AS TAREFAS E A COMUNICAÇÃO NUMA ABORDAGEM EXPLORATÓRIA NO ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS[1]

Marisa Quaresma
Escola Básica José Saramago, Poceirão, Palmela
Unidade de Investigação do Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
mq@campus.ul.pt

João Pedro da Ponte
Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
jpponte@ie.ul.pt

Resumo: Este texto descreve e analisa as práticas letivas usadas em duas aulas de uma unidade de ensino de cunho exploratório que pretendia levar os alunos a desenvolver a sua compreensão da noção de número racional e da sua comparação e ordenação e a sua capacidade de resolução de problemas com racionais, dando especial atenção à natureza das tarefas e da comunicação. A metodologia é qualitativa e interpretativa, com um formato de *design research*. Os dados foram recolhidos por observação participante, com gravação vídeo e áudio, recolha dos trabalhos dos alunos e notas de campo analisados com análise de discurso. Os resultados evidenciam a possibilidade de uma prática profissional de cunho exploratório na sala de aula, tendo por base tarefas de natureza diversificada, bem como um discurso de cunho dialógico, pontuado por questões de inquirição.

Palavras-chave: Abordagem Exploratória, Comunicação, Tarefas, Números Racionais, Práticas Profissionais

Introdução

Os números racionais constituem um dos tópicos que mais dificuldades colocam aos alunos do 2.º ciclo do ensino básico. Particularmente problemático é o trabalho na representação em fração que, até há bem pouco tempo só era introduzida neste ciclo. Deste modo, o seu ensino coloca um desafio acrescido aos professores, constituindo um terreno estimulante para o estudo das suas práticas profissionais. Neste contexto, o presente trabalho tem por base uma unidade de ensino que pretende levar os alunos a desenvolver a sua compreensão da noção de número racional, da sua comparação e ordenação e a sua capacidade de resolução de problemas com números racionais. Para isso trabalha-se simultaneamente com as várias representações dos números racionais, nos diferentes significados, em diferentes contextos e tipos de grandezas, em tarefas de natureza diversificada e usando comunicação dialógica que valoriza as questões de inquirição. O objetivo deste texto é descrever e analisar as práticas letivas usadas em duas aulas desta unidade de ensino de cunho exploratório, com especial atenção à natureza das tarefas e da comunicação.

[1] Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (contrato PTDC/CPE-CED/098931/2008).

Ensino-aprendizagem dos números racionais

As representações desempenham um papel fundamental no trabalho com números racionais. Uma representação é uma configuração de sinais, caracteres, ícones ou objetos que podem, de alguma forma, designar ou substituir alguma coisa (Goldin, 2003) e representar um número significa atribuir-lhe uma designação, sendo de notar que um número pode ter várias designações. Por exemplo, um número racional pode ser representado por um numeral decimal, uma fração, uma percentagem, um ponto na reta numérica ou em linguagens natural ou pictórica. Os alunos precisam de saber trabalhar com cada uma destas representações e estabelecer relações entre elas. Segundo o NCTM (2007):

> Os alunos necessitam de desenvolver e utilizar uma variedade de representações de ideias matemáticas para modelar situações problemáticas, para investigar relações matemáticas, e justificar ou refutar conjeturas. [...] Estas representações funcionam como ferramentas para raciocinar e resolver problemas ajudando, igualmente, os alunos a comunicarem o seu raciocínio a terceiros (p. 240).

Para McIntosh, Reys e Reys (1992), o sentido de número racional inclui o reconhecimento que estes números podem ser representados de muitas formas, e que, para resolver certos problemas, algumas representações são mais úteis do que outras. Post, Cramer, Behr, Lesh e Harel (1993) sugerem que a compreensão de número racional está relacionada com flexibilidade na conversão entre diferentes representações, nas transformações dentro de cada representação e na independência das representações concretas. Defendem, ainda, que os alunos com pouca experiência na utilização e na conversão entre diferentes representações têm grandes dificuldades na abstração de informações das representações concretas, na realização de conversões e nas operações com símbolos matemáticos.

No Programa de Matemática anteriormente em vigor em Portugal a primeira representação de número racional trabalhada é o numeral decimal. No entanto, os alunos apresentam diversas dificuldades na compreensão desta representação que, segundo Owens (1993), se devem ao facto de se ensinar a trabalhar com numerais decimais antes de estes compreenderem o próprio sistema de numeração decimal. Este autor defende que a representação em numeral decimal e em fração devem ser trabalhadas concomitantemente, para que o aluno perceba que as duas traduzem a mesma situação e pertencem ao mesmo conjunto numérico.

A representação em percentagem de número racional, faz parte do quotidiano dos alunos, o que, como referem Parker e Leinhardt (1995), constitui um aspeto importante a ter em conta. Segundo estes autores, embora seja um conceito difícil de aprender, a percentagem constitui uma representação universal que faz a ligação entre situações do "mundo real" e os conceitos matemáticos ligados às estruturas multiplicativas. Pelo seu lado, Cox (1999) argumenta que as representações pictóricas são instrumentos úteis para o raciocínio, pois podem representar a informação de um problema e facilitar a mudança de estratégias de resolução. No seu estudo sobre as representações usadas na resolução de problemas, concluiu que os alunos têm diferentes formas de exteriorizar o seu raciocínio. Alguns produzem representações parciais, que parecem funcionar apenas como ajuda de memória, enquanto outros constroem representações que parecem ter um papel central no seu raciocínio. No que diz respeito à representação verbal, Streefland (1991) menciona que é importante que as frações sejam trabalhadas a partir dos seus nomes (metade, um terço, um quarto, etc.). Geralmente, os alunos começam por resolver questões usando uma mistura de representações verbais e pictóricas, nomeadamente desenhos ou esquemas, que servem de base a estratégias que permitem a ligação entre a interpretação da informação do enunciado e a respetiva solução.

Tarefas e comunicação como elementos das práticas letivas

As práticas profissionais do professor na sala de aula de Matemática têm dois elementos estruturantes fundamentais: (i) as tarefas propostas aos alunos, com as representações e materiais que lhes estão associados, e (ii) o tipo de comunicação que ocorre na sala de aula, associado às normas e papéis assumidos por alunos e professor.

Em muitas salas de aula a tarefa que predomina é o exercício, ou seja, uma questão de dificuldade reduzida, em que os alunos têm que aplicar um método de resolução já aprendido, e que se resolve habitualmente em poucos minutos. Num balanço de vários estudos realizados no fim dos anos de 1970 nos EUA, Fey (1981) indica que se trata da tarefa, de longe, mais frequente nas aulas de Matemática. Nos últimos anos tem-se procurado caracterizar outros tipos de tarefa que possam ser úteis na aula de Matemática. Assim, tem-se considerado o valor dos problemas (Pólya, 1945), dos projetos (Abrantes, 1995) e, mais recentemente das tarefas de exploração e investigação (Ponte, 2005). Na verdade, faz toda a diferença propor aos alunos a resolução de tarefas de aplicação de conhecimentos já aprendidos ou tarefas que requerem um esforço deliberado de compreensão e a formulação de uma estratégia de resolução. Deste modo, a importância decisiva da escolha das tarefas para a aprendizagem dos alunos é uma ideia central da educação matemática (NCTM, 2007; Stein, Remillard & Smith, 2007).

As tarefas podem distinguir-se em muitos aspetos, incluindo o contexto, que pode ser matemático ou não matemático e familiar ou não familiar, o modo de apresentação, que pode ser oral, escrito e com e sem recurso a materiais e o tempo previsível para a sua realização. Ponte (2005) propõe duas dimensões fundamentais para a análise das tarefas, a estrutura (aberta/fechada) e o grau de complexidade, argumentando que tarefas de diferentes tipos têm um papel próprio a desempenhar no processo de ensino-aprendizagem. Stein, Remillard e Smith (2007), pelo seu lado, categorizam as tarefas em dois grandes grupos: com nível cognitivo elevado e reduzido. Chamam a atenção que, por vezes, uma tarefa é proposta a um nível cognitivo elevado mas, depois, com o decorrer do trabalho, devido a uma sugestão ou esclarecimento do professor, o nível cognitivo decai abruptamente, mudando a natureza da tarefa e o seu valor para a aprendizagem.

A comunicação que se desenvolve na sala de aula é outro elemento estruturante das práticas profissionais dos professores. Numa comunicação unívoca existe uma voz que prevalece sobre todas as demais. Em contrapartida, na comunicação dialógica participam diversos interlocutores num nível de relativa igualdade. Em muitas aulas predomina claramente a comunicação unívoca. No entanto, Ruthven, Hofmann e Mercer (2011) consideram que a comunicação dialógica é possível em situações de ensino desde que o professor assuma "de modo sério diferentes pontos de vista (…), encorajando os alunos a falar de modo exploratório, o que apoia o desenvolvimento da compreensão" (p. 4-81).

A investigação educacional há muito assinalou um tipo de comunicação muito frequente nos contextos de ensino, a sequência triádica conhecida por IRA (Iniciação-Resposta-Avaliação) (Franke, Kazemi & Battey, 2007). O professor começa por fazer uma pergunta (Iniciação), a que se segue uma Resposta de um aluno, que, por sua vez, dá origem a uma Avaliação do professor. Este tipo de comunicação deixa pouca margem para a participação criativa dos alunos. No entanto, Ruthven, Hofmann e Mercer (2011) sugerem que ele não é necessariamente incompatível com a fala dialógica, considerando que "promover o discurso interativo, multívoco e dialógico depende de se usar a estrutura triádica de formas particulares, tais como mudando da avaliação autoritária [no passo 3] para a promoção de mais reflexão e argumentação" (p. 4-82).

Um dos aspetos fundamentais da comunicação são as questões do professor. Entre estas, Ponte e Serrazina (2000) referenciam as questões de confirmação (para as quais se sabe de antemão a resposta), focalização (para captar a atenção de todos os alunos) destacando em especial o papel das questões de inquirição (que admitem uma variedade de respostas legítimas). Pelo seu lado, Bishop e Goffree (1986) discutem o processo de negociação de significados matemáticos e Franke, Kazemi e Battey (2011) sublinham a importância de processos como redizer *(revoicing)*, apoiando o desenvolvimento da linguagem dos alunos.

As tarefas e a comunicação são dois importantes elementos das práticas profissionais dos professores que, segundo Ponte, Quaresma e Branco (2012) podem ser analisadas tanto numa perspetiva sociocultural como cognitivista. Numa perspetiva sociocultural procuramos identificar (i) a natureza da atividade, ou seja, os motivos do professor, o modo como estes originam os objetivos que pretendem alcançar e como são concretizados através de diversas ações profissionais e (ii) a estrutura da atividade observando as ações e operações envolvidas. De um ponto de vista cognitivista, damos atenção igualmente às tarefas e à comunicação nos planos de ação do professor e nas decisões que toma.

Metodologia de investigação

Este trabalho foi realizado no âmbito de uma experiência de ensino, uma modalidade de *design research* (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, & Schaube, 2003), que tem por base uma unidade de ensino concebida a partir da conjetura geral de ensino-aprendizagem segundo a qual os alunos desenvolvem a sua compreensão da noção de número racional e da sua comparação e ordenação, e a sua capacidade de resolução de problemas com racionais ao trabalharem simultaneamente as várias representações, nos diferentes significados, com diferentes contextos e tipos de grandezas em tarefas sobretudo de natureza exploratória e numa comunicação dialógica que valoriza as questões de inquirição. Sendo o propósito desta comunicação descrever e analisar as práticas letivas usadas em duas aulas desta unidade de ensino, damos especial atenção ao discurso desenvolvido na sala de aula.

A elaboração da unidade de ensino tem por base as orientações curriculares do programa de Matemática (ME, 2007) e a literatura de investigação sobre os números racionais. Assim, procuramos: (i) promover a flexibilidade na conversão entre e dentro das várias representações de número racional, com destaque para a decimal, fração e pictórica, mas incluindo também as representações percentagem e verbal; (ii) trabalhar com os vários significados de número racional, com destaque para os significados parte-todo e medida, mas incluindo também o quociente, operador e razão; e, muito especialmente, (iii) usar tarefas sobretudo de natureza exploratória, formuladas em contextos do quotidiano dos alunos, mas também tarefas em contexto matemático, envolvendo diferentes tipos de grandezas (contínuas e discretas) e dando atenção à construção não só das partes mas também das unidades.

Antes da planificação da unidade realizámos uma aula de diagnóstico para identificar os conhecimentos e dificuldades dos alunos. Estes mostraram dificuldade na linguagem própria das frações, dizendo por exemplo "segunda parte" para se referirem a um meio e evidenciaram algumas dificuldades na compreensão dos numerais decimais. Contudo, apoiando-se na ideia de divisão, mostraram bom desempenho na utilização de frações unitárias como operadores. Considerámos por isso, necessário trabalhar aspetos do sistema de numeração decimal e da ordenação dos numerais decimais, como base para uma compreensão mais profunda das noções a estudar.

A unidade de ensino realiza-se a partir de sete fichas (ver Quaresma, 2010). Valorizamos as estratégias intuitivas e informais dos alunos, bem como os seus conhecimentos anteriores. Assim, partimos das representações de número racional que eles já conhecem – a representação pictórica e em numeral decimal – para, a partir daí, introduzir, gradualmente, o trabalho com a representação em fração. A introdução de novas representações não implica deixar de usar as anteriores, mas sim adquirir flexibilidade para escolher a representação mais eficaz em cada contexto ou situação problemática. Além disso, procuramos que os problemas propostos envolvam, tanto quanto possível, contextos significativos para os alunos (Gravemeijer, 2005).

A realização das tarefas na sala de aula envolve três fases: apresentação da tarefa pelo professor e interpretação coletiva da tarefa; exploração pelos alunos e discussão coletiva e síntese final (Ponte, Oliveira, Cunha & Segurado, 1998). Na exploração das tarefas predomina o trabalho em grupo ou em pares. Os momentos de apresentação e interpretação e de discussão coletiva constituem oportunidades para negociação de significados matemáticos e para construção de novo conhecimento (Ponte, 2005).

Dada a natureza do estudo, centrado na compreensão das práticas letivas usadas numa unidade de ensino sobre números racionais, a metodologia de investigação adotada segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994), numa lógica de observação participante (Jorgensen, 1989). Trata-se de uma investigação realizada na prática profissional da primeira autora, que atuou simultaneamente como professora e como investigadora.

A turma do 5.º ano é composta por 22 alunos, 13 rapazes e 9 raparigas, a maioria com 10 anos mas alguns com 11 ou 12 anos, que no 1.º ciclo seguiu o programa de matemática de 1991. Os alunos revelam poucos hábitos de trabalho, nomeadamente em pares ou em grupo e apresentam um nível de empenho bastante heterogéneo, sendo recetivos a novos tipos de tarefa e mantendo um ritmo de trabalho equilibrado. Todas as aulas da unidade de ensino foram registadas em vídeo e áudio. Foram também recolhidos e analisados os trabalhos escritos realizados na aula pelos alunos nas diversas tarefas. Além disso, como registo de observação foram feitas anotações num diário de bordo sobre o modo como decorreram as aulas. Devido à natureza do estudo, a análise de dados assumiu um carácter essencialmente descritivo e interpretativo, através de análise de discurso (Fiorentini & Lorenzato, 2006). Tendo em conta os objetivos do estudo e a revisão da literatura foram consideradas as seguintes categorias de análise: (i) natureza das tarefas; e (ii) tipo de discurso com especial atenção ao questionamento e à negociação de significados.

Momentos de trabalho na sala de aula

Neste ponto apresentamos dois episódios da sala de aula, um do início e outro do final da unidade de ensino, analisando as práticas profissionais que lhes estão associadas, através dos seus elementos estruturantes – tarefas e comunicação.

Tarefa 1

A tarefa "Dobras e mais dobras" (figura 1) foi proposta na primeira aula da unidade de ensino[2]. Com a realização desta tarefa pretendíamos introduzir a linguagem associada aos números racionais em diferentes representações (fração, numeral decimal e percentagem) e

[2] Apresentamos aqui apenas parte da tarefa. Para mais detalhes, ver Quaresma (2010).

significados (parte-todo e medida) e comparar números racionais representados de diferentes formas. Estes foram os motivos que nos levaram a escolher esta tarefa.

1. Encontra três tiras de papel geometricamente iguais. Dobra-as em partes iguais:

- a primeira em duas;
- a segunda em quatro;
- a terceira em oito.

Depois de dobrares cada uma das tiras, representa de diferentes formas as partes obtidas.

2. Compara as partes das três tiras obtidas por dobragem. Regista as tuas conclusões.

Figura 1. Tarefa Dobras e mais Dobras (Menezes, Rodrigues, Tavares & Gomes, 2008).

A questão 1 pede explicitamente para fazer diversas dobragens, mas o pedido para representar as partes das tiras "de diferentes formas" permite aos alunos uma multiplicidade de interpretações. A questão 2 é também muito aberta ao pedir para comparar as partes obtidas e para "tirar conclusões". Deste modo, a necessidade de interpretação e de transformação das questões propostas em questões explícitas proporciona uma atividade exploratória por parte dos alunos.

Os alunos, que trabalham em seis grupos de quatro ou cinco, mostram de imediato dificuldade na interpretação da questão 1, tornando necessário um momento de discussão para se negociar o que significa "representar de diferentes formas". Assim, a professora recorre a um exemplo. Representa a tira dividida ao meio no quadro e pede aos alunos que digam que parte da tira está pintada. Usando a representação verbal, todos dizem que está pintada "metade da tira". A professora insiste noutra forma de representar aquela parte e, a partir da representação verbal "metade", alguns alunos sugerem a representação decimal 0,5. A professora pede ainda outras formas de representação e dois alunos indicam a fração "um de dois", que a professora rediz como "um meio". Finalmente, como os alunos não se lembram de mais nenhuma representação, a professora pergunta: "e se eu quisesse representar em percentagem? Também podia?" Aqui a maior parte diz de imediato que é 50%.

Também na questão 2 há necessidade de negociação do significado do enunciado pois os alunos não compreendem o que é "comparar as três partes obtidas". Neste caso, a professora começa por mostrar as duas primeiras tiras ($\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$) e pede aos alunos que as comparem e alguns concluem logo que $\frac{1}{4}$ "é metade" de $\frac{1}{2}$". A realização de negociações deste tipo é uma condição fundamental da aprendizagem dos alunos. O plano de ação previsto para a aula já previa que os alunos pudessem ter dificuldade em interpretar a tarefa e que, se isso acontecesse, a professora faria um momento de discussão coletiva.

No início da discussão coletiva da questão 1 a professora pede a cada grupo que afixe o seu trabalho no quadro e pede ao primeiro grupo que o apresente à turma (Figura 2):

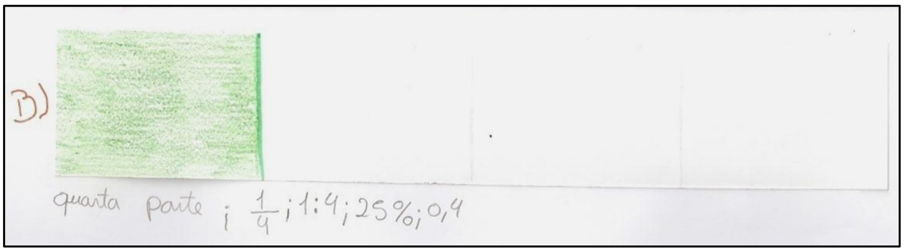

Figura 2. Resposta do grupo de Diana, Questão 1b)

Os alunos não se apercebem do erro na representação decimal (0,4 em vez de 0,25) e a professora decide esperar pela resposta dos grupos seguintes, prosseguindo com a apresentação do grupo de Tiago (Figura 3):

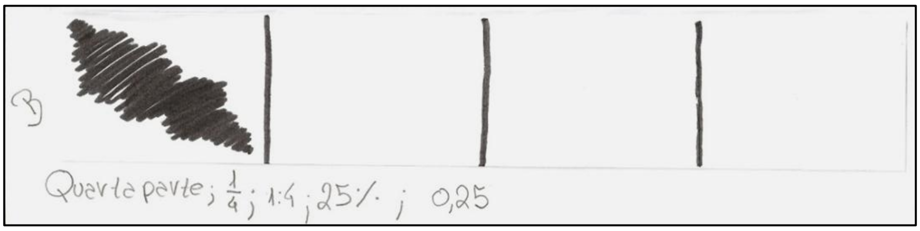

Figura 3. Resposta do grupo de Tiago, Questão 1b)

> Rapidamente há alunos que se apercebem do erro da resposta do primeiro grupo e exclamam: "Não! Está mal…"
>
> Professora: O que é que está mal?
>
> Rui: É o 0,25…
>
> Professora: Porquê?
>
> Rui: Porque é a quarta-parte.
>
> Daniel: É 0,25 porque é a metade do primeiro. O primeiro era 50, se fizermos a metade é 25.
>
> André: Oh professora! Eu acho que é o 0,25 porque é a quarta-parte do 100. Porque 25 vezes 4 dá 100.

Note-se como, a seguir à pergunta de inquirição ("porquê?") da professora, diversos alunos apresentam explicações sucessivamente mais refinadas.

Na questão 2, todos os grupos estabelecem diversas relações entre as partes mas só alguns conseguem comparar todas as tiras. Todos os grupos usam a linguagem verbal para exprimir essas relações (figura 4):

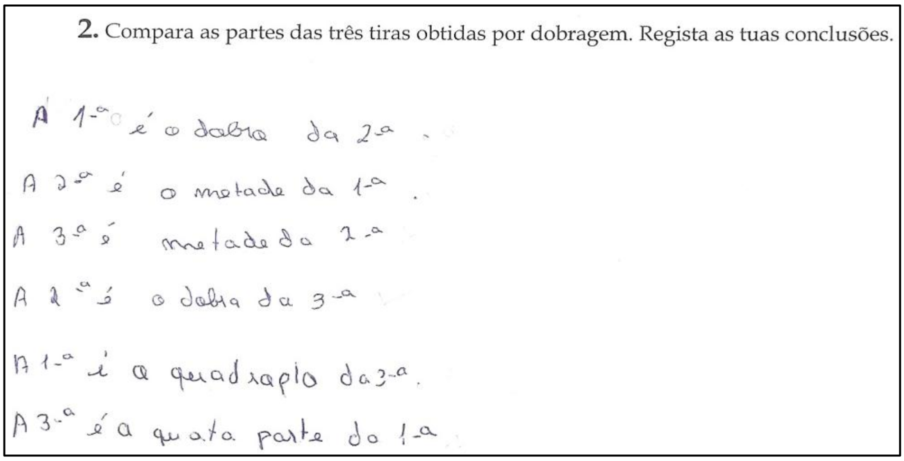

Figura 4. Resposta do grupo de Mariana, Questão 2

André e os colegas, para além das relações simples, "metade" e "dobro", estabeleceram relações mais complexas de "quádruplo" (tendo por base "dobro" do "dobro") e "quarta parte" ("quarta metade" no dizer de um deles, para significar "metade de metade"). Na discussão desta questão a professora pede a cada grupo que indique uma das relações que encontrou. Como os alunos só usam a representação verbal, durante a discussão, pede-lhes que usem também a linguagem matemática:

> Daniel: A relação entre o primeiro e o segundo, é que o segundo é metade do primeiro.
>
> Professora: Como é que eu posso escrever isso utilizando números? Como é que eu faço a metade?
>
> André: Dividir por 2.
>
> Rui: Um de quatro é igual a metade a dividir por 2.
>
> André: A *b* é o dobro da *c*.
>
> Professora: Como é que eu escrevo isso?
>
> André: Um de quatro é o dobro.

Apesar das dificuldades apresentadas, os alunos encontram diversas relações entre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$ usando, essencialmente, a representação pictórica das tiras. Conseguem comparar as três frações apresentadas, evoluindo na compreensão dos números racionais, particularmente no que respeita ao significado parte-todo e à compreensão da magnitude de um número racional. Conseguem comparar as três frações utilizando a linguagem verbal mas mostram dificuldades na utilização da linguagem própria das frações, o que é natural dado ter sido a primeira aula de ensino formal deste tópico.

Note-se o estilo de questionamento da professora, pontuado por questões de inquirição ("vens explicar…", "o que é que está mal?", "porquê?", "como é que eu escrevo isso?"…). Assinale-se, também o seu cuidado em ajudar os alunos a desenvolver a sua linguagem matemática, redizendo as suas intervenções ("um meio" como outra forma de dizer "um de dois" e "um oitavo" como "um traço oito"). Finalmente, registe-se como a cultura da sala de aula já integrou a noção que os alunos podem contribuir com diferentes respostas e discordar e argumentar uns com os outros. No decurso deste episódio foi negociado o significado de "representar", os alunos puderam trabalhar com diferentes representações de um mesmo número racional, foi ajustada a sua linguagem e foram recordados conhecimentos dos quais estavam esquecidos (representações decimal e percentagem).

A atividade da professora foi no sentido de criar condições para o trabalho exploratório dos alunos, tendo por base a tarefa proposta, marcadamente aberta, e o estilo de comunicação usado, de cunho dialógico e com frequentes questões de inquirição. O plano de ação previa segmentos alternados de trabalho em coletivo e em pequeno grupo e as principais decisões dizem respeito ao momento de transitar de um segmento para outro, bem como ao modo de conduzir a comunicação.

Tarefa 2

A tarefa "Colecionando" (figura 5) foi proposta na sexta aula. Com a sua realização visávamos (motivos) introduzir a equivalência de frações, nos significados parte-todo e operador, reconstruir a unidade e as partes e comparar uma grandeza com outra tomada como unidade. É uma situação contextualizada, em que a informação é dada na representação verbal e a resposta é pedida em fração. Na questão 1 pede para utilizar a fração como operador para construir a parte. A questão 2 pede para representar $\frac{9}{12}$ por uma fração, possibilitando o surgimento de frações equivalentes. A questão 3 pede para reconstruir a unidade a partir de uma parte. Esta é a primeira tarefa proposta aos alunos que apresenta uma situação de operador com grandezas discretas representando assim uma situação nova para eles.

Q1. O Carlos coleciona tampinhas de garrafas de água. Quando tinha 6 tampinhas perdeu dois sextos das tampinhas. Quantas tampinhas perdeu? Podes resolver utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos.

Q2. O amigo do Carlos tinha 12 tampinhas e deu 9 ao Carlos. Que fração das suas 12 tampinhas deu ao Carlos? Podes resolver utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos.

Q3. O Carlos continuou a colecionar tampinhas de garrafas de água. Passado algum tempo, três tampinhas correspondiam a um quarto do número total de tampinhas da sua coleção. Quantas tampinhas já tinha o Carlos? Podes resolver utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos.

Figura 5. Tarefa Colecionando (Monteiro & Pinto, 2007).

Os alunos não manifestam dificuldades na realização da questão 1, fazendo a correspondência entre o denominador da fração e o total de tampinhas existentes:

> Nuno: Se ele tinha seis tampinhas e perdeu $\frac{2}{6}$, então perdeu duas tampinhas.
>
> Professora: Explica lá como é que pensaste?
>
> Nuno: Então $\frac{2}{6}$ são dois de seis. Se ele tinha seis, perdeu duas das seis.

Como o denominador do operador corresponde à totalidade de tampinhas, os alunos resolvem esta questão no significado parte-todo e não no significado operador. Note-se a questão de inquirição da professora ("Explica lá…"), formulada com o objetivo de levar Nuno a explicitar a sua estratégia.

Na questão 2 a maioria dos alunos opta pela fração mais simples partindo do enunciado da questão, indicando "nove de doze" o que a professora rediz como "nove doze avos". Miguel é único aluno da turma que consegue ir um pouco mais além, percebendo que $\frac{9}{12}$ também pode ser representado pela fracção equivalente $\frac{3}{4}$ (figura 6):

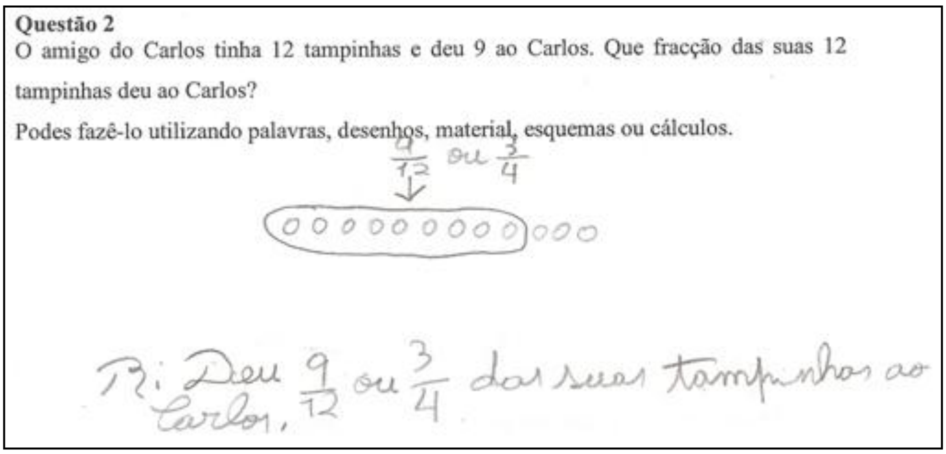

Figura 6. Resposta de Miguel, Questão 2).

Miguel: Ou então podia ser 3 de 4. É o mesmo.

Professora: Então explica lá isso a quem não está a perceber.

[…]

Miguel: Isso ai é como se fizéssemos 3+3+3+3. É 12… (...). Se nós fizéssemos assim, ele deu 9 daquilo… São 3 dos 4 conjuntos de 3. Nós tirávamos 9 mas depois ainda sobraram mais 3 tampas. É como se fosse 3 de 4.

Professora: Então isto (3 tampinhas) representa que parte do todo?

Turma: A quarta parte.

Leonor: Sim, é como se fosse 3 tampinhas $\frac{1}{4}$, 6 tampinhas $\frac{2}{4}$…

Professora: Isto tudo (6 tampinhas) $\frac{2}{4}$.

Leonor: O que ele deu, as nove tampinhas, representam $\frac{3}{4}$.

Professora: E tudo $\frac{3}{4}$ …

Leonor: Os 9 que ele deu são $\frac{3}{4}$ das 12 tampinhas.

Miguel reconheceu que a fração $\frac{9}{12}$ era equivalente à fração mais simples $\frac{3}{4}$. No entanto, mostra dificuldade em explicar à turma a forma como pensou, muitos colegas não compreendem o que ele lhes está a tentar explicar, mostrando dificuldade na compreensão das unidades compostas. A professora apercebe-se que se trata de uma oportunidade para salientar a noção de equivalência de frações e toma a decisão de explorar a situação em profundidade. Assim, tenta que o aluno explicite melhor a sua ideia usando a linguagem dos números racionais até que Leonor compreende a descoberta do colega e começa também a explicar "é como se 3 tampinhas fossem $\frac{1}{4}$".

Em contrapartida os alunos não apresentaram dificuldades na realização da questão 3. Na sua discussão, a professora começa por pedir a Luís que explique à turma como resolveu a tarefa uma vez que tinha efetuado uma representação pictórica interessante que fazia a ligação com a discussão anterior (figura 7):

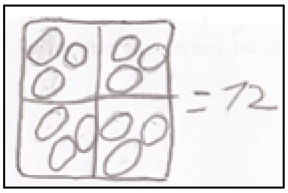

Figura 7. Resposta de Luís, Questão 3)

Luís: Ou seja, se o número três é a quarta parte da quantidade que ele tinha, tínhamos que fazer quatro vezes três.

Professora: Porquê?

Luís: Porque as 3 tampinhas eram a quarta parte da quantidade que o Carlos tinha.

Professora: Quanto é que era o todo? Quantos quartos eram o todo?

Luís: Quatro.

Professora: Muito bem, então em cada quarto tínhamos 3 tampinhas…

Luís: E era 4 vezes 3.

Rui: Eu fiz só a conta 4x3.

Esta tarefa, ao contrário da anterior, tem um caráter fechado. Procurávamos que, através de questões explicitadas com clareza, os alunos lidassem com a reconstrução da unidade e pudessem, eventualmente, confrontar-se com ideias novas, como de facto veio a acontecer com a noção de equivalência de frações. A atividade da professora é marcada pela condução de uma de comunicação que é, mais uma vez, pautada por questões de inquirição, ao mesmo tempo que, quando apropriado, vai redizendo as afirmações dos alunos no sentido de os levar à apropriação da linguagem matemática. O plano de ação, mais uma vez, previa segmentos alternados de trabalho em coletivo e em pequeno grupo, sendo as principais decisões relativas à transição de segmentos e ao modo de conduzir a comunicação, nomeadamente no questionamento da ideia de Miguel.

Conclusão

Em ambos os casos, a atividade da professora procurou favorecer o trabalho exploratório dos alunos, tendo por base as tarefas propostas e usando um estilo de comunicação de cunho dialógico pontuado por questões de inquirição e pelo redizer da fala dos alunos para os apoiar na apropriação da linguagem matemática. Também em ambos os casos, o plano de ação incluía segmentos alternados de trabalho em coletivo e em pequeno grupo, reportando-se as principais decisões aos momentos de transição, e ao modo de conduzir a comunicação.

Os episódios apresentados evidenciam a possibilidade de uma prática profissional na sala de aula de cunho exploratório (Ponte, 2005), em que os alunos se envolvem em atividade matemática, procurando inventar estratégias para resolver as tarefas propostas e chegando, por vezes, à construção de conceitos, como foi o caso da noção de equivalência de frações, na tarefa 2. Neste tipo de ensino, o trabalho do professor é fundamental, primeiro na seleção das tarefas, tendo em atenção que os diferentes tipos de tarefa devem coexistir na sala de aula e que cada um tem um papel específico na aprendizagem dos alunos. As tarefas de natureza aberta, como as explorações (como na tarefa 1), proporcionam oportunidades importantes de aprendizagem, favorecendo a negociação de significados, a construção de conceitos e a aprendizagem de representações. No entanto, mesmo tarefas de natureza fechada (como a tarefa2) podem proporcionar oportunidades de aprendizagem interessantes e de construção de conceitos. Cabe ao professor saber quando e como usar uma e outras. Depois, durante a realização das tarefas, é importante que o professor identifique momentos em que é necessário negociar significados para que os alunos compreendam os conceitos matemáticos e se mantenham envolvidos na realização das tarefas. A comunicação de tipo dialógico, pontuada por questões de inquirição do professor, uma vez instituída na sala de aula, permite aos alunos exprimir os seus raciocínios, argumentando uns com os outros. Verifica-se, também, ser fundamental, que o professor ajude, permanentemente, os alunos a evoluir na sua linguagem matemática (Franke *et al.*, 2007). Deste modo, a natureza das tarefas e da comunicação na sala de aula revelam-se aspetos marcantes deste tipo de práticas letivas, cujo alcance será interessante investigar noutros temas e noutros níveis de ensino.

Referências

Abrantes, P. (1995). Trabalho de projecto e aprendizagem da Matemática. In *Anais do II CIBEM* (pp. 13-31). Blumenau.

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: Reidel.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher, 32*(1), 9-13.

Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*. V.9, 343- 363.

Fey, J. T. (1981). *Mathematics teaching today: Perspectives from three national surveys*. Reston, VA: NCTM.

Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 225-256). Greenwich, CT: Information Age.

Goldin, G. A. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.

Gravemeijer, K. (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about it? In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83-101). Lisboa: APM.

Jorgensen, D. L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Newbury Park, NJ: Sage.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12(3)*, 2-8 & 44.

Menezes, L., Rodrigues, C., Tavares, F., & Gomes, H. (2008). *Números racionais não negativos: Tarefas para 5.º ano*. Lisboa: DGIDC.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC. disponível em http://sitio.dgidc.minedu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf

Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: APM.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.

Parker, M., & Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, *65*(4), 421-481.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.

Owens, D. T. (1993). Teaching and learning decimal fractions. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 159-178). Reston: NCTM.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha, H., & Segurado, I. (1998). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: IIE.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances en Investigación en Educación Matemática, 0*.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Post, T., Cramer, K., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the Learning, teaching, and assessing of rational number concepts. In T. Carpenter & E. Fennema (Eds.), *Research on the learning, teaching, and assessing of rational number concepts* (pp. 327-362). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino* (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa, disponível em 25.Fev.2012 em http://repositorio.ul.pt/).

Ruthven, K., Hofmann, R., & Mercer, N. (2011). A dialogic approach to plenary problem synthesis. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. Vol. 4, pp. 81-88). Ankara, Turkey: PME.

Streefland, L. (1991). Fractions, an integrated perspective. In L. Streefland (Ed.), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 93-118). Utrecht: Freudenthal Institute.

Stein, M.K., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Greenwich, CT: Information Age.