulo (*fig. 95*), mostra o que poderá ter estado na origem da frequência elevada de respostas erradas.

O sujeito [DGS-1097], que lê integralmente todo o enunciado, ao ler na questão do enunciado do problema a expressão “*palmo com maior*” (fixações 52, 53 e 54), procura no enunciado o número com o valor mais elevado “20” (fixação 55) e retoma novamente a leitura da questão (fixação 56 e seguintes), avançando com um plano de solução errado.

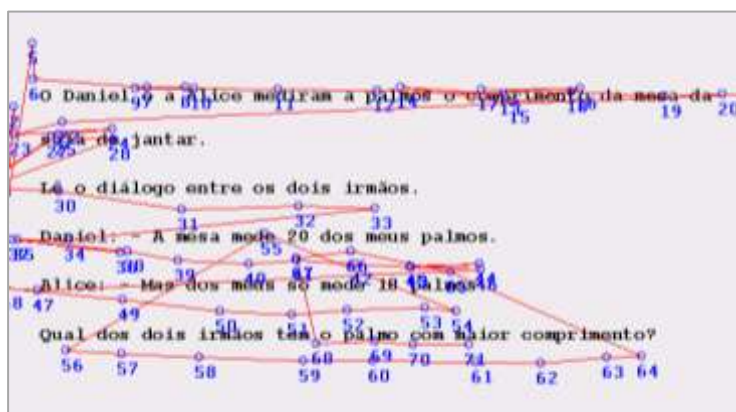


Figura 95: Registo ocular do sujeito [DGS-1097] relativo ao estímulo 7 com resposta errada

A estratégia adotada por este sujeito, designada na literatura por “*Direct Translation*” (Mayer & Hegarty, 1996), resulta da anexação direta dos numerais às expressões linguísticas, sem ter em conta as relações entre as variáveis do problema. Esta estratégia funciona como um “atalho” heurístico que privilegia o raciocínio quantitativo mas, ainda que exija menos recursos cognitivos ao nível da memória de trabalho, parece não ser benéfica, nomeadamente em enunciados com estruturas semânticas mais complexas, onde as palavras/expressões-chave sugerem um procedimento (maior = valor mais elevado [20]), mas a descrição da situação apela ao procedimento inverso (maior = valor menos elevado [18]).

Em suma, os resultados deste grupo de sujeitos evidenciam o relevo dos processos de operacionalização, mais do que os temas matemáticos, no processo de resolução de problemas. Os procedimentos mais complexos do ponto de vista cognitivo que mobilizam quer o conhecimento conceptual, quer o conhecimento processual são mais propensos ao erro e a taxas de insucesso mais elevadas. No entanto, este fator do âmbito restrito da matemática parece não ser o único atuar no processo de resolução dos problemas verbais de construção.

Os resultados do **grupo de sujeitos do 2º ciclo** apontam um cenário idêntico ao já verificado no grupo de sujeitos do 1º ciclo para a variável *temas matemáticos*.

Conforme se observa no gráfico 7, é no tema *organização e tratamento de dados* que se verificam os melhores desempenhos (64%).

Os estímulos do âmbito da *geometria* alcançaram uma percentagem média inferior de respostas certas (53%) e próxima da frequência média registada no tema *números e operações* (57%).

A distribuição da frequência de respostas certas e erradas pelos estímulos dos

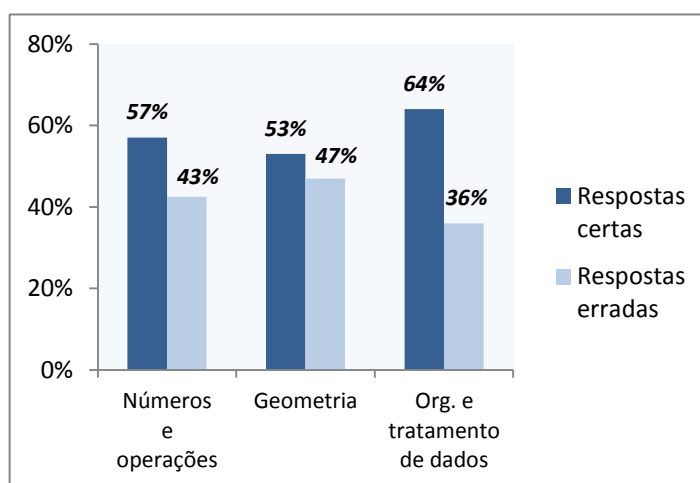


Gráfico 7: Frequências relativas (%) do padrão de respostas nos estímulos da Experiência II do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

diferentes *temas matemáticos*, apresentada na tabela 12, mostra que não há uma equidade de resultados entre os estímulos dos mesmos temas, o que afasta a condição de se atribuir a este fator do âmbito da matemática um peso determinante no processo de resolução de problemas.

| Padrão de respostas - Temas matemáticos | | | | Grupo 2 [n = 34] | | | | |
|--|---------------------------------|----------------------------|-----------|-------------------------|----------|-----------------------------------|----------|-----------|
| Temas matemáticos | | Números e operações | | Geometria | | Org. e tratamento de dados | | |
| Nº dos estímulos | | 1 | 13 | 5 | 7 | 3 | 9 | 11 |
| Frequências de respostas certas | Abs. (n_i) | 27 | 12 | 20 | 16 | 27 | 23 | 15 |
| | Rel.% (f_i) | 79% | 36% | 59% | 47% | 79% | 68% | 44% |
| Frequências de respostas erradas | Abs. (n_i) | 7 | 22 | 14 | 18 | 7 | 11 | 19 |
| | Rel.% (f_i) | 21% | 64% | 41% | 53% | 21% | 32% | 56% |

Tabela 12: Frequências do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência II do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

Relativamente à variável *processos de operacionalização* e ao contrário da tendência observada no grupo de sujeitos do 1º ciclo, o agrupamento dos estímulos de cada área temática em função das tarefas necessárias para a sua resolução não revela que os problemas que requerem respostas curtas/restritas, i.e., procedimentos menos complexos do ponto de vista cognitivo, tenham sido mais favoráveis à obtenção de respostas certas do que os problemas que requerem respostas extensas (tabela 13).

| Padrão de respostas certas - Processos de operacionalização | | Grupo 2 [n = 34] | |
|--|------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| Processos de operacionalização | | Respostas curtas/restritas | Respostas extensas |
| Temas matemáticos | | | |
| Números e operações | F. Abs. (n_i) | 12 | 27 |
| | F. Rel.% (f_i) | 36% | 79% |
| Geometria | F. Abs. (n_i) | 16 | 20 |
| | F. Rel.% (f_i) | 47% | 59% |
| Organização e tratamento de dados | F. Abs. (n_i) | 25 | 15 |
| | F. Rel.% (f_i) | 74% | 44% |

Tabela 13: Frequências do *padrão de respostas certas* nos estímulos da Experiência II do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização*

Apenas no tema *organização e tratamento de dados* os problemas que solicitam respostas curtas apresentaram melhores resultados do que os problemas para

os quais é necessário desenvolver estratégias mais elaboradas de cálculo mental ou a realização de operações matemática com recurso a algoritmos.

Estes valores poder-se-ão ficar a dever ao facto de haver um menor número de estímulos no desenho experimental deste grupo e nas áreas matemáticas *números e operações* e *geometria* apenas existir um estímulo para cada uma das tarefas/respostas convocadas nos problemas.

Assim sendo, e atendendo aos resultados obtidos, não foi conclusiva para este grupo de sujeitos a influência das duas variáveis em análise, *Temas matemáticos* e *Processos de Operacionalização*, no processo de resolução dos problemas verbais de construção.

No **grupo de sujeitos do 3º ciclo**, os três domínios temáticos não apresentam resultados muito diferentes relativamente ao padrão de respostas, ou seja, ainda que o número de respostas certas seja sempre superior, em qualquer dos *temas matemáticos*, a diferença entre a frequência de respostas certas e a frequência de respostas erradas não é muita expressiva (gráfico 8).

Ao contrário do que se verificou para os outros grupos de sujeitos, é a área da *geometria* que reúne a percentagem superior de respostas certas (57%).

No tema *números e operações*, a média percentual de respostas certas está praticamente equiparada à média percentual de respostas erradas.

A similitude da frequência de respostas certas nas três áreas temáticas e a diferença pouco acentuada no padrão de respostas (certas *versus* erradas) no âmbito de cada área, parece não garantir a influência dos temas matemáticos no processo de resolução de problemas.

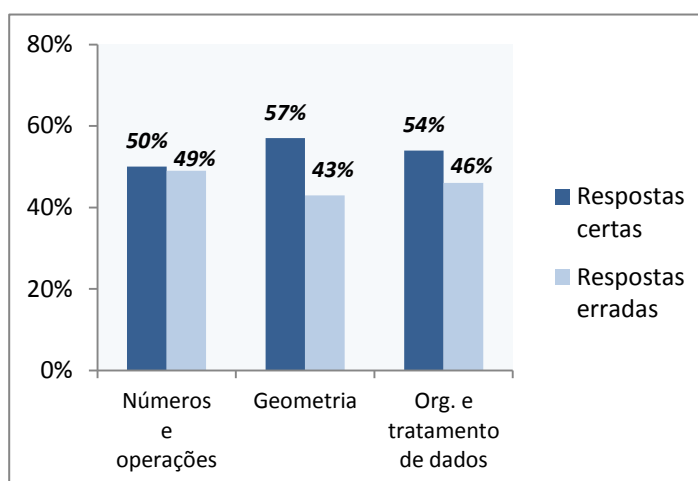


Gráfico 8: Frequências relativas (%) do padrão de respostas nos estímulos da Experiência II do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

Esta orientação fica reforçada com os resultados individuais de cada estímulo, disponíveis na tabela 14, cujos dados permitem verificar que no seio de cada tema ocorrem estímulos com resultados francamente positivos que contrastam com outros onde os resultados são bastante inferiores.

| Padrão de respostas - Temas matemáticos | | | | | | Grupo 3 [n = 29] | | | | | |
|--|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|-----------|-------------------------|------------------|----------|-----------------------------------|----------|-----------|
| Temas matemáticos | | Números e operações | | | | | Geometria | | Org. e tratamento de dados | | |
| Nº dos estímulos | | 5 | 11 | 13 | 15 | 19 | 1 | 3 | 7 | 9 | 17 |
| Frequências de respostas certas | Abs. (n_i) | 15 | 5 | 18 | 20 | 14 | 15 | 18 | 6 | 14 | 27 |
| | Rel.% (f_i) | 52% | 17% | 62% | 69% | 48% | 52% | 62% | 21% | 48% | 93% |
| Frequências de respostas erradas | Abs. (n_i) | 14 | 24 | 11 | 9 | 15 | 14 | 11 | 23 | 15 | 2 |
| | Rel.% (f_i) | 48% | 83% | 38% | 31% | 52% | 48% | 38% | 79% | 52% | 7% |

Tabela 14: Frequências do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência II do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

É sobretudo nas áreas *números e operações* e *organização e tratamento de dados* que se encontram os contrastes mais acentuados, que poderão encontrar uma justificação na informação disponível na tabela 15, que apresenta os resultados emergentes do agrupamento dos estímulos em função do tipo de tarefas matemáticas requeridas na sua resolução.

Relativamente ao domínio *números e operações*, os problemas, para os quais era necessário construir uma resposta curta/restrita, revelaram-se mais acessíveis do que os problemas que apelavam à execução de respostas extensas, com recursos a procedimentos mais elaborados. Porém, esta tendência aparece invertida nos problemas da área *organização e tratamento de dados* onde a execução de tarefas mais extensas reuniu uma percentagem superior de respostas certas.

| Padrão de respostas certas - Processos de operacionalização | | Grupo 3 [n = 29] | |
|--|------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| Processos de operacionalização | | Respostas curtas/restritas | Respostas extensas |
| Temas matemáticos | | | |
| Números e operações | F. Abs. (n_i) | 16 | 12 |
| | F. Rel.% (f_i) | 56% | 40% |
| Organização e tratamento de dados | F. Abs. (n_i) | 14 | 17 |
| | F. Rel.% (f_i) | 48% | 57% |

Tabela 15: Frequências do *padrão de respostas certas* nos estímulos da Experiência II do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização*

No entanto, não deixa de ser interessante verificar que, entre os problemas do mesmo tema e que apelam para estratégias de resolução semelhantes, os resultados se apresentam divergentes, como ilustram os estímulos 7 (fig. 96) e 17 (fig. 97).

No bar da escola da Ana, vendem-se sumos de frutas e sanduiches.

A Ana e a sua melhor amiga gostam de sanduiches de queijo, de fiambre e de presunto.

Na hora do lanche, escolhem, ao acaso, um destes três tipos de sanduiches.

Qual é a probabilidade de ambas escolherem uma sanduiche de queijo?

Figura 96: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

A Associação de Estudantes de uma escola é constituída por 5 alunos: 3 rapazes e 2 raparigas. Estes alunos, como elementos da Associação de Estudantes, têm de realizar várias tarefas e desempenhar alguns cargos. Assim, decidiram sortear as tarefas a atribuir a cada um.

Calcula a probabilidade de o elemento encarregado de uma qualquer dessas tarefas ser um rapaz.

Figura 97: Estímulo 17 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

Ambos os problemas, pertencentes ao tema *organização e tratamento de dados*, apresentam enunciados com estruturas idênticas (monomodais) e com extensões semelhantes (54 unidades de significação no estímulo 7 e 59 unidades de significação no estímulo 17) e convocam para a sua resolução o cálculo da probabilidade de um acontecimento com recurso à regra de Laplace.

A diferença registada na percentagem de respostas certas entre estes dois estímulos (21% no estímulo 7 e 93% no estímulo 17) retira consistência à hipótese da complexidade dos procedimentos matemáticos ser uma condição *sine qua non* no processo de resolução de problemas verbais de construção e suscita a análise de outros

indicadores no âmbito de outros domínios, nomeadamente fatores de natureza linguística.

Em suma, a hipótese 1, que pondera a influência dos temas matemáticos no processo de resolução de problemas, tendo por base os estudos nacionais e internacionais, que avaliam os níveis de literacia e as competências dos alunos portugueses e que destacam este indicador programático do âmbito restrito da competência matemática, designadamente algumas áreas temáticas específicas como a geometria ou a organização e tratamento de dados, como um “obstáculo” que condiciona a capacidade de resolução de problemas verbais, não ficou confirmada na análise do desempenho dos sujeitos dos três grupos testados.

O padrão de respostas (certas e erradas) obtido nos estímulos dos diferentes domínios não indicou diferenças substanciais entre as várias áreas temáticas. O facto de estímulos do mesmo domínio matemático promoverem desempenhos distintos retira consistência à hipótese dos *temas matemáticos* se afigurarem como um potencial fator no processo de resolução dos problemas verbais de construção.

Relativamente à hipótese 2, fundada igualmente nas conclusões de estudos nacionais e internacionais, que equacionava a possibilidade das dificuldades de resolver problemas verbais estarem diretamente relacionadas com os processos de operacionalização requeridos na resolução, os resultados sugerem a complexidade dos procedimentos matemáticos como um indicador robusto que parece interferir no desempenho dos sujeitos.

Os problemas que convocam procedimentos cognitivos menos complexos, i.e., que fazem menos exigências ao nível da memória de trabalho, registaram taxas de sucesso mais elevadas, quando comparados com os problemas que exigem procedimentos mais elaborados e que implicam o percurso de várias etapas para alcançar um resultado final. A realização de transformações/manipulação da informação com recurso a cálculos numéricos e operações aritméticas ou a combinações de diferentes sistemas numéricos assumiram-se como tarefas matemáticas mais complexas do ponto de vista cognitivo com repercussões menos positivas no desempenho dos sujeitos, ou seja, com taxas de insucesso mais elevadas.

Todavia, o registo de resultados distintos entre problemas que se enquadram nas mesmas áreas temáticas e que mobilizam os mesmos procedimentos matemáticos de resolução despertou para a ocorrência de outros indicadores, no âmbito de outros domínios, nomeadamente fatores de natureza linguística e estrutural.

A extensão dos enunciados dos problemas verbais de construção

Para testar a terceira hipótese de investigação e averiguar a influência da extensão dos enunciados na leitura e na compreensão dos problemas de construção, que se impõem como as etapas iniciais de todo o processo de resolução dos problemas verbais de construção, construíram-se, para os três grupos de sujeitos, matrizes de correlações, resultantes da aplicação do coeficiente de *correlação Spearman* com os respetivos testes de significância estatística, para analisar a associação (ou dependência) das variáveis relativas ao desempenho dos sujeitos, nomeadamente o *tempo de leitura* (abreviadamente, *TL*) medido em segundos (abreviadamente, *s*), o *número total de fixações* (abreviadamente, *Fix.*) e o *padrão de respostas*, com a extensão dos estímulos, designadamente o *número de unidades de significação* (abreviadamente, *US*) dos enunciados e dos cenários de resposta.

As matrizes de correlações dos três grupos da amostra estão disponíveis para consulta no CD de anexos – Pasta VI.

A análise do desempenho do **grupo de sujeitos do 1º ciclo** face ao tópico em análise identifica que:

- a) a correlação positiva entre a extensão (dos estímulos) e o tempo de leitura dos enunciados dos problemas é significativa, $r_s(30) = 0.867$, $P = 0.000$ (comprovada pelo p -valor, menor que o nível de significância adotado de 1%);
- b) a associação entre a extensão dos estímulos e o número de fixações realizadas durante a leitura dos mesmos é, igualmente, estatisticamente significativa, para um nível de significância de 1%, $r_s(30) = 0.902$, $P = 0.000$.

Para uma observação mais perceptível destas ocorrências, selecionaram-se os estímulos referentes ao tema matemático *números e operações* e construíram-se representações gráficas, onde os estímulos se encontram alinhados em função do número de unidades de significação, que ilustram as correlações entre as variáveis.

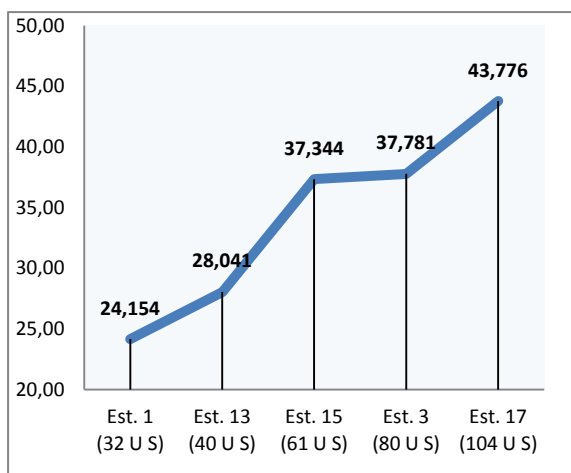


Gráfico 9: Frequências [n_i] de $TL(s)$ nos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

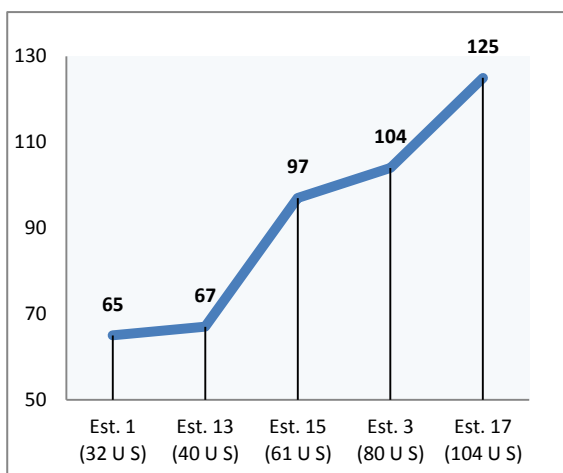


Gráfico 10: Frequências [n_i] de $Fix.$ nos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

Verifica-se, no gráfico 9, uma orientação ascendente das curvas de densidade que revela a inflação dos tempos de leitura nos estímulos mais extensos.

O aumento de unidades de significação (palavras e numerais) nos enunciados dos problemas implica, para além de um acréscimo gradual dos tempos de leitura, um aumento significativo do número de fixações, como se observa no gráfico 10, que ilustra a frequência absoluta do número de fixações nos estímulos deste tema e evidencia

- c) uma correlação positiva, a um nível de significância de 5%, entre as variáveis tempo de leitura e número de fixações realizadas nos enunciados dos problemas de construção, $r_s(30) = 0.693$, $P = 0.030$.

A associação do número de unidades de significação com os tempos de leitura e o número de fixações é corroborada pela

- d) correlação estatisticamente significativa (num nível de significância de 5%) da extensão dos cenários de resposta com o tempo de leitura [$r_s(30) = 0.656$, $P = 0.020$] e com o número de fixações [$r_s(30) = 0.728$, $P = 0.026$].

À semelhança dos problemas com enunciados mais longos, que acentuam o tempo de leitura e o número de fixações, também os estímulos relativos aos cenários de resposta, onde eram apresentados todos os procedimentos/operações algorítmicas necessários para a resolução do problema, registaram um acréscimo acentuado do tempo de leitura associado a uma maior quantidade de fixações.

A matriz de correlações relativas às variáveis analisadas indica ainda que:

e) a relação entre o padrão de respostas e a extensão dos enunciados dos estímulos não tem expressividade estatística, $r_s(30) = -0.106, P = 0.774$.

A ausência de uma associação que demonstrasse a correlação destas duas variáveis, não confirma a condição de a extensão dos enunciados, particularmente dos mais longos, promover o insucesso da resolução de problemas.

Em relação a este tópico de análise, verifica-se que a extensão dos enunciados dos problemas de construção repercutiu-se no desempenho dos sujeitos do 1º ciclo. Nos enunciados mais extensos, o processamento da informação alongou-se por períodos de tempo mais acentuados, exigindo a realização de mais fixações, ainda que não tenha tido expressão no padrão de respostas.

Relativamente ao desempenho do **grupo de sujeitos do 2º ciclo**, a matriz de correlações das variáveis em análise indica que

- a) a extensão dos enunciados não está correlacionada com o tempo de leitura dos problemas, $r_s(32) = 0.667, P = 0.071$.
- b) não é estatisticamente expressiva a relação entre o número de unidades de significação dos estímulos e o número de fixações realizadas durante a sua leitura, $r_s(32) = 0.739, P = 0.083$.

Como se atesta pela análise dos gráficos 11 e 12, que apresentam respetivamente o tempo de leitura e a frequência de fixações realizadas nos estímulos das áreas temáticas *geometria* e *números e operações*, não se confirma uma associação positiva entre estas pistas de processamento.

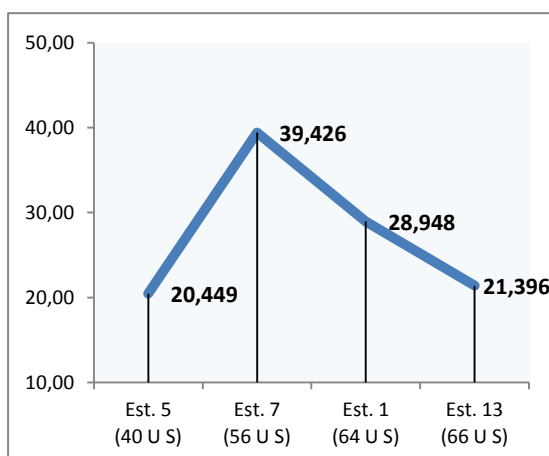


Gráfico 11: Frequências $[n_i]$ de $TL(s)$ nos estímulos dos temas *geometria* e *números e operações* do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

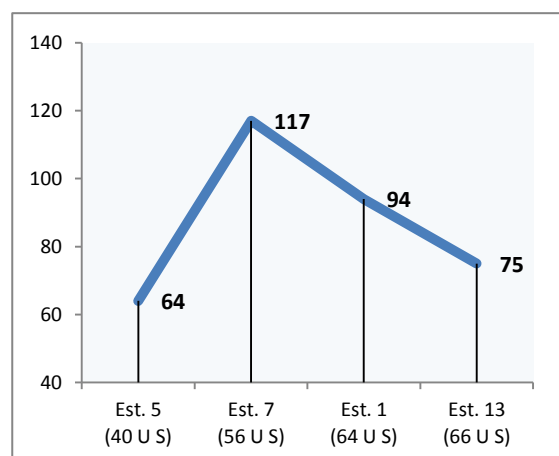


Gráfico 12: Frequências $[n_i]$ de $Fix.$ nos estímulos dos temas *geometria* e *números e operações* do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

O acréscimo de unidades de significação dos estímulos, representado pela linha de densidade, não corresponde ao agravamento do tempo de leitura dos enunciados (gráfico 11). Ainda que o estímulo 5 registe cumulativamente o menor número de unidades de significação e a média mais baixa de tempo de leitura, o estímulo 13, com o enunciado mais extenso, não obteve a média mais elevada de tempo de leitura, que foi registada no estímulo 7 que conta apenas 56 unidades de significação.

Verifica-se o mesmo cenário em relação ao padrão de fixações. Como se observa no gráfico 12, que ilustra a frequência de fixações nos estímulos dispostos por ordem de grandeza do número de unidades de significação, o aumento de palavras e/ou representações numéricas, não promove o acréscimo de fixações realizadas durante a leitura dos estímulos.

Os resultados obtidos na análise da influência da extensão dos enunciados são corroborados pelos resultados colhidos na análise dos cenários de resposta, ou seja,

- c) a extensão dos cenários de resposta não está correlacionada nem com o tempo de leitura, $r_s(32) = 0.623$, $P = 0.099$, nem tão pouco com o volume de fixações, $r_s(32) = -0.278$, $P = 0.521$.

O cruzamento da informação disponível nos gráficos 11 e 12 realça ainda

- d) a correlação estatisticamente significativa do tempo de leitura com o número de fixações, $r_s(32) = 0.739$, $P = 0.031$, para um nível de significância de 5%.
- e) Relativamente ao número de respostas certas, não se registou nenhuma associação estatisticamente significativa entre esta variável e a extensão dos estímulos, $r_s(32) = -0.190$, $P = 0.651$.

Assim sendo, constata-se que o desempenho do grupo de sujeitos do 2º ciclo parece não ser afetado pela extensão dos enunciados, uma vez que os enunciados mais longos não determinam necessariamente nem o aumento do tempo de leitura, nem o número de fixações.

Também não foram detetadas diferenças significativas no padrão de respostas, ou seja, o número de respostas certas não surge associado à maior ou menor extensão dos enunciados dos problemas.

Para o **grupo de sujeitos do 3º ciclo**, a matriz que identifica as correlações entre as variáveis relativas ao desempenho dos sujeitos face ao tópico em análise, permite identificar, para um nível de significância de 1%,

- a) uma correlação positiva, estatisticamente significativa, entre a extensão dos enunciados e o tempo de leitura, $r_s(27) = 0.802, P = 0.005$.
- b) uma associação igualmente estatisticamente significativa da extensão dos estímulos com o volume de fixações, $r_s(27) = 0.968, P = 0.000$;
- c) uma correlação significativa entre as variáveis tempo de leitura e número de fixações, $r_s(27) = 0.912, P = 0.000$.

Tomando como referência os problemas do tema *números e operações*, pode-se conferir, através das representações gráficas, a relação entre estas variáveis.

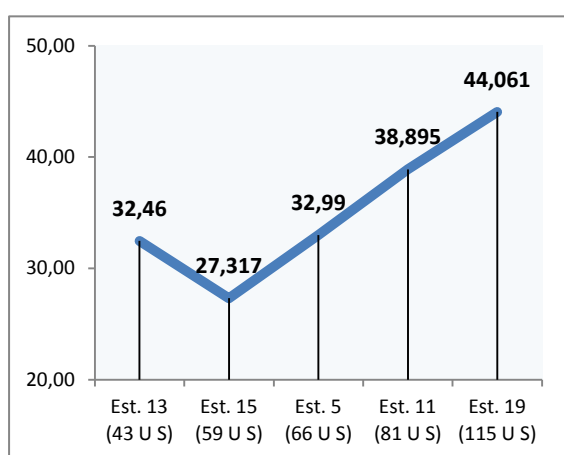


Gráfico 13: Frequências $[n_i]$ de $TL(s)$ nos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

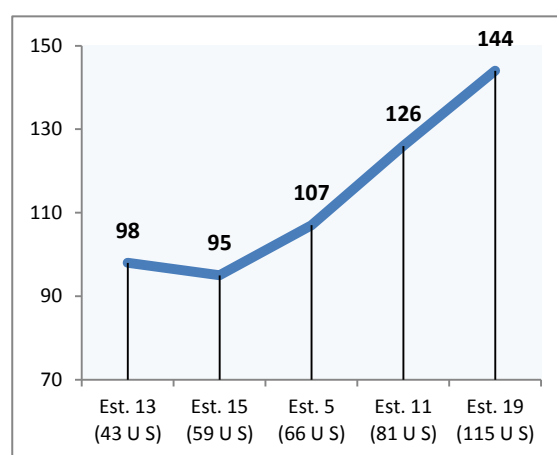


Gráfico 14: Frequências $[n_i]$ de $Fix.$ nos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

Observa-se, no gráfico 13, uma orientação ascendente das curvas de densidade que revela a inflação dos tempos de leitura nos estímulos mais extensos, ou seja, o aumento de unidades de significação nos enunciados dos problemas implica, necessariamente, um acréscimo gradual dos tempos de leitura.

O gráfico 14 mostra que o número médio de fixações é proporcional à extensão dos estímulos, ou seja, o aumento do número de unidades de significação nos problemas exige a realização de mais fixações durante o processo cognitivo de leitura e de processamento da informação. Consequentemente, o aumento de fixações implica um dispêndio mais acentuado do tempo de leitura.

Relativamente à extensão dos cenários de resposta, não se detetou qualquer tipo de relação estatisticamente significativa com o desempenho dos sujeitos, ou seja, a estrutura dos cenários de resposta não teve repercussões significativas em qualquer uma das três variáveis analisadas: tempo de leitura; número de fixações e número de respostas certas.

À semelhança do que se verificou nos restantes grupos de sujeitos:

- d) a extensão dos estímulos não tem representatividade estatística no padrão de respostas, $r_s(27) = -0.349, P = 0.324$.

Não se encontra um padrão de respostas comum para estímulos com enunciados mais longos ou mais curtos. De igual forma, quando se confrontam os resultados obtidos nos estímulos com uma extensão idêntica, verificam-se diferenças acentuadas no número de respostas certas que afasta a possibilidade de se estabelecer uma associação entre estas duas variáveis.

De acordo com os resultados obtidos neste grupo de sujeitos, a extensão dos problemas de construção inflaciona de forma significativa o tempo despendido e o número de fixações realizadas durante o processo cognitivo de leitura e de processamento da informação dos enunciados verbais, embora não tenha expressividade estatística no padrão de respostas.

Em síntese, ***os resultados desta experiência confirmam apenas parcialmente a hipótese 3 que pondera a condição da extensão dos enunciados afetar a compreensão das situações enunciadas e comprometer o processo de resolução dos problemas verbais de construção.***

Tomando como referência, por um lado, que a representação do texto pode ter influência nos movimentos oculares, revelando-se através da inflação do tempo de leitura e do número de fixações (Rayner & Pollatsek, 1989) e, por outro lado, que o contexto dos enunciados pode desempenhar um papel preponderante na compreensão dos enunciados, melhorando a acessibilidade às representações dos problemas e contribuindo para a transparência das situações enunciadas (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2005), concluiu-se que ***a extensão dos enunciados dos problemas de construção refletiu-se de forma significativa no desempenho dos sujeitos do 1º e do 3º ciclos de escolaridade, nomeadamente no tempo despendido e no número de fixações***

realizadas durante a leitura e o processamento da informação, ainda que não se tenha evidenciado como um fator regulador do padrão de respostas, ou seja, não ficou determinado em que contextos é que a frequência de respostas certas era mais acentuada, se nos contextos longos ou nos contextos mais curtos, sendo a própria estrutura do desenho experimental a causa mais plausível para este resultado (para os problemas que exigiam uma respostas extensa, os cenários de resposta contemplavam todos os procedimentos de resolução ainda que alguns não fossem os adequados).

Porém, estas conclusões não abrangem o desempenho do grupo de sujeitos do 2º ciclo, atendendo a que nenhuma das três pistas de processamento (tempo de leitura, fixações e padrão de respostas) obteve correlações estatisticamente significativas com a extensão dos problemas.

Ainda que não tenha sido possível verificar se os problemas com contextos mais extensos induzem a estratégias de resolução incorretas, parece ter ficado demonstrado que, *em problemas com contextos excessivamente longos, o desempenho dos sujeitos é claramente afetado, uma vez que uma maior demanda de informação exige recursos cognitivos adicionais e custos mais avultados de processamento que se traduziram em mais tempo de leitura e num maior número de fixações.*

A estrutura e a formulação dos problemas verbais de construção

Como já foi referido no início deste capítulo, os enunciados dos problemas de matemática de construção distinguem-se pela forma como apresentam as situações dos problemas. Os enunciados monomodais são compostos por linguagem verbal em articulação com algumas representações numéricas e os enunciados bimodais, para além destes sistemas de representação, integram ainda outros tipos de registos semióticos, como imagens figurativas, gráficos, tabelas ou esquemas. As propriedades e as funções dos registos semióticos não verbais permitem diferenciar dois tipos de enunciados bimodais: híbridos e mistos [→§ 2.2.4.].

Atendendo a estas diferenças estruturais, pretende-se aferir a pertinência da hipótese 5 e apurar se as distintas estruturas dos problemas de construção fomentam padrões de desempenho diferenciados, ou seja, determinar se as diversas fontes informativas/registos semióticos que formam os enunciados convocam processos

cognitivos diferenciados e geram diferentes tipos de processamento com impacto no desempenho dos sujeitos.

Para testar esta condição, focou-se a análise nas variáveis: *tempo de leitura*, *número de fixações* e *transições*. O padrão de respostas será referido sempre que se verifique a sua relação/articulação com as outras variáveis e/ou os seus resultados apontem pistas para a distinção de problemas com diferentes estruturas.

A análise descritiva que se segue, suportada estatisticamente pela aplicação de testes de hipóteses não paramétricos (teste de Mann-Withney e teste de Kruskal-Wallis), descreve individualmente o desempenho de cada grupo de sujeitos durante a leitura e o processamento da informação veiculada nos problemas com enunciados monomodais e nos problemas com enunciados bimodais (mistos e híbridos).

Para examinar o **desempenho dos sujeitos do 1º ciclo** no processo cognitivo de leitura de problemas de construção monomodais e bimodais (híbridos e mistos), disponibiliza-se, na tabela 16, os valores médios obtidos em cada estímulo para as variáveis em estudo, para facilitar a perceção de alguns indicadores que vão ser referidos ao longo da análise dos resultados deste grupo de sujeitos.

| Problemas monomodais e problemas bimodais | | | | | | | Grupo 1 [n = 32] |
|---|--------------|-------------------|----------|----------------------|-----------|-----------------------|------------------|
| VARIÁVEIS ESTÍMULOS | TTL ESTÍMULO | Nº TOTAL FIXAÇÕES | TL TEXTO | Nº DE FIXAÇÕES TEXTO | TL IMAGEM | Nº DE FIXAÇÕES IMAGEM | TRANSIÇÕES |
| Estímulo 1 Bimodal misto | 24,154s | 70 | 17,518s | 55 | 6,636s | 15 | 7 |
| Estímulo 3 Bimodal misto | 37,781s | 104 | 29,909s | 82 | 7,872s | 22 | 5 |
| Estímulo 5 Bimodal híbrido | 23,433s | 61 | 15,104s | 46 | 8,329s | 15 | 5 |
| Estímulo 7 Monomodal | 29,971s | 156 | 29,971s | 156 | . | . | . |
| Estímulo 9 Bimodal híbrido | 25,602s | 70 | 15,230s | 46 | 10,37s | 24 | 8 |
| Estímulo 11 Bimodal misto | 35,873s | 103 | 33,085s | 98 | 2,788s | 5 | 4 |
| Estímulo 13 Bimodal híbrido | 28,041s | 61 | 15,653s | 47 | 12,389s | 14 | 6 |
| Estímulo 15 Bimodal híbrido | 37,344s | 97 | 31,516s | 86 | 5,828s | 11 | 8 |
| Estímulo 17 Bimodal misto | 43,776s | 125 | 43,448s | 124 | 0,328s | 1 | 1 |
| Estímulo 19 Monomodal | 31,822s | 157 | 31,822s | 157 | . | . | . |
| Estímulo 21 Bimodal misto | 23,884s | 64 | 22,830s | 60 | 1,055s | 4 | 3 |
| Estímulo 23 Bimodal híbrido | 38,223s | 116 | 26,665s | 80 | 11,558s | 37 | 13 |

Tabela 16: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações* e *transições* nos estímulos do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

A comparação dos resultados obtidos nas variáveis em estudo para os problemas monomodais e para os problemas bimodais evidencia padrões de desempenho distintos entre os dois tipos de problemas.

- a) Os enunciados dos problemas bimodais registam tempos de leitura mais acentuados, ou seja, a presença de outras fontes físicas de informação, para além da textual, acarreta um acréscimo de tempo de leitura dos estímulos, ainda que esta diferença não seja estatisticamente significativa, " $p = 1.000$ ".

Esta evidência pode ser verificada, por exemplo, através dos estímulos 3 (fig. 98) e 19 (fig. 99).


Num passeio à serra, o Luis apanhou um raminho de sargaços e papoilas. Quando chegou a casa colocou as flores numa jarra.

- Que lindo ramo! - disse a mãe. - Apanhaste 6 flores, o mesmo número dos teus anos.


O Luis contou as pétalas dos sargaços e das papoilas e disse:

- Já viste, mãe, as 6 flores têm ao todo 28 pétalas, é mesmo a tua idade.

Quantas papoilas apanhou o Luis?



A papoila tem 4 pétalas



O sargaço tem 5 pétalas

Figura 98: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

A Margarida construiu um desenho utilizando três das figuras que a professora mostrou. Sem mostrar o seu desenho aos colegas, fez a seguinte descrição:

Desenhei os dois rectângulos, um ao lado do outro, unidos pelo lado de maior comprimento. No exterior do rectângulo que está do meu lado esquerdo, desenhei o triângulo. O triângulo está unido ao lado de menor comprimento do rectângulo.

Qual a configuração que o desenho tem que ter para corresponder à descrição feita pela Margarida?

Figura 99: Estímulo 19 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

Ambos os enunciados têm um número idêntico de unidades de significação (80 no estímulo 3 e 79 no estímulo 19), mas registaram tempos de leitura diferentes. O estímulo bimodal 3, composto por linguagem alfanumérica e pictural, demorou em média 37,781s a ler. O estímulo monomodal 19, formado apenas por linguagem alfanumérica, registou um valor médio de tempo de leitura de 31,822s.

- b) Os problemas monomodais distinguem-se dos problemas bimodais pela frequência mais elevada de fixações, quer na globalidade do enunciado (“ $p = 0.032$ ”), quer apenas no texto (“ $p = 0.032$ ”), como revelam os registos oculares relativos ao estímulo 3 (fig. 100) e ao estímulo 19 (fig. 101) realizados pelo mesmo sujeito [AFS-0494].

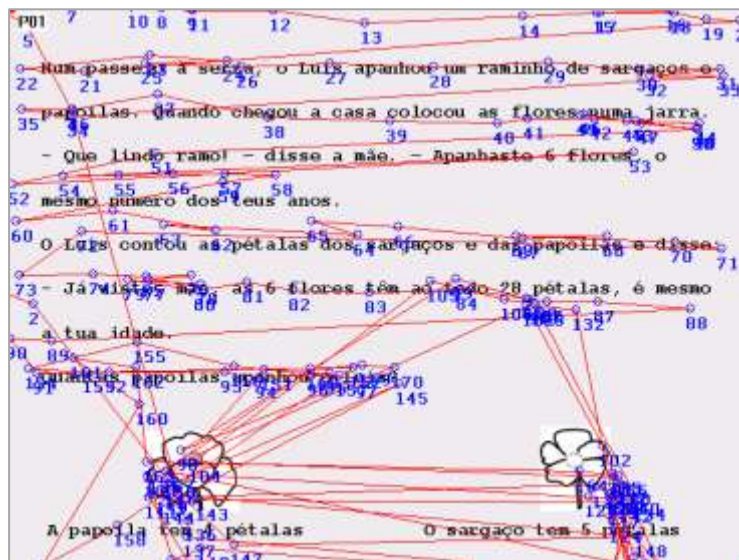


Figura 100: Registro ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 3, com resposta certa

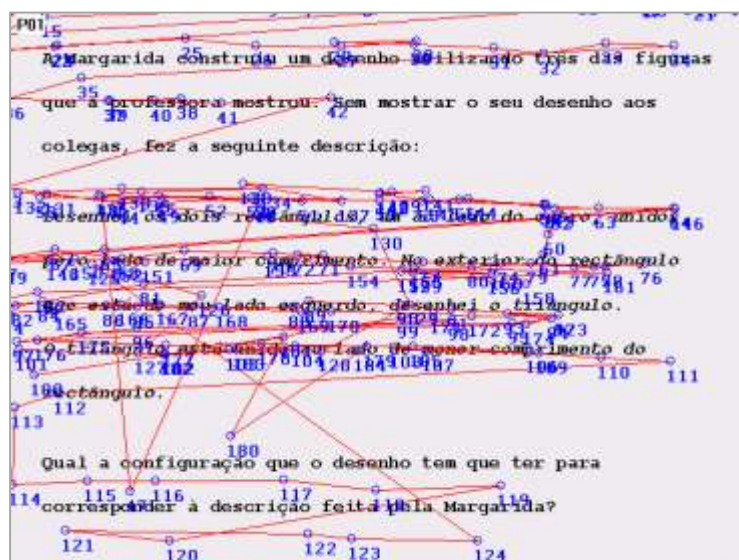


Figura 101: Registro ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 19, com resposta certa

O sujeito [AFS-0497], ao qual se reportam as figuras 100 e 101, com um desempenho semelhante ao dos restantes sujeitos da amostra, registou uma diferença de 44 fixações entre os textos dos dois estímulos. No texto do estímulo 3 (*fig. 100*) efetuou 111 fixações e no texto do estímulo 19 (*fig. 101*) realizou 155 fixações.

A redução do número de fixações nos enunciados dos problemas bimodais poderá ficar a dever-se ao facto de as imagens ajudarem na representação mental das situações enunciadas nos problemas e promoverem a compreensão dos enunciados, evidenciando os dados/elementos pertinentes para a construção do modelo mental da situação do problema que permita operacionalizar o processo cognitivo de resolução.

Quando se analisa o desempenho dos sujeitos relativamente aos problemas bimodais, registam-se diferenças estatisticamente significativas nos resultados obtidos na leitura/observação das imagens dos enunciados híbridos e das imagens dos enunciados mistos.

Nos problemas bimodais híbridos,

- c) as imagens apresentam valores superiores de tempo de leitura/observação, com relevância estatística para um nível de significância de 5% - " $p = 0.032$ ".
- d) o montante de fixações é, igualmente, superior, ainda que para esta variável os testes estatísticos apontem resultados que estão próximos do limiar da rejeição, " $p = 0.050$ ".

Para objetivar estas diferenças, observem-se os estímulos 13 (*fig. 102*) e 21 (*fig. 104*) e os respetivos registos oculares realizados pelo mesmo sujeito [AGN-2296].



Figura 102: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

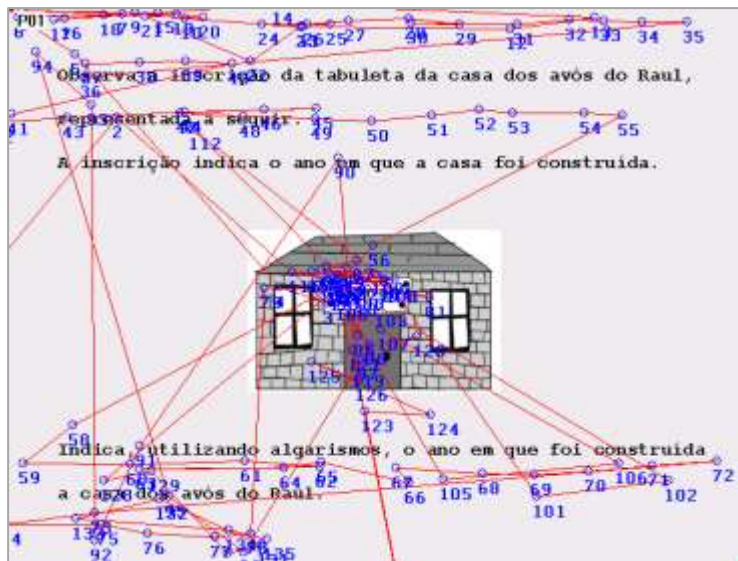


Figura 103: Registro ocular do sujeito [AGN-2296] relativo estímulo 13, com resposta certa

O estímulo 13, bimodal híbrido (*fig. 102*), integra uma imagem com uma inscrição sem a qual não seria possível resolver o problema. A pertinência da imagem reflete-se no tempo médio de leitura/observação registado pelos sujeitos (12,389s), que corresponde a 42,48% do tempo gasto na leitura da totalidade do enunciado, e na média de fixações efetuadas (14), equivalente a 22,85% do total de fixações realizadas durante a leitura do problema.

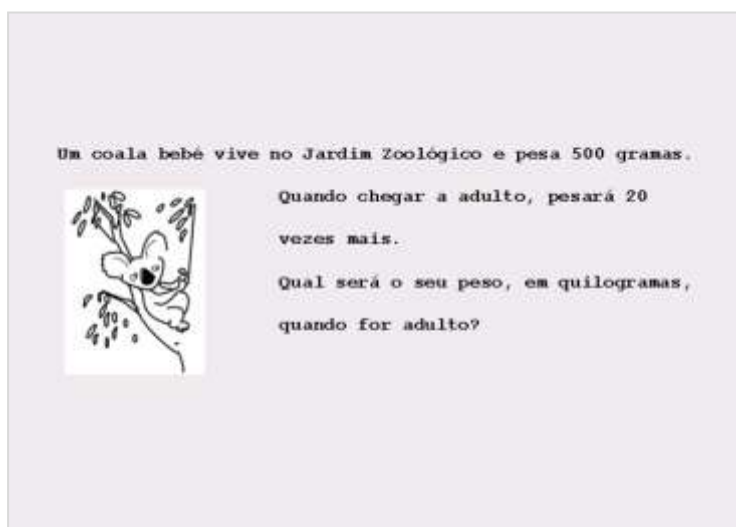


Figura 104: Estímulo 21 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

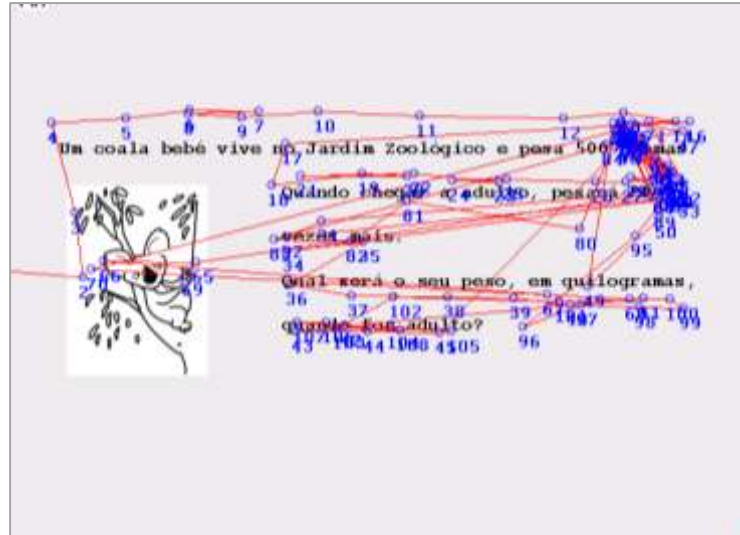


Figura 105: Registro ocular do sujeito [AGN-2296] relativo ao estímulo 21, com resposta certa

O enunciado do estímulo 21 (*fig. 104*), igualmente bimodal, apresenta uma imagem com uma função meramente ilustrativa do objeto referenciado na descrição da situação do problema, que não é de todo necessária para a resolução do problema. Esta representação pictórica registou valores médios de 1,055s de tempo de leitura/observação (6,21% do tempo total de leitura do enunciado) e uma média de 4 fixações (7,46% do total de fixações realizadas durante a leitura do estímulo).

O sujeito referido nas *fig. 103* e *105* [AGN-2296] registou valores sensivelmente superiores à média obtida pela amostra. Na imagem do estímulo 13 efetuou 16 fixações durante 15,943s e na imagem do estímulo 21 (*fig. 32*) fez 6 fixações em 1,358s.

- e) O número de transições efetuadas entre os diferentes registos semióticos, texto e imagens, é outra variável que revela diferenças estatisticamente assinaláveis entre os enunciados híbridos e mistos ($p = 0.032$).

Os estímulos 23 (*fig. 106*) e 17 (*fig. 108*) e respectivas ilustrações de registos oculares (*fig. 107* e *fig. 109*) são, entre outros, um exemplo deste indicador.

No estímulo 23 (*fig. 106*), com um enunciado bimodal híbrido, a frequência média de transições (13) indica a relação de interdependência entre as diferentes fontes de informação (texto e imagem) para a compreensão da situação descrita no enunciado e corrobora a pertinência da informação veiculada na imagem para os procedimentos cognitivos convocados no problema.

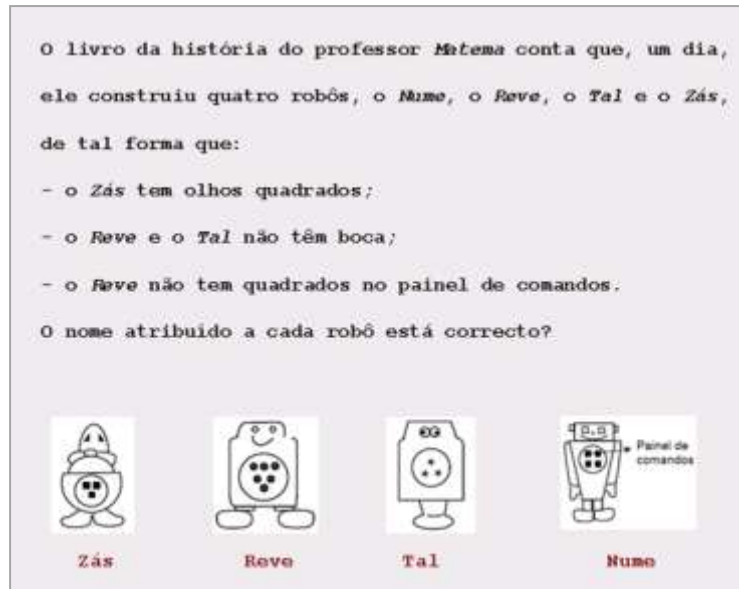


Figura 106: Estímulo 23 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

O percurso do olhar do sujeito [DGS-1097], registado durante a leitura deste estímulo (*fig. 107*), atesta que o texto transmite apenas uma parte da informação relevante para a resolução do problema, que é complementada pela informação das imagens, originando um vaivém permanente de transições entre os dois registos semióticos presentes no enunciado.

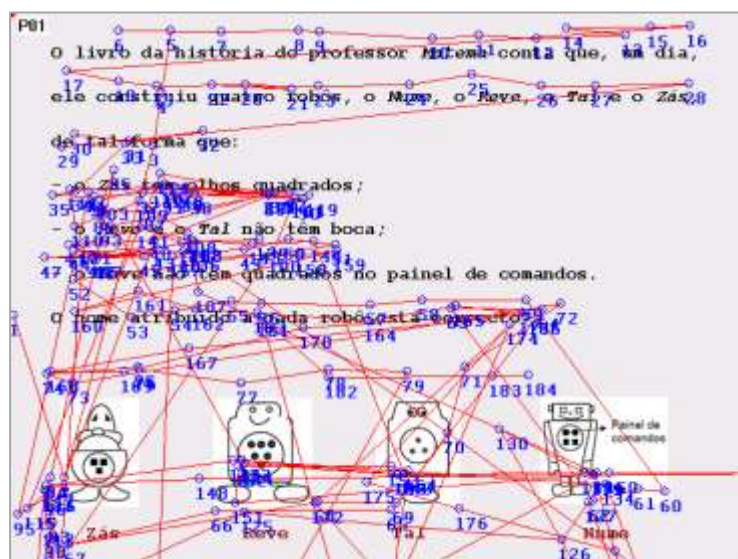


Figura 107: Registo ocular do sujeito [DGS-1097] relativo ao estímulo 23, com resposta certa

O estímulo 17 (*fig. 108*) exibe um enunciado bimodal misto, onde o texto é auto-suficiente para a compreensão da situação descrita no problema e para o subsequente processo de resolução. A imagem é redundante, i.e., tem uma função meramente decorativa e serve apenas para ilustrar o objeto descrito no enunciado verbal.

A leitura deste estímulo registou uma média muito baixa de transições (1) entre o texto e a imagem (como atesta a *fig. 109*).

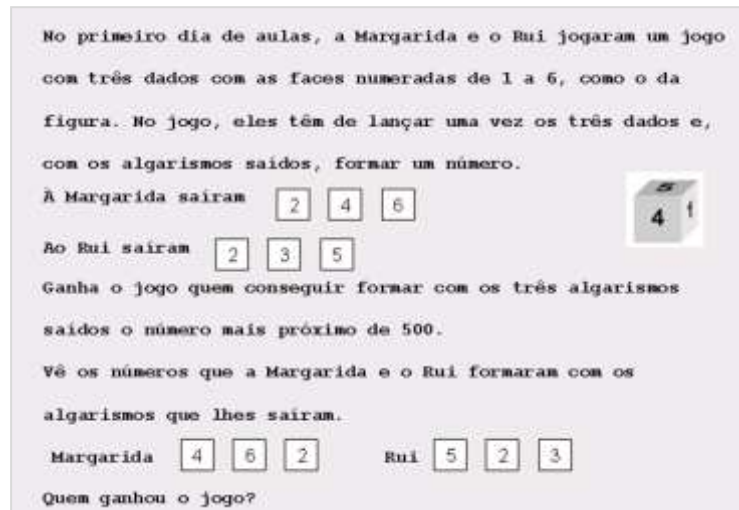


Figura 108: Estímulo 17 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

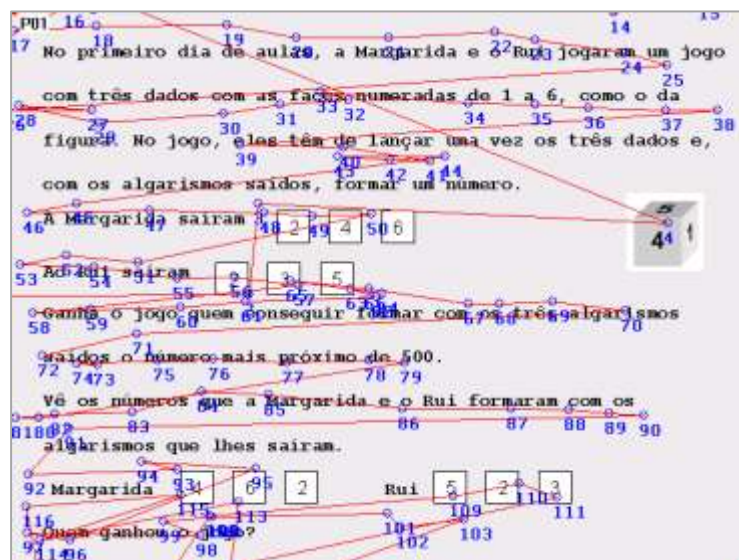


Figura 109: Registo ocular do sujeito [JPN-2897] relativo ao estímulo 17, com resposta certa

Entre os problemas com enunciados bimodais mistos, verificaram-se discrepâncias no desempenho dos sujeitos que suscitaram uma análise reflexiva de todos os dados quantitativos e qualitativos que pudessem clarificar as diferenças existentes.

Os estímulos bimodais mistos (*cf.* figuras 108 e 104), apresentam, a par da informação textual, imagens cuja função parece ficar confinada à ilustração ou representação dos objetos referenciados na descrição das situações dos problemas, sem adicionar informação nova que se revista de alguma utilidade para o processo de resolução. A fraca funcionalidade destes registos semióticos picturais para a compreensão dos enunciados ficou demonstrada no desempenho dos sujeitos, através de tempos mínimos de leitura e de um número reduzido de fixações. A integração da informação das imagens com a informação textual para a construção de uma representação única e coerente da situação dos problemas que conduzisse às etapas seguintes do processo de resolução, também não se verificou no desempenho dos sujeitos. Uma das variáveis que melhor poderia dar pistas para o processamento integrativo de ambos os registos semióticos são as transições e essas, para além de ocorrerem em número muito reduzido, não apontaram para áreas de convergência comum, ou seja, a direcionalidade das transições realizadas entre as imagens e a área do texto não incidiram em particular nas mesmas áreas.

No entanto, noutros estímulos bimodais mistos, cujas imagens têm características aparentemente semelhantes às já anteriormente analisadas, o desempenho dos sujeitos é bem distinto.

Tomando-se, como exemplo, o estímulo 1 (*fig.* 110), observa-se que a imagem aí representada também não acrescenta informação nova à situação descrita no texto, ainda assim regista valores médios de tempo de leitura/observação (6,636s) e de número de fixações (15) muito mais elevados do que os verificados no estímulo 17 ($TL = 0,328s$; N° de *fix.* = 1) e no estímulo 21 ($TL = 1,055s$; N° de *fix.* = 4).

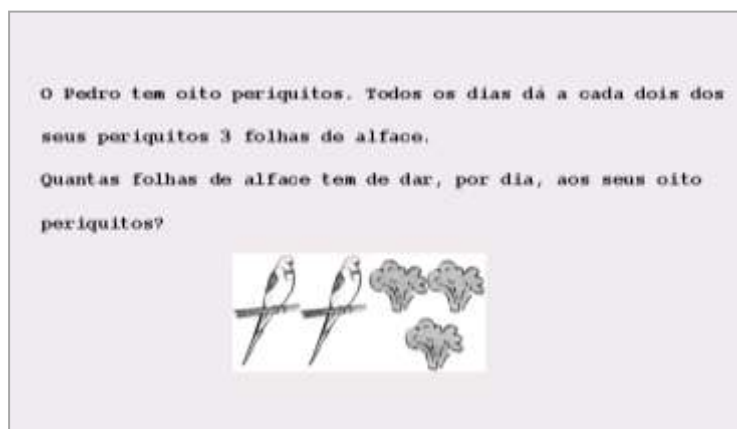


Figura 110: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência II

O registo pictural deste estímulo, que parece assumir uma relação de complementaridade com o texto na medida em que explicita parte da informação aí apresentada, consumiu 21,65% do tempo dedicado à leitura do estímulo e 29,21% do total de fixações realizadas no enunciado.

As transições efetuadas da imagem para o texto, que incidem nas expressões “oito periquitos”, “a cada dois dos seus periquitos” e “3 folhas” que representam a informação basilar para a construção do modelo mental e para a execução dos procedimentos/estratégias de resolução do problema, reforçam a funcionalidade desta imagem no processo de resolução do problema.

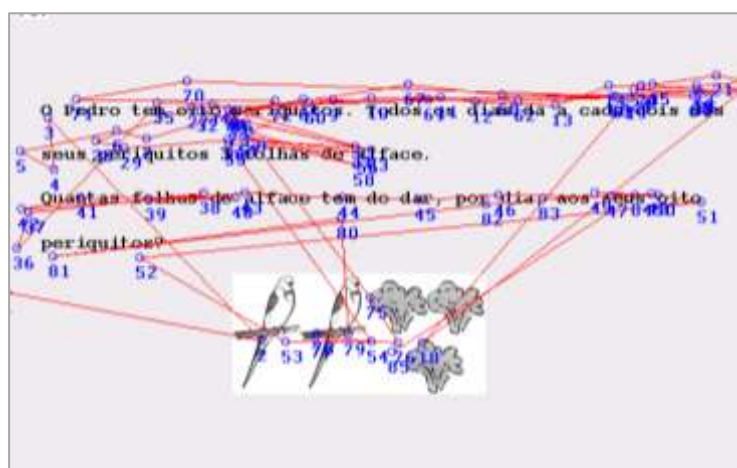


Figura 111: Registo ocular do sujeito [JPA-2397] relativo ao estímulo 1 com resposta certa

Todas estas observações sugerem que imagens deste tipo, mais do que representarem visualmente alguns dados do problema, duplicando a informação disponível nos contextos verbais, assumem uma função subsidiária, quer no processamento da informação, quer nas subseqüentes etapas de resolução, i.e., auxiliam a representação mental das situações enunciadas, reforçando os dados/elementos pertinentes que permitam operacionalizar as restantes fases do processo cognitivo de resolução dos problemas.

Em síntese, neste grupo de sujeitos, evidenciou-se um desempenho diferenciado, corroborado por resultados estatisticamente significativos, na leitura de problemas de construção com estruturas distintas e formulados com diferentes registos semióticos.

Embora os problemas bimodais tenham registado tempos de leitura ligeiramente superiores, foram os problemas monomodais os que reuniram o montante mais elevado de fixações.

Este indicador leva a considerar que a presença de imagens, nos problemas de construção, auxilia na representação mental das situações enunciadas nos problemas e, por conseguinte, beneficia a compreensão dos enunciados, ainda que isso represente um consumo mais elevado de tempo de leitura.

As propriedades e as funções dos registos semióticos não verbais (imagens) dos problemas bimodais proporcionaram desempenhos distintos entre enunciados mistos e enunciados híbridos.

Os resultados das variáveis *tempo de leitura* e *transições* destacaram as imagens presentes nos enunciados híbridos como uma relevante fonte informativa para a compreensão dos enunciados.

Entre os enunciados mistos, as representações picturais desencadearam estratégias de leitura distintas, revelando como as imagens, mesmo com uma função meramente representativa de alguns elementos apresentados nos textos dos enunciados, podem apoiar o raciocínio dos sujeitos e promover a compreensão dos enunciados.

Não obstante as diferenças apontadas que confirmam diferentes padrões de desempenho na leitura dos problemas com estruturas distintas (monomodais e bimodais: híbridos e mistos), não se registaram evidências estatísticas que permitissem associar a estrutura dos enunciados à promoção de respostas certas.

Para comparar o **desempenho dos sujeitos do 2º ciclo** no processo cognitivo de leitura de problemas de construção como enunciados monomodais e bimodais, seguiram-se os mesmos procedimentos adotados para o grupo do 1º ciclo, começando-se por apresentar, na tabela 17, os valores médios obtidos em cada estímulo para as variáveis em estudo, de modo a facilitar a perceção de alguns indicadores que vão ser referidos ao longo da análise dos resultados.

| Problemas monomodais e problemas bimodais | | | | | | | Grupo 2 [n = 34] |
|---|--------------|-------------------|----------|----------------------|-----------|-----------------------|------------------|
| VARIÁVEIS ESTÍMULOS | TTL ESTÍMULO | Nº TOTAL FIXAÇÕES | TL TEXTO | Nº DE FIXAÇÕES TEXTO | TL IMAGEM | Nº DE FIXAÇÕES IMAGEM | TRANSIÇÕES |
| Estímulo 1 Bimodal misto | 28,948s | 94 | 20,660s | 69 | 8,287s | 25 | 10 |
| Estímulo 3 Monomodal | 16,377s | 56 | 16,377s | 56 | . | . | . |
| Estímulo 5 Monomodal | 20,449s | 64 | 20,449s | 64 | . | . | . |
| Estímulo 7 Bimodal híbrido | 39,426s | 117 | 28,273s | 94 | 11,153s | 23 | 8 |
| Estímulo 9 Bimodal híbrido | 31,970s | 92 | 10,979s | 40 | 20,990s | 53 | 6 |
| Estímulo 11 Bimodal híbrido | 40,254s | 132 | 25,855s | 90 | 14,398s | 42 | 6 |
| Estímulo 13 Monomodal | 21,396s | 75 | 21,396s | 75 | . | . | . |

Tabela 17: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações* e *transições* nos estímulos do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

Quando se conferem os resultados obtidos para as variáveis em estudo nos estímulos monomodais e nos estímulos bimodais, verificam-se padrões de desempenho diferentes.

- a) Os problemas bimodais registam tempos de leitura mais acentuados, quer no tempo total de leitura do enunciado, quer apenas no tempo de leitura dos textos, ou seja, a presença de outras fontes físicas de informação, para além da textual, promove o aumento do tempo de leitura dos problemas.
- b) Os problemas bimodais distinguem-se ainda dos problemas monomodais pela frequência mais elevada de fixações, seja na globalidade do enunciado, seja apenas no texto.

Para demonstrar esta diferença, que não foi considerada estatisticamente significativa, uma vez que o teste Mann-Whitney apresenta para estas duas variáveis um valor de significância ligeiramente acima dos 5% - " $p = 0.057$ ", tome-se, como exemplo, dois estímulos, um bimodal (*fig. 112*) e o outro monomodal (*fig. 113*), da mesma área temática (*números e operações*).

Na figura, estão representados dois dados sobrepostos.

Em qualquer dado, a soma do número de pintas das faces opostas é sempre sete.

Qual é a soma do número de pintas das três faces horizontais que não se vêem (a face de baixo do dado 2 e as faces de cima e de baixo do dado 1)?

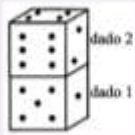


Figura 112: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

Lê o seguinte diálogo entre duas amigas, passado na aula de matemática:

- Posso multiplicar 8 por outro número e obter, como resultado, um número que é menor do que 8 - afirmou a Ana.

- Não, não podes - respondeu a Vera. - Quando multiplicas 8 por outro número, o resultado é sempre um número maior do que 8.

Qual das duas amigas tem razão, a Ana ou a Vera?

Figura 113: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

A extensão mais reduzida do texto do estímulo 7 (fig. 112) faria prever que os valores médios de *TL* e de *Nº de Fix.* fossem inferiores aos obtidos pelas mesmas variáveis no estímulo 13, que conta com um texto com mais 10 unidades de significação.

No entanto, a presença da imagem no estímulo bimodal 7 fez aumentar os valores de *TL* e *Nº de Fix.*, quer no texto, quer na globalidade do enunciado (vide tabela 17).

A comparação dos resultados obtidos nestes dois estímulos sugere que o desempenho dos sujeitos na leitura dos problemas não é condicionado apenas pelo número de unidades de significação, mas parece estar relacionado fundamentalmente com a estrutura dos enunciados, ou seja, o processamento dos enunciados bimodais

exige a integração das informações providas de diferentes fontes informativas/registos semióticos num representação mental da situação, o que se repercute, inevitavelmente, no tempo de leitura e no número de fixações realizadas.

Como se pode observar nos registos oculares realizados pelo mesmo sujeito relativamente aos estímulos em análise, o estímulo 7 exigiu mais recursos cognitivos no processamento da informação, como atestam não só o volume de fixações como também as transições realizadas entre o texto e a imagem (*fig. 114*).

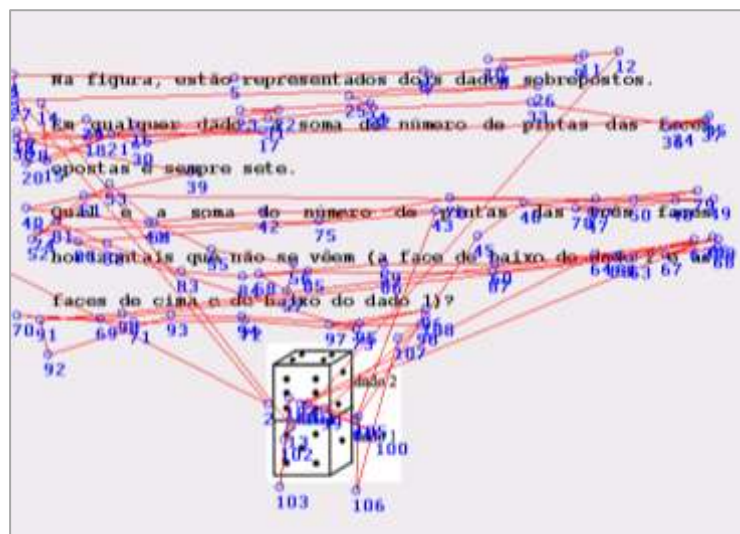


Figura 114: Registo ocular do sujeito [VSS-2895] relativo ao estímulo 7 com resposta certa

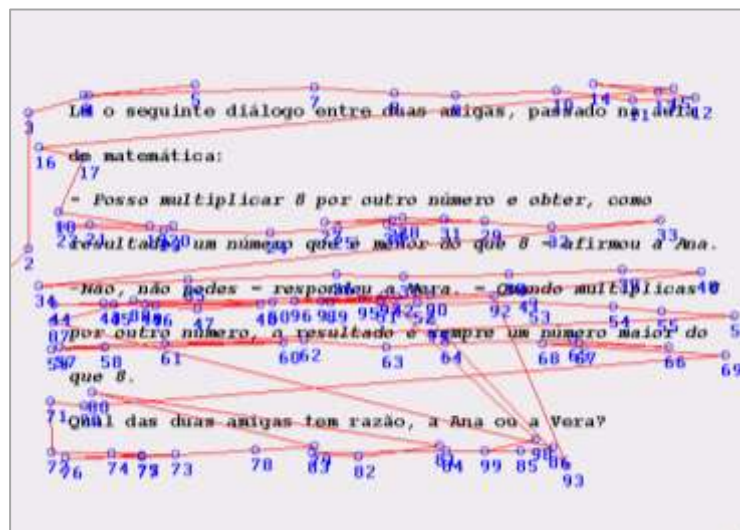


Figura 115: Registo ocular do sujeito [VSS-2895] relativo ao estímulo 13 com resposta certa

Para averiguar o desempenho dos sujeitos na leitura de problemas bimodais mistos e bimodais híbridos, não foram aplicados testes de hipóteses, uma vez que o *corpus* não reúne um número equivalente de estímulos com estas características, aspeto de resto já justificado no início deste estudo [→§ 7.4.2.]. No entanto, considerou-se útil analisar, em particular, dois estímulos que permitissem, de alguma forma, dar pistas acerca do desempenho dos sujeitos durante a leitura de problemas com registos semióticos não verbais com propriedades e funcionalidades distintas.

Selecionou-se para o efeito o estímulo 1 (*fig. 116*) e o estímulo 9 (*fig. 118*).



Figura 116: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

O enunciado do estímulo 1 (*fig. 116*), bimodal misto, integra na sua composição duas imagens legendadas que privilegiam a visualização dos objetos (vacas e garças), estabelecendo uma relação de complementaridade com o enunciado verbal do problema (texto). A ausência das imagens e das respetivas legendas não representaria um constrangimento acrescido para a compreensão do enunciado, uma vez que estes animais fazem parte do universo de referência dos sujeitos, o que lhes permite inferir sem dificuldades o número de patas de cada animal (informação essencial para a resolução do problema).

Este estímulo registou uma média de 28,948s de tempo de leitura e 94 fixações. As imagens legendadas levaram, em média, 8,287s a ler e contabilizaram aproximadamente 25 fixações.

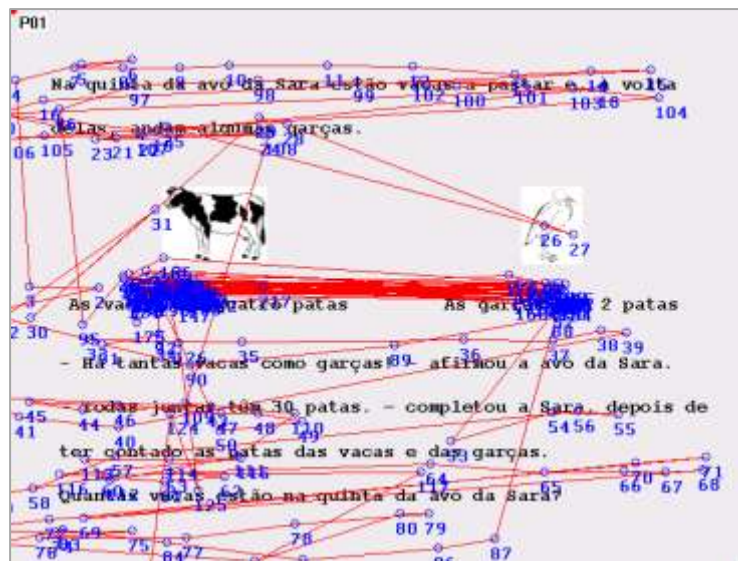


Figura 117: Registo ocular do sujeito [IFH-2995] relativo ao estímulo 1 com resposta certa

Como se pode ver pelo percurso do olhar do sujeito [IFH-2995] durante a leitura deste estímulo, as legendas reuniram um volume maior de fixações, comparativamente com a frequência de fixações registadas nas duas imagens, o que reforça a fraca funcionalidade deste registo pictural para o processamento da informação e para a representação mental da situação descrita no enunciado.

O estímulo 9 (*fig. 118*) é composto por uma representação gráfica (tabela) que em articulação com o texto forma o enunciado do problema. Esta tabela implica uma análise das suas características visuais e representacionais.

Os alunos do 6º ano da escola do Gabriel escolheram, por votação, um castelo para irem visitar.

A tabela seguinte apresenta os resultados da votação.

| Castelo | Número de votos | | |
|--------------|-----------------|------|------|
| | 6º A | 6º B | 6º C |
| de Guimarães | 5 | 1 | 5 |
| dos Mouros | 9 | 10 | 3 |
| de Palmela | 8 | 8 | 9 |
| de Silves | 3 | 6 | 8 |

De acordo com a informação da tabela, qual o castelo que irão visitar?

Figura 118: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

A representação gráfica deste estímulo apresenta-se com propriedades que exigem mais do que uma leitura exclusivamente pontual, é preciso apreender globalmente as informações das linhas e das colunas, fazendo emergir os dados que possibilitem um tratamento da tabela. Isto significa que, para além de analisar a tabela no seu conjunto, comparando dados já elaborados, é necessário realizar operações que permitam encontrar a variação de resultados, referentes à escolha “do castelo a visitar”, que correspondam à solicitação da questão formulada no problema.

A dupla exploração vertical e horizontal de dados, ou seja, a própria estrutura representacional da tabela, aliada à ambiguidade linguística da questão, que não indica explicitamente o sujeito (“qual o castelo que [Suj.-nulo] irão visitar?”), levanta complexidades de leitura e de interpretação que geram implicações cognitivas complexas que parecem ter tido reflexos no desempenho dos sujeitos.

Este estímulo teve uma duração média de leitura de 31,970s, sendo que 60% desse tempo foi dedicado à leitura da tabela (20,990s), que registou, em média, cerca de 53 fixações, como revela o registo ocular do sujeito [IFH-2995], ilustrado na *fig. 119*.

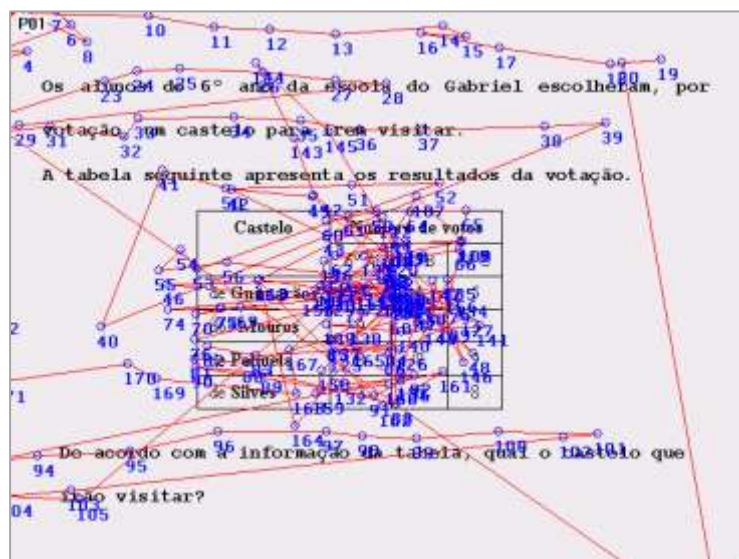


Figura 119: Registo ocular do sujeito [IFH-2995] relativo ao estímulo 9 com resposta certa

As diferenças registadas pelas variáveis *tempo de leitura* e *número de fixações* nos estímulos 1 e 9 terão resultado das propriedades dos registos semióticos não verbais (imagens e representações gráficas).

As imagens, com uma mera função representativa de parte dos elementos do enunciado verbal, servem de apoio à compreensão global do texto e não requerem uma

demanda adicional de recursos cognitivos no processamento da informação do enunciado. Já os procedimentos exigidos na leitura de uma tabela geram implicações cognitivas mais complexas, resultantes das suas características visuais e da própria organização representacional dos dados, ou seja, da sua composição semiótica que requer, para além da identificação, o tratamento da informação.

Não obstante a relação de dependência que as imagens e as representações gráficas assumem com os enunciados verbais dos problemas, a interação entre a informação da tabela e a informação do texto, no estímulo 9, patenteada na média de transições realizadas entre estas duas áreas informativas (6), e a articulação das imagens com o texto, no estímulo 1, refletida na média de transições efetuadas (10), sugerem graus de autonomia distintos que resultam da funcionalidade destes diferentes registos - *“Dispor os dados em linhas e em colunas não faz aparecer nenhuma forma interpretável como numa imagem”* (Duval, 2002, p. 11).

Porém, não basta distinguir os registos semióticos tendo por base simplesmente a sua funcionalidade para a compreensão dos enunciados. Há que ter em consideração que os mesmos sistemas de representação apresentam propriedades distintas, ou seja, eles não afetam os mesmos empreendimentos cognitivos, nem tão pouco as mesmas possibilidades de tratamento, o que poderá ter implicações no processo de resolução dos problemas bimodais híbridos que integram o mesmo tipo de representações gráficas como, por exemplo, tabelas, como ficou demonstrado pelo desempenho dos sujeitos relativamente ao estímulo 9 (anteriormente analisado) e ao estímulo 11 (fig. 120).

Na escola da Amélia, foram escolhidos 6 alunos que ficaram encarregados de distribuir folhetos sobre a preservação da natureza. Com os números de folhetos distribuídos, construíram uma tabela e determinaram a média e a moda desses números. Viram que a média dos folhetos distribuídos por todos os alunos era de 16 e a moda era 18.

Na tabela encontra o número de folhetos distribuídos por todos os alunos, à exceção do Vasco.

Quantos folhetos terá distribuído o Vasco?

| Nome | Amílcar | Ana | Joana | José | Sara | Vasco |
|-----------------------------|---------|-----|-------|------|------|-------|
| Nº de folhetos distribuídos | 16 | 18 | 13 | 17 | 14 | |

Figura 120: Estímulo 11 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência II

A tabela do estímulo 11 (fig. 120) registou, em média, valores inferiores de tempo de leitura (14,398s) e de fixações (42), quando comparados aos valores registados pelas mesmas variáveis na tabela do estímulo 9 (53 fixações realizadas durante 20,990 segundos). Esta diferença poder-se-á justificar atendendo à composição semiótica e às funções cognitivas que as representações gráficas preenchem.

Como já se verificou anteriormente, a tabela do estímulo 9 (fig. 118), com características de variação, suscita o aparecimento de novos dados (“o castelo mais votado”), inferindo a existência de relações e de dados ainda não conhecidos. A leitura desta representação gráfica permite uma dupla exploração, vertical (*seleção de cada turma do 6º ano*) e horizontal (*votos que cada castelo recebeu*), sendo que é a questão do problema (“De acordo com a informação da tabela, qual o castelo que irão visitar?”) que determina o tipo de análise a efetuar.

A tabela do estímulo 11 (fig. 120), com características de identificação, constitui-se como uma representação sinótica, i.e., como um “banco organizado de dados” imprescindíveis para a execução dos procedimentos de resolução.

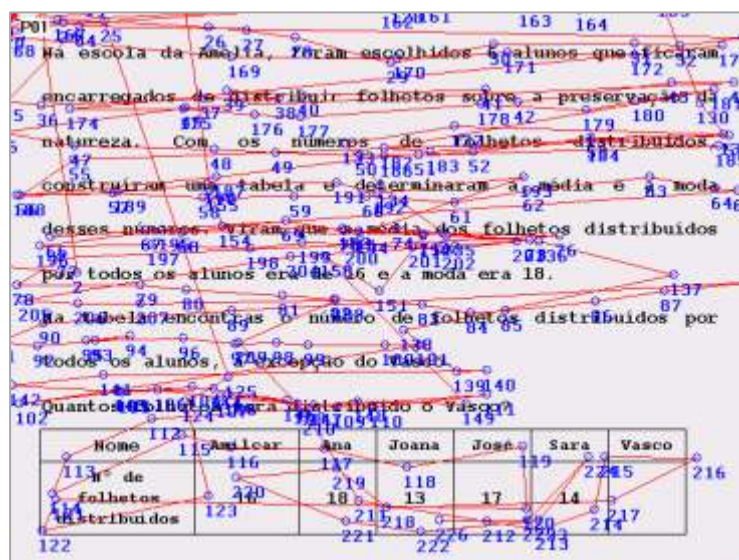


Figura 121: Registo ocular do sujeito [AB-2794] relativo ao estímulo 11 com resposta certa

Esta representação gráfica implica custos cognitivos menos elevados, uma vez que a sua leitura/interpretação é feita a partir de uma exploração horizontal, de uma ponta a outra, com paragem na quadrícula vazia (“Nº de folhetos distribuídos ao Vasco”) correspondente ao dado numérico solicitado na questão (“Quantos folhetos terá

distribuído o Vasco?”), que motiva a recolha da informação numérica da tabela e o seu subsequente tratamento conjuntamente com a informação textual.

Desta forma, pode-se entender que um registo semiótico não verbal não se reduz à sua organização representacional. O facto de, por exemplo, as representações gráficas, do tipo tabelas, permitirem a visualização dos dados de forma separada, preenchendo, assim, explicitamente a função cognitiva da identificação, não podem ser classificadas como um tipo homogéneo de representação, sem se considerarem outros fatores, como a composição e as funções cognitivas que elas preenchem, que permitem a identificação de grupos distintos de representações entre os mesmos registos semióticos (Duval, 2002).

Em suma, a análise do desempenho do grupo de sujeitos do 2º ciclo durante a leitura de problemas com estruturas distintas e formulados com diferentes registos semióticos aponta pistas que indicam que o processamento da informação se realiza de forma distinta nos problemas monomodais e nos problemas bimodais.

Nos enunciados bimodais, a presença de sistemas de representação não verbais de natureza diversificada afigura-se como a causa principal para a inflação do tempo de leitura associada ao aumento do número de fixações, quer dos contextos verbais, em particular, quer dos problemas, em geral.

As propriedades e a funcionalidade dos registos semióticos não verbais (imagens e representações gráficas) parecem assumir um papel expressivo na estrutura dos enunciados e gerar implicações cognitivas distintas que se refletem no desempenho dos sujeitos.

Para comparar o **desempenho dos sujeitos do 3º ciclo** no processo cognitivo de leitura de problemas de construção monomodais e bimodais, seguiram-se os mesmos procedimentos adotados para os grupos de sujeitos mais novos, apresentando-se em primeira instância, na tabela 18, os valores médios obtidos em cada estímulo para as variáveis em estudo (*tempo de leitura, fixações e transições*).

| Problemas monomodais e problemas bimodais | | | | | | Grupo 3 [n = 29] | |
|---|----------|----------|---------|----------|---------|------------------|------------|
| VARIÁVEIS | TTL | Nº TOTAL | TL | Nº DE | TL | Nº DE | TRANSIÇÕES |
| ESTÍMULOS | ESTÍMULO | FIXAÇÕES | TEXTO | FIXAÇÕES | IMAGEM | FIXAÇÕES | |
| | | | | TEXTO | | IMAGEM | |
| Estímulo 1 Bimodal misto | 32,372s | 109 | 28,807s | 97 | 3,565s | 11 | 8 |
| Estímulo 3 Bimodal misto | 32,180s | 103 | 29,039s | 92 | 3,141s | 10 | 6 |
| Estímulo 5 Monomodal | 32,990s | 107 | 32,990s | 107 | . | . | . |
| Estímulo 7 Monomodal | 22,063s | 79 | 22,063s | 79 | . | . | . |
| Estímulo 9 Bimodal híbrido | 26,288s | 83 | 19,872s | 69 | 6,416s | 13 | 5 |
| Estímulo 11 Bimodal híbrido | 38,895s | 126 | 31,342s | 106 | 7,553s | 20 | 6 |
| Estímulo 13 Bimodal híbrido | 32,460s | 98 | 15,780s | 59 | 16,680s | 40 | 9 |
| Estímulo 15 Monomodal | 27,317s | 95 | 27,317s | 95 | . | . | . |
| Estímulo 17 Monomodal | 23,626s | 84 | 23,626s | 84 | . | . | . |
| Estímulo 19 Bimodal híbrido | 44,061s | 144 | 35,761s | 119 | 8,300s | 25 | 7 |

Tabela 18: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações* e *transições* nos estímulos do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

A comparação dos resultados obtidos nos estímulos monomodais e nos estímulos bimodais indica padrões de desempenho distintos entre os estímulos com estruturas diferentes.

Nos problemas bimodais,

- a) a presença de representações visuais, tais como imagens, figuras geométricas ou representações gráficas, em comunhão com os textos, aumenta o tempo de leitura (" $p = 0.089$ ") e o número de fixações (" $p = 0.184$ ").

Muito embora os testes estatísticos de hipóteses não tenham aferido diferenças significativas, como se verifica pelo valor de p para as duas variáveis, a observação do desempenho dos sujeitos evidencia dissimilaridades que importa aqui apresentar.

Para clarificar esta condição, observem-se os resultados obtidos no estímulo monomodal 7 (*fig. 122*), composto por um texto com 54 unidades de significação, e no estímulo bimodal 9 (*fig. 124*), formado por um texto com 53 unidades de significação e pela imagem de um "prisma quadrangular regular", com a ilustração dos respetivos registos oculares realizados pelo mesmo sujeito [DST-2092].

No bar da escola da Ana, vendem-se sumos de frutas e sanduiches.

A Ana e a sua melhor amiga gostam de sanduiches de queijo, de fiambre e de presunto.

Na hora do lanche, escolhem, ao acaso, um destes três tipos de sanduiches.

Qual é a probabilidade de ambas escolherem uma sanduiche de queijo?

Figura 122: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

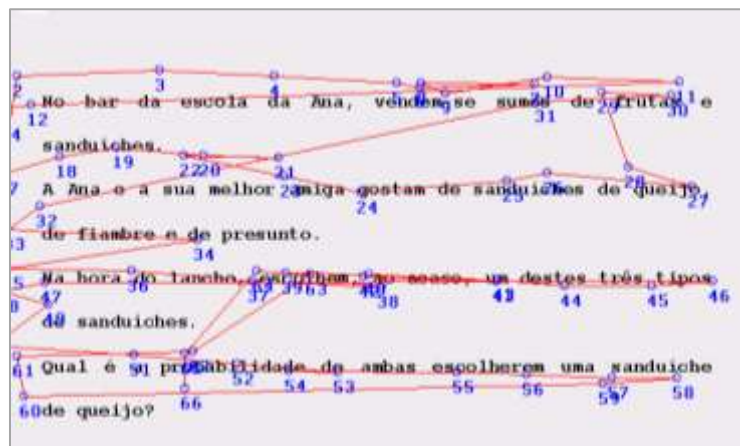


Figura 123: Registo ocular do sujeito [DST-2092] relativo ao estímulo 7 com resposta errada

A leitura do estímulo monomodal 7 (*fig. 122*) demorou, em média, menos tempo a ser realizada (22,063s) e registou um valor médio inferior de fixações (79), quando comparada com a leitura do estímulo bimodal 9 (*fig. 124*), que registou um tempo médio de leitura de 26,288s e uma média de 83 *fix*.

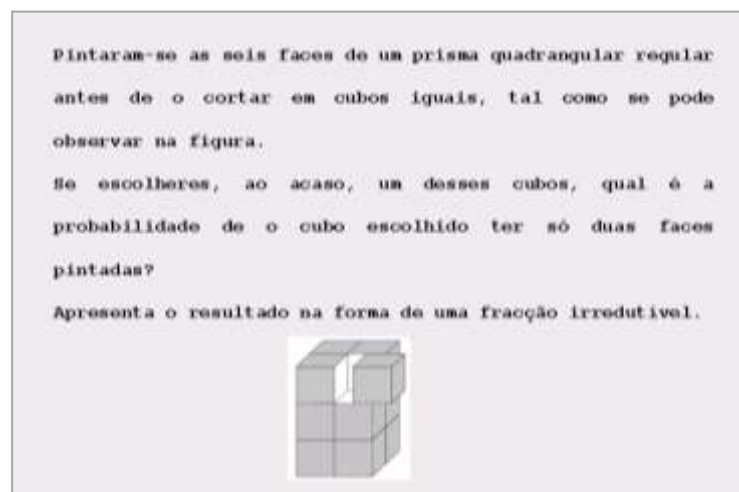


Figura 124: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

O aumento do tempo de leitura no estímulo 9 fica a dever-se à presença da figura geométrica que ocupou 23,5% do tempo total de leitura do enunciado e 16,5% da totalidade de fixações registadas no estímulo, como mostra o registo ocular da *fig. 125*.

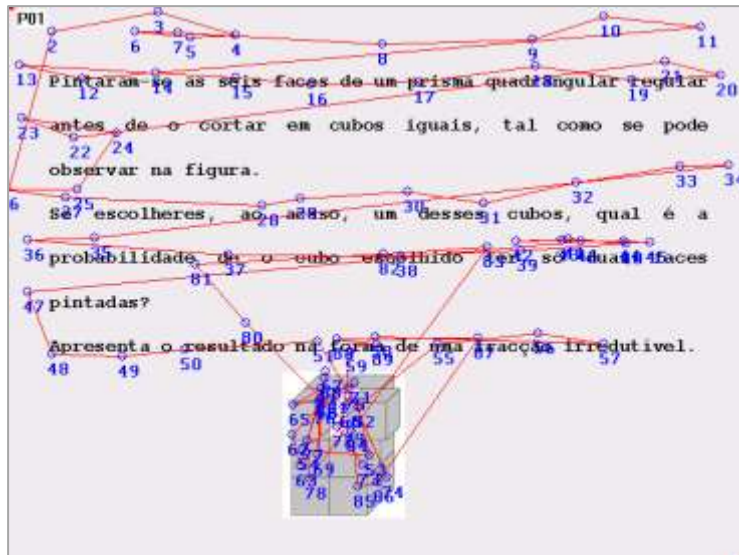


Figura 125: Registo ocular do sujeito [DST-2092] relativo ao estímulo 9 com resposta certa

Na globalidade dos estímulos bimodais, o texto regista mais tempo de leitura e reúne mais fixações do que os restantes sistemas de representação, assumindo-se como a fonte informativa base no processo de resolução dos problemas de construção, ainda que os outros registos semióticos que concorrem nos enunciados não deixem de preencher funções fundamentais nesse processo cognitivo que mobiliza uma série de estratégias e procedimentos.

Quando se restringe a análise aos problemas bimodais, observam-se resultados distintos no desempenho dos sujeitos durante a leitura de enunciados bimodais mistos e de enunciados bimodais híbridos.

Nos problemas bimodais híbridos,

- b) registam-se tempos de leitura mais acentuados associados a um acréscimo de fixações nos enunciados (“ $p = 0.050$ ”);
- c) as imagens apresentam, em média, valores superiores de tempo de leitura/observação e de fixações, ainda que não tenha ficado comprovada a sua significância estatística (“ $p = 0.050$ ”).

Embora para estas variáveis os testes estatísticos apontem uma significância que está perto do limiar da rejeição, a sua relevância para o processamento da informação e

subsequente realização das tarefas requeridas nos problemas está patente na análise dos resultados obtidos nos estímulos 1 (*fig. 126*) e 13 (*fig. 127*), para os quais se apresenta uma ilustração dos respetivos registos oculares realizados pelo mesmo sujeito [AOE-0292].

O estímulo bimodal misto 1 (*fig. 126*) é formado pelo texto, com 70 unidades de significação, e por duas imagens “*três esferas iguais dentro de caixas cilíndricas*” que têm basicamente a função de representar os objetos de análise descritos no contexto verbal.

Arrumaram-se três esferas iguais dentro de uma caixa cilíndrica (figura 1).

Como se pode observar no esquema (figura 2):

- a altura da caixa é igual ao triplo do diâmetro de uma esfera;
- o raio da base do cilindro é igual ao raio de uma esfera.




Figura 1 Figura 2

Mostra que:


O volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

Figura 126: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

O estímulo bimodal híbrido 13 (*fig. 127*), para além de um texto, composto por 43 unidades de significação, conta com duas imagens que contêm dados fundamentais para a compreensão global do enunciado e para a resolução do problema.

Em duas papelarias da mesma rua, os cadernos escolares eram vendidos ao mesmo preço, mas agora estão em promoção.

Observa os cartazes que as papelarias têm na montra:



A Rita quer comprar três cadernos. Em qual das papelarias a Rita gastará menos dinheiro?

Figura 127: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

Como se observa na tabela 19 que apresenta os valores obtidos pelas variáveis em estudo para estes dois estímulos, apesar do problema 1 contar com um texto com mais 27 unidades de significação, apresenta valores inferiores de tempo de leitura no enunciado e na imagem.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | | Nº de fixações | | | Nº de transições | Padrão de respostas | |
|------------|----------------------|--------|---------|----------------|-------|---------|------------------|---------------------|---------|
| | Enunciado | Texto | Imagens | Enunciado | Texto | Imagens | | Certas | Erradas |
| 1 (70 U S) | 32,372 | 28,807 | 3,565 | 108 | 97 | 11 | 8 | 52% | 48% |
| 13(43 U S) | 32,460 | 15,780 | 16,680 | 98 | 59 | 39 | 8 | 62% | 38% |

Tabela 19: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações*, *transições* e *padrão de respostas* nos estímulos 1 e 13 do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

No estímulo 1, o tempo médio despendido com a leitura/observação das imagens corresponde apenas a 11% do tempo total gasto na leitura do problema e a frequência média de fixações é igualmente reduzida, como ilustra a *fig. 128*.

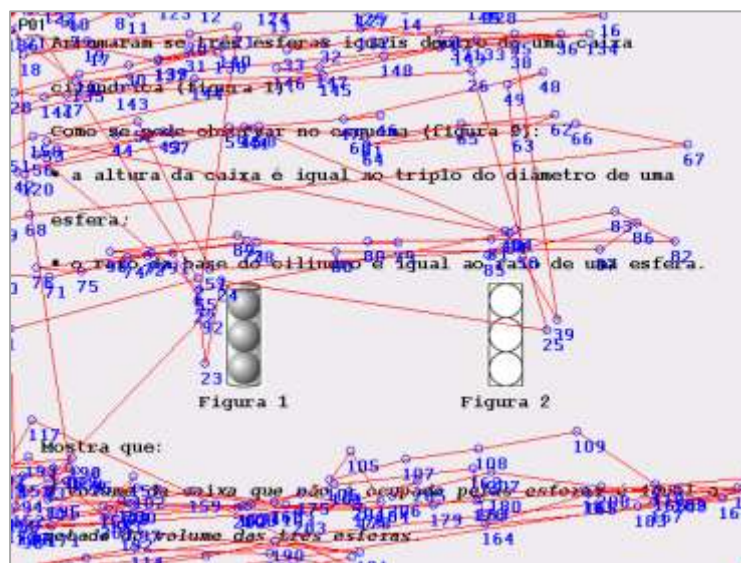


Figura 128: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 1 com resposta certa

A relevância das características visuais e da estrutura representacional das imagens do estímulo 13 parece ganhar consistência no tempo médio de leitura (16,680s), que é ligeiramente superior à média do tempo gasto durante a leitura do texto (15,780s), na quantidade de transições efetuadas entre as diferentes áreas do enunciado, mas particularmente entre as duas imagens (*fig. 129*), e na percentagem de respostas certas (62%), sendo o estímulo bimodal com o registo mais elevado de respostas corretas.

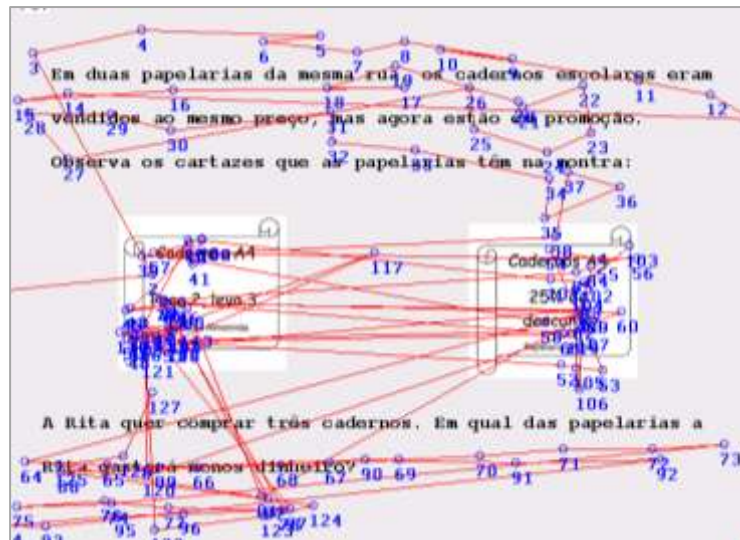


Figura 129: Registro ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 13 com resposta certa

À semelhança do que se observou no grupo de sujeitos do 2º ciclo, entre os registros semióticos não verbais que concorrem com o texto na descrição das situações enunciadas nos problemas bimodais híbridos há, igualmente, diferenças consideráveis no desempenho dos sujeitos que importa aqui apresentar.

Quando se confrontam os resultados obtidos na leitura/observação das imagens do estímulo 13 (*fig. 127*), analisado anteriormente, com os resultados registados na representação gráfica do estímulo 19 (*fig. 130*), constata-se que as propriedades e a funcionalidade preenchidas por essas representações desencadearam desempenhos diferenciados.

O critério da eleição de um candidato à Presidência da República está descrito na Lei Eleitoral.

Artigo 10º

1. Será eleito o candidato que obtiver mais de metade dos votos validamente expressos, não se considerando como válidos os votos em branco. (*)
2. Se nenhum dos candidatos obtiver esse número de votos, proceder-se-á a um segundo sufrágio ao qual concorrerão os dois candidatos mais votados que não tenham retirado a sua candidatura.

(*) Os votos nulos também não são considerados votos validamente expressos

Observa os dados da tabela que te fornece os resultados da primeira votação nos quatro candidatos à eleição do Presidente da República em 1986.

| Votação por candidato | | | |
|-----------------------|-------------|-------------|-------------|
| Candidato A | Candidato B | Candidato C | Candidato D |
| 2 629 597 | 1 443 683 | 1 185 867 | 418 961 |

Nestas eleições, algum dos candidatos foi eleito na primeira votação?

Figura 130: Estímulo 19 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência II

Com uma função referencial semelhante, embora com propriedades distintas, a representação tabular do problema 19 (fig. 130), regista, em média, valores menos acentuados de tempo de leitura (8,300s), de fixações (25) e de transições (7), comparativamente com os resultados registados nas mesmas variáveis das imagens do estímulo 13 (vide tabela 18).

Enquanto as imagens do estímulo 13 apresentam dados a partir dos quais é necessário desencadear o planeamento e a execução das operações matemáticas que permitem alcançar o resultado final, tratando-se portanto de um processo mais complexo com um dispêndio maior de recursos cognitivos, a tabela presente no estímulo 19 apresenta os dados já organizados, sendo apenas necessário realizar operações de cálculo elementares (algoritmos da adição e da divisão) que façam emergir os dados ainda não revelados que proporcionem um cenário de resposta. Esta representação gráfica desempenha uma função referencial na compreensão do enunciado e na resolução do problema, cooptando um demanda menor de recursos cognitivos e fazendo, portanto, menos exigência ao nível da memória de trabalho, como é possível aferir pelo volume de fixações do registo ocular exemplificado na fig. 131.



Figura 131: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 19 com resposta certa

Tal como se verificou nos restantes grupos de sujeitos, também no universo da amostra do 3º ciclo, há indicadores que permitem distinguir padrões de desempenho entre os problemas com enunciados monomodais e os problemas com enunciados bimodais.

A presença de sistemas de representação não verbais nos problemas bimodais agrava o tempo de leitura e o número de fixações realizadas nos enunciados, mas não teve expressividade estatística no padrão de respostas.

Quer a função referencial, quer a função representativa/complementar dos registos semióticos picturais parecem auxiliar a compreensão das informações veiculadas nos contextos verbais, sobretudo nos mais complexos do ponto de vista linguístico.

Pela análise do desempenho deste grupo de sujeitos, as propriedades e as funções preenchidas pelos diferentes registos semióticos não verbais afiguram-se relevantes para a compreensão dos enunciados e para a conceptualização da resolução dos problemas de construção.

Em suma, no desempenho dos sujeitos dos três ciclos, ***a estrutura e a composição dos problemas verbais de construção apresentaram-se como fatores influentes no processamento da informação veiculada nos enunciados dos problemas de construção, validando a hipótese 5 que equacionava a condição dos problemas com enunciados monomodais e dos problemas com enunciados bimodais fomentarem distintos padrões de desempenho.***

O processamento da informação não se realiza da mesma forma nos problemas monomodais e nos problemas bimodais. A presença de sistemas de representação picturais de natureza diversificada (figuras geométricas, representações gráficas, imagens/ilustrações), em comunhão com o registo verbal (texto), acentua o aumento dos tempos de leitura e de fixações nos problemas bimodais, onde o contexto verbal se destaca, geralmente, como a principal fonte informativa.

As propriedades das representações não verbais assumem um papel significativo na estrutura dos enunciados e geram implicações cognitivas distintas que se refletem no desempenho dos sujeitos.

Nos enunciados bimodais mistos, verificou-se que os sujeitos dos três grupos da amostra acentuaram o tempo de leitura/observação e o número de fixações sobretudo nas imagens que, para além de representarem as entidades/objetos descritos nos contextos verbais, salientavam as relações entre esses elementos. Em conformidade com estes indicadores, as imagens deste tipo de problemas parecem assumir uma de duas funções cognitivas:

- (i) Ilustrar parcialmente os objetos referenciados nos textos dos problemas, duplicando parte da informação dos contextos verbais, sem qualquer influência nos procedimentos de resolução;
- (ii) Auxiliar a compreensão das informações veiculadas nos enunciados verbais, sobretudo nos mais complexos do ponto de vista linguístico, conferindo-lhes uma maior inteligibilidade, através do realce dos dados/elementos mais pertinentes para a construção do modelo mental da situação do problema que permita operacionalizar o processo cognitivo de resolução.

Nos enunciados bimodais híbridos, os sistemas de representação não verbais (registros semióticos picturais), que concorrem com as representações verbais (língua natural e linguagem matemática) para a promoção da integração das informações contextuais numa representação única da situação dos problemas, registaram valores significativos de tempo de leitura e de fixações, tendo em alguns estímulos chegado a ultrapassar os valores registados pelas mesmas variáveis no texto. O avultado número de transições reforçou a função referencial destes registros semióticos não verbais e o seu contributo para a coesão e compreensão dos enunciados e para a promoção da consecução do plano de resolução dos problemas.

8.8. Considerações gerais

Em jeito de conclusão e tendo como referência os resultados obtidos nos vários tópicos em estudo, considera-se que esta experiência cumpriu os objetivos específicos delineados inicialmente, confirmando pelo menos três das quatro hipóteses que foram consideradas acerca da leitura e da compreensão de problemas de construção.

Os indicadores que se destacaram na análise do desempenho dos sujeitos dos três níveis de escolaridade poder-se-ão considerar como mais-valias para fundamentar os pressupostos teóricos e firmar os resultados de investigações levadas a cabo nos últimos anos acerca dos constrangimentos que fazem da resolução de problemas verbais, uma das tarefas cognitivas mais complexas e dificilmente superadas pelos alunos dos vários ciclos do Ensino Básico.

Relativamente à ***influência dos fatores do âmbito restrito da matemática, as áreas temáticas não se evidenciaram determinantes para o processo de resolução***, tal como já se tinha constatado nos resultados da Experiência I.

No entanto, o desempenho dos sujeitos permitiu reconhecer **a relevância dos processos de operacionalização, tendo-se verificado que os problemas de construção que requerem respostas extensas, que envolvem vários procedimentos matemáticos e que convocam simultaneamente quer o conhecimento conceptual, quer o conhecimento processual obtiveram taxas de insucesso mais elevadas**, corroborando os resultados dos estudos nacionais e internacionais que avaliam a competência e os conhecimentos dos alunos na capacidade de resolver problemas.

A extensão dos enunciados dos problemas foi o terceiro fator analisado nesta experiência e, de acordo com os dados obtidos, nomeadamente a intensificação de tempos de leitura e de fixações, parece ter ficado demonstrado que **os contextos mais longos retardam as fases iniciais do processo de resolução, i.e., a leitura e o processamento da informação**, muito embora não tenha sido possível confirmar a influência deste indicador nas etapas de planeamento e execução das tarefas matemáticas, dada a natureza do desenho experimental.

O desempenho dos sujeitos parece ser afetado, fundamentalmente, pela estrutura dos problemas, que foi o último tópico analisado nesta experiência.

O processamento dos problemas com enunciados bimodais, que exigem a mobilização e a integração, na memória de trabalho, das informações provindas de diferentes fontes/registos semióticos, repercutiu-se, inevitavelmente, no tempo de leitura e no número de fixações e de transições realizadas nos enunciados, evidenciando-se como uma tarefa cognitiva mais complexa, quando comparada com o processamento dos problemas com enunciados monomodais, cuja informação é disponibilizada apenas numa única fonte informativa (texto).

Estes resultados, de resto já identificados na análise da Experiência I, permitiram ainda reforçar a proposta, que tem vindo a ganhar corpo ao longo desta dissertação, de se considerar na caracterização dos problemas verbais de matemática a distinção entre *problemas monomodais* e *problemas bimodais*. A análise destes dois tipos de problemas confirma padrões de desempenho distintos que parecem resultar das propriedades e das funções cognitivas preenchidas pelos diversos sistemas de representação semiótica (língua natural, escritas algébricas e formais, figuras geométricas, gráficos, ilustrações).

9. Experiência III - Leitura e compreensão de problemas de matemática de escolha múltipla

9.1. Objetivos da experiência

Para sustentar as pistas de investigação já analisadas na experiência anterior, de modo a tornar mais robustos e consistentes os dados/resultados emergentes da análise do desempenho dos sujeitos, e identificar outros fatores igualmente relevantes para o complexo processo cognitivo de resolução de problemas verbais, definiram-se, para esta experiência, os seguintes objetivos específicos:

- (i) Observar padrões de registos oculares para analisar o desempenho dos sujeitos na leitura e compreensão de problemas de escolha múltipla com estruturas distintas;
- (ii) Averiguar a relevância dos temas matemáticos e dos processos de operacionalização, fatores do âmbito restrito da matemática, no processo de resolução de problemas verbais de escolha múltipla;
- (iii) Analisar a influência dos contextos dos problemas no processamento da informação e nas subsequentes etapas/fases de resolução;
- (iv) Identificar estruturas linguísticas que, pela sua complexidade ou ambiguidade, conduzem a um aumento dos custos de processamento com impacto na compreensão e nas restantes tarefas de resolução;
- (v) Examinar o efeito da combinação de vários sistemas de representação/registos semióticos no desempenho dos sujeitos, quer ao nível do processamento da informação quer ao nível da resolução dos problemas;
- (vi) Identificar estratégias cognitivas utilizadas no processamento da informação presente nos enunciados dos problemas de escolha múltipla.

Os problemas verbais de escolha múltipla, genericamente caracterizados como itens que apresentam uma situação/problema para a qual é apresentado um conjunto de opções que corresponde a quatro alternativas de resposta, sendo que apenas uma corresponde ao resultado requerido na questão, suscitam algumas controvérsia acerca da sua fiabilidade para testar os conhecimentos desta área disciplinar e são frequentemente apontadas as vantagens, mas sobretudo as desvantagens desta tipologia de problemas.

As investigações de Ferrara & Nemirovsky (2005) e Andrà *et al.* (2009) sugerem que os problemas de escolha múltipla exigem, da parte dos sujeitos, menos tempo para administrar uma determinada quantidade de informação, ainda que requeiram a representação de um esquema ou de um modelo mental que lhes permita fazer uma seleção da resposta correta.

Neste tipo de itens, a resposta a uma determinada questão matemática, i.e., o resultado final, ganha relevo comparativamente com os problemas de construção onde as estratégias e os procedimentos, ou seja, as etapas que conduzem à obtenção de um produto final, assumem o papel principal (Epelboim & Suppes, 2001).

Efetivamente, os procedimentos desencadeados durante as várias etapas de resolução do problema são mais importantes do que propriamente a resposta, particularmente quando se trata de uma questão artificial, uma vez que permitem evidenciar a construção da representação que os sujeitos fazem da situação/problema para a obtenção da resposta, mesmo que seja uma resposta inadequada.

Os problemas de escolha múltipla não permitem aferir com clareza os procedimentos desencadeados durante as etapas de resolução, que evidenciem, num quadro mais detalhado, as competências matemáticas dos sujeitos referentes ao conhecimento processual.

Uma outra desvantagem deste tipo de itens prende-se com a escolha aleatória de uma das opções de resposta que até pode estar certa, sem que para isso o sujeito tenha construído a representação adequada do modelo mental do problema que lhe permita desencadear as etapas subsequentes para atingir o resultado (San Diego *et al.*, 2006).

Não obstante as desvantagens apontadas para esta tipologia de itens, considera-se que a utilização de uma metodologia *on-line*, como o registo dos movimentos

oculares, permitirá evidenciar as estratégias/procedimentos adotados pelos sujeitos na resolução deste tipo de problemas e demonstrar não só a forma como os sujeitos fazem o mapeamento e a articulação das informações apresentadas nos enunciados, como também destacar como se efetiva o processamento da informação e a compreensão dos enunciados e de que forma é eleita uma das opções de resposta apresentadas.

9.2. Caracterização dos problemas de matemática de escolha múltipla

Os enunciados dos problemas verbais de escolha múltipla são compostos por duas partes:

- (i) a primeira parte, também designada por parte inicial, corresponde à apresentação/exposição de uma determinada situação-problema, acerca da qual é formulada uma questão;
- (ii) a segunda parte é formada por um leque de quatro opções de resposta, sendo que apenas uma corresponde ao resultado final solicitado pela questão.

À semelhança dos restantes problemas verbais, a exposição de um determinado contexto situacional, que pode ser mais extensa ou mais curta em função do número de sequências discursivas que compõem o texto, permite distinguir dois tipos de enunciados: *enunciados extensos/longos*; *enunciados breves/curtos*.

Nos problemas com enunciados extensos/longos (*fig. 132*), a exposição inicial é formada por um conjunto de sequências de natureza diversificada - sequências narrativas, sequências descritivas e/ou sequências dialogais.

A questão, que encerra esta parte do enunciado, é composta por uma ou mais sequências injuntivo-instrucionais que transmitem aos sujeitos orientações no sentido de selecionarem de entre um leque de quatro opções de resposta, que corresponde à segunda parte do problema, aquela que corresponde à solicitação requerida.

Os alunos do grupo da Matilde estiveram a verificar se o número 5716 é divisível por 4.

Um dos critérios de divisibilidade por 4 é o seguinte:

Um número inteiro é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos são ambos zero, ou quando, na posição em que estão, formam um número que é múltiplo do 4.

A seguir estão as explicações dos alunos do grupo da Matilde. Todas as explicações estão correctas, mas só numa delas foi aplicado o critério anterior.

Em qual das explicações foi aplicado o critério anterior?

- o número 5716 é divisível por 4, porque o número 16 é múltiplo de 4.
- o número 5716 é divisível por 4, porque o dividi por 4 e o resto foi zero.
- o número 5716 é divisível por 4, porque ele é divisível por 2 e a sua metade também é divisível por 2.
- o número 5716 é divisível por 4, porque verifiquei na calculadora que ele é da tabuada do 4.

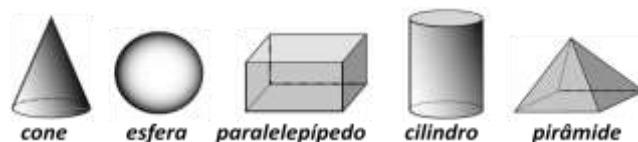
Figura 132: Problema de escolha múltipla [PAM - 1º ciclo (2003), parte A, item 3]

Nos problemas com enunciados breves/curtos, a primeira parte é constituída por uma ou mais sequências injuntivo-instrucionais, através das quais são dadas indicações precisas para classificar/etiquetar a informação apresentada (fig. 133).

As instruções neste tipo de enunciados são marcadas linguisticamente por verbos no imperativo, portadores de informação operatória, que funcionam como “guias” do(s) plano(s) de solução.

A segunda parte, comum a enunciados longos ou breves, é composta pelas quatro opções de resposta, relativas à questão formulada no enunciado.

Observa os cinco sólidos geométricos representados na figura seguinte.



Assinala com x o nome do sólido que não tem superfícies planas.

- cilindro
- cone
- esfera
- pirâmide

Figura 133: Problema de escolha múltipla [PAM - 1º ciclo (2003), parte A, item 3]

Nos enunciados dos problemas de escolha múltipla, a informação pode ocorrer sob a forma de diversos sistemas de representação, o que permite distinguir, quanto à estrutura, *enunciados monomodais* de *enunciados bimodais*.

O problema, ilustrado na *fig. 132*, apresenta uma estrutura monomodal, cujo enunciado é formado apenas por linguagem verbal em articulação com numerais.

Os problemas com estrutura bimodal (*fig. 133*), integram no enunciado, para além de linguagem alfanumérica, linguagem não verbal/icónica.

As fontes informativas não verbais/icónicas, que ocorrem nos problemas bimodais, assumem configurações e funções distintas. São frequentes, nos enunciados dos problemas de escolha múltipla, ilustrações, figuras geométricas, gráficos, tabelas e esquemas. A função e a pertinência destes sistemas de representação no processo cognitivo de resolução de problemas permitem diferenciar duas categorias de problemas:

- (i) *problemas de escolha múltipla com contextos bimodais híbridos;*
- (ii) *problemas de escolha múltipla com contextos bimodais mistos.*

Nos *problemas com contextos bimodais híbridos*, à informação veiculada através de linguagem alfanumérica juntam-se outras fontes informativas, como esquemas, gráficos, tabelas, ou figuras geométricas, que conferem coerência e coesão ao contexto situacional. Neste tipo de enunciados, os diversos sistemas representacionais ocorrem em articulação e a ausência de um desses registos (linguístico ou não linguístico) inviabiliza a compreensão e subsequente resolução do problema (*fig. 134*).

O Paulo e a Teresa são dois irmãos gémeos de 20 anos de idade. Os seguintes gráficos permitem comparar a evolução dos pesos de ambos, ao longo dos seus anos de vida.

Observa o gráfico e assinala com x a afirmação correcta sobre o aumento de peso da Teresa, entre os 5 e os 10 anos de idade.

| Idade (anos) | Paulo (kg) | Teresa (kg) |
|--------------|------------|-------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 5 | 10 | 10 |
| 10 | 20 | 20 |
| 15 | 30 | 40 |
| 20 | 40 | 80 |

- A Teresa aumentou mais de 10 kg e menos do que 15 kg.
- A Teresa aumentou exactamente 15 kg.
- A Teresa aumentou mais de 15 kg e menos do que 20 kg.
- A Teresa aumentou exactamente 20 kg.

Figura 134: Problema de escolha múltipla bimodal híbrido [PAM-3º ciclo (2003), parte A, item 3.2]

Como se pode observar na *fig. 134*, o gráfico assume uma função referencial imprescindível para a compreensão e subsequente tarefa de resolução do problema. No entanto, a informação veiculada sob a forma verbal é igualmente importante para contextualizar a situação descrita e orientar a leitura e a análise dos dados contidos na representação gráfica.

Nos *problemas com contextos bimodais mistos*, a informação disponível sob a forma de linguagem verbal é suficiente para a compreensão dos enunciados e subsequente processo de resolução. Os outros registos semióticos não verbais/picturais que ocorrem neste tipo de problemas podem cumprir uma de duas funções: auxiliar na representação mental das situações e/ou dos objetos, beneficiando a compreensão dos conteúdos e favorecendo os procedimentos matemáticos, ainda que a sua ausência não comprometa o processo de resolução, i.e., a seleção da opção de resposta (*fig. 135*); ilustrar e/ou representar as entidades/objetos descritos, sem que a sua presença se revista de qualquer vantagem para o processo de resolução do problema (*fig. 136*).

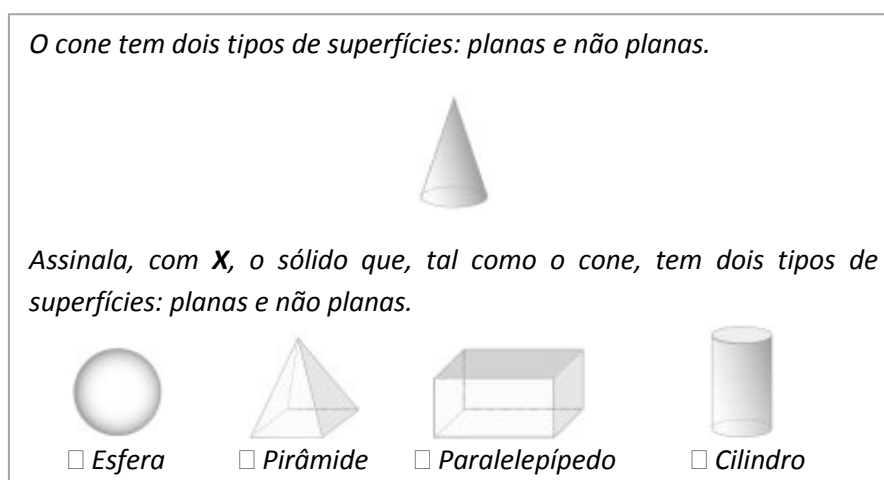


Figura 135: Problema de escolha múltipla bimodal misto [PAM-1^o ciclo (2008), parte B, item 15]

No problema, representado na *fig. 135*, a imagem do “cone” não acrescenta informação nova aos dados do problema “O cone tem dois tipos de superfícies: planas e não planas”, logo a sua função é fundamentalmente representativa da figura geométrica. No entanto, do ponto de vista cognitivo, torna visível e mais acessível a representação mental do objeto matemático, beneficiando a compreensão do conteúdo/conceito matemático.

A imagem que ocorre no problema da *fig. 136* tem uma função meramente ilustrativa, ou seja, ainda que represente o objeto descrito no enunciado “o alvo do tiro com arco”, não traz benefícios para o processamento cognitivo da informação verbal, nem para a compreensão integral da mensagem, tão pouco auxilia os procedimentos de resolução que são convocados no enunciado do problema.

O alvo do tiro com arco tem 122 centímetros de diâmetro.
Qual dos seguintes valores corresponde à medida do diâmetro do alvo do tiro com arco?

- 12 centímetros e 2 milímetros
- 12 metros e 2 centímetros
- 1 metro e 22 centímetros
- 1 decímetro e 22 milímetros




Figura 136: Problema de escolha múltipla bimodal misto [PAM-1º ciclo (2009), parte B, item 18]

O conjunto de opções de resposta, que completa os enunciados dos problemas de escolha múltipla, pode surgir num registo monomodal, sob a forma de sistemas de representação discursiva: língua natural, sistemas de escrita numérica, algébrica, simbólica (*fig. 132, 133, 134 e 136*), ou num registo bimodal, onde coocorrem os sistemas de representação discursiva e não discursiva (*fig. 135*).

Os sistemas de representação não verbal/icónica (figuras geométricas, gráficos, entre outros) do leque opcional de respostas assumem sempre um carácter bimodal híbrido, uma vez que desempenham uma função referencial, ou seja, são imprescindíveis para a operacionalização do processo de resolução.

9.3. População e amostra

A população é a mesma das experiências anteriores, ou seja, crianças e adolescentes de ambos os sexos, com idades compreendidas entre os nove e os quinze anos a frequentarem o Ensino Básico em escolas públicas portuguesas.

A amostra inicialmente constituída por noventa e nove sujeitos, selecionados após a realização do Teste exploratório da primeira experiência [→§ 7.6.], foi redefinida, uma vez que após a aplicação desta experiência, i.e., a gravação do registo do

movimento dos olhos, efetuado durante a leitura e subsequente seleção de resposta de cada um dos estímulos apresentados, se verificou que alguns registos oculares não ficaram devidamente gravados, pelo que houve necessidade de excluir sujeitos da amostra.

Desta forma, eliminaram-se 5 sujeitos, do total da amostra, cujos registos ficaram parcialmente danificados e cuja gravação não foi possível recuperar. Em conformidade com este procedimento, ficaram disponíveis para análise os dados de 94 sujeitos agregados a três grupos distintos, em função da sua faixa etária e do seu nível de instrução:

Grupo 1: 31 sujeitos a frequentar o 4º ano de escolaridade, 15 do sexo masculino e 16 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 9,5 e os 10,7 [$n = 31$];

Grupo 2: 33 sujeitos a frequentar o 6º ano de escolaridade, 13 do sexo masculino e 20 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 11,5 e os 12,6 [$n = 33$];

Grupo 3: 30 sujeitos a frequentar o 9º ano de escolaridade, 14 do sexo masculino e 16 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 14,4 e os 15,7 [$n = 30$].

9.4. Apresentação e tratamento do desenho experimental

À semelhança dos desenhos experimentais das experiências anteriores, os estímulos para os três grupos de sujeitos (4º, 6º e 9º anos de escolaridade) foram selecionados das Provas de Aferição e dos Exames Nacionais de Matemática realizados nas escolas portuguesas entre 2000 e 2007.

Esta seleção obedeceu a critérios que permitissem assegurar a construção de um desenho experimental o mais homogéneo possível que fosse ao encontro dos objetivos e das hipóteses de investigação, tendo como referência as competências que regem o Currículo Nacional e os conteúdos definidos no Programa de Matemática do Ensino Básico.

9.4.1. Critérios para a organização do desenho experimental

Na conceção do desenho experimental desta experiência, elegeram-se para os sujeitos dos três níveis de ensino os mesmos critérios que regeram a construção do desenho experimental da experiência anterior: ***a tipologia de itens; os temas matemáticos; a estrutura e a formulação dos enunciados dos problemas.***

Relativamente à **tipologia de itens**, escolheram-se, para os três grupos de sujeitos, problemas verbais de escolha múltipla, i.e., itens de seleção.

Para fazer a seleção dos diversos **temas matemáticos**, analisaram-se todos os itens de escolha múltipla das Provas de Aferição e dos Exames Nacionais de Matemática de cada ciclo de escolaridade, construindo-se, para o efeito, tabelas classificatórias com a distribuição dos problemas pelos vários temas desta tipologia, cujos resultados globais estão expressos na tabela 20.

| 1º ciclo | | 2º ciclo | | 3º ciclo | |
|--|---------------------|--|---------------------|--|---------------------|
| Temas matemáticos | Rel. % (f_i) | Temas matemáticos | Rel. % (f_i) | Temas matemáticos | Rel. % (f_i) |
| <i>Números e operações</i> | 34,5 | <i>Números e operações</i> | 26,0 | <i>Números e operações</i> | 12,0 |
| <i>Geometria e Medida</i> | 65,5 | <i>Geometria</i> | 63,0 | <i>Geometria</i> | 30,0 |
| | | <i>Álgebra</i> | 7,5 | <i>Álgebra</i> | 46,0 |
| <i>Organização e tratamento de dados</i> | 0 | <i>Organização e tratamento de dados</i> | 3,5 | <i>Organização e tratamento de dados</i> | 12,0 |

Tabela 20: Frequências relativas (%) dos *Temas matemáticos* nos itens de escolha múltipla das PAM e dos ENM (2000-2007)

A análise dos dados desta tabela, para além de revelar uma clara mudança do peso das áreas temáticas nos itens de escolha múltipla das provas de avaliação externa nos três ciclos de escolaridade, mostra também que em nenhum dos ciclos há uma distribuição equitativa dos diversos temas matemáticos pelos itens desta tipologia.

No tema *números e operações*, que é, aliás, um dos que se mantém representado em todos os ciclos, observa-se uma redução de cerca de um terço, no 2º ciclo, que é ainda mais acentuada no 3º ciclo, em cerca de dois terços, comparativamente com a sua expressividade no 1º ciclo. A frequência de itens desta área no 2º e 3º ciclo surge renegociada com a entrada do tema matemático *álgebra*, que ocupa no 3º ciclo a primeira posição com o maior número de ocorrências.

O tema *geometria* ganha terreno no 1º e no 2º ciclos, ocupando cerca de dois terços de representatividade face às restantes áreas. No 3º ciclo, este tema ocupa a segunda posição.

De todas as áreas temáticas, o tema *organização e tratamento de dados* é o que ocorre com menos frequência nos problemas de escolha múltipla, sendo que não assume qualquer expressividade nos itens das provas do 1º ciclo.

Tendo-se verificado que não se regista uma partição equitativa dos temas matemáticos nos itens dos instrumentos de avaliação externa, optou-se por eleger, para cada grupo de sujeitos dos três ciclos de escolaridade, problemas relativos aos domínios temáticos que ocorreram com maior frequência e que requerem as capacidades transversais fundamentais da competência matemática, nomeadamente a comunicação, o raciocínio e a resolução de problemas.

Tendo em conta **a estrutura e a formulação dos enunciados** dos problemas de escolha múltipla, elegeram-se itens que contemplassem os dois tipos de estruturas: *problemas com contextos monomodais e problemas com contextos bimodais*.

À semelhança do critério elegível para a seleção dos temas matemáticos, a escolha de problemas com estruturas distintas reflete, igualmente, a sua frequência nas provas de avaliação externa dos três ciclos de escolaridade.

9.4.2. O desenho experimental

O desenho experimental é formado por 40 problemas/estímulos, distribuídos pelos três grupos de sujeitos e agrupados em função dos temas matemáticos a que pertencem (tabela 21) e da estrutura dos enunciados dos problemas (tabela 22).

| Temas matemáticos | Grupos | | |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 1º Ciclo | 2º Ciclo | 3º Ciclo |
| <i>Números e operações</i> | 6 | 2 | 2 |
| <i>Álgebra</i> | | 1 | 2 |
| <i>Geometria e Medida</i> | 9 | 10 | 6 |
| <i>Organização e tratamento de dados</i> | | | 2 |
| Total de estímulos | 15 | 13 | 12 |

Tabela 21: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência III dos três grupos de sujeitos em função da variável *Temas matemáticos*

| Estrutura dos estímulos | Grupos | | |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 1º Ciclo | 2º Ciclo | 3º Ciclo |
| <i>Estímulos com contextos monomodais</i> | 8 | 11 | 3 |
| <i>Estímulos com contextos bimodais híbridos</i> | 6 | 2 | 8 |
| <i>Estímulos com contextos bimodais mistos</i> | 1 | | 1 |
| Total de estímulos | 15 | 13 | 12 |

Tabela 22: Distribuição dos estímulos do desenho experimental da Experiência III dos três grupos de sujeitos em função da variável *Estrutura dos estímulos*

Houve o cuidado de selecionar estímulos cuja resolução não implicasse o manuseamento de materiais manipuláveis, como compasso ou régua graduada, atendendo à metodologia escolhida para a aplicação da experiência.

As matrizes com o desenho experimental de cada grupo de sujeitos estão disponíveis no anexo 3 e no CD de anexos - Pasta VII.

9.5. Situação experimental e procedimentos

A experiência foi realizada durante o mês de junho de 2008, no Agrupamento de Escolas de Colmeias, em Leiria. Os sujeitos realizaram a experiência individualmente durante uma sessão de aproximadamente quarenta minutos, numa sala com as condições adequadas - isolamento acústico e luminosidade adequada para a apresentação dos estímulos.

Antes de iniciar a aplicação desta experiência, recordou-se aos sujeitos os objetivos e a metodologia de aplicação.

Enquanto os sujeitos se instalavam em frente do ecrã do computador, o observador recordou-lhes que iriam participar numa outra experiência *on-line* e leu-lhes, em voz alta, as seguintes instruções⁸¹:

No ecrã do monitor, vão ser apresentados problemas de matemática de escolha múltipla.

Para cada problema há quatro opções de resposta, mas apenas uma está correta.

Para executares a tarefa, debes:

- 1. Fixar o asterisco que vai aparecer no lado esquerdo do ecrã (tens de fixar o asterisco durante algum tempo, para que apareça o enunciado do problema);*
- 2. Ler com muita atenção todo o enunciado do problema;*
- 3. Escolher uma das quatro respostas apresentadas, carregando na tecla correspondente⁸²;*
- 4. Fixar novamente o asterisco, para aparecer outro problema.*

⁸¹ Estas instruções serviram para informar os sujeitos dos procedimentos a seguir durante a execução das tarefas. Relativamente à primeira instrução (cf. 1), pretendia-se controlar o momento em que os sujeitos iniciavam a leitura. A segunda instrução (cf. 2) servia apenas para reforçar a necessidade de concentração. A terceira instrução (cf. 3) tinha como objetivo indicar as únicas quatro teclas ativas no teclado e numeradas de um a quatro para a seleção da resposta. A quarta instrução (cf.4) servia de indicador ao observador de que os sujeitos tinham terminado a tarefa e que podia apresentar o slide seguinte.

⁸² Foram numeradas de 1 a 4 as teclas Z, C, B, M.

Depois de seleccionares a resposta, surgirá no ecrã novamente um asterisco. Deverás proceder da mesma forma, até responderes à totalidade dos problemas.

A leitura das instruções foi acompanhada da exibição, no ecrã do computador, de slides com estímulos exemplificativos das tarefas a desenvolver com a finalidade de dissipar possíveis dúvidas. Para cada grupo de sujeitos, foram apresentados dois estímulos exemplificativos que estão disponíveis no CD de anexos – Pasta VIII.

Para calibrar o sistema, e depois dos sujeitos apoiarem o queixo num suporte, projetado para limitar os movimentos da cabeça, foram-lhes dadas mais algumas indicações⁸³ e, uma vez mais, os sujeitos foram elucidados acerca dos objetivos experimentais que tinham um carácter meramente científico, sem que os resultados contribuíssem para o seu desempenho na disciplina em causa.

Findos os procedimentos de preparação, passou-se à apresentação sequencial dos estímulos e à gravação dos dados obtidos durante a execução da tarefa.

Não foi definido um tempo limite para a leitura dos estímulos. Considerou-se a leitura terminada, logo que os sujeitos carregavam na tecla do espaçamento para que o slide do estímulo desaparecesse e desse lugar ao slide do estímulo seguinte.

A sequência de apresentação dos estímulos foi completamente arbitrária, ou seja, não obedeceu a nenhum critério específico em função das características/estrutura dos problemas.

9.6. Recolha e tratamento dos dados

À semelhança da experiência anterior, recorreu-se o dispositivo *Eye Tracking System*, modelo R6 - HS, da *Applied Science Laboratories (ASL)* para registar esta experiência.

Para controlar a apresentação dos estímulos, nomeadamente o tempo que mediou entre o início e o *terminus* da gravação dos dados, utilizou-se o programa *E-Prime*.

⁸³ *Agora, vai aparecer um ecrã com 9 números. Por favor, segue as instruções do observador, olhando para os números que te estão a indicar. Não passes para o ecrã seguinte sem que te seja pedido. MUITO IMPORTANTE! Durante a experiência não podes mover a cabeça, por isso põe já as mãos por cima das teclas de resposta.*

A partir do software (*EYEPOS*, *FIXPLOT* e *EYENAL*), disponibilizado com o sistema *Eye Tracker*, monitorizou-se e registou-se o comportamento ocular dos sujeitos durante a realização da experiência.

Com os dados gerados, através do software do sistema, criaram-se tabelas descritivas, com recurso ao programa *EXCEL*, relativas ao desempenho dos três grupos de sujeitos durante a leitura de cada um dos estímulos (disponíveis no CD de anexos - Pasta IX).

O desempenho dos sujeitos foi analisado tendo em conta as seguintes pistas de processamento:

- (i) Tempo de leitura (*ms*);
- (ii) Número de fixações;
- (iii) Número de transições;
- (iv) Padrão de respostas (certas e erradas).

Para cada estímulo, definiram-se três áreas de interesse - texto, imagem⁸⁴ e opções de resposta - que permitem fazer, para além de uma análise particular de cada região do enunciado, uma análise contrastiva entre as áreas do mesmo estímulo.

A análise estatística descritiva procurou cumprir os objetivos delineados para esta experiência, tendo em conta as variáveis dos tópicos em estudo:

Temas matemáticos:

números e operações;
geometria e medida;
álgebra;
organização e tratamento de dados.

Processos de operacionalização:

conhecimento conceptual;
conhecimento processual.

Extensão dos enunciados dos problemas de escolha múltipla:

enunciados com contextos breves;
enunciados com contextos longos.

Estruturas linguísticas:

sintagmas/categorias sintagmáticas_{simples} em posição pós-verbal;
sintagmas/categorias sintagmáticas_{complexas} em posição pós-verbal.

⁸⁴ A designação generalizada de imagem reporta-se a todas as representações não linguísticas que enformam os estímulos: representações figurais, representações tabelares e representações gráficas.

Estrutura e formulação dos problemas de escolha múltipla:

problemas com contextos monomodais;

problemas com contextos bimodais.

Para cada ciclo, relacionou-se o desempenho dos sujeitos com as variáveis em análise de cada tópico, construindo-se tabelas de frequências, com a indicação das frequências absolutas $[n_i]$ e das frequências relativas $[f_i]$, tabelas estatísticas descritivas, com a indicação da média, da mediana e do desvio-padrão, e matrizes de correlações, aplicando-se coeficientes de *correlação de Spearman*, com os respetivos testes de significância estatística.

No estudo da associação entre variáveis discretas qualitativas, aplicaram-se *testes de independência de qui-quadrado*. Este teste permite aferir a hipótese nula de duas variáveis nominais serem independentes entre si. Para complementar os resultados deste teste utilizaram-se *medidas de simetria*, que visam validar os resultados obtidos com a aplicação dos testes *qui-quadrado*.

Foram, igualmente, utilizados testes exatos, como o *teste de associação "linear-by-linear"* e o *teste de Fisher* para se apurar os resultados obtidos no teste *qui-quadrado*. Todavia, nalguns casos, não foi possível efetuar a computação ou cálculo do valor de significação exata associado a estes testes. Nestas circunstâncias, a única análise realizada foi feita a partir dos *resíduos ajustados*⁸⁵.

Para testar os valores de variáveis de escala ordinal ou de escala contínua aplicaram-se os *testes não-paramétricos de Kruskal-Wallis e de Mann-Whitney*, com recurso às *médias dos ranks* em cada grupo, que permitem evidenciar o grupo que apresenta valores de escala superior comparativamente com os restantes. Em complementaridade a estes testes, usaram-se *testes de comparações múltiplas e testes de mediana*.

Aferiram-se os valores de variáveis numéricas com os resultados das variáveis nominais que caracterizam os problemas, através dos *testes não-paramétricos de Mann-Whitney* e com base nas *médias dos ranks* em cada grupo.

⁸⁵ Os *resíduos ajustados* correspondem à diferença entre as frequências observadas e as frequências esperadas, caso as variáveis não sejam relacionadas. Quanto maiores forem os valores dos resíduos, maior é a diferença entre sujeitos com as características que se cruzam e testam. Os resíduos analisam-se quando o teste aplicado indica a rejeição da hipótese de independência e se pretende identificar as características que conduziram a essa rejeição, isto é, aquelas para as quais existe, aparentemente, uma associação entre as variáveis.

Na análise de pares de problemas, foram aplicados *testes de normalidade de Shapiro-Wilks*, o *teste paramétrico t-Student*, para comparar as médias de duas amostras emparelhadas, e o *teste não-paramétrico de Wilcoxon*.

Nas comparações em que se pretende uma visão de conjunto, optou-se pela representação gráfica: *gráficos de colunas e de linhas* (que dão não só uma percepção imediata das categorias de maior frequência, como também uma noção bastante precisa da ordem de grandeza de cada categoria relativamente às restantes) e *diagramas de extremos e quartis* (que, quando colocados em paralelo, permitem estabelecer comparações entre amostras, evidenciando as principais semelhanças e diferenças entre os padrões de distribuição, nomeadamente no que diz respeito à localização de algumas das medidas características da amostra, assim como a maior ou menor dispersão dos dados).

9.7. Apresentação e análise dos resultados

Na análise que se segue, apresentam-se individualmente os resultados do desempenho dos três grupos de sujeitos para cada uma das áreas de interesse consideradas nesta experiência com a explicitação das respetivas variáveis em estudo, encerrando-se a análise com uma apreciação global do desempenho dos sujeitos face ao(s) tópico(s) em destaque.

Temas matemáticos e Processos de operacionalização

Para analisar o impacto dos *Temas matemáticos* e dos *Processos de operacionalização* no complexo processo cognitivo de resolução de problemas de escolha múltipla (hipóteses 1 e 2), agruparam-se os estímulos por áreas temáticas e de acordo com os procedimentos matemáticos requeridos na resolução e analisou-se o desempenho dos sujeitos relativamente à variável *padrão de respostas* (certas e erradas), construindo-se para o efeito gráficos de barras e tabelas descritivas com as frequências relativas e absolutas⁸⁶.

⁸⁶ As pistas de processamento *tempo de leitura, fixações e transições* não foram consideradas nestes tópicos de análise, atendendo a que as características dos estímulos, i.e., a extensão, a estrutura e a configuração dos enunciados dos problemas poderiam interferir nesta análise e desvirtuar os resultados.

No **grupo de sujeitos do 1º ciclo**, o padrão de respostas obtido nos estímulos, agrupados de acordo com a sua agregação aos *Temas matemáticos*, aponta diferenças entre as diversas áreas.

Atendendo aos resultados apresentados no gráfico 15, o tema *geometria* obteve a média mais elevada de respostas certas (77%) e distancia-se das áreas *números e operações* e *medida*, cujos valores médios de respostas certas se encontram próximos (54% e 58%, respetivamente).

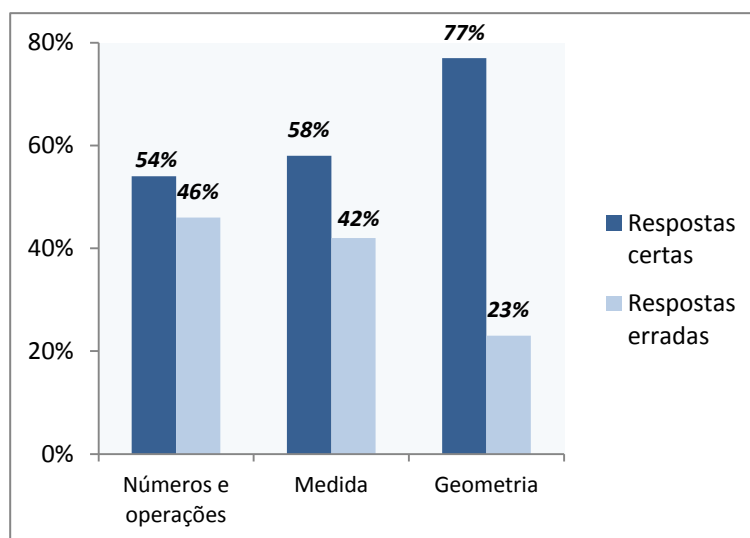


Gráfico 15: Frequências relativas (%) do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência III do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

A clivagem de resultados verificada entre os três temas matemáticos poderia sugerir a eleição do domínio *geometria* como a área que proporcionou os melhores desempenhos na resolução de problemas de escolha múltipla. No entanto, o padrão de respostas obtido nos estímulos de cada área evidencia contrastes consideráveis que não permitem fazer uma associação entre o desempenho dos sujeitos e os *Temas matemáticos* (tabela 23).

| PADRÃO DE RESPOSTAS - <i>Temas matemáticos</i> | | | | | | | <i>Grupo 1 [n = 31]</i> | | | | | | | | | |
|--|-----------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|-------------------------|--------|-----|-----|-----|-----|-----------|------|-----|-----|
| Temas matemáticos | | Números e operações | | | | | | Medida | | | | | Geometria | | | |
| Nº dos estímulos | | 1 | 2 | 3 | 4 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 5 | 6 | 13 | 15 |
| Frequências de respostas certas | Abs. (n_i) | 15 | 22 | 20 | 16 | 3 | 24 | 3 | 17 | 24 | 28 | 18 | 26 | 31 | 12 | 26 |
| | Rel.% (f_i) | 48% | 71% | 65% | 52% | 10% | 77% | 10% | 55% | 77% | 90% | 58% | 84% | 100% | 39% | 84% |
| Frequências de respostas erradas | Abs. (n_i) | 16 | 9 | 11 | 15 | 28 | 7 | 28 | 14 | 7 | 3 | 13 | 5 | 0 | 19 | 5 |
| | Rel.% (f_i) | 52% | 29% | 35% | 48% | 90% | 23% | 90% | 45% | 23% | 10% | 42% | 16% | 0% | 61% | 16% |

Tabela 23: Frequências do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência III do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

A variação do padrão de respostas, i. e., de respostas certas e respostas erradas entre os estímulos da mesma área temática é extensível a todos os temas matemáticos.

Em *números e operações*, o insucesso na resolução do estímulo 7 (apenas 10% de respostas certas) contrasta de forma bastante significativa com o sucesso verificado na resolução do estímulo 8 (77% de respostas certas).

No tema *medida*, a percentagem de respostas certas oscila entre os 90%, no estímulo 12, e os 10%, no estímulo 9.

De igual forma, entre os estímulos do âmbito da *geometria*, distingue-se, por exemplo, o estímulo 6, que não registou nenhuma resposta errada, do estímulo 13 com 61% de respostas da mesma natureza.

As diferenças registadas no padrão de respostas dos estímulos das mesmas áreas temáticas enfraquecem a hipótese dos *Temas matemáticos* se constituírem como um fator determinante nos processos cognitivos convocados na resolução de problemas de escolha múltipla.

Há, no entanto, que considerar, ainda no âmbito da competência matemática, a influência dos *Processos de operacionalização*, tendo-se analisado para o efeito o padrão de respostas obtido nos estímulos agrupados em função do tipo de conhecimentos convocados nos problemas: o conhecimento conceptual e o conhecimento processual⁸⁷.

De acordo com os dados disponíveis na tabela 24, os estímulos que requerem basicamente o conhecimento conceptual, i.e., o domínio de conceitos do âmbito restrito da matemática e sua respetiva aplicação para dar resposta às questões dos problemas, obtêm, em média, valores mais elevados, comparativamente com os estímulos que exigem igualmente o conhecimento processual, ou seja, a realização de tarefas cognitivas mais complexas, como a realização de cálculos e/ou a aplicação de algoritmos.

⁸⁷ Os *conhecimentos conceptuais* “são concebidos como conhecimentos gerais e abstratos dos princípios fundamentais e das suas inter-relações num domínio. São concebidos como sendo representados mentalmente sob a forma de esquemas ou de redes semânticas que permitem uma utilização flexível e a realização de inferências. Não estando associados a um tipo preciso de problemas”. (Fayol, 2010, p. 33). Os *conhecimentos processuais* reportam-se às operações que estão associadas a determinadas condições de aplicação e visam a obtenção objetivos específicos. Podem ser automatizados em algumas tipologias de problemas através da mecanização e do treino. (*op. cit.*, p. 30)

| PADRÃO DE RESPOSTAS - <i>Processos de operacionalização</i> | | | | Grupo 1 [n = 31] | |
|---|-------------------------------------|--|-------------------------|---|-------------------------|
| Processos de operacionalização | Estímulos | Frequências médias de respostas certas | | Frequências médias de respostas erradas | |
| | | Abs. (n _i) | Rel.% (f _i) | Abs. (n _i) | Rel.% (f _i) |
| <i>Conhecimento conceptual</i> | 1; 2; 3; 4; 5; 6; 12; 13; 14; 15 | 23 | 72% | 8 | 28% |
| <i>Conhecimento processual</i> | 7; 8; 9; 10; 11 | 14 | 46% | 17 | 54% |

Tabela 24: Frequências do padrão de respostas nos estímulos da Experiência III do grupo 1 (1º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização*

À semelhança do que se verificou na análise da influência dos *Temas matemáticos*, estes resultados apenas traduzem uma tendência, uma vez que entre os estímulos que requerem procedimentos de resolução idênticos registaram-se diferenças notórias no padrão de respostas.

Para realçar esta ocorrência, tome-se como exemplo os estímulos 15 (fig. 137) e 14 (fig. 138), do tema *geometria e medida* que solicitam fundamentalmente o conhecimento de conceitos para a resolução dos problemas.

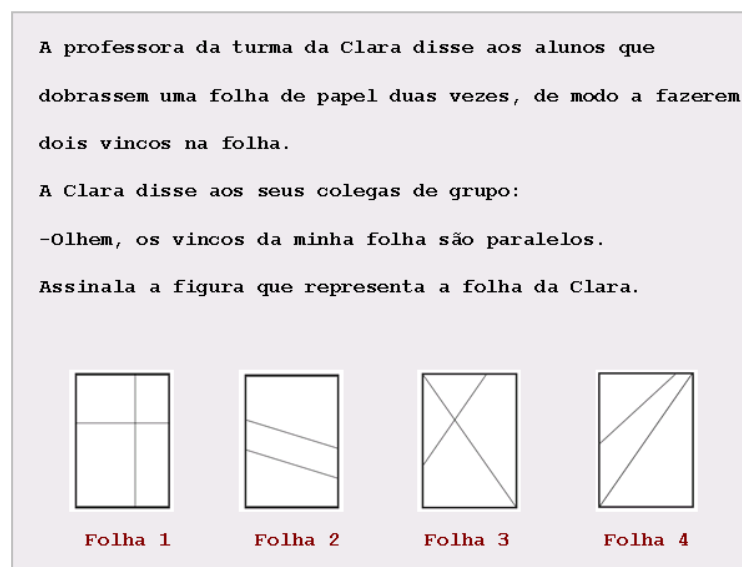


Figura 137: Estímulo 15 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

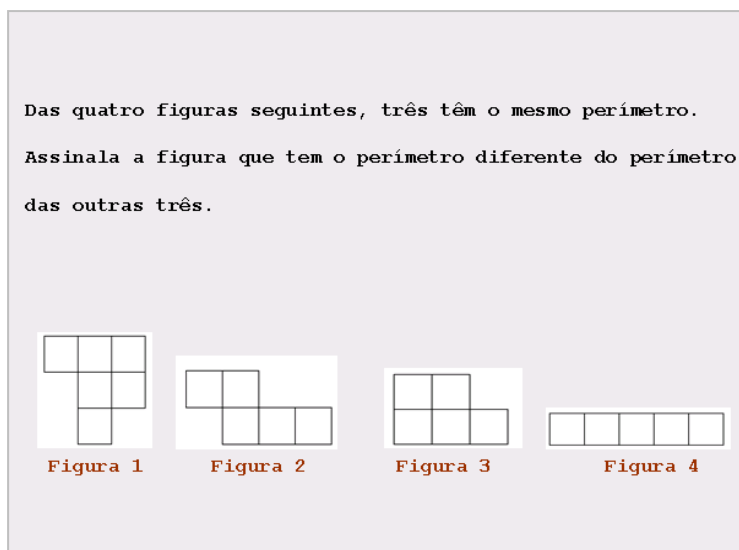


Figura 138: Estímulo 14 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

No estímulo 15 (*fig. 137*), em que é solicitada a identificação da figura que representa “dois vincos **paralelos**”, registou-se uma frequência de 84% de respostas certas, enquanto no estímulo 14 (*fig. 138*), que requer a identificação da figura “**com o perímetro diferentes das outras três**”, a percentagem de respostas certas atingiu apenas os 58%. O distinto padrão de respostas obtido nestes dois estímulos parece estar diretamente associado aos conhecimentos prévios dos sujeitos relativos aos dois termos/conceitos do domínio da matemática (“*paralelo*” e “*perímetro*”).

Se em relação ao estímulo 15, os sujeitos revelaram o conhecimento do termo “*paralelos*” que lhes permitiu atribuir o significado ao conceito-chave envolvido no enunciado e identificar corretamente a figura que o representava [*folha 2*], já no estímulo 14 a dificuldade ao acesso do significado do conceito-chave do enunciado “*perímetro*” evidenciou-se como um “obstáculo” para o processamento da informação que se repercutiu na análise das figuras e na seleção da opção de resposta correta [*figura 3*].

Os exemplos de registos oculares presentes nas figuras 139 e 140 realizados por dois sujeitos com desempenhos distintos mostram claramente a relevância do conhecimento prévio deste conceito na resolução do problema.

O sujeito [CDF-0297] que respondeu corretamente à questão do problema (*fig.139*) demonstrou que dominava o conceito-chave do problema, uma vez que através

do seu registo ocular é perceptível a estratégia que adotou para determinar o perímetro de cada figura, contornando cada uma das figuras para somar os lados e obter a medida desse contorno.

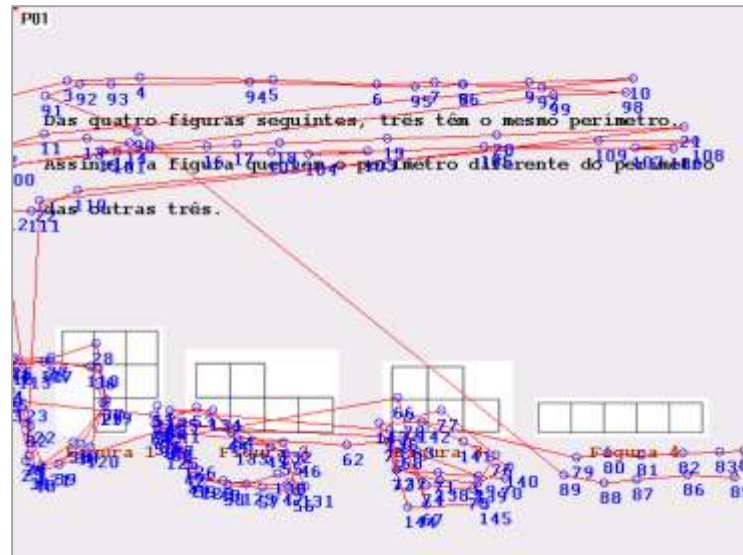


Figura 139: Registo ocular do sujeito [CDF-0297] relativo ao estímulo 14 com resposta certa

O sujeito [AGS-1897] que respondeu incorretamente (*fig. 140*) evidenciou, através do seu registo ocular, que contabilizou a superfície compreendida dentro do perímetro de cada figura, demonstrando que desencadeou uma estratégia errada, em consequência da dificuldade de compreender/distinguir o significado dos conceitos “perímetro” e “área”.

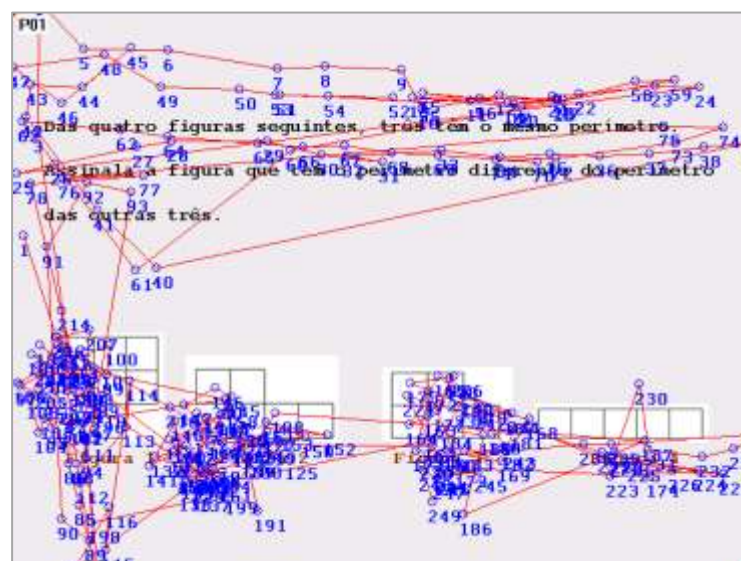



Figura 140: Registo ocular do sujeito [AGS-1897] relativo ao estímulo 14 com resposta errada

Entre os estímulos que requerem o conhecimento processual, também são significativas as diferenças registadas no padrão de respostas entre os estímulos pertencentes ao mesmo tema e que convocam os mesmos procedimentos matemáticos, como é o caso, por exemplo, dos estímulos 7 (*fig. 141*) e 8 (*fig. 142*) do domínio *números e operações* que solicitam a realização de cálculos numéricos.

Na aula do Frederico os alunos estiveram a pintar desenhos com guaches. Para secarem, a professora pendurou-os com molas numa corda, como se vê na figura seguinte.




Assinala o número de molas necessárias para pendurar os 28 desenhos que os alunos pintaram, uns a seguir aos outros, de modo a que dois desenhos partilhem a mesma mola.

1. 27
2. 28
3. 29
4. 30

Figura 141: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

Das quatro meninas representadas na figura, a professora escolheu a que tem o cartão onde está representado o número 60, para ficar responsável por regar as plantas da sala de aula.



Assinala o nome da menina que a professora escolheu.

1. Manuela
2. Paula
3. Rita
4. Sara

Figura 142: Estímulo 8 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

O estímulo 7 (*fig. 141*), cuja questão apela ao desenvolvimento do raciocínio e à capacidade de reflexão para formular conjeturas e definir o procedimento adequado

que permita solucionar o problema, como, por exemplo, a aplicação do algoritmo da adição, apenas obteve 10% de respostas certas.

O estímulo 8 (*fig. 142*), que mobiliza essencialmente o treino e a mecanização da resolução de algoritmos da multiplicação para solucionar o problema, registou 77% de respostas certas.

Contrariamente aos resultados das pesquisas realizadas com problemas de aritmética que apontam o algoritmo da multiplicação como um processo mais complexo do ponto de vista da resolução de problemas, comparativamente com o algoritmo da adição que é classificado como um procedimento menos complexo (Bell *et al.*, 1984; Siegler, 1988; Christou & Philippou, 1998), a análise do padrão de respostas obtido nestes dois estímulos revela que os sujeitos resolveram com mais sucesso o problema 8, cujo contexto é menos complexo e convoca, portanto, menos recursos cognitivos quer no processamento da informação, quer no planeamento e na escolha dos procedimentos que estão de resto explicitados na imagem que integra o enunciado.

Os resultados do desempenho deste grupo de sujeitos realçam a importância dos *Processos de operacionalização*, mais do que os *Temas matemáticos*, no processo de resolução de problemas de escolha múltipla e destacam os problemas que convocam essencialmente o conhecimento conceptual como os mais favoráveis à obtenção de resultados positivos. No entanto, os distintos *Processos de operacionalização, per se*, parecem não ser suficientemente consistentes para justificar todas as dificuldades inerentes ao processo de resolução dos problemas verbais.

Seguindo a mesma metodologia de análise, testou-se a influência dos *Temas matemáticos* no desempenho do **grupo de sujeitos do 2º ciclo**, analisando-se os resultados, relativos ao padrão de respostas, obtidos na resolução dos problemas agregados aos três temas matemáticos.

Conforme se verifica no gráfico 16, os estímulos das áreas temáticas *números e operações* e *geometria* registaram uma frequência média de respostas certas idêntica (53% e 54%, respetivamente).

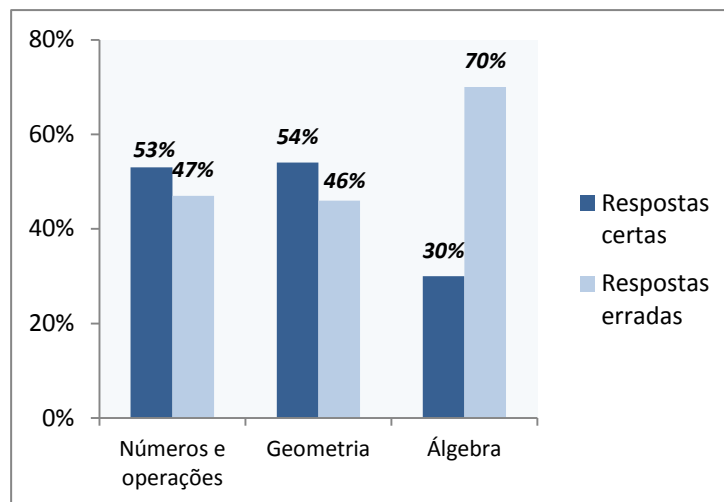


Gráfico 16: Frequências relativas (%) do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência III do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

O domínio da *álgebra* surge com uma percentagem elevada de respostas erradas (70%), contudo há que manter algumas reservas em relação a este resultado uma vez que traduz apenas o resultado de um único estímulo.

Tal como se constatou no grupo de sujeitos do 1º ciclo, e como se pode observar na tabela 25, o padrão de respostas obtido em cada estímulo das diferentes áreas temáticas revela uma disparidade de resultados que inviabiliza a associação do desempenho dos sujeitos com os *Temas matemáticos*.

| PADRÃO DE RESPOSTAS - <i>Temas matemáticos</i> | | | | | | | | | | | | | Grupo 2 [n = 33] | | |
|--|------------------------------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------------------|------------------|---------|--|
| Temas matemáticos | | Geometria | | | | | | | | | | Números e operações | | Álgebra | |
| Nº dos estímulos | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | |
| Frequências de respostas certas | <i>Abs. (n_i)</i> | 32 | 18 | 25 | 14 | 20 | 8 | 17 | 19 | 14 | 10 | 6 | 29 | 10 | |
| | <i>Rel.% (f_i)</i> | 97% | 55% | 76% | 42% | 61% | 24% | 52% | 58% | 42% | 30% | 18% | 88% | 30% | |
| Frequências de respostas erradas | <i>Abs. (n_i)</i> | 1 | 15 | 8 | 19 | 13 | 25 | 16 | 14 | 19 | 23 | 27 | 4 | 23 | |
| | <i>Rel.% (f_i)</i> | 3% | 45% | 24% | 58% | 39% | 76% | 48% | 42% | 58% | 70% | 82% | 12% | 70% | |

Tabela 25: Frequências do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência III do grupo 2 (2º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

Quer nos estímulos da área *números e operações*, quer nos estímulos do domínio *geometria*, contrastam os resultados francamente positivos com resultados substancialmente negativos.

Em *geometria*, a frequência de respostas certas é elevada nos estímulos 1 e 3 mas é muito baixa, por exemplo, nos estímulos 6 e 10.

Os problemas do domínio *números e operações* também apresentam padrões de respostas bastante distintos. A frequência de respostas certas no estímulo 11 é apenas de 18%, enquanto o estímulo 12 obteve 88% de respostas da mesma natureza.

Estes indicadores afastam a hipótese de eleger os *Temas matemáticos* como um fator determinante no processo de resolução dos problemas de escolha múltipla e suscitam a análise de outros fatores do âmbito restrito da competência matemática, nomeadamente as tarefas/procedimentos necessários para alcançar a solução.

Para analisar a influência dos *Processos de operacionalização*, agruparam-se os estímulos em função do tipo de conhecimentos necessários para a resolução dos problemas.

| PADRÃO DE RESPOSTAS - <i>Processos de operacionalização</i> | | | | Grupo 2 [n = 33] | |
|---|----------------------------------|--|-------------------------|---|-------------------------|
| Processos de operacionalização | Estímulos | Frequências médias de respostas certas | | Frequências médias de respostas erradas | |
| | | Abs. (n _i) | Rel.% (f _i) | Abs. (n _i) | Rel.% (f _i) |
| <i>Conhecimento conceptual</i> | 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 | 18 | 54% | 15 | 46% |
| <i>Conhecimento processual</i> | 11; 12; 13 | 14 | 42% | 19 | 58% |

Tabela 26: Frequências do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência III do grupo 2 (2ºciclo) para a variável *Processos de operacionalização*

Como demonstram os resultados, patentes na tabela 26, os itens que convocam apenas o conhecimento conceptual registaram uma taxa de sucesso mais elevada, quando comparados com os problemas que desencadeiam procedimentos mais complexos que envolvem fundamentalmente o conhecimento processual.

Uma vez mais, e tal como se verificou na análise da influência dos *Temas matemáticos*, estes resultados apenas apontam uma tendência, dado que se verificam diferenças acentuadas entre os problemas que têm por base as mesmas noções/conceitos matemáticos ou exigem os mesmos procedimentos de resolução.

Para ilustrar esta premissa, observem-se os estímulos 5 (*fig. 143*) e 6 (*fig. 144*).

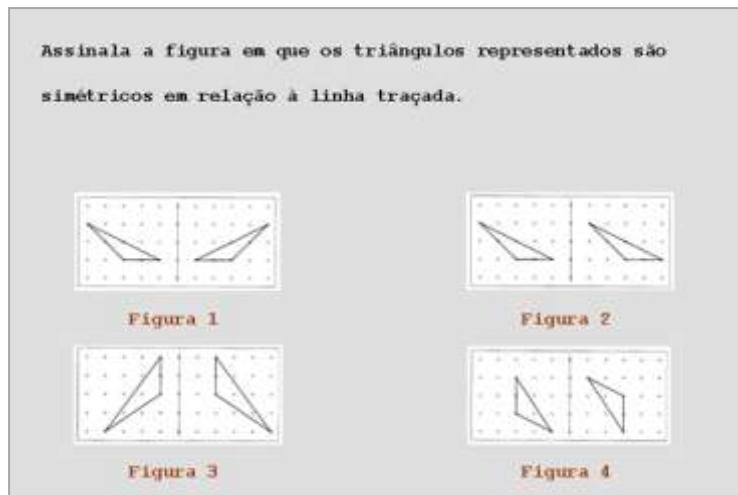


Figura 143: Estímulo 5 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

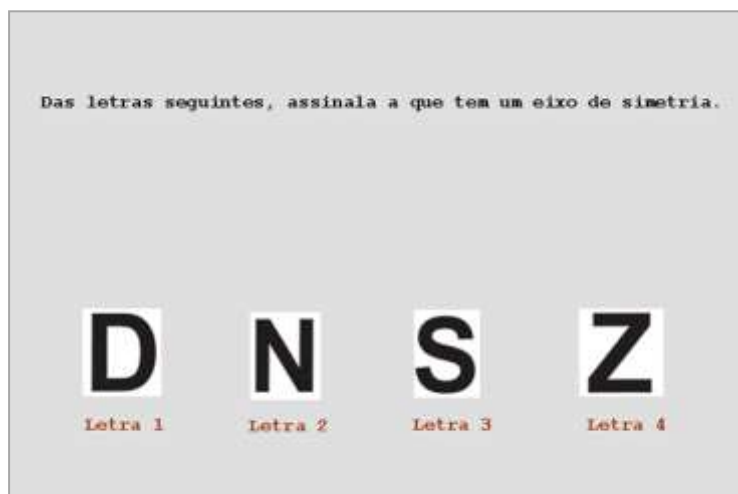


Figura 144: Estímulo 6 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

Ambos os estímulos se enquadram no mesmo tema matemático (*geometria*) e requerem o conhecimento da noção de “*simetria*”. No entanto, a sua resolução promoveu desempenhos distintos.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | Nº de fixações | | Nº de transições | Padrão de respostas | |
|------------|----------------------|--------------------|----------------|--------------------|------------------|---------------------|---------|
| | Texto | Opções de resposta | Texto | Opções de Resposta | | Certas | Erradas |
| 5 (15 U S) | 4,995 | 6,427 | 18 | 19 | 2 | 61% | 39% |
| 6 (11 U S) | 5,090 | 11,578 | 17 | 27 | 3 | 24% | 76% |

Tabela 27: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações*, *transições* e *padrão de respostas* nos estímulos 5 e 6 do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

O tempo de leitura do texto do estímulo 6 (fig. 144), formado apenas por 11 unidades de significação (U S), foi ligeiramente superior ao tempo de leitura do texto do estímulo 5 (fig. 143), que é mais extenso (15 U S).

Em relação às opções de resposta, o estímulo 6 obteve valores médios de tempo de leitura (11,578s) e de fixações (27) mais elevados, denotando que a análise das imagens foi uma tarefa cognitiva mais complexa, uma vez que, para identificar entre as quatro opções de resposta a única que “*tem um eixo de simetria*”, os sujeitos tiveram que inferir a representação de um eixo de simetria em cada uma das figuras.

No estímulo 5, em que as opções de resposta explicitam visualmente toda a informação que orienta a escolha dos significados expressos nas representações icônicas, registaram-se, nesta parte do enunciado, valores médios menos acentuados de tempo de leitura (6,427s) e de fixações (19), evidenciando-se como uma tarefa cognitiva menos complexa que fez menos exigências ao nível da memória de trabalho.

A complexidade dos procedimentos exigidos em cada problema objetiva-se no padrão de respostas (61% de respostas certas no estímulo 5 face a 24% de respostas da mesma natureza no estímulo 6).

A análise da influência dos *Temas matemáticos* e dos *Processos de operacionalização* no desempenho dos sujeitos do 2º ciclo não apresenta resultados consistentes que sustentem a hipótese da resolução dos enunciados verbais dos problemas de escolha múltipla estar diretamente dependente de fatores do âmbito do currículo da matemática.

Ainda que os problemas que convocam apenas o conhecimento conceptual se tenham revelado mais acessíveis, com reflexos no aumento de respostas certas, as distintas taxas de sucesso obtidas nos estímulos pertencentes às mesmas áreas temáticas e que requerem os mesmos procedimentos de resolução suscitam a análise de outras variáveis associadas às características estruturais e discursivas dos enunciados dos problemas.

No **grupo de sujeitos do 3º ciclo**, a análise destes dois fatores (*Temas matemáticos* e *Processos de operacionalização*) no processo de resolução de problemas reflete a tendência verificada nos restantes grupos de sujeitos mais novos, embora neste

grupo de sujeitos a frequência de respostas erradas supere a frequência de respostas certas na maioria das áreas temáticas.

Como se pode observar no gráfico 17, a frequência de respostas erradas é claramente superior à frequência de respostas certas nos estímulos dos diferentes temas matemáticos, com exceção dos problemas do âmbito da *organização e tratamento de dados*, onde a percentagem de respostas corretas (52%) é ligeiramente superior à percentagem de respostas incorretas (48%).

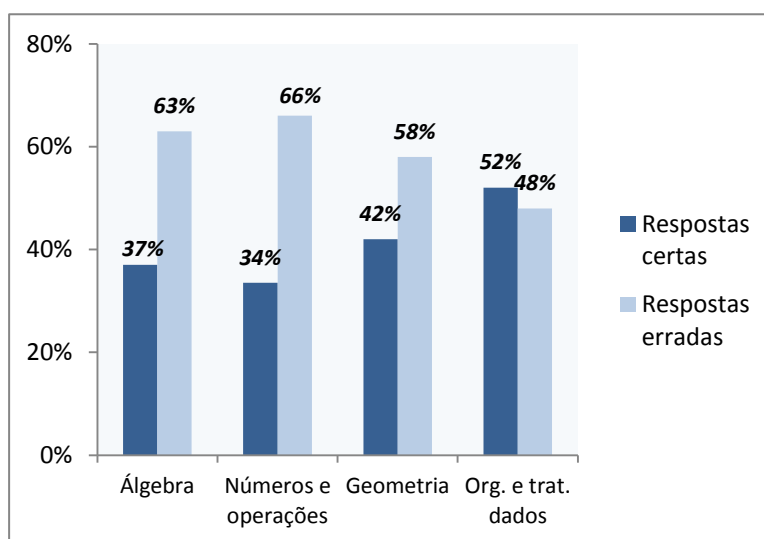


Gráfico 17: Frequências relativas (%) do padrão de respostas nos estímulos da Experiência III do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

As áreas *álgebra* e *números e operações* lideram com a média mais elevada de respostas erradas (63% e 66%, respetivamente).

Com diferenças menos acentuadas, a frequência de respostas incorretas (58%) nos estímulos do âmbito da *geometria* é igualmente superior à frequência de respostas certas (42%).

Os resultados destacam a *organização e tratamento de dados* como a área temática que garantiu os melhores desempenhos. Todavia, a disparidade de frequência de respostas certas entre os estímulos pertencentes quer a este domínio quer aos restantes temas matemáticos, observável na tabela 28, não permite associar o desempenho dos sujeitos com as diversas áreas temáticas que enformam o Programa de Matemática do Ensino Básico, nem tão pouco distinguir as áreas temáticas como indicadores da complexidade da resolução dos problemas de escolha múltipla.

| PADRÃO DE RESPOSTAS - <i>Temas matemáticos</i> | | | | | | | | | Grupo 3 [n = 30] | | | | |
|--|-------------------------|----------------------------|-----|-----------|-----|-----|-----|-----|------------------|---------------------|-----|---------|-----|
| Temas matemáticos | | Org. e tratamento de dados | | Geometria | | | | | | Números e operações | | Álgebra | |
| Nº dos estímulos | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 | 11 | 7 | 8 | 9 | 12 |
| Frequências de respostas certas | Abs. (n _i) | 26 | 5 | 15 | 9 | 7 | 17 | 9 | 19 | 5 | 15 | 8 | 14 |
| | Rel.% (f _i) | 87% | 17% | 50% | 30% | 23% | 57% | 30% | 63% | 17% | 50% | 27% | 47% |
| Frequências de respostas erradas | Abs. (n _i) | 4 | 25 | 15 | 21 | 23 | 13 | 21 | 11 | 25 | 15 | 22 | 16 |
| | Rel.% (f _i) | 13% | 83% | 50% | 70% | 77% | 43% | 70% | 37% | 83% | 50% | 73% | 53% |

Tabela 28: Frequências do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência III do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Temas matemáticos*

Para avaliar o impacto dos *Processos de operacionalização* convocados para a resolução dos problemas, compararam-se os resultados obtidos nos estímulos que requerem fundamentalmente o conhecimento conceptual, com os resultados dos estímulos que convocam para além do conhecimento conceptual, o conhecimento processual.

A tabela 29, que apresenta as frequências de respostas certas e erradas obtidas nos estímulos, agrupados em função dos conhecimentos solicitados no processo de resolução, permite evidenciar diferenças notórias.

| PADRÃO DE RESPOSTAS - <i>Processos de operacionalização</i> | | | | Grupo 3 [n = 30] | |
|---|--------------------|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| Processos de operacionalização | Estímulos | Frequência média de respostas certas | | Frequência média de respostas erradas | |
| | | Abs. (n _i) | Rel.% (f _i) | Abs. (n _i) | Rel.% (f _i) |
| <i>Conhecimento conceptual</i> | 1; 2; 3; 9; 11; 12 | 14 | 48% | 16 | 52% |
| <i>Conhecimento processual</i> | 4; 5; 6; 7; 8; 10 | 10 | 34% | 20 | 66% |


Tabela 29: Frequências do *padrão de respostas* nos estímulos da Experiência III do grupo 3 (3º ciclo) para a variável *Processos de operacionalização*

Os estímulos que apelam apenas para o conhecimento de conceitos e de noções do âmbito restrito da matemática registaram valores mais acentuados de respostas certas (48%), quando comparados com os valores análogos dos estímulos que envolvem a execução de estratégias de cálculo ou procedimentos mais complexos, como a manipulação/transformação dos dados apresentados nos problemas (34%).

À semelhança do que se verificou na análise dos *Temas matemáticos*, estes resultados apenas apontam uma tendência, dado que se verificam diferenças acentuadas entre os estímulos que têm por base as mesmas noções/conceitos matemáticos, como é o caso, por exemplo, dos problemas 1 (fig. 145) e 2 (fig. 146).

O dado da figura tem a forma de um octaedro regular. As suas 8 faces triangulares estão numeradas de 1 a 8 e têm igual probabilidade de saírem, quando se lança o dado.

Lançou-se o dado 8 vezes, e das 8 vezes saiu um número ímpar. O dado vai ser lançado de novo. Assinala a afirmação correcta.

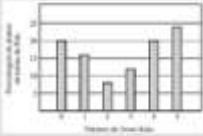


1. É mais provável que saia agora um número par.
2. É tão provável que saia um número par como um número ímpar.
3. É mais provável que continue a sair um número ímpar.
4. Não pode sair outra vez um número ímpar.

Figura 145: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Na escola da Rita, fez-se um estudo sobre o gosto dos alunos pela leitura. Um inquérito realizado incluía a questão seguinte.

«Quantos livros leste desde o início do ano lectivo?» As respostas obtidas na turma da Rita, relativamente a esta pergunta, estão representadas no gráfico de barras que se segue. Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma de Rita, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?



1. Ter lido menos do que um livro.
2. Ter lido mais do que dois livros.
3. Ter lido menos do que três livros.
4. Ter lido mais do que quatro livros.

Figura 146: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Estes dois estímulos do domínio da *organização e tratamento de dados* apresentam uma estrutura semelhante e convocam para a sua resolução o conhecimento da noção de “*probabilidades*”. Não obstante estas semelhanças, o padrão de respostas obtido em cada estímulo (o estímulo 1 registou 87% de respostas certas e o

estímulo 2 apenas alcançou 17% de respostas certas) enfraquece a hipótese dos *processos de operacionalização* se constituírem como o único fator a condicionar o processo de resolução de problemas.

Em conformidade com os resultados apresentados, e apesar de se ter verificado que os problemas que convocam procedimentos de resolução mais complexos, com recurso aos conhecimentos conceptual e processual, registam taxas de insucesso mais elevadas, não é pertinente limitar as dificuldades associadas ao processo de resolução apenas aos fatores do domínio da matemática sem se ter em conta variáveis de outra natureza.

Em suma, ***a análise do desempenho dos sujeitos dos três grupos (4º, 6º e 9º anos de escolaridade), relativo à resolução de problemas de escolha múltipla, que corrobora os dados obtidos na análise do desempenho dos mesmos sujeitos na resolução de problemas de construção (Experiência II), não permite validar a hipótese 1, que aponta a influência dos temas matemáticos como um eixo fundamental no processo de resolução de problemas verbais.***

O fundamento de não se estabelecer uma relação direta entre a capacidade de resolver problemas verbais e os temas matemáticos ficou reforçado pela análise de itens que estavam agregados aos mesmos domínios temáticos mas que obtiveram distintos padrões de respostas.

O facto de não se ter destacado no desempenho dos sujeitos nenhuma área temática do conjunto de temas que foram analisados também ajuda a enfraquecer a hipótese de se atribuir aos temas matemáticos, em geral, ou a alguma área, em particular, as dificuldades manifestadas no processo de resolução de problemas verbais.

Ainda no âmbito restrito da competência matemática, a análise do desempenho dos sujeitos confirmou a hipótese 2, evidenciando a influência dos conhecimentos e dos procedimentos matemáticos no processo de resolução de problemas.

Atendendo aos resultados alcançados, a resolução dos itens que convocam essencialmente o conhecimento de noções e conceitos matemáticos distingue-se como uma tarefa menos complexa, que faz menos exigências ao nível da memória de trabalho, ainda que não dispense o recurso aos conhecimentos prévios que se destacam como um

forte indicador que, para além de poder condicionar as etapas iniciais do processo de resolução, ou seja, o processamento da informação, afeta as subseqüentes etapas de resolução.

Os problemas que requerem fundamentalmente o conhecimento processual registaram acentuados índices de insucesso com uma avultada frequência de respostas erradas. O desempenho dos sujeitos dos três grupos analisados demonstrou que os problemas que convocam mais etapas no processo de resolução, ou seja, que implicam o mapeamento da informação numa representação coerente do problema para definir um plano estratégico e selecionar as operações matemáticas necessárias para responder às questões enunciativas, assumem-se como mais complexos e exigem um maior dispêndio de recursos cognitivos, com reflexos nem sempre positivos no resultado final.

Sem relegar a relevância dos processos de operacionalização, mas tendo presente que entre os problemas que convocavam os mesmos procedimentos também se registaram padrões de respostas distintos, quer nesta experiência, quer na experiência anterior, parece insuficiente circunscrever-se as dificuldades associadas ao processo de resolução apenas aos elementos estruturantes do âmbito restrito da matemática, sem se considerar outras variáveis que se possam constituir como indicadores preponderantes, nomeadamente as características discursivas e estruturais dos enunciados dos problemas verbais.

A extensão dos enunciados dos problemas verbais de escolha múltipla

Para testar a terceira hipótese de investigação e determinar a influência da extensão dos enunciados no desempenho dos três grupos de sujeitos relativamente à resolução de problemas de escolha múltipla, seguiu-se o mesmo procedimento adotado na Experiência II, construindo-se, para o efeito, matrizes de correlações, resultantes da aplicação do coeficiente de *correlação Spearman* com os respetivos testes de significância estatística, para analisar a associação (ou dependência) das variáveis relativas ao desempenho dos sujeitos, nomeadamente o *tempo de leitura (TL)*, o número total de *fixações (Nº Fix.)*, o número total de *transições (Nº Trans.)* e o *padrão de respostas (certas e erradas)*, com a *extensão dos estímulos*, designadamente o número de unidades de significação (*Nº de U S*) das duas partes que constituem os enunciados (1ª parte [exposição inicial + questão] e 2ª parte [leque de quatro opções de resposta]).

As matrizes de *correlações de Spearman* estão disponíveis para consulta no CD de anexos - Pasta X.

A análise do desempenho dos **sujeitos do grupo 1 (1º ciclo)** relativamente ao tópico em estudo identifica:

- uma correlação positiva estatisticamente significativa (para um nível de significância de 1%) do número de unidades de significação da 1ª parte dos enunciados com o tempo de leitura, $r_s(29) = 0.856$, $P = 0.000$, e o número de fixações, $r_s(29) = 0.922$, $P = 0.000$, o que significa que os enunciados com contextos mais extensos promovem o agravamento do tempo de leitura e consequentemente um aumento do número de fixações no decurso do processamento da informação.
- uma associação positiva, igualmente estatisticamente significativa para um nível de significância de 1%, entre o tempo de leitura e o número de fixações realizadas na 1ª parte dos enunciados, $r_s(29) = 0.968$, $P = 0.000$.

De modo a tornar mais perceptível estas correlações, observem-se os resultados referentes ao tempo de leitura (gráfico 18) e ao número médio de fixações (gráfico 19) dos estímulos do domínio *números e operações*, dispostos pela ordem crescente do número de unidades de significação que integram a 1ª parte dos enunciados.

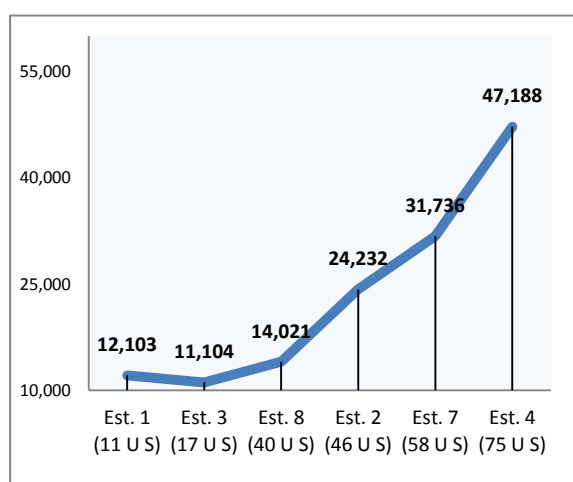


Gráfico 18: Frequências [n_i] de TL (s) na 1ª parte dos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

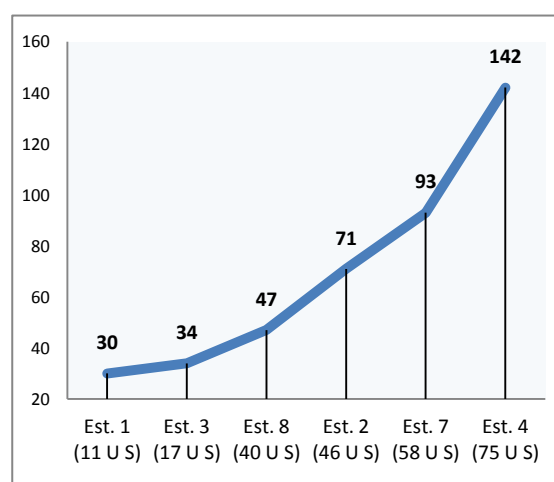


Gráfico 19: Frequências [n_i] de FIX na 1ª parte dos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

Verifica-se, em ambos os gráficos, uma orientação ascendente das curvas de densidade que reflete a inflação do tempo de leitura e o aumento do número de fixações nos enunciados mais extensos que reduzem significativamente nos enunciados mais curtos. Os textos mais extensos obrigam à realização de um maior número de fixações durante a leitura e o processamento da informação alonga-se igualmente por um período de tempo mais prolongado.

A relação entre estas pistas de processamento e a extensão dos enunciados dos problemas é corroborada pela análise da 2ª parte dos enunciados (o leque de quatro opções de resposta) que indica:

- c) uma correlação positiva estatisticamente significativa (para um nível de significância de 1%) da extensão da 2ª parte dos enunciados com o tempo de leitura e o número de fixações, $r_s(29) = 0.836, P = 0.003$;
- d) uma associação positiva, igualmente estatisticamente significativa para um nível de significância de 1%, entre o tempo de leitura e o número de fixações realizadas na 2ª parte dos enunciados, $r_s(29) = 0.976, P = 0.000$.

Como se pode observar no gráfico 20, que ilustra o tempo dedicado à leitura das opções de resposta, e no gráfico 21, que apresenta a frequência de fixações realizadas durante o processamento da informação desta área dos problemas do tema *números e operações*, a orientação ascendente das curvas de densidade mostra, uma vez mais, que o tempo de leitura e o número de fixações estão em parte dependentes da extensão dos enunciados.

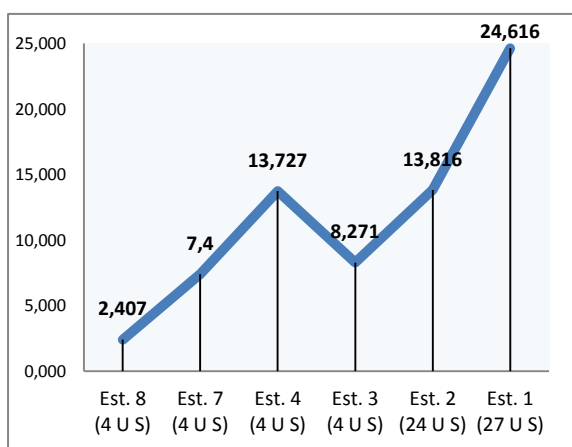


Gráfico 20: Frequências $[n_i]$ de TL (s) na 2ª parte dos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

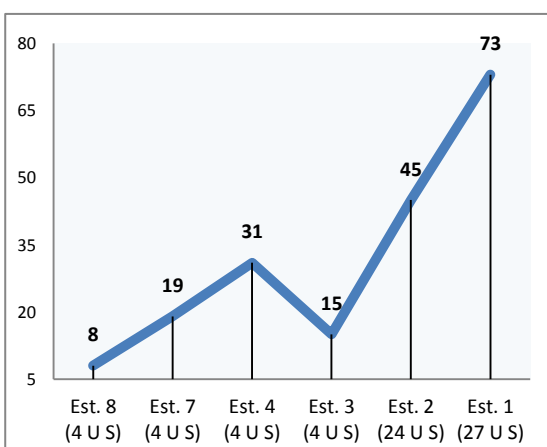


Gráfico 21: Frequências $[n_i]$ de FIX. na 2ª parte dos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

Se a análise do padrão de respostas não evidenciou a relação desta variável com a extensão dos enunciados, ou seja, não se registaram correlações estatisticamente significativas, nem na 1ª parte [$r_s(29) = -0.212, P = 0.447$], nem na 2ª parte dos enunciados [$r_s(29) = -0.252, P = 0.483$], que permitam concluir que o número de unidades de significação interfere no desempenho dos sujeitos, nomeadamente na resolução com (in)sucesso dos problemas, já a análise do volume de transições realizadas entre as duas partes dos enunciados revelam fortes indícios que podem, em parte, justificar as causas subjacentes às dificuldades no processo de resolução de problemas de escolha múltipla, uma vez que se identificou:

- e) uma correlação positiva estatisticamente significativa (para um nível de significância de 5%) do número de transições com o tempo de leitura da 1ª parte dos enunciados, $r_s(29) = 0.568, P = 0.027$;
- f) uma associação, igualmente, estatisticamente significativa, para um nível de significância de 1%, do número de transições com o tempo de leitura e o número de fixações da 2ª parte dos enunciados, $r_s(29) = 0.782, P = 0.008$ e $r_s(29) = 0.782, P = 0.004$, respetivamente.

Estes resultados indicam que contextos mais longos, portadores de uma maior quantidade de informação (relevante e/ou irrelevante para a tarefas de resolução), ou opções de resposta mais extensas exigem, para além de mais tempo de leitura que resulta igualmente num maior número de fixações necessárias para processar a informação, a realização de mais transições entre as duas partes do enunciado de forma a articular a informação de ambas as áreas e a aferir a veracidade de cada uma das opções de resposta com o esquema ou modelo mental que fora construído a partir da situação do problema.

Os estímulos 3 (*fig. 147*) e 2 (*fig. 148*) são um exemplo, entre muitos outros, que requerem um tratamento diferenciado no decurso do processo de resolução, embora pertençam ao mesmo tema matemático (*números e operações*), tenham a mesma estrutura (monomodal) e convoquem o mesmo procedimento (a identificação de diferentes representações para o mesmo valor numérico).

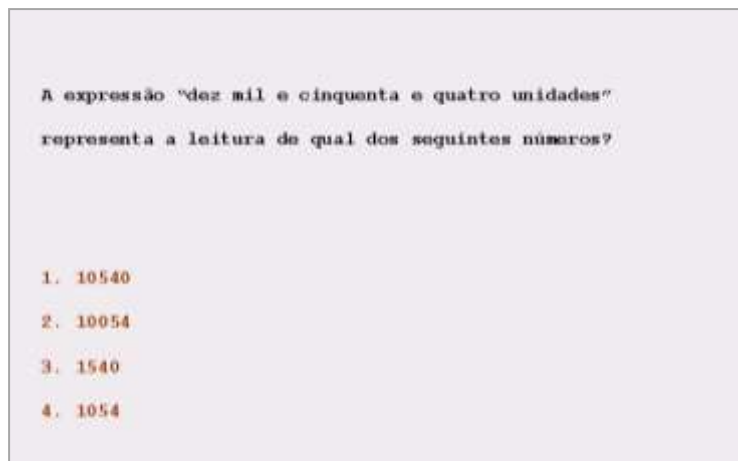


Figura 147: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

O estímulo 3 (*fig. 147*), com um enunciado breve, é constituído apenas por uma sequência injuntivo-instrucional que destaca graficamente, através de aspas (“”), a informação relevante, que deve ser identificada entre as opções de resposta da 2ª parte do problema.

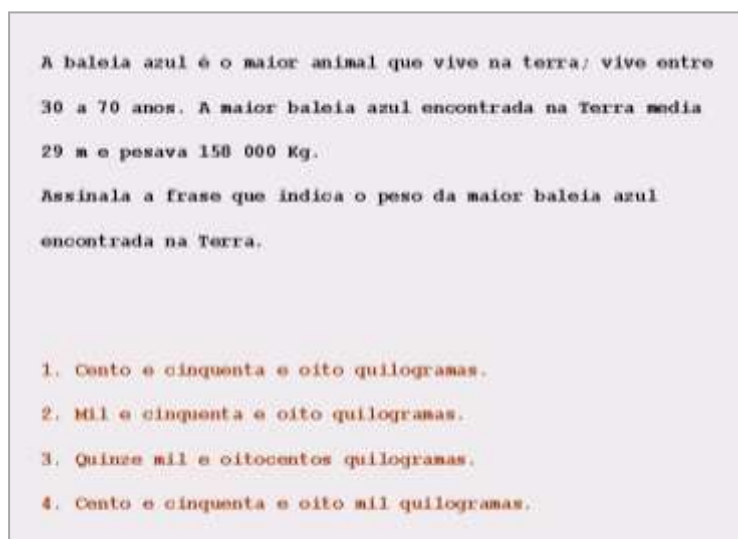


Figura 148: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

O estímulo 2 (*fig. 148*), com um contexto mais extenso, obriga ao tratamento da informação, i.e., à seleção da informação relevante (“150 000kg”), descartando a informação irrelevante, para identificar a opção de resposta que corresponda à representação numérica “cento e cinquenta e oito mil quilogramas” e que traduza “o peso da maior baleia”. Ora o processamento da informação deste estímulo faz muito

mais exigências ao nível da memória de trabalho (esgotando parte dos recursos cognitivos a processar uma avultada quantidade de informação, da qual apenas uma pequena parcela é relevante para o processo de resolução e deixando pouco espaço disponível para a tarefa matemática original) e reflete-se inevitavelmente no desempenho dos sujeitos.

Como se pode observar pelos registos oculares (*fig. 149 e fig. 150*), realizados pelo mesmo sujeito [AFS-0497], que resolveu com sucesso os dois problemas, o estímulo 2 promoveu não só mais fixações, como desencadeou um maior número de transições entre as duas áreas do enunciado (*fig. 150*).

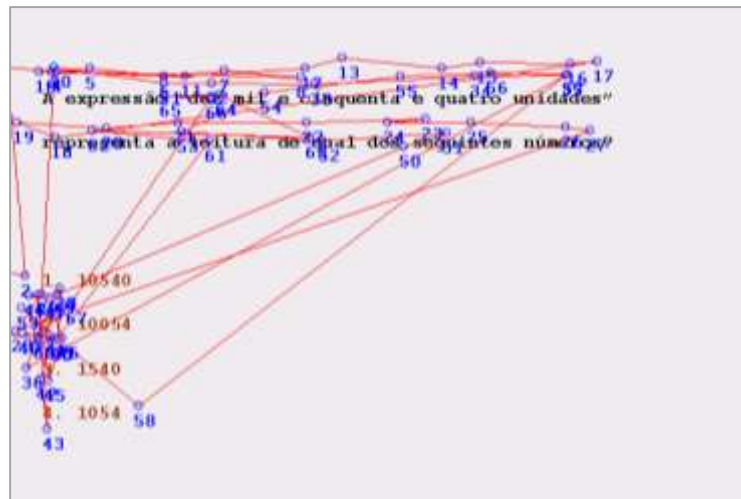


Figura 149: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 3 com resposta certa



Figura 150: Registo ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 2 com resposta certa

A análise do desempenho dos sujeitos face ao tópico em análise identifica ainda g) uma correlação negativa, estatisticamente significativa (para um nível de significância de 5%) entre o número de transições e o número de respostas certas, $r_s(29) = -0.594$, $P = 0.019$, ou seja, estas duas variáveis variam em sentido contrário. Às categorias mais elevadas de uma variável, neste caso, o maior número de transições, estão associadas as categorias mais baixas da outra variável, ou seja, o menor número de respostas certas.

Desta forma, e estando as transições associadas ao tempo de leitura e ao número de fixações, que por sua vez estão dependentes da extensão dos enunciados, e relacionadas com a baixa frequência de respostas certas, parece evidente que a extensão dos enunciados dos problemas de escolha múltipla interfere no desempenho dos sujeitos do 1º ciclo, quer ao nível do processamento da informação, quer nas etapas seguintes do processo de resolução.

A influência da extensão dos problemas no **desempenho do grupo de sujeitos do 2º ciclo** reflete a tendência já observada no desempenho dos sujeitos do 1º ciclo.

A matriz de correlações de *Spearman* das variáveis analisadas (*tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas*) aponta para

- a) uma correlação positiva estatisticamente significativa (para um nível de significância de 1%) do número de unidades de significação da 1ª parte dos enunciados com o tempo de leitura, $r_s(31) = 0.747$, $P = 0.003$, e com o número de fixações, $r_s(31) = 0.793$, $P = 0.001$;
- b) uma associação positiva, igualmente estatisticamente significativa para um nível de significância de 1%, entre o tempo de leitura e o número de fixações realizadas na 1ª parte dos enunciados, $r_s(31) = 0.984$, $P = 0.000$, que é corroborada pela correlação das mesmas variáveis na 2ª parte dos enunciados, $r_s(31) = 0.964$, $P = 0.000$.

A dependência entre estas variáveis indica que os enunciados mais extensos promovem o agravamento do tempo de leitura e conseqüentemente o aumento do número de fixações no decurso do processamento da informação, como se pode observar nos gráficos 22 e 23 que apresentam os estímulos do domínio *números e operações* alinhados de acordo com o número de unidades de significação.

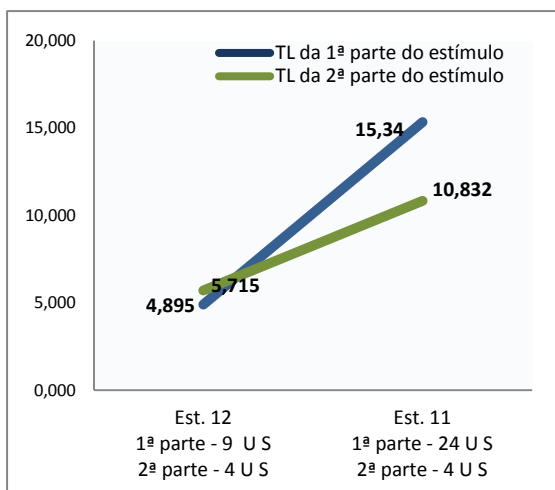


Gráfico 22: Frequências $[n_i]$ de TL (s) nos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

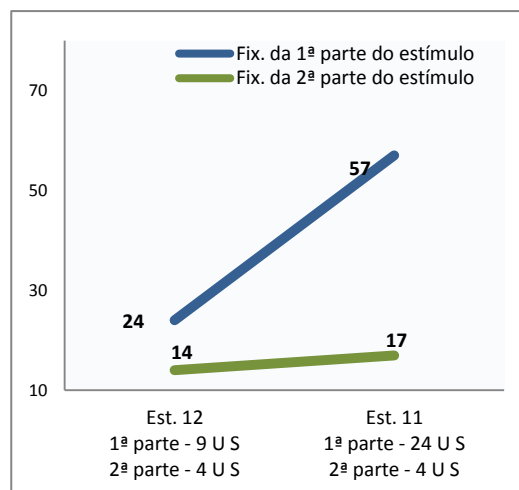


Gráfico 23: Frequências $[n_i]$ de FIX. nos estímulos do tema *números e operações* do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

Os resultados apresentados nos dois gráficos espelham, através da uma orientação ascendente das curvas de densidade, quer a inflação dos tempos de leitura, quer o aumento do número de fixações no estímulo mais longo.

Através destas representações gráficas, é ainda possível conferir

- c) a correlação positiva entre o tempo de leitura da 1ª parte e o tempo de leitura da 2ª parte dos enunciados, $r_s(31) = 0.786$, $P = 0.036$, para um nível de significância de 5%.

Apesar dos estímulos aqui exemplificados apresentarem o mesmo número de unidades de significação nas opções de resposta (4), o estímulo 11, que registra mais tempo de leitura da 1ª parte do enunciado, vai também registrar um tempo mais acentuado de leitura na 2ª parte, revelando que o tempo de leitura, em estreita relação com o número de fixações, não reflete apenas a extensão dos enunciados, mas é uma pista válida das dificuldades associadas ao processamento da informação, revelada através da

- d) associação positiva, para um nível de significância de 5%, entre o tempo de leitura da 1ª parte do enunciado e o número de transições realizadas nas diferentes áreas do enunciado, $r_s(31) = 0.582$, $P = 0.037$, como ilustram os registros oculares relativos aos dois estímulos do tema *número e operações* (estímulos 11 e 12) realizados pelo mesmo sujeito [SFF-1795].

Um número inteiro foi multiplicado por 2, e o resultado obtido foi multiplicado por 5.

Assinala o número que pode representar o resultado final.

1. 2045
2. 2504
3. 2540
4. 5042

Figura 151: Estímulo 11 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

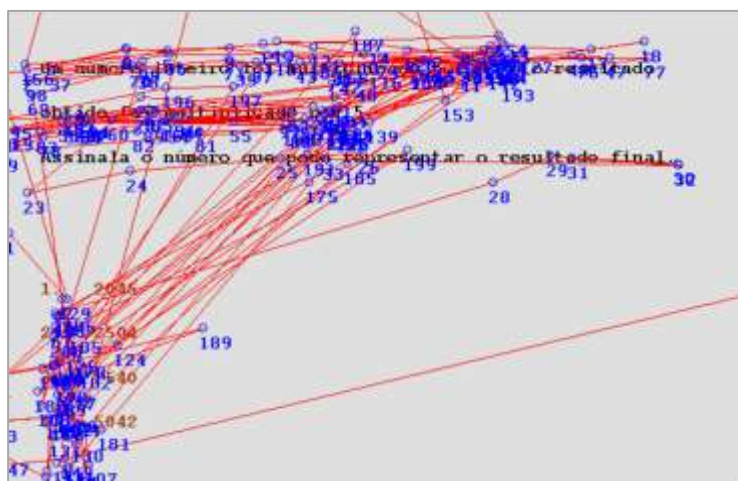


Figura 152: Registro ocular do sujeito [SFF-1795] relativo ao estímulo 11 com resposta certa

Assinala o número que não é divisor de 12.

1. 2
2. 4
3. 6
4. 8

Figura 153: Estímulo 12 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

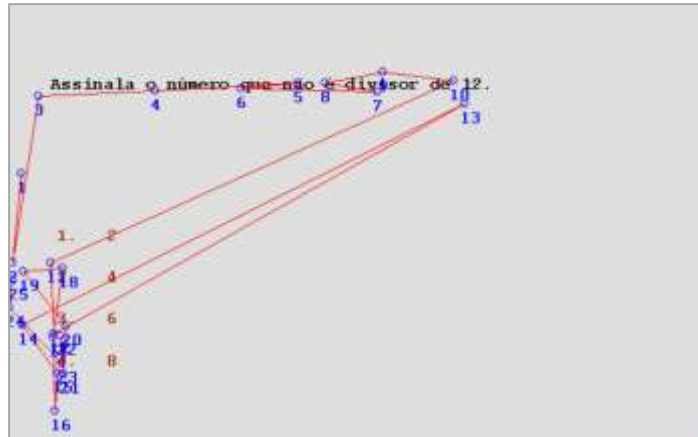


Figura 154: Registro ocular do sujeito do [SFF-1795] relativo ao estímulo 12 com resposta certa

- e) correlação negativa, entre o número de respostas certas e o tempo de leitura da 1ª parte [$r_s(31) = 0.719, P = 0.006$] e da 2ª parte [$r_s(31) = 0.800, P = 0.031$] dos enunciados dos problemas, para níveis de significância de 1% e 5%, respetivamente.

A dependência negativa entre estas variáveis indica que o aumento do tempo de leitura dos enunciados é diretamente proporcional à redução de respostas certas.

Os estímulos 1 (*fig. 155*) e 2 (*fig. 156*) do âmbito da *geometria* que convocam o mesmo procedimento (identificação de planificações) mas que proporcionaram desempenhos distintos são, entre outros, dois claros exemplos desta condição.

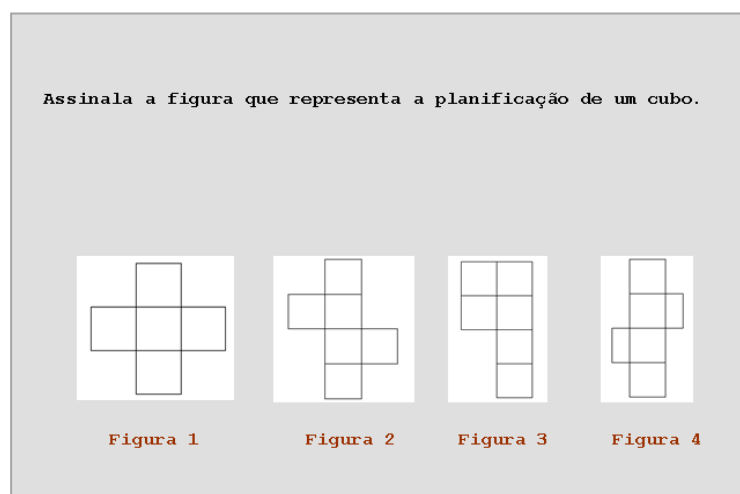


Figura 155: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

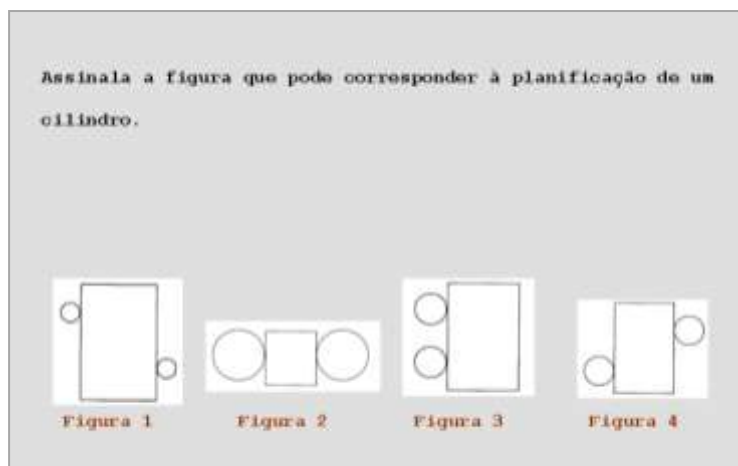


Figura 156: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

Conforme se observa na tabela 30, o estímulo 1, apesar de ser ligeiramente mais extenso, regista valores menos acentuados de tempo de leitura e uma taxa de sucesso bastante elevada, contrariamente ao estímulo 2 onde os valores de tempo de leitura são mais acentuados em todas as áreas dos enunciados e o valor percentual de respostas certas é significativamente inferior.

| Estímulos | Nº U S | Tempo de leitura (s) | | | Padrão de respostas | |
|------------|--------|----------------------|--------------|---------------|---------------------|------------|
| | | 1ª parte | 2ª parte | Total | Certas | Erradas |
| Estímulo 1 | 11 | 3,394 | 6,030 | 9,425 | 97% | 3% |
| Estímulo 2 | 10 | 3,424 | 8,712 | 12,136 | 55% | 45% |

Tabela 30: Valores médios de *tempo de leitura* e *padrão de respostas* nos estímulos 1 e 2 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

Face ao exposto, e à semelhança do que se verificou no grupo de sujeitos do 1º ciclo, a extensão dos enunciados atua de forma significativa no desempenho dos sujeitos do 2º ciclo, desde logo no processamento da informação que acaba por condicionar as restantes etapas do processo de resolução de problemas verbais de escolha múltipla.

O **desempenho do grupo de sujeitos do 3º ciclo** face ao tópico em análise (extensão dos enunciados dos problemas de escolha múltipla) manifesta parcialmente a tendência já observada no desempenho dos sujeitos mais novos.

Para este grupo de sujeitos, os resultados assinalam

- a) uma correlação estatisticamente significativa da extensão da 1ª parte dos enunciados com o tempo de leitura, $r_s(28) = 0.754$, $P = 0.005$, e com o número de fixações, $r_s(28) = 0.789$, $P = 0.002$, para um nível de significância de 1%;

- b) uma associação também estatisticamente significativa entre o tempo de leitura e o número de fixações realizadas na 1ª parte dos enunciados, $r_s(28) = 0.986$, $P = 0.000$, para um nível de significância de 1%, que é consubstanciada pela correlação positiva das mesmas variáveis na 2ª parte dos enunciados, $r_s(28) = 0.857$, $P = 0.014$ (para um nível de significância de 5%).

A título exemplificativo, elegeram-se os estímulos do tema *organização e tratamento de dados* para ilustrar, através das representações gráficas 24 e 25, as correlações anteriormente descritas.

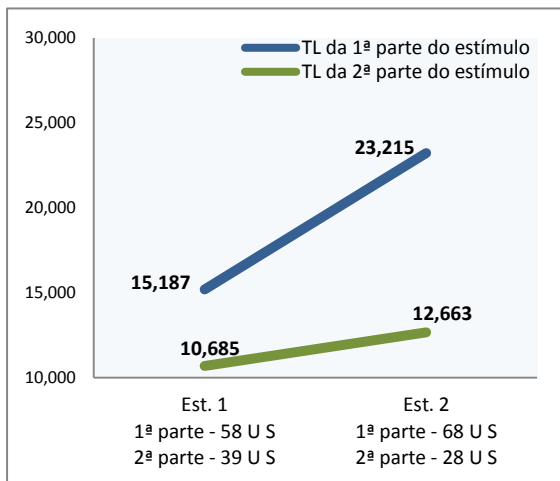


Gráfico 24: Frequências $[n_i]$ de TL (s) nos estímulos do tema *organização e tratamento de dados* do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

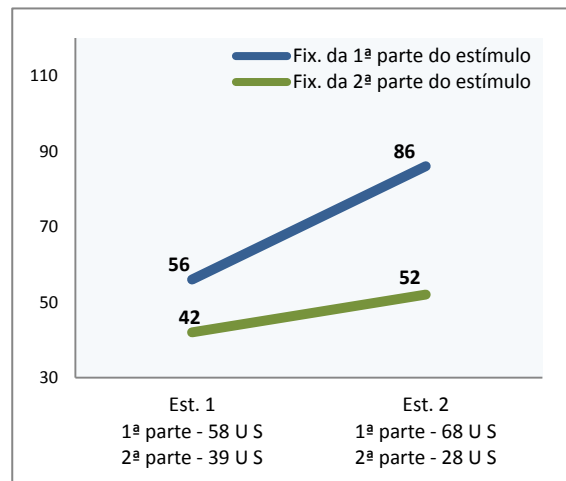


Gráfico 25: Frequências $[n_i]$ de FIX. nos estímulos do tema *organização e tratamento de dados* do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Através da orientação das curvas de densidade, observa-se que a extensão da 1ª parte dos estímulos, indicada nos eixos horizontais, promove um acréscimo de tempo de leitura que, por sua vez, fomenta de forma significativa o número de fixações, ou seja, os enunciados com mais unidades de significação exigem um dispêndio mais acentuado de tempo de leitura e a realização de mais fixações no processamento da informação, quer da 1ª parte, quer da 2ª parte dos problemas de escolha múltipla.


As fixações revelam-se como uma pista robusta no processamento da informação, surgindo associadas, de forma significativa, não apenas ao tempo despendido durante a leitura de cada uma das partes que compõem os enunciados, mas também correlacionadas com o número de unidades de significação.

- c) correlação estatisticamente significativa da extensão da 1ª parte do enunciado com o número de fixações realizadas na área das quatro opções de respostas, $r_s(28) = 0.786$, $P = 0.036$, (para um nível de significância de 5%), que indica que uma maior demanda de informação no contexto do enunciado implica um tratamento mais complexo das opções de resposta.

Os estímulos 1 e 2 (*fig.157* e *fig.158*) são, entre outros, um exemplo de como a extensão dos contextos conduz a um fluxo mais elevado de fixações no processamento das opções de resposta.

O dado da figura tem a forma de um octaedro regular. As suas 8 faces triangulares estão numeradas de 1 a 8 e têm igual probabilidade de saírem, quando se lança o dado.

Lançou-se o dado 8 vezes, e das 8 vezes saiu um número ímpar. O dado vai ser lançado de novo. Assinala a afirmação correcta.



1. É mais provável que saia agora um número par.
2. É tão provável que saia um número par como um número ímpar.
3. É mais provável que continue a sair um número ímpar.
4. Não pode sair outra vez um número ímpar.

Figura 157: Estímulo 1 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III

Na escola da Rita, fer-se um estudo sobre o gosto dos alunos pela leitura. Um inquérito realizado incluía a questão seguinte:

«Quantos livros leste desde o início do ano lectivo?» As respostas obtidas na turma da Rita, relativamente a esta pergunta, estão representadas no gráfico de barras que se segue. Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma de Rita, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?



1. Ter lido menos do que um livro.
2. Ter lido mais do que dois livros.
3. Ter lido menos do que três livros.
4. Ter lido mais do que quatro livros.

Figura 158: Estímulo 2 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III

Como mostram os registos oculares realizados pelo mesmo sujeito relativos a estes estímulos, apesar do problema 2 ter uma 2ª parte menos extensa (28 US), observa-se um acréscimo considerável de fixações, comparativamente com o número de fixações realizadas na 2ª parte do problema 1, que é mais extensa (39 US).



Figura 159: Registo ocular do sujeito [LSD-0592] relativo ao estímulo 1 com resposta certa

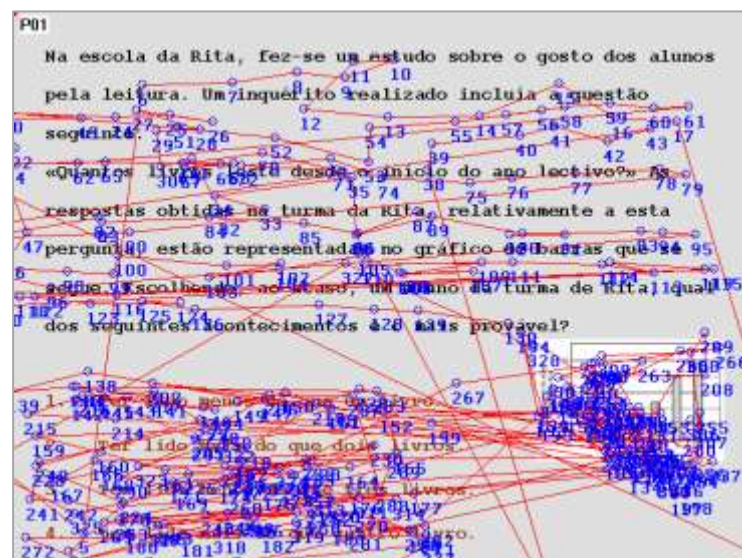


Figura 160: Registo ocular do sujeito [LSD-0592] relativo ao estímulo 2 com resposta certa

No desempenho deste grupo de sujeitos não foi identificada qualquer tipo de relação entre a extensão dos enunciados e o padrão de respostas, ou seja, há uma variabilidade de respostas certas entre os enunciados mais extenso e/ou mais reduzidos, pelo que não é possível estabelecer uma correlação entre estas variáveis.

Em síntese, ***a análise do desempenho dos três grupos de sujeitos relativa à influência da extensão dos enunciados no processo de resolução de problemas de escolha múltipla, reforçada pelos resultados obtidos na análise do mesmo tópico de investigação na experiência II, valida a hipótese 3, que sinaliza os enunciados mais longos como um fator que dificulta o processamento da informação textual, e acentua os resultados divulgados noutras investigações que apontam os contextos longos dos problemas como um “entrave” ao processo de resolução (Gerofsky, 1996; Toom, 1999; Versachaffel et al. 2000).***

A extensão dos enunciados, quer dos contextos, quer das opções de resposta, refletiu-se no desempenho dos sujeitos dos três grupos da amostra, através de um aumento expressivo do tempo de leitura e do número de fixações realizadas no decurso do processamento da informação.

Os contextos mais longos, e, portanto, com mais informação, para além de serem responsáveis por enunciados mais extensos, revelaram um “efeito perturbador” sobretudo no desempenho dos sujeitos mais novos (1º e 2º ciclos). A abundância de informação (relevante e irrelevante) dificultou a compreensão das situações enunciadas nos problemas e comprometeu as restantes etapas de resolução.

Ao aumento dos tempos de leitura e da quantidade de fixações associou-se um acentuado volume de transições realizadas entre as duas partes dos enunciados (contexto e opções de resposta), pista reveladora da dificuldade de integração e de tratamento de uma avultada quantidade de informação numa adequada representação mental da situação do problema que permita analisar com sucesso as opções de resposta.

A realização de mais transições entre as diferentes áreas do enunciado, de forma a procurar no contexto os dados que sirvam para justificar a escolha/seleção da resposta adequada, associada ao aumento estatisticamente significativo de respostas erradas, atesta que uma das dificuldades essenciais da resolução de problemas verbais reside no processamento de avultadas quantidades de informação (facto a que não será alheia a capacidade limitada da memória de trabalho) e na relação do resultado desse processamento com as restantes etapas do processo de resolução.

Tomando como referência que o aumento de tempo de leitura, de fixações, de transições e de respostas erradas é proporcional à extensão dos enunciados, considera-

-se que *os contextos longos não só não melhoram a acessibilidade às representações dos problemas, como impedem que o acesso se faça, obstruindo deste modo a compreensão/interpretação dos problemas.*

A complexidade das estruturas linguísticas dos problemas de escolha múltipla

Com este tópico de análise, pretende-se determinar em particular a influência da estrutura e da extensão das microestruturas linguísticas, isto é, dos constituintes frásicos que ocorrem a nível sintagmático e oracional na superfície do texto, no processo de resolução dos problemas verbais de escolha múltipla.

Em conformidade com este objetivo, compararam-se, através da aplicação de testes estatísticos não paramétricos, os resultados obtidos nas pistas de processamento *tempo de leitura, número de fixações, número de transições e padrão de respostas (certas e erradas)* dos problemas, cuja informação relevante para a execução das tarefas propostas ocorre em *estruturas sintagmáticas_{simples}*, com os problemas, cujos dados informativos relevantes são apresentados em *estruturas sintagmáticas_{complexas}*.

Para examinar o efeito da extensão e da composição das estruturas sintáticas no processamento da informação e nas subsequentes etapas de resolução, apresenta-se, para cada grupo da amostra, a análise de dois pares de estímulos que refletem o desempenho global dos sujeitos face ao tópico em análise.

Em relação ao desempenho do **grupo de sujeitos do 1º ciclo**,

- a) não foram registadas diferenças estatisticamente significativas entre os enunciados dos problemas com estruturas sintáticas simples e complexas para as variáveis: tempo de leitura do texto (" $p = 0.412$ ") e das opções de resposta (" $p = 0.711$ "); número de fixações do texto (" $p = 0.489$ ") e das opções de resposta (" $p = 0.711$ "); número de transições (" $p = 0.661$ ").


Estes resultados ter-se-ão ficado a dever ao facto de os problemas onde ocorrem este tipo de estruturas apresentarem enunciados com extensões variadas e estruturas diferentes (monomodais e bimodais), denotando a interdependência de fatores estruturais e discursivos no processo de resolução dos problemas de escolha múltipla.

- b) foram identificadas diferenças significativas, para um nível de significância de 5%, entre os problemas com estruturas sintáticas distintas para a variável

padrão de respostas (“ $p = 0.010$ ”), ou seja, os problemas cujos dados necessários para a execução das tarefas ocorrem em estruturas sintáticas simples registaram uma média de respostas certas superior à registada nos problemas cuja informação relevante está integrada em construções linguísticas complexas.

Para demonstrar estes resultados, observem-se os estímulos 9 (fig. 161) e 10 (fig.162) bastante semelhantes do ponto de vista estrutural e dos princípios fundamentais que regulam a sua resolução.

O jarro apresentado na figura contém 0,5 litro de sumo de laranja.



Assinala a melhor estimativa para a quantidade de litros de sumo que o jarro cheio leva.

1. Entre 0,5 litro e 0,99 litros.
2. Entre 1 litro e 1,24 litros.
3. Entre 1,25 litros e 1,74 litros.
4. Entre 1,75 litros e 2 litros.

Figura 161: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

O Raul guardou os seus 147 berlindes num frasco. A sua prima Paula também tem um frasco cheio de berlindes.

Assinala a melhor estimativa para o número de berlindes do frasco da Paula.



Frasco de berlindes do Raul Frasco de berlindes da Paula

1. 20
2. 70
3. 120
4. 140

Figura 162: Estímulo 10 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

Ambos os problemas integram o mesmo tema matemático (*medida*), requerem procedimentos idênticos (efetuar estimativas), têm a mesma estrutura (bimodal híbrida) e apresentam os dados relevantes para a execução das tarefas em constituintes frásicos que ocorrem em posição pós-verbal.

Estas semelhanças fariam prever um desempenho semelhante na resolução das tarefas solicitadas. No entanto, como se observa na tabela 31, o estímulo 9, cujo texto é formado por menos unidades de significação (28) registou tempos mais acentuados de leitura e um maior volume de fixações, comparativamente com os valores análogos obtidos no estímulo 10, destacando-se as construções linguísticas com estruturas e extensões distintas como a principal causa para esta distinção de desempenho.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | | Nº de fixações | | | Nº de transições | Padrão de respostas | |
|--|----------------------|---------|--------------------|----------------|---------|--------------------|------------------|---------------------|---------|
| | Texto | Imagens | Opções de resposta | Texto | Imagens | Opções de resposta | | Certas | Erradas |
| 9 1ª parte - 28 U S 2ª parte - 24 U S | 14,983 | 1,667 | 15,038 | 47 | 5 | 42 | 9 | 10% | 90% |
| 10 1ª parte - 33 U S 2ª parte - 4 U S | 12,044 | 7,690 | 5,359 | 39 | 20 | 15 | 10 | 55% | 45% |

Tabela 31: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações*, *transições* e *padrão de respostas* registrados nos estímulos 9 e 10 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

A informação relevante para a execução das tarefas requeridas ocorre em ambos os estímulos logo nas sequências iniciais que descrevem as situações enunciadas, no estímulo 9 através de um $SN_{complexo}$ [$0,5_{[quantificador]}$ litro_[N] de sumo de laranja_[complementos]] e no estímulo 10 num $SN_{simples}$ [$147_{[quantificador]}$ berlines_[N]].

A sequência injuntivo-instrucional, através da qual é indicada a tarefa a realizar, é marcada linguisticamente, em ambos os estímulos, por um verbo nuclear de ação predicativa (*assinala*), portador da informação operatória que funciona como um “guia” do plano de resolução. No estímulo 9, o *SN* em posição pós-verbal apresenta uma estrutura complexa [*a melhor estimativa_[N] para a quantidade_[adjunto] de litros de sumo_[complementos] que o jarro cheio leva_[modificador oracional]*] e no estímulo 10 o *SN* subcategorizado pelo verbo tem uma estrutura menos complexa e extensa [*a melhor estimativa_[N] para o número_[adjunto] de berlines do frasco da Paula_[complementos]*].

Se a extensão e a complexidade das estruturas linguísticas se refletiu no ligeiro aumento do tempo de leitura e no *número* de fixações realizadas durante a leitura e o

processamento da informação, é através do padrão de respostas que se evidencia de forma significativa o efeito das estruturas sintáticas na compreensão das situações enunciadas nos problemas.

Conforme se observa na tabela 32, no estímulo 9 apenas 10% dos sujeitos da amostra indicaram corretamente a opção de resposta “Entre 1,25 litro e 1,74 litros” que corresponde “à quantidade de litros de sumo que o jaro cheio leva”, enquanto no estímulo 10 a opção correta, “70 (berlindes)”, registou uma frequência de 55% de respostas.

| <i>Estímulo 9</i> | | <i>Estímulo 10</i> | |
|---------------------------------------|----------------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| Opções de resposta | Frequências relativas (%) | Opções de resposta | Frequências relativas (%) |
| Entre 0,5 litro e 0,99 litros | 48% | 20 | 10% |
| Entre 1 litro e 1,24 litros | 29% | 70 | 55% |
| Entre 1,25 litro e 1,74 litros | 10% | 120 | 19% |
| Entre 1,75 litro e 2 litros | 13% | 140 | 16% |

Tabela 32: Frequências relativas de respostas nos estímulos 9 e 10 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

No estímulo 9, a frequência relativa mais elevada de respostas (48%) verifica-se na primeira opção (“Entre 0,5 litro e 0,99 litros”), sendo um claro indicador de que a informação da sequência injuntivo-instrucional não foi totalmente processada, nomeadamente a estrutura oracional relativa [“que o jaro cheio leva”], comprometendo assim as etapas subsequentes de resolução do problema. Nesta situação em concreto, os sujeitos procuraram estabelecer conexões entre os dados informativos textuais e os dados das opções de resposta, desencadeando um plano de resolução ancorado pelas referências comuns das duas partes do enunciado “0,5 litro” e não atendendo à informação veiculada no final da questão “jaro cheio” que os “guiava” na análise das características e das propriedades da imagem (fundamental para a execução da tarefa proposta). Esta estratégia de resolução foi corroborada pelos valores médios obtidos na leitura/observação da imagem (1,667s de *tempo de leitura* e 5 *fixações*) que são substancialmente inferiores aos registados na imagem do estímulo 10 (7,690s de *tempo de leitura* e 20 *fixações*), igualmente importante para a execução da tarefa que se revelou mais acessível, tendo em conta o número de respostas certas.

A estrutura e a extensão das construções linguísticas não condicionam apenas a resolução de problemas que envolvem operações cognitivas complexas, semelhantes

aos anteriormente analisados, e que requerem a organização, a integração e a articulação da informação veiculada através de diversos registos semióticos (texto e imagens) numa representação mental das situações descritas nos enunciados que permita desencadear a operacionalização das tarefas propostas, mas afetam igualmente a resolução dos problemas que convocam operações cognitivas menos complexas, firmadas basicamente no reconhecimento de conceitos e propriedades do âmbito restrito da matemática, como o demonstra a análise contrastiva dos estímulos 15 (fig. 163) e 13 (fig. 164).

A professora da turma da Clara disse aos alunos que dobrassem uma folha de papel duas vezes, de modo a fazerem dois vincos na folha.

A Clara disse aos seus colegas de grupo:

-Olhem, os vincos da minha folha são paralelos.

Assinala a figura que representa a folha da Clara.

Folha 1 Folha 2 Folha 3 Folha 4

Figura 163: Estímulo 15 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

Assinala a figura que tem dois pares de lados paralelos e que não tem ângulos rectos.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Figura 164: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

Estes dois problemas da mesma área temática (geometria) requerem apenas a identificação de propriedades das figuras geométricas apresentadas nas opções de resposta.

No caso do estímulo 15 (*fig. 163*), é solicitada a identificação de uma propriedade destacada numa frase simples em posição pós-verbal [*os vincos da minha folha são paralelos*], através do predicador adjetival “*paralelos*”, que assume a relação gramatical de predicativo do sujeito.

No estímulo 13 (*fig. 164*), é convocada a identificação de três propriedades dispostas num $SN_{complexo}$ em posição pós-verbal que comporta, para além do determinante e do núcleo [*a figura*], modificadores oracionais, ou seja, duas orações relativas restritivas, a primeira com polaridade positiva [*que tem dois pares de lados paralelos*] e a segunda com polaridade negativa [*que não tem ângulos rectos*] que restringem a extensão do conceito expresso pelo nome que modificam, contribuindo crucialmente para a natureza referencial da expressão nominal.

A aplicação de testes estatísticos, sobre os dados obtidos acerca do desempenho dos sujeitos face aos dois estímulos em análise, identificou diferenças significativas, para um nível de significância de 5%, nas variáveis *tempo de leitura*, *número de fixações* e *padrão de respostas*.

O estímulo 15 registou, no texto do enunciado, valores médios superiores de tempo de leitura (“ $p = 0.000$ ”) e de número de fixações (“ $p = 0.000$ ”), resultantes da extensão do texto que reúne um maior número de unidades de significação.

O estímulo 13 alcançou, na área das opções de resposta, valores médios superiores de tempo de leitura (“ $p = 0.007$ ”) e de número de fixações (“ $p = 0.012$ ”), em consequência das características e das propriedades das figuras geométricas.

O aumento de respostas certas no estímulo 15, cuja diferença relativamente ao número de respostas da mesma natureza no estímulo 13 é substancialmente significativa (“ $p = 0.010$ ”), parece ficar a dever-se à quantidade de elementos linguísticos convocados para a realização da tarefa proposta e à forma como esses elementos verbais ocorrem a nível sintagmático e oracional na superfície textual.

Pelo exposto na tabela 33, verifica-se que, relativamente ao estímulo 15, 84% dos sujeitos identificou corretamente a resposta certa (“*folha 2*”), registando-se apenas uma frequência de 16% de respostas incorretas: 6% dos sujeitos assinalou a “*folha 1*”,

cujos vincos são perpendiculares, e 10% apontou a “folha 4”, que apresenta dois vincos que não são paralelos.









| Estímulo 15 | | | Estímulo 13 | | |
|--------------------|---|---------------------------|--------------------|--|---------------------------|
| Opções de resposta | | Frequências relativas (%) | Opções de resposta | | Frequências relativas (%) |
| Folha 1 |  | 6% | Figura 1 |  | 13% |
| Folha 2 |  | 84% | Figura 2 |  | 48% |
| Folha 3 |  | 0% | Figura 3 |  | 0% |
| Folha 4 |  | 10% | Figura 4 |  | 39% |

Tabela 33: Frequências relativas de respostas nos estímulos 15 e 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

No estímulo 13, o número de respostas certas foi significativamente inferior. Apenas 39% da amostra selecionou corretamente a “figura 4” que tinha cumulativamente as três propriedades. Entre as opções de resposta erradas, a “figura 2”, que apenas detém parte das propriedades nomeadas na sequência injuntivo-instrucional (não tem ângulos retos, tem lados paralelos, mas não são dois pares) reuniu a percentagem mais elevada de respostas (48%). A “figura 1”, com uma frequência de 13% de respostas, tem dois pares de lados paralelos, mas os ângulos são retos.

A diferença registada no padrão de respostas entre estes dois estímulos e o elevado número de respostas incorretas obtido no estímulo 13 suscitaram uma análise mais detalhada a este último problema que permitisse evidenciar as causas que originaram a elevada taxa de insucesso.

A tabela 34, que ilustra a distribuição de fixações pelos três segmentos do $SN_{complexo}$, revela que os sujeitos que assinalaram a resposta certa (“figura 4”) realizaram em média mais fixações, cerca de 29, com uma distribuição mais equitativa pelos três segmentos do SN que correspondem às três propriedades da figura geométrica.

Os sujeitos que assinalaram respostas erradas, para além de registarem em média um menor número de fixações, não fixaram de forma igualitária os três segmentos do SN em posição pós-verbal.

| $SN_{complexo}$ | “tem dois pares de lados paralelos e não tem ângulos rectos” | | Total | |
|-------------------|--|----|-------|----|
| Respostas certas | 8 | 10 | 11 | 29 |
| Respostas erradas | 4 | 9 | 14 | 27 |

Tabela 34: Valor médio de *fixações* realizadas na estrutura linguística complexa do estímulo 13 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

O registo ocular do sujeito [APR-0497], representado na *fig.* 165, mostra claramente que, durante a leitura da primeira parte do estímulo, os três segmentos do $SN_{complexo}$ foram processados de forma distinta. O elevado número de fixações realizadas nos segmentos “*lados paralelos*” e “*não tem ângulos rectos*” levou-o à seleção da “*figura 2*”, que é de todas as figuras apresentadas nas opções de resposta a que regista igualmente o maior número de fixações.

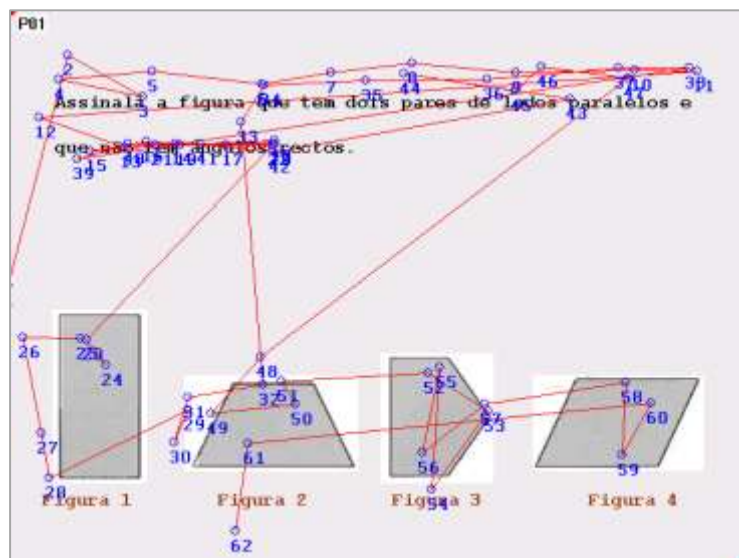


Figura 165: Registo ocular do sujeito [APR-0497] relativo ao estímulo 13 com resposta errada

De acordo com estes resultados, parece evidente que a dificuldade da resolução de problemas fica a dever-se em parte a fatores de natureza linguística, nomeadamente à estrutura e complexidade dos constituintes frásicos que atuam antes mesmo dos procedimentos matemáticos na compreensão das situações enunciadas nos problemas, quer os que convocam operações cognitivas menos complexas, quer os que envolvem operações cognitivas mais complexas com recurso aos conhecimentos conceptual e processual.

A dificuldade de processamento de estruturas linguísticas complexas poderá estar de alguma forma relacionada com o efeito de extensão. Sabendo-se que o efeito de extensão dos elementos linguísticos que ocorrem a nível sintagmático e oracional na superfície dos textos não é compatível com a capacidade limitada da memória de trabalho, poder-se-á compreender que o processamento e a recuperação das estruturas sintagmáticas complexas e, por conseguinte, mais longas seja mais difícil do que o processamento das estruturas sintagmáticas simples.

Os dados obtidos relativamente ao desempenho do **grupo de sujeitos do 2º ciclo** na resolução de problemas cuja informação relevante para a execução das tarefas é expressa através de constituintes frásicos com estruturas e extensões distintas revelam a tendência já observada no desempenho dos sujeitos mais novos, ou seja,

- a) não foram encontradas diferenças estatisticamente significativas nas variáveis: tempo de leitura do texto ($p = 0.138$) e das opções de resposta ($p = 0.229$); número de fixações do texto ($p = 0.073$) e das opções de resposta ($p = 0.400$); número de transições ($p = 0.534$) entre os enunciados dos problemas com estruturas sintáticas simples e os enunciados dos problemas com estruturas sintáticas complexas.
- b) registaram-se diferenças significativas no padrão de respostas obtido nos problemas cuja informação relevante ocorre em estruturas sintáticas simples ou complexas ($p = 0.010$), ou seja, a discriminação da informação em estruturas sintagmáticas ou oracionais simples proporcionou o aumento de respostas certas.

Estes indicadores podem ser observados, por exemplo, através dos resultados obtidos na resolução dos estímulos 12 (*fig. 166*) e 13 (*fig. 167*), cujos valores das variáveis em análise (tabela 35) espelham o desempenho dos sujeitos na resolução de problemas que apresentam sequências textuais com estruturas linguísticas e extensões distintas.

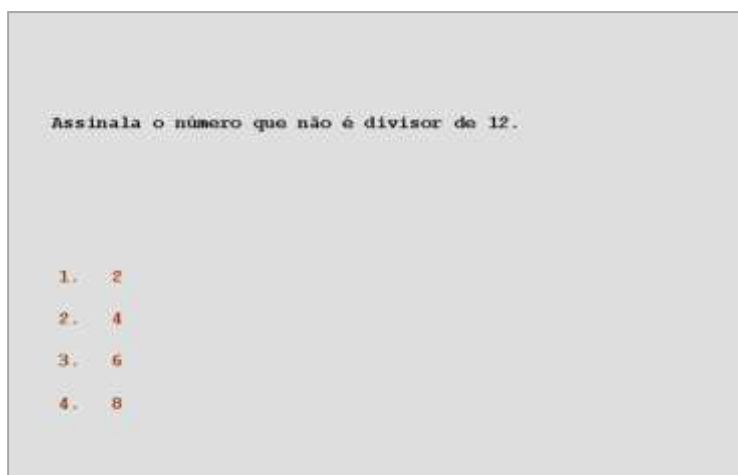


Figura 166: Estímulo 12 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

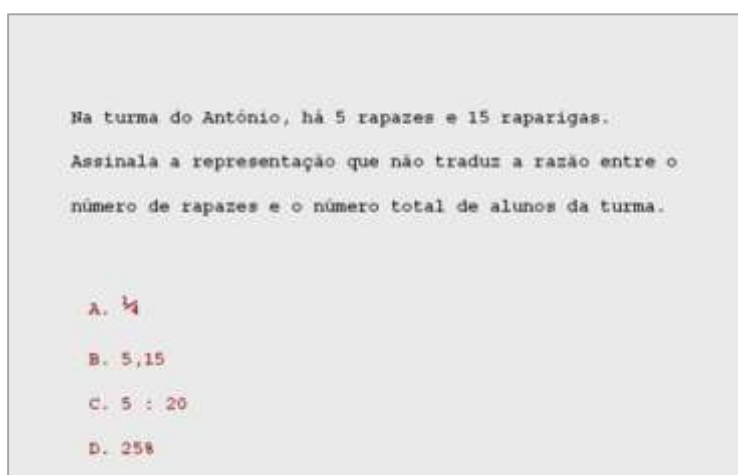


Figura 167: Estímulo 13 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

Ambos os estímulos, com uma estrutura monomodal, convocavam para além do conhecimento conceptual, o conhecimento processual, ou seja, a execução de procedimentos matemáticos que permitam alcançar uma solução plausível. No entanto, e conforme se observa na tabela 35, os sujeitos demonstraram um desempenho distinto durante o processo de resolução de cada um destes problemas.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | Nº de fixações | | Nº de transições | Padrão de respostas | |
|-------------------------|----------------------|--------------------|----------------|--------------------|------------------|---------------------|---------|
| | Texto | Opções de resposta | Texto | Opções de resposta | | Certas | Erradas |
| 12 1ª parte (9 U S) | 4,895 | 5,715 | 17 | 14 | 6 | 88% | 12% |
| 13 1ª parte (31 U S) | 14,463 | 7,817 | 51 | 18 | 7 | 30% | 70% |


Tabela 35: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações*, *transições* e *padrão de respostas* registados nos estímulos 12 e 13 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

O estímulo 12, desprovido de contexto, apresenta os dados informativos na sequência injuntivo-instrucional através de um $SN_{complexo}$, cujo núcleo [“*número*”] agrega um modificador oracional, representado sob a forma de uma oração relativa com polaridade negativa [“*que não é divisor de 12*”]. Atendendo à elevada taxa de respostas certas (88% dos sujeitos da amostra indicou corretamente a opção 4), a estrutura sintática desta sequência instrucional parece não ter afetado a compreensão do enunciado e a execução do plano de resolução.

O estímulo 13 apresenta os dados informativos, quer através do contexto, que corresponde à sequência inicial [“*Na turma do António, há 5 rapazes e 15 raparigas*”], quer na sequência injuntivo-instrucional que, tal como a sequência instrucional do estímulo 12, é formada por um $SN_{complexo}$ em posição pós-verbal que comporta uma oração relativa com polaridade negativa mas que é constituída por um maior número de elementos linguísticos que asseguram os nexos sequenciais entre o núcleo e os complementos [“*a razão entre o número de rapazes e o número total de alunos da turma*”]. A estrutura discursiva complexa e mais extensa deste problema, que exige, como primeiro procedimento, a identificação da representação numérica correspondente ao número de elementos da turma do António (20 alunos) e, de seguida, um procedimento “*ad contrarium*” do anterior, ou seja, a eleição da representação numérica não representativa da relação entre o número de rapazes (5) e a totalidade de alunos da turma (20), refletiu-se não só no tempo de leitura e no número de fixações, mas principalmente no padrão de respostas (apenas 30% dos sujeitos da amostra indicou corretamente a representação “5, 15”).

Se a estrutura e o efeito de extensão dos constituintes frásicos e oracionais se evidencia na resolução de problemas que envolvem operações cognitivas mais complexas, é sobretudo na resolução de problemas que convocam basicamente o conhecimento de noções e conceitos matemáticos, e que fazem menos exigência ao nível da memória de trabalho ainda que apelem aos conhecimentos prévios, que as estruturas linguísticas complexas ganham relevo e expressividade, como o demonstra o desempenho dos sujeitos relativamente aos estímulos 3 (fig. 168) e 4 (fig. 169).

Com cubinhos de madeira, com 1 cm de aresta, a Sara construiu os quatro sólidos que estão representados a seguir.



Sólido A Sólido B Sólido C Sólido D

Dos quatro sólidos que a Sara construiu, assinala o que tem maior volume.

1. Sólido A
2. Sólido B
3. Sólido C
4. Sólido D

Figura 168: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

Com cubinhos de madeira, com 1 cm³ de volume, a Ana construiu os seguintes sólidos.



Sólido A Sólido B Sólido C Sólido D

Dos quatro sólidos que a Ana construiu, assinala aquele que é um paralelepípedo com 24 cm³ de volume.

1. Sólido A
2. Sólido B
3. Sólido C
4. Sólido D

Figura 169: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

Estes dois estímulos da área temática da *geometria* foram selecionados de Provas de Aferição de anos consecutivos (2001 e 2002) e a sua semelhança, em termos de estrutura (ambos são bimodais híbridos), de número de unidades de significação (49) e de procedimentos matemáticos (identificação de propriedades de sólidos geométricos), faria prever um desempenho idêntico.

No entanto, a análise comparativa dos valores obtidos nas variáveis que regulam o desempenho dos sujeitos (*tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas*), suportada por testes estatísticos, revela diferenças significativas entre os

dois estímulos nas variáveis: tempo de leitura do texto (“ $p = 0.001$ ”); número de fixações do texto (“ $p = 0.001$ ”); número de transições entre as áreas do enunciado (“ $p = 0.000$ ”) e *padrão de respostas* (“ $p = 0.010$ ”).

Conforme se observa na tabela 36, o estímulo 4 regista valores superiores aos do estímulo 3 em todas as variáveis, à exceção do número de respostas certas e erradas.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | | Nº de fixações | | | Nº de transições | Padrão de respostas | |
|---|----------------------|---------|--------------------|----------------|---------|--------------------|------------------|---------------------|---------|
| | Texto | Imagens | Opções de resposta | Texto | Imagens | Opções de resposta | | Certas | Erradas |
| 3 1ª parte (41 U S) 2ª parte (8 U S) | 6,785 | 15,331 | 1,269 | 25 | 34 | 5 | 7 | 76% | 24% |
| 4 1ª parte (41 U S) 2ª parte (8 U S) | 9,620 | 19,878 | 1,643 | 34 | 38 | 6 | 13 | 42% | 58% |

Tabela 36: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações*, *transições* e *padrão de respostas* registados nos estímulos 3 e 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

O estímulo 3 (*fig. 168*), que requer a identificação do sólido que tem “*o maior volume*”, expressa na sequência injutivo-instrucional do enunciado através de um $SN_{simples}$ com a relação gramatical de objeto direto, apenas registou valores mais elevados na variável padrão de respostas, com uma elevada taxa de respostas certas.

Como se pode observar na tabela 37, 76% dos sujeitos selecionou corretamente o “*Sólido C*”, 21% assinalou o “*Sólido B*” e 3% apontou o “*Sólido D*”, ambos com um volume menor.









| Estímulo 3 | | Estímulo 4 | |
|---|---------------------------|---|---------------------------|
| Opções de resposta | Frequências relativas (%) | Opções de resposta | Frequências relativas (%) |
| Sólido A  | 0% | Sólido A  | 42% |
| Sólido B  | 21% | Sólido B  | 58% |
| Sólido C  | 76% | Sólido C  | 16% |
| Sólido D  | 3% | Sólido D  | 26% |

Tabela 37: Frequências relativas de respostas nos estímulos 3 e 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

No estímulo 4 (fig. 169), cuja tarefa de resolução solicita a identificação do sólido geométrico que reunia cumulativamente duas propriedades “*paralelepípedo com 24cm³ de volume*”, destacadas na sequência injutivo-instrucional do enunciado através de um $SN_{complexo}$ com a relação gramatical de predicativo do sujeito, apenas 42% dos sujeitos da amostra assinalou corretamente o “*Sólido A*” que reúne as duas propriedades. O “*Sólido B*”, que registou a frequência mais elevada de respostas (58%), é um paralelepípedo mas tem 30 cm³ de volume; o “*Sólido C*”, que obteve 16% de respostas, é igualmente um paralelepípedo, mas tem apenas 18 cm³ de volume; o “*Sólido D*”, com uma frequência de 26% de respostas, tem 24cm³ de volume, mas não é um paralelepípedo.

Os registos oculares (fig. 170 e fig. 171) relativos aos estímulos em análise realizados pelo mesmo sujeito [SFF-1595], que selecionou a resposta correta no estímulo 3, mas errou a resolução do estímulo 4, ilustram desempenhos distintos, com destaque para o número de fixações e volume de transições realizadas entre as três áreas do enunciado (texto, imagens e opções de resposta).

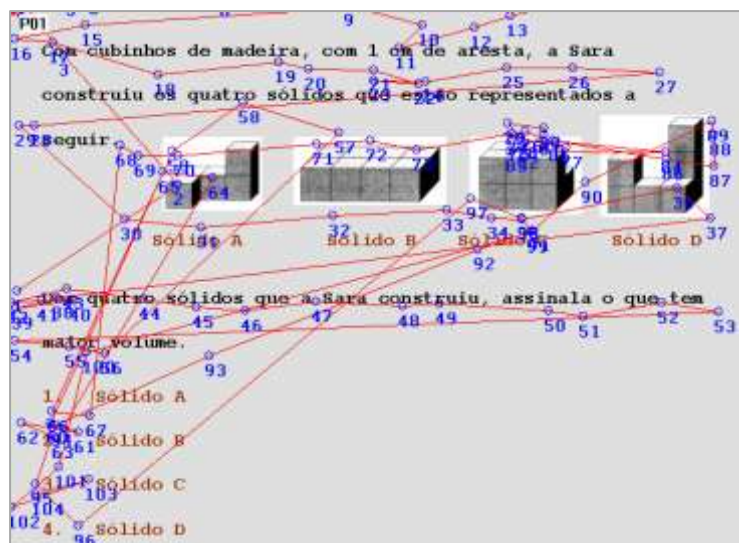


Figura 170: Registo ocular do sujeito [SFF-1595] relativo ao estímulo 3 com resposta certa

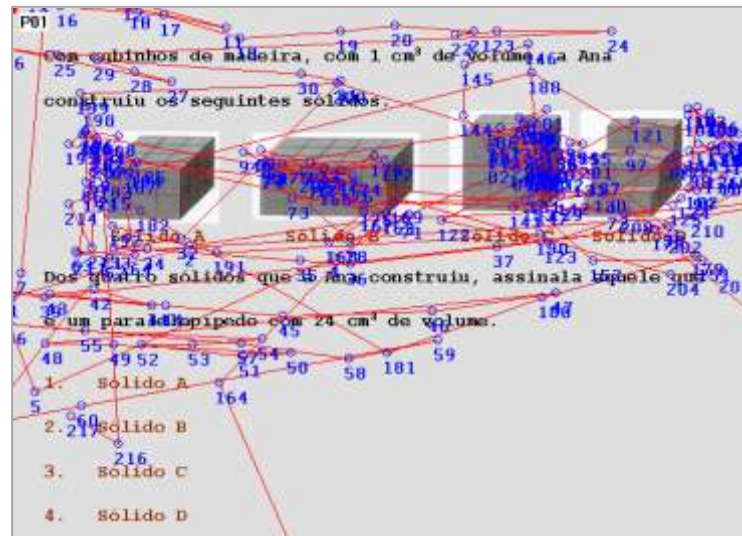


Figura 171: Registro ocular do sujeito [SFF-1595] relativo ao estímulo 4 com resposta errada

Considerando as variáveis *tempo de leitura*, *fixações e transições* como pistas válidas de processamento e o *padrão de respostas* como o reflexo da dificuldade de compreensão dos enunciados, o desempenho deste grupo de sujeitos, à semelhança do desempenho do grupo de sujeitos do 1º ciclo, parece ser condicionado, em primeira instância, pelas estruturas linguísticas complexas que apresentam os dados relevantes para a execução das tarefas. O efeito de extensão, i. e., a quantidade de informação veiculada nos constituintes frásicos, apenas parcialmente processada, afeta a interpretação dos enunciados e repercute-se nas etapas/fases subsequentes da resolução dos problemas.

O desempenho do **grupo de sujeitos do 3º ciclo** face ao tópico em análise é semelhante ao dos restantes grupos.

Na comparação dos resultados obtidos nos enunciados dos problemas com estruturas sintáticas simples e nos enunciados dos problemas com estruturas sintáticas complexas

- a) registaram-se diferenças estatisticamente significativas para as variáveis: tempo de leitura do enunciado ($p = 0.021$) e do texto ($p = 0.000$); número de fixações do enunciado ($p = 0.000$) e do texto ($p = 0.000$); número de transições ($p = 0.006$);

- b) identificaram-se diferenças estatisticamente significativas no padrão de respostas (“ $p = 0.048$ ”), ou seja, a presença de estruturas sintagmáticas ou oracionais complexas e extensas nas sequências textuais propiciou o aumento de respostas erradas.

O desempenho dos sujeitos relativamente aos estímulos 7 (fig. 172) e 8 (fig. 173) dão conta destas ocorrências.

Quatro amigos encontraram-se para resolver um problema de Matemática que envolvia o cálculo do perímetro de um círculo com 10 cm de diâmetro. Na tabela que se segue, está indicado o valor que cada um obteve para o perímetro do círculo.

| Rita | Carlos | João | Sofia |
|---------|----------|----------|----------|
| 31,4 cm | 31,41 cm | 31,42 cm | 31,43 cm |

Qual dos quatro amigos obteve uma melhor aproximação do perímetro daquele círculo?

1. Rita
2. Carlos
3. João
4. Sofia

Figura 172: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Através dos tempos, foram utilizadas diferentes aproximações para o valor de π (pi). Na tabela estão indicados alguns desses valores.

| Egípcios | Gregos | Hindus | Romanos |
|------------------|----------------|-------------|-------------------|
| $\frac{256}{81}$ | $\frac{22}{7}$ | $\sqrt{10}$ | $3 + \frac{1}{8}$ |

Assinala o povo que utilizava uma melhor aproximação do valor de π (pi).

1. Egípcios
2. Gregos
3. Hindus
4. Romanos

Figura 173: Estímulo 8 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

O estímulo 7, cujos dados informativos relevantes para a resolução da questão enunciada surgem em $SN_{complexos}$ em posição pós-verbal, ora no contexto do enunciado “o cálculo do perímetro de um círculo com 10cm de diâmetro”, ora na questão “uma

melhor aproximação do perímetro daquele círculo”, registou uma taxa muito reduzida de respostas certas, apenas 17% dos sujeitos indicou corretamente a terceira opção “*João*”.

No estímulo 8, cuja tarefa de resolução solicita a identificação, nos dados da tabela, de “*uma melhor aproximação do valor de pi*”, através de um SN em posição pós-verbal onde ocorrem menos categorias lexicais, foram contabilizadas 50% de respostas certas, i. e., metade dos sujeitos da amostra selecionou corretamente a segunda opção “*Gregos*”.

Conforme se observa nos dados expostos na tabela 38, os valores mais acentuados de tempo de leitura e de fixações no texto do estímulo 7 e de tempo de leitura na tabela do estímulo 8 refletem as áreas do enunciado de cada estímulo que consumiram uma maior quantidade de recursos cognitivos no processamento da informação.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | | Nº de fixações | | | Nº de transições | Padrão de respostas | |
|---|----------------------|---------------|--------------------|----------------|--------|--------------------|------------------|---------------------|------------|
| | Texto | Tabela | Opções de resposta | Texto | Tabela | Opções de resposta | | Certas | Erradas |
| 7 1ª parte (53 U S) 2ª parte (4 U S) | 27,965 | 14,476 | 1,676 | 93 | 34 | 5 | 15 | 17% | 83% |
| 8 1ª parte (33 U S) 2ª parte (4 U S) | 10,217 | 23,709 | 2,348 | 38 | 33 | 7 | 11 | 50% | 50% |

Tabela 38: Valores médios de *tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas* registados nos estímulos 7 e 8 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

No estímulo 8, o processamento da informação da representação tabelar, que requer a exploração e o tratamento dos dados aí apresentados, evidenciou-se, através do aumento do tempo de leitura, como uma tarefa cognitiva mais complexa que afetou um maior número de recursos cognitivos, comparativamente com o processamento da informação da tabela do estímulo 7 que se constitui como uma representação sinótica, i.e., como um “banco de dados organizados”, e que faz, portanto, menos exigências ao nível da memória de trabalho.

Por conseguinte, o aumento de transições entre as áreas do enunciado, de fixações e de tempo de leitura do texto do estímulo 7 mostra que o processamento da informação das sequências textuais, onde a ocorrência de $SN_{complexos}$ em posição pós-verbal é uma constante, foi mais difícil, quando comparado com o processamento das sequências textuais do estímulo 8, como ilustram os registos oculares realizados pelo

mesmo sujeito que acertou a resolução do problema 8, mas errou a resolução do problema 7.

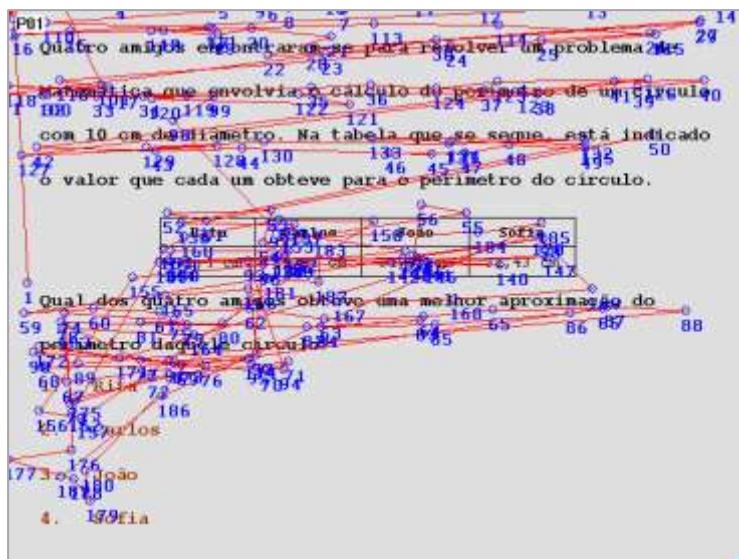


Figura 174: Registro ocular do sujeito [JFS-2092] relativo ao estímulo 7 com resposta errada

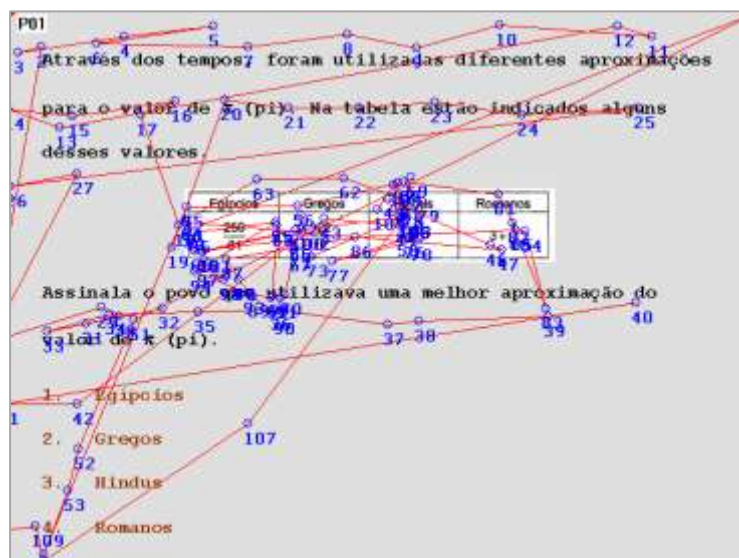


Figura 175: Registro ocular do sujeito [JFS-2092] relativo ao estímulo 8 com resposta certa

De acordo com a análise destes dois estímulos, que apelam aos conhecimentos conceptual, inferencial e processual e exigem a integração e a articulação da informação proveniente de diferentes fontes (texto e tabelas) numa representação única e coerente, torna-se claro que as estruturas sintáticas complexas e, conseqüentemente, mais extensas inibem a compreensão dos enunciados e dificultam a representação

mental das situações apresentadas, com repercussões negativas na execução dos planos de resolução.

À semelhança do que se verificou no desempenho dos grupos de sujeitos mais novos, a complexidade e a extensão das estruturas linguísticas atuam igualmente nos problemas que convocam procedimentos mais elementares, como espelha a análise do desempenho dos sujeitos relativamente aos estímulos 5 (*fig. 176*) e 6 (*fig. 177*), que visam fundamentalmente a identificação/reconhecimento de propriedades e noções do âmbito restrito da matemática, sem o recurso a procedimentos mais complexos como a aplicação ou execução de cálculos.

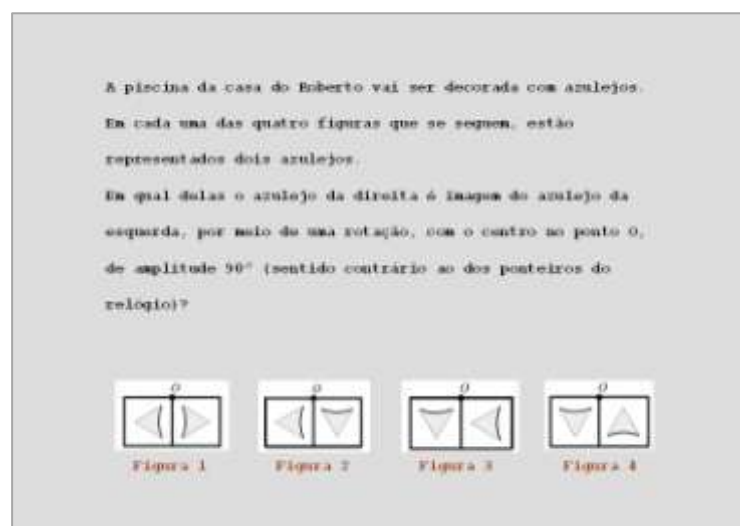


Figura 176: Estímulo 5 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

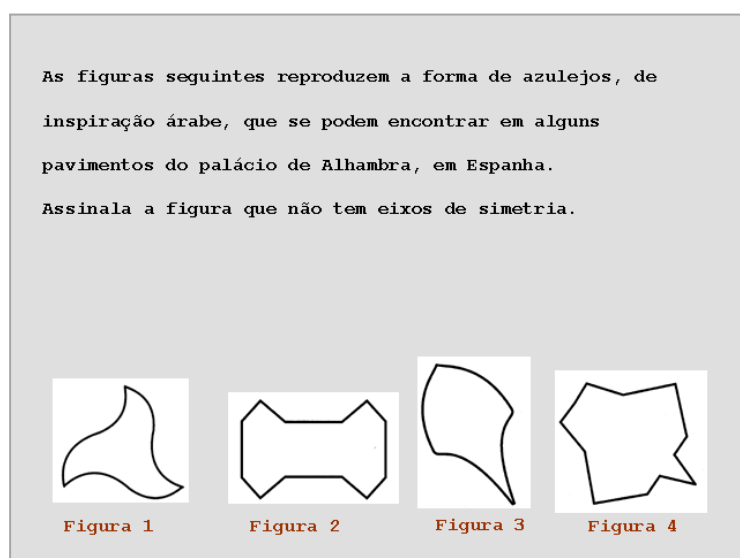


Figura 177: Estímulo 6 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

A análise comparativa dos valores obtidos nestes dois estímulos do domínio da *geometria* (tabela 39), suportada por testes estatísticos, identifica diferenças significativas para as variáveis: tempo de leitura do texto (“ $p = 0.000$ ”); número de fixações realizadas no texto (“ $p = 0.000$ ”); número de transições (“ $p = 0.006$ ”) e padrão de respostas (“ $p = 0.010$ ”).

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | Nº de fixações | | Nº de transições | Padrão de respostas | |
|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|--------------------|------------------|---------------------|---------|
| | Texto | Opções de resposta | Texto | Opções de resposta | | Certas | Erradas |
| 5 1ª parte (58 U S) | 27,519 | 15,438 | 99 | 38 | 5 | 23% | 77% |
| 6 1ª parte (33 U S) | 11,136 | 10,170 | 38 | 28 | 2 | 57% | 43% |

Tabela 39: Valores médios de *tempo de leitura, fixações, transições e padrão de respostas* registados nos estímulos 5 e 6 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

As dissemelhanças verificadas no tempo de leitura e no número de fixações e de transições dos dois estímulos estão diretamente associadas à estrutura e à extensão da sequência instrucional/questão do problema, uma vez que as sequências iniciais que contextualizam os problemas contam, em ambos os estímulos, com o mesmo número de unidades de significação, ou seja, 24 palavras.

A sequência instrucional no estímulo 6, marcada linguisticamente por um verbo nuclear de ação predicativa (*assinala*), portador da informação operatória, destaca a informação relevante para a operacionalização da tarefa através de um *SN*, cujo núcleo [“*figura*”] agrega um modificador oracional, representado sob a forma de uma oração relativa com polaridade negativa [“*que não tem eixos de simetria*”].

A questão do estímulo 5, marcada linguisticamente por uma sequência interrogativa direta cujo foco da interrogação incide sobre toda a proposição, apresenta a informação relevante para a operacionalização da tarefa numa estrutura frásica copulativa em que o *SN_{complexo}* em posição pós-verbal [“*imagem do azulejo da esquerda*”] assume a relação gramatical de predicativo do sujeito, ou seja, predica-se toda a expressão nominal em posição pós-verbal acerca do sujeito da frase [“*azulejo da direita*”] e o *SP* [“*por meio de uma rotação, com o centro no ponto O, de amplitude 90°*”] desempenha a função de modificador de frase.

A expressão entre parênteses que encerra a questão, aparentemente com informação redundante, auxilia na inferência de que uma amplitude positiva de 90° é

sempre no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio (para ser no sentido dos ponteiros do relógio a amplitude seria de -90°).

Se a extensão e a complexidade das estruturas linguísticas se refletiu no aumento do tempo de leitura e no número de fixações e de transições realizadas durante a leitura e o processamento da informação, é através do padrão de respostas que se evidencia de forma significativa o efeito das estruturas sintáticas na compreensão das situações enunciadas nos problemas, como atestam os dados da tabela 40.

O estímulo 6 obteve 57% de respostas certas, o que significa que mais de metade dos sujeitos da amostra assinalou corretamente a “Figura 1” como a única que “*não tinha eixos de simetria*”.









| <i>Estímulo 5</i> | | | <i>Estímulo 6</i> | | |
|--------------------|---|---------------------------|--------------------|---|---------------------------|
| Opções de resposta | | Frequências relativas (%) | Opções de resposta | | Frequências relativas (%) |
| Figura 1 |  | 23% | Figura 1 |  | 57% |
| Figura 2 |  | 23% | Figura 2 |  | 7% |
| Figura 3 |  | 37% | Figura 3 |  | 13% |
| Figura 4 |  | 17% | Figura 4 |  | 23% |

Tabela 40: Frequências relativas de respostas nos estímulos 5 e 6 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

No estímulo 5, apenas 23% dos sujeitos identificou corretamente a “Figura 2”. Entre as opções de resposta erradas, destaca-se a “Figura 3” que obteve a frequência mais elevada de resposta (37%), superando mesmo a frequência de respostas certas.

Como revelam a localização e o volume de fixações e de transições dos dois registros oculares aqui representados, o sujeito [MFL-1591], que indicou a opção correta (fig. 178), manipulou em cada figura o azulejo da esquerda para que o azulejo da direita correspondesse à sua imagem. O sujeito [IOA-1791], que apontou incorretamente a “Figura 3” (fig. 179), manipulou em todas as figuras o azulejo da direita, revelando que fez um mapeamento incorreto da informação destacada na frase copulativa, invertendo as relações gramaticais do sujeito e do predicativo do sujeito.

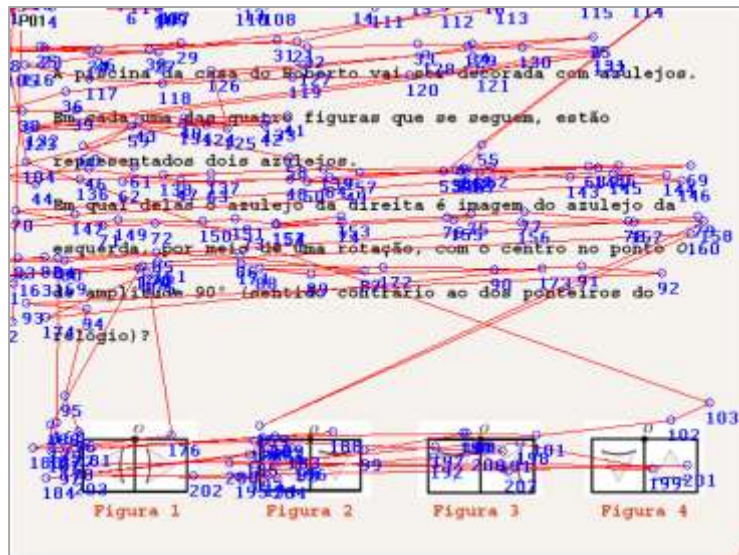


Figura 178: Registo ocular do sujeito [MFL-1591] relativo ao estímulo 5 com resposta certa

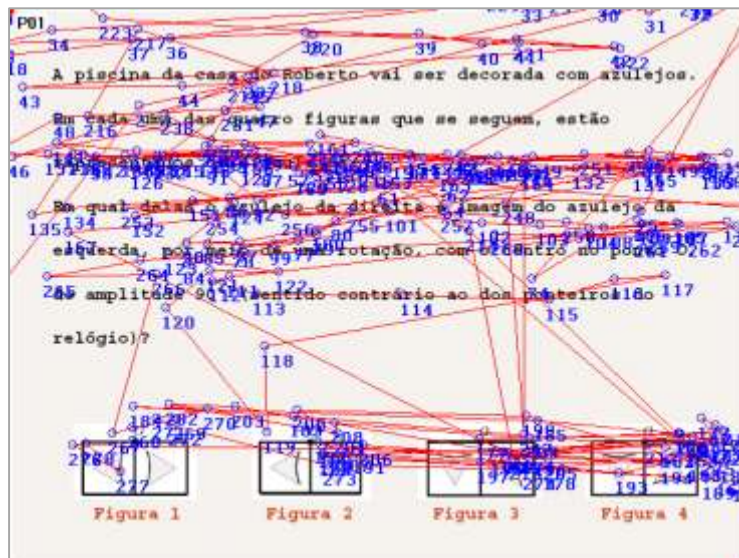


Figura 179: Registo ocular do sujeito [IOA-1791] relativo ao estímulo 5 com resposta errada

De acordo com estes resultados, parece pertinente adiantar que uma das dificuldades essenciais manifestada pelo grupo de sujeitos do 3º ciclo relativamente à tarefa de resolução de problemas reside, em primeira instância, na interpretação das estruturas linguísticas que enformam os enunciados.

Em suma, a análise da influência das estruturas linguísticas no processamento da informação veiculada nas sequências textuais dos enunciados e nas subsequentes etapas de resolução dos problemas confirma a hipótese 4, evidenciando que *a compreensão verbal dos enunciados dos problemas antecede a compreensão*

matemática e que os fatores de natureza linguística atuam, antes mesmo dos elementos estruturantes e dos aspetos fundamentais da competência matemática, no processamento da informação e na compreensão das situações enunciadas nos problemas.

Tomando como referência que o tempo de leitura, o número de fixações e transições são diretamente proporcionais à complexidade das estruturas sintáticas que ocorrem nas sequências textuais dos problemas e que o padrão de respostas é o reflexo da dificuldade de compreensão dos enunciados, a análise do desempenho dos sujeitos dos três grupos (1º, 2º e 3º ciclos) sugere que ***o processamento cognitivo de estruturas sintáticas_{simples} em posição pós-verbal, i.e., categorias sintagmáticas que agregam menos elementos linguísticos, é mais fácil; a informação veiculada por esses constituintes frásicos e/ou oracionais é totalmente processada; a representação mental das situações enunciadas nos problemas é beneficiada pela presença deste tipo de estruturas.***

Contrastivamente, ***a estrutura e o efeito de extensão dos constituintes frásicos ou oracionais_{complexos}, i.e., a natureza categorial, a estrutura lexical e funcional e a posição sintática que esses constituintes ocupam nas sequências textuais, para além da densidade de informação que comportam, dificultam a interpretação e afetam o processamento da informação que se evidencia mais difícil; a informação veiculada por esses constituintes frásicos ou oracionais não é totalmente processada, denotando-se os efeitos de primazia e recência em que apenas os segmentos iniciais ou os segmentos finais das estruturas linguísticas são processados, o que compromete as restantes etapas do processo de resolução.***

A análise do desempenho dos sujeitos permitiu ainda verificar que a ***estrutura e a extensão das construções linguísticas não condicionam apenas a resolução de problemas que envolvem operações cognitivas complexas*** como selecionar, organizar, integrar e relacionar a informação veiculada através de diversos registos semióticos numa representação mental das situações descritas nos enunciados que permita desencadear a operacionalização das tarefas propostas, ***mas afetam igualmente a resolução dos problemas que convocam operações cognitivas menos complexas,*** firmadas basicamente no reconhecimento de conceitos e propriedades do âmbito restrito da matemática.

A dificuldade do processamento da informação das estruturas linguísticas complexas parece estar diretamente relacionada com capacidade limitada da memória de trabalho. Recorde-se que a memória de trabalho, cuja amplitude aumenta uma unidade em cada dois anos, desde os três até cerca dos catorze anos, estabilizando depois até à velhice (Le Blanc & Weber-Russell, 1996; Baddeley & Logie, 1999), funciona como um armazém, com um número limitado de espaços, dentro dos quais as unidades de informação são colocadas, ou seja, ela serve para manter durante algum tempo, a informação que está sendo processada no momento.

Ora, ***quando a memória de trabalho é sobrecarregada com mais informação passa a haver menos capacidade disponível para a compreensão e o raciocínio e, conseqüentemente, a performance dos sujeitos é fortemente afetada.***

A estrutura e a formulação dos problemas verbais de escolha múltipla

Neste tópico de análise, pretende-se examinar o desempenho dos sujeitos no processo de resolução de *problemas de escolha múltipla com contextos monomodais e com contextos bimodais* para aferir a hipótese 5 que pondera a dificuldade de resolução de problemas associada à presença de sistemas semióticos não verbais nos contextos dos enunciados.

A análise descritiva que se segue, suportada estatisticamente pela aplicação de testes de hipóteses não paramétricos, descreve individualmente o desempenho de cada grupo de sujeitos, focado nas variáveis: *tempo de leitura, número de fixações, número de transições e padrão de respostas.*

Relativamente ao **grupo de sujeitos do 1º ciclo**, os resultados apurados nos estímulos de escolha múltipla legitimam os dados obtidos na análise do mesmo tópico da Experiência II, centrada nos problemas verbais de construção, e apontam para a ocorrência de padrões de desempenho distintos entre os problemas com contextos monomodais e com contextos bimodais.

Os problemas com contextos bimodais

- a) registam tempos de leitura mais acentuados, ou seja, a presença de outras fontes físicas de informação, para além da textual, acarreta um acréscimo de tempo de leitura dos estímulos, ainda que a diferença para esta variável

entre os estímulos bimodais e monomodais não seja estatisticamente significativa, “ $p = 0.158$ ”;

- b) promovem a realização de menos fixações, com uma diferença estatisticamente significativa relativamente aos estímulos monomodais, para um nível de significância de 1%, “ $p = 0.006$ ”.

A presença de imagens nos contextos dos enunciados parece auxiliar a representação mental da situação descrita no problema, uma vez que os sujeitos realizam menos fixações nos problemas com contextos bimodais.

Uma forma simples de evidenciar esta ocorrência é através da análise do diagrama de extremos e quartis⁸⁸ relativo à média de fixações realizadas durante o processo de resolução dos problemas com contextos monomodais e bimodais, obtido através do *software* estatístico SPSS.

As representações gráficas relativas à média de fixações realizadas entre os dois tipos de problemas torna evidente que o número médio de fixações realizadas nos problemas monomodais é superior ao valor obtido para a mesma variável nos problemas bimodais.

Nos problemas monomodais, a média de fixações distribui-se de forma simétrica, tanto na parte central dos dados, cujos valores se situam sensivelmente

entre as 70 e as 100 fixações, como na parte mais afastada, verificando-se uma cauda mais longa no sentido dos valores máximos, que atingem as 140 fixações. Observa-se ainda que metade dos elementos da amostra apresenta valores médios que excedem o

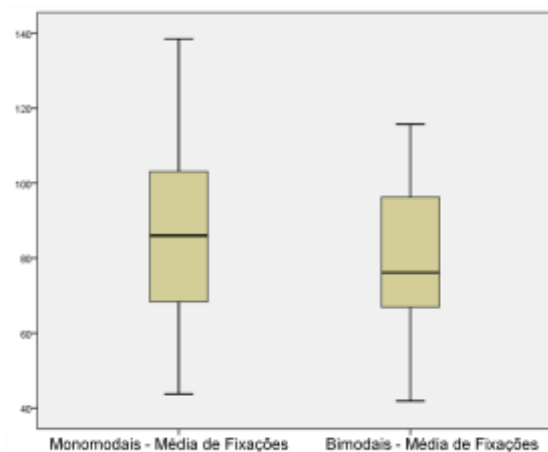


Diagrama de extremos e quartis 1 para a variável *Fix.* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

⁸⁸ Nos diagramas de extremos e quartis a amostra é dividida em 4 partes iguais: **a mediana**, assinalada pelo traço que marca a sua posição, é o valor que divide a amostra, ou seja, 50% dos elementos da amostra são menores ou iguais à mediana e os outros 50% são maiores ou iguais à mediana; **o retângulo** delimita os 50% de valores centrais, i.e., os 25% que se encontram acima e a abaixo da mediana; e **os dois segmentos de reta** que completam estas representações gráficas estendem-se, um desde o mínimo da amostra até ao lado do retângulo determinado pelo 1º quartil, ou seja os 25% de valores mínimos e o outro desde o lado do retângulo determinado pelo 3º quartil que corresponde aos restantes 25% de valores máximos.

valor indicado pelo traço da mediana que, pela leitura do gráfico, se verifica ser próxima das 85 fixações.

Nos problemas bimodais, com um valor para a mediana na ordem das 75 fixações, regista-se uma média inferior, quer entre os 50% de valores centrais da amostra, quer nos valores máximos que não ultrapassam as 115 fixações.

- c) Os problemas com contextos bimodais exigem a realização de mais transições entre as diferentes áreas do enunciado (texto, imagens e opções de resposta), com uma diferença estatisticamente significativa, " $p = 0.000$ ", relativamente aos problemas com contextos monomodais, desprovidos de outras fontes de informação, para além da textual.

No diagrama, abaixo representado, relativo à média de transições, também sobressaem diferenças expressivas entre os padrões de distribuição dos valores desta variável nos dois tipos de problemas.

Quando se analisam as representações gráficas de ambos os problemas colocadas em paralelo, evidenciam-se diferenças significativas nomeadamente no que diz respeito à localização da mediana, que atinge as 6 transições nos problemas monomodais e as 9 transições nos problemas bimodais. Nos problemas bimodais, cujos 50% de valores centrais são mais acentuados, verifica-se ainda que mais

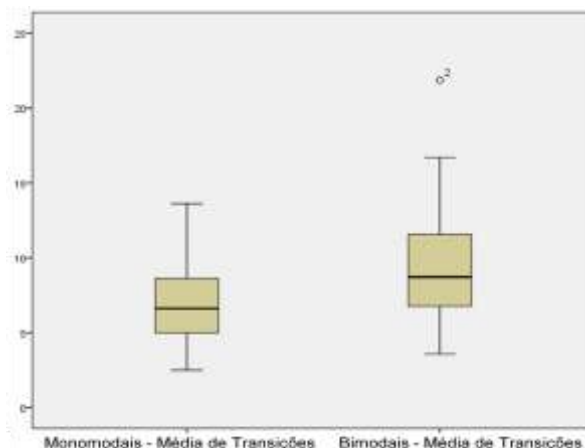


Diagrama de extremos e quartis 2 para a variável *Transições* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

de metade dos sujeitos da amostra ultrapassa o valor de transições indicado pela mediana, sendo que o valor máximo estende-se até ao limite de 17 transições.

O padrão de respostas é outro indicador que permite distinguir o desempenho dos sujeitos relativamente aos dois tipos de problemas.

- d) Os estímulos com contextos bimodais obtiveram menos respostas certas do que os estímulos com contextos monomodais. A diferença no número de

respostas certas entre os dois tipos de problemas é estatisticamente significativa, “ $p = 0.001$ ”, para um nível de significância de 1%.

Como se verifica no diagrama que apresenta a distribuição de respostas certas nos dois tipos de estímulos, entre os problemas com contextos monomodais regista-se uma distribuição mais regular no número de respostas certas. Os 50% de valores centrais situam-se sensivelmente entre as 4 e as 6 respostas certas, valores que ficam ligeiramente acima dos registados nos problemas bimodais.

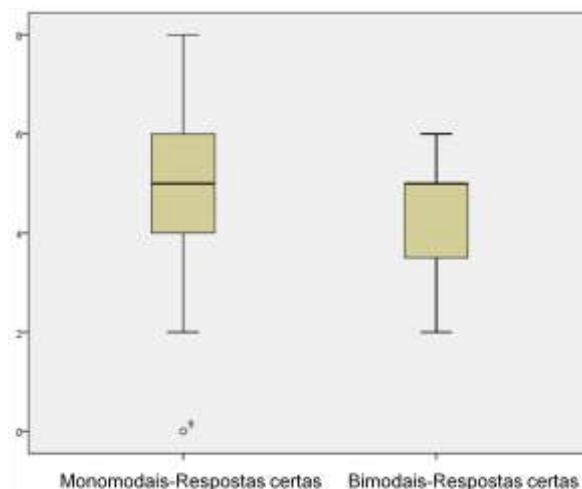


Diagrama de extremos e quartis 3 para a variável padrão de respostas nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

Se os valores mínimos são idênticos para os dois tipos de problemas, metade da amostra alcançou, nos problemas monomodais, um número de respostas certas que excede o valor indicado pelo traço da mediana que se verifica ser próxima das 5 (respostas certas).

Nos problemas com contextos bimodais, o número de respostas certas não se distribui de forma simétrica, tanto na parte central dos dados, como na parte mais afastada do centro. Para que os dados fossem simétricos, a mediana deveria situar-se a meio do retângulo, o que não acontece. Verifica-se ainda que metade da amostra alcançou um número de respostas certas que não ultrapassa o valor indicado pelo traço da mediana que se situa nas 5 respostas certas.

Os problemas bimodais apresentam, ainda, uma cauda mais longa no sentido dos valores mínimos, ou seja, 25% dos valores inferiores também se encontram mais dispersos do que os 25% dos dados superiores, isto é, existe uma maior variabilidade no número de respostas certas dos sujeitos com os desempenhos mais fracos.

Para objetivar estas ocorrências, considerem-se, por exemplo, os estímulos 4 (fig. 180) e 7 (fig. 182) da mesma área temática (*números e operações*) e as respetivas ilustrações de registos oculares realizados pelo mesmo sujeito [AFS-0497] que resolveu com sucesso o estímulo 4 mas errou a resolução do estímulo 7.

O meu nome é Raul, vou fazer 9 anos no dia 25 deste mês.
 Tenho um irmão gêmeo e uma irmã com mais 2 anos do que eu.
 Tenho 1,40 metros de altura e peso 34 quilogramas. Vivo em
 Caminha. Na minha vila, vivem à volta de dezasseis mil e
 quinhentas pessoas. Caminha passou a vila no ano de 1284.
 Assinala o valor que pode corresponder ao número de pessoas
 que vivem em Caminha.

1. 1652
2. 16210
3. 16523
4. 160532

Figura 180: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

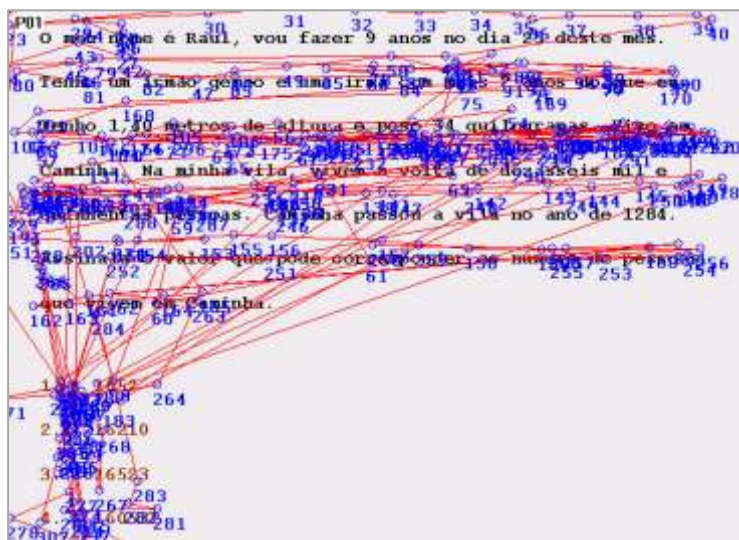


Figura 181: Registro ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 4 com resposta certa

Na aula do Frederico os alunos estiveram a pintar desenhos com guaches. Para secarem, a professora pendurou-os com molas numa corda, como se vê na figura seguinte.

Assinala o número de molas necessárias para pendurar os 28 desenhos que os alunos pintaram, uns a seguir aos outros, de modo a que dois desenhos partilhem a mesma mola.

1. 27
2. 28
3. 29
4. 30

Figura 182: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da experiência III

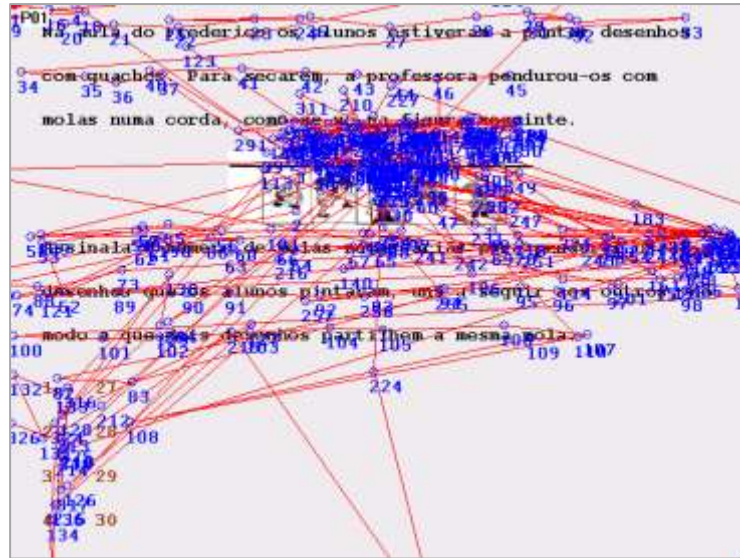


Figura 183: Registro ocular do sujeito [AFS-0497] relativo ao estímulo 7 com resposta errada

Como atestam os valores expostos na tabela 41, o estímulo 7 (*fig. 182*), ainda que conte com menos unidades de significação no texto, regista valores ligeiramente superiores de tempo de leitura e bastante acentuados de transições e de respostas erradas, quando comparado com o estímulo 4 (*fig. 180*) que apenas reúne valores superiores para a variável número de fixações.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | | Nº de fixações | | | Nº Transições | Padrão de respostas | |
|---|----------------------|--------|--------|----------------|--------|-------|---------------|---------------------|---------|
| | Texto | Imagem | Total | Texto | Imagem | Total | | Certas | Erradas |
| 4 (monomodal) 1ª parte (75 U S) | 47,188 | ----- | 47,188 | 142 | ---- | 142 | 10 | 52% | 48% |
| 7 (bimodal) 1ª parte (58 U S) | 31,736 | 19,905 | 51,641 | 93 | 41 | 134 | 21 | 10% | 90% |

Tabela 41: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações* e *padrão de respostas* registados nos estímulos 4 e 7 do desenho experimental do grupo 1 (1º ciclo) da Experiência III

A discrepância de resultados das variáveis em análise nestes dois problemas terá ficado a dever-se à presença de uma imagem no contexto do enunciado do estímulo 7.

Neste grupo de sujeitos, o processamento da informação dos problemas com contextos bimodais, refletido no aumento do tempo de leitura e no volume de transições, parece comprometer o planeamento e a execução das restantes etapas do processo de resolução e dificultar o sucesso na resolução dos problemas.

Para examinar o desempenho do **grupo de sujeitos do 2º ciclo** relativamente ao tópico em análise seguiu-se a mesma metodologia de análise adotada para o grupo

anterior, comparando-se os valores obtidos nas variáveis *tempo de leitura*, *fixações*, *transições* e *padrão de respostas* dos problemas com contextos monomodais e dos problemas com contextos bimodais.

Com resultados idênticos aos do grupo de sujeitos mais novos (4º ano), embora com diferenças estatisticamente significativas ainda mais acentuadas, os sujeitos do 6º ano tendem a registar valores superiores nos problemas com contextos bimodais para as variáveis:

- a) tempo de leitura dos contextos, " $p = 0.000$ ";
- b) número de fixações realizadas nos contextos, " $p = 0.000$ ";
- c) transições efetuadas entre as áreas do enunciado (texto, imagem e opções de resposta), " $p = 0.000$ ".

Como se observa nos diagramas de extremos e quartis, os problemas com contextos bimodais registam valores médios superiores, quer de tempo de leitura, quer de fixações.

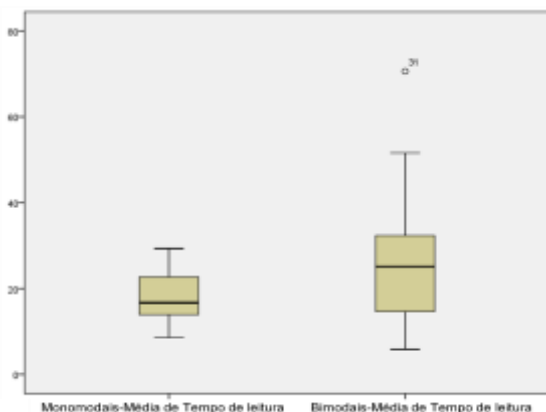


Diagrama de extremos e quartis 4 para a variável *TL* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

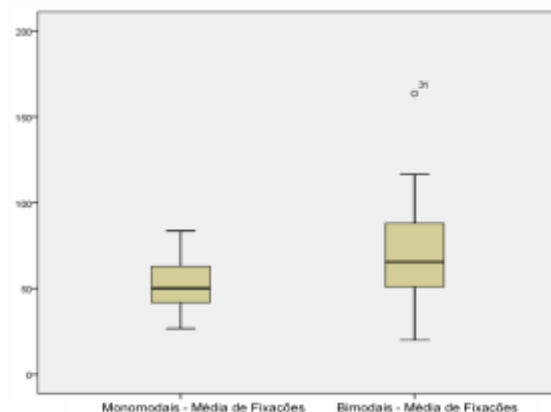


Diagrama de extremos e quartis 5 para a variável *Fix* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

Relativamente ao tempo de leitura dos problemas com contextos monomodais, a representação gráfica mostra resultados menos acentuados, com o valor da mediana abaixo dos 20s, sendo que o valor máximo (assinalado pelo segmento de reta que delimita o 3º quartil) atingiu apenas os 30 segundos.

Nos problemas com contextos bimodais, os sujeitos prolongam o tempo de leitura, como se verifica quer pelo traço que demarca o valor da mediana

(aproximadamente 27 segundos), quer pelo segmento de reta que representa os valores máximos, aqui, a excederem os 50 segundos.

Quanto ao número de fixações efetuadas nos dois tipos de problemas, repete-se a mesma tendência. São os problemas com contextos bimodais que reúnem a média mais elevada de fixações. Enquanto nestes problemas os 50% de valores centrais se situam entre as 50 e as 80 *fixações* e os valores máximos ultrapassam as 100 fixações, nos problemas com contextos monomodais, quer os valores centrais (sensivelmente entre as 40 e as 60 fixações), quer os valores máximos (80 fixações) ficam aquém dos alcançados nos problemas bimodais.

Um cenário idêntico ocorre com a frequência média de transições obtida nos dois tipos de problemas. Mais uma vez, são os problemas com contextos bimodais que registam o maior volume de transições realizadas entre as áreas que compõem os enunciados (texto, imagens e opções de resposta).

Como ilustra o diagrama relativo aos valores desta variável, embora a média de transições se distribua de forma simétrica nos dois tipos de problemas, o valor da mediana nos problemas com contextos bimodais (aproximadamente 10 transições) é amplamente superior ao valor homólogo nos problemas com contextos monomodais (4 transições). Também para os valores máximos se registam diferenças notórias, sendo que os problemas com contextos bimodais alcançaram valores na ordem das 17 transições, bastante superiores aos registados nos problemas com contextos monomodais (cerca de 9 transições).

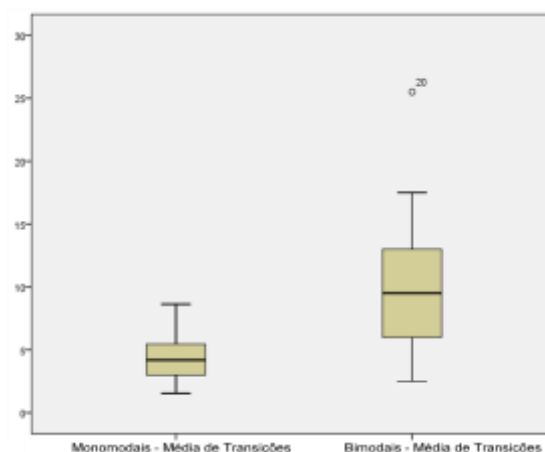


Diagrama de extremos e quartis 6 para a variável *Transições* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

À semelhança do que se aferiu no grupo de sujeitos do 1º ciclo, verificaram-se diferenças estatisticamente significativas (para um nível de significância de 1%) no número de respostas certas entre os dois tipos de problemas, sendo que os problemas com contextos bimodais registaram

- d) um decréscimo expressivo na média de respostas certas, “ $p = 0.000$ ”.

Para demonstrar o desempenho distinto deste grupo de sujeitos nos dois tipos de problemas, apresentam-se os estímulos 7 (fig. 184) e 4 (fig. 186) da mesma área temática (*geometria*) e as respectivas ilustrações de registos oculares realizados pelo mesmo sujeito [MJS-0395] que selecionou a opção de resposta correta no estímulo 7, mas escolheu uma opção de resposta errada no estímulo 4.

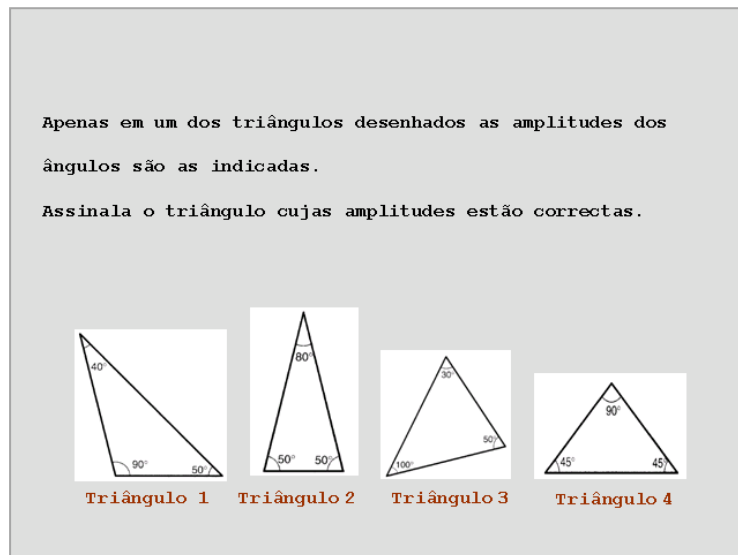


Figura 184: Estímulo 7 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

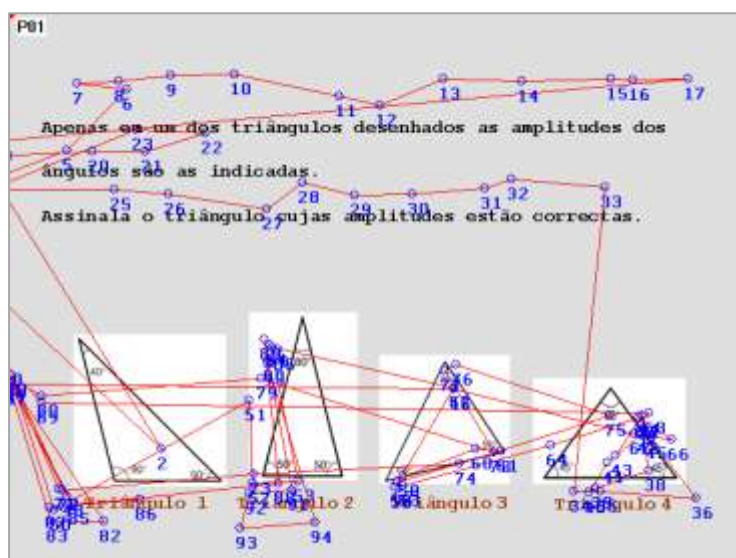


Figura 185: Registo ocular do sujeito [MJS-0395] relativo ao estímulo 7 com resposta certa



Figura 186: Estímulo 4 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da experiência III

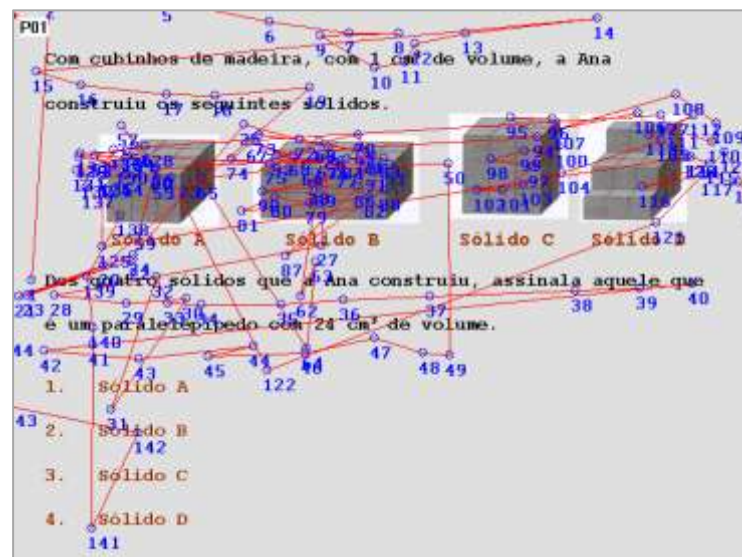


Figura 187: Registo ocular do sujeito [MJS-0395] relativo ao estímulo 4 com resposta errada

A comparação dos valores obtidos nas variáveis em análise nos dois estímulos, perceptível na tabela 42, mostra a causa da disparidade de resultados.

No estímulo 4, a inflação de tempo de leitura da 1ª parte do enunciado, associada a um aumento de fixações, tem origem na presença de imagens que promove igualmente o aumento do número de transições, resultantes da necessidade de articular a informação das diversas fontes informativas, e condiciona a seleção da opção de resposta correta.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | | Nº de fixações | | | Nº Transições | Padrão de respostas | |
|---|----------------------|---------|--------|----------------|---------|-------|---------------|---------------------|---------|
| | Texto | Imagens | Total | Texto | Imagens | Total | | Certas | Erradas |
| 7 (monomodal) 1ª parte (20 U S) | 11,613 | ----- | 11,613 | 40 | ---- | 40 | 4 | 52% | 48% |
| 4 (bimodal) 1ª parte (33 U S) | 9,620 | 19,878 | 29,498 | 34 | 38 | 72 | 13 | 42% | 58% |

Tabela 42: Valores médios de *tempo de leitura*, *fixações* e *padrão de respostas* registrados nos estímulos 4 e 7 do desenho experimental do grupo 2 (2º ciclo) da Experiência III

O processamento da informação dos enunciados com contextos bimodais, que requer o tratamento dos distintos sistemas semióticos e a articulação das informações das diversas fontes informativas numa representação coerente da situação do problema, revelou-se, para este grupo de sujeitos, uma tarefa cognitiva complexa, com repercussões na execução dos procedimentos matemáticos requeridos nas questões dos problemas.

De forma semelhante e com base na mesma metodologia de análise aplicada aos restantes grupos de sujeitos, observou-se o desempenho do **grupo de sujeitos do 3º ciclo**, comparando-se os valores obtidos nas variáveis *tempo de leitura*, *fixações*, *transições* e *padrão de respostas* entre os problemas com contextos monomodais e os problemas com contextos bimodais.

Neste grupo da amostra, registaram-se diferenças estatisticamente significativas entre os dois tipos de problemas para todas as variáveis analisadas, sendo que os problemas com contextos bimodais reuniram valores médios superiores:

- a) no tempo de leitura dos contextos, " $p = 0.000$ ";
- b) no número de fixações realizadas nos contextos, " $p = 0.000$ ";
- c) na quantidade de transições efetuadas entre as áreas do enunciado (texto, imagem e opções de resposta), " $p = 0.000$ ";
- d) no número de respostas certas, " $p = 0.000$ ".

A ocorrência de outras fontes informativas, para além da textual, na descrição das situações enunciadas nos problemas fomenta o aumento dos tempos de leitura e, consequentemente, o acréscimo de fixações.

As representações gráficas com a indicação dos padrões de distribuição dos dados obtidos nos dois tipos de problemas mostram que os problemas com contextos bimodais se destacam com tempos de leitura superiores e com uma média de fixações

mais elevada, como realçam os retângulos, que delimitam os valores centrais, e o valor da mediana assinalada pelo traço que marca a sua posição.

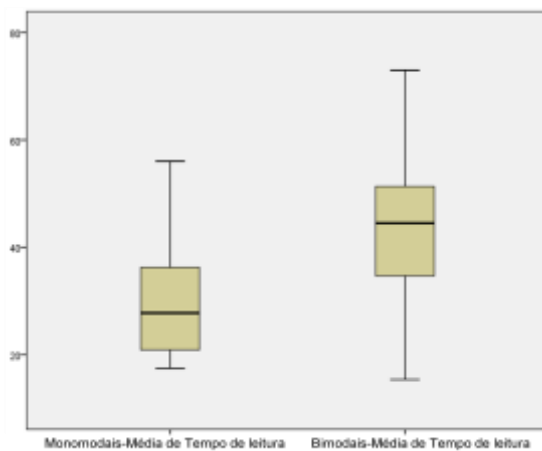


Diagrama de extremos e quartis 7 para a variável *TL* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

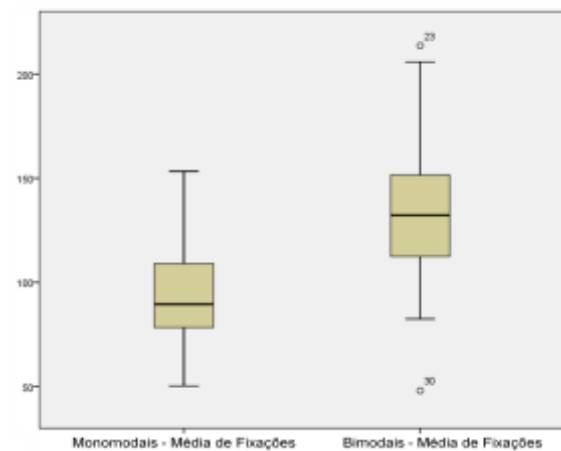


Diagrama de extremos e quartis 8 para a variável *Fix.* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Um outro indicador que regula a distinção dos dois tipos de problemas é o aumento de transições nos problemas com contextos bimodais, imposto pela necessidade de articulação, em primeira instância, da informação dos diferentes sistemas de representação (texto e imagem) numa representação coerente da situação enunciada e, posteriormente, na interseção da informação contextual com as opções de resposta. Como se observa na distribuição da média de transições, representada no diagrama de extremos e quartis 9, os valores desta variável são significativamente mais elevados nos problemas bimodais.

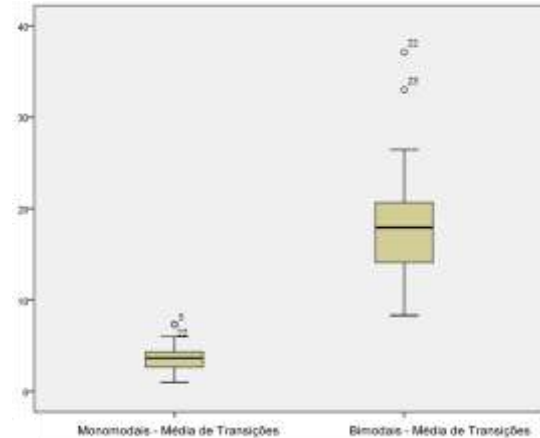


Diagrama de extremos e quartis 9 para a variável *Transições* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Ao contrário do que se verificou nos grupos de sujeitos mais novos (4º e 6º anos), o processamento da informação dos problemas com contextos bimodais parece não condicionar os restantes procedimentos de resolução, uma vez que os problemas com este tipo de contextos registaram mais respostas certas, comparativamente com o

número de respostas da mesma natureza obtido nos problemas com contextos monomodais, como se pode constatar nas representações gráficas dos dois tipos de problemas para a variável padrão de respostas (diagrama 10).

Nos problemas com contextos bimodais, verifica-se uma distribuição mais regular no número de respostas certas com uma cauda mais longa no sentido dos valores máximos, ou seja, os 25% de valores superiores encontram-se mais dispersos do que os 25% dos valores inferiores, o que demonstra que existe uma maior variabilidade no número de respostas certas nos sujeitos com melhores desempenhos.

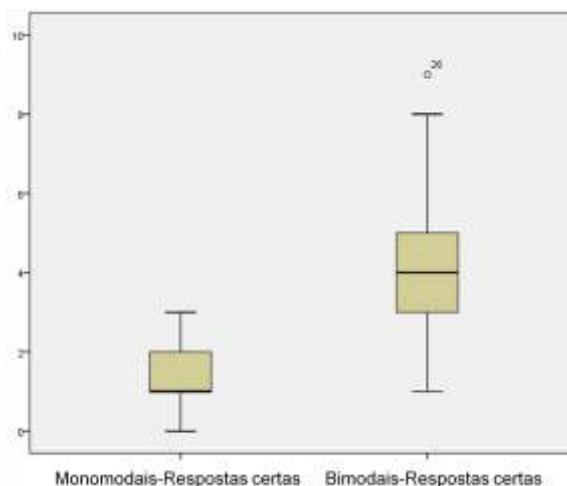


Diagrama de extremos e quartis 10 para a variável *padrão de respostas* nos problemas monomodais e bimodais do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Os estímulos 9 (*fig. 188*) e 3 (*fig. 190*) são, entre outros, exemplos de problemas com estruturas diferentes que ilustram desempenhos distintos no decurso da sua resolução, conforme mostram os valores da tabela 43.

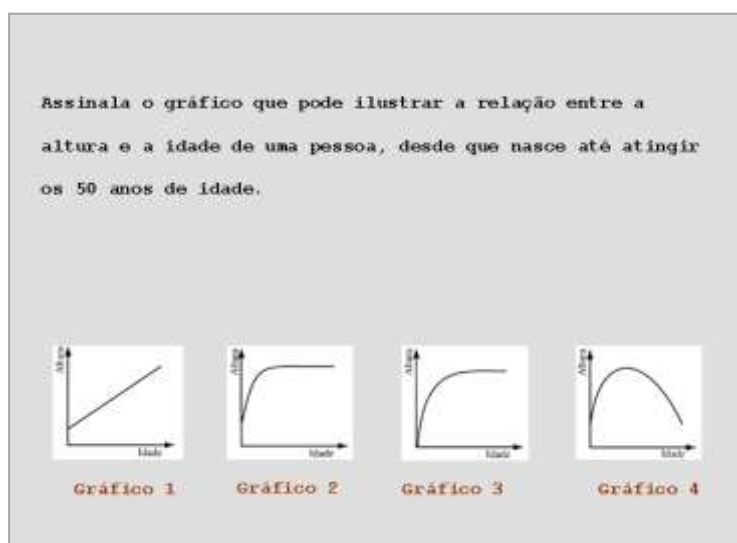


Figura 188: Estímulo 9 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III

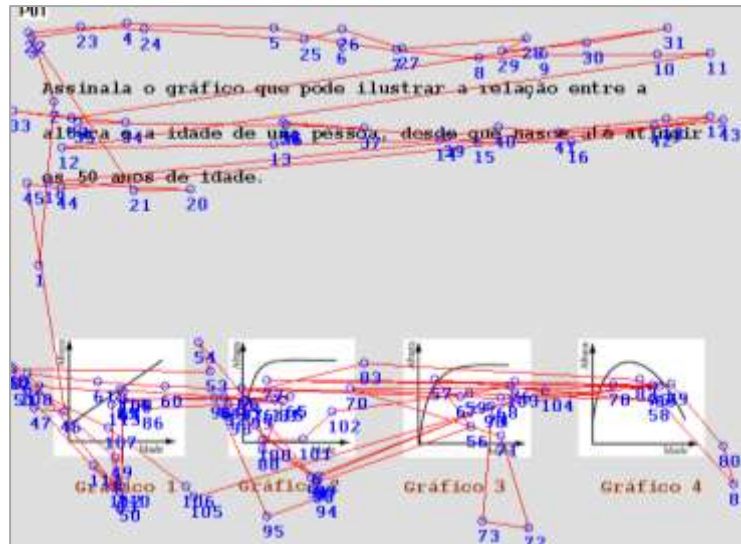


Figura 189: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 9 com resposta errada

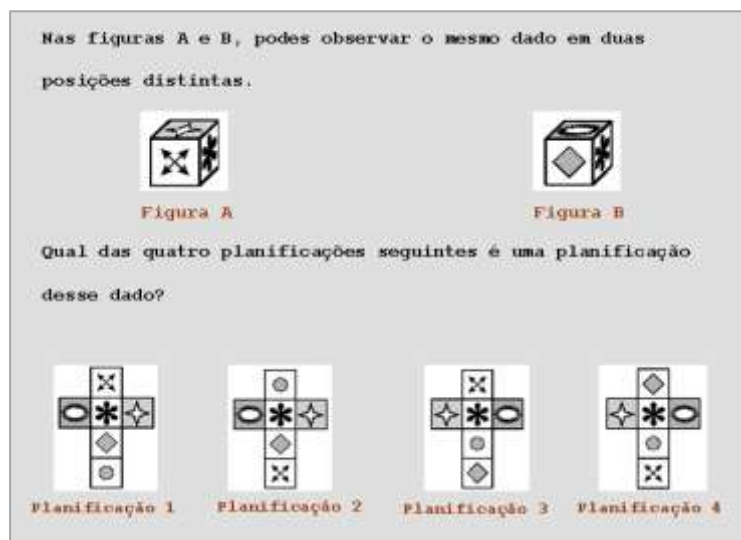


Figura 190: Estímulo 3 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da experiência III

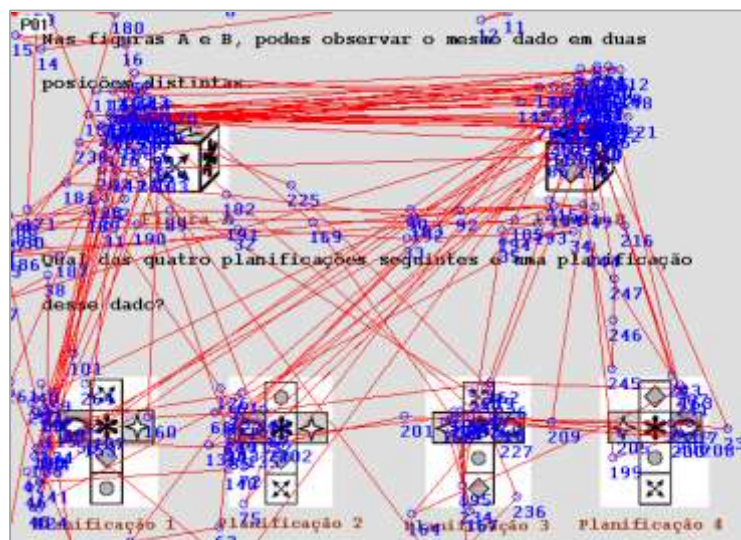


Figura 191: Registo ocular do sujeito [AOE-0292] relativo ao estímulo 3 com resposta certa

Com um número de unidades de significação semelhantes (*vide* tabela 43), a 1ª parte do estímulo 9 (*fig.* 188) regista uma média superior de tempo de leitura e de fixações. Estes valores refletem a primazia da questão que exige a realização de inferências na construção da representação mental da situação enunciada que, no estímulo com contexto bimodal, é facilitada pela ocorrência de imagens, que assumem uma função referencial e, portanto, exigem mais tempo de leitura/observação e mais fixações, prolongando o processamento da informação.

| Estímulos | Tempo de leitura (s) | | | Nº de fixações | | | Nº Transições | Padrão de respostas | |
|---|----------------------|---------|--------|----------------|---------|-------|---------------|---------------------|---------|
| | Texto | Imagens | Total | Texto | Imagens | Total | | Certas | Erradas |
| 9 (monomodal) 1ª parte (27 U S) | 10,212 | ----- | 10,212 | 37 | ---- | 37 | 3 | 27% | 73% |
| 3 (bimodal) 1ª parte (28 U S) | 5,695 | 18,479 | 24,174 | 22 | 50 | 72 | 36 | 50% | 50% |

Tabela 43: Valores médios de *tempo de leitura, fixações e padrão de respostas* registados nos estímulos 3 e 9 do desenho experimental do grupo 3 (3º ciclo) da Experiência III

Como se verifica, quer na tabela 43, quer nos exemplos dos registos oculares referentes aos dois estímulos em análise (*fig.* 189 e *fig.* 191), os problemas que reúnem registos semióticos verbais (texto) e não verbais (imagens) na parte inicial dos enunciados requerem, no decurso do processamento da informação, a realização de um maior número de transições, resultante da necessidade de identificação em cada área do enunciado dos dados relevantes para a resolução do problema.

A ocorrência de imagens na descrição das situações dos problemas agrega mais recursos cognitivos e, por isso, faz mais exigência ao nível da memória de trabalho. No entanto, em particular neste grupo de sujeitos, os registos semióticos não verbais em articulação com os textos parecem melhorar a acessibilidade das representações mentais dos modelos dos problemas e proporcionar o planeamento e a execução das tarefas com melhores resultados, como atesta o padrão de resposta do estímulo 3 que obteve sensivelmente o dobro de respostas certas do estímulo 9.

Em suma, **a análise da composição e da formulação dos contextos dos problemas de escolha múltipla vem ao encontro da hipótese 5**, confirmando que as estruturas distintas dos problemas exigem um processamento cognitivo diferenciado, quer se trate de problemas monomodais ou de problemas bimodais, **ratifica os resultados obtidos na Experiência II acerca do mesmo tópico de análise com problemas**

verbais de construção e partilha as mesmas pistas de investigação com outros estudos realizados no âmbito da resolução de problemas de matemática, formados por diversos sistemas de representação (Bobis *et al.*, 1994; Chandler & Sweller, 1992, 1996; Sweller, 1994, 1995; Berends & Van Lieshout, 2009).

O **processamento dos problemas com contextos bimodais**, que exigem o mapeamento e a construção de uma representação mental coerente do problema que resulta do tratamento e da integração das informações provindas de diferentes fontes físicas ou sistemas de representação, **repercutiu-se, inevitavelmente, no desempenho dos sujeitos** com mais tempo de leitura e um maior número de fixações e de transições realizadas nos enunciados. **Evidenciou-se como uma tarefa mais complexa, que envolve a mobilização de mais recursos cognitivos, constituindo, portanto, uma maior sobrecarga na memória de trabalho e tornando mais lento o processo de resolução.**

Contrastivamente, **o processamento dos problemas com contextos monomodais** assume-se como uma **tarefa menos complexa, que mobiliza menos recursos cognitivos**, uma vez que a informação é disponibilizada apenas numa única fonte informativa, deixando mais espaço disponível na memória de trabalho para a tarefa original (resolver o problema através da aplicação de procedimentos matemáticos).

Nos sujeitos mais novos com menos competências de leitura, manifestadas em parte pelo tempo de leitura e pelo número de fixações realizadas em cada palavra dos enunciados (os sujeitos do 1º ciclo fizeram em média por palavra 1,56 fixações em 0,520ms e os sujeitos do 2º ciclo efetuaram 1,54 fixações em 0,440ms), **o processamento da informação dos enunciados com contextos bimodais parece comprometer o planeamento e a execução das restantes etapas do processo de resolução e dificultar o sucesso na resolução dos problemas.**

Nos sujeitos mais velhos (3º ciclo), com idades compreendidas entre os 14-15 anos, com a amplitude da memória estabilizada, com mais espaço disponível para o armazenamento e tratamento de distintas fontes informativas, com uma maior competência de leitura (realizaram em média por palavra 1,34 fixações em 0,380ms) e com uma competência mais alargada na utilização de plataformas tecnológicas claramente bimodais, **o processamento da informação dos problemas com contextos bimodais parece não afetar o planeamento e a execução das restantes etapas do processo de resolução, uma vez que este tipo de problemas registou níveis de sucesso**

mais elevados, i.e., mais respostas certas do que os problemas com contextos monomodais.

9.8. Considerações gerais

Os resultados obtidos com a aplicação desta experiência, concebida à semelhança da Experiência II, permitiram reforçar as pistas de investigação que foram ganhando consistência ao longo dos três estudos experimentais centrados em metodologias diferenciadas (*off-line* e *on-line*) e tendo por base problemas verbais de construção e problemas verbais de escolha múltipla.

No que diz respeito à ***análise dos fatores do âmbito restrito da matemática, não foram detetadas diferenças significativas no padrão de respostas (certas e erradas) entre os problemas das diversas áreas temáticas que justificassem a influência deste eixo fundamental do currículo da matemática no processo de resolução de problemas.*** Este indicador, já verificado na análise das experiências anteriores, não confirma a hipótese 1, formulada a partir das conclusões constantes nos relatórios referentes às avaliações internas e externas que evidenciam as competências e os conhecimentos dos alunos do Ensino Básico.

Os processos de operacionalização convocados na resolução das tarefas, analisados à luz da hipótese 2, assumiram-se uma vez mais, e tal como se verificara nas experiências anteriores, como um fator robusto que condiciona o desempenho dos sujeitos.

Os problemas que envolvem operações cognitivas mais complexas, como selecionar, organizar, integrar e relacionar informação, com recurso muitas vezes à realização de inferências, de modo a desenvolver um modelo mental que permita compreender as situações enunciadas e dar resposta às questões formuladas através da execução de procedimentos matemáticos, obtiveram taxas de sucesso mais modestas, quando comparados com os problemas que convocam essencialmente o conhecimento de noções e conceitos matemáticos. Estes mobilizam uma quantidade restrita de recursos mentais e fazem menos exigências ao nível da memória de trabalho, ainda que não dispensem o acesso aos conhecimentos prévios que se assumem como fundamentais em todo o processo de resolução.

A análise do desempenho dos sujeitos mostrou ainda que os processos de operacionalização não são suficientes para dar conta de todas as dificuldades relativas ao complexo processo de resolução de problemas de escolha múltipla, evidenciando a relevância das características discursivas e estruturais dos problemas no processamento da informação e na compreensão das situações enunciadas.

Ao nível das características discursivas, a análise da correlação entre as macroestruturas linguísticas e o desempenho dos sujeitos, hipótese 3, revelou que ***a extensão dos enunciados textuais tem repercussões negativas no processamento da informação com reflexos, igualmente pouco abonatórios, nas restantes etapas de resolução.*** Os resultados obtidos neste tópico de investigação condizem com os estudos realizados por Mayer (1992), Mayer & Hegarty (1996), Gerofsky (1996), Toom (1999), Versachaffel *et al.* (2000) e mostraram, através do aumento significativo de tempos de leitura, do número de fixações e de transições entre as diferentes áreas dos enunciados (texto e opções de resposta) e da frequência de respostas erradas, que os enunciados mais longos

- (i) condicionam o processamento da informação, i.e., a integração sequencial das várias proposições textuais numa representação mental coerente com as situações enunciadas;
- (ii) dificultam a construção do modelo mental ou o acesso aos esquemas cognitivos que antecedem a execução dos procedimentos matemáticos;
- (iii) promovem a abordagem superficial dos enunciados e o recurso a estratégias cognitivas elementares, baseadas na extração direta dos dados numéricos mais evidentes para a implementação de um plano de solução;
- (iv) acentuam a taxa de insucesso na resolução deste tipo de problemas.

Estes indicadores reforçam ***o relevo do processamento da informação*** e permitem confirmar que ***os enunciados longos não só não melhoram a acessibilidade aos esquemas e/ou aos modelos mentais das situações enunciadas, como impedem que o acesso se faça, dificultando a compreensão dos enunciados e condicionando a resolução dos problemas.***

As dificuldades de compreensão não resultam apenas da extensão dos textos dos enunciados, i.e., das macroestruturas linguísticas, mas parecem residir igualmente ao nível das microestruturas linguísticas, ou seja, nos constituintes frásicos ou

oracionais que apresentam os dados relevantes para a execução dos planos de resolução, conforme fora ponderado na hipótese 4.

A natureza categorial, a estrutura interna, a posição sintática e a densidade de informação dos sintagmas afetam o processamento da informação, i.e., a integração e a manutenção na memória de trabalho dos dados informativos e a sua recuperação para a realização das tarefas convocadas nos problemas. O processamento parcial da informação, resultante da incapacidade da memória de trabalho em suportar uma maior quantidade de informação para além daquela que a sua capacidade comporta, conduz a um planeamento estratégico de resolução incompleto e/ou incorreto, baseado numa representação mental onde apenas é considerada parte da informação ou onde os dados não se encontram agregados adequadamente às entidades que referenciam.

Por último, a análise do desempenho dos sujeitos relativamente à resolução de problemas com estruturas distintas (monomodais e bimodais) permitiu confirmar a hipótese 5 e corroborar a premissa, já identificada noutros estudos subordinados à temática da resolução de problemas (Bobis *et al.*, 1994; Chandler & Sweller, 1992, 1996; Sweller, 1994, 1995; Duval, 2003, 2006; Berends & Van Lieshout, 2009), de que *o processo de resolução, além de implicar a discriminação de variáveis linguísticas na compreensão das situações descritas nos problemas, requer também o conhecimento das propriedades e da funcionalidade dos diferentes sistemas de representação que formam os enunciados (a língua natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas, as representações gráficas e as ilustrações) que exigem um processamento cognitivo diferenciado, envolvem a mobilização de mais recursos cognitivos e exercem uma maior sobrecarga na memória de trabalho que comprometerá o processamento da informação.*

Foi sobretudo nos sujeitos mais novos do 1º e do 2º ciclos, com menos anos de escolarização, que a compreensão dos enunciados com contextos bimodais se evidenciou uma tarefa cognitiva mais complexa. A dificuldade de efetuar o mapeamento e a integração da informação provinda de diversas fontes informativas/sistemas semióticos de representação manifestou-se no desempenho destes grupos de sujeitos, ora através das pistas de processamento (aumento de tempo de leitura, de fixações e de transições), ora pelas taxas de insucesso mais elevadas, comparativamente às registadas nos problemas monomodais, formados apenas por linguagem alfanumérica.

Os dados obtidos com a realização desta experiência e corroborados pelos resultados da Experiência II realçam ***a preponderância do processamento da informação, que está dependente da capacidade limitada da memória de trabalho*** (Daneman & Carpenter, 1980, 1983; Fletcher, 1986; Carpenter & Just, 1988; Baddeley & Wilson, 1988; Baddeley, 1992), ***como um procedimento complexo, que se impõe na fase inicial do processo de resolução de problemas verbais, e ao qual estão subordinadas as restantes etapas (representação mental das situações enunciadas, planejamento e execução de procedimentos matemáticos).***

III PARTE



Conclusões

No final deste trabalho é possível destacar alguns fatores do âmbito das ciências cognitivas, da linguística e da matemática que se afiguram preponderantes na abordagem do complexo processo de resolução de problemas de matemática e que se revestem de considerável utilidade para a fundamentação das opções didáticas no ensino e aprendizagem da resolução de problemas verbais.

Os resultados dos últimos estudos internacionais em que Portugal participou (*PISA, 2009; TIMSS, 2011*) indicam que a resolução de problemas continua a ser a atividade em que os alunos revelam mais dificuldades. Mais de metade da população estudantil não ultrapassa o nível intermédio de *benchmarks* (o segundo mais baixo de quatro níveis). Os alunos só têm sucesso na compreensão de enunciados matemáticos com baixo nível de complexidade e na resolução de operações matemáticas elementares (*PISA, 2009*) e apenas demonstram capacidade para aplicar conhecimentos básicos em situação de resolução imediata, mas não possuem o domínio suficiente desses conhecimentos para resolver problemas (*TIMSS, 2011*).

Estes indicadores de referência vão permitindo inferir que os alunos têm dificuldades em interpretar os problemas, nomeadamente os que requerem a compreensão de enunciados escritos e que convocam vários conhecimentos e procedimentos de resolução, e que não estão habituados a lidar com informação disponível nos enunciados textuais e a deles extrair os elementos relevantes para a resolução de tarefas de natureza variada. No entanto, esta competência está presente no *Currículo Nacional para o Ensino Básico* e é central na definição dos conhecimentos e das competências que o cidadão deverá possuir no final do Ensino Básico.

O complexo processo de resolução de problemas de matemática tem sido tema de inúmeras investigações que, para além de evidenciarem os princípios que regulam as várias etapas de resolução [→ § 3. 2.], enfatizam os predadores que podem estar na origem das dificuldades manifestadas pelos sujeitos, quando são confrontados com a realização das tarefas.

Numa perspetiva linguística, as pesquisas centram-se nas características estruturais e discursivas dos enunciados cuja complexidade pode fazer diminuir a

compreensão e dificultar a interpretação dos problemas, nomeadamente os vários registos semióticos que enformam os enunciados (Duval, 2007; Schleppegrell, 2007), os contextos verbais (Sowder, 1989; Verschaffel *et al.*, 2000) e as propriedades gramaticais dos enunciados textuais, com particular incidência na precisão da linguagem e no vocabulário técnico (Foulin e Monchou, 2000; Skovsmore, 2000), nas construções sintáticas (Jerman & Mirman, 1973; Correia, 2003; Othero, 2007) e nas estruturas semânticas (De Corte *et al.*, 1990; Nesher & Hershkovitz, 1994).

Na perspetiva da matemática, as investigações contemplam duas dimensões: a dimensão dos conteúdos e a dimensão cognitiva.

Ao nível dos conteúdos, os estudos dão relevância aos temas matemáticos e incidem nas tipologias e na caracterização dos problemas (Riley *et al.*, 1983; Frederiken, 1984; Charles & Lester, 1984).

As pesquisas que se centram na dimensão cognitiva destacam os constrangimentos associados à resolução dos problemas, tomando como referência basicamente os processos mentais convocados para a resolução das tarefas, designadamente os conhecimentos (Gilmore & Papadatou-Pastou, 2009; Schneider & Stern, 2010), o raciocínio (Vinner, 1997; Lithner, 2008), as representações mentais (Kintsch, 1998; Thevenot *et al.*, 2007) e os procedimentos (Polya, 1973; Schoenfeld, 1979; Mayer & Hegarty, 1996).

Não obstante a relevância e a pertinência destes estudos, as abordagens diferenciadas, fundadas em perspetivas diferentes, poucas vezes estabelecem a associação entre as competências matemática, linguística e leitora no processo de resolução de problemas e não evidenciam, de forma clara, a articulação entre o processo de leitura e as restantes etapas de resolução, que foi de resto um dos objetivos que moveu a concretização deste estudo.

Em conformidade com os objetivos propostos [pp. 5-6], esta dissertação constitui-se como um referencial teórico, metodológico e empírico que permitiu aferir alguns indicadores que se afiguram como fatores preponderantes na abordagem dos dois processos fundamentais da resolução de problemas de matemática: o processamento da informação e os procedimentos matemáticos.

Neste sentido, conceberam-se, para o efeito, três experiências, cujo *corpus* é formado por problemas verbais de construção e de escolha múltipla, selecionados das

Provas de Aferição e dos Exames Nacionais de Matemática, que permitissem determinar, através do desempenho de três grupos de sujeitos com diferentes padrões de desenvolvimento cognitivo e níveis de instrução (4º, 6º e 9º anos de escolaridade), a influência de fatores do âmbito restrito da matemática, nomeadamente *os domínios temáticos* e *os processos de operacionalização* das tarefas, e do âmbito restrito da linguística, designadamente algumas propriedades dos enunciados dos problemas, como *a extensão dos contextos verbais, a estrutura das categorias sintagmáticas que ocorrem como foco informativo em posição pós-verbal* e *a presença de diferentes registos de representação semiótica nos contextos dos problemas*.

Os temas matemáticos, i.e., as áreas específicas de conteúdo (*números e operações, álgebra, geometria e organização e tratamento de dados*) têm sido a pedra angular do currículo da matemática que sustentam os quatro eixos fundamentais em torno dos quais se desenvolve o ensino-aprendizagem: “*o trabalho com números e operações, o pensamento algébrico, o pensamento geométrico e o trabalho com dados*” (Ponte *et al.*, 2007, p. 1).

Os instrumentos de avaliação são construídos em função destas áreas de conteúdo e os estudos nacionais e internacionais que avaliam os conhecimentos e as competências dos alunos de diferentes níveis de ensino destacam os temas matemáticos como fatores influentes no processo de resolução de problemas [→§ 1.1. e 1.2.].

Os resultados obtidos nos três estudos empíricos desenvolvidos no âmbito desta dissertação não evidenciaram que o desempenho dos sujeitos seja necessariamente afetado pela complexidade dos conteúdos associadas a cada área temática. Os distintos padrões de respostas, obtidos em problemas pertencentes ao mesmo domínio temático, refutaram a hipótese de destacar os temas matemáticos como preditores influentes no processo de resolução dos problemas e, em particular, na compreensão e na interpretação dos enunciados.

Ainda no âmbito da competência matemática, *os procedimentos e os conhecimentos (conceptuais e processuais)* convocados na resolução dos problemas são objeto de análise de muitos estudos que refletem uma das maiores preocupações dos investigadores.

Tal como em outras investigações realizadas neste âmbito restrito, os resultados obtidos na análise do desempenho dos sujeitos dos três grupos da amostra confirmaram ***a complexidade dos procedimentos e dos conhecimentos como fatores robustos que parecem interferir na resolução de problemas verbais.***

Os problemas que envolvem operações cognitivas mais complexas, como selecionar, organizar, integrar e relacionar informação, com recurso, muitas vezes, à realização de inferências, de modo a desenvolver um modelo mental que permita compreender as situações enunciadas e dar resposta às questões formuladas através da execução de várias operações matemáticas, obtiveram taxas de sucesso mais modestas, quando comparados com os problemas que convocam essencialmente o conhecimento de noções e conceitos matemáticos que mobilizam uma quantidade restrita de recursos mentais e fazem menos exigências ao nível da memória de trabalho, ainda que não dispensem o acesso aos conhecimentos prévios, que se assumem como fundamentais em todo o processo de resolução [→§ 8.7. e 9.7.].

Relativamente aos problemas que envolvem os dois tipos de conhecimentos (conceptuais e processuais) não foi possível determinar uma causalidade entre estes dois tipos de conhecimentos (se os conceitos ocorrem em primeiro lugar e determinam a aquisição de procedimentos ou se os procedimentos são primeiramente instanciados e condicionam a constituição de conceitos). Os resultados aqui apurados, já anteriormente encontrados por outros autores (Brissiaud 2002; Gilmore & Papadatou-Pastou, 2009; Schneider & Stern, 2010), apontam para ***a integração entre procedimentos e conceitos, i.e., uma relação de reciprocidade entre os dois tipos de conhecimentos, como o resultado final de um processo que permite resolver os problemas.***

Face a estes resultados e tendo presente que os instrumentos de avaliação contemplam esta categoria de problemas, parece pertinente confrontar os alunos com uma vasta série de atividades, que não façam intervir apenas os procedimentos (mecanização e treino) ou os conceitos (conhecimento explícito) mas os dois conjuntamente de forma sistemática e frequente, que permitam simultaneamente desenvolver uma conceção integrada dos conhecimentos (conceptuais e processuais) e consolidar as capacidades de resolução.

Sem descurar a necessidade de implementação de práticas e estratégias que facilitem as aprendizagens em curso e reforcem as competências matemáticas dos alunos, é fundamental atender à formulação dos enunciados dos problemas, para que a compreensão não se constitua como o obstáculo principal ao processo de resolução.

A compreensão das situações enunciadas nos problemas passa necessariamente pela leitura e pelo processamento da informação que parece estar, em parte, dependente das características discursivas e estruturais dos enunciados.

O ato da leitura põe em jogo processos cognitivos de extrema complexidade que vão desde a percepção e a memória, até aos processos de inferência e de integração da informação textual.

Alguns autores (Gough, 1972; Just & Carpenter, 1980; Rayner & Pollatsek, 1989; Goodman, 1970, 1998) têm procurado integrar estes conhecimentos parcelares em modelos coerentes e globais que permitam explicar o processo de leitura [→§ 4.1.].

Quando se analisa este processo, no domínio da resolução de problemas, através da observação da capacidade dos sujeitos em compreender os enunciados dos problemas, a legibilidade dos textos é muitas vezes discutida, apontando-se fórmulas para minorar a complexidade textual (Newton & Merrell, 1994) e dando-se sugestões no sentido de redigir textos mais fáceis (Hubbard, 1992).

Para examinar o efeito de algumas características linguísticas e estruturais nos processos de leitura e compreensão dos enunciados dos problemas, optou-se pela monitorização do registo dos movimentos oculares dos sujeitos que permite fazer um exame integral de como a atenção é dirigida a um estímulo e analisar não só as fases iniciais de todo o processo de resolução (leitura e processamento da informação), como também observar a etapa de planeamento da solução (Hegarty *et al.*, 1995).

No âmbito das propriedades textuais, os estudos experimentais incidiram, numa primeira fase, na análise da extensão das macroestruturas linguísticas, ou seja, na influência que a quantidade de informação veiculada nos enunciados textuais exerce quer na fase inicial de processamento, quer nas fases seguintes de planeamento e execução de um plano de solução.

A natureza dos contextos dos problemas não tem reunido o consenso dos investigadores, cujos argumentos se dividem entre a pertinência de enunciados com

contextos reduzidos, que integrem apenas a informação essencial para execução das tarefas (Gerofsky, 1996; Toom, 1999), ou de enunciados com contextos mais extensos, que transmitem, para além das informações essenciais, outros dados informativos complementares e semanticamente coerentes com a situação do problema (Bruner, 1986; Sowder, 1989).

A análise contrastiva destes dois tipos de contextos no desempenho dos sujeitos dos três grupos, refletido através do tempo de leitura e no número de fixações e de transições realizadas entre as áreas dos enunciados, demonstrou que, quer nos problemas de construção, quer nos problemas de escolha múltipla, ***os contextos mais longos, portadores de uma maior demanda de informação alfanumérica, inflacionam o tempo de leitura e o número de fixações, de resto duas variáveis estatisticamente correlacionáveis e relevadoras do efeito da extensão dos enunciados no processamento da informação.***

Foi igualmente neste tipo de contextos que aumentou significativamente o número de transições entre as partes que constituem os enunciados, no caso particular dos problemas de escolha múltipla, entre os contextos e as quatro opções de resposta. Este indicador é um forte indício de que ***os enunciados com contextos mais longos, detentores de informação relevante e irrelevante para a tarefa de resolução, não só não melhoram a acessibilidade à representação mental dos problemas, como impedem que o acesso se faça, dificultando, deste modo, a interpretação e a compreensão dos problemas.*** Estes resultados vão ao encontro das investigações de Gerofsky (1996), Toom (1999), Verschaffel *et al.* (2000) e Österholm & Bergqvist (2012) que apontam os contextos longos dos problemas de matemática como um “entrave” ao processo de resolução.

O facto de, nos enunciados com contextos mais extensos, o aumento do número de transições ser direta e estatisticamente proporcional à diminuição de respostas certas, é outro dado robusto que confirma que ***a natureza dos contextos dos problemas, nomeadamente dos mais extensos, não só se constitui como um obstáculo ao processamento da informação e à compreensão das situações enunciadas, como também tem repercussões nas etapas subsequentes de resolução, comprometendo a realização com sucesso dos procedimentos matemáticos.***

Embora a análise deste tópico não se tenha centrado particularmente nas estratégias de resolução adotadas pelos sujeitos, os dados revelaram que ***a densidade de informação presente nos enunciados textuais, para além de ter custos mais elevados no processamento da informação e de dificultar a representação mental dos problemas, tende a promover a seleção de estratégias de resolução elementares.*** Os sujeitos focam-se na extração dos dados mais proeminentes nas proposições, como as palavras-chave e os numerais, sem contemplarem as relações entre as variáveis do problema. Estes resultados não são coincidentes com o estudo de Bruner (1986) que defende que o recurso a estratégias cognitivas elementares é mais frequente nos problemas com enunciados concisos.

Neste sentido, a abordagem e a análise da relação entre a natureza dos contextos e as estratégias de resolução adotadas pelos sujeitos são de resto uma das pistas de investigação a considerar em trabalhos futuros.

A densidade de informação, presente nas macroestruturas textuais, ainda que se constitua como um fator preponderante, nem sempre é a única propriedade linguística influente no processamento da informação e na compreensão das situações enunciadas. A relevância das propriedades textuais no processo de resolução dos problemas não pode ser dissociada da forma como a informação verbal é apresentada ao nível das microestruturas linguísticas.

A par dos efeitos de frequência e de extensão, quer dos numerais (Brysbaert, 1995), quer das palavras (Homan *et al.*, 1994), que são referenciados como predicadores básicos no processamento da informação, há que considerar a influência da *estrutura dos constituintes frásicos e/ou oracionais* na compreensão dos problemas e na interpretação das situações apresentadas.

A análise do desempenho dos três grupos de sujeitos face a este tópico de investigação legitimou ***a complexidade das categorias sintagmáticas, que ocorrem na superfície dos enunciados textuais em posição pós-verbal, como um fator influente no processamento da informação e na compreensão dos enunciados dos problemas, tanto nos que convocam operações cognitivas menos complexas, como nos que envolvem operações cognitivas mais complexas, com repercussões nas etapas subsequentes do processo de resolução.***

O processamento da informação veiculada nas categorias sintáticas que agregam, para além do núcleo, complementos e/ou modificadores, evidenciou-se, através da inflação do tempo de leitura e do aumento significativo de fixações e de transições, como uma tarefa cognitiva mais complexa, quando comparada com o processamento da informação das categorias sintáticas formadas apenas pelo núcleo (nomes ou adjetivos).

A presença de constituintes subcategorizados pelo núcleo das categorias sintáticas, para além de provocarem o efeito de extensão das construções e de complexificarem o acesso à representação e à significação das estruturas linguísticas, afetaram o processamento da informação e dificultaram a interpretação das situações enunciadas, com prejuízo para as restantes etapas do processo de resolução.

A dificuldade de processamento de categorias sintagmáticas complexas parece resultar da correlação de três fatores: a posição sintática que essas mesmas estruturas ocupam nos enunciados discursivos, o efeito de extensão e a capacidade da memória de trabalho dos sujeitos.

Os constituintes sintagmáticos, que transmitem a informação relevante para a resolução das tarefas, ocupam sempre a posição mais à direita das frases ou das orações, sendo interpretados como foco informacional. Estas microestruturas linguísticas constituem-se como o comentário, que acrescenta a informação nova acerca do tópico enunciativo. A informação, destacada pelo comentário, é classificada e armazenada sob a entrada referencial correspondente ao tópico, que se assume como a entidade proeminente e é primeiramente instanciada na memória de trabalho, uma vez que ocupa a posição inicial das proposições dos enunciados dos problemas.

Sabendo-se que o efeito de extensão dos elementos linguísticos que ocorrem a nível sintagmático e oracional na superfície dos textos não é compatível com a capacidade limitada da memória de trabalho, poder-se-á compreender que a codificação, manutenção e recuperação no sistema memorial das estruturas sintagmáticas que agregam mais categorias lexicais seja mais difícil do que o processamento das estruturas sintagmáticas formadas basicamente pelo núcleo.

Com efeito, e tomando como referência as respostas dadas pelos sujeitos às questões formuladas nos problemas, verificou-se que ***a totalidade da informação veiculada por esses constituintes frásicos ou oracionais não foi integralmente***

processada, evidenciando-se o efeito de primazia e de recência em que apenas os segmentos iniciais ou os segmentos finais das estruturas linguísticas foram processados.

O processamento apenas parcial da informação, para além de dificultar a compreensão dos problemas, afeta significativamente os restantes procedimentos de resolução. Constatou-se que os problemas, cuja informação relevante para a execução das tarefas propostas foi apresentada nos enunciados sob a forma de estruturas sintagmáticas complexas, obtiveram taxas de insucesso significativamente mais elevadas, comparativamente com os problemas, cuja informação essencial ocorre em estruturas sintagmáticas simples [→§ 9.7., pp. 311-334]. Estes resultados foram extensíveis a todos os grupos de sujeitos da amostra.

À semelhança do efeito provocado pela densidade de informação irrelevante nas macroestruturas linguísticas, a avultada quantidade de informação relevante presente nas microestruturas linguísticas, para além de criar fortes restrições ao processo cognitivo da representação mental dos problemas, fomenta a execução de estratégias e de procedimentos matemáticos incompletos, que não contemplam nem a totalidade da informação, nem as relações entre todas as variáveis do problema e que conduzem inevitavelmente à promoção de respostas erradas.

Em conformidade com os resultados apurados, conclui-se que ***a compreensão verbal antecede a compreensão matemática dos enunciados e que os fatores de natureza linguística atuam antes mesmo dos elementos estruturantes e dos aspetos fundamentais da competência matemática no processamento da informação e na interpretação e compreensão das situações enunciadas nos problemas.***

Tendo em conta estes indicadores, parece necessário, do ponto de vista pedagógico, dotar os sujeitos de “ferramentas” linguísticas, através de uma efetiva aprendizagem do conhecimento explícito da língua, nomeadamente das propriedades gramaticais dos textos, que lhes permitam desenvolver uma maior e mais multifacetada consciência linguística e, por conseguinte, fazer face às estruturas complexas que frequentemente ocorrem na superfície dos enunciados dos problemas verbais de matemática.

O processo de resolução, além de implicar a discriminação de variáveis linguísticas na compreensão dos problemas, requer também o conhecimento das propriedades e da funcionalidade dos diferentes *sistemas de representação semiótica* que formam os enunciados (a língua natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas, as representações gráficas e as ilustrações).

O impacto da formulação de problemas com recurso a múltiplos registos semióticos no desempenho dos sujeitos tem sido objeto de análise de algumas investigações, cujos resultados dissidentes apontam, ora para os seus benefícios na eficácia da comunicação e na aprendizagem de conceitos matemáticos (Ainsworth *et al.*, 1997; Elia *et al.*, 2007; Schnotz, 2002), ora para a dificuldade que representam na compreensão dos problemas (Mayer *et al.*, 2001; De Westelinck *et al.*, 2005; Schleppegrell, 2007; McNeil *et al.*, 2009).

Estas prerrogativas suscitaram a análise da influência da formulação dos enunciados dos problemas no processo da sua resolução, assente em dois tipos distintos: *problemas monomodais* e *problemas bimodais*.

Estes dois conceitos, concebidos à luz da proposta de categorização de mensagens informativas de Doblin (1980) e da classificação dos diferentes registos semióticos mobilizáveis no funcionamento matemático de Duval (2007), promovem a distinção entre problemas que integram apenas informação de natureza alfanumérica e são formados, essencialmente, por linguagem verbal em articulação com linguagem numérica (monomodais) e problemas que, para além da informação alfanumérica, integram igualmente informação diagramática, que pode ser representada através de vários registos semióticos não verbais (bimodais) [→§ 2.4.4.].

A análise do desempenho dos sujeitos dos três grupos da amostra relativamente a estes dois tipos de problemas verbais:

- (i) demonstrou que ***a presença de distintos sistemas de representação semiótica nos enunciados dos problemas de construção e de escolha múltipla condiciona a compreensão e o tratamento da informação, afetando a representação mental das situações descritas nos problemas e, conseqüentemente, as restantes etapas de resolução;***

(ii) confirmou ***padrões de desempenho diferenciados que parecem resultar das propriedades e das funções cognitivas preenchidas pelos vários registos semióticos que ocorrem na superfície dos enunciados.***

O processamento da informação dos problemas monomodais revelou-se uma tarefa menos complexa, atendendo à ocorrência de tempos de leitura pouco acentuados e ao decréscimo do número de fixações e de transições.

Ainda que não prescindia da construção de um modelo mental, a resolução deste tipo de problemas mobiliza menos recursos cognitivos, uma vez que a informação é disponibilizada apenas numa única fonte informativa, deixando mais espaço disponível na memória de trabalho para a tarefa original, i.e., a aplicação de procedimentos matemáticos que permitam alcançar a solução.

Os problemas bimodais implicaram custos mais elevados de processamento, refletidos no acréscimo do tempo de leitura e no aumento do número de fixações realizadas nos enunciados e de transições efetuadas entre os diversos registos verbais (texto) e não verbais (imagens gráficas).

O processamento deste tipo de problemas evidenciou-se como uma tarefa cognitiva mais complexa, uma vez que exige o mapeamento e a construção de uma representação mental que integre os dados informativos relevantes dos diferentes sistemas de representação. Envolve a mobilização de mais recursos cognitivos e, portanto, exerce uma maior sobrecarga na memória de trabalho. Um simples erro na representação ou uma representação parcial da relação entre as diferentes fontes informativas pode comprometer o planeamento e a execução das restantes etapas de resolução.

Os dados atestados nestes estudos e corroborados por outros investigadores (Bobis *et al.*, 1994; Chandler & Sweller, 1992, 1996; Sweller, 1994, 1995; Berends & Van Lieshout, 2009) destacam ***a formulação dos problemas com distintos sistemas de representação (verbal e não verbais) como um expressivo predador das dificuldades manifestadas pelos sujeitos no processo de resolução.***

Os efeitos da articulação de diferentes registos semióticos nos enunciados dos problemas refletiram-se com particular incidência no desempenho dos sujeitos mais novos (com idades compreendidas entre os 9 e os 12 anos). Nos enunciados bimodais,

os elevados custos de processamento, manifestados por acentuados tempos de leitura e com recurso a mais fixações e a um maior número de transições entre as distintas fontes informativas, contrastaram com as reduzidas taxas de sucesso de resolução.

Nos sujeitos mais velhos (com cerca de 14-15 anos de idade), embora se tenha verificado um maior dispêndio de tempo de leitura dos enunciados, associado a um aumento de fixações e de transições, as características e as propriedades dos problemas bimodais parecem não ter condicionado o processamento da informação e as subsequentes etapas de resolução. Foram obtidos níveis de sucesso mais elevado nestes problemas do que nos problemas monomodais. ***As origens mais prováveis deste desempenho residirão numa maior amplitude da memória e nas competências mais alargadas no domínio da leitura e da utilização de plataformas tecnológicas claramente bimodais.***

Recorde-se que a amplitude da memória de trabalho aumenta uma unidade em cada dois anos, desde os três até cerca dos catorze anos, estabilizando depois até à idade adulta (LeBlanc & Weber-Russell, 1996; Baddeley & Logie, 1999).

Ainda no âmbito dos problemas bimodais, e tomando como referência os estudos de Bertin (1970); Vanoye (1973); Levin *et al.* (1987); Calado (1994); Santaella & Nörth (1998); Baptista (2009), analisaram-se as propriedades e as características das representações icónicas e a sua respetiva funcionalidade no processamento dos enunciados textuais em que ocorrem, distinguindo-se, para diferentes contextos bimodais, duas tipologias para a classificação das situações de articulação entre texto e imagem: *problemas com contextos bimodais híbridos* e *problemas com contextos bimodais mistos*.

Atribuiu-se a designação *bimodais híbridos* aos contextos dos enunciados que se caracterizam pela presença de elementos não linguísticos como gráficos, tabelas ou imagens que, conjuntamente com a linguagem verbal, apresentam a situação descrita no problema. Estas formas de representação iconográfica assumem uma relação de ancoragem com as sequências linguísticas e cumprem uma função referencial no processo de resolução dos problemas. A ausência destes elementos tornaria inviável a compreensão dos enunciados e as subsequentes etapas de resolução.

Os enunciados dos problemas com contextos *bimodais mistos* distinguem-se pela presença conjunta de linguagem verbal e de linguagem pictórica, assumindo-se esta última como um complemento informativo do enunciado verbal, ou seja, estabelece uma relação de complementaridade com o texto e a sua integração no contexto do enunciado parece não ser imprescindível para a resolução do problema.

A análise do desempenho dos sujeitos relativamente a estes dois tipos de problemas evidenciou que ***ainda que os distintos registos semióticos não verbais partilhem entre si a mesma finalidade: representar os objetos matemáticos, as suas propriedades e as funções cognitivas que preenchem assumem um papel relevante na compreensão dos enunciados e, fundamentalmente, na construção das representações mentais das situações dos problemas.***

Os enunciados com contextos bimodais híbridos registaram tempos de leitura mais acentuados e um montante superior de fixações, sendo que os valores destas variáveis chegam a ser mais elevados nas imagens do que nos textos, que se destacam geralmente como a principal fonte informativa [→§ 8.7.].

A relevância dos registos picturais que surgem neste tipo de enunciados ficou patente, igualmente, no fluxo de transições efetuadas entre os diversos sistemas de representação, denotando-se também desta forma a sua funcionalidade para a compreensão dos enunciados.

As imagens que ocorrem nos contextos dos problemas bimodais mistos, registaram tempos mínimos de leitura e um reduzido número de fixações, não contribuindo, por isso, para custos mais elevados de processamento, ainda que consumam recursos cognitivos que poderiam ser afetados para os procedimentos de resolução.

Os dados relativos ao desempenho dos sujeitos revelaram ainda que ***as imagens presentes nos problemas bimodais mistos, embora não acrescentem informação nova aos contextos verbais, podem assumir uma de duas funções cognitivas:***

- (i) uma ***função redundante***, ilustrando parcialmente os objetos referenciados nos textos dos problemas e duplicando a informação dos contextos verbais, sem qualquer intervenção ou pertinência para os procedimentos de resolução [→§ 8.7.];

- (ii) uma **função subsidiária**, auxiliando a compreensão das informações veiculadas nos contextos verbais, sobretudo nos mais complexos do ponto de vista linguístico, conferindo-lhes uma maior inteligibilidade, através do realce dos dados/elementos mais pertinentes para a construção do modelo mental da situação do problema que permita operacionalizar o processo cognitivo de resolução [→§ 8.7. e 9.7.].

Estes indicadores, para além de evidenciarem o papel que os registos semióticos picturais assumem nos contextos dos enunciados dos problemas, reforçam a premissa, já anteriormente defendida por Duval (2002), de que os registos semióticos não verbais não podem ser classificados como um tipo homogêneo de representação, sem se considerarem outros fatores que lhes estão associados, como a composição e as funções cognitivas que preenchem, que permitam a identificação de grupos distintos de representação entre os mesmos registos semióticos.

A análise desta pista de investigação sugere, do ponto de vista científico, a retoma deste tema e a análise da influência dos registos semióticos, que ocorrem em particular nos contextos dos enunciados bimodais mistos, não apenas no processamento da informação, como também nas restantes etapas de processo de resolução, uma vez que estes estudos incidiram fundamentalmente na sua pertinência para as fases iniciais do processo de resolução de problemas.

Observando-se que os distintos sistemas de representação semiótica poderão agir como fatores facilitadores ou inibidores no processo de resolução dos problemas, ***parece importante que, do ponto de vista pedagógico, sejam trabalhadas e destacadas, em contexto de sala de aula, as propriedades e as funcionalidades dos diferentes sistemas semióticos que representam os objetos matemáticos e que ocorrem nos contextos dos problemas bimodais híbridos e mistos de forma a garantir uma melhor compreensão e gerando uma aprendizagem mais significativa.***

A súmula dos resultados destes estudos empíricos, que permitiram analisar, para além de aspetos do domínio específico da matemática, os mecanismos cognitivos e linguísticos mobilizados no processamento da informação, indica que ***as dificuldades essenciais da atividade de resolução de problemas não residem apenas ou exclusivamente nas estratégias e nos procedimentos de resolução, ainda que estes***

assumam um papel relevante, mas na compreensão dos enunciados com características discursivas e estruturais distintas e na relação do resultado dessa compreensão com os restantes processos de resolução.

Na resolução de problemas, há que atender igualmente aos mecanismos de funcionamento da memória, principalmente da memória de trabalho que, enquanto estrutura modular constituída por diversas instâncias, desempenha um papel fundamental nas fases iniciais deste complexo processo (Swanson *et al.*, 1993; Logie *et al.*, 1994; Anderson *et al.*, 1996; Le Blanc & Weber-Russell, 1996). Serve para codificar e manter, durante algum tempo, a informação que está a ser processada no momento, funcionando como um armazém, com um número limitado de espaços, dentro dos quais as unidades de informação podem ser colocadas (Miyake *et al.*, 1994; Cantor & Engle, 1993; Baddeley & Logie, 1999).

Sweller (2005), que oferece um quadro geral sobre as possíveis formas de otimizar o desempenho dos sujeitos, tendo em conta a impossibilidade natural do ser humano em processar muitas informações a cada momento, defende que a aprendizagem melhora quando o processo de informação está alinhado com o processo cognitivo humano, ou seja, quando o volume de informações oferecidas ao sujeito é compatível com a sua capacidade de compreensão.

Atendendo aos fortes indícios encontrados neste estudo que apontam a capacidade limitada da memória de trabalho como uma das causas plausíveis para a dificuldade de processamento de enunciados com uma grande densidade de informação, deixa-se aqui a sugestão para que na construção de problemas verbais, sejam considerados os três principais tipos de carga cognitiva, fundados na *teoria da Carga Cognitiva* de Sweller (1988):

- (i) a *carga cognitiva intrínseca* que é imposta pela complexidade do conteúdo do material didático;
- (ii) a *carga cognitiva natural* (relevante) que está subordinada ao processamento, construção e automatização de esquemas;
- (iii) a *carga cognitiva externa* ao conteúdo (irrelevante) que é gerada pela forma como a informação é apresentada aos sujeitos. Não interfere na construção e automatização de esquemas mentais, e, conseqüentemente, desperdiça recursos cognitivos limitados que poderiam ser usados para auxiliar a carga natural, ou

seja, reduz a quantidade de recursos disponíveis para processar a carga intrínseca e a carga relevante.

Ainda que não seja possível controlar a carga intrínseca, associada à complexidade dos conteúdos aludidos nos enunciados dos problemas, há, no entanto, formas de reduzir a carga cognitiva irrelevante, nomeadamente extraíndo dos enunciados toda a informação alfanumérica (verbal e numérica) e pictórica que não auxilie a representação mental das situações e não seja pertinente para a tarefa base de resolução.

O incremento da carga cognitiva relevante, também parece possível através da segmentação e reordenação das estruturas linguísticas complexas que ocorrem nos enunciados dos problemas.

Para finalizar, considera-se que este estudo presta um contributo às investigações já realizadas até ao momento com indicadores pertinentes que permitem distinguir ***o processo de resolução de problemas verbais como uma complexa tarefa cognitiva que pressupõe não apenas a posse de conceitos variados e o conhecimento e controlo de estratégias e procedimentos (que não se mostram necessariamente os mesmos para todos os tipos de problemas) como requer igualmente uma multifacetada consciência linguística e o domínio das propriedades e das funcionalidades dos diversos registos semióticos que ocorrem na superfície dos enunciados.***

A otimização deste processo carece, necessariamente, da coordenação articulada e consertada entre as áreas disciplinares de português e de matemática, sem menosprezar os “recursos cognitivos” de que os sujeitos dispõem ou necessitam dispor em função dos seus conhecimentos prévios e do seu desenvolvimento cognitivo e linguístico.

Como afirmou Óscar Lopes, nos anos setenta, a propósito das possíveis conexões entre a didática do português e da matemática,

“A lógica linguística e a lógica matemática não são duas lógicas diferentes, mas dois graus ou usos (variavelmente eficazes) de uma mesma lógica, cuja identificação se está progressivamente fazendo desde há dois milénios e meio, pelo menos. Essa identificação que é ao mesmo tempo construção recíproca, vai-se lentamente impondo, quer no plano científico, quer no plano literário,

quer no plano didático... Uma autêntica conjugação entre estas duas áreas pouparia muitas decepções e alguns esforços inglórios porque descoordenados” (Lopes, 1970, pp. 13 e 39).

A coordenação eficaz entre estas duas áreas nucleares não é um desiderato que se possa alcançar pela devoção de alguns investigadores ou pela persistência de outros tantos pedagogos.

De pouco adiantará a promoção de metodologias diversificadas e de práticas pedagógicas inovadoras que facilitem as aprendizagens em curso, se as entidades responsáveis pela regulação do ensino em Portugal, os redatores dos programas curriculares e os promotores dos manuais didáticos não atenderem às investigações realizadas no domínio da resolução de problemas.

Resta apenas referir que os resultados apurados nestes *Estudos experimentais sobre leitura e compreensão de problemas verbais de matemática* suscitam a realização de outros trabalhos empíricos. Neste sentido, perspectiva-se a continuação do trabalho aqui iniciado, retomando a mesma metodologia de investigação (monitorização do registo ocular dos sujeitos) e incidindo particularmente na análise da estrutura dos enunciados bimodais e de outras estruturas linguísticas que em função da sua complexidade ou ambiguidade possam representar estádios de desenvolvimento cognitivo e linguístico que valha a pena tratar numa perspetiva de ensino explícito.

A manipulação dos estímulos que serviram de análise a estes estudos, quer ao nível das estruturas lexicais, sintáticas e semânticas, que ao nível da sua composição gráfica, poderão oferecer outras evidências que se mostrem igualmente pertinentes para sustentar o complexo processo de resolução e que apontem pistas sobre os caminhos a trilhar de forma a minimizar os constrangimentos e a melhorar os desempenhos dos sujeitos relativamente à “difícil” tarefa de solucionar problemas verbais de matemática.

BIBLIOGRAFIA



Artigos, Livros e Comunicações

- AALTONEN, A., 2000. *Introduction to Eye Tracking*. Tampere University Computer Human Interaction Group [www.cs.uta.fi/hci/ieye/html/docs/intro.ppt].
- AHMAD, S., 1992. VISIT: a neural model of covert visual attention. In MOODY, J.E. et. al. (Ed.) *Advances in Neural Information Processing Systems*, San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 4, pp. 420-427.
- AINSWORTH, S., BIBBY, P.; WOOD, D., 1997. Evaluating principles for multirepresentational learning environments. Paper presented at the 7th European Conference for Research on Learning and Instruction, August 1997, Athens.
- ALOIMONOS, J.; WEISS I.; BANDOPADHAY, A., 1988. Active vision. *International Journal of Computer Vision*, 2, pp. 333-356.
- ALTMANN, G.; GARNHAM, A.; HENSTRA, J., 1994. Effects of Syntax in Human Sentence Parsing: Evidence Against a Structure-Based Proposal Mechanism. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 20 (1), pp. 209-216.
- ALMOULOUD, S. A., 2003. *Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Matemáticos*. In ALCÂNTARA MACHADO, S. D. (Ed.) *Aprendizagem Matemática: Representação Semiótica*. São Paulo: Papirus, pp. 125-147.
- ANDERSON, J. R., 1983. *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- ANDERSON, J. R.; REDER, L. M.; LEBIERE, C., 1996. Working memory: Activation limitations on retrieval. *Cognitive Psychology*, 30, pp. 221-256.
- ANDERSSON, U. & LYXELL, B., 2007. Working memory deficit in children with mathematical difficulties: a general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology*, 96, pp. 197-228.
- ANDRÀ, C.; ARZARELLO, F.; FERRARA, F.; HOLMQVIST, K.; LINDSTRÖM, P.; ROBUTTI, O.; SABENA, C., 2009. How students read mathematical representations: an eye tracking study. In TZEKAKI, M.; KALDRIMIDOU, M. & SAKONIDIS, C. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, pp. 123-131. Thessaloniki, Greece: PME.
- ANDRADE, M. C. G., 2005. As inter-relações entre iniciação matemática e alfabetização. In NACARATO, A. M.; LOPES, C. A. E. (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, pp. 143-162.
- ANTONIETTI, A., 1991. Why does mental visualization facilitate problem solving? In LOGIE, R. H. & DENIS, M. (Eds.), *Mental images in human cognition*. Elsevier: Amsterdam.
- ATKINSON, R. C. & SHIFFRIN, R. M., 1971. The Control of Short-Term Memory. *Scientific American*, 225, pp. 82-90.
- BADDELEY, A., 1981. The concept of working memory: A view of its current state and probable future development. *Cognition*, 10, pp. 17-23.
- BADDELEY, A., 1986. *Working Memory*. Clarendon Press, Oxford.

- BADDELEY, A., 1992. Working memory. *Science*, 255, pp. 556-559.
- BADDELEY, A., 1992. Is Working memory working? *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 44A, pp. 1-31.
- BADDELEY, A., 2000. The episodic buffer: a new component of working memory. *Trends in Cognitive Sciences*, 4, pp. 417-423.
- BADDELEY, A., 2001. Is working memory still working memory? *American Psychologist*, 56, pp. 849-864.
- BADDELEY, A. & HITCH, G. J., 1974. Working memory. In BOWER, G. A. (Ed.), *Recent advances in learning and motivation*, New York: Academic, vol. 8, pp. 47-90.
- BADDELEY, A. D. & LOGIE, R. H., 1999. The multiple-component model. In MIYAKE, A. & SHAH, P. (Eds.), *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control* Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, pp. 28-61.
- BADDELEY, A. & WILSON, B., 1988. Comprehension and Working Memory: A Single Case Neuropsychological Study. *Journal of Memory and Language*, 27, pp. 479-498.
- BAJCSY, R., 1988. Active perception, *Proc. IEEE*, vol. 76, 8, pp. 996-1005.
- BAKER, L., 1985. How do we know when we don't understand? Standards for evaluating text comprehension. In FORREST-PRESSLEY, D. L.; MACKINNON, G. E.; WALLER, T. G. (Eds.), *Metacognition, Cognition, and Human Performance*. Orlando, FL: Academic Press, 1, pp. 155-205.
- BALLARD, D., 1991. Animate vision, *Artificial Intelligence*, 48, pp. 57-86.
- BALOTA, D. A.; POLLATSEK, A.; RAYNER, K., 1985. The interaction of contextual constraints and parafoveal visual information in reading. *Cognitive Psychology*, vol. 17, pp. 364-390.
- BAPTISTA, A., 2005. *Para uma análise das interações entre a Legenda e a Imagem*. Tese de doutoramento, Lisboa, Faculdade de Letras - Universidade de Lisboa.
- BAPTISTA, A., 2009. Publicidade e textos híbridos: leitura de informações e impressões. *Revista Portuguesa de Humanidades - Estudos Linguísticos*, Faculdade de Filosofia da U.C.P., Braga, vol. 13 (1), pp. 21-44.
- BAPTISTA, A.; FARIA, I. H. LUEGI, P., 2011. Reading hybrid texts: Remarks on text/image transitions. *Journal of Eye Tracking, Visual Cognition and Emotion*, 1.
- BARBER, P. J. & LEGGE, D., 1976. Perception and Information. *Information Acquisition*, 4. Methuen, London, pp. 54-66.
- BARTHES, Roland, 1964. Rhétorique de l'image. *Communications*. Paris, 4, pp. 40-51
- BARTLETT, F. C., 1932. *Remembering: A study in experimental and social psychology*. Cambridge: Cambridge University Press.
- BARUK, S., 1985. *L'âge du capitaine*. Paris: Seuil.

- BELL, A.; FISCHBEIN, E.; GREER, B., 1984. Choice of operation in verbal arithmetic problems: the effects of number size, problem structure and context. *Educational Studies in Mathematics*, 15, pp. 129-147.
- BENAVENTE, A. (Coord.); ROSA, A.; COSTA, A. F.; ÁVILA, P., 1996. *A literacia em Portugal: resultados de uma pesquisa extensiva e monográfica*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- BENTO, J. R., 1989. *Um estudo sobre a medição do rendimento na leitura em crianças do primeiro ano de escolaridade do concelho de Viseu*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho.
- BERENDS, I. E. & VAN LIESHOUT, E.C., 2009. The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction*, 19, pp. 345-353.
- BERTIN, J., 1970. La graphique. *Communications*. Paris, 15, pp. 169-185.
- BILSKY, L. H. & JUDD, T., 1986. Sources of difficulty in the solution of verbal arithmetic problems by mentally retarded and non-retarded individuals. *American Journal of Mental Deficiency*, 90, pp. 395-402.
- BISCALDI, M.; FISCHER, B.; AIPLE, E, 1994. Saccadic eye movements of dyslexic and normal reading children. *Perception*, 23, pp. 45-64.
- BIVAR, A.; SANTOS, C.; AIRES, L. M., 2010. Problemas e exercícios no ensino básico e secundário de Matemática, em Portugal. *Fazer contas ajuda a pensar?*, Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos, pp. 97-160.
- BLÖTE, A. W.; VAN DER BURG, E.; KLEIN, A. S., 2001. Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: instruction effects. *Journal of Educational Psychology*, 93, 627-638.
- BOAVIDA, A. M. (Coord.); PAIVA, A. L.; CEBOLA, G.; VALE, I.; PIMENTEL, T., 2008. *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- BOBIS, J.; SWELLER, J.; COOPER, M., 1994. Demands imposed on primary-school students by geometric models. *Contemporary Educational Psychology*, 19, pp. 108-117.
- BORASI, R. & SIEGEL, M., 1990. Reading to learn mathematics: New connections, new questions, new challenges. *For the Learning of Mathematics*, 10 (3), pp. 9-16.
- BORRALHO, A., 1995. Resolução de problemas: Uma perspectiva para abordar o ensino/aprendizagem da Matemática. In BORRALHO, A. e BORRÕES, M. (Eds.), *Ensino/Aprendizagem de Matemática: Algumas perspectivas metodológicas*. Évora: Universidade de Évora, pp. 9-65.
- BOURBAKI, N., 1994. *Elements of the history of mathematics*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.
- BRADSHAW, G. L. & ANDERSON, J. R., 1982. Elaborative encoding as an explanation of levels of processing. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behaviour*, 21, pp. 165-174.
- BRIARS, D. J. & LARKIN, J. H., 1984. An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction*, 1 (3), pp. 245-296.

- BRISSIAUD, R., 2002. Psychologie et didactique: choisir des problèmes qui favorisent la conceptualization des opérations arithmétiques. In BIDEAUD, J.; LEHALLE, H. (Ed.), *Traité des sciences cognitive: le développement des activités numériques chez l'enfant*. Paris: Hermès, pp. 265-291.
- BRITO, A. M., 2003. Categorias sintáticas. In MATEUS, M. H. M. et al., *Gramática da Língua Portuguesa*, 5ª ed., rev. e aumentada. Lisboa: Caminho, pp. 323-432.
- BRITO, M. R. F., 2000. Este Problema é Difícil Porque Não é de Escola! A Compreensão e a Solução de Problemas Verbais por Crianças da Escola Fundamental. *Temas em Psicologia da SBP. XXIX Revista da Sociedade Brasileira de Psicologia*, 8 (1), pp. 93-109.
- BROADBENT, D., 1958. *Perception and Communication*. London: Pergamon Press.
- BROUSSEAU, G., 1986. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, vol. 7 (2), pp. 33-115.
- BRUNER, J., 1986. *Actual Minds, Possible Worlds*. Cambridge: Harvard University Press
- BRYSBART, M., 1995. Arabic Number Reading: On the nature of the numerical scale and the origin of phonological recoding. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124 (4), pp. 434-452.
- BUDWING, N., 2001. An Exploration into Children's Use of Passives. In TOMASELLO & BATES (Eds.), *Language Development*, Blackwell Publishers, pp. 227-247.
- BUSWELL, G. T., 1935. *How People Look at Pictures*. Chicago: Univ. Chicago Press, Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 137-155.
- CALADO, I., 1994. *A utilização educativa das imagens*. Coleção Mundo de Saberes 8. Porto: Porto Editora.
- CANTOR, J. & ENGLE, R. W., 1993. Working-memory capacity is long-term memory activation: An individual differences approach. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 19, pp. 1101-1114.
- CARDELLE-ELAWAR, M., 1992. Effects of teaching metacognitive skills to students with low mathematics ability. *Teaching & Teacher Education*, 8, pp. 109-121.
- CAREY, D. A., 1991. Number sentences: Linking addition and subtraction word problems and symbols. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (4), pp. 266-280.
- CARPENDALE, J. I., 1996. Language and operations in children's class inclusion reasoning: the operational semantic theory of reasoning. *Developmental Review*, 16 (4), pp. 391-415.
- CARPENTER, P. A.; GROSSBERG, S.; LESHER, G. W., 1998. The what-and-where filter: a spatial mapping neural network for object recognition and image understanding. *Computer vision and Image Understanding*, 69 (1), pp. 1-22.
- CARPENTER, P. A. & JUST, M. A., 1977. Reading comprehension as eyes see it. In JUST, M. A. & CARPENTER, P. A. (Eds.), *Cognitive processes in comprehension*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 109-140.

- CARPENTER, P. A. & JUST, M. A., 1988. The role of working memory in language comprehension. In KLAHR, D. & KOTOVSKY, K. (Eds.), *Complex information processing: The impact of Herbert A. Simon*. Hillsdale, NJ: Erlbaum
- CARPENTER, T. P.; HIEBERT, J.; MOSER, J., 1981. Problem structure and first grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12 (1), pp. 27-39.
- CARPENTER, T. P. & MOSER, J., 1982. The development of addition and subtraction problem-solving skills. In CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M. & ROMBERG, T. (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 9-24.
- CARPENTER, T. P. & MOSER, J., 1983. The acquisition of addition and subtraction concepts. In LESH, R. & LANDAU, M. (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, New/brk: Academic Press, pp. 7-44.
- CARPENTER, T. P. & MOSER, J., 1984. The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, pp. 179-202.
- CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A. D., 1985. Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3, pp. 21-29.
- CARRASCO, L. H. M., 2000. Leitura e escrita na Matemática. In NEVES, I. C.B. et al. (Orgs.). *Ler e escrever: compromisso de todas as áreas*. Porto Alegre: Editora da Universidade de UFRGS, pp. 190-202.
- CARRELL, P. L., 1988. Interactive text processing: implications for ESL/second language reading classrooms. In: CARREL, P. L.; DEVINE, J.; ESKEY, D. E. (Eds.). *Interactive approaches to second language reading*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 239-259.
- CARVALHO, M. J. A., 1999. Análise de Programas - Lacunas na abordagem gramatical. Questões transversais à programação da Língua Portuguesa e das restantes áreas disciplinares. *Actas do III Encontro Nacional de Professores de Português - propostas para o Futuro I Transversalidades*. Lisboa. A.P.L., pp. 59-79.
- CAVANAUGH, J. C. & PERLMUTTER, M., 1982. Metamemory: a critical examination. *Child Development*, 53, pp. 11-28.
- CHANDLER, P. & SWELLER, J., 1992. The split-attention effect as a factor in the design of instruction. *British Journal of Educational Psychology*, 62, pp. 233-246.
- CHANDLER, P. & SWELLER, J., 1996. Cognitive load while learning to use a computer program. *Applied Cognitive Psychology*, 10, pp. 151-170.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J., 2001. *Estudar Matemáticas: O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- CHI, M. T.; FELTOVICH, P. J.; GLASER, R., 1981. Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, pp. 121-152.
- CHI, M. T.; GLASER, R.; FARR, M. J. (Eds.), 1988. *The nature of expertise*. Hillsdale, NJ: Erlbaum
- CHI, M. T. & GLASER, R. A., 1992. Capacidade para a Solução de Problemas. In STERNBERG, R. J. *As Capacidades Intelectuais Humanas: Uma Abordagem em Processamento de Informações*. Porto Alegre: Artes Médicas.

- CHINCOTTA, D.; HYTINA, J.; UNDERWOOD, G., 1997. Eye fixations, speech rate and bilingual digit-span: Numeral reading indexes fluency not word length. *Acta Psychologica*, 97, pp. 253-275.
- CHRISTOU, C. & PHILIPPOU, G., 1998. The developmental nature of ability to solve one-step word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (4), pp. 436-443.
- CITOLER, S. D., 1996. *Las Dificultades de Aprendizaje: Un Enfoque Cognitivo – Lectura, Escritura, Matemáticas*. Málaga: Ediciones Aljibe.
- CITOLER, S. D. & SANZ, R. O., 1997. A leitura e a escrita: Processos e Dificuldades na Sua Aquisição. In Baptista (Ed.), *Necessidades Educativas Especiais*. Lisboa: Dinalivro, pp. 111-136.
- CLARK, H., 1969. Linguistic processes in deductive reasoning. *Psychological Review*, 76, 387-404.
- CLARK, J. J. & O'REGAN, J. K., 1999. Word ambiguity and the optimal viewing position in reading. *Vision Research*, vol. 39, pp. 843-857.
- CLEMENT, J., 1985. A method experts use to evaluate the validity of models used as problem representations in Science and Mathematics. In *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, Chicago.
- CLEMENT, L. L. & BERNHARD, J. Z., 2005. A problem-solving alternative to using key words. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 10 (7), pp. 360-365.
- COHEN, G., 1993. Everyday Memory. In COHEN, G.; KISS, G. & LE VOI, M., *Memory - Current Issues*, Buckingham, Open University Press, 2ª Ed., pp. 15-62.
- COLOMBO, J. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T., 2005. Representação do número racional na formação de professores que ensinam matemática. In *Anais do III CIEM-Congresso Internacional de Ensino da matemática*. Canoas: Universidade Luterana do Brasil.
- COOPER, B. & HARRIES, A. V., 2003. Children's use of realistic considerations in problem solving: some English evidence. *Journal of Mathematical Behavior*, 22 (4), pp. 449-463.
- COQUIN-VIENNOT, D., 2000. Lecture d'énoncés de problèmes arithmétiques: Effet d'une introduction thématique sur la construction de la représentation. *Archives de Psychologie*, 68, pp. 41-58.
- CORBETT, A. T. & CHANG, F. R., 1983. Pronoun disambiguation: Accessing potential antecedents. *Memory and Cognition*, 11, pp. 671-684
- CORRÊA, R. A., 2005. Linguagem matemática, meios de comunicação e Educação matemática. In NACARATO, A.; LOPES, C. (Org.), *Escritas e Leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, pp. 93-100.
- CORREIA, D., 2003. *Passivas e Pseudo-Passivas em português Europeu – Produção Provocada e Compreensão*. Dissertação de Mestrado em Linguística Aplicada. Faculdade de Letras - Universidade de Lisboa.
- CORREIA, D., 2004. Complexidade sintáctica: Implicações na compreensão de enunciados de exercícios de Matemática. *Actas do XX Encontro Nacional da Associação Portuguesa de Linguística*, Lisboa, APL, pp. 445-469.

- CORREIA, D., 2012. *Leitura e compreensão de problemas verbais de matemática*. Comunicação apresentada na VI Conferência Internacional do PNL «Aprender a ler/Learning to read», Lisboa, 2 e 3 de outubro, Fundação Calouste Gulbenkian.
- CORREIA, D.; FARIA, I. H.; LUEGI, P., 2008. Reading mathematical exercises: preliminary results. In BOTINIS, Antonis (Ed.), Proceedings of ISCA Tutorial and Research Workshop on Experimental Linguistics. ISCA and University of Athens: Greece, pp. 73-76.
- COSTA, M. A., 1992. O processo de compreensão na leitura e o conhecimento linguístico. In DELGADO MARTINS, M. R., *Para a didáctica do português – seis estudos de linguística*. Edições Colibri, pp. 75-113.
- COSTA, M. A., 1998. Saber ler e saber ensinar a ler do Básico ao Secundário. In CASTRO, R.V. & SOUSA, M. L. (Org.), *Linguística e Educação*. Lisboa: Edições Colibri/A. P. L., pp. 69-82.
- COSTA, M. A., 2003. *Processamento de frases em Português Europeu – informação morfológica, sintáctica e semântica em competição*. Tese de doutoramento, Lisboa, Faculdade de Letras - Universidade de Lisboa.
- COSTA, M. A., 2005. *Processamento de frases em português europeu, aspectos cognitivos e linguísticos implicados na compreensão da língua escrita*, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- CUMMINS, D.; KINTSCH, W.; REUSSER, K.; WEIMER, R., 1988. The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, pp. 405-438.
- DAMM, R. F., 2007. Representação, Compreensão e Resolução de Problemas Aditivos. In MACHADO, S. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática - Registros de Representação Semiótica*, 3ª ed. São Paulo: Papirus Editora, pp. 35-47.
- DANEMAM, M. & CARPENTER, P. A., 1980. Individual Differences in Working Memory and Reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 19, pp. 450-466.
- DANEMAM, M. & CARPENTER, P. A., 1983. Individual Differences in Integrating Information between and within Sentences. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 9, pp. 561-584.
- DANTE, L. R., 1989. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. Editora Ática S.A.
- DAVIDSON, J. E.; DEUSER, R.; STERNBERG, R. J., 1996. The Role of Metacognition in Problem Solving. In METCALFE, J. & SHIMAMURA, A. P. (Orgs.). *Metacognition - knowing about knowing*. Boston: MIT Press, pp. 207-226.
- DAVIS, A. & BAMFORD, G., 1995. The effect of imagery on young children's ability to solve simple arithmetic. *Education Section Review*, 19, 61-68.
- DAVIS-DORSEY, J.; ROSS, S. M.; MORRISON, G. R., 1991. The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*, 83, pp. 61-68.
- DE CORTE, E. & VERSCHAFFEL, L., 1985. Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 4, pp. 3-21.

- DE CORTE, E. & VERSCHAFFEL, L., 1987. First graders' eye-movements during elementary addition and subtraction word problem solving. In LÜER, G. & LASS, U. (Eds.), *Fourth European Conference on Eye Movements: Volume I Proceedings*. Göttingen, Federal Republic of Germany: Hogrefe, pp. 148-150.
- DE CORTE, E. & VERSCHAFFEL, L., 1987. Using retelling data to study young children's word problem solving. In ROGERS, D. & SLOBODA, J. (Eds.), *Cognitive processes in mathematics*. Oxford, England: Clarendon Press, pp. 42-59.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L.; DE WIN, L., 1985. Influence of the rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77 (4), pp. 460-470.
- DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L.; PAUWELS, A., 1990. Influence of the semantic structure of word problems on second graders' eye movements. *Journal of Educational Psychology*, vol. 82 (2), pp. 359-365.
- DE FRANCO, T. C. & CURCIO, F. R., 1997. A division problem with a remainder embedded across two contexts: Children's solutions in restrictive versus real-world settings. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 19 (2), pp. 58-72.
- DEHAENE, S., 1992. Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- DEHAENE, S., 2009. Origins of mathematical intuitions. The case of arithmetic. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1156 (1), 232-259.
- DEHAENE, S.; MOLKO, N.; COHEN, L.; WILSON, A. J., 2004. Arithmetic and the brain. *Current Opinion in Neurobiology*, 14, 218-224.
- DEHAENE, S.; SPELKE, E. S.; PINEL, P.; STANESCU, R.; TSIVKIN, S., 1999. Sources of mathematical thinking: behavioral and brain imaging evidence. *Science*, 284, 970-974.
- DELGADO MARTINS, M. R.; COSTA, A.; RAMALHO, G., 2000. Processamento da informação pela leitura e pela escrita. In DELGADO MARTINS, M. R., RAMALHO, G.; COSTA, A. (Orgs.). *Literacia e Sociedade. Contribuições multidisciplinares*. Lisboa: Caminho, 13-130.
- DEMUTH, K., 1989. Subject, topic and Sesotho passive. *Child Language*, 17 (1990), Printed in Great Britain, pp. 67-84.
- DE STEFANO, D. & LE FEVRE, J. A., 2004. The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16, pp. 353-386.
- DEVIDAL, M., 1996. *La lecture de problèmes arithmétiques: Une activité guidée par des schemas?* Thèse de Doctorat, Dijon.
- DEVIDAL, M; FAYOL, M; BARROUILLET, P., 1997. Stratégies de lecture et résolution de problèmes arithmétiques. *L'Année Psychologique*, 97, pp. 9-31.
- DE WESTELINCK, K.; VALCKE, M.; DE CRAENE, B.; KIRSCHNER, P., 2005. Multimedia learning in social sciences: limitations of external graphical representations. *Computers in Human Behavior*, 21, pp. 555-573.
- DIXON, P., 1987. The processing of organizational and component step information in written directions. *Journal of Memory and Language*, 26, pp. 24-35

- DOBLIN, J., 1980. A structure for nontextual communications. In KOLERS, P.; WROLSTAD, M. & BOUMA, H. (Eds.), *Processing of visible language 2*, New York: Plenum Press, pp. 89-111.
- DOSSEY, J. A.; MULLIS, I. V.; LINDQUIST, M. M.; CHAMBERS, D. L., 1988. *The mathematics report card: Are we measuring up?* Princeton, N.J.: Educational Testing Service.
- DUARTE, I., 2003. Aspectos linguísticos da organização textual. In MATEUS, M. H. M. et al., *Gramática da Língua Portuguesa*, 5ª ed., rev. e aumentada. Lisboa: Caminho, pp. 85-123.
- DUNBAR, C. A., 1995. Children's representations and solutions of subtraction Word problems: The effects of superfluous information in problem texts. Dissertation Abstract International, 57-02C, AAIC477389.
- DUVAL, R., 1988. Écarts sémantiques et cohérence mathématique: introduction aux problèmes de congruence. In *Annales de didactique et de Sciences Cognitives*, Starsbourg: ULP/IREM, vol.1, pp. 7-25.
- DUVAL, R., 1993. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, Starsbourg: ULP/IREM, vol. 5, pp. 37-65.
- DUVAL, R., 1998. Un processus central dans le développement des apprentissages intellectuels: La coordination des registres de représentation sémiotique. *Entretiens de bichat, entretiens d'orthophonie*. Paris: Expansion scientifique française, pp. 81-91.
- DUVAL, R., 2002. Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité? In DUVAL, R. (org.), *Séminaires de Recherche "Conversion et articulation des représentations"*, vol. II, IUFM Nord-Pas de Calais.
- DUVAL, R., 2006. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61, pp. 103-131.
- DUVAL, R., 2007. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In ALCÂNTARA MACHADO, S. D. (Ed.) *Aprendizagem Matemática: Representação Semiótica*. São Paulo: Papirus, 3ª edição, pp. 11-34.
- ECHEVERRIA, M. P. & POZO, J. I., 1998. Aprender a Resolver problemas e resolver problemas para aprender. In POZO, J. I. (Org.) *A solução de problemas: Aprender a Resolver, Resolver para Aprender* (Trad. de Neves, B. A.), Porto Alegre: Artmed, pp. 13-43.
- EHRlich, K. & RAYNER, K., 1983. Pronoun assignment and semantic integration during reading: Eye movements and immediacy of processing. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 22, pp. 75-87.
- ELIA, I.; GAGATSI, A.; DEMETRIOU, A., 2007. The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction*, 17, pp. 658-672.
- EPELBOIM, J. & SUPPES, P., 2001. A model of eye movements and visual working memory during problem solving in geometry. *Vision Research*, 41, pp. 1561-1574.
- ERIKSEN, C. W. & YEH, Y. Y., 1985. Allocation of attention in the visual field. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performances*, 11, pp. 583-597.

- ESKEY, D. E. & GRABE, W., 1988. Interactive models for second language reading: perspectives on instruction. In CARREL, P. L.; DEVINE, J.; ESKEY, D.E. (Eds.). *Interactive approaches to second language reading*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 223-237.
- EYSENCK, M. W. & KEANE, M. T., 1990. *Cognitive psychology: a student's handbook*, Lawrence Erlbaum Associates Ltd., Hove, UK.
- FARIA, I. H., 2007. Linguagem, língua, variação, partilha e conhecimento. *Actas da Conferência Internacional sobre o Ensino do Português*, Lisboa, M.E.-DGIDC, pp. 51-69.
- FARIA, I. H., 2007. *Linguagem e memória: A propósito do rei Bamba*. Comunicação apresentada no Encontro de Homenagem a Lindley Cintra em 1988, organizado pela Associação Portuguesa de Linguística, versão revista em 2007, pp. 1-20.
- FARIA, I. H.; BAPTISTA, A.; LUEGI, P.; TABORDA, C., 2006. Interaction and competition between types of representation: An example from eye-tracking registers while processing written words and images. In LIMA, J.P.; ALMEIDA, M.C.; SIEBERG, B. (Eds.), *Questions on the Linguistic Sign*, Lisboa: Edições Colibri e Centro de Estudos Alemães e Europeus, pp. 115-129.
- FARIA, I. H.; LUEGI, P.; TABORDA, C.; BAPTISTA, A., 2006. Recuperação da informação visualizada: interacção e competição entre legendas e imagens. *Actas do XXI Encontro Nacional da Associação Portuguesa de Linguística*, Lisboa, A.P.L., pp. 359-370.
- FASOTTI, L., 1992. Arithmetical word problem solving after frontal lobe damage. *A cognitive neuropsychological approach*. Swets & Zeitlinger, Amsterdam.
- FAYOL, M., 1990. *L'enfant et le nombre*. Neuchâtel, Paris: Delachaux et Niestlé.
- FAYOL, M., 1992. Comprendre ce qu'on lit : De l'automatisme au contrôle. In FAYOL, M.; GOMBERT J.E.; LECOCQ, P.; L. SPRENGER-Charolles & ZAGAR, D. (Eds.), *Psychologie cognitive de la lecture*, Paris, PUF.
- FAYOL, M., 2010. Fazer operações e resolver problemas - reflexões relativas ao ensino da aritmética. *Fazer contas ajuda a pensar?*, Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos, pp. 11-42.
- FAYOL, M. ; ABDI, H. ; GOMBERT, J. E., 1987. Arithmetic problem formulation and working memory load. *Cognition and Instruction*, 4, pp. 183-202.
- FAYOL, M.; BARROUILLET, P.; CAMOS, V., 1997. Early mathematics learning: What can research tell us? Direction XXII de la Communauté Européenne, Bruxelles.
- FAYOL, M.; DAVID, J.; REMOND, M., 2000. *Maitriser la lecture*. Paris : O. Jacob et CNDP.
- FAYOL, M.; THÉVENOT, C.; DEDIVAL, M., 2005. Résolution de problème. In NÖEL, M-P (Ed.), *La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant*, cap. 7, Marseille : Solal.
- FERNANDES, D., 2008. Algumas reflexões acerca dos saberes dos alunos em Portugal. *Educação & Sociedade*, vol. 29 (102), pp. 275-296.
- FERRARA, F. & NEMIROVSKY, R., 2005. Connecting talk, gesture, and eye motion for the microanalysis of mathematics learning. In CHICK, H. L. & VICENT, J. L. (Eds.), *Proceedings of*

- PME 29 (Research Forum). University of Melbourne, PME: Melbourne, Australia, 1, pp. 137-142.
- FICHBEIN, E., 1990. The autonomy of mental models for the learning of mathematics. *International Journal of Mathematics Education*, vol. 10 (1), pp. 23-30.
- FISCHBEIN, E.; DERI, M.; NELLO, M.; MARINO, M., 1985. The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Research in Mathematics Education*, 16, pp. 3-17.
- FISCHBEIN, E. & GROSSMAN, A., 1997. Schemata and intuitions in combinatorial reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 34, pp. 27-47.
- FLETCHER, C. R., 1986. Strategies for the Allocation of Short-Term Memory during Comprehension. *Journal of Memory and Language*, 25, pp. 43-58.
- FONSECA, M. C.; CARDOSO, C. A., 2005. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. In NACARATO, A.; LOPES, C. (Orgs.), *Escritas e Leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, pp. 63-76.
- FOULIN, J. & MOUCHON, S., 2000. *Psicologia da Educação*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- FRAZIER, L. & RAYNER, K., 1982. Making and correcting errors during sentence comprehension: Eye movements in the analysis of structurally ambiguous sentences. *Cognitive Psychology*, vol. 14, pp. 178-210.
- FREDERIKSEN, N., 1984. Implications of cognitive theory for instruction in problem solving. *Review of Educational Research*, 54 (3), pp. 363-407.
- FRIEDMAN, A. & LIEBELT, L. S., 1981. On the time course of viewing pictures with a view towards remembering. In FISHER, D. F.; MONTY, R. A.; SENDERS, J. W. (Eds.). *Eye Movements: Cognition and Visual Perception*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, pp. 145-168.
- FUCHS, L.; POWELL, S.; SEETHALER, P.; CIRINO, P.; FLETCHER, J.; FUCHS, D., HAMLETT, C.; ZUMETA, R., 2009. Remediating number combination and word problem deficits among students with mathematics difficulties: A randomized control trial. *Journal of Educational Psychology*, 101 (3), pp. 561-576.
- GAGNÉ, E. D.; YEKOVICH, C. W; YEKOVICH, F. R., 1993. *The cognitive psychology of school learning*. New York: Harper Collins.
- GAONAC'H, D. & LARIGAUDERIE, P., 2000. *Mémoire et fonctionnement cognitif*. Paris : Colin
- GAROFALO, J. & LESTER, F., 1985. Metacognition, Cognitive Monitoring and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 16 (3), pp. 163-176.
- GEARY, D.; HAMSON, C. O.; HOARD, M., 2000. Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, pp. 236-263.
- GEARY, D.; HOARD, M.; BYRD-CRAVEN, J.; DESOTO, M., 2004. Strategy choices in simple and complex addition: contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88, pp. 121-151.

- GEARY, D.; HOARD, M.; HAMSON, C. O., 1999. Numerical and Arithmetical Cognition: Patterns of Functions and Deficits in Children at Risk for a Mathematical Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, pp. 213-239.
- GERNSBACHER, N. A.; HARGREAVES, D. J.; BEEMAN, M., 1989. Building and Accessing Clausal Representations: The Advantage of First Mention Versus The Advantage of Clause Recency. *Journal of Memory and Language*, 28, pp. 735-755.
- GEROFSKY, S., 1996. A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 16 (2), pp. 36-45.
- GEYER, J., 1970. Models of perceptual processes in reading. In SINGER, H. & RUDELL, R. B. (Eds.), *Theoretical models and processes of reading*. Newark: International Reading Association, pp. 47-94.
- GIBSON, E. J. & LEVIN, H., 1985. *The psychology of reading*. Cambridge, Massachusetts: The Mit Press.
- GILMORE, C. K. & PAPADATOU-PASTOU, M., 2009. Patterns of individual differences in conceptual understanding and arithmetical skill: A meta-analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 11, pp. 25-40.
- GLENBERG, A. M. & EPSTEIN, W., 1985. Calibration of comprehension. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 11(4), pp. 702-718.
- GOLDSMITH, E., 1984. *Research into Illustration - an Approach and Review*. Cambridge: Cambridge University Press.
- GOLDSTEIN, H., 1996. International comparisons of student achievement. In LITTLE, A.; WOLF, A. (Ed.) *Assessment in transition: learning, monitoring and selection in international perspective*. Oxford: Pergamon, pp. 58-87.
- GOLDSTEIN, H., 2004. International comparisons of student attainment: some issues arising from the PISA study. *Assessment in Education: principles, policy & practice*. London, vol. 11 (3), pp. 319-330.
- GOMES, M. C.; COSTA, A. F.; ÁVILA, P.; SEBASTIÃO, J., 2001. Estudos internacionais de literacia: resultados comparados y problemas metodológicos. In VII Congreso Español de Sociología - *Convergencias y Divergencias en la Sociedad Global*, Salamanca.
- GÓMEZ-GRANELL, C., 1997. Linguagem matemática: símbolo e significado. In TEBEROSKY, A. & TOLCHINSKI, L. (Orgs.) *Além da alfabetização*. Trad. Stela Oliveira. São Paulo: Ática.
- GÓMEZ-GRANELL, C., 2003. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (Orgs.), *Além da Alfabetização: A aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática* (Trad. Stela Oliveira). São Paulo: Ática, cap. 11, pp. 257-282.
- GOODMAN, K., 1967. Reading: A psycholinguistic Guessing Game. *Journal of the Reading Specialist*, vol. 6 (1), pp. 126-135.
- GOODMAN, K., 1970. Reading: a psycholinguistic guessing game. In GUNDERSON, D. V., *Language & reading: an interdisciplinary approach*. Washington: Center for Applied Linguistics, pp. 107-119.

- GOODMAN, K., 1976. Reading: a psycholinguistic guessing game. In SINGER, H.; RUDELL, R. (Eds.). *Theoretical models and processes of reading*, 2^a ed, Newark, Del.: International Reading Association, pp. 497-505.
- GOODSMAN, K., 1987. O processo de leitura – considerações a respeito das línguas e do desenvolvimento. *Os Processos de Leitura e Escrita - novas perspectivas*. Porto Alegre: Artes Médicas, pp. 11-22.
- GOODMAN, K., 1994. Reading, writing, and written texts: A transactional sociopsycholinguistic view. In RUDELL, R.; RUDELL, M. & SINGER, H. (Eds.), *Theoretical models and processes of reading*. Newark: International Reading Association, 4^a ed., pp. 1093-1130.
- GOODMAN, K., 1998. The reading process. In CARRELL, P. L. et al. (Eds.). *Interactive approaches to second language reading*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 11-21.
- GOODMAN, Y. M. & GOODMAN, K., 2004. To err is human: Learning about language processes by analyzing miscues. In RUDELL, R. B. & UNRAU, N. J. (Eds.), *Theoretical models and processes of reading*, Newark: International Reading Association, 5^a ed., pp. 620-639.
- GOUGH, P., 1972. One second of reading. In KAVANAGH, J. F. & MATTINGLE, I. G. (Orgs). *Language by ear and by eye*. Cambridge: MIT Press, pp. 353-378.
- GOUGH, P., 1985. One second of reading. In SINGER H. & RUDELL, R. B., *Theoretical model and processes of reading*. Newark Delaware: Internacional Reading Association, pp. 661-686.
- GOUGH, P., 2004. One second of reading: Postscript. In RUDELL, R. B. & UNRAU, N. J. (Eds.), *Theoretical models and processes of reading*. Newark: International Reading Association, 5^a ed., pp. 1180-1181.
- GRAESSER, A. C.; LEÓN, J. A.; OTERO, J., 2002. Introduction to the psychology of science text comprehension. In OTERO, J.; LEÓN, J. A.; GRAESSER, A. C. (Eds.), *The psychology of science text comprehension*. Mahwah, NJ: Erlbaum, pp. 1-15.
- GRAESSER, A. C.; SINGER, M.; TRABASSO, T., 1994. Constructing inferences during narrative text comprehension. *Psychological Review*, 101 (3), pp. 371-395.
- GREER, B.; VERSCHAFFEL, L.; DE CORTE, E., 2002. "The answer is really 4.5": Beliefs about word problems. In LEDER, G.; PEHKONEN, E. & TÖRNER, G. (Eds.) *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 271- 292.
- HAMILTON, M. & RAJARAM, S., 2001. The concreteness effect in implicit and explicit memory tests. *Journal of Memory and Language*, 44, pp. 96-117.
- HARRISON, G. & TREAGUST, F., 1996. Secondary students' mental models of atoms and molecules: implications for teaching Chemistry. *Science Education*, v. 80 (5), pp. 509-534.
- HEGARTY, M. & JUST, M. A., 1993. Constructing mental models of machines from text and diagrams. *Journal of Memory and Language*, 32, pp. 717-742.
- HEGARTY, M.; MAYER, R. E.; GREEN, C. E., 1992. Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixations. *Journal of Educational Psychology*, vol. 84 (1), pp. 76-84.

- HEGARTY, M.; MAYER, R. E.; MONK, C. A., 1995. Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87 (1), pp. 18-32.
- HELLER, J. & GREENO, J., 1978. *Semantic Processing in Arithmetic Word Problem Solving*. Paper presented at the meeting of the Midwestern Psychological Association, May, Chicago.
- HENDERSON, J. M. & FERREIRA, F., 1990. Effects of foveal processing difficulty on the perceptual span in reading: Implications for attention and eye movement control. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 16 (3), pp. 417-429.
- HENDERSON, J. M. & HOLLINGWORTH, A., 1999. High-Level Scene Perception. *Annual Reviews Psychology*, 50, pp. 243-271.
- HENDERSON, J. M.; SINGER, M.; FERREIRA, F., 1995. *Reading and language processing*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- HERSHKOVITZ, S. & NESHER, P., 2001. Pathway between text and solution of word problems. In VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Institute, vol. 3, pp. 145-152.
- HOMAN, S.; HEWITT, M.; LINDER, J., 1994. The development and validation of a formula for measuring single-sentence test item readability. *Journal of Educational Measurement*, 31(4), pp. 349-358.
- HUBBARD, R., 1992. Writing humanistic mathematics. *Humanistic Mathematics Network Journal*, 7, pp. 81-88.
- HUMPHREYS, G. W. & MILLER, H. J., 1993. Search via recursive rejection (SERR): a connectionist model of visual search. *Cognitive Psychology*, 25 (1), pp. 43-110.
- HUTTENLOCHER, J. & STRAUSS, S., 1968. Comprehension and a statement's relation to the situation it describes. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 7, pp. 300-304.
- JAMES, W., 1890. *The principles of psychology*, New York: Henry Holt, vol. 1, pp. 403-404.
- JERMAN, M. & MIRMAN, S., 1973. Structural and Linguistic Variables Problem Solving. *Eric Documents*, Pennsylvania State University.
- JERMAN, M. & REES, R., 1972. Predicting the relative difficulty of verbal arithmetic problems. *Educational Studies in Mathematics*, 4, pp. 306-323.
- JOHNSON-LAIRD, P., 1983. *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- JOHNSON-LAIRD, P., 1996. Images, models and propositional representations. In VEGA, M.; PETERSON, M. J.; JOHNSON-LAIRD, P.; DENIS, M.; MARSCHARK, M. (Eds.), *Models of visuospatial cognition*. New York: Oxford University Press, pp. 90-127.
- JOHNSTON, J. C. & MCCLELLAND, J. L., 1974. Perception of letters in words: Seek not and ye shall find. *Science*, 184, pp. 1192-1193.

- JONASSEN, D. H., 2003. Designing research-based instruction for story problems. *Educational Psychology Review*, 15 (3), pp. 267-295.
- JONASSEN, D. H., 2003. Using cognitive tools to represent problems. *Journal of Research in Technology in Education*, 35 (3), pp. 362-381.
- JUST, M. A. & CARPENTER, P. A., 1976. Eye fixations and cognitive processes. *Cognitive Psychology*, 8, pp. 441-480.
- JUST, M. A. & CARPENTER, P. A., 1980. A theory of reading: From eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87 (4), pp. 329-354.
- JUST, M. A. & CARPENTER, P. A., 1987. *The psychology of reading and language comprehension*. Pittsburg, P.A.: Carnegie-Mellon University.
- JUST, M. A.; CARPENTER, P. A.; WOOLLEY, J., 1982. Paradigms and Processes in Reading Comprehension. *Journal of Experimental Psychology*, vol. 111 (2), pp. 228-238.
- KALYUGA, S.; AYRES, P.; CHANDLER, P.; SWELLER, J., 2003. The expertise reversal effect. *Educational Psychologist*, 38, pp. 23-31.
- KALYUGA, S.; CHANDLER, P.; SWELLER, J., 1998. Levels of expertise and instructional design. *Human Factors*, 40, pp. 1-17.
- KAUFMAN, G., 1988. Mental imagery and problem solving. In DENIS, M.; ENGELKAMP, J.; RICHARDSON, J. T. E. (Eds.), *Cognitive and neuropsychological approaches to mental imagery*, Boston: Nijkoff, pp. 231-240.
- KEEVES, J., 1995. *The world of school learning*. Selected key findings from 35 years of IEA research. Amsterdam: IEA.
- KELLAGHAN, T., 2003. Local, national and international levels of system evaluation: introduction. In KELLAGHAN, T. & STUFFLEBEAM, D. (Eds.). *International handbook of educational evaluation*. Dordrecht: Kluwer, pp. 873-882.
- KINTSCH, W., 1994. Text comprehension, memory and learning. *American Psychologist*, 49, pp. 294-303.
- KINTSCH, W., 1998. *Comprehension: A paradigm for cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- KINTSCH, W. & GREENO, J. G., 1985. Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92, pp. 109-129.
- KLEIMAN, A., 1984. Sobre o sujeito e o seu papel numa proposta de ensino de leitura. *Série de Estudos*, (10), pp. 58-68.
- KLEIMAN, A., 1989. *Leitura: Ensino e Pesquisa*. Campinas, São Paulo. Editora Pontes.
- KLEIMAN, A., 1993. *Oficina da leitura: teoria e prática*. Campinas: Pontes/Editora Unicamp.
- KLEIMAN, A., 1998. Ação e mudança na sala de aula: uma pesquisa sobre letramento e interação. In ROJO, R., *Alfabetização e letramento*. São Paulo: Mercado de Letras, pp. 173-203.

- KLEIMAN, A., 2002. *Texto e leitor: aspectos cognitivos da leitura* (8ª ed.). Campinas, São Paulo, Editora Pontes.
- KOYAMA, M., 1997. Research on the complementarity of intuition and logical thinking in the process of understanding mathematics: an examination of the two-axes process model by analyzing an elementary school mathematics class. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, vol. 15, pp. 21-33.
- KRUSHINSKI, J., 1973. An analysis of linguistic structural variables that contribute to problem-solving difficulty, master paper, Pennsylvania State University.
- LA BERGE, D., 1983. Spatial extent of attention to letters and words. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 9, pp. 371-379.
- LA BERGE, D. & SAMUELS, J., 1974. Toward a theory of automatic information processing in reading. *Cognitive Psychology*, 6, pp. 293-323.
- LABORDE, C., 1990. Language and mathematics. In NESHER, P.; KILPATRICK, J. (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 53-69.
- LEAL, M. & MOLLICA, M. C., 2006. Português e Matemática: parceria indispensável em política educacional. In DA HORA, D. (Org.). *Linguística: práticas pedagógicas*. Santa Maria, Editora Pallotti, pp. 33-54.
- LE BLANC, J., 1977. You can teach problem solving. *Arithmetic Teacher*, pp. 16-20.
- LE BLANC, M. D. & WEBER-RUSSELL, S., 1996. Text integration and mathematical connections: A computer model of arithmetic word problem solving. *Cognitive Science*, 20, pp. 357-407.
- LEONG, C. K. & JERRED, W. D., 2001. Effects of consistency and adequacy of language information on understanding elementary mathematics word problems. *Annals of Dyslexia*, 51, pp. 277-298.
- LEVIE, W. H. & LENTZ, R., 1982. Effects of text illustration: a review of research. *Educational Communication and Technology Journal*, 30, pp. 195-232.
- LEVIN, J.; ANGLIN, G.; CARNEY, R., 1987. On empirically validating functions of pictures in prose. In WILLOWS, D. M. & HOUGHTON, H. A. (Eds.), *The Psychology of Illustration*. New York: Springer-Verlag, vol. 1, pp. 51-85.
- LEVIN, J.; DIVINE-HAWKINS, P.; KERST, S.; GUTTMANN, J., 1974. Individual differences in learning from pictures and words: The development and application of an instrument. *Journal of Educational Psychology*, 66, pp. 296-303.
- LEWIS, A. B., 1989. Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 81, pp. 521-531.
- LEWIS, A. B. & MAYER, R. E., 1987. Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79, pp. 363-371.
- LEWIS, A. B. & NATHAN, M. J., 1991. A framework for improving students' comprehension of word arithmetic and word algebra problems. In BIRNBAUM, L. (Ed.), *Proceedings of the International Conference on the Learning Sciences*. Charlottesville, VA: Association for the Advancement of Computing in Education, pp. 305-314.

- LING, F., 2000. Techniques for assessing comprehension monitoring. *Post-Script*, 1, pp. 11-32 [http://www.edfac.unimelb.edu.au/student/insight/postscriptfiles/vol1/vol1_1_ling.pdf]
- LINN, R. L.; MILLER, M. D.; GRONLUND, N. E., 2009. *Measurement and Assessment in Teaching*. New Jersey: Pearson.
- LITHNER, J., 2008. A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, pp. 255-276.
- LITTLEFIELD, J. & RIESER, J. J., 1993. Semantic features of similarity and children's strategies for identification of relevant information in mathematical story problems. *Cognition & Instruction*, 11, pp. 133-188.
- LOFTUS, E., 1970. An analysis of the structural variables that determine problem-solving difficulty on a computer-based teletype. *Technical Report*, 162. Stanford University, Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences.
- LOFTUS, G. R., 1972. Eye fixations and recognition memory for pictures. *Cognitive Psychology*, 3, pp. 525-551.
- LOFTUS, G. R. & MACKWORTH, N. H., 1978. Cognitive Determinants of fixation location during picture viewing. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 4, pp. 565-572.
- LOGIE, R. H.; GILHOOLY, K. J.; WYNN, V., 1994. Counting on working memory in arithmetic problem solving. *Memory & Cognition*, 22, pp. 395-410.
- LOPES, O., 1970. *Para a coordenação necessária entre o Português e a Matemática*. Cadernos do Centro de Investigação Pedagógica (7). Fundação Calouste Gulbenkian.
- LOPEZ, L. S., 1992. *The effects of presentation context and semantic complexity on fifth grade students' arithmetic problem-solving processes (word problems)*. Dissertation Abstract International, 53-06A, AAI9232118.
- LUCANGELI, D.; TRESSOLDI, P. E.; CENDRON, M., 1998. Cognitive and Metacognitive Abilities Involved in the Solution of Mathematical Word Problems: Validation of a Comprehensive Model. *Contemporary Educational Psychology*, vol. 23 (3), pp. 257-275.
- LUEGI, P., 2006. *O Registo do Movimento dos Olhos durante a Leitura de Textos*. Tese de mestrado. Faculdade de Letras - Universidade de Lisboa.
- LUEGI, P., 2012. *Processamento de sujeitos pronominais em Português: efeito da posição estrutural dos antecedentes*. Tese de doutoramento. Faculdade de Letras - Universidade de Lisboa.
- MACHADO, N. J., 1990. *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*, 5ª ed. São Paulo: Cortez Editora.
- MACIEL, C., 1996. *Leitura e definições de memória*. Tese de mestrado. Faculdade de Letras, Universidade de Lisboa.
- MACKWORTH, J. F., 1972. Some Models of the Reading Process: Learners and Skilled Readers. *Reading Research Quarterly*, vol. 7 (4), pp. 701-733.
- MACKWORTH, N. H. & MORANDI, A. J., 1967. The gaze selects informative details within pictures. *Perception and Psychophysics*, 2, pp. 547-552.

- MANNAN, S. K.; RUDDOCK, K. H.; WOODING, D. S., 1996. The relationship between the locations of spatial features and those of fixations made during visual examination of briefly presented images. *Spatial Vision*, 10 (3), pp. 165-188.
- MANNAN, S. K.; RUDDOCK, K. H.; WOODING, D. S., 1997. Fixation patterns made during brief examination of two-dimensional images. *Perception*, 26 (8), pp. 1059-1072.
- MARATSOS, M.; FOX, D.; BECKER, J.; CHALKLEY, M., 1985. Semantic restrictions on children's passives. *Cognition*, 26, pp. 167-191.
- MARIN, B. & LEGROS, D., 2008. *Psycholinguistique cognitive, lecture, compréhension et production de texte*, Bruxelles: Éditions De Boeck Université.
- MATOS, G., 2003. Aspectos sintácticos da negação. In MATEUS, M. H. M. et al., *Gramática da Língua Portuguesa*, 5ª ed., rev. e aumentada. Lisboa: Caminho, pp. 767-793.
- MAYER, R. E., 1981. Frequency norms and structural analysis of algebra story problems. *Instructional Science*, 10, pp. 135-175.
- MAYER, R. E., 1982. Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology*, 74, pp. 199-216.
- MAYER, R. E., 1985. Mathematical ability. In STERNBERG, R. J. (Ed.), *Human abilities: An information processing approach*, San Francisco: Freeman, pp. 127-154.
- MAYER, R. E., 1992. A capacidade para a matemática. In STERNBERG, R. *As capacidades intelectuais humanas. Uma abordagem em processamento de informação* (Trad. de Baptista, D.). Porto Alegre: Artes Médicas, pp. 144-168.
- MAYER, R. E., 2001. Cognitive Constraints on Multimedia Learning: When Presenting More Material Results in Less Understanding. *Journal of Educational Psychology*, vol. 93, (1), pp. 187-198.
- MAYER, R. E., 2003. The promise of multimedia learning: using the same instructional design methods across different media. *Learning and Instruction*, 13, pp. 125-139.
- MAYER, R. E. & ANDERSON, R., 1991. Animations need narrations: an experimental test of a dual-coding hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, 83, pp. 484-490.
- MAYER, R. E. & HEGARTY, M., 1996. The process of understanding mathematical problems. In STERNBERG, R. J. & BEN-ZEEV, T. (Eds.), *The nature of mathematical thinking*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 29-54.
- MAYER, R. E.; HEISER, J.; LONN, S., 2001. Cognitive constraints on multimedia learning: when presenting more material results in less understanding. *Journal of Educational Psychology*, 93, pp. 187-198.
- MAYER, R. E.; LARKIN, J. H.; KADANE, J. B., 1984. A cognitive analysis of mathematical problem-solving ability. In STERNBERG, R. J. (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, vol. 2, pp. 231-273.
- MAYER, R. E.; LEWIS, A. B.; HEGARTY, M., 1992. Mathematical misunderstandings: Qualitative reasoning about quantitative problems. In CAMPBELL, J. I. D. (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, pp. 137-154.

- MCKOON, G.; RATCLIFF, R.; WARD, G.; SPROAT, R., 1993. Syntactic prominence effects on discourse processing. *Journal of Memory and Language*, 32, pp. 593-607.
- MCNEIL, N. M.; UTTAL, D. H.; JARVIN, L.; STERNBERG, R. J., 2009. Should you show me the money? Concrete objects both hurt and help performance on mathematics problems. *Learning and Instruction*, 19 (2), pp. 171-184.
- MEDEIROS, C. F., 2001. Modelos mentais e metáforas na resolução de problemas de matemática verbais. *Ciências & Educação*, vol. 7 (2), pp. 209-234.
- MENEZES, L., 1999. Matemática, linguagem e comunicação. *Actas do Encontro Nacional de Professores de Matemática - ProfMat 99*, Lisboa: A.P.M., pp. 71-81.
- MENYUK, P. 1988. *Language development: Knowledge and use*. Glenview, ILL; Scott, Foresman and Co.
- MITCHELL, W. J. T., 1994. *Picture theory: Essays on verbal and visual representation*. Chicago: The University of Chicago Press.
- MIYAKE, A.; JUST, M.; CARPENTER, P., 1994. Working memory constraints on the resolution of lexical ambiguity. *Cognitive Neuropsychology*, 33, pp. 175-202.
- MOLITOR, S.; BALLSTAEDT, S.; MANDL, H., 1989. Problems in knowledge acquisition from text and pictures. In MANDL, H. & LEVIN, J. R. (Eds.). *Knowledge acquisition from text and pictures*. Amsterdam; New York: North-Holland; pp 3-35.
- MORALES, R. V.; SHUTE, V. J.; PELLEGRINO, J. W., 1985. Development Differences in Understanding and Solving Simple Mathematics Word Problems. *Cognition and Instruction*, 2 (1), pp. 41-57.
- MORAY, N., 1995. Donald E. Broadbent: 1926-1993. *American Journal of Psychology*, 108, pp. 117-121.
- MOREAU, S. & COQUIN-VIENNOT, D., 2003. Comprehension of arithmetic word problem by fifth-grade pupils: Representation and selection of information. *British Journal of Educational Psychology*, 73, pp. 109-121.
- MORRIS, C., 1938. *Foundations of the Theory of Signs*. Chicago: University of Chicago Press, (vol.2)
- MULLER, P.; CAVEGN, D.; D'YDEWALLE, G.; GRONER, R., 1993. A comparison of a new limbus tracker, corneal reflection technique, Purkinje eye tracking and electro-oculography. In D'YDEWALLE, G. & RENSBERGEN, J., V. (Eds.), *Perception and cognition: Advances in eye movement research*. Amsterdam: North Holland, pp. 393-401.
- MULLIGAN, J. T. & MITCHELMORE, M. C., 1997. Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, pp. 309-331.
- MULLIGAN, J. T. & MITCHELMORE, M. C., 2009. Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, vol. 21 (2), pp. 33-49.
- NACARATO, A. M. & LOPES, C. A. (Orgs.), 2005. *Escritas e Leituras na Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

- NAJJAR, L. J., 1996. *The Effects of Multimedia and Elaborative Encoding on Learning* [<http://www.cc.gatech.edu/gvu/reports/TechReports96.html>]
- NATHAN, M. J.; KINTSCH, W.; YOUNG, E., 1992. A theory of algebra word problem comprehension and its implications for the design of learning environments. *Cognition and Instruction*, 4, pp. 329-390.
- NESHER, P. & HERSHKOVITZ, S., 1994. The Role of Schemes in Two-step Problems: Analysis and Research Findings. *Educational Studies in mathematics*, 26, pp. 1-23.
- NESHER, P. & TEUBAL, E., 1975. Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 6, pp. 41-51.
- NEWTON, D. P. & MERRELL, C. H., 1994. Words that count: Communicating with mathematical text. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25, pp. 457-462.
- NOTON, D. & STARK, L., 1971. Eye movements and visual perception. *Scientific American*, 224, pp. 34-43.
- NUNES, T.; SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W., 1993. *Mathematics in the Streets and in Schools*. Cambridge: Cambridge University Press.
- OLSHAUSEN, B.; ANDERSON, C.; VAN ESSEN, D., 1993. A neurobiological model of visual attention and invariant pattern recognition based on dynamic routing of information. *Journal of Neuroscience*, 13 (1), pp. 4700-4719.
- O'REGAN, J. K., 1990. Eye movements and reading. In KOWLER, E. (Ed.), *Eye movements and their role in visual and cognitive processes*. Amsterdam: Elsevier, pp. 395-453.
- O'REGAN, J. K.; LEVY-SCHOEN, A.; PYNTE, J.; BRUGAILLÈRE, B., 1984. Convenient fixation location within isolated words of different length and structure. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, vol. 10, pp. 250-257.
- ÖSTERHOLM, M., 2006. Metacognition and reading - criteria for comprehension of mathematics texts. In NOVOTNÁ, J.; MORAOVÁ, H.; KRÁTKÁ, M. & STEHLÍKOVÁ, N. (Eds.) *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague: PME, vol. 4, pp. 289-296.
- ÖSTERHOLM, M., 2007. A reading comprehension perspective on problem solving. In BERGSTEN, C. & GREVHOLM, B. (Eds.), *Developing and Researching Quality in Mathematics Teaching and Learning. Proceedings of MADIF 5, the 5th Swedish Mathematics Education Research Seminar*, Malmö, January 24-25, 2006. Linköping, Sweden: SMDF, pp. 136-145.
- ÖSTERHOLM, M., 2010. The roles of prior knowledge when students interpret mathematical texts. In SRIRAMAN, B.; BERGSTEN, C.; GOODCHILD, S.; PALSDOTTIR, G.; SONDERGAARD, B. D. & HAAPASALO, L. (Eds.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland*. Charlotte, NC, USA: Information Age Publishing, pp. 431-440.
- ÖSTERHOLM, M. & BERGQVIST, E., 2012. Methodological issues when studying the relationship between reading and solving mathematical tasks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 17 (1), pp. 5-30.

- OTHERO, G., 2007. A negação nas línguas: um universal linguístico. *Revista eletrónica do Instituto de Humanidades*, ISSN1678-3182, vol. 6 (23) [www.publicacoes.unigranrio.edu.br].
- OYEKOYA, O., 2007. *Eye Tracking: A Perceptual Interface for Content Based Image Retrieval*, Thesis Doctoral, University College London.
- PAAS, F.; RENKL, A.; SWELLER, J., 2003. Cognitive Load Theory and Instructional Design: Recent Developments. *Educational Psychologist*, 38 (1), pp. 1-4.
- PAAS, F.; TUOVINEN, J.; TABBERS, H.; VAN GERVEN, P., 2003. Cognitive load measurement as a means to advance cognitive load theory. *Educational Psychologist*, 38, pp. 63-71.
- PAAS, F.; VAN GERVEN, P.; WOUTERS, P., 2007. Instructional efficiency of animation: effects of interactivity through mental reconstruction of static key frames. *Applied Cognitive Psychology*, 21, pp. 783-793.
- PAIVIO, A. & CAPSO, K., 1973. Picture superiority in free recall: Imagery or dual coding. *Cognitive Psychology*, 5, pp. 176-206.
- PARKHURST, D. J. & ERNST, N., 2003. Scene Content Selected by Active Vision. *Spatial Vision*, 16 (2), pp. 125-154.
- PASSOLUNGHI, M. C. & PAZZAGLIA, F., 2006. A comparison of updating processes in children good or poor in arithmetic word problem-solving. *Learning and Individual Differences*, 15, pp. 257-269.
- PASSOLUNGHI, M. C. & SIEGEL, L. S., 2001. Short-term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 80, pp. 44-57.
- PAVLIDIS, G. T., 1985. Eye movement differences between dyslexics, normal and slow readers while sequentially fixating digits. *American Journal of Optometry and Physiological Optics*, 62, pp. 820-822.
- PERRIG, W. J. & KINTSCH, W., 1985. Propositional and situational representations of text. *Journal of Memory and Language*, 24, pp. 503-518.
- PERRY, R. J. & HODGES, J. R., 1999. Attention and execution deficits in Alzheimer's disease: a critical review. *Brain*, 122, pp. 383-404.
- PETERS, E. & LEVIN, J., 1986. Effects of a mnemonic imagery strategy on good and poor readers' prose recall. *Reading Research Quarterly*, 21, pp. 179-192.
- PHAF, R. H.; VAN DER HEIJDEN, A. H. C.; HUDSON, P. T. W., 1990. SLAM: A connectionist model for attention in visual selection tasks. *Cognitive Psychology*, 22 (3), pp. 273-341.
- PIAGET, J., 1974. *Seis estudos de Psicologia*. Lisboa. Publicações D. Quixote.
- PINKER, S.; LEBEAUX, D.; FROST, L., 1987. Productivity and constraints in the acquisition of the passive. *Cognition*, 26, pp. 195-267.
- PINTO, M. G., 1996. O estudo nacional de literacia: do recado que encerra às políticas de intervenção que evoca. In *Revista da Faculdade de Letras «Línguas e Literaturas»*. Porto, XIII, pp. 357-406.

- POCINHO, M. F., 2007. Prevenção da iliteracia: processos cognitivos implicados na lectura. *Revista Iberoamericana de Educación*, 44, pp. 3-25.
- POLLATSEK, A. & RAYNER, K., 1990. Eye movements and lexical access in reading. In BALOTA, D. A.; FLORES D' ARCAIS, G. B. & RAYNER, K. (Eds.), *Comprehension processes in reading*, Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 143-164.
- POLSON, P. G. & JEFFRIES, R., 1985. Analysis-Instruction in general problem solving skills: An analysis of four approaches. In SEGAL, J. W.; CHIPMAN, S. F. & GLASER, R. (Eds.), *Thinking and learning skills*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, vol. 1, pp. 417-455.
- POLYA, G., 1973. *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- PONTE, J. P., 2005. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*, Lisboa: A.P.M., pp. 11-34.
- POSNER, M. I.; SNYDER, C. R.; DAVIDSON, B. J., 1980. Attention and the detection of signals. *Journal of Experimental Psychology: General*, 109, pp. 160-174.
- POSTMA, E. O.; VAN DEN HERIK, H. J.; HUDSON, P. T. W., 1997. SCAN: a scalable model of attentional selection. *Neural Networks*, 10 (6), pp. 993-1015.
- PRESMEG, N., 1997. Generalization Using Imagery in Mathematics. In ENGLISH, L. D. (Ed). *Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors and Images*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, pp. 299-312.
- PURVES, D.; AUGUSTINE, G. J.; FITZPATRICK, D.; HALL, W. C.; LA MANTIA, A.; Mc NAMANARA, J. O.; WILLIAMS, S. M. (Eds.), 2004. *Neuroscience*, 3rd edition. Sinauer.
- RABELO, E. H., 2002. *Textos Matemáticos - Produção, Interpretação e Resolução de problemas*. 3ª ed. Petrópolis, R.J.: Editora Vozes.
- RAMALHO, G., 2003. As aprendizagens no sistema educativo português: principais resultados dos estudos realizados. In AZEVEDO, J. (Org.) *Avaliação dos resultados escolares: medidas para tornar o sistema mais eficaz*. Porto: ASA, pp. 13-74.
- RAWSON, K. A. & KINTSCH, W., 2002. How does background information improve memory for test content? *Memory and Cognition*, 30 (5), pp. 768-778
- RAYNER, K., 1977. Visual attention in reading: Eye movements reflect cognitive processes. *Memory & Cognition*, vol. 4, pp. 443-448.
- RAYNER, K., 1998. Eye Movements in Reading and Information Processing: 20 Years of Research, *Psychological Bulletin*, vol. 124, nº 3, pp. 372-422.
- RAYNER, K. & LIVERSEDGE, S., 2004. Visual and Linguistic Processing during Eye Fixations in Reading. In HENDERSON, J. M. & FERREIRA, F. (Eds.), *The Interface of Language, Vision, and Action: eye movements and the visual world*. New York: Psychology Press, pp. 59-104.
- RAYNER, K. & POLLATSEK, A., 1989. *The psychology of reading*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- REGO, L., 1995. Diferenças Individuais na Aprendizagem Inicial da Leitura: Papel Desempenhado pelos Factores Metalinguísticos. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 11 (1), pp. 51-60.

- REINAGEL, P. & ZADOR, A. M., 1999. Natural scene statistics at the center of gaze. *Network*, 10, pp. 314-350.
- REUSSER, K., 1989. *Textual and situational factors in solving mathematical word problems*. Bern: University of Bern.
- REUSSER, K., 1990. From text to Situation to Equation: Cognitive simulation and Understanding and Solving Mathematical Word Problems. *Learning and Instruction*, 2 (2), pp. 477-498.
- RIEBEN, L.; MEYER, A.; PERREGAUX, C., 1991. Individual differences and lexical representations: How five 6-Year-old children search and copy words. In RIEBEN, L. & PERFETTI, C. A. (Eds.), *Learning to read: Basic research and its implications*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 85-101.
- RIGNEY, J. W., 1978. Learning strategies: A theoretical perspective. In O'NEILL, H. F. (Ed.), *Learning strategies*. New York: Academic Press.
- RILEY, M. S. & GREENO, J. G., 1988. Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, 5, pp. 49-101.
- RILEY, M. S.; GREENO, J. G.; HELLER, J. I., 1983. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In GINSBURG, H. P. (Ed.), *The development of mathematical thinking*. San Diego, CA: Academic Press, pp. 153-196.
- RIO-TORTO, G., 2006. O Léxico: semântica e gramática das unidades lexicais. In ATHAYDE, M. F. (Ed.), *Estudos sobre léxico e gramática*. Cadernos do CIEG, nº 23, Centro Interuniversitário de Estudos Germanísticos, Coimbra: Minerva Coimbra, pp. 11-34.
- ROSENTHAL, D. J. & RESNICK, L. B., 1974. Children's solution processes in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 66, pp. 817-825.
- RUMELHART, D. E., 1980. Schemata: The building blocks of cognition. In SPIRO, R. J.; BRUCE, B. C. & BREWER, W. S. (Eds.), *Theoretical issues in reading comprehension: perspectives from cognitive psychology, linguistics, artificial intelligence, and education*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 33-58.
- RUMELHART, D. E., 1994. Toward an interactive model of reading. In RUDELL, R.; RUDELL, M. & SINGER, H. (Eds.), *Theoretical models and processes of reading*. Newark: International Reading Association, 4^a ed., pp. 864-894.
- RUMELHART, D. E., 2004. Toward an interactive model of reading. In RUDELL, R. B. & UNRAU, N. J. (Eds.), *Theoretical models and processes of reading*. Newark: International Reading Association, 5^a ed., pp. 1149-1179.
- SAMUELS, S. J. & KAMIL, M. L., 1984. Models of the reading process. In PEARSON, P. D.; BARR, R.; KAMIL, M. L. & MOSENTHAL, P. (Eds.), *Handbook of reading research*. New York, NY: Longman, Inc., pp. 185-224.
- SANDERS, A. E., 1993. Processing information in the functional visual field. In D'YDEWALLE, G. & RENSBERGEN, J. V. (Eds.), *Perception and cognition: Advances in eye movement research*, Amsterdam: North Holland, pp. 3-22.
- SAN DIEGO, P.; ACZEL, J.; HODGSON, B.; SCANLON, E., 2006. "There's more than meets the eye": analyzing verbal protocols, gazes and sketches on external mathematical representations. In

- NOVOTNÁ, J.; MORAOVÁ, H.; KRÁTKÁ, M.; STEHLÍKOVÁ, N. (Eds.), *Proceeding of PME 30*. Prague: PME, vol. 5, pp. 17-24.
- SANTAELLA, L. & NÖRTH, W., 1998. *Imagem: cognição, semiótica, mídia*. São Paulo: Iluminuras.
- SANTOS, M. C., 2009. *Competências em Língua Portuguesa e Dificuldades de Processamento em Matemática*. Dissertação de mestrado. Faculdade de Letras - Universidade de Coimbra.
- SCHANK, R. C., 1975. *Conceptual information processing*. Amsterdam: North-Holland.
- SCHANK, R. C. & ABELSON, R. P., 1977. *Scripts, plans, goals, and understanding*. Hillsdale, N.J.: Laurence Erlbaum.
- SCHLEPPEGRELL, M. J., 2007. The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly*, 23 (2), pp. 139-159.
- SCHLIEMANN, A. D., 1998. As Operações Concretas e a Resolução de Problemas de Matemática. In CARRAHER, T. N. (Org.), *Aprender Pensando*, Petrópolis: Vozes, pp. 69-80.
- SCHMIDT, S. & WEISER, W., 1995. Semantic Structures of One-Step Word Problems Involving Multiplication or Division. *Educational Studies in Mathematics*, 28, pp. 55-72.
- SCHNEIDER, M. & STERN, E., 2010. The developmental relations between conceptual and procedural knowledge: A multimethod approach. *Developmental Psychology*, 46 (1), pp. 178-192.
- SCHNOTZ, W., 2002. Towards an integrated view of learning from text and visual displays. *Educational Psychology Review*, 14, pp. 101-120.
- SCHOENFELD, A., 1979. Beyond the purely cognitive: belief systems, social cognitions and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science*, 7, pp. 329-366.
- SCHOENFELD, A., 1985. *Mathematical problem solving*. Orlando, F.L.: Academic Press.
- SEQUEIRA, F. & SIM-SIM, I., 1989. Psicolinguística e Leitura. In SEQUEIRA, F; SIM-SIM, I. (Eds.), *Maturidade linguística e aprendizagem da leitura*. Braga: Universidade do Minho.
- SEUFERT, T., 2003. Supporting coherence formation in learning from multiple representations. *Learning and Instruction*, 13, pp. 227-237.
- SEUFERT, T.; JÄNEN, I.; BRÜNKEN, R., 2007. The impact of intrinsic cognitive load on the effectiveness of graphical help for coherence formation. *Computers in Human Behavior*, 23, pp. 1055-1071.
- SHALIN, V. L., 1987. *Knowledge of problem structure in mathematical problem solving*. Dissertation Abstract International, 49-05B, AAI8807246.
- SIEGLER, R. S., 1988. Strategy Choice Procedures and the Development of Multiplication Skill. *Journal of Experimental Psychology, General*, 117 (3), pp. 258-275.
- SIM-SIM, I., 1998. *Desenvolvimento da Linguagem*, Lisboa, Universidade Aberta.
- SIM-SIM, I. & RAMALHO, G., 1993. *Como lêem as nossas crianças? Caracterização do nível de literacia da população escolar portuguesa*. Lisboa: ME-GEP.

- SKOVSMOSE, O., 2000. *Cenários para investigação*. Bolema, São Paulo, nº. 14, pp. 66-91.
- SMITH, F., 1971. *Understanding Reading: A Psycholinguistic Analysis of Reading and Learning to Read*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- SMITH, F., 1973. *Psycholinguistic and reading*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- SMITH, F., 1978. *Understanding Reading: A Psycholinguistic Analysis of Reading and Learning to Read*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- SMITH, F., 1989. *Compreendendo a leitura: uma análise psicolingüística da leitura e do aprender a ler*. Porto Alegre: Artes Médicas
- SMITH, F., 1994. *Understanding reading* (5ª ed.). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- SMITH, M. (Ed.), 1991. *Toward a unified theory of problem solving: Views from the content domains*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- SMOLE, K. C., 2000. *A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, pp. 64-72.
- SMOLE, K. C. & DINIZ, M. I. (Org.), 2001. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora.
- SOUSA, O. C., 1999. *Competência ortográfica e competências linguísticas*. Lisboa: Instituto Superior de Psicologia Aplicada.
- SOWDER, L., 1988. Children's solutions of story problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 7, pp. 227-238.
- SOWDER, L., 1989. Searching for affect in the solution of story problems in mathematics. In MCLEOD & ADAMS (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Springer, pp. 104-113.
- STANOVICH, K. E., 1980. Twoard and Interactive Compensatory Model of Individual Differences in the Development of Reading Fluency. *Reading research Quarterly*, 16, pp. 32-71.
- STANOVICH, K. E., 1985. Cognitive determinants of reading in mentally retarded individuals. In ELLIS, N. R. & BRAY, N. W. (Eds.), *International review of research in mental retardation*, Orlando: Academic Press, 341, vol. 13, pp. 181-214.
- STANOVICH, K. E., 1991. Changing models of reading and reading acquisition. In RIEBEN, L. & PERFETTI, C. A. (Eds.), *Learning to read: Basic research and its implications*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 19-31.
- STAUB, F.C. & REUSSER, K., 1995. The role of presentational structures in understanding and solving mathematical word problems. In WEAVER, C. A.; MANNES, S. & FLETCHER, C. R. (Eds.), *Discourse comprehension. Essays in honor of Walter Kintsch*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- STERN, E., 1993. What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology*, 85, pp. 7-23.
- STERN, E. & LEHRNDORFER, A., 1992. The role of situational context in solving word problems. *Cognitive Development*, 7, pp. 259-268.

- STERN, E. & MEVARECH, Z., 1996. Children's Understanding of Successive Divisions in Different Contexts. *Journal of Experimental Child Psychology*, 61, pp. 153-172.
- STERN, J. A., 1993. The eyes: Reflector of attentional processes. *CSERIAC Gateway IV* (4), pp. 7-12.
- STERNBERG, R. J. & FRENCH, P. A. (Ed.), 1991. *Complex problem solving: Principles and mechanisms*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- STEVENSON, H. W. & STIGLER, J. W., 1992. *The learning gap*. New York: Summit Books.
- STIGLER, J. W.; LEE, S-Y.; STEVENSON, H. W., 1990. Mathematical knowledge of Japanese, Chinese, and American elementary school children. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- SUPPES, P., 1990. Eye-movement models for arithmetic and reading performance. In KOWLER, E. (Ed.), *Eye movements and their role in visual and cognitive processes*. Amsterdam: Elsevier, pp. 455-477.
- SUPPES, P.; COHEN, M.; LADDAGA, R.; ANLIKER, J.; FLOYD, R., 1982. Research on eye movements in arithmetic performance. In GRONER, R. & FRAISSE, P. (Eds.), *Cognition and Eye Movements*. North-Holland, Amsterdam, pp. 57-73.
- SUPPES, P.; COHEN, M.; LADDAGA, R.; ANLIKER, J.; FLOYD, R., 1983. A procedural theory of eye movements in doing arithmetic. *Journal of Mathematical Psychology*, 27, pp. 341-369.
- SUPPES, P.; LOFTUS, E.; JERMAN, M., 1969. Problem-solving on a computer-based teletype. *Educational Studies in Mathematics*, 2, pp. 1-15.
- SWANSON, H. L.; COONEY, J. B.; BROCK, S., 1993. The influence of working memory and classification ability on children's word problem solution. *Journal of Experimental Child Psychology*, 55, pp. 374-395.
- SWANSON H. L. & SACHSE-LEE, C., 2001. Mathematical Problem Solving and Working Memory in Children with Learning Disabilities: Both Executive and Phonological Processes Are Important. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, pp. 294-321.
- SWELLER, J., 1988. Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12 (2), pp. 257-285.
- SWELLER, J., 1994. Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*, 4, pp. 295-312.
- SWELLER, J., 2005. Implications of cognitive load theory for multimedia learning. In MAYER, R. E. (Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning*. New York: Cambridge University Press, pp. 19-30.
- SWELLER, J. & CHANDLER, P., 1994. Why some material is difficult to learn. *Cognition and Instruction*, 12, pp. 185-233.
- TENBRINK, T. L., 1988. *Evaluacion - Guia Practica para Profesores*. Madrid: Narcea.
- TERRY, P. W., 1992. The Reading Problem in Arithmetic. *Journal of Educational Psychology*, vol. 84 (1), pp. 70-75.

- THEEUWES, J., 1993. Visual selective attention: A theoretical analysis. *Acta Psychologica*, 83, pp. 93-154.
- THEVENOT, C.; BARROUILLET, P.; FAYOL, M., 2001. Algorithmic solution of arithmetic problems and operand-answer associations in long term memory. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 54(2), pp. 599-611.
- THEVENOT, C.; BARROUILLET, P.; FAYOL M., 2004. Représentation mentale et procédures de résolution de problèmes arithmétiques: L'effet du placement de la question. *L'Année Psychologique*, 104, pp. 683-699.
- THEVENOT, C.; DEVIDAL, M.; BARROUILLET, P.; FAYOL, M., 2007. Why placing the question before an arithmetic word problem improve performance? A situation model account. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 60, pp. 43-56.
- TOOM, A., 1999. Word problems: Applications or mental manipulatives. *For the Learning of Mathematics*, 19 (1), pp. 36-38.
- TOOM, A., 2010. A matemática escolar nos EUA e Rússia. *Fazer contas ajuda a pensar?*, Lisboa: Fundação Francisco Manuel dos Santos, pp. 45-94.
- TREISMAN, A. & GELADE, G. A., 1980. Feature Integration Theory of Attention. *Cognitive Psychology*, 12, pp. 97-136.
- USISKIN, Z., 1996. Mathematics and Language. In ELLIOTT, P.; KENNEY, M. (Eds.), *Communication in Mathematics*. Reston, VA: NCTM, Yearbook, pp. 231-243.
- VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M., 1996. Assessment and realistic mathematics education. Utrecht: CD-β Press / Freudenthal Institute, Utrecht University. [<http://igitur-archive.library.uu.nl/dissertations/2005-0301-003023/index.htm>]
- VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M., 2005. The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, vol. 25 (2), pp. 2-9.
- VAN DIJK, T. A., 1992. *La ciencia del texto - Un enfoque interdisciplinario* (Trad. Sibila Hunzinger). Barcelona-Buenos Aires. Ediciones Paidós.
- VAN DIJK, T. A. & KINTSCH, W., 1983. *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.
- VAN OOSTENDORP, H. & GOLDMAN, S. R. (Eds.), 1998. *The construction of mental representations during reading*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates
- VANOYE, F., 1973. *Expression communication*. Paris: Armand Colin.
- VARGA, A. K., 1999. Entre le texte et l'image: une pragmatique des limites. In HEUSSER, M.; HANNOOSH, M.; SCHOELL-GLASS, C.; SCOTT, D. (Eds.), *Text and Visuality*. Amsterdam: Editions Rodopi, pp. 77-92.
- VASCONCELOS, L., 1998. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In SCHLIEMANN, A. D. & CARRAHER, D. W. (Orgs.). *A Compreensão de Conceitos Aritméticos: ensino e pesquisa*. Campinas: Papirus, pp. 53-72.

- VERGNAUD, G., 1982. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. (Eds), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 39-59.
- VERGNAUD, G., 1990. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 10, 2-3, pp. 133-170.
- VERGNAUD, G., 1996. A Trama dos Campos Conceituais na Construção dos Conhecimentos. *Revista do GEEMPA*, Porto Alegre, 4, pp. 9-19.
- VERSCHAFFEL, L.; DE CORTE, E.; LASURE, S., 1994. Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, pp. 273-294.
- VERSCHAFFEL, L.; DE CORTE, E.; PAUWELS, A., 1992. Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, vol. 84 (1), pp. 85-94.
- VERSCHAFFEL, L.; GREER, B.; DE CORTE, E., 2000. *Making Sense of Word Problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.
- VIANA, F. L., 1998. *Da linguagem oral à leitura, construção e validação do Teste de Identificação de Competências Linguísticas*. Tese de Doutorado, Universidade do Minho, Braga.
- VIDAL, J. G. & MANJÓN, D. G., 2000. *Dificultades de Aprendizaje e Intervención Psicopedagógica: Lectura y Escritura*. Madrid, EOS.
- VILCHES, L., 1983. *La Lectura de la Imagen*. Buenos Aires: Ediciones Paidós.
- VINNER, S., 1997. The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought processes in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 34, pp. 97-129.
- VLASKAMP, B. N. S. & HOOGE, I. T. C., 2006. Crowding degrades saccadic search performance. *Vision Research*, 46, pp. 417-425.
- VYGOTSKY, L. S., 2000. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.
- WEAVER, C. & KINTSCH, W., 1992. Enhancing students comprehension of the conceptual structure of algebra word problems. *Journal of Educational Psychology*, 84, pp. 419-428.
- WOLFE, J. M., 1994. Guided Search 2.0: A revised model of visual search. *Psychonomic Bulletin and Review*, 1, pp. 202-238.
- WOODING, D. S.; MUGGELSTONE, M. D.; PURDY, K. J.; GALE, A. G., 2002. Eye movements of large populations: In Implementation and performance of an autonomous public eye tracker. *Behavior Research Methods, Instruments and Computers*, 34 (4), pp. 509-517.
- WICHER, F. W.; WEINSTEIN, C. E.; YELICH, C. A.; BROOKS, J. D., 1978. Problem reformulation training and visualization training with insight problems. *Journal of Educational Psychology*, 70, pp. 372-377.
- XIN, Y. P.; JITENDRA, A. K.; DEATLINE-BUCHMAN, A., 2005. Effects of mathematical word problem-solving instruction on middle-school students with learning problems. *The Journal of Special Education*, 29, 181-192.
- YARBUS, A. L., 1967. Eye movements during perception of complex objects. In RIGGS, L. A. (Ed.), *Eye Movements and Vision*, Plenum Press, New York, cap. VII, pp. 171-196.

ZAGAR, D.; FAYOL, M.; DEVIDAL, M., 1991. Une stratégie de prise d'information particulière a la lecture de problèmes? Etude chez des enfants de 10 ans. *Psychologie Française*, 36, pp. 143-149.

ZUCHI, I., 2004. A importância da linguagem no ensino de matemática. *Educação Matemática em Revista*. São Paulo: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Ano 11, nº16, p. 49-55.

Documentos oficiais

ELLY, W. B., 1992. How in the world do students read? *IEA study of reading literacy*. Hamburg, Germany: The International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

GAVE, 2007-2012. Relatórios das Provas de Aferição de *Língua Portuguesa e Matemática* [<http://www.gave.min-edu.pt/np3/24.html>]

GAVE, 2007-2012. Relatórios dos Testes Intermédios de *Língua Portuguesa e Matemática* [<http://www.gave.min-edu.pt/np3/24.html>]

GAVE, 2008-2011. Relatórios dos Exames Nacionais de *Língua Portuguesa e Matemática* [<http://www.gave.min-edu.pt/np3/24.html>]

GAVE, 2010. *Terminologia adoptada na classificação de itens de instrumentos de avaliação externa* [http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=393 &fileName=Terminologia_Itens.pdf]

MARTIN, M. O. & KELLY, D. L. (Eds.), 1997. *TIMSS Technical Report. Implementation and Analysis, Primary and Middle School Years*, vol. II. Chestnut Hill, MA: Boston College.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2001. *PISA 2000 - Resultados do estudo internacional*, Lisboa: GAVE.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2003. *PISA 2000 - Conceitos fundamentais em jogo na avaliação da literacia científica e competências dos alunos portugueses*, Lisboa: GAVE.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2004. *PISA 2003 - Resultados do estudo internacional*, Lisboa: GAVE;

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2006. *PISA 2006 - Competências científicas dos alunos portugueses*, Lisboa: GAVE.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Exames Nacionais de Matemática do 3º Ciclo do Ensino Básico* [<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/eBasico/641/?listProvas>]

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Provas de Aferição de Matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico* [<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/provas/220/?listProvas>]

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Provas de Aferição de Matemática do 2º Ciclo do Ensino Básico* [<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/provas/262/?listProvas>]

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Provas de Aferição de Matemática do 3º Ciclo do Ensino Básico* [<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/provas/263/?listProvas>]

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Testes Intermédios do 2º ano do Ensino Básico* [<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/testes/582/?listProvas>]

- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Testes Intermédios de Matemática do 8º ano do Ensino Básico* [<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/testes/283/?listProvas>]
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Testes Intermédios de Matemática do 9º ano do Ensino Básico* [<http://bi.gave.min-edu.pt/exames/exames/testes/263/?listProvas>]
- MULLIS, I.; MARTIN, M.; BEATON, A.; GONZALES, E.; KELLY, D.; SMITH, T., 1997. *Mathematics Achievement in the Primary School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study*, Chestnut Hill, MA: Boston College.
- MULLIS, I. V. S.; MARTIN, M. O.; FOY, P.; ARORA, A., 2012. *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. [<http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/international-results-mathematics.html>]
- MULLIS, I. V. S.; MARTIN, M. O.; FOY, P.; DRUCKER, K. T., 2012. *PIRLS 2011 International Results*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. [<http://timssandpirls.bc.edu/pirls2011/international-results-pirls.html>]
- OECD, 2001. *Knowledge and skills for life: first results from PISA 2000*. Paris: OCDE Publishing.
- OECD, 2002. *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment - Reading, Mathematical and Scientific Literacy*, Paris: OCDE Publishing.
- OECD, 2003. *The Pisa 2003 Assessment Framework - Mathematical, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, Paris: OCDE Publishing
- OECD, 2006. *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy - A Framework for PISA 2006*, Paris: OCDE Publishing.
- OECD, 2010. *PISA 2009 Framework: Key Competencies in Reading, Mathematics and Science*. Paris: OECD Publishing.
- OECD, 2010. *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do - Student Performance in Reading, Mathematics and Science (vol. I)* [<http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en>]
- OECD, 2010. *PISA 2009 Results: Executive Summary*, Paris: OCDE Publishing.
- OECD & MINISTRY OF INDUSTRY OF CANADA, 2000. *Literacy in the information age. Final report of the International Adult Literacy Survey*. Paris: OECD Publishing.
- PINTO-FERREIRA, C.; SERRÃO, A.; PADINHA, L., 2007. *PISA 2006 - Competências Científicas dos Alunos Portugueses*. Lisboa: GAVE - Ministério da Educação.
- PONTE, J. P.; SERRAZINA, L.; GUIMARÃES, H.; BREDAS, A.; GUIMARÃES, F.; SOUSA, H.; MENEZES, L.; MARTINS, M.; OLIVEIRA, P., 2007. *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação [www.dgidec.minedu.pt/matematica/Paginas/Reajustamento_matematica.aspx]
- RAMALHO, G., 1994. *As nossas crianças e a Matemática. Caracterização da participação dos alunos portugueses no "Second International Assessment of Educational Progress"*. Lisboa: DEPGEF.
- RAMALHO, G., 1995. Participação dos estudantes portugueses de 9 e 13 anos de idade no "Second International Assessment of Educational Progress": Matemática. *Quadrante*, 4 (1), pp. 43-65.


- RAMALHO, G. (Coord.), 2001. *Resultados do estudo internacional PISA 2000: Primeiro relatório nacional*. Lisboa: GAVE - Ministério da Educação.
- RAMALHO, G. (Coord.), 2004. *Resultados do estudo internacional PISA 2003: Primeiro relatório nacional*. Lisboa: GAVE - Ministério da Educação.
- RAMALHO, G. (Coord.), 2006. *Reflexão dos Docentes de Matemática do 3º Ciclo sobre os Resultados do exame do 9º ano-2005*. Lisboa: GAVE - Ministério da Educação.
- REIS, C. (Coord.); DIAS, A. P.; CABRAL, A. T. C.; SILVA, E.; VIEGAS, F.; BASTOS, G.; MOTA, I.; SEGURA, J.; PINTO, M. O., 2009. *Programas de Português do Ensino Básico*, Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular - Ministério da Educação.
- ROBITAILLE, D.; BEATON, A.; PLOMP, T., 2000. *The impact of TIMSS on the teaching and learning of mathematics and science*. Vancouver: Pacific Educational.
- ROBITAILLE, D. & GARDEN, R., 1989. *The IEA study of mathematics II: Contexts and outcomes of school mathematics*. Oxford, England: Pergamon Press.
- SOUSA, H. D. (Coord.), 2010. *Projecto Testes Intermédios - Relatório 2010*. Lisboa: GAVE - Ministério da Educação.


ANEXO 1- Estímulos da Experiência I






Estímulos do grupo 1 (1º ciclo)




Estímulo 1




 Representa um número par.




 Representa um número ímpar.

Assinala com **X** a soma que pode estar correcta.

 +  = 

 +  = 


 +  = 

 +  = 

[PAM-1º ciclo (2002), parte B, item 12]

Estímulo 2

A Margarida esteve doente. Como tinha muita tosse, o médico receitou-lhe um xarope para tomar de acordo com a receita médica.



Receita Médica
Uma medida de 2,5 ml,
duas vezes por dia,
durante 8 dias.

A Margarida fez o tratamento completo.
Que quantidade de xarope sobrou? Apresenta o resultado em mililitros.
Explica com chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou contas.

[PAM-1º ciclo (2006), parte B, item 8]

Estímulo 3

Completa o mapa da figura, de acordo com as instruções.



Desenha no mapa a **Rua do Tempo**, paralela à **Rua do Ano**. Escreve o seu nome.

Desenha a **Rua da Hora**, que não pode ser paralela à **Rua do Século** e também não pode ser perpendicular à **Rua do Século**. Escreve o seu nome.

[PAM-1º ciclo (2000), parte A, item 2]

Estímulo 4

Assinala com x a expressão que representa o número 5087.

- $5 \times 1000 + 800 + 7$
- $5 \times 1000 + 80 + 7$
- $5 \times 1000 + 8 + 7$
- $5 \times 100 + 80 + 7$

[PAM-1º ciclo (2001), parte A, item 1]

Estímulo 5

Escolhe três dos números seguintes:

66 27 39 133 94

Escreve-os nos rectângulos de forma a que a soma fique correcta.

$$\square + \square = \square$$

[PAM-1º ciclo (2000), parte B, item 18]

Estímulo 6

Na gelataria, há quatro ingredientes diferentes para colocar por cima do gelado:

- raspa de chocolate;
- amêndoa;
- chantili;
- gomas.

O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspa de chocolate e amêndoa.

A Clara também queria decorar o seu gelado com dois dos ingredientes.

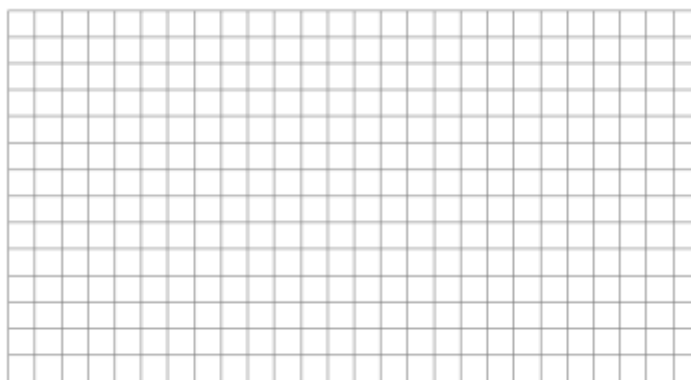
De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou contas.

[PAM-1º ciclo (2007), parte A, item 2]

Estímulo 7

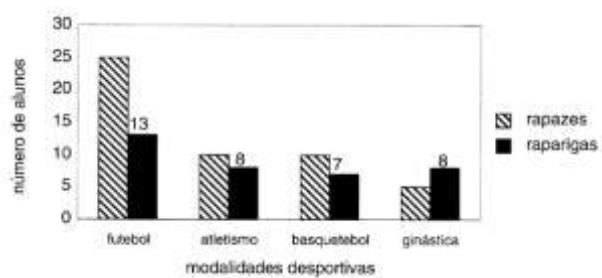
Desenha, no quadriculado abaixo, um triângulo que tenha um ângulo obtuso.



[PAM-1º ciclo (2003), parte A, item 7]

Estímulo 8

Na escola da Marta há 112 alunos. O gráfico indica o número de alunos inscritos em cada modalidade desportiva praticada na Escola. Cada aluno só pratica um desporto.



8.1

Qual o desporto mais praticado na Escola?

8.2

Quantos alunos da Escola, rapazes e raparigas, praticam ginástica?

[PAM-1º ciclo (2001), parte A, item 3]

Estímulos do grupo 2 (2º ciclo)

Estímulo 1

A figura seguinte está dividida em 6 quadrados.



Considera como unidade de medida a área do quadrado mais pequeno.
Assinala com **X** a medida da área da figura.

- 6**
- 16**
- 20**
- 25**

[PAM-2º ciclo (2005), parte A, item 9]

Estímulo 2

A tabela indica o número de latas de comida necessárias para alimentar um cão, por dia, em funções do seu peso.

O Pantufa é um cão que pesa 20 kg.

Quantas latas a dona do Pantufa tem de comprar, para o alimentar durante uma semana?

Explica como chegaste à tua resposta .

Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

| Peso do cão em kg | Número de latas que come, por dia |
|-------------------|-----------------------------------|
| 10 | 1 |
| 20 | $1 + \frac{1}{2}$ |
| 30 | 2 |
| 40 | $2 + \frac{1}{2}$ |

[PAM-2º ciclo (2001), parte A, item 3]

Estímulo 3

A partir dos dados da figura, inventa um problema que possa ser resolvido pela expressão numérica seguinte.

$$2 \times 0,85 + 3 \times 1,15$$



[PAM-2º ciclo (2006), parte B, item 17]

Estímulo 4

Para fazer doce de abóbora, a mãe da Vera junta 1kg de açúcar por cada 1,5kg de abóbora.
Que quantidade de açúcar vai juntar a 6kg de abóbora?
Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

[PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 21]

Estímulo 5

Identifica e assinala com x a frase que não é verdadeira.

- Um prisma hexagonal tem 6 faces laterais rectangulares.
- Um prisma hexagonal tem 6 faces laterais triangulares.
- Um prisma hexagonal tem 2 bases hexagonais.
- Um prisma hexagonal tem 8 faces.

[PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 6]

Estímulo 6

Um número inteiro:

- está compreendido entre 199 e 300;
- tem como algarismo das dezenas o 4;
- é múltiplo de 5;
- não é múltiplo de 2.

Qual é esse número?

[PAM-2º ciclo (2003), parte A, item 2]

Estímulo 7

Cada rapariga e cada rapaz da turma do António e da turma da Beatriz votaram no seu animal preferido. Cada aluno só podia votar num animal. Aqui estão os resultados da votação de cada uma das turmas.



7.1. Na turma do António, qual o animal que obteve mais votos?

7.2. Em qual das turmas houve um maior número de alunos a votar no cavalo?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas e cálculos.

[PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 14]

Estímulo 8

A professora de Matemática do Gabriel disse aos alunos que construíssem um triângulo isósceles.

O Gabriel começou por desenhar um lado do triângulo, com 7 cm, e depois outro, com 3 cm.

Qual é o comprimento do terceiro lado do triângulo que o Gabriel está a construir?

[PAM-2º ciclo (2004), parte B, item 12]

Estímulos do grupo 3 (3º ciclo)

Estímulo 1

O símbolo ao lado está desenhado nas placas do Parque das Nações que assinalam a localização dos lavabos.

As quatro figuras a seguir representadas foram desenhadas com base nesse símbolo.

Em cada uma delas, está desenhada uma recta r .

Em qual delas a letra r é o eixo de simetria?



Figura A

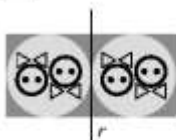


Figura B

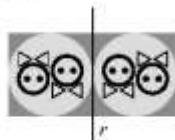


Figura C

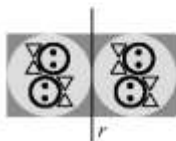
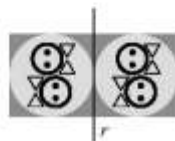


Figura D



[ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2006), item 10]

Estímulo 2

Em Portugal, as eleições para a Presidência da República realizam-se de cinco em cinco anos.

Os dados seguintes são referentes à eleição do Presidente da República em 1986.

Resultados nacionais

Número total de votos: 5 742 151

Número de votos em branco: 17 709

Número de votos nulos: 46 334

Número de abstenções: 1 875 106

Informação recolhida no sítio da Comissão nacional de Eleições na Internet

Sabendo que o número total de eleitores foi de 7 617 257, indica a percentagem de abstenções, aproximada às centésimas.

[PAM-3º ciclo (2004), item 6.1]

Estímulo 3

Diz-se que o ecrã de um televisor tem formato «4:3» quando é semelhante a um rectângulo com 4 cm de comprimento e 3 cm de largura.

O ecrã do televisor do Miguel tem formato «4:3», e a sua diagonal mede 70 cm.

Determina o comprimento e a largura do ecrã.

Apresenta todos os cálculos que efectuares e, na tua resposta, indica a unidade de medida.

[ENM-3^o ciclo, 1^a chamada (2007), item 10]

Estímulo 4

Na fotografia abaixo (figura A) podes ver o teleférico do Parque das Nações. A seu lado, na figura B, está representado um esquema do circuito (visto de cima) efectuado por uma cabina de teleférico.



Figura A



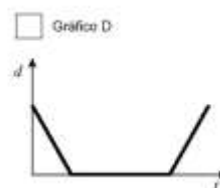
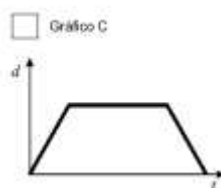
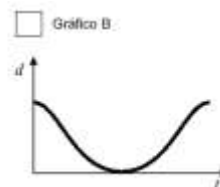
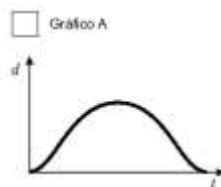
Figura B

Uma cabina parte do ponto A, passa por B e regressa ao ponto A, sem efectuar paragens durante este percurso.

Sejam:

t o tempo que decorre desde o instante em que a cabina parte do ponto A;
 d a distância dessa cabina ao ponto A.

Qual dos gráficos seguintes poderá representar a relação entre t e d ?



[ENM-3^o ciclo, 1^a chamada (2006), item 12]

Estímulo 5

Uma empresa de vendas por catálogo decidiu apresentar duas promoções (A e B) sobre o preço de venda dos seus artigos.

Promoção A:

Desconto de 25% na compra de um artigo à escolha e desconto de 10% nos restantes artigos.

Promoção B:

Desconto de 10 euros na compra de um artigo à escolha e desconto de 20% nos restantes artigos.

O Roberto vai encomendar umas calças no valor de 30 euros e um casaco no valor de 80 euros.

Como é que o Roberto poderá gastar menos dinheiro no pagamento desta encomenda?

Indica que promoção deverá escolher e que desconto deverá aplicar a cada artigo.

Justifica a tua resposta, apresentando todos os cálculos que efectuares.

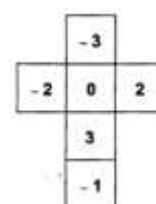
[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2006), item 13]

Estímulo 6

Na figura encontra-se a planificação de um dado de jogar, cujas faces têm uma numeração especial.

6.1. Qual o número que se encontra na face oposta à do 0 (zero)?

6.2. Se lançares o dado duas vezes e adicionares os números saídos, qual a menor soma que podes obter?



[PAM-3º ciclo (2004), item 1]

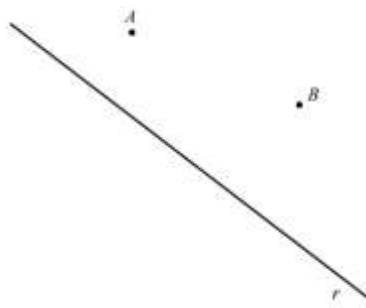
Estímulo 7

O pai da Ana foi contratado para vender um modelo de computadores, cujo preço unitário é de 600 euros.
Por mês, ele recebe uma quantia fixa de 200 euros. Para além deste valor, recebe ainda, por cada computador que vender, 12% do seu preço.
Qual é o número mínimo de computadores que ele terá de vender, num mês, para receber mais do que 1500 euros, nesse mês?
Apresenta todos os cálculos que efectuares.

[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2005), item 4]

Estímulo 8

Recorrendo a material de desenho e de medição, constrói, a lápis, a circunferência cujo centro é um ponto de recta r e que passa pelos pontos A e B .
Não apagues as linhas auxiliares que traçares para construíres a circunferência.



[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2007), item 14]

ANEXO 2- Estímulos da Experiência II

Estímulos do grupo 1 (1º ciclo)

Estímulo 1

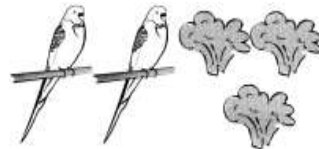
O Pedro tem oito periquitos. Todos os dias dá a cada dois dos seus periquitos 3 folhas de alface.

Quantas folhas de alface tem de dar, por dia, aos seus oito periquitos?



[PAM-1º ciclo (2001), parte A, item 10]

Estímulo 2



RESPOSTA: O Pedro tem de dar 12 folhas de alface aos seus 8 periquitos.

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 1)

Estímulo 3

Num passeio à serra, o Luís apanhou um raminho de sargaços e papoilas. Quando chegou a casa colocou as flores numa jarra.

- Que lindo ramo! – disse a mãe. – Apanhaste 6 flores, o mesmo número dos teus anos.

O Luís contou as pétalas dos sargaços e das papoilas e disse:

- Já viste, mãe, as 6 flores têm ao todo 28 pétalas, é mesmo a tua idade.

Quantas papoilas apanhou o Luís?



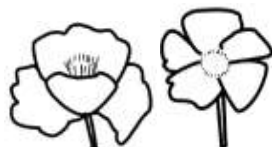
A papoila tem 4 pétalas



O sargaço tem 5 pétalas

[PAM-1º ciclo (2001), parte B, item 13]

Estímulo 4



RESPOSTA: O Luís apanhou 2 papoilas.

| papoilas | sargaços | pétalas |
|----------|----------|---------------|
| 1 | 5 | $4 + 25 = 29$ |
| 2 | 4 | $8 + 20 = 28$ |

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

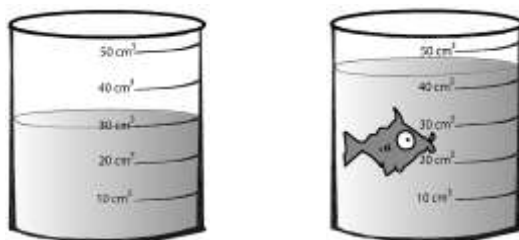
SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 3)

Estímulo 5

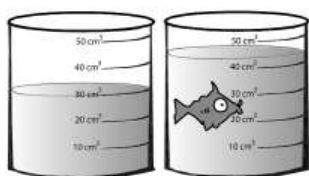
A Rosa decidiu medir o volume do corpo do seu peixe. Para o fazer, colocou água num copo graduado e, em seguida, mergulhou o peixe lá dentro, como se vê na figura.



Indica uma estimativa do volume do corpo do peixe da Rosa.

[PAM-1º ciclo (2003), parte B, item 18]

Estímulo 6



RESPOSTA: O volume do corpo do peixe será de 12,5 cm³.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 5)

Estímulo 7

O Daniel e a Alice mediram a palmos o comprimento da mesa da sala de jantar.

Lê o diálogo entre os dois irmãos.

Daniel: - A mesa mede 20 dos meus palmos.

Alice: - Mas dos meus só mede 18 palmos.

Qual dos dois irmãos tem o palmo com maior comprimento?

[PAM-1º ciclo (2004), parte A, item 8]

Estímulo 8

RESPOSTA: A Alice tem o palmo com maior comprimento.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

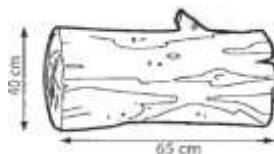
SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 7)

Estímulo 9

Colocaram-se cinco troncos, iguais ao representado na figura, ao lado uns dos outros.



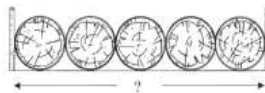
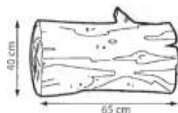
Para não rebolem, colocaram-se duas estacas a segurá-los.



A que distância ficaram as duas estacas uma da outra?

[PAM-1º ciclo (2004), parte B, item 11]

Estímulo 10



RESPOSTA: As duas estacas ficaram a uma distância de **2000 metros** uma da outra.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

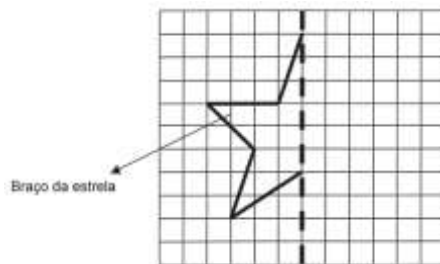
SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 9)

Estímulo 11

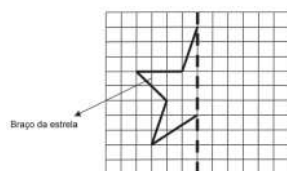
Os meninos da sala do Raul fizeram 50 estrelas iguais, em cartolina azul. Na figura, está representada parte de uma das estrelas que eles construíram. A linha a tracejado representa um eixo de simetria da estrela.



Para enfeitar cada uma das estrelas, colocaram à sua volta fio prateado. Quantos centímetros de fio utilizaram em cada estrela?

[PAM-1º ciclo (2005), parte A, item 7]

Estímulo 12



RESPOSTA: Os meninos utilizaram em cada estrela **22 centímetros** de fio.

$$11 + 11 = 22$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 11)

Estímulo 13

Observa a inscrição da tabuleta da casa dos avós do Raul, representada a seguir.

A inscrição indica o ano em que a casa foi construída.



Indica, utilizando algarismos, o ano em que foi construída a casa dos avós do Raul.

[PAM-1º ciclo (2005), parte B, item 9]

Estímulo 14



RESPOSTA: A casa dos avós do Raul foi construída no ano **2001**.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 13)

Estímulo 15

O Raul e o Rui são irmãos gémeos. Na próxima quinta-feira, vão fazer 9 anos. O seu avô faz 70 anos no mesmo dia.

A mãe dos gémeos já fez três bolos, um para cada um dos aniversariantes.

Quantas caixas de velas, como a da figura, é preciso comprar para enfeitar os 3 bolos, usando uma vela para cada ano?



[PAM-1º ciclo (2005), parte B, item 14]

Estímulo 16



RESPOSTA: A mãe dos gémeos tem de comprar **4 caixas de velas.**

$$9 + 9 + 70 = 88$$

$$24 + 24 = 48$$

$$48 + 24 = 72$$

$$72 + 24 = 96$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 15)

Estímulo 17

No primeiro dia de aulas, a Margarida e o Rui jogaram um jogo com três dados com as faces numeradas de 1 a 6, como o da figura.

No jogo, eles têm de lançar uma vez os três dados e, com os algarismos saídos, formar um número.

À Margarida saíram

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|



Ao Rui saíram

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|

Ganha o jogo quem conseguir formar com os três algarismos saídos o número mais próximo de 500.

Vê os números que a Margarida e o Rui formaram com os algarismos que lhes saíram.

Margarida

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 6 | 2 |
|---|---|---|

Rui

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 2 | 3 |
|---|---|---|

Quem ganhou o jogo?

[PAM-1º ciclo (2006), parte A, item 6]

Estímulo 18



RESPOSTA: Quem ganhou o jogo foi o **Rui**.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 17)

Estímulo 19

A Margarida construiu um desenho utilizando três das figuras que a professora mostrou. Sem mostrar o seu desenho aos colegas, fez a seguinte descrição:

Desenhei os dois rectângulos, um ao lado do outro, unidos pelo lado de maior comprimento. No exterior do rectângulo que está do meu lado esquerdo, desenhei o triângulo.

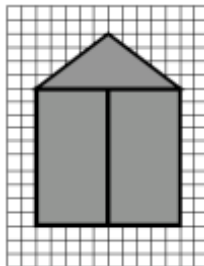
O triângulo está unido ao lado de menor comprimento do rectângulo.

Qual a configuração que o desenho tem que ter para corresponder à descrição feita pela Margarida?

[PAM-1º ciclo (2006), parte B, item 9]

Estímulo 20

RESPOSTA:



Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 19)

Estímulo 21

Um coala bebé vive no Jardim Zoológico e pesa 500 gramas.
Quando chegar a adulto, pesará 20 vezes mais.



Qual será o seu peso, em quilogramas,
quando for adulto?

[PAM-1º ciclo (2002), parte B, item 18]

Estímulo 22



RESPOSTA: Quando for adulto, o coala pesará **10 Kg** (quilogramas)

$$500g \times 20 = 10000g$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

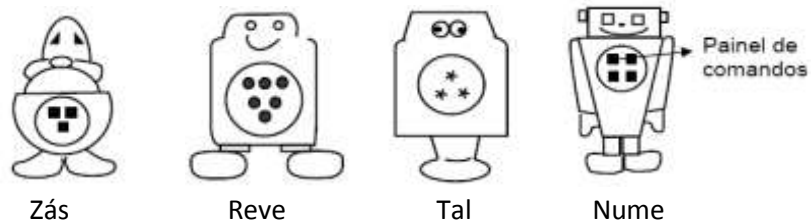
(Cenário de resposta certa do estímulo 21)

Estímulo 23

O livro da história do professor *Matema* conta que, um dia, ele construiu quatro robôs, o *Nume*, o *Reve*, o *Tal* e o *Zás*, de tal forma que:

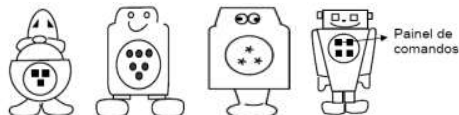
- o *Zás* tem olhos quadrados;
- o *Reve* e o *Tal* não têm boca;
- o *Reve* não tem quadrados no painel de comandos.

O nome atribuído a cada robô está correcto?



[PAM-1º ciclo (2007), parte B, item 12]

Estímulo 24



RESPOSTA: Os nomes dos robôs não estão correctos.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 23)

Estímulos do grupo 2 (2º ciclo)

Estímulo 1

Na quinta da avó da Sara estão vacas a pastar e, à volta delas, andam algumas garças.



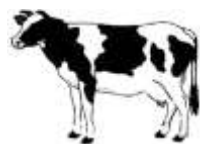
As vacas têm quatro patas

As garças têm 2 patas

- Há tantas vacas como garças! – afirmou a avó da Sara.
 - Todas juntas têm 30 patas. – completou a Sara, depois de ter contado as patas das vacas e das garças.
- Quantas vacas estão na quinta da avó da Sara?

[PAM-2º ciclo (2001), parte B, item 14]

Estímulo 2



RESPOSTA: Na quinta da avó da Sara estão **5 vacas**.

$$4 + 2 = 6$$

$$30 : 6 = 5$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 1)

Estímulo 3

O grupo do Tomás ficou responsável pelo cálculo da média das alturas dos 20 alunos da sua turma.

Explica todo o trabalho que o grupo deve desenvolver e que cálculos tem de efectuar, para calcular essa média.

[PAM-2º ciclo (2003), parte B, item 10]

Estímulo 4

RESPOSTA: O grupo do Tomás mediu (ou perguntou) as alturas de todos os alunos da turma. Depois somou essas alturas e, no fim, dividiu por 20.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 3)

Estímulo 5

A turma do Tomás fez um painel rectangular com 1,65 m de comprimento e 75 cm de largura.

Na construção desse painel, foram utilizados azulejos quadrados com 15 cm de lado.

Quantos azulejos foram necessários para construir o painel?

[PAM-2º ciclo (2003), parte B, item 13]

Estímulo 6

RESPOSTA: Foram necessários **55 azulejos**.

$$165 : 15 = 11$$

$$75 : 15 = 5$$

$$5 \times 11 = 55$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

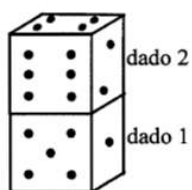
(Cenário de resposta certa do estímulo 5)

Estímulo 7

Na figura, estão representados dois dados sobrepostos.

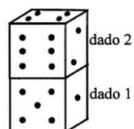
Em qualquer dado, a soma do número de pintas das faces opostas é sempre sete.

Qual é a soma do número de pintas das três faces horizontais que não se vêem (a face de baixo do dado 2 e as faces de cima e de baixo do dado 1)?



[PAM-2º ciclo (2004), parte A, item 7]

Estímulo 8



RESPOSTA: A soma do número de pintas das três faces horizontais que não se vêem é **10**.

$$3 + 7 = 10$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 7)

Estímulo 9

Os alunos do 6º ano da escola do Gabriel escolheram, por votação, um castelo para irem visitar.

A tabela seguinte apresenta os resultados da votação.

| Castelo | Números de votos | | |
|---------------------|------------------|------|------|
| | 6º A | 6º B | 6º C |
| de Guimarães | 5 | 1 | 5 |
| dos Mouros | 9 | 10 | 3 |
| de Palmela | 8 | 8 | 9 |
| de Silves | 3 | 6 | 8 |

De acordo com a informação da tabela, qual o castelo que irão visitar?

[PAM-2º ciclo (2004), parte B, item 15]

Estímulo 10

RESPOSTA: De acordo com a informação da tabela, irão visitar o **Castelo de Silves**.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 9)

Estímulo 11

Na escola da Amélia, foram escolhidos 6 alunos que ficaram encarregados de distribuir folhetos sobre a preservação da natureza.

Com os números de folhetos distribuídos, construíram uma tabela e determinaram a média e a moda desses números. Viram que a média dos folhetos distribuídos por todos os alunos era de 16 e a moda era 18.

Na tabela encontra o número de folhetos distribuídos por todos os alunos, à excepção do Vasco.

| Nome | Amilcar | Ana | Joana | José | Sara | Vasco |
|------------------------------|---------|-----|-------|------|------|-------|
| N.º de folhetos distribuídos | 16 | 18 | 13 | 17 | 14 | |

Quantos folhetos terá distribuído o Vasco?

[PAM-2º ciclo (2006), parte B, item 19]

Estímulo 12

RESPOSTA: O Vasco terá distribuído 18 folhetos.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 11)

Estímulo 13

Lê o seguinte diálogo entre duas amigas, passado na aula de Matemática:

- *Posso multiplicar 8 por outro número e obter, como resultado, um número que é menor do que 8 – afirmou a Ana.*

- *Não, não podes – respondeu a Vera. – Quando multiplicas 8 por outro número, o resultado é sempre um número maior do que 8.*

Qual das duas amigas tem razão, a Ana ou a Vera?

[PAM-2º ciclo (2002), parte B, item 20]

Estímulo 14

RESPOSTA: Quem tem razão é a Vera.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 13)

Estímulos do grupo 3 (3º ciclo)

Estímulo 1

Arrumaram-se três esferas iguais dentro de uma caixa cilíndrica (figura 1). Como se pode observar no esquema (figura 2):

- a altura da caixa é igual ao triplo do diâmetro de uma esfera;
- o raio da base do cilindro é igual ao raio de uma esfera.



Figura 1



Figura 2

Mostra que:

O volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

[ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2005), item 11]

Estímulo 2

RESPOSTA: $\pi r^2 \times 6r = 6\pi r^3$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 1)

Estímulo 3

O seguinte problema é adaptado do livro chinês *Nove Capítulos da Arte Matemática*, do século I a. C.

Um bambu partiu-se, a uma altura do chão de 2,275 m, e a parte de cima, ao cair, tocou o chão, a uma distância de 1,5 m da base do bambu.

Qual era a altura do bambu antes de se ter partido?



[PAM-3º ciclo (2002), parte A, item 3]

Estímulo 4



RESPOSTA: O bambu media 5 metros.

$$\begin{aligned}
 x^2 &= 1,5^2 + 2,275^2 \\
 x^2 &= 2,25 + 5,175625 \\
 x &= \sqrt{7,425625} \\
 x &= 2,725 \\
 2,725 + 2,275 &= 5
 \end{aligned}$$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 3)

Estímulo 5

Numa aula de Matemática, a turma da Marta envolveu-se na procura de propriedades de números.

A certa altura a Marta afirmou:

«Se pensar em dois números naturais consecutivos e subtrair o quadrado do menor ao quadrado do maior, obtenho sempre um número que não é múltiplo de dois.»

Escolhe dois números naturais consecutivos e verifica que, para esses números, a afirmação da Marta é verdadeira.

[ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2006), item 9]

Estímulo 6

RESPOSTA: $8^2 - 7^2 = 16 - 14 = 2$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 5)

Estímulo 7

No bar da escola da Ana, vendem-se sumos de frutas e sanduíches.
A Ana e a sua melhor amiga gostam de sanduíches de queijo, de fiambre e de presunto.
Na hora do lanche, escolhem, ao acaso, um destes três tipos de sanduíches.
Qual é a probabilidade de ambas escolherem uma sanduíche de queijo?

[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2005), item 7]

Estímulo 8

RESPOSTA: A probabilidade de ambas escolherem uma sanduíche de queijo é de **11%**.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

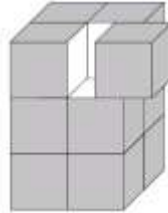
SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 7)

Estímulo 9

Pintaram-se as seis faces de um prisma quadrangular regular antes de o cortar em cubos iguais, tal como se pode observar na figura.

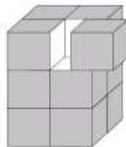


Se escolheres, ao acaso, um desses cubos, qual é a probabilidade de o cubo escolhido ter só duas faces pintadas?

Apresenta o resultado na forma de uma fracção irredutível.

[ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2005), item 4]

Estímulo 10



RESPOSTA: A probabilidade do cubo escolhido ter só duas faces pintadas é de $\frac{1}{3}$.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 9)

Estímulo 11

Os alunos do 9º ano estão a organizar uma visita de estudo de um dia e optaram por alugar as camionetas à empresa Camiembra.



Já têm 107 alunos inscritos, mas ainda há mais 4 indecisos.

O preço que cada aluno inscrito tem de pagar irá depender do número total de inscritos que, no mínimo, serão 107 e, no máximo, 111.

Tendo em conta que qualquer aluno inscrito pagará o mesmo, entre que valores variará o preço a pagar por cada um?

[PAM-3º ciclo (2004), item 2]

Estímulo 12



RESPOSTA: $250 : 107 = 2,34$

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

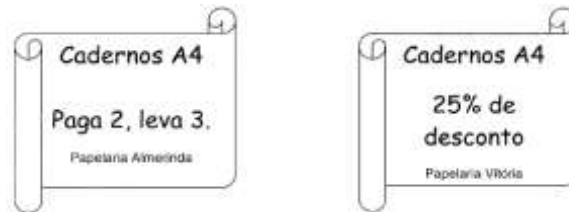
NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 11)

Estímulo 13

Em duas papelarias da mesma rua, os cadernos escolares eram vendidos ao mesmo preço, mas agora estão em promoção.

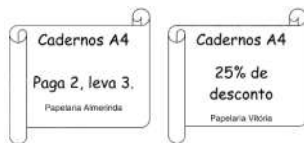
Observa os cartazes que as papelarias têm na monstra:



A Rita quer comprar três cadernos. Em qual das papelarias a Rita gastará menos dinheiro?

[PAM-3º ciclo (2002), parte A, item 7]

Estímulo 14



RESPOSTA: A Rita gastará menos dinheiro **na papelaria Vitória.**

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 13)

Estímulo 15

Num torneio de ténis de mesa, organizado por uma Associação de Estudantes, inscreveram-se 16 alunos.

Em cada eliminatória, cada jogador realiza apenas um jogo, e quem ganhar fica apurado para a eliminatória seguinte.

Na primeira eliminatória, como há 16 jogadores, realizaram-se 8 jogos.

Quantos jogos se realizaram, durante todo o torneio, até se ter apurado o vencedor?

[PAM-3º ciclo (2002), parte B, item 10]

Estímulo 16

RESPOSTA: Realizaram-se **15 jogos**.

À medida que as eliminatórias se vão sucedendo metade dos jogadores são eliminados; há 8 jogos, depois só 4, posteriormente 2 e a final.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 15)

Estímulo 17

A Associação de Estudantes de uma escola é constituída por 5 alunos: 3 rapazes e 2 raparigas. Estes alunos, como elementos da Associação de Estudantes, têm de realizar várias tarefas e desempenhar alguns cargos. Assim, decidiram sortear as tarefas a atribuir a cada um.

Calcula a probabilidade de o elemento encarregado de uma qualquer dessas tarefas ser um rapaz.

[PAM-3º ciclo (2002), parte A, item 5.1]

Estímulo 18

RESPOSTA: A probabilidade de ser um rapaz é de **4, ou seja, 80%**.

Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta errada do estímulo 17)

Estímulo 19

O critério de eleição de um candidato à Presidência da República está descrito na Lei Eleitoral.

Artigo 10º
(Critério de eleição)

1. Será eleito o candidato que obtiver mais de metade dos votos validamente expressos, não se considerando como válidos os votos em branco.^(*)
2. Se nenhum dos candidatos obtiver esse número de votos, proceder-se-á a segundo sufrágio ao qual concorrerão os dois candidatos mais votados que não tenham retirado a sua candidatura.

Lei eleitoral – Organização do processo eleitoral – Título III

(*) Os votos nulos também não são considerados votos validamente expressos.

Observa os dados da tabela que nos fornece os resultados da primeira votação nos quatro candidatos à eleição do Presidente da República em 1986.

| Votação por candidato | | | |
|-----------------------|-------------|-------------|-------------|
| Candidato A | Candidato B | Candidato C | Candidato D |
| 2 629 597 | 1 443 683 | 1 185 867 | 418 961 |

informação recolhida no sítio da Comissão Nacional de Eleições na Internet

Nestas eleições, algum dos candidatos foi eleito na primeira votação?

[PAM-3º ciclo (2004), item 6.2]

Estímulo 20

RESPOSTA: Não, nenhum candidato foi eleito na primeira votação.

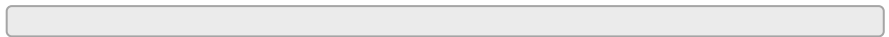
Achas que pode ser esta a resposta correcta?

SIM

NÃO

(Cenário de resposta certa do estímulo 19)

ANEXO 3- Estímulos da Experiência III



Estímulos do grupo 1 (1º ciclo)

Estímulo 1

Assinala a frase que corresponde a uma leitura do número 9740.

- 1. Nove mil e setenta e quatro unidades.**
- 2. Novecentas e setenta e quatro dezenas.**
- 3. Nove mil e setenta e quatro centenas.**
- 4. Nove centenas e setenta e quatro milhares.**

[PAM-1º ciclo (2003), parte A, item 5]

Estímulo 2

A baleia azul é o maior animal que vive na terra; vive entre 30 a 70 anos.
A maior baleia azul encontrada na Terra media 29 m e pesava 158 000 Kg.

Assinala a frase que indica o peso da maior baleia azul encontrada em Terra.

- 1. Cento e cinquenta e oito quilogramas.**
- 2. Mil e cinquenta e oito quilogramas.**
- 3. Quinze mil e oitocentos quilogramas.**
- 4. Cento e cinquenta e oito mil quilogramas.**

[PAM-1º ciclo (2004), parte A, item 7]

Estímulo 3

A expressão “dez mil e cinquenta e quatro unidades” representa a leitura de qual dos seguintes números?

1. **10540**
2. **10054**
3. **1540**
4. **1054**

[PAM-1º ciclo (2000), parte A, item 1]

Estímulo 4

O meu nome é Raul, vou fazer 9 anos no dia 25 deste mês. Tenho um irmão gémeo e uma irmã com mais 2 anos do que eu.

Tenho 1,40 metros de altura e peso 34 quilogramas.

Vivo em Caminha. Na minha vila, vivem à volta de dezasseis mil e quinhentas pessoas. Caminha passou a vila no ano de 1284.

Assinala o valor que pode corresponder ao número de pessoas que vivem em Caminha.

1. **1652**
2. **16210**
3. **16523**
4. **160532**

[PAM-1º ciclo (2005), parte B, item 12.2]

Estímulo 5

Assinala a figura que representa uma pirâmide.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

[PAM-1º ciclo (2004), parte B, item 17]

Estímulo 6

No primeiro dia de aulas, os meninos da sala do Rui estiveram a fazer construções com rolinhos de plasticina.



Assinala o sólido que os rolinhos de plasticina representam.

1. **Cilindro**
2. **Cubo**
3. **Paralelepípedo**
4. **Pirâmide**

[PAM-1º ciclo (2006), parte A, item 2]

Estímulo 7

Na aula do Frederico os alunos estiveram a pintar desenhos com guaches. Para secarem, a professora pendurou-os com molas numa corda, como se vê na figura seguinte.



Assinala o número de molas necessárias para pendurar os 28 desenhos que os alunos pintaram, uns a seguir aos outros, de modo a que dois desenhos partilhem a mesma mola.

1. **27**
2. **28**
3. **29**
4. **30**

[PAM-1º ciclo (2004), parte B, item 17]

Estímulo 8

Das quatro meninas representadas na figura, a professora escolheu a que tem o cartão onde está representado o número 60, para ficar responsável por regar as plantas da sala de aula.



Assinala o nome da menina que a professora escolheu.

1. **Manuela**
2. **Paula**
3. **Rita**
4. **Sara**

[PAM-1º ciclo (2002), parte B, item 17]

Estímulo 9

O jarro apresentado na figura contém 0,5 litro de sumo de laranja.



Assinala a melhor estimativa para a quantidade de litros de sumo que o jarro cheio leva.

1. Entre 0,5 litro e 0,99 litros.
2. Entre 1 litro e 1,24 litros.
3. Entre 1,25 litros e 1,74 litros.
4. Entre 1,75 litros e 2 litros.

[PAM-1º ciclo (2002), parte B, item 15]

Estímulo 10

O Raul guardou os seus 147 berlindes num frasco.
A sua prima Paula também tem um frasco cheio de berlindes.

Assinala a melhor estimativa para o número de berlindes do frasco da Paula.



1. 20
2. 70
3. 120
4. 140

[PAM-1º ciclo (2005), parte A, item 6.1]

Estímulo 11



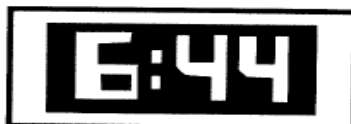
Um dos pesos indicados, colocado no outro extremo do baloiço, equilibra o menino.

Que peso poderá ser?

1. Um peso de 30 g
2. Um peso de 30 kg
3. Um peso de 300 mg
4. Um peso de 3000 g

[PAM-1º ciclo (2001), parte A, item 9]

Estímulo 12



Assinala o relógio que marca a mesma hora que o relógio acima.



Relógio 1



Relógio 2



Relógio 3



Relógio 4

[PAM-1º ciclo (2002), parte B, item 20]

Estímulo 13

Assinala a figura que tem dois pares de lados paralelos e que não tem ângulos rectos.



Figura 1

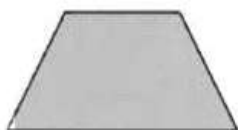


Figura 2

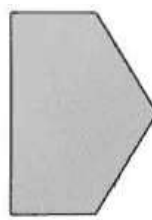


Figura 3

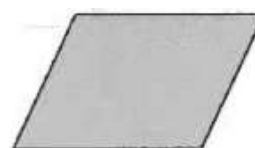


Figura 4

[PAM-1º ciclo (2004), parte A, item 4]

Estímulo 14

Das quatro figuras seguintes, três têm o mesmo perímetro.
Assinala a figura que tem o perímetro diferente do perímetro das outras três.

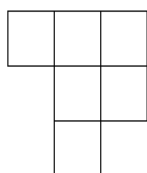


Figura 1

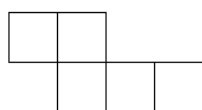


Figura 2

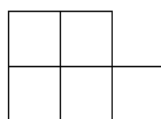


Figura 3

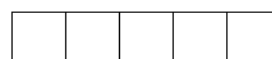


Figura 4

[PAM-1º ciclo (2003), parte B, item 17]

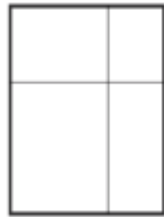
Estímulo 15

A professora da turma da Clara disse aos alunos que dobrassem uma folha de papel duas vezes, de modo a fazerem dois vincos na folha.

A Clara disse aos seus colegas de grupo:

-Olhem, os vincos da minha folha são paralelos.

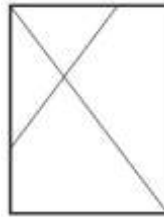
Assinala a figura que representa a folha da Clara.



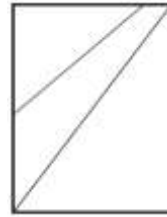
Folha 1



Folha 2



Folha 3



Folha 4

[PAM-1º ciclo (2007), parte B, item 18]

Estímulos do grupo 2 (2º ciclo)

Estímulo 1

Assinala a figura que pode corresponder à planificação de um cilindro.




Figura 1 **Figura 2** **Figura 3** **Figura 4**

[PAM-2º ciclo (2001), parte B, item 19]

Estímulo 2

Assinala a figura que representa a planificação de um cubo.

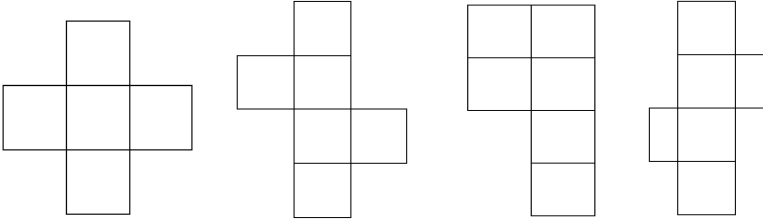
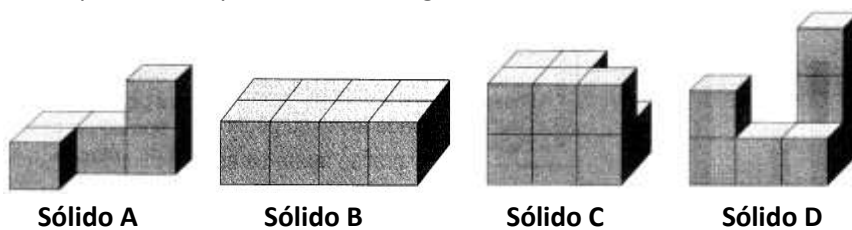


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3** **Figura 4**

[PAM-2º ciclo (2003), parte B, item 14]

Estímulo 3

Com cubinhos de madeira, com 1 cm de aresta, a Sara construiu os quatro sólidos que estão representados a seguir.



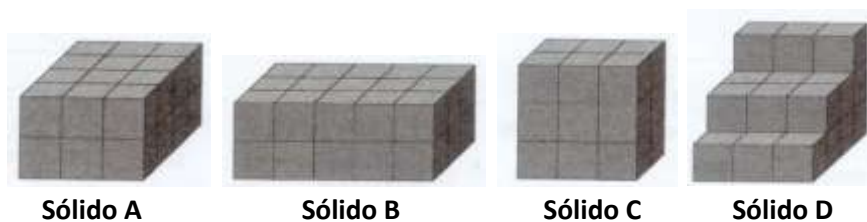
Dos quatro sólidos que a Sara construiu, assinala o que tem maior volume.

1. Sólido A
2. Sólido B
3. Sólido C
4. Sólido D

[PAM-2º ciclo (2001), parte B, item 13]

Estímulo 4

Com cubinhos de madeira, com 1 cm³ de volume, a Ana construiu os seguintes sólidos.



Dos quatro sólidos que a Ana construiu, assinala aquele que é um paralelepípedo com 24 cm³ de volume.

1. Sólido A
2. Sólido B
3. Sólido C
4. Sólido D

[PAM-2º ciclo (2002), parte B, item 12]

Estímulo 5

Assinala a figura em que os triângulos representados são simétricos em relação à linha traçada.

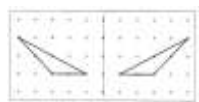


Figura 1



Figura 2

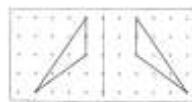


Figura 3



Figura 4

[PAM-2º ciclo (2001), parte A, item 4]

Estímulo 6

Das letras seguintes, assinala a que tem um eixo de simetria.

D

Letra 1

N

Letra 2

S

Letra 3

Z

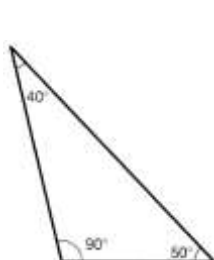
Letra 4

[PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 13]

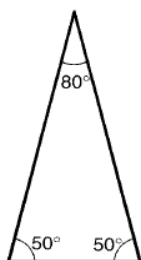
Estímulo 7

Apenas em um dos triângulos desenhados as amplitudes dos ângulos são as indicadas.

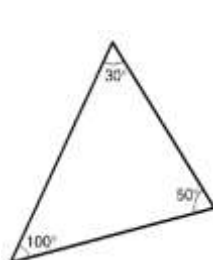
Assinala o triângulo cujas amplitudes estão correctas.



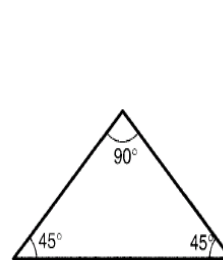
Triângulo 1



Triângulo 2



Triângulo 3

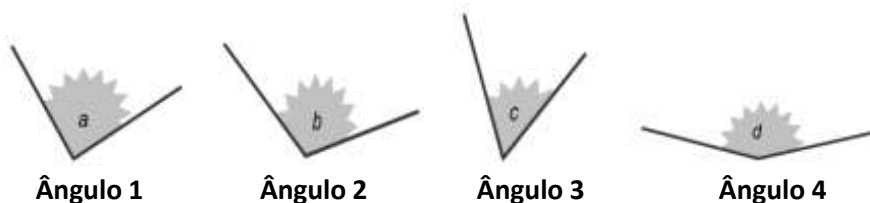


Triângulo 4

[PAM-2º ciclo (2001), parte B, item 16]

Estímulo 8

Assinala o ângulo que tem de amplitude mais de 90° e menos de 120° .



[PAM-2º ciclo (2006), parte A, item 2]

Estímulo 9

Assinala o nome do polígono que pode ser a base de uma pirâmide que tem, no total, 12 arestas.

1. **Triângulo**
2. **Quadrado**
3. **Pentágono**
4. **Hexágono**

[PAM-2º ciclo (2002), parte A, item 7]

Estímulo 10

Que triângulos obténs quando traças uma diagonal de um quadrado?
Assinala a resposta correcta à pergunta.

1. **Dois triângulos rectângulos escalenos.**
2. **Dois triângulos rectângulos isósceles.**
3. **Dois triângulos acutângulos equiláteros.**
4. **Dois triângulos acutângulos isósceles.**

[PAM-2º ciclo (2005), parte B, item 11]

Estímulo 11

Um número inteiro foi multiplicado por 2, e o resultado obtido foi multiplicado por 5.

Assinala o número que pode representar o resultado final.

1. **2045**
2. **2504**
3. **2540**
4. **5042**

[PAM-2º ciclo (2001), parte A, item 2]

Estímulo 12

Assinala o número que não é divisor de 12.

1. **2**
2. **4**
3. **6**
4. **8**

[PAM-2º ciclo (2004), parte B, item 20]

Estímulo 13

Na turma do António, há 5 rapazes e 15 raparigas.

Qual a representação que não traduz a razão entre o número de rapazes e o número total de alunos da turma.

1. **1/4**
2. **5,15**
3. **5 : 20**
4. **25%**

[PAM-2º ciclo (2005), parte A, item 6]

Estímulos do grupo 3 (3º ciclo)

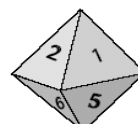
Estímulo 1

O dado da figura tem a forma de um octaedro regular. As suas 8 faces triangulares estão numeradas de 1 a 8 e têm igual probabilidade de saírem, quando se lança o dado.

Lançou-se o dado 8 vezes, e das 8 vezes saiu um número ímpar.

O dado vai ser lançado de novo.

Assinala a afirmação correcta.



1. **É mais provável que saia agora um número par.**
2. **É tão provável que saia um número par como um número ímpar.**
3. **É mais provável que continue a sair um número ímpar.**
4. **Não pode sair outra vez um número ímpar.**

[PAM-3º ciclo (2003), parte A, item 1.2]

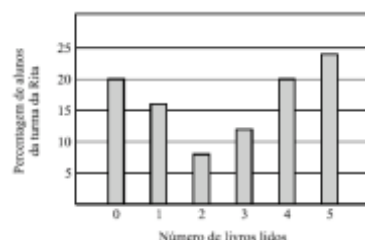
Estímulo 2

Na escola da Rita, fez-se um estudo sobre o gosto dos alunos pela leitura. Um inquérito realizado incluía a questão seguinte.

«Quantos livros leste desde o início do ano lectivo?»

As respostas obtidas na turma da Rita, relativamente a esta pergunta, estão representadas no gráfico de barras que se segue.

Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma de Rita, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?



1. **Ter lido menos do que um livro.**
2. **Ter lido mais do que dois livros.**
3. **Ter lido menos do que três livros.**
4. **Ter lido mais do que quatro livros.**

[ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2005), item 1]

Estímulo 3

Nas figuras A e B, podes observar o mesmo dado em duas posições distintas.

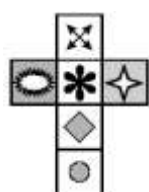


Figura A

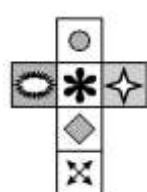


Figura B

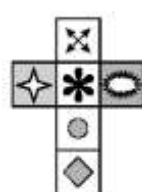
Qual das quatro planificações seguintes é uma planificação desse dado?



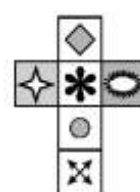
Planificação 1



Planificação 2



Planificação 3

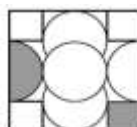


Planificação 4

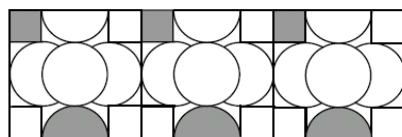
[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2005), item 5.2]

Estímulo 4

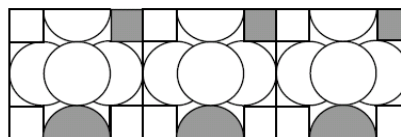
O padrão do azulejo a seguir representado foi inspirado num desenho de uma tábua babilónica de argila, do segundo milénio a.C.



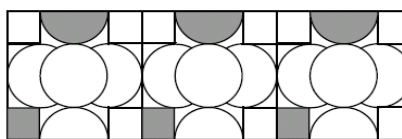
Assinala o friso que não pode ser construído com 3 desses azulejos.



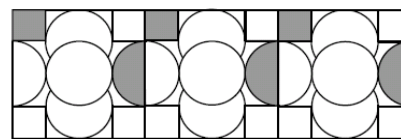
Friso 1



Friso 2



Friso 3



Friso 4

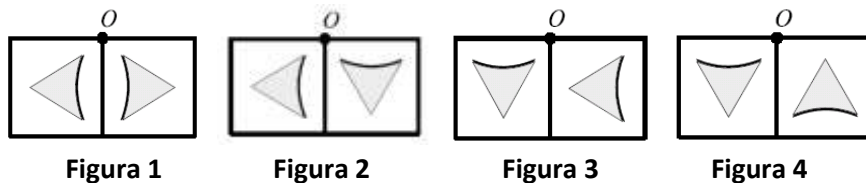
[PAM-3º ciclo (2003), parte B, item 13]

Estímulo 5

A piscina da casa do Roberto vai ser decorada com azulejos.

Em cada uma das quatro figuras que se seguem, estão representados dois azulejos.

Em qual delas o azulejo da direita é imagem do azulejo da esquerda, por meio de uma rotação, com centro no ponto O , de amplitude 90° (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio)?

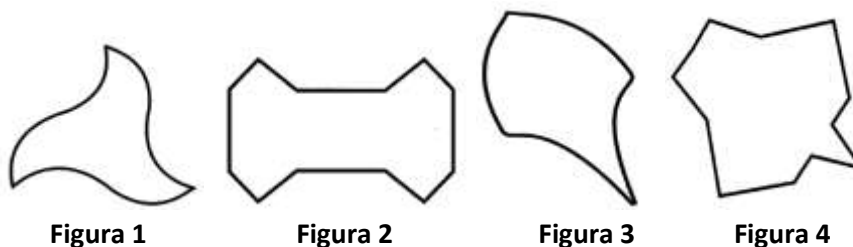


[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2006), item 9]

Estímulo 6

As figuras seguintes reproduzem a forma de azulejos, de inspiração árabe, que se podem encontrar em alguns pavimentos do palácio de Alhambra, em Espanha.

Assinala a figura que não tem eixos de simetria.



[PAM-3º ciclo (2004), item 11]

Estímulo 7

Quatro amigos encontraram-se para resolver um problema de Matemática que envolvia o cálculo do perímetro de um círculo com 10 cm de diâmetro. Na tabela que se segue, está indicado o valor que cada um obteve para o perímetro do círculo.

| Rita | Carlos | João | Sofia |
|---------|----------|----------|----------|
| 31,4 cm | 31,41 cm | 31,42 cm | 31,43 cm |

Qual dos quatro amigos obteve uma melhor aproximação do perímetro daquele círculo?

1. Rita
2. Carlos
3. João
4. Sofia

[ENM-3º ciclo, 1ª chamada (2005), item 10]

Estímulo 8

Através dos tempos, foram utilizadas diferentes aproximações para o valor de π (pi). Na tabela estão indicados alguns desses valores.

| Egípcios | Gregos | Hindus | Romanos |
|------------------|----------------|-------------|-------------------|
| $\frac{256}{81}$ | $\frac{22}{7}$ | $\sqrt{10}$ | $3 + \frac{1}{8}$ |

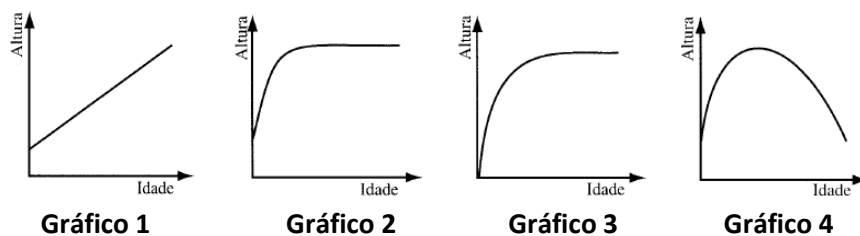
Assinala o povo que utilizava uma melhor aproximação do valor de π (pi).

1. Egípcios
2. Gregos
3. Hindus
4. Romanos

[PAM-3º ciclo (2004), item 5]

Estímulo 9

Assinala o gráfico que pode ilustrar a relação entre a altura e a idade de uma pessoa, desde que nasce até atingir os 50 anos de idade.

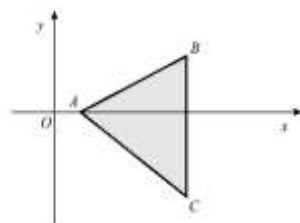


[PAM-3º ciclo (2002), parte A, item 4.1]

Estímulo 10

Na figura, está representado, num referencial ortogonal (eixos perpendiculares), um triângulo $[ABC]$.

O segmento de recta $[BC]$ é perpendicular ao eixo dos XX .



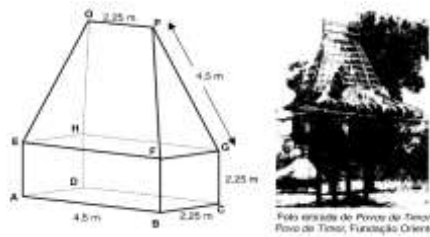
A imagem do segmento de recta $[BC]$ obtida por meio de uma rotação de centro em A e amplitude 90° é um segmento de recta...

1. ... paralelo ao eixo dos XX .
2. ... perpendicular a $[AB]$.
3. ... paralelo ao eixo dos yy .
4. ... perpendicular a $[AC]$.

[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2005), item 2.2]

Estímulo 11

A seguir apresenta-se um esquema da casa timorense da fotografia.



O chão da casa – $[ABCD]$ – tem a forma de um rectângulo, e $[ABCDEFGH]$ tem a forma de um prisma quadrangular recto.

Assinala o ângulo recto.

1. $\sphericalangle ECA$
2. $\sphericalangle FOP$
3. $\sphericalangle GCA$
4. $\sphericalangle PGH$

[PAM-3º ciclo (2002), parte B, item 9.3]

Estímulo 12

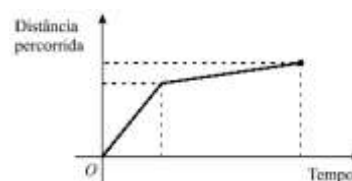
Hoje de manhã, a Ana saiu de casa e dirigiu-se para a escola.

Fez uma parte desse percurso a andar e a outra parte a correr.

O gráfico que se segue mostra a distância percorrida pela Ana, em função do tempo que decorreu desde o instante em que saiu de casa até ao instante em que chegou à escola.

Apresentam-se a seguir quatro afirmações.

De acordo com o gráfico, apenas uma está correcta. Qual?



1. **A Ana percorreu metade da distância a andar e a outra metade a correr.**
2. **A Ana percorreu maior distância a andar do que a correr.**
3. **A Ana esteve mais tempo a correr do que a andar.**
4. **A Ana iniciou o percurso a correr e terminou-o a andar.**

[ENM-3º ciclo, 2ª chamada (2005), item 1]