UNIVERSIDADE DE LISBOA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Utilização Pedagógica do Jogo
Um Estudo de Caso

Patrícia Resende Santos Marques

MESTRADO EM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES

2009

UNIVERSIDADE DE LISBOA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Utilização Pedagógica do Jogo
Um Estudo de Caso

Tese submetida à Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
para obtenção do grau de Mestre em Matemática para Professores

Orientada pelo Professor Doutor
Jorge Nuno Silva

Patrícia Resende Santos Marques

MESTRADO EM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES

2009

Apresentação

Resumo

A professora Patrícia Resende Santos Marques, licenciada em Matemática (ensino de) pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, encontra-se a frequentar o Mestrado em Matemática para Professores na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e propõe-se defender a tese intitulada "Utilização Pedagógica do Jogo – Um Estudo de Caso" sob a orientação do Professor Doutor Jorge Nuno Silva.

Este trabalho decorreu ao longo do ano lectivo 2008/2009, no contexto de uma experiência pedagógica numa turma do 9º ano de escolaridade, no desenvolvimento de uma área curricular não disciplinar: Área de Projecto.

Esta turma é também da mesma professora na área curricular disciplinar de Matemática e ainda nas áreas curriculares não disciplinares de Estudo Acompanhado e Formação Cívica.

Utilizou-se uma metodologia qualitativa de investigação com análise quantitativa de resultados na avaliação da área curricular de Matemática. Os instrumentos utilizados para a recolha de dados foram:

- inquéritos inicial e final aplicados aos alunos da turma;
- registos escritos feitos pela investigadora com base na observação directa das aulas;
- registos em vídeo, áudio e fotográficos das aulas;
- documentos escritos elaborados pelos alunos com conclusões e registo de opiniões sobre o trabalho desenvolvido e sobre os Jogos.

Os alunos trabalharam individualmente, maioritariamente em pequenos grupos, rotativos, e em grande grupo/turma. Cada situação é descrita na apresentação de cada Jogo.

Desta forma, sempre em carácter lúdico, os alunos foram trabalhando em ambiente de sala de aula, promovendo actividades de exploração, de investigação, resolvendo problemas, desenvolvendo competências matemáticas e de sociabilização.

É importante referir que existem outros aspectos a ter em conta, como o papel da professora como reguladora de todo este processo de aprendizagem pelo Jogo, nomeadamente como promotora dos Jogos e incentivadora no cumprimento de regras em sala de aula, regras de trabalho de grupo e regras de Jogo.

Numa fase inicial a investigadora promoveu os Jogos do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos – CNJM5 – como motivação e para que, através da turma, todo o Agrupamento de Escolas, do 1º ao 9º ano, se envolvesse na realização do mesmo em fase de treino e selecção a nível de Escola e depois a nível nacional, após serem apurados os primeiros classificados em cada Jogo.

Numa fase posterior a investigadora promoveu Jogos com carácter pedagógico, tendo por base os conteúdos programáticos do 9º ano de escolaridade.

Os alunos foram aderindo com entusiasmo ao longo de todo o ano lectivo, como se verá nos relatos e conclusões/reflexões de cada Jogo, chegando mesmo a fazer propostas de Jogos.

Palavras-Chave:
Jogo
Matemática
Aprendizagem
Utilização Pedagógica
Jogos Pedagógicos

Abstract

Teacher Patrícia Resende Santos Marques, with a university degree in Mathematics(teaching), by the Science Faculty of Oporto University, attending the Mathematics for Teachers Master Course at the Science Faculty of Lisbon University and pretends to defend the thesis entitled "Pedagogical Use of Games – A Case Study" under the guidance of (Professor) Jorge Nuno Silva.

This study took place in the school year 2008/2009, in a pedagogical experiment conducted in a 9th grade class, in the subject "Área de Projecto" (project work class).

The researcher also teaches Mathematics, "Estudo Acompanhado" (academic development class) and "Formação Cívica" (personal/social development class) to the same group of students.

A qualitative investigation methodology was used as well as a quantitative analysis of the Mathematics assessment results.

The data collection instruments used were:

- questionnaires answered by the students
- written notes taken by the researcher based on class observation
- photographic, audio and video recordings of classes
- written documents produced by the students which contain their conclusions and opinions on the work developed and games

The students worked individually, mainly in small rotating groups, and also in whole-class activities. Each situation is described in the games presentation.

There are other aspects to consider, such as the teacher´s role as regulator of the whole process of learning through the use of games, namely by acting as the games promoter and by stimulating the students to abide by the rules of the classroom, group work and games.

In a early stage, the researcher promoted the *Games of "Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos – CNJM5"* (National Maths Games Championship) as a motivation activity and so that, through the researcher's class, the school, from the first to the ninth grades, got involved in this championship both in the training and selection periods at school and, afterwards, in the national championship, after selecting the highest- ranked players in each game.

In a subsequent stage, the researcher promoted pedagogical games according to the 9th grade Mathematics programme of study.

The students responded enthusiastically to the games throughout the year, as it will be possible to verify in the conclusions/reflections of each one, and they even suggested games to be played by them.

The students worked in a game-based learning environment in the classroom, promoting exploration and research activities, solving problems, and developing mathematical and social skills.

Key words:
Game
Mathematics
Learning
Pedagogical use
Pedagogical games

Agradecimentos

Ao Professor Doutor Jorge Nuno Silva pelo interesse pelo meu estudo e apoio na minha orientação, bem como na disponibilidade que sempre demonstrou ao longo destes dois anos lectivos do Mestrado em Matemática para Professores.

Ao Conselho Executivo da Escola E.B. 2,3 do Bairro Padre que proporcionou todas as condições para que pudesse realizar este projecto.

Aos alunos da turma onde fiz a investigação, pelo carinho demonstrado e pelo empenho na concretização dos Jogos.

À minha família que sempre me tem apoiado e a todos os colegas e amigos que de alguma forma o fizeram.

Formulação do Problema

Este estudo resulta da implementação em sala de aula de uma experiência acerca da Utilização Pedagógica do Jogo. Trata-se apenas de um estudo de caso.

No final do ano lectivo anterior propus-me ao Conselho Pedagógico do Agrupamento de Escolas do Bairro Padre Cruz para desenvolver este projecto com duas turmas do 9º ano de escolaridade, para que tomassem isso em conta na distribuição de serviço na Escola e na elaboração dos horários dos professores e dos alunos.

Tal não foi possível e foi-me atribuída apenas uma turma com a área curricular não disciplinar de Área de Projecto para que pudesse proceder à investigação solicitada.

Conforme se pode ver no documento que se segue, originalmente este trabalho intitulava-se "A Aprendizagem pelo Jogo – Uma experiência em Sala de Aula", mas logo no início deste ano lectivo foi alterado, por sugestão do meu orientador para "Utilização Pedagógica do Jogo – Um Estudo de Caso".

Com este estudo pretende-se obter um maior conhecimento acerca da aprendizagem da Matemática utilizando a pedagogia do Jogo em sala de aula.

Como linha de orientação de trabalho de investigação, defini duas questões:

- Que competências são desenvolvidas através da implementação do Jogo em sala de aula em contexto turma?

- Que resultados reflecte a implementação do Jogo com temáticas programáticas do Currículo Nacional de Matemática para o 9º ano de escolaridade, em termos de avaliação dos alunos?

Carta dirigida ao Conselho Pedagógico do Agrupamento de Escolas do Bairro Padre Cruz para implementação do Estudo de Caso desta tese.

Ao Conselho Pedagógico

Agrupamento de Escolas do Bairro Padre Cruz

Eu, Patrícia Resende Santos Marques, PQND desta Escola, venho por este meio solicitar a atribuição da Área Curricular Não Disciplinar de Área de Projecto em duas turmas do 9º Ano de Escolaridade, a fim de desenvolver a investigação da Tese de Mestrado em "Matemática para Professores" do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, subordinada ao tema "A Aprendizagem pelo Jogo – Uma experiência em Sala de Aula", sob a orientação do Professor Doutor Jorge Nuno Silva.

Atenciosamente,

____

15/07/2008

Sou Professora do Quadro de Nomeação Definitiva na **Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos do Bairro Padre Cruz**, localizada no Bairro Padre Cruz, freguesia de Carnide, Concelho de Lisboa, escola que pertence ao Agrupamento de Escolas do Bairro Padre Cruz, ao qual pertencem ainda uma **escola do 1º Ciclo**, com localização em dois espaços distintos do Bairro, e um **jardim-de-infância**.

CARACTERIZAÇÃO DO BAIRRO PADRE CRUZ

1. BREVE CARACTERIZAÇÃO DA COMUNIDADE

Ainda que de forma sucinta, justifica-se uma ligeira caracterização do Bairro Padre Cruz. Este Bairro dos arredores de Lisboa iniciou a sua história há cerca de 50 anos, quando se realojaram pessoas vindas da Quinta da Calçada, pela construção da Ponte 25 de Abril. Os sucessivos realojamentos em situações precárias de mais de 80 famílias de etnia cigana oriundas da zona da Expo 98 e de 400 novas famílias, também elas provenientes de diversos bairros degradados de Lisboa, constituem um dos factores que, associado à forte precarização do emprego/desemprego levam à desistência e ao abandono escolar, a que se aliam, entre outros, baixas expectativas de sucesso e precoce inserção na vida activa por parte das crianças e jovens.

Para que a Comunidade do Bairro Padre Cruz possa progredir, é necessário que os seus habitantes encontrem a sua verdadeira identidade cultural e um "amor muito especial" pelo seu bairro.

As infra-estruturas que servem os residentes do Bairro são **a Junta de Freguesia de Carnide, a Biblioteca Municipal Natália Correia, um Salão de Festas com Auditório e Centro de Exposições, um Centro de Dia,** que oferece apoio domiciliário a idosos, **um Centro de Saúde e Acolhimento Social, três Clubes Desportivos** cuja actividade principal é o futebol e **um Agrupamento de Escuteiros** que proporciona actividades a crianças e jovens aos fins-de-semana e férias.

2. CARACTERIZAÇÃO SÓCIOECONOMICA DO BAIRRO PADRE CRUZ

A população do Bairro Padre Cruz é, na sua maioria, de nacionalidade portuguesa, nascida no perímetro urbano de Lisboa. No entanto, existem alguns estrangeiros e naturalizados, oriundos, com maior incidência dos PALOP.

A principal característica que se denota da análise sociocultural desta população diz respeito aos baixos índices de escolaridade. Cerca de 44% da população não possui qualquer nível de escolaridade e somente 1% da população é detentor de um curso profissional médio ou superior. Tal como seria de esperar, o índice de escolaridade repercute-se, principalmente, na inserção laboral da população activa ao condicionar o seu acesso a empregos qualificados, constatando-se assim, que 2% da população trabalha em actividades do sector primário e cerca de 69% no sector terciário, mas em tarefas de baixa qualificação. Existe, ainda, a negativa particularidade do permanente elevado número de pessoas sem ocupação. A iliteracia constitui uma forte condicionante, quer em termos de acessibilidade à actividade económica, quer ao nível do acompanhamento dos filhos em idade escolar. Existem, ainda, outras limitações que podem provocar um distanciamento e uma desvalorização da educação escolar das crianças e dos jovens deste Bairro, tais como a existência de famílias monoparentais e desorganizadas que deixam aos avós o cuidado e educação dessas mesmas crianças. Este contexto constitui um dos factores responsáveis pelo absentismo e pelo abandono escolar.

O nível socioeconómico da generalidade da população é maioritariamente baixo, verificando-se, inclusivamente, a existência de bolsas de pobreza, pontualmente apoiadas por projectos dinamizados por estruturas de solidariedade social implantadas na região. Uma parte substancial da população subsiste do Rendimento de Inserção Social (RIS), o que provoca um distanciamento e uma desvalorização da educação escolar a que se alia uma precoce inserção na vida activa (nomeadamente venda ambulante) ou mesmo em actividades marginais (furto, comércio de estupefacientes, etc.) por parte das crianças e jovens. Esta é, portanto, uma população profundamente carenciada, situação que tende a perpetuar-se de geração em geração. Num meio com estas características, os problemas de alcoolismo, toxicodependência e comportamentos marginais apresentam necessariamente uma densidade elevada, com reflexos fortemente visíveis na escola, nomeadamente no que concerne ao elevado número de alunos com Necessidades Educativas Especiais, a distúrbios de comportamento, indisciplina, violência e deficiente adaptação ao quotidiano escolar.

Constatamos, portanto, que grande parte das dificuldades com que a escola se debate tem a sua raiz em questões de carácter social e de mentalidade que só serão resolúveis a longo prazo e com uma intervenção directa e eficazmente persistente junto da população.

Caracterização da Turma do 9º Ano de Escolaridade

Para esta caracterização baseei-me num inquérito socioeconómico aplicado a cada um dos alunos.

Identificação

Esta turma é composta por vinte e dois alunos, sendo 12 rapazes e 10 raparigas.

A média de idades é de 14 anos, com a distribuição por idades como segue no quadro. Existem dez alunos fora da escolaridade obrigatória.

Idade	**Sexo**		**Total**
	Feminino	**Masculino**	
12	1	0	1
13	2	1	3
14	5	3	8
15	1	5	6
16	1	2	3
17	0	1	1
Total	10	12	22

Existe um aluno repetente no 9º ano de escolaridade, sendo a primeira vez que fica retido; três alunos repetiram o 8º ano de escolaridade; um aluno repetiu o 7º ano uma vez e outro repetiu o 7º ano duas vezes; um aluno repetiu o 4º ano; outro repetiu o 3º e o 4º ano; um aluno repetiu o 5º ano e o 6º por duas vezes; outro repetiu o 5º e o 7º e ainda um aluno repetiu o 5º ano uma vez. Podemos sintetizar as retenções por ano na tabela:

Ano de escolaridade	**Nº de Retenções**
3º Ano	1
4º Ano	2
5º Ano	3
6º Ano	2
7º Ano	4
8º Ano	3
9º Ano	1
Total	16

Metade da turma, isto é, onze alunos nunca repetiu nenhum ano lectivo.

No ano lectivo anterior um aluno obteve dez níveis inferiores a três; quatro alunos obtiveram três níveis a três; dois alunos obtiveram dois níveis inferiores a três e três alunos obtiveram um nível inferior as três.

A distribuição dos níveis inferiores a três por disciplina está sintetizada na tabela seguinte:

Disciplinas com níveis inferiores a três no ano anterior	Nº de Alunos
Língua Portuguesa	6
Língua Est. I - Inglês	2
Língua Est. II - Francês	2
História	4
Geografia	1
Matemática	1
Físico - Química	3
Ciências Naturais	4
Educação Visual	1
Educação Tecnológica	1
Educação Física	2
TIC	1
Área de Projecto	1
Estudo Acompanhado	1
Formação Cívica	1
E.M.R.C.	0

Quatro alunos tiveram Apoio Pedagógico Acrescido no ano anterior a Língua Portuguesa e Matemática; cinco alunos tiveram Reforço de Aprendizagens a Matemática e quatro a Língua Portuguesa.

Neste ano lectivo, existem apenas dois alunos com Necessidades Educativas Especiais, ao abrigo do Decreto-Lei 3/2008.

Numa Escola tão carente como esta, conforme referido na sua caracterização, existem muitos alunos subsidiados com Apoio Escolar. Nesta turma, dezassete alunos têm Escalão A, um tem Escalão B e apenas quatro não têm Apoio Social Escolar.

Os pais são na sua maioria adultos com maioria incidente entre os 35 e os 50 anos, distribuindo-se da seguinte forma:

Idade	Sexo		Total
	Pai	Mãe	
[30;35[	1	1	2
[35;40[	2	8	10
[40;45[	8	5	13
[45;50[	5	6	11
[50;55[	4	2	6
[55;60[	1	0	1
[60;65[	1	0	1
Total	22	22	44

Quanto à escolaridade dos pais, temos:

Grau de Escolaridade	**Sexo**		**Total**
	Pai	**Mãe**	
Não estudou	0	1	1
3º	1	2	3
4º	15	8	23
6º	2	2	4
7º	1	3	4
9º	1	2	3
10º	0	1	1
11º	2	0	2
12º	0	1	1
1º Ano Faculdade	0	1	1
Licenciatura em História	0	1	1
Total	22	22	44

Verifica-se, por análise do quadro que a maioria dos pais frequentou apenas até ao 4º ano de escolaridade. Existe um pequeno número de mães que concluiu licenciatura, uma apenas, bem com uma que se encontra a tirar um curso superior, uma que estudou até ao 12º ano e uma que nunca andou na escola. Os restantes distribuem-se entre o 3º ano e o 11º, sendo a maior percentagem para os pais que frequentaram apenas até ao 4º ano de escolaridade, a saber, 52%.

O quadro seguinte revela a qualificação profissional dos pais.

Qualificação Profissional	**Sexo**		**Total**
	Pai	**Mãe**	
Profissionais qualificados	1	2	3
Profissionais semi-qualificados	16	11	27
Doméstica	0	5	5
Comerciantes	1	0	1
Reformado	2	0	2
Desempregado	2	4	6
Total	22	22	44

A grande maioria dos pais é profissional com alguma qualificação como: Pintor; Motorista; Segurança; Electricista; Ladrilhador; Pedreiro; Cortador de carnes; Almeida; Marcador de via; Armador de ferro; Ajudante de topógrafo; Carpinteiro; Empregado de construção civil. O mesmo acontece com as mães dividindo-se em Auxiliar de Acção Educativa; Auxiliar num Lar; Empregada de limpeza hospitalar; Cozinheira; Empregada de refeitório; Recepcionista; Empregada de limpeza; Ajudante de economato; Porteira. Como profissionais qualificados temos três administrativos.

Em relação à constituição do agregado familiar, nomeadamente pessoas com quem habitam, temos:

Pessoas com quem habitam	**Nº de Alunos**
Mãe e Avós	2
Pais	4
Pais e irmãos	6
Mãe e irmãos	1
Pais, irmão e filho	1
Mãe	1
Mãe, irmãos e sobrinhos	2
Mãe, padrasto e irmãos	2
Mãe, Avós, Tia e primas	1
Pai e avó	1
Pais, irmãos, tia e primo	1
Total	22

Apenas doze alunos, correspondendo a 55%, habitam com os dois pais, muitas vezes em conjunto com outros familiares. Existem várias famílias monoparentais.

São famílias com dois ou três filhos, na sua maioria, 77%, e apenas uma família tem quatro filhos, uma família tem cinco filhos, uma família tem seis filhos e uma família tem 8 filhos. Considera-se família numerosa quando existem 4 ou mais filhos, o que nesta turma corresponde a 18%, contrariamente ao que seria de esperar. Número de irmãos:

Número de irmãos	**Nº de Alunos**
0	1
1	8
2	9
3	1
4	1
5	1
6	0
7	0
8	1
Total	22

Habitação

Vinte e um alunos habitam no Bairro Padre Cruz e um aluno habita no Bairro da Horta Nova, situado entre Telheiras e o Lumiar, sendo um bairro em tudo semelhante ao Bairro Padre Cruz. Habitam maioritariamente em apartamentos de inserção social, geridos pela "Gerbalis" e são famílias muito apoiadas pela Junta de Freguesia de Carnide.

Tipo de Habitação	Nº de Alunos
Apartamento	16
Moradia	6
Total	22

Os encarregados de educação são maioritariamente mães, havendo a distribuição seguinte:

Encarregado de Educação	Nº de Alunos
Mãe	17
Pai	4
Avó	1
Total	22

A maioria dos alunos estuda no quarto.

Local de estudo	Nº de Alunos
Quarto	13
Sala	5
Quarto/sala	2
Quarto/sala/cozinha	1
Não respondeu	1
Total	22

É de referir que treze alunos dormem sozinhos no seu quarto, nove dos quais refere que estuda no quarto.

Dezasseis alunos referem ter televisão no seu quarto.

Existem dezanove alunos com computador em casa, dos quais doze têm Internet, e doze têm impressora, não coincidindo um aspecto com outro em dez alunos.

Saúde

Quanto a problemas de saúde não há casos graves e significativos, no entanto há a registar três alunos que referem sofrer de asma, um que diz sofrer de falta de ar, e um ter um sopro no coração e anorexia, sendo o único que entregou um relatório médico. Cinco alunos referem não ver bem, mas todos os alunos referem ouvir bem. No entanto, onze alunos, isto é, metade da turma diz ter frequentemente dores de cabeça. Sete alunos sofrem de alergias diagnosticadas a alimentos ou medicamentos, mas controladas.

Alimentação

Hábitos alimentares: apenas uma aluna refere tomar o pequeno-almoço somente às vezes; dezassete alunos tomam o pequeno-almoço em casa; dois tomam na Escola; um em casa ou na escola; um em casa ou no café, e um no café.

Número de refeições diárias: 77% dos alunos fazem entre três a cinco refeições por dia.

Número de refeições diárias	Nº de Alunos
2 ou 3	1
3	2
3 ou 4	3
4	9
5	5
6	1
6 a 8	1
Total	22

Apenas uma aluna não lancha porque diz não ter fome e outra refere lanchar apenas às vezes. De modo geral, os hábitos alimentares são bons.

Educação

No ano lectivo anterior apenas um aluno não frequentou o oitavo ano de escolaridade, tendo frequentado o nono e estando a repeti-lo.

Disciplinas preferidas	Nº de Alunos
Tecnologias de Informação e Comunicação	6
Francês	1
Inglês	5
Educação tecnológica	3
Educação Física	11
Matemática	5
Educação Visual	2
Ciências Naturais	3
Formação Cívica	1

A disciplina mais referida como preferida é Educação Física, por 50% dos alunos.

Disciplinas com mais dificuldades	Nº de Alunos
Francês	7
Matemática	6
História	6
Ciências Naturais	3
Língua Portuguesa	2
Educação Física	1
Ciências Físico-Químicas	1
Inglês	1

Os alunos consideram ter mais dificuldades nas disciplinas de Francês com 32%; Matemática com 27%; História com 27%; Ciências Naturais, com 14%; Língua Portuguesa com 9%; Educação Física, Ciências Físico-Químicas e Inglês, ambas com 5% dos alunos.

Na sala de aula os alunos desta turma consideram que aprendem mais quando:

Na sala de aula aprendo mais quando	Nº de
O professor lê o livro adoptado e explica a matéria.	10
O professor faz sínteses no quadro ou elabora mapas de	4
São apresentados filmes, transparências ou diapositivos.	2
Trabalhas em grupo.	8
As aulas são orientadas por fichas de trabalho.	8
Participas em projectos e comunicas o resultado das tuas	0
Realizas jogos educativos.	4
Realizas actividades de investigação em sala de aula.	6

Quando têm dificuldade em compreender um assunto ou fazer um trabalho recorrem a:

Quando tens dificuldade em compreender um assunto ou fazer um trabalho a quem recorres:	**Nº de Alunos**
Aos teus professores.	9
Aos teus colegas.	5
Aos teus familiares.	10
A um “explicador” pago pelo teu Encarregado de Educação.	0
A ninguém. Tentas informar-te pesquisando sozinho, por exemplo na biblioteca.	7
A outra pessoa. Quem? Namorado	1

Quando acabarem o 9º ano de escolaridade vão:

Quando acabares o 9º ano vais:	**Nº de Alunos**
Trabalhar.	1
Prosseguir os teus estudos.	15
Trabalhar e estudar.	2
Não sabes.	3
Não responde	1

Quanto às novas áreas curriculares, Estudo Acompanhado, Área de Projecto e Formação Cívica, vinte alunos têm muito boa opinião, considerando que ajudam as outras disciplinas, aprendem coisas novas, aprende-se a ter mais respeito, ajudam a estudar, dão boas hipóteses aos que não conseguiram acabar o ano, para os ocupar em mais tempo e aprender melhor; um aluno refere não ter nenhuma opinião e outro diz ter má opinião porque o horário fica muito grande.

Quanto aos interesses dos alunos, registo as profissões futuras desejadas:

Quando fores adulto gostavas de ser:	**Nº de Alunos**
Educadora de Infância	1
Cantora, actriz ou veterinária	1
Arquitecta	1
Medicina ou Computadores	1
Jogador de ténis	1
Educadora de Infância ou trabalhar numa loja de roupa	1
Cortador de carne ou informático	1
Médica ou Engenheira Técnica	1
Futebolista	4
Pasteleiro	1
Economia ou gestão	1
Cozinheiro	2
Cabeleireira ou Técnica de Informática	1
Não sabe	5
Total	22

Verifica-se que não são alunos com grandes aspirações, alguns até sem grandes objectivos para o futuro - influência do meio social que integram.

Transporte

Apenas um aluno se desloca de autocarro para a escola, sendo o aluno que mora no Bairro da Horta Nova, um ainda refere que por vezes se desloca de carro, todos os outros deslocam-se sempre a pé demorando entre 3 a 15 minutos cada viagem. O aluno que se desloca de autocarro refere demorar 2 minutos cada viagem.

Hora de chegada a casa. Os alunos maioritariamente deslocam-se a casa depois das aulas, não tendo ocupações extra-aulas.

Ocupação dos Tempos Livres

Depois de saíres da Escola ocupas o teu tempo livre com:	Nº de Alunos
Televisão	19
Livros	0
Colecções	0
Futebol	7
Música	13
Computador	15
Ballet/Patinagem artística	0
Jornais e revistas	2
Natação	1
Consola	9
Outros: com o meu filho	1
Outros: voleibol	1
Outros: playstation	2

O que sobressai mais como aspecto negativo é a falta de bons hábitos de leitura. Nenhum aluno refere preencher os seus tempos livres com livros e apenas dois dizem consultar jornais ou revistas.

Trabalho

Vinte alunos ajudam os pais, um diz ajudar mais ou menos e outro afirma não o fazer. Quanto aos trabalhos em que ajudam os pais relacionam-se com as lides domésticas. Apenas dois alunos trabalham em férias. Um trabalha com o pai na construção civil porque refere gostar de o fazer e a outra aluna porque a “tia” é a presidente da Fundação da Criança e sempre que pode vai ajudá-la.

FICHA SOCIOECONÓMICA

Escola E.B. 2,3 do Bairro Padre Cruz   Ano Lectivo: 2008/2009

Ano: Turma: Número:

IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________________
Idade: _________ Data de nascimento: ___________
Nome do teu pai: _____________________________
Idade: _______ Profissão: _____________________
Grau de escolaridade do pai: ___________________
Nome da tua mãe: _____________________________
Idade: _______ Profissão: _____________________
Grau de escolaridade da mãe: __________________
Residência: _________________________________
____
Número de irmãos: _____ Idades: _______________
Nome do teu encarregado de educação: __________
____
Parentesco: _____________________

HABITAÇÃO

A tua casa é: Moradia ☐ Apartamento ☐
Quantos quartos e salas tem a tua casa? Tem ___ quartos e ___ salas.
Qual é a divisão da casa onde habitualmente estudas? ______________
Dormes num quarto sozinho? ___ Tens televisão no teu quarto? ____
Tens computador? ___ E impressora? __________ E internet?_______

SAÚDE

Vês bem? __ Ouves bem? __ Costumas ter dores de cabeça? __
Sofres de alguma doença? ___ Qual? _________________________
És alérgico a algum alimento? ___ Qual? ______________________
És alérgico a algum medicamento? ___ Qual? __________________
Assinala com uma cruz as doenças que os teus familiares mais próximos têm (se não souberes preencher o quadro pede ajuda aos teus pais).

Doenças / Familiares	Diabetes	Asma	Hipertensão	Tuberculose	Outras (quais?)
Pai					
Mãe					
Irmãos					
Avós					
Coabitantes					

Qual é o teu número de utente? ___________ Médico de Família: ___________
N.º de telefone em caso de emergência: _______________________________

ALIMENTAÇÃO

Costumas tomar o pequeno-almoço? ___ Em casa, no café ou na Escola? _________
O que costumas comer? ___________________________________
O que costumas beber às refeições? ______________________________
Normalmente quantas refeições fazes por dia? ___________________
Costumas lanchar? → Sim ☐ O quê? ______________________
→ Não ☐ Porquê? ____________________

EDUCAÇÃO

No ano passado frequentaste o ______________________
Quais são as tuas disciplinas preferidas? ______________
Qual é a disciplina em que tens mais dificuldades? ______
Na sala de aula aprendes mais quando:

- [ ] O professor lê o livro adoptado e explica a matéria.
- [ ] O professor faz sínteses no quadro ou elabora mapas de conceitos.
- [ ] São apresentados filmes, transparências ou diapositivos.
- [ ] Trabalhas em grupo.
- [ ] As aulas são orientadas por fichas de trabalho.
- [ ] Participas em projectos e comunicas o resultado das tuas pesquisas à turma.
- [ ] Realizas jogos educativos.
- [ ] Realizas actividades de investigação em sala de aula
- [ ] ____

Quando tens dificuldade em compreender um assunto ou fazer um trabalho a quem recorres?

- [ ] Aos teus professores.
- [ ] Aos teus colegas.
- [ ] Aos teus familiares.
- [ ] A um "explicador" pago pelo teu Encarregado de Educação.
- [ ] A ninguém. Tentas informar-te pesquisando sozinho, por exemplo na biblioteca.
- [ ] A outra pessoa. Quem? __________________________________

Quando acabares o 9º ano vais:

- [ ] Trabalhar.
- [ ] Prosseguir os teus estudos.
- [ ] Trabalhar e estudar.
- [ ] Não sabes.

Qual a tua opinião sobre as novas áreas curriculares? _________________________
____

Quando fores adulto gostavas de ser:
____

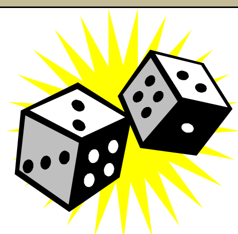
TRANSPORTE

Que meio de transporte utilizas para vires para a escola? ______
Se vens de autocarro paras:

- [ ] Perto de casa.
- [ ] À porta de casa.
- [ ] Longe de casa.

Quanto tempo demora cada viagem? ______________________
A que horas costumas chegar a casa, quando tens aulas de tarde? ________

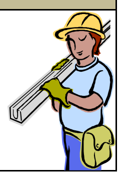
OCUPAÇÃO DOS TEMPOS LIVRES



Depois de saíres da Escola ocupas o teu tempo livre com:

- [ ] Televisão
- [ ] Livros
- [ ] Colecções
- [ ] Futebol
- [ ] Música
- [ ] Computador
- [ ] Ballet/Patinagem artística
- [ ] Jornais e revistas
- [ ] Natação
- [ ] Consola
- [ ] Judo/karaté
- [ ] Outros: __________________

TRABALHO FORA DA ESCOLA



Costumas ajudar os teus pais? ___ Em que trabalhos? _________________
Nas férias, trabalhas em algum sítio especial? ___ Onde? _______________
Porquê? ____

Metodologia de Trabalho

Este trabalho decorreu ao longo do ano lectivo 2008/2009, no contexto de uma experiência pedagógica numa turma do 9º ano de escolaridade, no desenvolvimento de uma área curricular não disciplinar: Área de Projecto.

Esta turma é também da mesma professora na área curricular disciplinar de Matemática e ainda nas áreas curriculares não disciplinares de Estudo Acompanhado e Formação Cívica.

Utilizou-se uma metodologia qualitativa de investigação com análise quantitativa de resultados na avaliação da área curricular de Matemática. Os instrumentos utilizados para a recolha de dados foram:

- inquéritos inicial e final aplicados aos alunos da turma;
- registos escritos feitos pela investigadora com base na observação directa das aulas;
- registos em vídeo, áudio e fotográficos das aulas;
- documentos escritos elaborados pelos alunos com conclusões e registo de opiniões sobre o trabalho desenvolvido e sobre os Jogos.

Os alunos trabalharam individualmente, maioritariamente em pequenos grupos, rotativos, e em grande grupo/turma. Cada situação é descrita na apresentação de cada Jogo.

Desta forma, sempre em carácter lúdico, os alunos foram trabalhando em ambiente de sala de aula, promovendo actividades de exploração, de investigação, resolvendo problemas, desenvolvendo competências matemáticas e de sociabilização.

Não devo deixar de referir que existem outros aspectos a ter em conta, como o papel da professora como reguladora de todo este processo de aprendizagem pelo Jogo, nomeadamente como promotora dos Jogos e incentivadora no cumprimento de regras em sala de aula, regras de trabalho de grupo e regras de Jogo.

Numa fase inicial a investigadora promoveu os jogos do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos – CNJM5 – como motivação e para que, através da turma, todo o Agrupamento de Escolas, do 1º ao 9º ano, se envolvesse na realização do mesmo em fase de treino e selecção ao nível de Escola e depois a nível nacional, após serem apurados os primeiros classificados em cada Jogo.

Numa fase posterior a investigadora promoveu jogos com carácter pedagógico, tendo por base os conteúdos programáticos do 9º ano de escolaridade.

Os alunos foram aderindo com entusiasmo ao longo de todo o ano lectivo, como se verá nos relatos e conclusões/reflexões de cada Jogo, chegando mesmo a fazer propostas de jogos.

Agrupamento de Escolas do **BAIRRO PADRE CRUZ**	**Inquérito Inicial de Área de Projecto - 9º Ano**
	Nome: **Número:** **Turma:** **Data:**
	Professora: Patrícia Marques

1) O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?

Resposta: ____

____

____

____

2) Gostas de Jogar?

Resposta: ____

Que tipo de jogos preferes?

Resposta: ____

____

3) Na tua opinião, o que aprendes ao jogar um Jogo?

Resposta: ____

____

____

4) Que jogos de tabuleiro conheces?

Resposta: ____

____

5) Que jogos tens em casa?

Resposta: ____

____

6) Costumas jogá-los em família? Caso não, com quem costumas jogar?

Resposta: ____

____

7) Conta uma história em que um Jogo te tenha marcado positivamente ou que te tenha marcado de forma negativa.

Resposta: ____

____

____

____

____

____

____

____

8) Sugere um nome para o Projecto da Turma

Resposta: ____

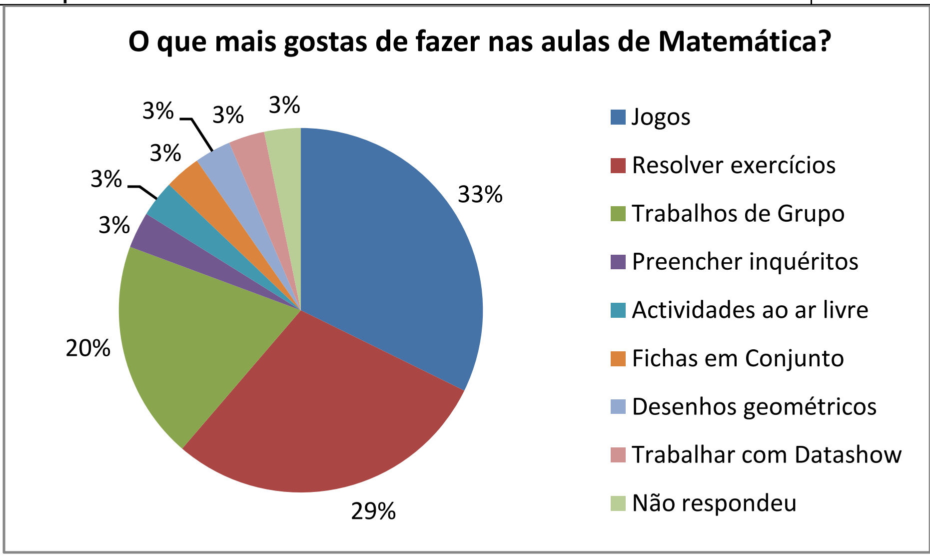
Bom Trabalho!

Patrícia Marques

Tratamento do Inquérito Inicial de Área de Projecto

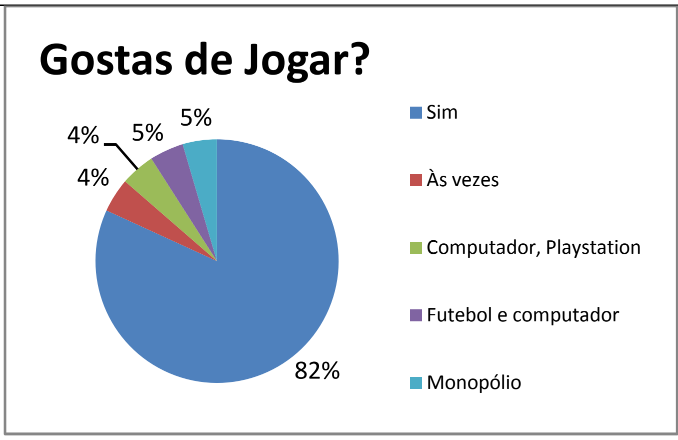
1)

O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?	N.º alunos
Jogos	10
Resolver exercícios	9
Trabalhos de Grupo	6
Preencher inquéritos	1
Actividades ao ar livre	1
Fichas em Conjunto	1
Desenhos geométricos	1
Trabalhar com Datashow	1
Não respondeu	1



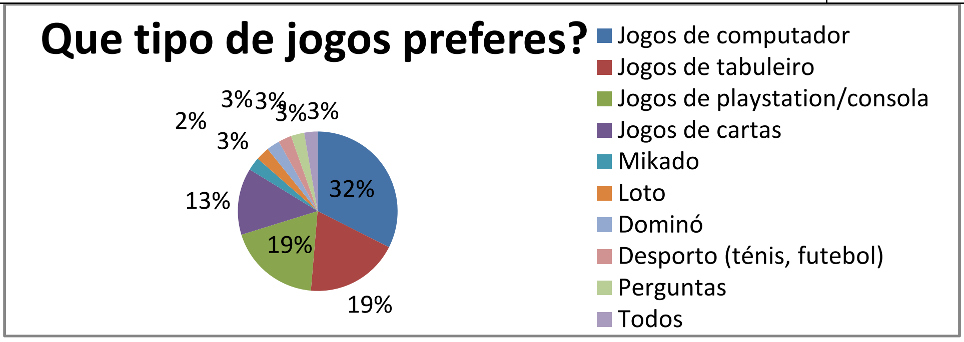
2)

Gostas de Jogar?	N.º alunos
Sim	18
Às vezes	1
Computador, Playstation	1
Futebol e computador	1
Monopólio	1



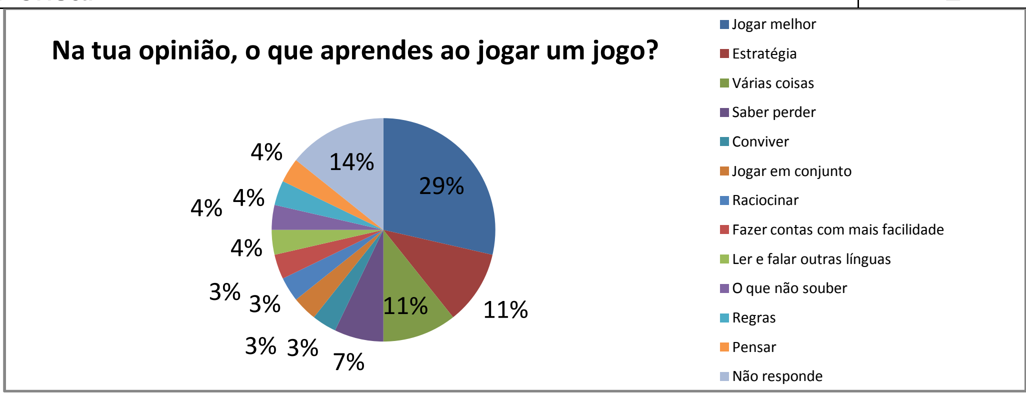
3)

Que tipo de jogos preferes?	N.º alunos
Jogos de computador	12
Jogos de tabuleiro	7
Jogos de playstation/consola	7
Jogos de cartas	5
Mikado	1
Loto	1
Dominó	1
Desporto (ténis, futebol)	1
Perguntas	1
Todos	1



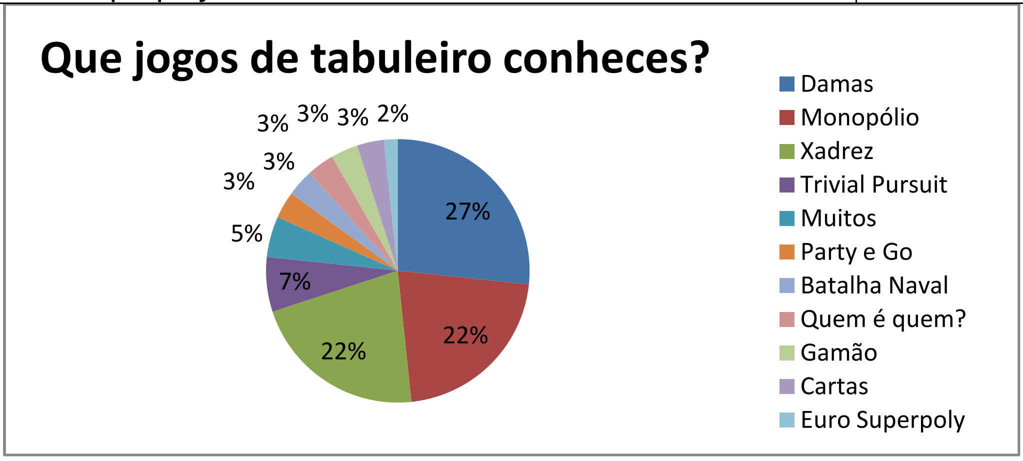
4)

Na tua opinião, o que aprendes ao jogar um Jogo?	N.º alunos
Jogar melhor	8
Não responde	4
Estratégia	3
Várias coisas	3
Saber perder	2
Conviver	1
Jogar em conjunto	1
Raciocinar	1
Fazer contas com mais facilidade	1
Ler e falar outras línguas	1
O que não souber	1
Regras	1
Pensar	1



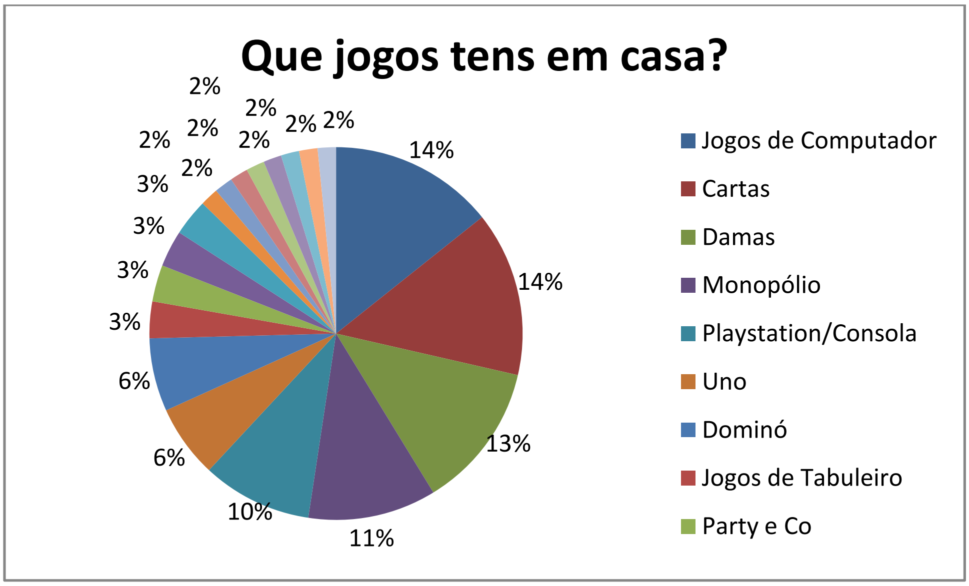
5)

Que jogos de tabuleiro conheces?	N.º alunos
Damas	16
Monopólio	13
Xadrez	13
Trivial Pursuit	4
Muitos	3
Party e Go	2
Batalha Naval	2
Quem é quem?	2
Gamão	2
Cartas	2
Euro Superpoly	1



6)

Que jogos tens em casa?	N.º alunos
Jogos de Computador	9
Cartas	9
Damas	8
Monopólio	7
Playstation/Consola	6
Uno	4
Dominó	4
Jogos de Tabuleiro	2
Party e Co	2
Não tem	2
Xadrez	2
Trivial Pursuit	1
Quatro em Linha	1
Mikado	1
Batalha Naval	1
Risco	1
Bingo	1
Loto	1
Gamão	1



7)

Costumas jogá-los em família? Caso não, com quem costumas jogar?	N.º alunos
Família	15
Amigos	11
Sozinho	2
Não responde	1

8) **Conta uma história em que um Jogo te tenha marcado positivamente ou que te tenha marcado de forma negativa.**

Onze alunos, 50%, não contam história alguma.

Nas histórias relatadas podemos encontrar experiências como vivências positivas de momentos bem passados com os amigos. Um Jogo marcou negativamente dois alunos porque as personagens do Jogo que mais gostavam morreram no fim. Um aluno refere que os jogos são uma boa companhia para as férias, altura em que passa muito tempo sozinho. Uma história marcante para um aluno foi quando estava quase certo ganhar e de repente perdeu, concluindo que ficou muito zangado mas que aprendeu que o importante é jogar e não ganhar. Muitos alunos referem experiências boas porque ganham os jogos e alguns relatam experiências más porque perdem logo à primeira vez que experimentam um Jogo. Um aluno refere que nunca teve experiências negativas com jogos porque escolhe sempre os jogos que gosta. Dois alunos contam episódios em que os jogos de computador foram muito positivos porque eram parecidos com a realidade ou porque mais tarde aconteceram na realidade.

Escola E.B. 2,3 do Bairro Padre Cruz

AUTORIZAÇÃO

A Professora licenciada Patrícia Resende Santos Marques está a desenvolver a investigação conducente à realização da dissertação a apresentar na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, para obtenção do grau de Mestre em Educação, na especialidade de Matemática para Professores.

Esta investigação, na área da Utilização Pedagógica do Jogo, tem como objectivo principal esclarecer quais as relações existentes entre a competência lúdica que é o Jogo em contexto de sala de aula e a aprendizagem de outras competências da Matemática. A professora propõe-se fazer um estudo de caso. Com este estudo pretende-se privilegiar a observação da sala de aula aquando da implementação de actividades concebidas, e consideradas promotoras e motivadoras da aprendizagem das competências gerais da Matemática.

Ao nível do trabalho de campo, a investigação implica a realização de entrevistas a alunos e a observação, e gravação em áudio e vídeo, de aulas implementadas pela professora no âmbito da disciplina de Matemática e Área de Projecto do 9º ano de escolaridade.

Os dados recolhidos são confidenciais e serão usados exclusivamente com fins académicos.

Lisboa, 13 de Outubro de 2008

(Patrícia Resende Santos Marques)

Eu, ___________________________________Encarregado de educação do aluno _______________________________nº: ___ da Turma A, do 9º ano de escolaridade, autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) o meu educando a participar neste estudo.

___ / ___ /____ ___________________________________

(assinatura legível do Encarregado de Educação)

Agrupamento de Escolas do Bairro Padre Cruz

Estabelecimento de Ensino	Projecto Curricular de Turma	Ano Lectivo 2008/2009
Escola E.B. 2,3 do Bairro Padre Cruz	"A Jogar se Aprende a Pensar"	Ano/Turma 9º A

ACTIVIDADES CURRICULARES DISCIPLINARES/NÃO DISCIPLINARES

DISCIPLINA/ÁREA: Área de Projecto

OPERACIONALIZAÇÃO TRANSVERSAL	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA DISCIPLINA	CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS	Data (mês)	SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM / ESTRATÉGIAS	AVALIAÇÃO (TIPOS E INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO)
2-Usar correctamente linguagens das diferentes áreas do saber cultural, científico e tecnológico para se expressar: b) Utilizar formas de comunicação diversificadas, adequando linguagens e técnicas aos contextos e às necessidades; c) Comunicar, discutir e defender ideias próprias mobilizando adequadamente diferentes linguagens; d) Traduzir ideias e informações expressas numa linguagem para outras linguagens. 3-Usar correctamente a língua portuguesa para comunicar de forma adequada e para estruturar pensamento próprio: b) Usar a língua portuguesa de forma adequada às situações de comunicação criadas nas diversas áreas do saber, numa perspectiva de construção pessoal do conhecimento; c) Usar a língua portuguesa no respeito de regras do seu funcionamento. 4-Usar línguas estrangeiras para comunicar adequadamente em situações do quotidiano e para apropriação de informação: a) Compreender textos orais e escritos em línguas estrangeiras para diversificação das fontes dos saberes culturais, científicos e tecnológicos; b) Interagir, oralmente e por escrito, em línguas estrangeiras, para alargar e consolidar	Conceber e desenvolver experiências concretas, de qualidade, relacionadas com as suas áreas de interesse pessoal e/ou vocacional; Utilizar a metodologia do trabalho de projecto – recolhendo, analisando, seleccionando informação, resolvendo problemas, tomando decisões adequadas, justificando essas decisões e comunicando-as, por escrito e oralmente, utilizando suportes diversificados, nomeadamente as novas tecnologias da informação/comunicação -, articulando, numa dimensão inter e transdisciplinar, os saberes teóricos e práticos.	Jogos Matemáticos do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos; Jogos Pedagógicos, de acordo com o programa de Matemática do 9º Ano; Jogos de Tabuleiro; Jogos Investigativos; Jogos Individuais; Jogos de pares; ---	Ao longo de todo o ano lectivo.	Os discentes adquirem as competências essenciais para esta Área Curricular não disciplinar realizando estratégias e situações de aprendizagem de acordo com a metodologia de Trabalho de Projecto. A Professora licenciada Patrícia Resende Santos Marques está a desenvolver a investigação conducente à realização da dissertação a apresentar na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, para obtenção do grau de Mestre em Educação, na especialidade de Matemática para Professores. Esta investigação, na área da Utilização Pedagógica do Jogo, tem como objectivo principal esclarecer quais as relações existentes entre a competência lúdica que é o Jogo em contexto de sala de aula e a aprendizagem de outras competências da Matemática. A professora propõe-se fazer um estudo de caso com esta turma. Com este estudo pretende-se privilegiar a observação da sala de aula aquando da implementação de actividades concebidas, e consideradas promotoras e motivadoras da aprendizagem das competências	- Observação directa da docente com preenchimento de uma grelha por aula; - Preenchimento por sessão de uma grelha pelos alunos de autoavaliação do desempenho do grupo; - Avaliação final feita por todos os intervenientes do projecto tendo em conta três aspectos fundamentais: O decorrer do processo – em avaliação contínua, voltando atrás, procurando novas respostas, reajustando e refazendo a planificação inicial sempre que necessário; A avaliação do trabalho – a forma como os intervenientes se empenharam no desenvolvimento do projecto e no produto final; A resposta ao problema inicial – a tentativa de resolução do problema identificado. O decorrer do processo,

relacionamentos com interlocutores/parceiros estrangeiros. 4-Usar línguas estrangeiras para comunicar adequadamente em situações do quotidiano e para apropriação de informação: a) Compreender textos orais e escritos em línguas estrangeiras para diversificação das fontes dos saberes culturais, científicos e tecnológicos; b) Interagir, oralmente e por escrito, em línguas estrangeiras, para alargar e consolidar relacionamentos com interlocutores. 7-Adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões: a) Identificar situações problemáticas em termos de levantamento de questões; b) Seleccionar informação e organizar estratégias criativas face às questões colocadas por um problema; d) Confrontar diferentes perspectivas face a um problema, de modo a tomar decisões adequadas. 10-Relacionar harmoniosamente o corpo com o espaço, numa perspectiva pessoal e interpessoal promotora da saúde e da qualidade de vida: a) Mobilizar e coordenar os aspectos psicomotores necessários ao desempenho de tarefas; d) Manifestar respeito por normas de segurança pessoal e colectiva.				gerais da Matemática.	o que resultou e o que seria necessário alterar.

Duração de:

12 de Setembro de 2008 até:09 de Junho de 2009

Observações:____
____

Professor: Patrícia Resende Santos Marques

Capítulo II – Revisão de Literatura

O Jogo

"*O Jogo é uma actividade que agrada e entusiasma quase toda a gente. Há uma ligação muito grande entre o Jogo e a Matemática […]. Sendo assim parece-nos importante que se jogue inclusive nas aulas. Uma aula onde se joga é uma aula animada, divertida e participada. Mas não se pode ficar por aqui. É fundamental pôr os alunos a discutir a forma como jogaram e a descobrir as melhores estratégias do Jogo. É nesta fase que o Jogo é mais rico do ponto de vista educativo […]*" (José Paulo Viana, Paula Teixeira e Rita Vieira em Educação e Matemática, Revista da Associação de Professores de Matemática, n.º 11, 3º Trimestre de 1989).

Podemos ler nesta revista um artigo sobre *Teoria de Jogos: Apresentação e Representação*, da autoria de Maria Cristina Peixoto Matos e Manuel Alberto Martins Ferreira, que refere que quando perguntamos a alguém o que é um Jogo geralmente respondem-nos que é qualquer passatempo ou diversão. Se pedirmos que nos dêem exemplos de jogos, a resposta é, com muita frequência: xadrez, damas, monopólio, póquer, futebol, andebol, basquetebol, vídeo jogos, etc. Se analisarmos as respostas com o mínimo de atenção verificamos que a maior parte das pessoas define um Jogo de forma pouco rigorosa, no entanto, os exemplos de jogos que sugerem não deixam dúvidas sobre o que é, de facto, um Jogo. Também das respostas dadas podemos constatar, que dos vários exemplos de jogos sugeridos, estes podem ser classificados em categorias diferentes: jogos de mesa, jogos de cartas, jogos desportivos, jogos electrónicos; jogos com vários jogadores e jogos com apenas um jogador.

Pelo facto de estarmos perante situações tão diferenciadas que recebem o mesmo nome, Jogo, elas devem possuir alguma característica ou um conjunto de características comuns. Fazendo uma análise simples podemos identificar de imediato que em todo o Jogo existem regras que indicam ao jogador o que pode ou não fazer. Por outro lado, o jogador procura uma estratégia que resulte na obtenção de determinado objectivo em oposição com os outros jogadores que também tentam optimizar o seu ponto de vista. O resultado final depende do conjunto das estratégias adoptadas por todos os participantes, fenómeno que se denomina por interdependência estratégica.

Então, "*um Jogo é qualquer situação governada por regras com um resultado bem definido caracterizado por uma interdependência estratégica*".

Atendendo à sua generalidade, podemos encontrar jogos em abundância na vida real: política internacional (como obter vantagens numa negociação de paz), economia (como aumentar a nossa participação em relação aos nossos concorrentes), vida familiar (como manobrar os pais para que eles comprem uma moto para o filho), uma batalha, campanhas eleitorais, uma partida de xadrez, uma partida de futebol são disto exemplo.

Para reforçar esta ideia pode ler-se ainda em The Study of Games que o estudo dos jogos resulta da relação existente entre duas áreas do Jogo, a vertente recreativa e a vertente psicológica que, para surpresa mútua, compreendem-se e desenvolvem-se pelo contacto interdisciplinar. Os autores consideram que outros campos tão divergentes como o negócio, a antropologia, a educação, a psiquiatria, o folclore, a ciência militar, interferem no estudo dos jogos com experiências disciplinares cruzadas e beneficiam igualmente com isso.

Outro livro que me agradou foi *A Aprendizagem da Matemática e o Jogo*, de António Júlio César de Sá e onde podemos ler afirmações bem interessantes, como:

O Jogo faz parte da nossa vida.

Existem coisas "simples" na nossa vida e uma delas é jogar ou brincar. Parecem-nos simples, mas depois de nos debruçarmos um pouco sobre elas verificamos, por exemplo, que a actividade lúdica está no centro de muitas ideias sobre o desenvolvimento psicológico, intelectual, emocional ou social do ser humano.

…o Jogo, o brincar ou o brinquedo desempenham um papel fundamental na nossa aprendizagem. E negar o seu papel na Escola é talvez renegarmos o nosso percurso individual, a nossa própria história pessoal de aprendizagem desde que nascemos.

A este propósito cito de *Brincar: Brincadeira ou coisa séria*:

"*Contudo, pode-se resumir esta tentativa de definir o brincar, dizendo que o brinquedo é o processo educacional mais completo da mente, é um artifício da mente, é um artifício engenhoso da natureza para assegurar que cada indivíduo adquira conhecimento e sabedoria. O brincar é espontâneo, é* *criativo, é uma actividade de pesquisa desejada e realizada por si mesma. E uma vez que é inteiramente natural, não é necessariamente moral quando é julgado pela ética social ou cultural de determinadas épocas* (Scarfe, 1962)".

Voltando ao autor António Júlio César de Sá, ele retoma:

Imaginemo-nos numa situação qualquer. Perante um assalto, um Jogo de futebol num estádio ou numa televisão a ver um filme de terror ou uma festa surpresa. À nossa volta cria-se uma atmosfera interior e exterior que nos faz pensar ou agir de determinado modo. Talvez fiquemos admirados com as nossas ideias ou as nossas reacções. Mas a nossa experiência vivida em múltiplas situações complexas com os outros, com o que nos rodeia, com a natureza ou com nós próprios constituem indicadores prováveis das nossas atitudes e reacções. Assim, a criança perante uma actividade que terá que realizar identifica-a como Jogo se desencadear em si determinadas atitudes, emoções e comportamentos. Se é um Jogo sabê-lo-á identificar e de um modo geral sentir-se-á motivada. O Jogo é visto pelo autor mais como um processo interno do ser humano do que uma simples actividade. Bastaria então só a imaginação para jogar? Em determinadas situações sim, mas o objecto brinquedo, puzzles, jogos de tabuleiro, o lego, etc., facilita o desencadear no ser humano desse processo. O Jogo também deve ser considerado um meio. A criança utiliza-o para construir o seu próprio conhecimento.

As regras fazem parte do nosso quotidiano e estão implícitas na nossa conduta desde muito cedo. Existem as nossas próprias regras, as regras dos outros e um processo de evolução de desenvolvimento e compreensão dessas regras. Estão ligadas tanto ao desenvolvimento intelectual como emocional, afectivo e social.

As regras são entendidas, por nós, de um modo diferente à medida que crescemos.

Como se pode ler em *Teoria do Jogo*, de António Cabral:

"*Todo o Jogo, mesmo o do bebé, obedece a um regulamento implícito ou explícito. A partir dos seis/sete anos a enunciação de regras e o seu respeito impõem-se como fenómeno natural do desenvolvimento. Durante os primeiros anos de vida, as regras, está visto, são desconhecidas e nenhuma criança tem, antes de agir, a mínima consciência de que sem uma conduta adequada não pode alcançar o objectivo lúdico. O que ela, porém, adopta são* *os meios adequados, como sucede por volta dos doze meses, ao atirar para o chão um objecto para lhe ouvir o ruído da queda e lhe observar o movimento. A regra existe, embora implícita, para alcançar um objectivo, que o mesmo é dizer: para ter prazer de uma vitória (ouvir o ruído, observar o movimento), o bebé adopta um modo de agir, ou por outras palavras cumpre a regra (lança o objecto ao chão*).” (pág. 99/100, António Cabral, 1990).

António Júlio César de Sá continua:

O Jogo é reconhecido fora da escola como um meio e um processo fundamental para o desenvolvimento social, emocional e intelectual da criança. E dentro dela? Existem divergências quanto à sua utilização por diversos motivos. Euza Maria e Vera Maria resumem no seu livro de um modo sucinto as posições de vários autores sobre este assunto. Dessas posições poderei realçar em primeiro lugar, que o Jogo é mais contestado ou porque é adulterado ou pervertido quando transposto para o contexto escolar, ou porque existem outras actividades escolares que o podem substituir, ou porque Jogo e trabalho não ligam muito bem, ou porque a noção de Jogo educativo é muito restritiva, ou porque ainda não existem experiências suficientes que o possam confirmar como importante para a aprendizagem. Em relação às posições favoráveis realço as seguintes: “*forma natural de aprender e de se desenvolver*”; “*despende-se nela (actividade) mais esforço e trabalho*”; “*a criança diferencia muito bem os jogos que domina e os que lhe são propostos no contexto educativo*”; “*o papel do professor é assistir a criança no Jogo sem ter uma função preponderante ou uma atitude de controlo*”; “(*os jogos educativos) propiciam o descobrimento, a organização, a capacidade de combinar e a criatividade*”; “*a sua característica psicológica principal (do Jogo) é a liberdade de opção, que tem na criança carácter de necessidade por que toda a actividade que ela percebe como livremente escolhida lhe proporciona prazer e alegria*”.

“*não está tanto na explicação exaustiva de um problema ou na exposição completa da informação sobre um assunto, mas nas ocasiões que cria e orienta para que o aluno observe, evoque, recolha nova informação, formule hipóteses, experimente alternativas, avalie respostas e reelabore os seus conhecimentos anteriores*” (pág. 67. Leandro S. Almeida “Capacitar a escola para o sucesso”).

Como dizem também A. Duval e G. Letourneur (pág. 18, 1994):

"*Para que o Jogo exista é necessário que duas condições sejam preenchidas: a autonomia do sujeito em relação ao real ou ao adulto, e uma certa incerteza no desenvolvimento ou resultado da acção. Isso significa que na classe, se queremos favorecer o desenvolvimento da criança, é preciso equilibrar no tempo as duas formas de estar no meio envolvente: a aprendizagem não dirigida e a aprendizagem dirigida. É a lei da alternância, considerando que numa ou noutra forma é sempre a criança que aprende*.".

O Jogo educativo é definido por Georges Bright, John Harvey e Margariete Wheeler (1985) como uma actividade para a qual foram definidos um conjunto de objectivos educacionais, cognitivos ou afectivos, e são determinados pelas pessoas que planeiam o ensino, antes de eles serem jogados pelos estudantes, e deve ser baseado nos seguintes critérios:

1. O Jogo pressupõe participação livre
2. O Jogo é um desafio perante uma tarefa ou um adversário.
3. O Jogo é regulado por um conjunto finito de regras. As regras descrevem todos os procedimentos para jogar o Jogo, incluindo os objectivos a atingir; as regras estão estruturadas de tal modo que quando um jogador acaba de jogar, não pode voltar atrás na decisão tomada.
4. Psicologicamente, o Jogo é uma situação arbitrária claramente delimitada no tempo e no espaço de uma situação da vida real.
5. Socialmente, os acontecimentos que ocorrem no Jogo são considerados, em si mesmo, de importância mínima.
6. O Jogo tem uma situação-espaço finita. As situações exactas que se alcançam não são conhecidas antes de se começar a jogar.
7. O Jogo acaba depois de um número finito de jogadas dentro de uma situação-espaço.

No livro Jogos Matemáticos, Jogos Abstractos, de João Pedro Neto e Jorge Nuno Silva, podemos encontrar escrito:

O acto de jogar desde muito cedo acompanhou a civilização. Normalmente, este termo é usado para descrever duas actividades distintas: a brincadeira, desenvolvida a partir de um conjunto de acções sem regras fixas, e o Jogo propriamente dito, onde as regras são essenciais na sua definição.

Existem jogos há dezenas de séculos, sendo provavelmente responsáveis pelas primeiras actividades estritamente mentais que o Homem inventou (ou descobriu). Alguns deles contêm noções de Matemática recreativa, como os Mancala, cujos tabuleiros se assemelham a ábacos, instrumentos usados na contabilidade antiga para executar operações aritméticas.

Como em tudo o resto, tendemos a classificar os jogos a partir das suas regras. Uma dessas classificações analisa se um Jogo: (a) possui algum factor de sorte (por exemplo, se utiliza dados); (b) tem informação escondida, ou seja, se cada jogador possui informação que o adversário não sabe (por exemplo, o Jogo da batalha naval tem informação escondida).

Como Escuteira que sou, não poderia deixar de fazer referência ao Escutismo que utiliza o Jogo como método pedagógico por excelência.

Vou fazer referência ao que está escrito em *Baden Powell Hoje*.

A Pedagogia do Escutismo é baseada num fenómeno espontâneo de intermediação que se observa na criança e no adolescente: O Jogo.

Detenhamo-nos um pouco sobre esta palavra. É necessário explicar em que sentido a entendemos porque, para o mundo adulto em geral, ela é sinónimo de futilidade, de divertimento; é qualquer coisa que não se leva a sério.

Todo o indivíduo é portador de «dinamismo», de forças, de aspirações, que o pressionam a ir mais além, a crescer. Nós sabemo-lo bem, é como que um apelo que existe no coração de cada homem; desde a nossa primeira infância, antes mesmo do nosso nascimento, ele está presente: o apelo da vida.

Para crescer, a criança tem ao mesmo tempo necessidade de exprimir os dinamismos que traz em si mesma (lutar, construir, etc.) e de descobrir o que a rodeia, explorando-lhe as possibilidades ou os obstáculos.

É disto que nasce o Jogo.

Pôr em Jogo a realidade, quer dizer manipular a realidade graças ao Jogo: explorá-la, descobri-la e ao mesmo tempo descobrir as suas possibilidades.

O Jogo é portanto a «margem» de liberdade que existe no quadro da vida e que permite uma exploração dos dinamismos do indivíduo.

O Jogo é um espaço de experiências.

Na criança, o Jogo é um meio espontâneo de exploração de si próprio, dos outros, do mundo.

Qualquer Jogo e uma **acção**, quer se trate de futebol, dum Jogo de pista, ou «às escondidas».

Quando as crianças jogam em conjunto, escolhem geralmente um **tema imaginário**: «nós somos os índios, vocês os cowboys…»; «Vamos jogar aos polícias e aos ladrões…».

Para jogar em grupo é preciso fazer **associações**, equipas, campos, «lados» (o lado dos polícias, o lado dos ladrões).

Se são vários num campo, é para assim poderem tirar melhor partido das qualidades de cada um, pois procede-se então à distribuição de **papéis** (o perseguidor, o perseguido… o chefe da tribo o guarda da cabana…).

Para que o Jogo seja possível é necessário que haja acordo sobre os modos de se comportarem em conjunto e sobre a organização do Jogo: então nascem as **regras**.

Sem estes elementos o Jogo não é possível. Mas estes cinco elementos são também indispensáveis para permitir uma verdadeira educação.

Foi da observação do Jogo social espontâneo que Baden-Powell, o fundador do Escutismo, extraiu o método pedagógico do Escutismo. Mas o Jogo é bem a trama da pedagogia escuta, com variantes ao longo das diferentes idades.

«*É pelo Jogo que melhor se pode conquistar o rapaz*».

Como ele próprio refere no seu livro *Escutismo para Rapazes*,

«*Podemos instruir qualquer número de rapazes, muitos de cada vez se tivermos boa voz, métodos atractivos ou meios disciplinares. Mas isso não é educação… Não serve absolutamente para nada pregar a lei do escuta ou fazê-la seguir como uma ordem a uma multidão de rapazes: é preciso para cada espírito uma explicação especial e a ambição pessoal de a realizar*».

Esta concepção de formação moral de Baden-Powell encontra-se confirmada pelos mais sérios estudos da psicologia genérica. É assim que Jean Piaget escreve em «*Para onde vai a educação?*»

«*O alcance educativo do respeito mútuo e dos métodos fundamentados na organização social espontânea das crianças é precisamente o de lhes permitir elaborar uma disciplina cuja necessidade seja descoberta na própria acção, em lugar de ser recebida em bloco, antes de poder ser compreendida; e* *é nisso que os métodos activos prestam o mesmo serviço insubstituível tanto na educação moral como na educação da inteligência: o de levar a criança a construir ela própria os instrumentos que a transformarão a partir do interior; ou seja: na realidade não apenas na superfície*.»

O Jogo permite portanto ao jovem descobrir pouco a pouco a sua personalidade, a sua identidade, fazendo-o experimentar situações, funções diferentes; incitando a criança a descobrir as suas possibilidades e os seus gostos, mostrando-lhes que é capaz de construir e de, com os outros, levar a bom termo uma acção ou um projecto.

O Jogo oferece à criança a possibilidade de redescobrir e de inventar regras que lhe são impostas do exterior, mas às quais ela adere livremente. Assim se desenvolve a capacidade dum julgamento autónomo.

O Jogo permite à criança viver a experiência insubstituível da criação duma comunidade, onde cada um tem o seu lugar e deve respeitar os outros; onde não há lugar para súbditos nem para consumidores.

Pelo Jogo a criança explora o mundo que a rodeia. Os objectos e as situações adquirem um sentido, do mesmo modo que as regras e funções sociais. O Jogo favorece assim a abstracção da realidade, permite a construção dum espaço simbólico interior, necessário à elaboração do pensamento.

Vou ficar por aqui pois penso ter já convencido e justificado o porquê de eu, enquanto professa e educadora, defender a aprendizagem pelo Jogo.

Vou passar agora a referir o que alguns autores escrevem acerca da ligação entre a Matemática e o Jogo.

A Matemática e o Jogo

"*Como as outras ciências, a Matemática é uma espécie de Jogo cujo adversário é o universo. Os melhores matemáticos e os melhores professores de Matemática são obviamente aqueles que, para além de compreenderem as regras do Jogo, também sabem desfrutar o prazer do Jogo.*" (Martin Gardner, Rodas, vida e outras diversões matemáticas)

Conforme é ainda referido no artigo da revista n.º 11 da APM, o Jogo é uma actividade inseparável da condição humana. Apresenta um apelo universal e haverá poucas pessoas que não tenham sido, em certa altura da sua vida, estimuladas por um Jogo. A história dos jogos tem milhares de anos e cobre praticamente o mundo inteiro, fornecendo olhares fascinantes sobre a cultura em determinadas épocas e lugares. No sentido mais amplo, "*por jogos matemáticos designam-se puzzles, problemas e actividades que vão da simples charada à questão Matemática ainda em aberto. A História da Matemática mostra que foram alguns jogos que conduziram à criação de alguns ramos da Matemática*" (Jorge Nuno Silva).

Guzmán refere que a estrutura dos jogos e da Matemática é surpreendentemente análoga, na medida em que criam uma nova ordem, uma nova vida, através da aceitação de certos objectos e de regras que os definem e da consistente fidelidade a este conjunto de regras. Por outro lado, se olharmos para as maneiras como conhecemos, nos familiarizamos e atingimos um certo grau de mestria nos jogos e na Matemática, não podemos deixar de ver uma forte semelhança, que não nos deve surpreender se tivermos em conta as características comuns dos jogos e da Matemática, tanto em natureza como em estrutura.

As tentativas de popularizar a Matemática têm sido feitas de variadas maneiras: exemplificando as suas aplicações, contando a sua história e as biografias dos matemáticos mais famosos, explorando as relações com outros campos da actividade humana (arte, música, arquitectura, etc.), mas "*provavelmente mais nenhum método consegue transmitir melhor qual é o espírito certo de fazer Matemática do que um Jogo bem escolhido*" (Guzmán). É um excelente argumento para sustentar a relevância pedagógica do Jogo e preconizar o seu carácter didáctico.

Muitos matemáticos dedicam grande interesse à teoria de jogos combinatórios, a disciplina que tenta analisar os jogos de informação perfeita, como o Jogo do Galo, Nim, Hex, Mancala, Go ou Xadrez, etc.. Mas, a partir da obra de von Neumann, os jogos têm sido uma metáfora científica para uma classe muito mais alargada de interacções humanas, em que os resultados dependem das estratégias interactivas de duas ou mais pessoas que têm objectivos opostos ou, na melhor das hipóteses, objectivos mistos. São os jogos de informação imperfeita (caso do Jogo do póquer e do dilema do prisioneiro). Neste sentido, a teoria de jogos transforma-se numa abordagem interdisciplinar do estudo do comportamento humano, em que a Matemática é uma das ciências envolvidas, além da economia e outras ciências sociais e comportamentais.

"O Jogo, que torna divertida a Matemática recreativa, pode tomar vários aspectos: um quebra-cabeças a ser resolvido, um Jogo de competição, uma mágica, paradoxo, falácia ou simplesmente Matemática com um toque qualquer de curiosidade ou diversão".

Martin Garder

Como referem Ana Isabel Marques Cebola e Sónia Paula Marques Henriques num trabalho desenvolvido sobre *O Jogo e a Matemática*, no âmbito de uma disciplina de «Temas e Problemas de Matemática» do Mestrado promovido pelo Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra:

O Jogo assume um papel importante na Matemática. É através do seu carácter lúdico que facilmente se divulga a Matemática e se diminui o peso psicológico e tenebroso que esta assume na sociedade, facto este que tem emergido aos olhos dos educadores.

Associar jogos e Matemática pode tornar certos conceitos mais claros e atractivos pois, embora um Jogo se trate de um simples desafio entre colegas, é através do Jogo que se consegue atingir diferentes modos de aquisição de conhecimento. Quando as actividades são bem orientadas, o Jogo permite desenvolver a criatividade, imaginação, raciocínio lógico, organização, atenção e concentração dos "nossos" alunos.

Existem certos jogos que quando realizados na sala de aula permitem motivar e incentivar o gosto pela disciplina de Matemática, bem como, aperfeiçoar alguns conceitos anteriormente apreendidos.

António Júlio César de Sá em *A Aprendizagem da Matemática e o Jogo* refere que os actuais programas de Matemática …, no referente à metodologia dizem:

"*Considera-se importante a descoberta da dimensão lúdica da Matemática, integrando nesta perspectiva actividades desafiadoras para o aluno e por eles aceites com prazer*."

Os jogos são referidos como necessários ao aprofundamento dos conhecimentos e como actividades em que os alunos possam brincar e explorar, fazendo descobertas, caminhar no sentido da abstracção, desenvolver a imaginação e o raciocínio e discutir e comunicar as suas decisões.

Vários exemplos de jogos são apontados: jogos de descoberta de sólidos geométricos, de que são conhecidos alguns elementos, jogos numéricos que recordem e aprofundem os conhecimentos sobre os números, jogos numéricos que envolvam a comparação e enquadramentos, jogos numéricos que proporcionem a prática de cálculo e jogos com a possibilidade de ganhar seja, ou não, a mesma para todos os jogadores, permitindo aos alunos familiarizar-se com as noções de: certo, possível, impossível e provável.

É necessário seleccionar conteúdos, relacionar conceitos, pensar em materiais, estudar contextos, observar os alunos e reflectir sobre a eficácia do que propusemos. Assim a escolha de um Jogo envolve muitas ponderações. Qual o tipo de Jogo adequado para determinado contexto?

A capacidade de comunicar e uma maior predisposição para a Matemática.

A interpretação das regras dos jogos pressupõe um relacionamento das várias fases do Jogo. A utilização do material de suporte do Jogo leva o aluno a ter de interpretar frases, esquemas e atribuir significados a determinados conceitos. Além disso existe uma forte interacção com o que lhe é proposto. O aluno procura adaptar-se à tarefa que o Jogo propõe. A interpretação das ideias dos outros, a sua capacidade de exprimir os conceitos e ideias e relacioná-los com o que observa e escuta, condiciona o seu modo de executar a tarefa.

…para comunicar ideias.

Como é referido, é preciso que a criança se sinta motivada pelo que faz, para que ela desenvolva a compreensão da linguagem e a aplique. O Jogo é o factor motivador. É importante que o aluno saiba o que fazer quando lhe é apresentado um Jogo curricular e consiga planear mentalmente as fases que tem de percorrer. Ora isto não acontecerá no primeiro Jogo curricular, mas ao longo do ano lectivo se os jogos curriculares fizerem parte da estratégia pedagógica do professor e se o Jogo curricular for de facto uma actividade que gere oportunidade para o aluno comunicar e pensar.

Um dos indicadores para verificarmos se houve aceitação do Jogo é observar se os alunos estiveram mentalmente activos, interpretando ou esclarecendo as regras, questionando o professor e tentando arranjar algum modo de vencer o Jogo, ultrapassando obstáculos ou dificuldades ou procurando uma estratégia. Poderá ser também um indicador o tempo adequado em que concluíram o Jogo. Este oferece oportunidades para os alunos conversarem sobre o que sabem ou sobre as suas dúvidas ou as ideias que vão surgindo. A interacção que o Jogo possibilita entre os colegas ou entre o professor e os alunos contribui para o desenvolvimento da autonomia. … Contudo, a actividade de jogar não basta por si só para que isso aconteça. Pode não existir disponibilidade do aluno para executar a tarefa Matemática. O Jogo curricular deve ser uma actividade em que o aluno possa efectivamente procurar caminhos para resolver as dificuldades, conflitos cognitivos que surgem. A entrega do aluno aquando da realização de uma tarefa depende também da sua idade, do seu nível de desenvolvimento, do ambiente escolar e extra-escolar, da sua história pessoal.

O Jogo surge mais como uma actividade paralela às actividades de aprendizagem da Matemática.

A Matemática não são só contas. A repetição mecânica só contribui para tirar prazer a uma actividade de que o aluno até gostava. Talvez não existam materiais suficientes à venda no mercado com outro tipo de actividades ou a escola ainda não entendeu a influência positiva que pode ter junto dos pais na escolha de materiais diversificados para oferecer aos seus alunos nos momentos de lazer ou férias. Eu diria que os jogos são uma boa sugestão.

Decorar a tabuada, os problemas difíceis, a satisfação de fazer as contas bem, a angústia de ir fazer uma conta ao quadro negro, o medo do castigo por não saber a tabuada e um sentimento de realização por finalmente a decorar toda. Será que alguma coisa mudou no ensino da Matemática?

Podemos encontrar em *Jogos Matemáticos, Jogos Abstractos*:

Os jogos matemáticos são um tema recorrente da divulgação Matemática, e mesmo das novas teorias do seu ensino. Contudo, a componente explícita dos conteúdos curriculares é, muitas vezes, aparente. Nos jogos abstractos, por outro lado, a Matemática está toda implícita, no âmago inatingível do pensar.

Hardy, um dos maiores matemáticos do século passado, dizia que a diferença entre um teorema matemático e um problema de xadrez reside somente na relevância de cada um. Nada os distingue, a não ser a importância das respectivas aplicações. Os jogos abstractos e a Matemática pura são idênticos...

É opinião dos autores que a prática lúdica inteligente eleva o espírito. Talvez o respectivo mecanismo nunca seja conhecido, mas acreditam na bondade de um bom Jogo de tabuleiro.

Capítulo III – Jogos do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos – CNJM5

Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos

O Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos (CNJM) é uma competição dirigida aos estudantes dos ensinos básico e secundário, envolvendo um total de 6 jogos e disputada numa final nacional em 4 categorias:

CNJM5- 5º Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos - 2009

Site: http://ludicum.org/cnjm/

Distribuição dos Jogos:

Avanço: Secundário

Hex: 2º, 3º ciclos e Secundário

Konane: 1º e 2º ciclos

Ouri: 1º, 2º, e 3º ciclos

Rastros: 3º ciclo e Secundário

Semáforo: 1º ciclo

	1ºCiclo	2ºCiclo	3ºCiclo	Secundário
Semáforo	x			
Konane	x	x		
Ouri	x	x	x	
Hex		x	x	x
Rastros			x	x
Avanço				x

Todos os jogos são disputados entre dois jogadores

Cada escola pode inscrever somente um aluno por Jogo e por categoria.

Disposições gerais

1. O Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos (2008/2009) é uma competição dirigida essencialmente aos estudantes dos ensinos básico e secundário e estruturada e realizada por uma Comissão Organizadora em colaboração com a Associação Ludus, Associação de Professores de Matemática, Museu de Ciência da Universidade de Lisboa, Universidade da Beira Interior, Sociedade Portuguesa de Matemática.

2. É disputado em quatro categorias correspondentes aos três ciclos do ensino básico (primeira, segunda e terceira categorias) e ao ensino secundário (quarta categoria), e regime aberto.

3. Em todas as categorias haverá apenas uma final nacional.

Organização

4. A competição consta de 6 jogos: Semáforo, Rastros, Hex, Ouri, Avanço, Konane. As descrições e as regras destes jogos estão disponíveis na página http://ludicum.org/cnjm/cnjm5.

5. A distribuição dos jogos pelos níveis de ensino será assim feita:

a. primeira categoria (primeiro ciclo): Semáforo, Konane, Ouri;

b. segunda categoria (segundo ciclo): Konane, Ouri, Hex;

c. terceira categoria (terceiro ciclo): Rastros, Ouri, Hex;

d. quarta categoria (secundário): Avanço, Hex, Rastros.

6. A inscrição das Escolas deverá ser feita até uma data a fixar pela Comissão Organizadora.

7. Cada escola poderá inscrever somente um aluno por Jogo e por nível de ensino (categoria). A Comissão Organizadora poderá impor um número limite de inscrições (concorrentes e/ou escolas).

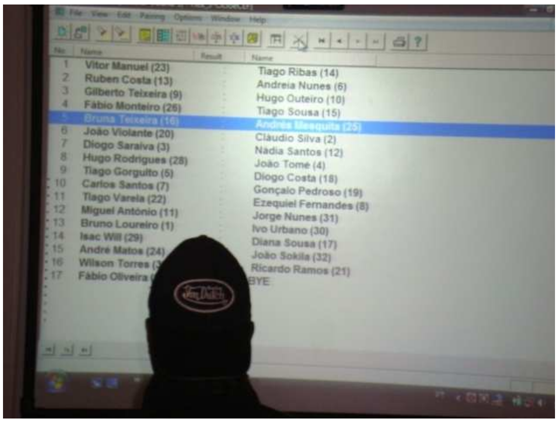
Resumo do sistema suíço de emparceiramento:

A ideia básica deste sistema consiste em emparceirar jogadores que tenham pontuações idênticas no decorrer das jornadas do campeonato. É um pouco complicado descrever aqui o sistema em todos os seus pontos (pode consultar-se http://www.fide.com/official/handbook.asp). Normalmente as organizações recorrem a software próprio para efectuar os emparceiramentos. Em resumo, o sistema suíço funciona ordenando os jogadores com os mesmos pontos pelo seu rating e emparceirando: o jogador com maior rating do grupo com o jogador com maior rating da segunda metade do grupo. Em seguida, o segundo jogador com maior rating é emparceirado com o segundo jogador com maior rating da metade de baixo, etc. Se houver um número ímpar de jogadores com os mesmos pontos, o jogador com menos rating será emparceirado com o jogador de maior rating do grupo de jogadores imediatamente abaixo. Nunca dois jogadores podem jogar duas vezes no mesmo torneio. São feitos esforços para que os jogadores alterem de cores no decorrer do torneio.

Apresento de seguida os três Jogos referentes à categoria do 3º Ciclo, dado que a turma onde faço a investigação é do 9º ano de escolaridade e faço depois uma breve abordagem dos restantes jogos em que participamos a nível de Agrupamento de Escolas e para os quais esta turma foi treinada para ensinar os outros alunos e ajudar-me na organização da fase de selecção dos alunos a nível de Escola. Os Jogos Semáforo e Konane foram também executados pela turma e colocados à disposição das turmas dos 1º e 2º Ciclos para que pudessem treinar e participar no Campeonato a nível de Escola. Os alunos da turma treinaram entre si depois de aprenderem as regras, fizeram apresentações em powerpoint dos jogos e depois explicaram às turmas como se joga e ensinaram os mais novos a jogar.

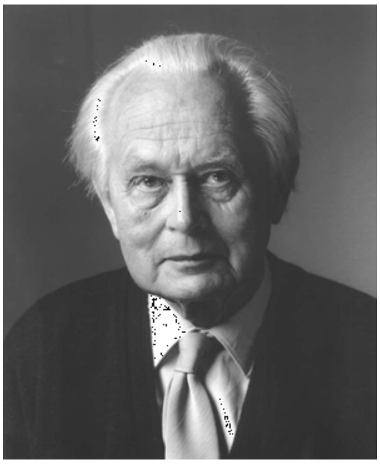
Para a realização do Campeonato a Nível de Escola utilizei o programa Swiss Perfect 98 (SP98) para o emparceiramento e apuramento dos vencedores.

Este programa foi-me recomendado pelo meu orientador, Professor Doutor Jorge Nuno Silva, a quem agradeço a amável disponibilidade e paciência em me explicar como funciona e retirar todas as dúvidas que surgiram. Junto também o manual de instruções do mesmo, em anexo.



Não gostaria de deixar de referir que um dos nossos alunos do 1º Ciclo, 4ºano, foi Campeão Nacional do Jogo Konane.

Hex

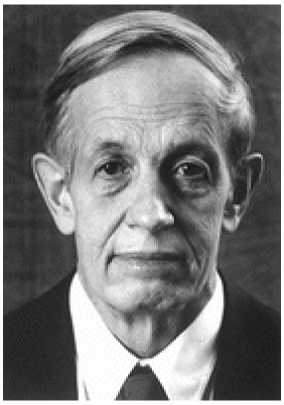


"Suddenly in the half-light of dawn a game awoke, demanding to be born. Today it is ready for release into the world [...] The game builds on the simple geometrical property of a planar surface that two lines within a square each connecting a pair of opposite sides must intersect."

O Jogo modernamente designado por Hex foi inventado pelo matemático, físico e poeta dinamarquês Piet Hein que o introduziu em 1942 no Instituto Niels Bohr, e apareceu pela primeira vez no jornal diário "Politiken" de 26 de Dezembro de 1942, com o nome de "Polígono", embora Hein o chamasse *con-tac-tix*.

Would you like to learn Polygon? Piet Hein has constructed a game that can be practised with equal joy by the chess expert and one who is merely able to hold a pencil.

An advertisement from Politiken January 17, 1943. A woman from the civil defence sticks his head into an air-raid shelter saying: "Ladies and Gentlemen, the All-Clear was sounded!!"



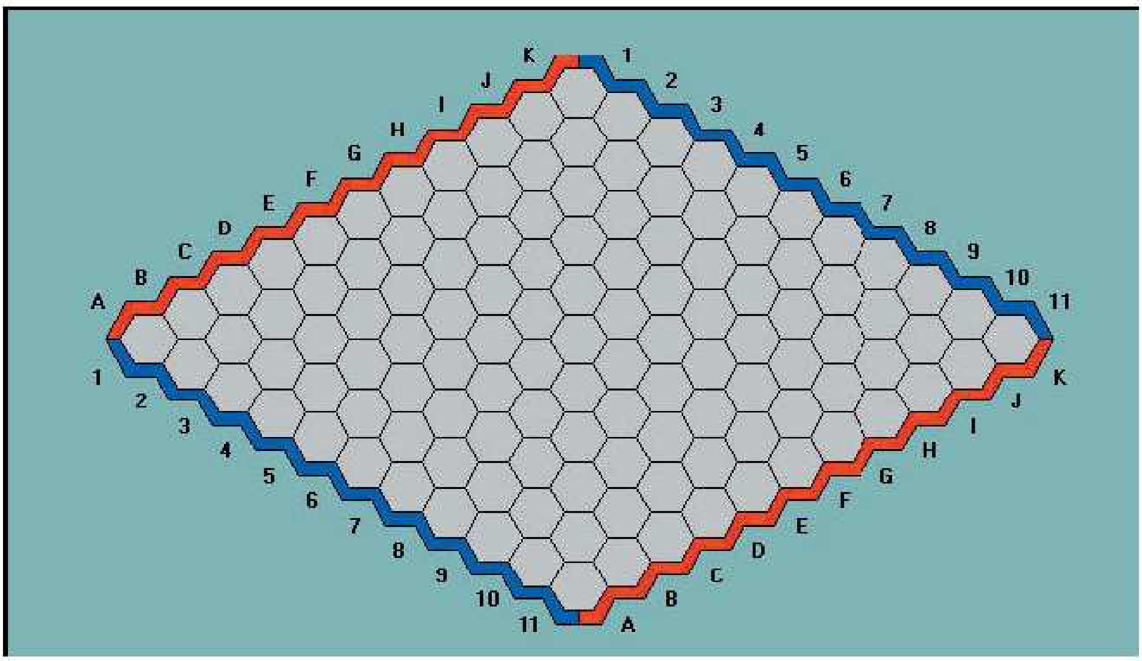
De forma independente, foi também inventado pelo famoso matemático John Nash, enquanto preparava o seu doutoramento em Princeton, sem conhecimento da invenção de Piet Hein, no final dos anos 40, em 1948. Alguns companheiros de Nash carinhosamente chamavam ao Jogo apenas *Nash* ou *John*.

A empresa *Parker Brothers* comercializou uma das versões do Jogo com o nome *Hex*, nome que vingou até hoje. Martin Gardner, conhecido divulgador científico, também contribuiu para a popularidade do Jogo escrevendo sobre ele nas colunas da *Scientific American*.

Durante a década de 50 do século passado o Jogo Hex converteu-se numa espécie de loucura entre os departamentos de Matemática por todo o mundo.

Material:

O HEX é jogado num tabuleiro em forma de losango, com 42 por 26 centímetros, formado por hexágonos interligados. O tabuleiro utilizado habitualmente tem 11 por 11 hexágonos, mas podem ser utilizados tabuleiros de menores ou maiores dimensões. Cada um dos jogadores possui dois lados opostos do tabuleiro. Um número suficiente de pedras brancas e negras (ou outras duas cores distintas, por exemplo azul e vermelho), geralmente 50 de cada cor.

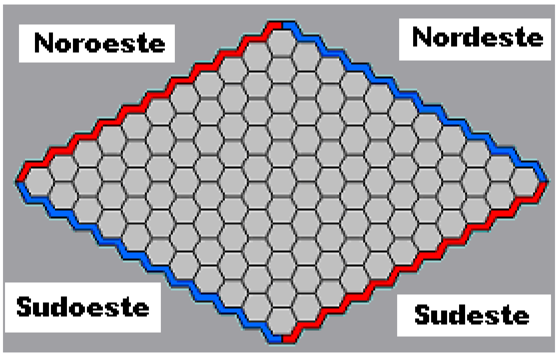


Definições úteis:

Adjacência — duas peças são adjacentes se os hexágonos que ocupam partilham uma aresta.

Grupo — um conjunto conexo de peças da mesma cor.

Objectivo:



As Brancas (ou azuis) ganham se criarem um grupo de peças brancas que ligue os lados sudoeste e nordeste do tabuleiro.

As Negras (ou vermelhas) ganham se criarem um grupo de peças negras que ligue os lados sudeste e noroeste do tabuleiro.

Neste Jogo não há capturas, preenchendo-se sequencialmente e de forma alternada o tabuleiro de peças.

Regras:

1. Através de um sorteio decide-se qual dos adversários jogará primeiro, escolhendo este, uma das duas cores disponíveis.

2. O Jogo inicia-se com o tabuleiro vazio.

3. O primeiro jogador coloca uma das suas peças no tabuleiro vazio. Depois, alternadamente, cada jogador coloca uma peça da sua cor num hexágono vazio.

4. O segundo jogador, na sua primeira jogada (se vir vantagem nisso) pode aproveitar a jogada efectuada pelo seu adversário, impondo a troca de cores – Esta regra é conhecida como **Troca de cores, "Pie Rule"** ou **Regra do equilíbrio**.

5. Na construção da ligação entre os dois lados marcados com a mesma cor, não é necessário avançar de modo regular de um lado para o outro. Geralmente, a linha vencedora, que liga os dois lados paralelos do tabuleiro, não é uma recta, mas sim uma linha aos "ziguezagues".

6. Uma vez colocada, nenhuma peça pode ser removida, mudar de posição ou ser sobreposta.

7. A partida termina quando um dos jogadores conseguir unir as duas margens paralelas do losango com a sua cor, por meio de um caminho contínuo de peças.

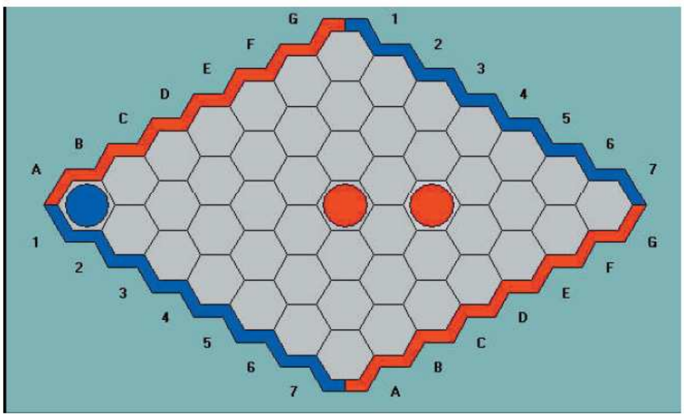
8. As quatro casas dos vértices do tabuleiro são possíveis pontos de partida ou de chegada para qualquer um dos jogadores.

Notas:

No Hex o número de jogadas é finito. A regra do equilíbrio é essencial, já que o matemático David Gale mostrou que este Jogo nunca pode terminar empatado, independentemente da habilidade dos intervenientes, e John Nash mostrou que qualquer Jogo de Hex pode, em princípio, sem a regra do equilíbrio, ser sempre ganho pelo primeiro jogador, se este conhecer a estratégia apropriada. Estes dois resultados são demonstrados mais à frente. Contudo, para dimensões não triviais do tabuleiro (11×11 é um dos casos, claro) ninguém conhece essa estratégia. O problema está em descobrir a estratégia que o conduzirá à vitória. O tabuleiro 7 × 7 é o maior tabuleiro para o qual se conhece a estratégia que dá a vitória ao primeiro jogador. Num tabuleiro maior o primeiro jogador sabe que, em teoria, deveria ganhar, mas não sabe como. No entanto, existem algumas estratégias que aumentam a probabilidade de um jogador ganhar.

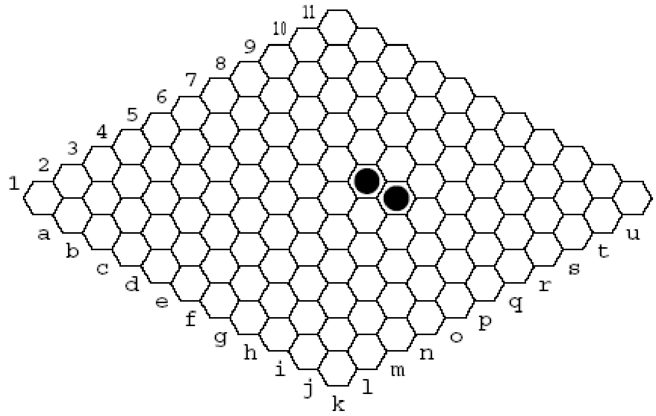
Algumas estratégias de Jogo:

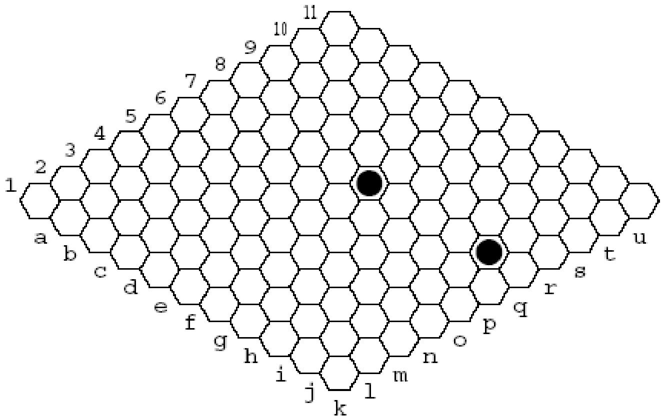
- Se a primeira jogada for muito forte, por exemplo, nas casas centrais da diagonal menor, o primeiro jogador fica na posse de grande vantagem;



Tratando-se de um Jogo de conexão, interessa saber como estender um grupo. Um avanço para uma casa contígua parece muito modesto.

Aqui as peças em l7 e m7 estão demasiado perto uma da outra, contribuindo pouco para ligar as margens pretendidas.

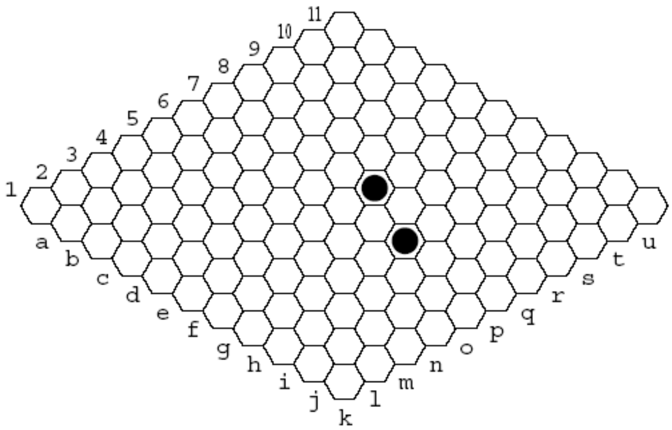




Por outro lado, uma extensão exagerada pode ser cortada pelo adversário.

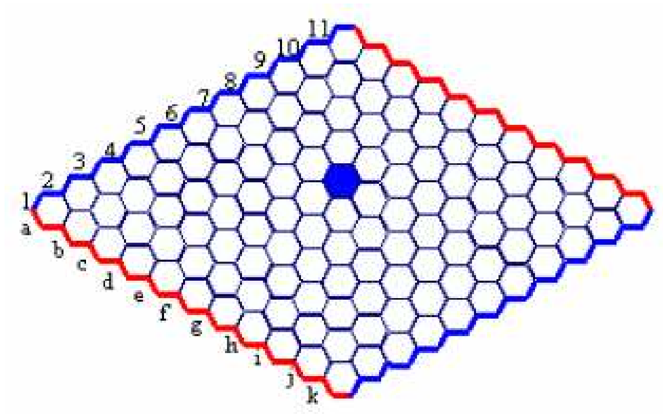
Neste caso, as peças em l7 e p2 podem ser efectivamente separadas se as Brancas jogarem em n7.

- Uma boa ligação, que não se estende muito, mas é robusta, é a formação de pontes: duas "casas" não adjacentes ocupadas por fichas da mesma cor estão separadas por duas "casas" intermédias, consiste em ter duas peças que partilhem a vizinhança de dois hexágonos:



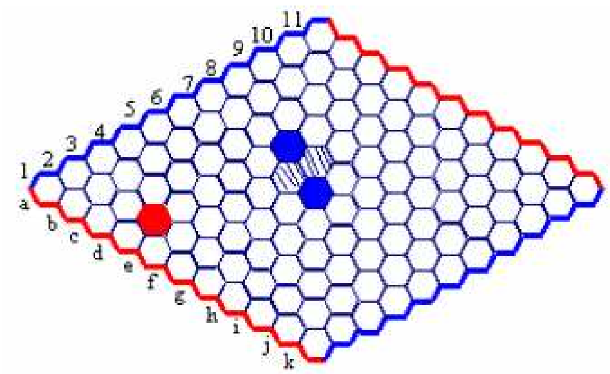
Aqui, se as Brancas tentarem cortar jogando em l6, as Negras respondem em m7, e se as Brancas jogarem em m7, as Negras ripostam em l6. As duas peças negras podem, portanto, considerar-se ligadas.

É uma das estratégias mais utilizadas no Jogo Hex, já que para unir os dois lados opostos, realizar movimentos adjacentes não é a melhor opção.



Se observarmos a figura ao lado podemos ver que as casas adjacentes que se encontram à distância de uma jogada da casa **e7**, onde está colocada uma peça azul, são: **e6**, **d7**,**d8**, **e8**, **f7** e **f6**. A duas jogadas de distância da casa **e7** encontram-se as casas **e5**, **f5**, **g5**, **g6**, **g7**, **f8**, **e9**, **d9**, **c9**, **c8**, **c7**, **d6**. E assim sucessivamente.

Para ir da casa **e7** a qualquer casa que esteja desta a duas unidades de distância, há sempre dois caminhos possíveis, portanto, **e7** pode sempre ligar--se através de duas casas de distância um. Cria-se uma ponte quando um par de peças ocupa casas não adjacentes, estando estas a duas unidades de distância.



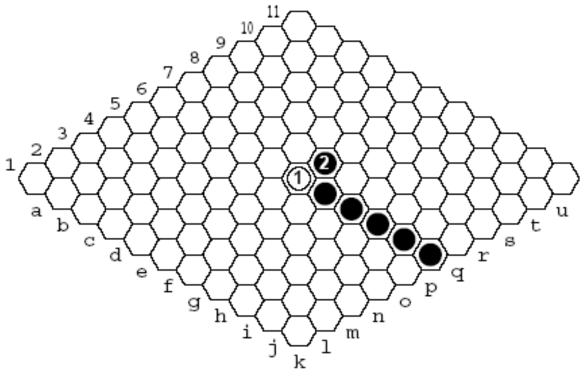
Na figura seguinte, podemos observar uma ponte, em que duas casas não adjacentes, ocupadas por fichas azuis estão separadas por duas casas intermédias, assinaladas a tracejado.

Perante esta situação, o jogador das peças azuis tem sempre dois caminhos possíveis que ligam estas duas peças azuis, o que se torna muito vantajoso. Sempre que uma peça vermelha ocupe uma destas duas casas a tracejado, o jogador das peças azuis pode sempre realizar uma jogada na outra, estabelecendo dessa forma a ligação. É por esta razão que os jogadores tentam construir várias pontes ao longo do tabuleiro. Quanto mais próximo do centro realizarem as suas primeiras jogadas, mais fácil se torna a formação de pontes. No entanto, as pontes não são invencíveis porque o adversário poderá ocupar uma casa intermédia, ao mesmo tempo que ameaça o outro jogador com uma jogada que o pode levar à vitória.

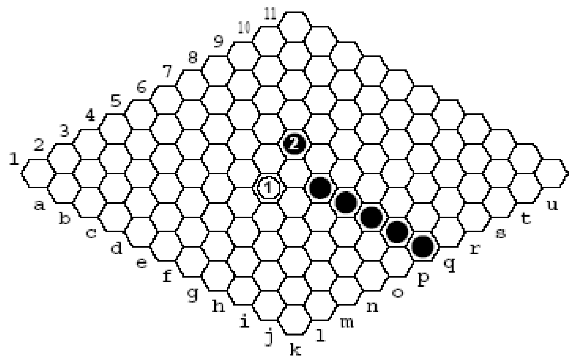
- Contrariar as intenções do outro jogador deve ser sempre uma preocupação já que, muitas vezes, uma boa defesa é o melhor ataque. A defesa mais indicada será jogar à distância.

As jogadas defensivas também têm de ser bem pensadas. Por exemplo, para tentar bloquear um grupo adversário, não devemos jogar muito perto dele, sob pena de o ver estender-se com facilidade:

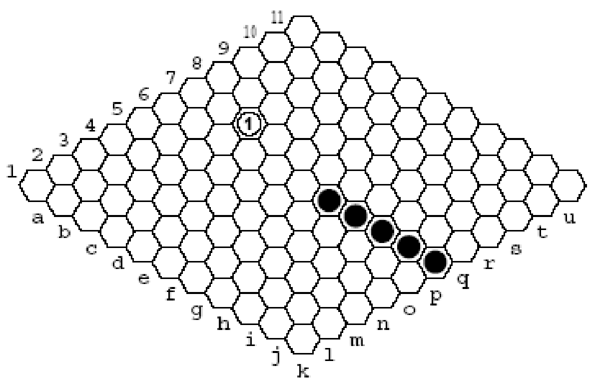
A tentativa de bloquear em k6 é contrariada pela resposta em l7. Mesmo à distância de uma ponte, o bloqueio é ineficaz.



Quando as Brancas ocupam j5, as Negras respondem em k7.



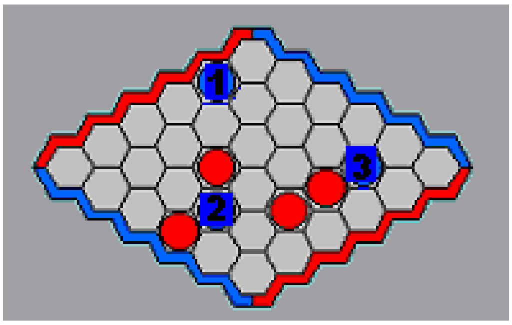
As boas jogadas são a uma distância maior, como a ilustrada:



Este Jogo está intimamente ligado à teoria da computação e à teoria de grafos.

Exemplo:

Vejamos, a partir do seguinte exemplo, típicas estratégias relativas a este Jogo.



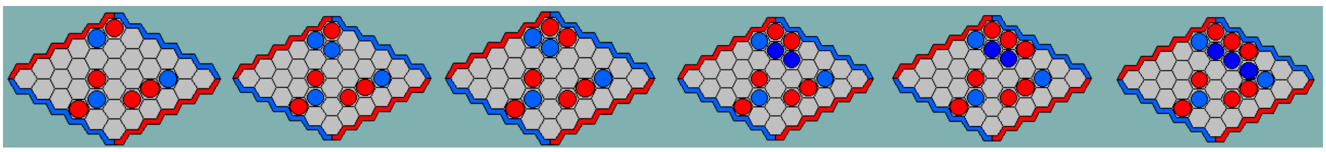
As Azuis Jogam e Ganham

Solução:

Mais do que apresentar meramente a solução, vou apresentar a forma de raciocínio que nos leva até ela para depois tirar algumas conclusões. As peças azuis estão numeradas para melhor apresentação das ideias.

Primeiro Pensamento: A peça nº1 consegue conectar-se à margem nordeste mesmo que sejam as vermelhas a jogar.

De facto, se fossem as vermelhas a jogar e tentassem defender seguir--se-ia a seguinte sequência:

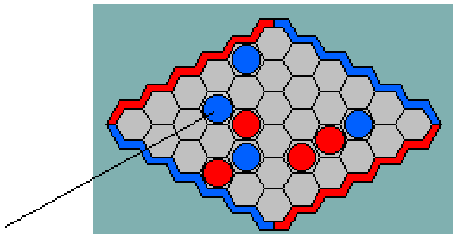


Vermelhas Azuis Vermelhas Azuis Vermelhas Azuis (ganhando a margem nordeste)

A estratégia consistiu em fazer uma sequência linear de jogadas procurando o apoio da peça nº3 que se encontrava mais longe (o termo inglês para esta estratégia é *ladder*).

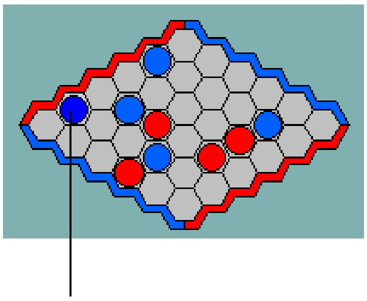
Depois deste pensamento devemos pensar apenas na conexão com a margem sudoeste.

Segundo Pensamento: Devemos procurar usar a peça azul nº2 para criar duas ameaças de conexão com a margem sudoeste. Esse objectivo é conseguido fazendo a seguinte jogada:

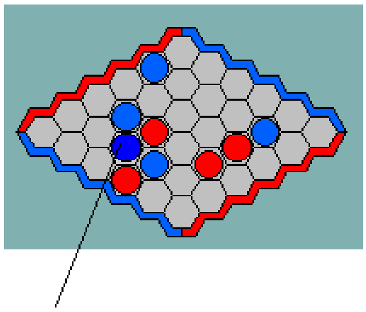


Primeira Jogada

Esta jogada cria duas ameaças para conseguir a dita conexão.



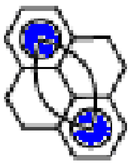
Ameaça 1



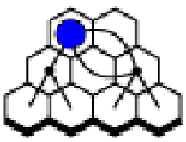
Ameaça 2

Como o jogador das peças vermelhas não consegue defender as duas ameaças ao mesmo tempo tem o Jogo perdido. Repare-se que a peça azul nº2 tinha influência embora parecesse estar longe. A ideia de influência é fundamental neste tipo de jogos.

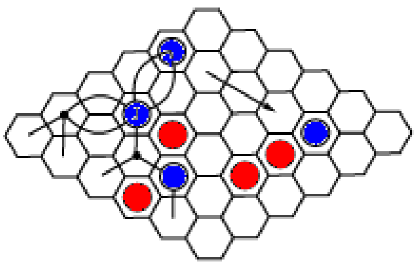
Também em jeito de conclusão, deve ter-se em conta as duas estruturas seguintes:



Ponte: As duas peças azuis estão ligadas mesmo que jogue o adversário.

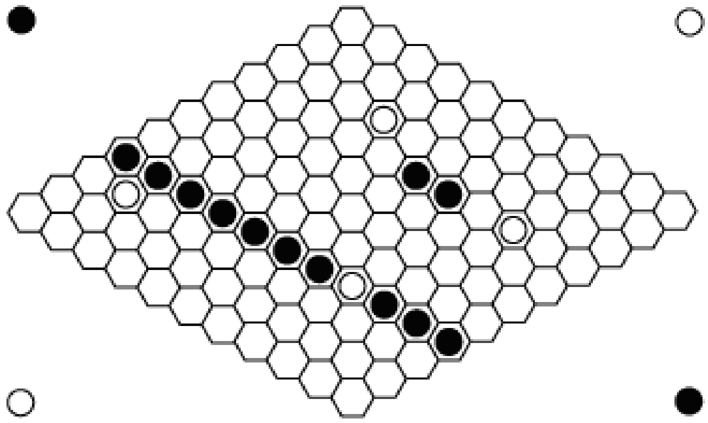


A peça azul consegue a conexão com a margem mesmo que jogue o adversário.



Esquema Completo

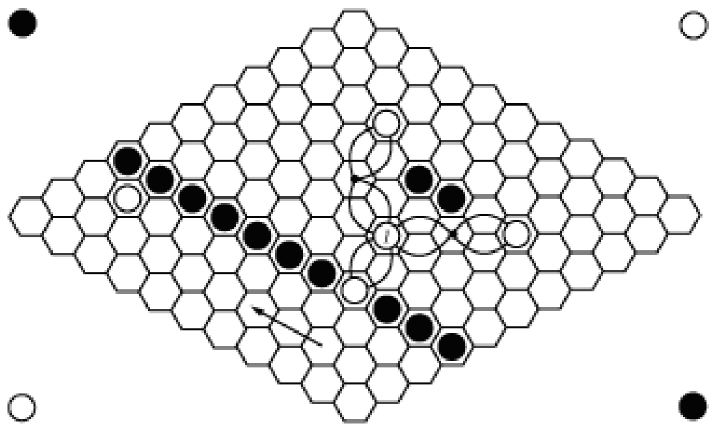
Exercício Histórico:



As Brancas Jogam e Ganham

(Este exercício pertence ao primeiro artigo escrito sobre o Hex em 1942)

Solução:



No Jogo do Hex o número de jogadas é finito, como já havia sido referido, num máximo de 121 jogadas num tabuleiro 11x11. Uma cadeia contínua que ligue os dois lados opostos do tabuleiro associado ao jogador, leva-o a uma vitória. No Hex haverá sempre um vencedor.

Teorema 1: Nenhum Jogo do Hex pode terminar em empate.

Este Teorema foi provado por David Gale, aparecendo publicamente em Março de 1976, em Math, Magazine, Volume 49, N.º 2, páginas 85 e 86.

O tabuleiro de Hex é um paralelogramo dividido em m linhas e n colunas de hexágonos. Os jogadores alternadamente vão colocando peças brancas e pretas no tabuleiro, com o objectivo de completar uma cadeia que una lados opostos do tabuleiro.

Vou provar que uma partida do Jogo Hex não pode chegar ao fim sem um vencedor.

Especificamente, sempre que um tabuleiro de Hex fica completamente preenchido com peças brancas e pretas, tem de existir uma cadeia ou de peças pretas, desde o lado esquerdo até ao direito, ou uma cadeia de peças brancas, desde o topo até ao fundo. E, de forma equivalente, tem de existir ou uma cadeia branca, desde a direita até à esquerda, ou uma cadeia preta, desde o topo até ao fundo. Consequentemente, um dos jogadores tem de atingir o seu objectivo e vencer o Jogo.

A demonstração que farei será por ***indução sobre m e n****, o número de linhas e de colunas, respectivamente, do tabuleiro de Jogo.*

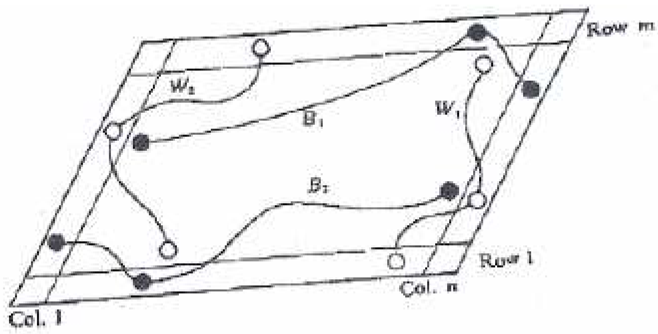
A demonstração para ***m=1*** *é demasiado óbvia, dado que basta colocar uma peça para ser possível existir um vencedor. Se as brancas jogam de sudoeste para nordeste, as negras jogam de sudeste para noroeste, neste caso, como o tabuleiro é 1xn, vence o jogador com as peças negras na sua primeira jogada pois os lados do losango ficam logo ligados, ou para* ***n=1*** *onde vence o jogador com as peças brancas, logo na primeira jogada. Para m=2 e n=2, o losango será constituído por 4 hexágonos. Neste caso é também demasiado evidente que ganhará o primeiro jogador, já que se ele colocar a peça em a1 e se o seu adversário colocar a peça em a2, ganha ao jogar para b2; se o seu adversário jogar em b2, ganha ao jogar para a2; se o adversário* *colocar a sua peça em b1, basta o primeiro colocar em a2 ou b2 para ganhar. Se o primeiro jogador colocar a primeira peça noutro hexágono qualquer, basta raciocinar de igual forma para perceber que irá vencer de igual forma. Note-se que para esta demonstração não estou a considerar válida a pie rule.*

Vou agora estudar a **hereditariedade***. Vou supor por hipótese que é verdadeira a afirmação de que nenhum Jogo pode terminar em empate para tabuleiros mais pequenos do que mxn. Consideremos um tabuleiro (m-1)xn obtido a partir da eliminação da linha m. Por hipótese de indução, ou existe uma cadeia negra desde a coluna 1 até à coluna n ou uma cadeia branca B1 desde a linha 1 até à linha m-1. No primeiro caso tenho o que pretendo, pois desta forma existe já um vencedor para um tabuleiro mxn, que seria o das peças negras. Vou assumir que acontece o segundo caso, isto é, existe uma cadeia B1 desde a linha 1 até à linha m-1. De forma análoga se retirar a linha 1 em vez da m, ficando com um tabuleiro 2xm, por hipótese de indução, ou existe uma cadeia negra desde a coluna 1 até à coluna n ou uma cadeia branca B2 desde a linha 2 até à linha m. Como o primeiro caso garante o sucesso da hipótese, considero o segundo. Vou supor que as cadeias B1 e B2 não se encontram. Caso contrário tinha o problema resolvido.*

Se, pelo contrário, eliminar colunas em vez de linhas, de forma análoga posso provar que existem duas cadeias N1 e N2 de peças negras, a primeira desde a coluna 1 até à coluna n-1 e a segunda desde a coluna 2 até à coluna n, que não se intersectam.

Dado que as duas cadeias negras não se cruzam, o número de linhas tem de ser superior a 2 e, de igual forma, dado que as cadeias brancas não se cruzam, o número de colunas tem de ser igualmente superior a 2.

Considero agora o tabuleiro como na figura ao lado, (m-1)x(n-1), por hipótese de indução tem de existir uma cadeia branca B3 que ligue a coluna 2 até à coluna n-1, ou uma coluna negra N3 desde a linha 2 até à linha m-1.



Assumindo, sem perda de generalidade o primeiro caso, esta cadeia B3 tem de intersectar as cadeias B1 e B2, logo as três cadeias juntas, B1, B2 e B3 formam uma cadeia completa desde a linha 1 até à linha m.

Teorema 2: O Jogo do Hex pode ser sempre ganho pelo primeiro jogador.

Este Teorema foi provado por John Nash. O argumento de Nash prova a existência de uma estratégia vencedora para o primeiro jogador, mas nada nos ajuda a encontrá-la. Trata-se de uma **demonstração por absurdo**.

Está já provado que nenhum Jogo do Hex pode terminar empatado, então ou ganha o primeiro jogador ou ganha o segundo, logo um deles tem uma estratégia vencedora.

Por redução ao absurdo, vou supor que o segundo jogador tem uma estratégia vencedora, pelo que a vitória está assegurada. Como faz parte das regras, o primeiro jogador inicia o Jogo com uma jogada aleatória. A partir daí, nas próximas jogadas, "rouba" a estratégia vencedora ao segundo jogador, encarando-se como sendo o segundo jogador, adoptando os movimentos subsequentes deste. Se, numa dada situação, o primeiro jogador tiver que jogar numa casa onde já o tenha feito, volta a jogar aleatoriamente e a sequência repete-se. Uma peça a mais no tabuleiro em relação ao seu adversário é sempre vantajosa, pelo que os seus movimentos aleatórios nunca o prejudicarão. Assim, tem a vitória garantida, partindo do princípio de que há estratégia vencedora para o segundo.

O que é absurdo porque havíamos suposto que o segundo jogador era o vencedor e não podem existir dois vencedores, pelo Teorema 1.

Novamente pelo Teorema 1, como um dos dois tem de possuir uma estratégia vencedora e não pode ser o segundo, tem de ser o primeiro.

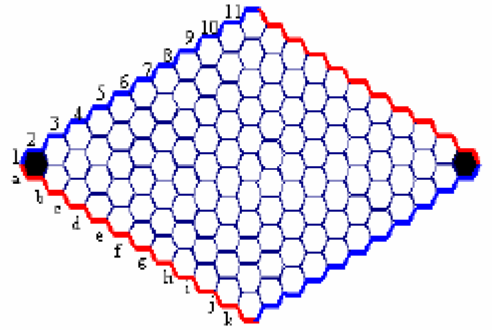
Este argumento é agora clássico, e aplica-se a muitos jogos, tendo ficado conhecido por **argumento do roubo de estratégia**.

No entanto, sabe-se que o primeiro jogador poderá ganhar sempre, mas não se conhece um algoritmo universal que conduza à vitória se jogarmos num tabuleiro qualquer de Hex. O maior tabuleiro, para o qual se conhece a estratégia que dá a vitória ao primeiro jogador, é o tabuleiro 7x7. Para o tabuleiro 11x11 não se conhece essa estratégia.

Teorema 3: Os cantos agudos de um tabuleiro de Hex são aberturas perdedoras.

Este Teorema foi demonstrado por A. Beck em 1969.

Se o primeiro jogador, neste caso o das peças azuis, colocar uma peça azul no canto agudo esquerdo, por exemplo, o jogador das peças vermelhas colocará uma peça vermelha em b1 como resposta, esta jogada praticamente coloca a peça azul fora de Jogo. Note-se que o conjunto de casas adjacentes à casa azul é $\{x\}$*, um conjunto formado apenas por um elemento. Logo, para voltar a utilizar esta casa azul, o jogador um terá que utilizar esta casa x para fazer a união. No caso considerado, x é a casa a2, que é a única adjacente a a1, estando a b1 ocupada por uma peça vermelha. Mas esta ligação não é favorável ao primeiro jogador porque está a ligar peças ao mesmo lado do losango, podendo esta situação proporcionar a vitória ao jogador das peças vermelhas.*



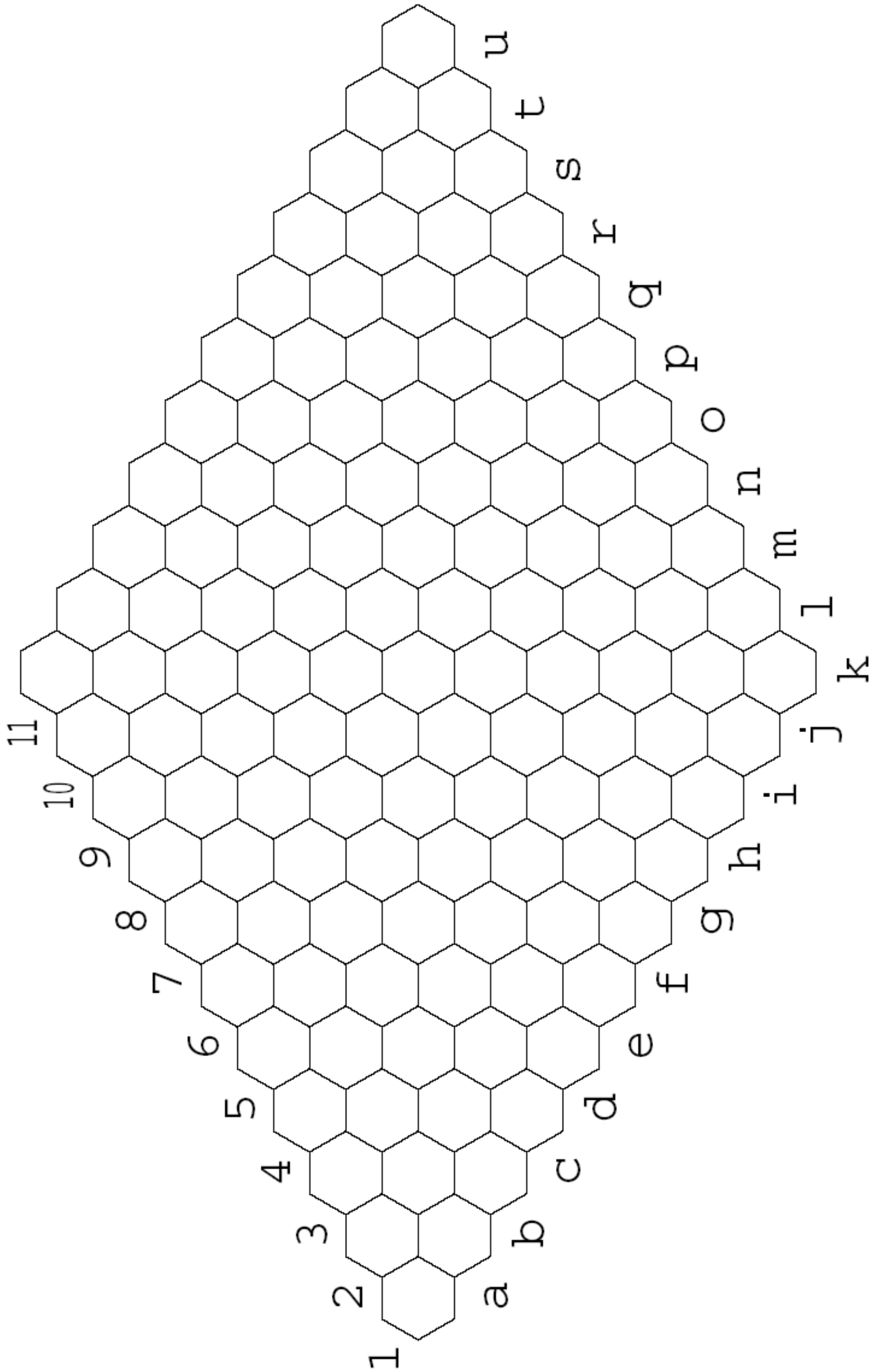
Tendo em conta que o mesmo raciocínio se pode aplicar se o primeiro jogador jogar a peça azul na casa k11, e o segundo jogador apostar em colocar a peça vermelha em j11.

Podemos então concluir que esta estratégia é perdedora porque uma abertura num dos cantos agudos, pode proporcionar uma estratégia vencedora ao segundo jogador.

Qualquer aluno pode praticar este Jogo recorrendo ao Jogo interactivo que está disponível no site http://matematica.no.sapo.pt/hex/hex.html.

O Hex é um Jogo ao alcance de qualquer aluno, podendo beneficiar o desenvolvimento do seu raciocínio lógico, visto ser um Jogo excelente nesse sentido.

Tabuleiro do Jogo Hex



Metodologia de Trabalho do Jogo Hex

O Jogo Hex foi apresentado aos alunos com recurso de um projector data show e computador. Foram explicadas as regras de Jogo. Mostrei-lhes um Jogo já elaborado e respectivas peças de Jogo e foram constituídos 5 grupos de trabalho.

Cada grupo fez um tabuleiro de Jogo e as respectivas peças, tudo em cartolina.

Depois do Jogo concluído, deu-se início ao campeonato inter-turma, onde cada aluno jogou contra todos os seus colegas.

No final apuraram-se os resultados e fez-se avaliação desta actividade, como segue, onde cada aluno preenchia a grelha de avaliação nos campos referentes ao seu grupo, colegas de grupo e de si próprio, como auto-avaliação e em seguida respondia ao inquérito “Opinião Individual do Jogo Hex”, opiniões essas que transcrevo nas páginas que se seguem.

Os jogos elaborados pela turma foram disponibilizados na Sala de Matemática para que todas as turmas dos 2º e 3º Ciclos pudessem ter acesso a eles e pudessem efectuar o seu próprio torneio inter-turma. O principal objectivo era proporcionar contacto e treino com o Jogo Hex para que todos os alunos se pudessem inscrever e participar no CNJM a nível de Escola.

Opinião dos alunos:

Gostaram de Jogar o Hex por ser um Jogo simples, mas requerer muita concentração, por ser fácil, rápido, divertido, interessante, requerer estratégia, engraçado, fixe, por ser um Jogo novo.

Os alunos acham que, ao jogar o Hex, aprenderam: a concentrar-se melhor, novas estratégias, a conviver com os colegas, regras de Jogo, a jogar em equipa, que a diversão está acima do Jogo.

O mais referido como aspecto mais positivo foi o facto de jogarem com a turma toda, o convívio com os colegas e com a Professora, a diversão, aprender não só a estudar, mas também a jogar.

O mais referido como o que menos gostaram foi o perder com os colegas, havendo um aluno que refere mesmo perder com as raparigas. Um aluno referiu também que não gostou da parte inicial da construção do Jogo.

Grelha de Pontuação do Jogo "Hex"
Campeonato Inter-Turma

	Aluno A	Aluno B	Aluno C	Aluno D	Aluno E	Aluno F	Aluno G	Aluno H	Aluno I	Aluno J	Aluno K	Aluno L	Aluno M	Aluno N	Aluno O	Aluno P	Aluno Q	Aluno R	Aluno S	Aluno T	Aluno U	Pontuação	Classificação
Aluno A		10	01	01	10	01	01	01	01	01	01	01		01	01	01	01	01	01	10	10	6	20º
Aluno B	10		10	01	10	10	10	10	01	01	01	10		10	10	10	10	01	01	01	10	17	12º
Aluno C	10	01		01	01	01	01	01	10	01	10	10		01	01	01	10	01	01	10	10	9	18º
Aluno D	10	10	10		10	10	10	10	10	10	10	10		10	10	01	10	10	10	10	01	33	1º
Aluno E	01	10	10	01		10	10	10	01	01	01	10		01	01	01	01	01	01	01	01	8	19º
Aluno F	01	10	10	10	10		10	10	10	10	10	10		10	10	10	10	01	10	10	01	25	4º
Aluno G	10	10	10	01	10	10		10	10	10	01	10		10	10	10	10	01	10	01	10	21	8º
Aluno H	10	01	10	01	10	01	01		10	10	01	10		01	01	01	10	01	01	01	01	14	14º
Aluno I	10	10	10	01	10	01	01	10		01	10	10		01	10	01	10	01	01	01	10	13	15º
Aluno J	10	10	10	10	10	01	01	01	10		01	01		01	01	10	10	01	10	10	10	17	12º
Aluno K	10	10	10	01	10	10	10	10	10	10		10		10	10	10	10	01	01	10	01	25	4º
Aluno L	10	10	10	01	01	10	10	01	10	10	01			01	01	10	01	10	01	10	01	13	15º
Aluno M																						0	21º
Aluno N	10	10	10	01	10	01	01	01	10	10	10	10			10	10	01	01	10	01	10	21	8º
Aluno O	10	10	10	01	10	01	10	10	10	10	01	10		10		10	10	01	01	01	10	20	10º
Aluno P	10	01	10	10	10	01	10	10	10	01	10	01		01	10		01	10	01	10	01	18	11º
Aluno Q	10	01	01	01	10	10	10	01	10	01	01	10		01	01	10		01	01	01	01	12	17º
Aluno R	10	10	10	01	10	10	10	10	10	10	10	10		10	01	10	10		10	10	10	31	2º
Aluno S	10	10	10	01	10	01	10	10	10	10	01	10		10	10	10	10	01		10	10	27	3º
Aluno T	10	10	10	01	10	10	10	10	10	10	10	01		10	10	01	10	10	10		01	23	6º
Aluno U	10	01	10	01	10	10	10	01	10	10	10	10		10	01	10	10	10	01	10		22	7º

Avaliação do Trabalho de Área de Projecto

Tema: "A Jogar se aprende a pensar"

Grupo	Elementos do Grupo	Parâmetros Não Satisfaz – NS Satisfaz – St Bom - B										Avaliação
		Empenho	Comportamento	Participação	Autonomia	Organização	Concentração	Respeito pelos colegas/Professora	Respeito pelas Regras de sala de aula	Método de Trabalho	Cooperação	
I	Aluno A											
	Aluno B											
	Aluno C											
	Aluno D											
	Aluno E											
II	Aluno F											
	Aluno G											
	Aluno H											
	Aluno I											
III	Aluno J											
	Aluno K											
	Aluno L											
	Aluno M											
IV	Aluno N											
	Aluno O											
	Aluno P											
	Aluno Q											
V	Aluno R											
	Aluno S											
	Aluno T											
	Aluno U											

Opinião Individual do Jogo Hex

1-Gostei de Jogar o "Hex"? Porquê?

2-O que é que eu aprendi ao Jogar o "Hex"?

3-O que foi mais importante e/ou mais positivo para mim nestas aulas onde jogamos o "Hex"?

4-O que menos gostei e/ou o que foi menos positivo para mim?

Opinião Individual do Jogo Hex

Respostas dadas pelos Alunos

1-Gostei de Jogar o "Hex"? Porquê?

Aluno 1 – Sim, porque é um Jogo simples, mas requer muita concentração, muitas coisas, etc…
Aluno 2- Sim gostei, porque é fácil de jogar, é rápido e divertido.
Aluno 3 – Sim. Porque achei o Jogo divertido.
Aluno 4 – Gostei porque é um Jogo muito criativo.
Aluno 5 – Sim, porque é um Jogo muito interessante e divertido.
Aluno 6 – Sim, porque é muito fixe.
Aluno 7 – Sim, porque é divertido.
Aluno 8 – Gostei de jogar ao Hex, porque é divertido.
Aluno 9 – Sim, aprendi um novo Jogo.
Aluno 10 – Sim.
Aluno 11 – Sim, porque é divertido.
Aluno 12 – Gostei acho que é um Jogo divertido.
Aluno 13 – Sim. É um Jogo em que temos de pensar em várias estratégias para ataque e ao mesmo tempo para defesa.
Aluno 14 – Sim. Porque eu aprendi a concentrar-me melhor.
Aluno 15 – Porque é um engraçado e fácil de jogar.
Aluno 16 – Gostei. Porque aprendi um Jogo novo.
Aluno 17 – Sim. Porque o Jogo faz-nos pensar.
Aluno 18 – Sim. Porque é divertido e é preciso ter muita estratégia e pensar bem.
Aluno 19 – Porque é preciso estar com concentração para se jogar e é engraçado.

2-O que é que eu aprendi ao Jogar o "Hex"?

Aluno 1 – Aprendi a concentrar-me melhor.

Aluno 2 – Aprendi novas estratégias, e aprendi a conviver com os alunos.

Aluno 3 – Aprendi a jogar.

Aluno 4 – Aprendi algumas tácticas de Jogo.

Aluno 5 – Aprendi que a diversão está acima do Jogo.

Aluno 6 – Aprendi a jogar.

Aluno 7 – Como se joga e estratégias.

Aluno 8 – Que tenho de ter muita concentração, se não perde-se o Jogo…

Aluno 9 – A ter mais concentração durante o Jogo.

Aluno 10 – As regras como se joga.

Aluno 11 – Novas estratégias para jogar "Hex".

Aluno 12 – Aprendi a jogar porque não sabia jogar.

Aluno 13 – Eu aprendi a conhecer melhor os meus colegas, a saber como é que eles atacavam ou até defendiam. Aprendi que para ganhar era preciso conhecermos ou sabermos qual o próximo passo do nosso adversário.

Aluno 14 – Aprendi a concentrar-me melhor e a pensar a cada jogada.

Aluno 15 – Aprendi novas estratégias e novos métodos de Jogo.

Aluno 16 – Aprendi nova maneira de jogar, novas estratégias, a jogar em equipa.

Aluno 17 – Aprendi a fazer estratégias de Jogo.

Aluno 18 – Temos que organizar o Jogo logo no início.

Aluno 19 – Aprendi que é preciso ter muita concentração quando estamos a fazer alguma coisa.

3-O que foi mais importante e/ou mais positivo para mim nestas aulas onde jogamos o "Hex"?

Aluno 1- Jogar a turma toda.

Aluno 2 – O mais importante neste Jogo para mim, foi o facto de me divertir, e jogar com algumas pessoas da turma.

Aluno 3 – Para mim foi tudo positivo.

Aluno 4 – Conviver com os meus colegas.

Aluno 5 – O mais importante para mim foi a minha diversão e a diversão da turma inteira.

Aluno 6 – Ter o máximo de pontos possíveis.

Aluno 7 – Conviver com os colegas.

Aluno 8 – Aprender a jogar, e é bom ter aulas diferentes.

Aluno 9 – Foi jogar com os meus colegas.

Aluno 10 – O mais importante foi aprender o Jogo, o mais positivo foi gostar do Jogo.

Aluno 11 – O convívio com os colegas e com a professora.

Aluno 12 – O que foi mais importante para mim foi conviver com os meus colegas e aprender um novo Jogo.

Aluno 13 – Para mim o mais importante foi o trabalho de grupo que fizemos para realizar o Jogo, que duas cabeças pensam melhor que uma.

Aluno 14 – O mais positivo foi o podermos estar em grupo sem restrições isso para mim devia fazer-se mais vezes.

Aluno 15 – Tudo foi importante.

Aluno 16 – O mais importante foi aprender coisas novas e que podemos aprender não só a estudar, mas também a jogar.

Aluno 17 – Ter ficado em segundo lugar.

Aluno 18 – Gostei muito de ganhar.

Aluno 19 – Ganhar os jogos aos meus colegas.

4-O que menos gostei e/ou o que foi menos positivo para mim?

Aluno 1 – Eu acho que não tive nada menos positivo.

Aluno 2 – O que menos gostei foi de perder alguns jogos, e de refilarem.

Aluno 3 – Gostei de tudo.

Aluno 4 – O mau perder de alguns jogadores.

Aluno 5 – Eu sinceramente gostei de tudo.

Aluno 6 – Perder alguns jogos.

Aluno 7 – (não respondeu)

Aluno 8 – Quando perdi jogos com raparigas.

Aluno 9 – Nada.

Aluno 10 – Nada e gostei de tudo.

Aluno 11 – Nada.

Aluno 12 – O que menos gostei foi a sua construção porque foi preciso recortar e eu não gosto de recortar.

Aluno 13 – Para mim este Jogo não teve nada de negativo. Porque me diverti muito com os meus colegas e isso bastou.

Aluno 14 – O barulho e a confusão do início da construção do Jogo.

Aluno 15 – Nada. Gostei de tudo.

Aluno 16 – Não houve nada que não tivesse gostado/tivesse corrido mal.

Aluno 17 – Foi tudo fixe.

Aluno 18 – Não gostei muito de perder alguns jogos onde sabia que podia ganhar.

Aluno 19 – De perder com os meus colegas.

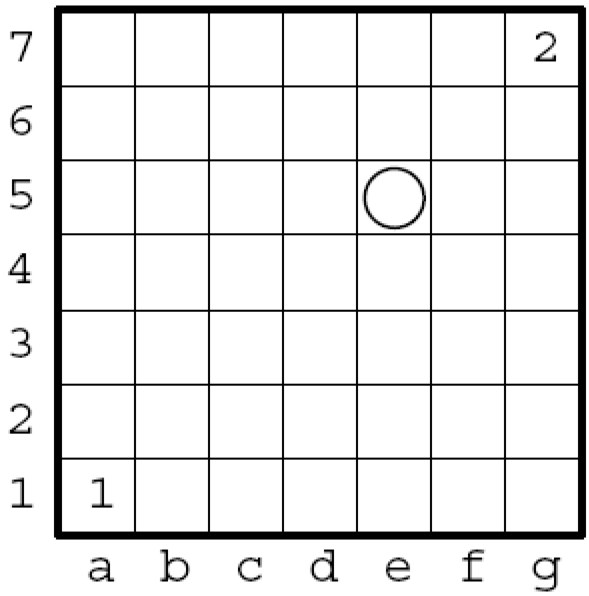
Rastros

Autor: Bill Taylor, 1992

Material

Um tabuleiro quadrado 7 por 7.

Uma peça branca e pedras pretas em número suficiente (cerca de 40).



Neste tabuleiro a casa marcada [1] é a casa final do primeiro jogador, enquanto a casa marcada [2] é a casa final do segundo jogador.

Objectivo

Um jogador ganha se a peça branca se deslocar para a sua casa final ou se for capaz de bloquear o adversário, impedindo-o de jogar.

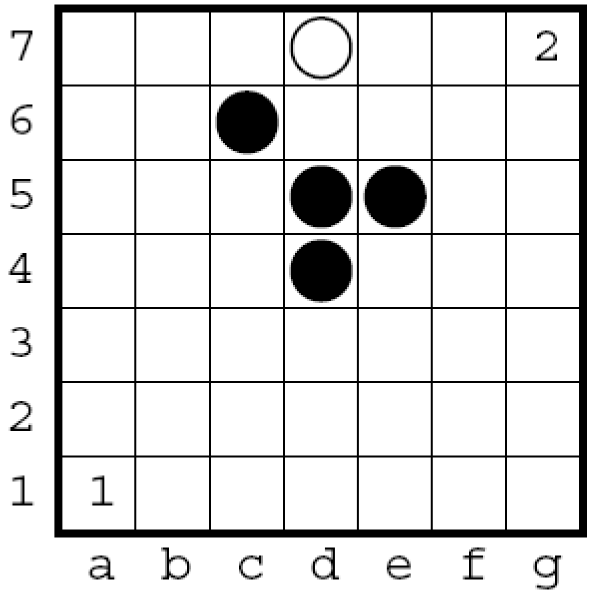
Regras

Cada jogador, alternadamente, desloca a peça branca para um quadrado vazio adjacente (vertical, horizontal ou diagonalmente). A casa onde se encontrava a peça branca recebe uma peça negra. As casas que recebem peças negras não podem ser ocupadas pela peça branca.

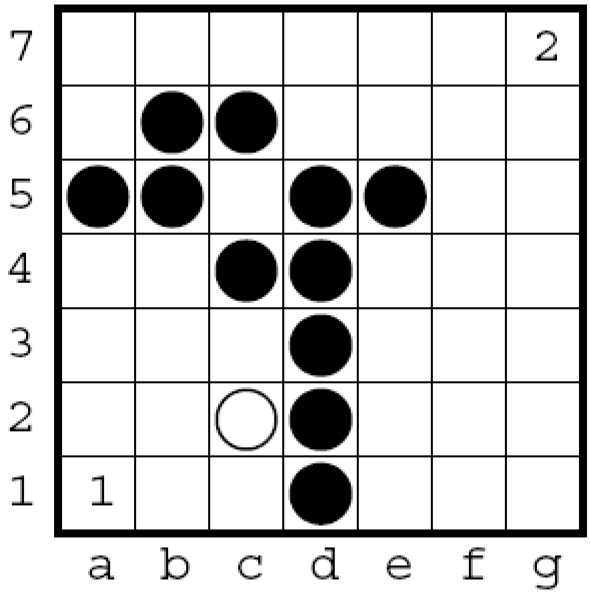
O Jogo começa com a peça branca na casa e5.

Notas

À medida que o Jogo decorre, o tabuleiro vai ficar cada vez mais ocupado por peças negras, diminuindo o número de opções para cada jogador. No diagrama seguinte mostram-se as primeiras quatro jogadas de uma partida de Rastros (de e5 para d4, de d4 para d5, de d5 para c6, e de c6 para d7):



No seguinte tabuleiro é a vez do primeiro jogador. O que deve ele fazer?



Se ele jogar para b1 perde a possibilidade de chegar à sua casa. Como? A sequência após b1 seria: c1, b2, c3. Nessa posição, se o primeiro jogador se mover para b3, a resposta será a4. A forma mais rápida para o primeiro jogador garantir a vitória consiste em mover para c1. A próxima jogada do adversário terá de ser para b1 ou b2, o que resultará numa vitória imediata para o primeiro jogador.

Metodologia de Trabalho do Jogo Rastros

O Jogo Rastros foi apresentado aos alunos com recurso de um projector data show e computador. Foram explicadas as regras de Jogo. Mostrei-lhes um Jogo já elaborado e respectivas peças de Jogo e foram constituídos 11 grupos de trabalho de pares.

Cada grupo fez um tabuleiro de Jogo e as respectivas peças, tudo em cartolina. Optei por aumentar o número de grupos dada a maior simplicidade de execução de cada Jogo em relação ao Hex, e desta forma ficarmos com um maior número de jogos para praticar com as restantes turmas do 3º Ciclo da Escola.

Depois do Jogo concluído, deu-se início ao campeonato inter-turma, onde cada aluno jogou contra todos os seus colegas.

No final apuraram-se os resultados e fez-se avaliação desta actividade, como segue, onde cada aluno preenchia um inquérito “Opinião Individual do Jogo Rastros”, opiniões essas que transcrevo nas páginas que se seguem.

Os jogos elaborados pela turma foram disponibilizados na Sala de Matemática para que todas as turmas do 3º Ciclo pudessem ter acesso a eles e pudessem efectuar o seu próprio torneio inter-turma. O principal objectivo era proporcionar contacto e treino com o Jogo Rastros para que todos os alunos se pudessem inscrever e participar no CNJM5 a nível de Escola.

Grelha de Pontuação - “Rastros”
Campeonato Inter-Turma

	Aluno A	Aluno B	Aluno C	Aluno D	Aluno E	Aluno F	Aluno G	Aluno H	Aluno I	Aluno J	Aluno K	Aluno L	Aluno M	Aluno N	Aluno O	Aluno P	Aluno Q	Aluno R	Aluno S	Aluno T	Aluno U	Aluno V	Pontuação	Classificação
Aluno A		0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	0 1	0 1	01	0 1	17	16º
Aluno B	0 1		0 1	0 1	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1		1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	20	9º
Aluno C	0 1	1 0		0 1	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	25	4º
Aluno D	1 0	1 0	1 0		1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	35	2º
Aluno E	0 1	0 1	0 1	0 1		1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1		0 1	1	1 0	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	16	18º
Aluno F	1 0	0 1	0 1	0 1	0 1		0 1	1 0	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	17	16º
Aluno G	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1		1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	0 1	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	15	19º
Aluno H	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0		1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	21	7º
Aluno I	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0		1 0	1 0	1 0	1 0		1 0	1 0		1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	19	12º
Aluno J	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0		1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	23	5º
Aluno K	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0		1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	28	3º
Aluno L	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	0 1		1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	20	9º
Aluno M	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0		1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	19	12º
Aluno N	1 0		0 1	0 1		0 1	1 0	0 1		1 0	0 1	1 0	1 0		0 1	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	12	22º
Aluno O	0 1	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0		0 1	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	1 0	15	19º
Aluno P	0 1	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0		0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	19	12º
Aluno Q	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	0 1		1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	10	1 0		1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	21	7º
Aluno R	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	0 1	0 1	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0		0 1	1 0	1 0	1 0	15	19º
Aluno S	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0		1 0	1 0	0 1	36	1º
Aluno T	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1		1 0	1 0	20	9º
Aluno U	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1		1 0	23	5º
Aluno V	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	0 1	1 0	1 0	0 1	1 0	0 1	1 0	0 1		18	15º

Agrupamento de Escolas do BAIRRO PADRE CRUZ **Área de Projecto 9º A** **Outubro 2008**

1-Gostei de Jogar o “Rastros”? Porquê?

2-O que é que eu aprendi ao Jogar o “Rastros”?

3-O que foi mais importante e/ou mais positivo para mim nestas aulas onde jogamos o “Rastros”?

4-O que menos gostei e/ou o que foi menos positivo para mim?

A Professora

Patrícia Marques

Agrupamento de Escolas do BAIRRO PADRE CRUZ **Área de Projecto 9º A** **Outubro 2008**

1-Gostei de Jogar o “Rastros”? Porquê?

2-O que é que eu aprendi ao Jogar o “Rastros”?

3-O que foi mais importante e/ou mais positivo para mim nestas aulas onde jogamos o “Rastros”?

4-O que menos gostei e/ou o que foi menos positivo para mim?

A Professora

Patrícia Marques

Agrupamento de Escolas do BAIRRO PADRE CRUZ **Área de Projecto 9º A** **Outubro 2008**

1-Gostei de Jogar o “Rastros”? Porquê?

2-O que é que eu aprendi ao Jogar o “Rastros”?

3-O que foi mais importante e/ou mais positivo para mim nestas aulas onde jogamos o “Rastros”?

4-O que menos gostei e/ou o que foi menos positivo para mim?

A Professora

Patrícia Marques

Tratamento do Inquérito Opinião sobre o Rastros

1) Gostei de Jogar o "Rastros"? Porquê?

Sim, porque é bom para a memória; Gostei porque nos motiva a gostar da área curricular e jogar em convívio; Gostei porque achei um Jogo divertido; Gostei muito porque é um excelente Jogo de tabuleiro; Sim porque foi divertido e divertimo-nos todos; Gostei porque aprendi a ganhar e a perder; Sim porque tentamos desenvolver novas estratégias; Gostei porque é um Jogo divertido; Gostei porque é divertido; Sim porque acho que é um Jogo muito engraçado; Sim porque aprendi um Jogo novo; Sim porque me diverti muito; Sim porque acho um Jogo agradável de jogar, que puxa pela cabeça para inventar estratégias para ganhar; Sim porque é divertido e aprendemos um Jogo novo; Sim! Foi divertido; Sim porque aprendi a jogar e também porque joguei com os meus colegas; Gostei porque é um Jogo em que se tem de pensar um pouco na jogada que se tem de realizar; Gostei porque achei um Jogo interessante e porque gostar de jogar é conhecer coisas novas; Gostei porque é um Jogo fixe que dá para jogar com os colegas; Gostei porque reforça a aprendizagem e é preciso pensar muito e puxar pela cabeça; Sim porque é giro e aprendi mais acerca do Jogo.

2) O que é que eu aprendi ao Jogar o "Rastros"?

Aprendi a jogar um Jogo novo. Aprendi a saber concentrar-me; Aprendi a fazer estratégias; Aprendi estratégias; Aprendi novas estratégias em Jogo; Aprendi a ganhar e a perder. Aprendi que a partir de um tabuleiro se aprendem jogos novos; Aprendi a jogar com os meus amigos; Aprendi novas estratégias; Aprendi novas formas de estratégia e a jogar; Aprendi a jogar melhor e umas estratégias. Aprendi a perder com as miúdas; Aprendi a jogar o Rastros e a fazer estratégias no Jogo; As regras e estratégias; Aprendi a jogar e estratégias para o Jogo; Aprendi um Jogo novo. Aprendi a construí-lo e a jogá-lo; Aprendi a jogar melhor; Aprendi a jogar e as regras; Métodos de ataque e defesa; Aprendi a jogar e estratégias; Aprendi a fazer jogadas para ganhar mais rápido; Aprendi a jogar ao Rastros; Aprendi a jogá-lo e mais sobre estratégias.

3) O que foi mais importante e/ou mais positivo para mim nestas aulas onde jogamos o "Rastros"?

O ambiente entre os alunos; Jogarmos todos juntos. Ganhar e jogar com pessoas diferentes; Aprender bem como jogar; Estarmos todos em convívio e raciocinado para as jogadas; A diversão da turma e ser uma aula diferente; Jogar com os meus amigos; O mais importante foi gostar de jogar o Rastros e ganhar; A turma jogar em convívio; Aprender a perder e a ganhar; Aprender e ganhar os jogos; O convívio com os colegas; A convivência com os meus colegas; Convivermos todos porque deu para conhecer mais um pouco alguns dos meus colegas que não comunicavam muito; Jogamos com todos os alunos da turma; O que foi importante é que convivemos com os colegas; Aprendi a importância de atacar e defender e facilidade de aprender a jogar; A facilidade de aprender a jogar este Jogo com os meus colegas; O mais importante é ter jogado com os meus colegas sem confusões e chatices; Jogar com os meus colegas e por isso gostei muito do Jogo; O convívio com os colegas da turma, e também a aprendizagem; A convivência com os colegas e professora.

4) O que menos gostei e/ou o que foi menos positivo para mim?

Nada; Perder; Gostei de tudo; Perder alguns jogos mas aprendi a aceitar a derrota; Não houve nada que não gostasse, gostei de tudo e acho que a turma também gostou muito; Ter perdido muitas vezes; O menos positivo foi perder alguns jogos; Não gostei da batotice de algumas pessoas; Perder alguns jogos com as raparigas; Perder; Nada, foi tudo fixe; Perdi alguns jogos; Gostei de tudo nas aulas em que jogamos o Rastros; Gostei de tudo; O que não gostei foi de perder; É um Jogo muito repetitivo mas divertido; É um Jogo muito repetitivo mas apesar disso é um Jogo giro e divertido; Não houve nada de que não tenha gostado. Gostei de tudo o que realizei nas aulas e do Jogo que fizemos a jogar; Não houve nada que fosse negativo; Não gostei muito de perder alguns jogos, mas de resto gostei de tudo; O que menos gostei foi ter perdido alguns jogos. Sugestão: Durante este ano devíamos fazer todas as aulas assim porque nos divertíamos e ficávamos mais descontraídos.

Ouri, um Jogo Mancala

Ana Fraga e M.ª Teresa Santos

A Origem dos Jogos Mancala.

Os jogos do tipo Mancala pertencem à classe dos jogos de tabuleiro mas que, que segundo Murray (1952) são uma classe à parte pois não representam uma forma de actividade do homem primitivo, como a caça, a guerra, a corrida e o alinhamento. No entanto, pelo facto de os mais antigos tabuleiros aparecerem nas proximidades de estaleiros de construção é de admitir que tenham sido originariamente uma espécie de ábacos rudimentares, utilizados para o cálculo dos salários a pagar aos trabalhadores. Esta hipótese enquadra--se perfeitamente no conceito definido por J. Huizinga (1971), de todos os jogos dos adultos terem como característica principal "*uma luta por alguma coisa ou a representação de alguma coisa*".

À semelhança do significado da palavra Mancala que deriva do árabe mangala, mingala ou magala, do verbo naqala e que significa mover, deslocar, transportar de um lado para o outro, o Jogo baseia-se, na sua essência, neste princípio de transferência. Os jogos são praticados sobre superfícies preparadas no chão ou em tabuleiros de madeira, cerâmica, bronze ou mesmo em ouro, de acordo com a sua finalidade e mesmo do país. Os tabuleiros são constituídos por duas, três ou quatro filas de buracos (cujo número pode variar de três a cinquenta) daí haverem três tipos diferentes de jogos, os Mancala II, III ou IV, sendo que o tipo mais conhecido e difundido é o Mancala II. Belíssimos tabuleiros, perfeitas obras de arte, podem ser apreciados no British Museum em Londres como as figuras que se seguem.

As peças usadas são normalmente sementes verdes acinzentadas do arbusto caesalpina bonduc e caesalpina major (conhecida em Cabo Verde por

Ourinzeira ou Sivão de Oril) ou outros materiais que podem ser seixos, conchas, bolas de marfim, feijões, avelãs, grão de café entre outras, normalmente em perfeita harmonia com a natureza, o valor do tabuleiro e as condições locais. O Jogo, disputado por dois parceiros ou dois grupos de adversários, consiste na distribuição das sementes de um buraco, uma a uma, pelas casas que se seguem, no sentido anti-horário, com o fim de capturar, as sementes do adversário, segundo determinadas regras.

Estes jogos, aparentemente simples, requerem reflexão, cálculo e muita prática sendo necessário saber escolher, com certeza, de entre as várias hipóteses que se oferecem em cada jogada, bem como prever os ataques do adversário. Por conseguinte, estes são considerados como jogos de perícia ou eruditos.

Os jogos Mancala são conhecidos por uma grande variedade de nomes (por exemplo Ouri, Ouril, Ori, Urim, Awari, Warri, Agi, Awèlé, entre outros) e de regras, especialmente no que se refere aos praticados em África e na América.

Relativamente à origem deste Jogo está comprovado a existência de tabuleiros Mancala, em pedra e de duas filas, no Egipto, na época do Novo Império (1580–1085 a.C.). Os tabuleiros que aparecem a seguir são do mesmo tipo, mas de uma época mais recente, dois em Ceilão, dos primeiros séculos da nossa era, e outro na Arábia, anterior a Maomé.

No antigo Egipto podem observar-se tabuleiros de pedra esculpidos nas lajes de cobertura do templo de Kurna (323–30 a.C.), à entrada do templo de Carnaque, e no topo das paredes deste templo e do de Lúxor (1557–1304 a.C.), para a construção dos quais contribuíram Tutemés III (1490–1457 a.C.), Tutemés IV e Amenófis III (1410–1362 a.C.).

Em Ceilão, há duas ocorrências de épocas bem definidas: uma está situada em Pallebaedda, à entrada da gruta Wihara (século II d.C.) e a outra encontra-se aberta na superfície inclinada de um penhasco, chamado Gaimaediyagala, situado próximo da represa Siyamdalangamuwa, que foi construída entre os séculos II e IV d.C..

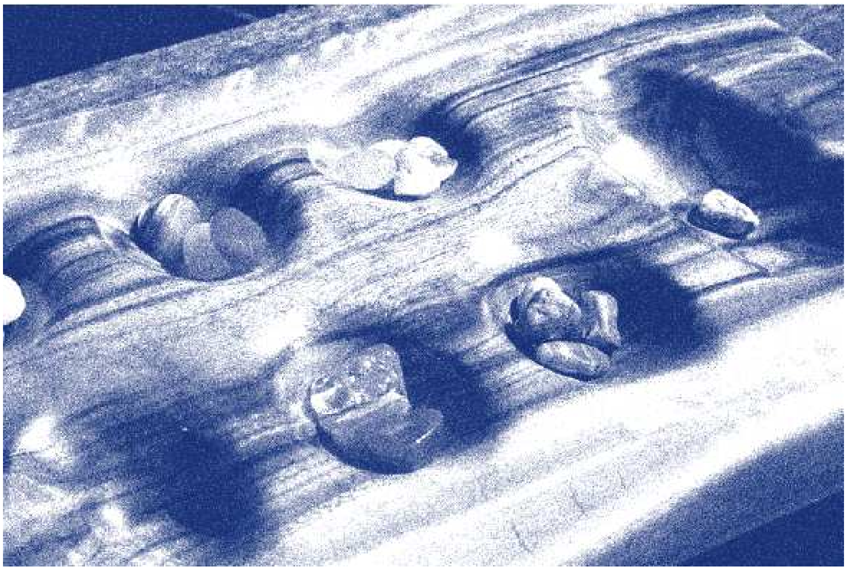
A estátua-retrato do rei Shamba Bolongongo, dos Bakubas, que teria reinado entre 1600 e 1620 d.C., representando-o sentado e tendo à sua frente um tabuleiro de Mancala, é possivelmente a mais antiga escultura de madeira da África Negra que se conhece. Esta pode ser apreciada no British Museum em Londres.

A difusão deste Jogo partiu de uma origem primitiva situada no Egipto ou na Arábia, para a Ásia de oeste para leste, atingindo as Filipinas, e em África de nordeste para oeste e para o sul. Posteriormente foi levado para o continente americano pelos 20 milhões de escravos negros, cujo tráfego se iniciou no século XVI.

A importância destes jogos como fenómeno cultural, só foi reconhecida no final do século XIX com as contribuições de E. B. Taylor e A. C. Haddon, na Inglaterra, e Stewart Culin (1858–1929), na América.

E na Europa, terão os Portugueses sido pioneiros nas referências escritas? A esse respeito diz Elísio Silva, "*É de admitir que nos nossos arquivos históricos relativos ao Ultramar haja referências ao Mancala, que, uma vez identificadas, nos possam conceder o primeiro lugar nas referências escritas por europeus*.". No passado, os jogos Mancala tiveram prerrogativas de carácter mitológico, sagrado, hierárquico e divinatório, que condicionavam a sua prática. Após a gradual liberalização da prática destes jogos assistiu-se a um período de transição, em que uma paixão desregrada escravizava homens e mulheres, que a eles tudo sacrificavam: obrigações, culturas, bens, familiares e até a própria pessoa. Presentemente homens, mulheres e crianças jogam mais como passatempo do que com fins lucrativos, fazendo brilhar a sua perícia e habilidade, em democrática liberdade. Actualmente ocorrem vários campeonatos anuais em Inglaterra, França, Espanha e Canadá.

O Ouri



Os jogos Mancala prestam-se facilmente a análises interessantes e pode-se empreender uma infinidade de investigações, em diferentes níveis de sofisticação Matemática. Estes, constituem um verdadeiro mundo, no qual encontramos organizações, sociedades, campeonatos, inúmeros nomes, regras e tabuleiros dos mais diversificados materiais e países. Pelo que, escolher nome e regras foi um verdadeiro dilema. No entanto e após grande ponderação adoptou-se a designação OURI e as regras oriundas de Cabo Verde pelo facto destas reunirem consenso. Efectivamente, em Cabo Verde, o Jogo é usualmente denominado por Ouri, Ouril, Oril, Ori, Uril, Oro ou Urim e as sementes da ourinzeira por ouris.

Relativamente ao equipamento necessário este é simples e de fácil improvisação: o tabuleiro pode ser feito a partir de caixas de ovos, tigelas ou pequenas formas de cozinha e tanto as sementes como os seixos ou os berlindes são boas peças. Pode-se também jogar ao vivo: os alunos são as peças e os buracos são círculos traçados no recreio da escola.

Regras de Jogo do Ouri

Material

- 48 sementes, pedras, avelãs (qualquer coisa pequena);
- Tabuleiro com 14 buracos;
- Duas pessoas.

Objectivo

O Objectivo do Jogo é recolher mais sementes do que o adversário.

Todas a sementes têm o mesmo valor e vence o jogador que recolher 25 ou mais sementes.

Regras

O Tabuleiro é composto por duas filas de seis buracos aos quais se chamam casas e dois buracos maiores nas extremidades designados por depósitos. Estes depósitos servem para colocar as sementes capturadas ao adversário ao longo do Jogo.

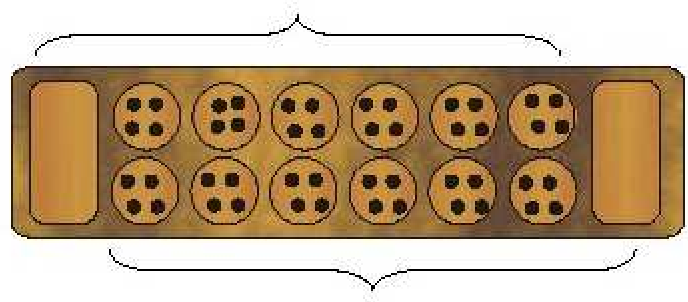
Cada jogador escolhe o seu lado do tabuleiro. Para decidir quem começa, um dos jogadores esconde uma semente numa das mãos, se o outro adivinhar correctamente em que mão está começa o Jogo.

Os jogadores sentam-se frente a frente e o depósito que lhe pertence é o que está à sua direita.

Movimentos

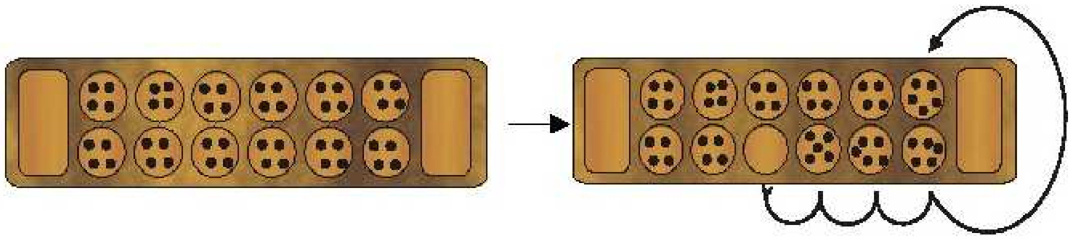
No início do Jogo são colocadas 4 sementes em cada uma das doze casas.

Jogador B

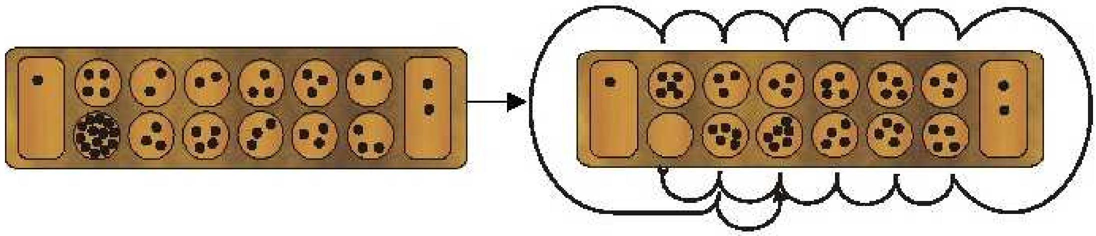


Jogador A

O jogador que abre o Jogo colhe todas as sementes de um dos seus buracos e distribui uma a uma nos buracos seguintes, no sentido anti-horário (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio). Esta regra mantém-se para todas as jogadas.



Se a casa contiver mais do que 12 sementes, o jogador dá uma volta completa ao tabuleiro e saltando a casa de onde partiu.



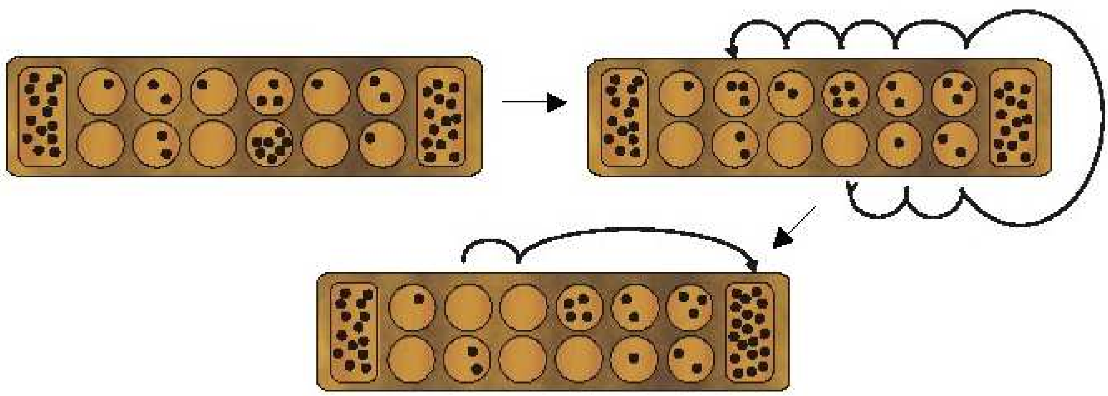
O jogador não pode mexer nas casas que contenham apenas uma semente enquanto tiver casas com mais sementes.

Capturas

A captura é a última parte do movimento:

Se ao depositarmos a última semente numa casa do adversário e esta contenha duas ou três sementes (contando com a semente que acabámos de depositar), podemos capturá-las. Isto é, retiramos todas as sementes e guardamo-las no nosso depósito.

Sempre que as casas anteriores à última tiverem duas ou três sementes e pertençam ao adversário podemos e devemos capturá-las, até que encontremos uma casa que não cumpra alguma destas condições.

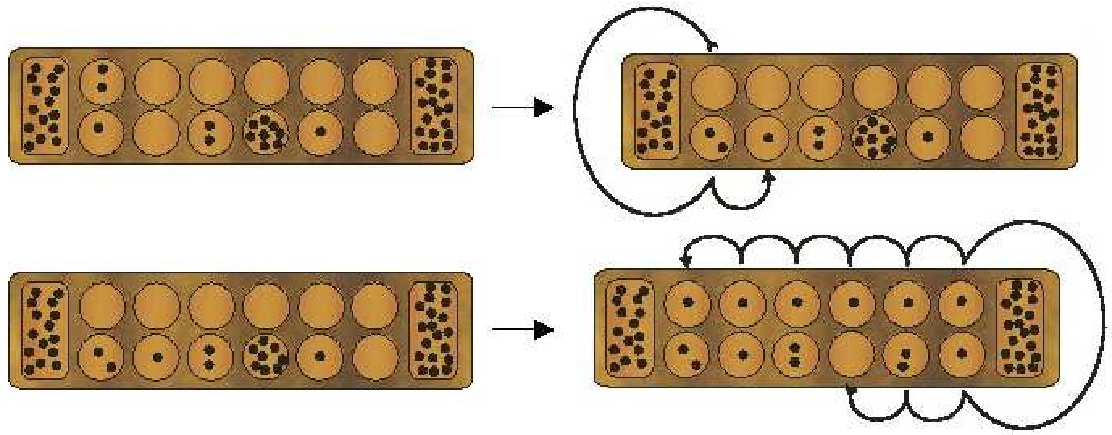


Se ao depositarmos a última semente numa casa do adversário e esta contenha quatro ou mais sementes (contando com a semente que acabámos de depositar), não podemos capturá-las. Passando o Jogo para o adversário.

Regras Suplementares

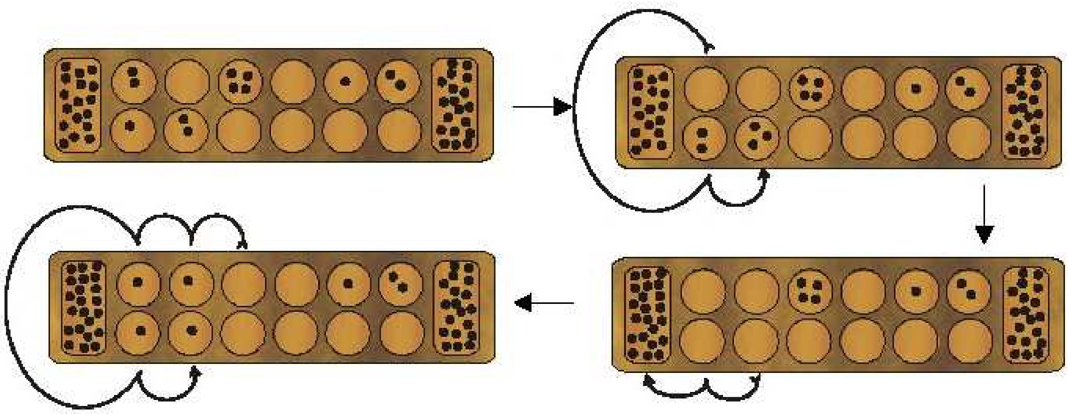
As regras suplementares aplicam-se quando um dos jogadores fica sem sementes:

- Se ao realizar um movimento o jogador fica sem sementes o adversário é obrigado a efectuar um movimento que introduza sementes no seu lado;



- Se um jogador realizar uma captura e deixar o adversário sem sementes, este (jogador que efectuou a captura) vê-se obrigado (no caso de ter sementes que o permitam) a jogar de forma a introduzir sementes nas casas do adversário.

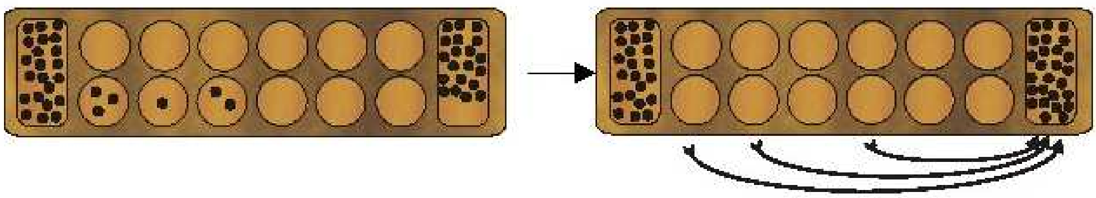
  Nota: Se o jogador não tiver sementes finaliza a partida (ver ponto Fim da Partida).



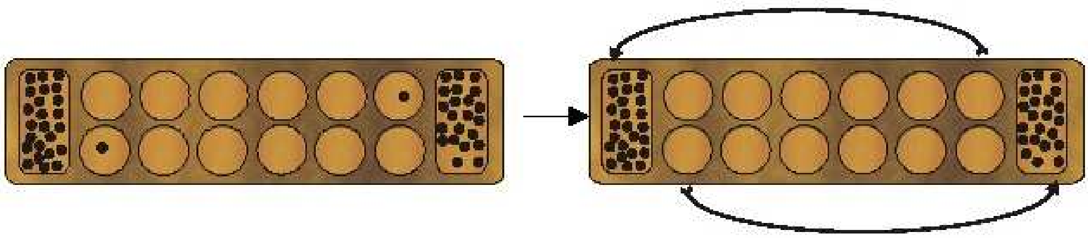
Fim da Partida

Quando um jogador capturar a maioria das sementes — 25 ou mais — a partida finaliza e esse jogador ganha.

Quando um jogador fica sem sementes e o adversário não pode jogar de forma a introduzir sementes nas casas deste jogador, a partida termina e o adversário recolhe as sementes que estão nas suas casas para o seu depósito. Ganha quem tiver um maior número de sementes.



Quando a partida está a finalizar e ficam poucas sementes no tabuleiro criando uma situação que se repete ciclicamente, sem que os jogadores possam ou queiram evitá-lo, cada jogador recolhe as sementes que se encontram nas suas casas e colocam-nas nos respectivos depósitos. Ganha quem tiver mais sementes



Metodologia de Trabalho do Jogo Ouri

O Jogo Ouri foi apresentado aos alunos com recurso de um projector, data show e computador. Foram explicadas as regras de Jogo. Mostrei-lhes um Jogo já elaborado e respectivas peças de Jogo e os tabuleiros de Jogo foram construídos na área curricular disciplinar de Educação Visual, com a ajuda da Professora Lídia Amaral, a quem muito agradeço. Os jogos foram construídos em K-line e as peças de Jogo utilizadas foram pedras de decoração de aquário.

Depois do Jogo concluído, deu-se início ao campeonato inter-turma, onde cada aluno jogou contra todos os seus colegas.

No final apuraram-se os resultados e fez-se avaliação desta actividade.

Como neste Jogo podiam participar os três ciclos do Agrupamento, houve necessidade de construir mais jogos. Dada a complexidade dos elaborados em Educação Visual, optamos por construir mais mas utilizando caixas de 12 ovos e feijões como peças de Jogo.

Os jogos elaborados pela turma foram disponibilizados na Sala de Matemática para que todas as turmas dos 1º, 2º e 3º Ciclos pudessem ter acesso a eles e pudessem efectuar o seu próprio torneio inter-turma. O principal objectivo era proporcionar contacto e treino com o Jogo Ouri para que todos os alunos se pudessem inscrever e participar no CNJM5 a nível de Escola. Ao introduzir o Jogo Ouri na escola pretende-se que os alunos adquiram e desenvolvam em ambiente lúdico e interactivo, e em diferentes contextos (sala de aula, recreio, biblioteca, família, etc.) um conjunto de competências que pensamos relevantes para o desenvolvimento do pensamento matemático:

- A destreza manual, a lateralidade, as noções de quantidade e de sequência, as operações básicas mentais, aquando da aplicação das regras em cada Jogo, por exemplo, o sentido convencional do Jogo — sentido anti-horário;
- O uso de processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples, por exemplo, os conceitos de chance, de eventos aleatórios, de eventos equiprováveis e não-equiprováveis;
- A procura de padrões e regularidades e a formulação de generalizações;

- No contexto numérico, durante o desenvolvimento de cada Jogo de forma a encontrar estratégias ganhadoras.

Em suma, com o Ouri pretende-se promover actividades cooperativas de aprendizagem orientadas para a integração e troca de saberes de uma forma lúdica e em múltiplos contextos.

Assim, com o OURI pretende-se que o aluno seja capaz de:

- Relacionar harmoniosamente o corpo com o espaço, numa perspectiva pessoal e interpessoal;
- Mobilizar saberes culturais e científicos de forma a valorizar as diferentes formas de conhecimento, comunicação e expressão;
- Desenvolver a curiosidade intelectual, do gosto pelo saber, pelo trabalho e pelo estudo;
- Desenvolver a capacidade de adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões;
- Realizar actividades de forma autónoma, responsável e criativa;
- Cooperar com outros em tarefas e projectos comuns.

Opinião Geral dos Alunos

Os alunos gostaram bastante de Jogar o Ouri. Muitos deles, especialmente os de origem PALOP, já conheciam o Jogo, mas com outras regras, muitas vezes regras já alteradas pelo Jogo em família ou com vizinhos. O mais complicado foi conseguir que seguissem as regras estabelecidas pelo Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos. As cores atractivas das peças de Jogo atraiam os mais novos, especialmente os do 1º Ciclo. Aquando de exposições dos Jogos em actividades de Escola ao longo do ano lectivo, este era o Jogo mais solicitado pelos alunos.

Dado o tempo que gastamos na execução deste Jogo, o tempo necessário para treinos e a proximidade da final a nível de Escola, bem como a sua organização, e da Final Nacional, não houve oportunidade de aplicar directamente um inquérito de opinião individual sobre este Jogo.

Grelha de Pontuação do Jogo “Ouri”
Campeonato Inter-Turma

	Aluno A	Aluno B	Aluno C	Aluno D	Aluno E	Aluno F	Aluno G	Aluno H	Aluno I	Aluno J	Aluno K	Aluno L	Aluno M	Aluno N	Aluno O	Aluno P	Aluno Q	Aluno R	Aluno S	Aluno T	Aluno U	Pontuação	Classificação
Aluno A					10		10		10	10	10						10					11	5º
Aluno B							10			10		10	10	10								10	8º
Aluno C				10						10	01	10				10	10		10			10	8º
Aluno D			10												01	10		10				7	14º
Aluno E	10							01			01	01					10					6	17º
Aluno F									01	01				01			10	01				5	18º
Aluno G	10	10						01	10	01		10		10	01	10	10		10		10	20	1º
Aluno H					10	10	10							10	10		10		10		10	11	5º
Aluno I	01						10			01		10			01							7	14º
Aluno J	10	10	01			10	10		10			01					10					10	8º
Aluno K	10		10		10										01			01	10			7	14º
Aluno L		10	01		10		01		10	10				10	10							12	3º
Aluno M		10																				2	20º
Aluno N		10				10	10	01				10			10	10						12	3º
Aluno O				10			10	10	10		10	10		10					10			11	5º
Aluno P			10	10			10							10			10					10	8º
Aluno Q	10		10		01	01	10	01		01						10					10	14	2º
Aluno R				10		10					10								10			5	18º
Aluno S			01				10	10			01				01			01			10	10	8º
Aluno T																						0	21º
Aluno U							10	10									10		10			8	13º

Semáforo

Autor: Alan Parr

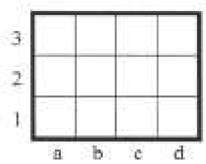
Material

Oito peças verdes, oito amarelas e oito vermelhas partilhadas pelos jogadores.

Objectivo

Ser o primeiro a conseguir uma linha de três peças da mesma cor na horizontal, vertical ou diagonal.

Regras



O Jogo realiza-se no tabuleiro, inicialmente vazio.

Em cada jogada, cada jogador realiza uma das seguintes acções:

Coloca uma peça verde num quadrado vazio;

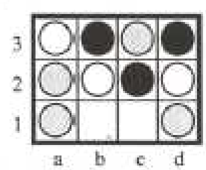
Substitui uma peça verde por uma peça amarela;

Substitui uma peça amarela por uma peça vermelha.

De notar que as peças vermelhas não podem ser substituídas. Isto significa que o Jogo tem de terminar sempre: à medida que o tabuleiro fica com peças vermelhas, é inevitável que surja uma linha de três peças.

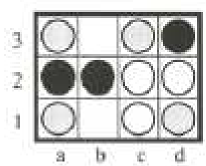
Nos diagramas seguintes usam-se as cores branca, cinzenta e preta para representar respectivamente o verde, o amarelo e o vermelho.

O seguinte diagrama mostra uma posição com três possibilidades de vitória imediata:



1. substituir a peça verde em a3 (cria um três em linha vertical de amarelos);
2. substituir a peça amarela em d1 (cria um três em linha diagonal de vermelhos);
3. largar uma peça verde em c1 (cria um três em linha diagonal de verdes).

O exemplo seguinte é de um fim de partida. Se analisarmos o tabuleiro, verificamos que já só restam duas jogadas que não levam à derrota:



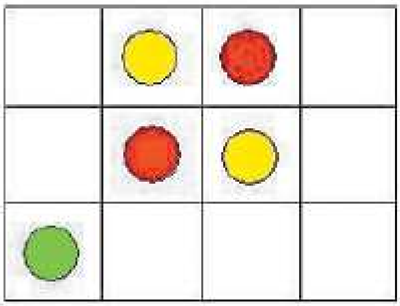
(a) largar uma peça verde em b1;

(b) substituir a peça verde em d2. Isto significa que o jogador seguinte já perdeu. Ao jogar numa dessas opções, o adversário joga na outra.

Análise de um problema

O Jogo usualmente designado por Traffic Lights (em português, Semáforo) foi inventado por Alan Parr em 1998. Engane-se quem pense que é apenas uma versão ligeiramente mais complexa do que o conhecido Jogo do galo. De facto, é um Jogo que exige uma certa precisão de cálculo mesmo em tabuleiros pequenos.

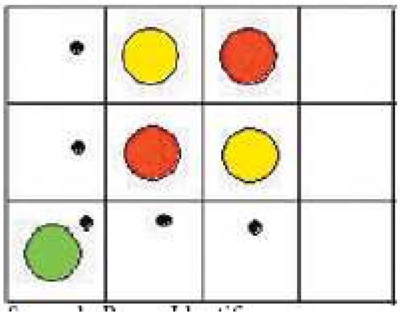
Vejamos, a partir do seguinte exemplo, típicos raciocínios relativos a este Jogo.



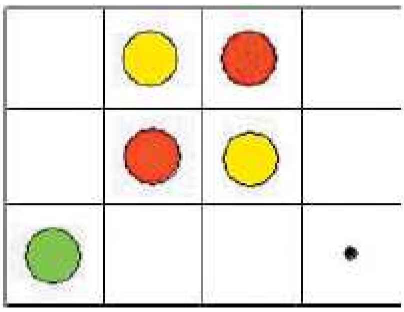
Como jogar e ganhar?

Solução:

Mais do que apresentar meramente a solução, vamos apresentar a forma de raciocínio que nos leva até ela para depois tirar algumas conclusões.

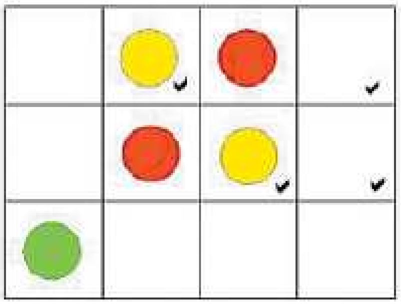


Primeiro Passo: Comecemos por identificar as casas totalmente interditas, isto é, as casas em que não podemos de maneira nenhuma jogar, nem nunca vamos poder.

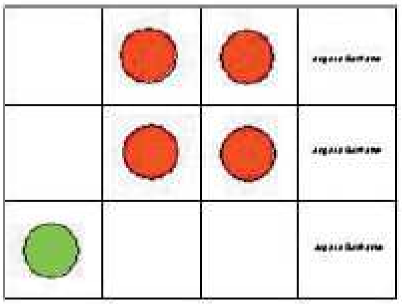


Segundo Passo: Identifiquemos agora as casas temporariamente interditas, isto é, as casas em que não podemos jogar, mas com potencial de ainda poderem vir a estar disponíveis.

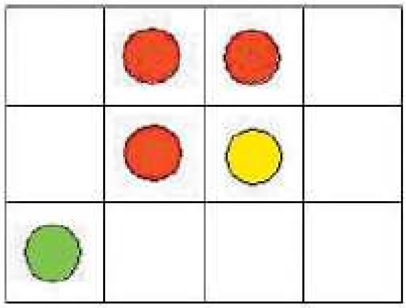
Repare-se que jogando na casa marcada o adversário faz uma linha amarela. No entanto, esta situação pode vir a ser alterada mudando as peças que estão amarelas para vermelhas.



Terceiro Passo: Já estão identificadas as hipóteses possíveis para se efectuar uma jogada.



Podemos pensar o que aconteceria se as peças do meio fossem todas vermelhas e fossemos nós a jogar. Este tipo de hipótese maximal facilita imenso o cálculo de variantes. É fácil ver que nesse caso haveria 3 jogadas ganhadoras, colocando o adversário numa posição de não poder jogar:



Sendo assim, a maneira mais fácil de ganhar o Jogo (mas não única) é mudar uma amarela para vermelha (como se mostra no próximo diagrama).

Repare-se que agora o segundo jogador tem dois tipos de jogadas igualmente perdedoras:

1) Mudar a amarela para vermelha e estamos no caso já visto;

2) Colocar noutra casa que não perca imediatamente e nós mudamos a outra peça amarela para vermelha (reduzindo novamente ao caso já visto).

Conclusões: Apesar deste Jogo ser muito mais de cálculo do que estratégico, a identificação de casas totalmente interditas, temporariamente interditas e a colocação de hipóteses maximais facilita muito o dito cálculo.

Apresentação efectuada pelos alunos em PowerPoint para mostrar aos mais novos, turmas do 1º Ciclo.

Slide 1

Jogo

Semáforo

Slide 2

As Regras Do jogo

São bastante fáceis:

O jogo envolve dois jogadores que vão fazendo uma jogada de cada vez.

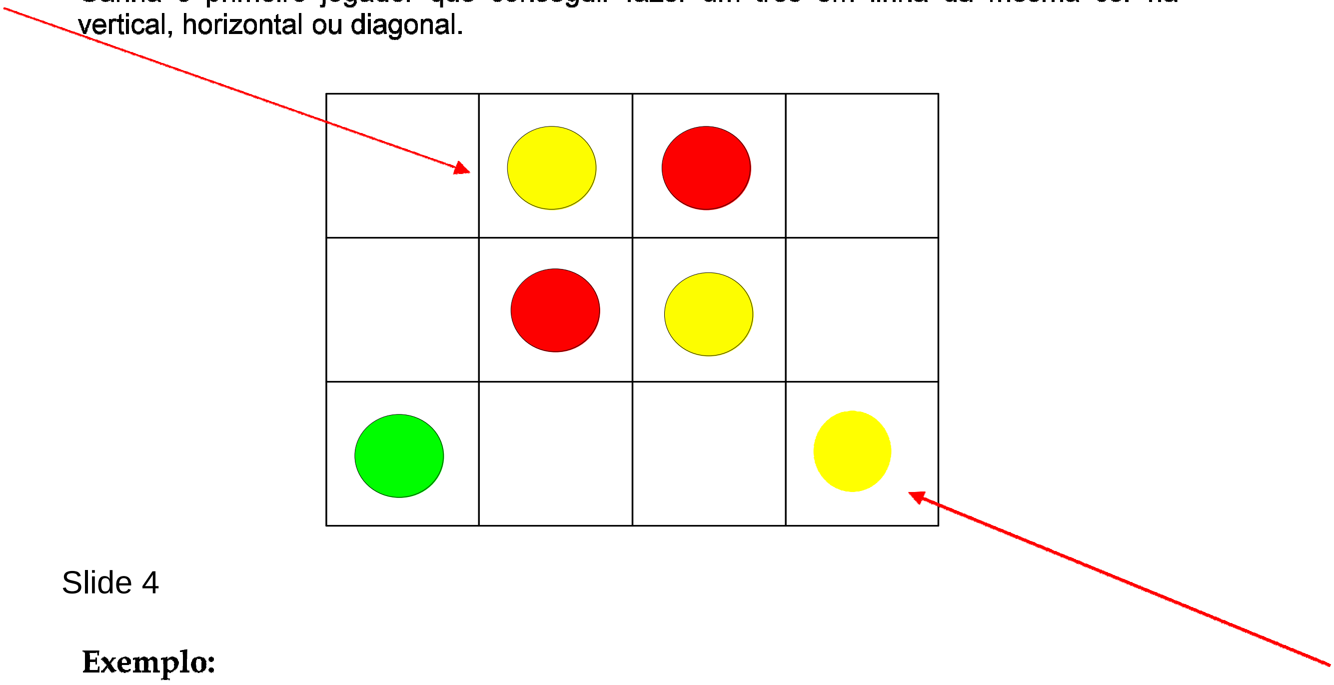
O jogo é jogado num tabuleiro do seguinte tipo (o tamanho pode variar):

Slide 3

Cada jogada pode ser feita de três maneiras:

-ou se larga uma peça verde num quadrado vazio,
-ou se transforma uma peça verde que esteja no tabuleiro numa peça amarela,
-ou se transforma uma peça amarela que esteja no tabuleiro numa peça vermelha.

Ganha o primeiro jogador que conseguir fazer um três em linha da mesma cor na vertical, horizontal ou diagonal.



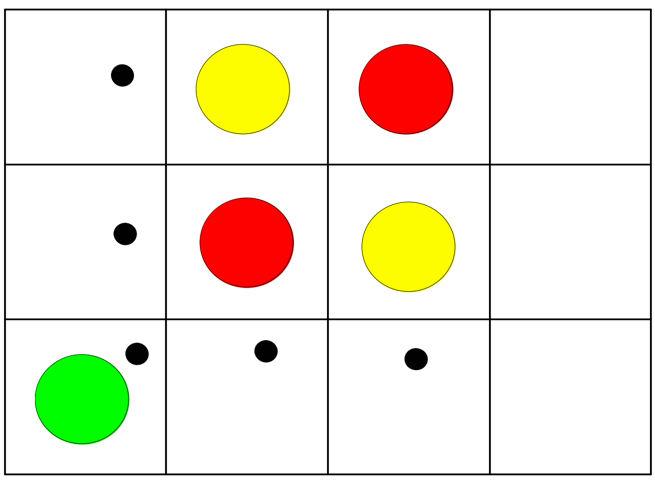
Slide 4

Exemplo:

Mais do que apresentar meramente a solução, vamos apresentar a forma de raciocínio que nos leva até ela para depois tirar algumas conclusões.

Primeiro Passo:

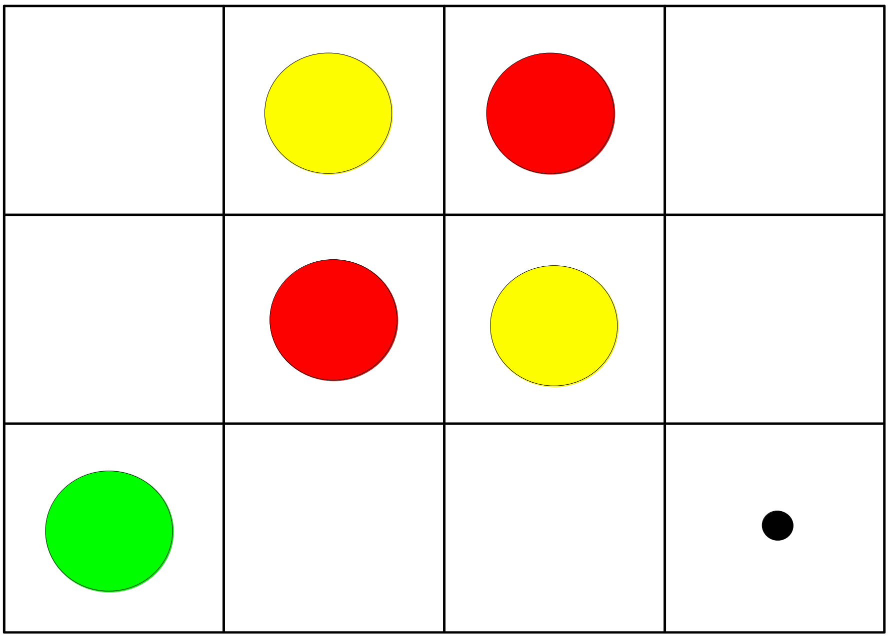
Comecemos por identificar as **casas totalmente interditas**, isto é, as casas em que não podemos de maneira nenhuma jogar, nem nunca vamos poder.



Slide 5

Segundo Passo:

Identifiquemos agora as **casas temporariamente interditas**, isto é, as casas em que não podemos jogar, mas com potencial de ainda poderem vir a estar disponíveis.

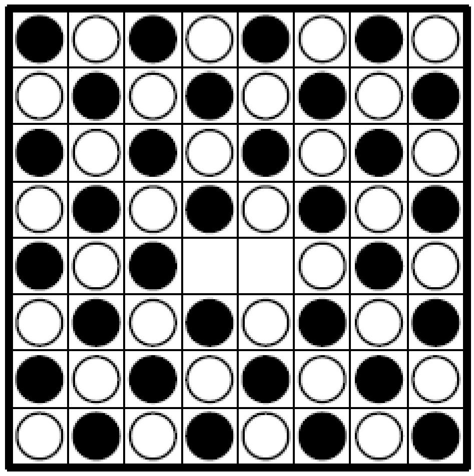


Repare-se que jogando na casa marcada o adversário faz uma linha amarela.

No entanto, esta situação pode vir a ser alterada mudando as peças que estão amarelas para vermelhas.

Konane

Jogo Tradicional do Havai



posição inicial

Material

Um tabuleiro quadrado 8 por 8.

31 peças brancas e 31 pedras negras.

Objectivo

Ganha o jogador que realizar a última jogada.

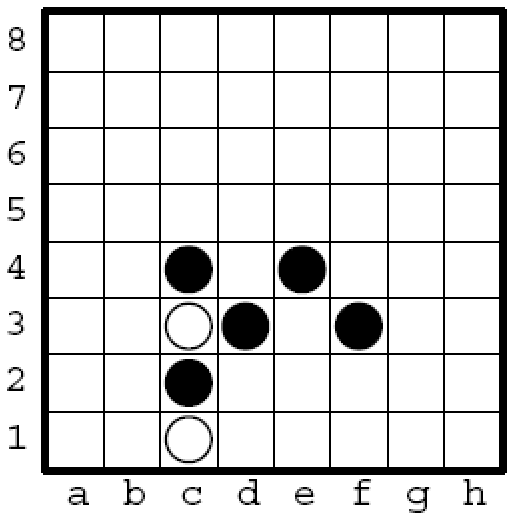
Regras

Cada jogador, alternadamente, move uma peça sua. Começam as Brancas.

Uma peça pode ser movimentada desde que esteja adjacente (na horizontal ou vertical mas não na diagonal) a outra peça adversária e possa saltar por cima desta ficando na casa imediatamente a seguir (que tem de estar desocupada). A peça saltada é capturada e removida do tabuleiro (à semelhança das Damas). Isto significa que devem ocorrer capturas em todos os lances de uma partida de Konane.

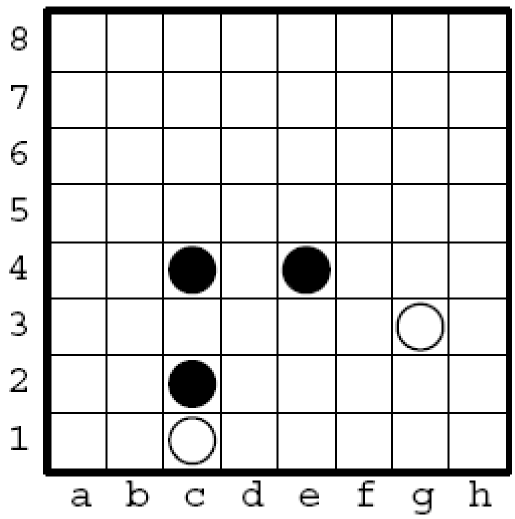
Após uma captura, a peça movimentada pode, opcionalmente e se houver essa possibilidade, continuar a capturar peças adversárias desde que o faça no mesmo sentido (ou seja, não pode alterar a direcção da captura no meio da jogada).

Um exemplo:



É a vez das Brancas no diagrama esquerdo que se segue. A peça branca em c3 tem várias opções de captura: ou se move para c5, saltando e capturando a peça negra em c4; ou se move para e3, capturando d3 e podendo ainda continuar a saltar para g3 (capturando f3). De reparar que, após o salto para e3, não pode alterar de direcção para capturar e4 na mesma jogada.

No diagrama da direita observamos a posição após a captura dupla de d3 e f3 pela peça branca que se situava em c3. Sendo agora a vez das Negras e não tendo elas uma única jogada disponível, o Jogo termina com a vitória das Brancas.



Apresentação efectuada pelos alunos em PowerPoint para mostrar aos alunos mais novos: turmas dos 1º e 2º Ciclos.

Slide 1

Slide 2

Regras

Regras

Cada jogador, alternadamente, move uma peça sua. Começam as Brancas. Uma peça pode ser movimentada desde que esteja adjacente (na horizontal ou vertical mas não na diagonal) a outra peça adversária e possa saltar por cima desta ficando na casa imediatamente a seguir (que tem de estar desocupada). A peça saltada é capturada e removida do tabuleiro (à semelhança das Damas). Isto significa que devem ocorrer capturas em todos os lances de uma partida de Konane. Após uma captura, a peça movimentada pode, opcionalmente e se houver essa possibilidade, continuar a capturar peças adversárias desde que o faça no mesmo sentido (ou seja, não pode alterar a direcção da captura no meio da jogada).

Slide 3

Objectivo

Ganha o jogador que realizar a última jogada.

Slide 4

Material

Um tabuleiro quadrado 8 por 8.
31 peças brancas e 31 pedras negras.

Slide 5

Notas

Jogadas múltiplas são permitidas, desde que sempre na mesma linha ou na mesma coluna.
Perde quem não puder jogar, por não dispor de nenhum lance legal.
O número de peças “capturadas” é irrelevante.

Capítulo IV – Jogos Pedagógicos

Outra área de Jogos que dinamizei com os alunos, neste trabalho de investigação foi a área dos Jogos aos quais chamei Jogos Pedagógicos.

Estes Jogos são maioritariamente baseados em Jogos conhecidos dos alunos ou de autores que já os experimentaram em sala de aula.

Todos têm um suporte programático dos conteúdos referentes ao 9º ano de escolaridade. A planificação desse programa feita por mim e aplicada no meu Agrupamento de Escolas surge a seguir.

Procurei abranger todas as temáticas leccionadas no 9º ano de escolaridade, adaptando jogos, criando outros, seguindo sugestões dos alunos, que se envolveram de tal forma neste Projecto que até Jogos sugeriram.

Neste sentido, trabalhamos o Jogo como até aqui o fizemos em relação aos Jogos do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos.

O Jogo é apresentado ao grupo/turma. Divide-se a turma em grupos de trabalho. O Jogo é construído e depois todos os jogam, em grupos, em pares, individualmente, consoante a natureza do Jogo. Depois procede-se à avaliação de cada Jogo.

Os Jogos desenvolvidos foram:

- Jogo dos 4 Dados - Probabilidades;
- Jogo dos Casos Notáveis da Multiplicação de Binómios;
- Intersecções;
- Dominó de Inequações;
- Loto dos Números Reais;
- DirectInv;
- Tio Papel de Trigonometria.

Agrupamento de Escolas do Bairro Padre Cruz

Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos (Sede de Agrupamento)
Escola Básica do 1º Ciclo nº 167 (Edifício Piteira e Edifício Rio Tejo)
Jardim de Infância

Ano Lectivo 2008/2009

PLANIFICAÇÃO A LONGO PRAZO

MATEMÁTICA – 9º Ano

Número de blocos (de 90 minutos) previstos:

1º Período – 25 (9ºA) 27 (9ºB) blocos

2º Período – 23 blocos

3º Período – 16 blocos

1º Período	Nº de blocos
Apresentação. Critérios de Avaliação. Teste Diagnóstico ………………	1
Cap.1 – Estatística e Probabilidades	5
Cap.2 – Os Números Reais. Inequações	8
Cap.3 – Sistemas de Equações	6
Revisões	2
Avaliação	2
Actividades Extra-Curriculares	1(A)/3(B)
2º Período	
Cap.4 – Proporcionalidade Inversa. Representação Gráfica	5
Cap.5 – Circunferência e Polígonos. Rotações	5
Cap.6 – Equações	8
Revisões	2
Avaliação	2
Actividades Extra-Curriculares	1
3º Período	
Cap.7 – Trigonometria do triângulo rectângulo	5
Cap.8 – Espaço - Outra Visão	5
Revisões	2
Avaliação	2
Actividades Extra-Curriculares	2

Plano Anual a Médio Prazo de Matemática – 9º Ano – Ano Lectivo 2008/2009

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 1 – Estatística e Probabilidades A linguagem das probabilidades: - As probabilidades no dia-a-dia - Termos e conceitos fundamentais Probabilidade de um acontecimento: - Cálculo da probabilidade de um acontecimento - Lei de Laplace - Consequências da definição de probabilidade - Escala de probabilidades - Resolução de problemas Estatística e probabilidades: - Frequência relativa e probabilidade	Reconhecer que em determinados acontecimentos há um grau de incerteza Identificar resultados possíveis numa situação aleatória. Calcular, em casos simples, a probabilidade de um acontecimento como quociente entre número de casos favoráveis e número de casos possíveis. Resolver problemas de probabilidade usando diagramas de Venn, tabelas de dupla entrada e diagramas de árvore. Compreender e usar escalas de probabilidade de 0 a 1 ou de 0% a 100%. Usar conscientemente as expressões "muito provável", "improvável", "certo", "impossível",... Classificar acontecimentos. Compreender e usar a frequência relativa como aproximação da probabilidade.	Leitura de textos em que a linguagem das probabilidades surja como forma de informação; Jogos que desenvolvam o raciocínio e relacionem o vocabulário específico das probabilidades, introduzindo intuitivamente o cálculo das probabilidades; Resolução de exercícios de aplicação dos conteúdos seleccionados.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica. o Moedas, dados, sacos com bolas, etc.	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	5 blocos (de 15 Setembro a 8 Outubro)

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 2 – Os números reais. Inequações Os números reais: - Números racionais - Números irracionais. - Números reais. O conjunto ℝ - Dízimas - Operar com números reais - Relações «<» e «>» em ℝ - A recta real Intervalos de ℝ Inequações: - Resolução de inequações do 1º grau a uma incógnita - Conjuntos definidos por condições.	Relacionar números reais com o tipo de dízima que os representam. Indicar valores aproximados de um dado número real, controlando o erro. Comparar números reais. Interpretar e representar, gráfica e simbolicamente, intervalos de números reais, assim como a intersecção e a reunião de intervalos. Verificar se um número é solução de uma inequação. Resolver inequações do 1º grau a uma incógnita. Identificar conjuntos definidos por uma conjunção ou a reunião de duas condições simples.	Dedução da relação entre o tipo de dízimas e os conjuntos numéricos; Representação de conjuntos de números reais de diferentes formas; Associação da reunião e intersecção de intervalos à conjunção e disjunção de condições; Apresentação de forma intuitiva das regras para resolução de inequações; Resolução de exercícios /problemas de aplicação sobre os conteúdos leccionados.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica.	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	8 blocos (de 16 Outubro a 12Novembro)

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 3 – Sistemas de Equações Equações do 1º grau com duas incógnitas Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas: - Resolução de sistemas pelo método de substituição - Resolução gráfica de sistemas - Resolução de problemas recorrendo a sistemas de equações.	Verificar se um par ordenado é solução de uma equação do 1º grau a duas incógnitas. Encontrar soluções de uma equação do 1º grau a duas incógnitas. Resolver uma equação do 1º grau a duas incógnitas em ordem a uma delas. Traduzir o enunciado de um problema da linguagem corrente para a linguagem Matemática. Verificar se uma par ordenado é solução de um sistema. Reconhecer sistemas equivalentes. Resolver sistemas de equações pelo método de substituição. Interpretar e criticar a solução de um sistema de equações no contexto de um problema. Classificar um sistema de duas equações.	Utilização de equações literais de outras áreas de conhecimento; Fornecer aos alunos problemas reais com várias soluções. Posteriormente introduzir condições que conduzam a uma única solução. Voltar à situação de aprendizagem anterior; Resolução de sistemas pelo método de substituição; Resolução de exercícios de aplicação sobre os conteúdos seleccionados; Resolução gráfica de sistemas.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica; o Computador.	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	6 blocos (de 17 Novembro a 18Dezembro)

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 4 – Proporcionalidade Inversa. Representação Gráfica Proporcionalidade Inversa - Constante de proporcionalidade inversa - Tabelas - Gráficos A proporcionalidade inversa como função $x \rightarrow k/x$, $k \neq 0$ Análise de gráficos que traduzem situações da vida real.	Reconhecer situações de proporcionalidade inversa, indicando a constante de proporcionalidade. Resolver problemas da vida corrente, da Matemática ou de outras ciências que envolvam proporcionalidade inversa. Resolver problemas usando proporcionalidade inversa. Construir tabelas ou gráficos a partir de dados fornecidos. Representar graficamente as funções do tipo $x \rightarrow k/x$ ($k>0$ e $x>0$). Interpretar e explorar gráficos fornecidos.	Exploração de situações reais que envolvam proporcionalidade inversa; Elaboração de uma tabela de comparação de proporcionalidade directa e proporcionalidade inversa; Resolução de exercícios de aplicação sobre os conteúdos seleccionados; Pesquisa de situações do dia-a-dia onde sejam utilizados gráficos.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica; o Computador.	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	5 blocos (de 5 Janeiro a 23 Janeiro)

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 5 – Circunferência e polígonos. Rotações Circunferência Ângulos ao centro. Arcos e cordas correspondentes. Ângulo inscrito num arco de circunferência Simetrias numa circunferência Polígonos - Soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono - Soma das amplitudes dos ângulos externos de um polígono - Polígonos inscritos numa circunferência - Áreas de polígonos regulares Rotações - Do movimento de rotação ao ângulo orientado - Rotações no plano Isometrias	Relacionar as amplitudes dos ângulos ao centro e ângulos inscritos com as amplitudes dos arcos correspondentes. Descobrir amplitudes de outros ângulos cujos lados intersectam uma circunferência. Identificar e traçar eixos de simetria de uma circunferência. Relacionar arcos e cordas compreendidos entre cordas paralelas. Reconhecer que a tangente é perpendicular ao raio no ponto de tangencia. Determinar a soma dos ângulos internos e a soma dos ângulos externos de um polígono convexo. Determinar a área de um polígono regular usando a fórmula: *Ãrea = (perímetro:2) x apótema.* Identificar rotações de polígonos regulares em torno do seu centro. Comparar propriedades das rotações, translações e simetrias axiais. Identificar diferentes isometrias em decorações figurativas.	Realização de uma ficha de exploração utilizando software de Geometria dinâmica (por exemplo Geometer's SketchPad); Dedução das propriedades que relacionam: - Ângulos ao centro e arcos correspondentes; - Ângulos inscritos em arcos de circunferência; - Simetrias numa circunferência; - Arcos e cordas compreendidos entre cordas paralelas; - Recta tangente à circunferência e raio; - Amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo; - Amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo; Resolução de exercícios de aplicação sobre os conteúdos seleccionados; Observação de decorações figurativas; Identificação de isometrias em decorações figurativas; Construção de figuras decorativas utilizando isometrias.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica; o Computador; o Programa de Geometria (Geometer's Sketchpad, etc.).	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	5 blocos (de 26 Janeiro a 13 Fevereiro)

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 6 – Equações Equações do 2º grau: - O que é uma equação do 2º grau? - Equações do 2º grau completas e incompletas Resolução de equações do 2º grau: - Fórmula resolvente - Número de soluções de uma equação do 2º grau. Binómio Discriminante. Problemas do 2º grau	Definir equação do 2º grau. Decompor um binómio ou trinómio em factores, com vista à resolução de equações. Resolver equações do 2º grau, procurando utilizar o processo mais adequado a cada situação (lei do anulamento do produto, fórmula resolvente, noção de raiz quadrada). Traduzir um enunciado de um problema de linguagem corrente para linguagem Matemática. Interpretar e analisar as soluções ou a impossibilidade de uma equação no contexto de um problema.	Revisão da decomposição de um polinómio em factores; Resolução de equações do 2º grau incompletas, recorrendo à Lei do Anulamento do Produto; Introdução da Fórmula Resolvente; Resolução de equações do 2º grau num contexto de problemas.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica.	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	8 blocos (de 16 Fevereiro a 27 Março)

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 7 – Trigonometria do triângulo rectângulo Razões trigonométricas de ângulos agudos: - Seno, Co-seno e Tangente Tabelas de valores naturais e calculadora Resolução de problemas Relações entre as razões trigonométricas do mesmo ângulo	Determinar razões trigonométricas de um dado ângulo agudo (por construção, utilizando tabelas, usando calculadora). Determinar um ângulo agudo conhecida uma das suas razões trigonométricas (por construção, utilizando tabelas, usando calculadora). Procurar estratégias adequadas para determinar distâncias inacessíveis, alturas de edifícios, etc. Determinar uma razão trigonométrica de um ângulo agudo conhecida outra.	Exploração de situações reais que envolvam as noções básicas de trigonometria do triângulo rectângulo; Utilização da calculadora científica para obter as razões trigonométricas de um determinado ângulo; Utilização da Fórmula Fundamental da Trigonometria para investigação de uma razão trigonométrica sendo outra dada.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica.	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	5 blocos (de 14 Abril a 8 Maio)

Temas/Conteúdos	Capacidades Específicas	Metodologias/Situações de Aprendizagem	Recursos / Materiais	Avaliação / Instrumentos	Blocos Previstos
Capítulo 8 – Espaço - Outra visão Sólidos geométricos - Áreas de sólidos geométricos - Esfera Representação no plano de rectas e planos no espaço Critérios de paralelismo e perpendicularidade A geometria Euclidiana - Geometria experimental e indução - Geometria dedutiva	Resolver problemas referentes a áreas e volumes de sólidos geométricos, incluindo esfera. Fazer esboços que representem rectas, planos e sua posição relativa. Relacionar procedimentos da vida corrente com critérios referentes à posição relativa de rectas e planos. Identificar, em modelos concretos, rectas e planos em várias posições relativas. Distinguir axioma de teorema, num determinado contexto.	Revisão dos conceitos abordados no 7º Ano do que respeita à classificação de sólidos, bem como da determinação de áreas e volumes dos mesmos; Resolução de problemas que permitam interligar outros conhecimentos: Teorema de Pitágoras, proporcionalidade, razões trigonométricas; Resolução de problemas de determinação de volumes (tronco de um cone ou pirâmide, relacionar a área e volume de um cilindro com a área e volume de uma pirâmide, etc); Revisão das posições relativas de rectas e planos; Introdução dos critérios de paralelismo entre rectas e planos a partir de situações concretas e intuitivas.	o Fichas de Trabalho; o Quadro e Giz; o Manual; o Retroprojector; o Caderno de Actividades; o Calculadora científica; o Sólidos Geométricos e planificações de sólidos.	Fichas de Actividades; Fichas de Avaliação; Trabalho em grupo; Trabalhos de casa; Participação na aula; Uso de calculadora / computador; Comportamento / Atitudes.	5 blocos (de 11 Maio a 9 Junho)

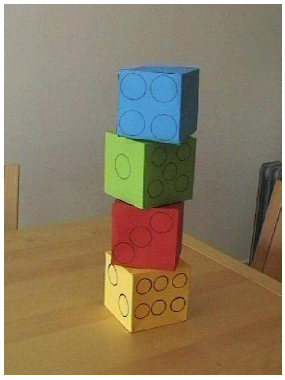
Ficha de Jogo

Nome do Jogo	Jogo dos 4 Dados - Probabilidades
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 1 – Estatística e Probabilidades
Competências Específicas	Reconhecer que em determinados acontecimentos há um grau de incerteza; Identificar resultados possíveis numa situação aleatória; Calcular, em casos simples, a probabilidade de um acontecimento como quociente entre número de casos favoráveis e número de casos possíveis; Compreender e usar escalas de probabilidade de 0 a 1 ou de 0% a 100%; Usar conscientemente as expressões “muito provável”, “improvável”, “certo”, “impossível”, ...; Classificar acontecimentos.
Regras de Jogo	Cada Jogador possui um Dado diferente, construído da seguinte forma: A – 1 dado com seis faces numerados com o número 3; B – 1 dado com quatro faces numeradas com o número 4 e duas faces com o número 0; C – 1 dado com duas faces numeradas com o número 6 e quatro faces com o número 2; D – 1 dado com três faces numeradas com o número 5 e três faces com o número 1. O Jogo é realizado em grupos de 4. A seu turno cada jogador lança o seu dado e regista o número de pontos obtido. O grupo preenche a ficha de trabalho do Jogo e regista as conclusões.
Objectivo	Concluir acerca da ordenação crescente das probabilidades P(A); P(B); P(C) e P(D).

Metodologia de Trabalho do Jogo 4 Dados - Probabilidades

Este Jogo foi sugerido pelo Professor Doutor Jorge Nuno Silva.

A turma é constituída por 22 alunos.



Surgiu um primeiro obstáculo. Como fazer a divisão por grupo?

Coloquei a questão aos alunos que logo apresentaram duas soluções: Hipótese A – 3 grupos com 4 alunos e 2 grupos com 5 alunos; Hipótese B – 4 grupos com 4 alunos e 2 grupos com 3 alunos. Optamos por fazer votação com dedo no ar, da qual resultou: 20 alunos votaram opção B e 1 aluno votou A, estando um aluno a faltar à aula. Ganhou a opção B com 95% dos votos a favor.

Os alunos preferiram fazer a constituição dos grupos por sorteio:

Grupo 1	**Grupo 2**	**Grupo 3**
Aluno A	Aluno E	Aluno I
Aluno B	Aluno F	Aluno J
Aluno C	Aluno G	Aluno K
Aluno D	Aluno H	Aluno L
Grupo 4	**Grupo 5**	**Grupo 6**
Aluno M	Aluno Q	Aluno T
Aluno N	Aluno R	Aluno U
Aluno O	Aluno S	Aluno V
Aluno P		

Cada Grupo recebeu ½ cartolina com as cores: vermelho para o dado A; azul para o dado B; amarelo para o dado C e verde para o dado D.

No quadro um aluno desenhou a planificação do cubo com espaço para recortes e escolhemos as dimensões dos cubos: 10cm de aresta.

Foi também indicada a constituição de cada cubo:

A – 1 dado com seis faces numeradas com o número 3;

B – 1 dado com quatro faces numeradas com o número 4 e duas faces com o número 0;

C – 1 dado com duas faces numeradas com o número 6 e quatro faces com o número 2;

D – 1 dado com três faces numeradas com o número 5 e três faces com o número 1.

Agrupamento de Escolas do
BAIRRO PADRE CRUZ

Jogo dos 4 Dados - Probabilidades

Área de Projecto 9º A

Outubro 2008

Material:

Cartolinas, tesouras, réguas, esquadros e cola.

4 dados diferentes:

A – 1 dado com seis faces numeradas com o número 3;

B – 1 dado com quatro faces numeradas com o número 4 e duas faces com o número 0;

C – 1 dado com duas faces numeradas com o número 6 e quatro faces com o número 2;

D – 1 dado com três faces numeradas com o número 5 e três faces com o número 1.

Tarefa 1

Desenha uma planificação de um cubo com aresta 10cm.

Recorta e constrói o cubo.

Tarefa 2

Cada elemento do grupo escolhe um dos dados A, B, C ou D e desenha-o no seu cubo.

Tarefa 3

Livremente, vamos jogar!

<u>Objectivo</u>: Obter o maior número de pontos.

<u>Regras</u>: lançar o cubo alternadamente e registar o número de pontos saídos. Registar numa tabela e concluir acerca do vencedor em cada lançamento dos 4 dados diferentes.

1º Jogada		2º Jogada		3ª Jogada		4ª Jogada		5ª Jogada	
Dado A		Dado A		Dado A		Dado A		Dado A	
Dado B		Dado B		Dado B		Dado B		Dado B	
Dado C		Dado C		Dado C		Dado C		Dado C	
Dado D		Dado D		Dado D		Dado D		Dado D	
Vencedor		Vencedor		Vencedor		Vencedor		Vencedor	

Tarefa 4

Qual o Jogador que parece ter maior probabilidade de ganhar?

Será que é mesmo assim?

Vamos investigar!

Tarefa 5

O que pode acontecer com o jogador A? Classifica esse acontecimento.

Qual a probabilidade de ganhar o Jogador A?

Qual dos jogadores tem maior probabilidade de ganhar do que o A?

Tarefa 6

O que pode acontecer com o jogador B? Classifica esses acontecimentos.

Qual a probabilidade de ganhar o jogador B?

Qual dos jogadores tem maior probabilidade de ganhar do que o B?

Tarefa 7

O que pode acontecer com o jogador C? Classifica esses acontecimentos.

Qual a probabilidade de ganhar o jogador C?

Qual dos jogadores tem maior probabilidade de ganhar do que o C?

Tarefa 8

O que pode acontecer com o jogador D? Classifica esses acontecimentos.

Qual a probabilidade de ganhar o jogador D?

Qual dos jogadores tem maior probabilidade de ganhar do que o D?

Tarefa 9

Formula uma conjectura acerca da ordenação crescente das probabilidades P(A); P(B); P(C) e P(D).

Conclusões importantes:

Bom Trabalho!

Patrícia Marques

Alunos

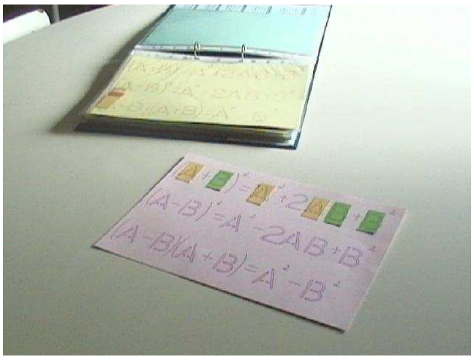
____ n.º _____

____ n.º _____

____ n.º _____

____ n.º _____

Ficha de Jogo



Nome do Jogo	Jogo dos Casos Notáveis da Multiplicação de Binómios
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 2 – Os números reais. Inequações
Competências Específicas	Calcular o valor exacto de expressões com números reais.
Material por Aluno	Tabuleiro com as três fórmulas dos casos notáveis conhecidas dos alunos $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$ $(A-B)(A+B)=A^2-B^2$ 6 fichas rectangulares (3 de cada cor) Lápis e borracha.
Regras de Jogo	Cada Jogador possui um tabuleiro de Jogo individual, composto pelos três casos notáveis da multiplicação de binómios e seis fichas rectangulares, três de cada cor, três com a letra A e três com a letra B. Cada aluno identifica A e B e preenche no verso de cada ficha com o número real correspondente. Em seguida coloca cada ficha no seu lugar no tabuleiro de Jogo, escolhendo o caso notável que tem de aplicar, transcreve para o seu caderno diário ou para a ficha de trabalho e resolve o exercício.
Objectivo	Simplificar expressões com valores exactos de números reais.

Jogo dos Casos Notáveis da Multiplicação de Binómios

Material (por aluno):

Tabuleiro com as três fórmulas dos casos notáveis conhecidas dos alunos

$(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$

$(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$

$(A-B)(A+B)=A^2-B^2$

6 fichas rectangulares (3 de cada cor)

Lápis e borracha.

Objectivo:

Calcular o valor exacto de expressões com números reais.

Regras de Jogo:

Lê o exercício proposto.

Escolhe o caso notável que mais se adequa ao exercício que tens de resolver.

Identifica A e B, e escreve a lápis nos 3 rectângulos com a mesma cor o valor de A. Nos outros 3 rectângulos da outra cor escreve a lápis o valor de B.

Copia o exercício para o teu caderno diário, resolve aplicando o caso notável que escolheste e simplifica a expressão, não esquecendo que se pretende o seu valor exacto.

Em caso de dúvida, chama a professora.

Quando acabares, apaga o que escreveste a lápis nas 6 fichas coloridas e resolve outro exercício.

Exercícios:

Calcula o valor exacto de:

a) $(\sqrt{11}-1)^2$

b) $(5+2\sqrt{3})^2$

c) $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$

d) $(\sqrt{7}-1)^2$

e) $(2-\sqrt{10})(2+\sqrt{10})$

f) $(3+\sqrt{5})^2$

g) $(\sqrt{6}+2)^2$

h) $\left(3\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)^2$

i) $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$

j) $(-2-2\sqrt{2})^2$

k) $(\sqrt{2}-\sqrt{20})(\sqrt{2}+\sqrt{20})$

l) $\left(\frac{3}{5}-\sqrt{7}\right)^2$

Bom Jogo!

Patrícia Marques

Ficha de Jogo

Nome do Jogo	Outra Aplicação do Jogo dos Casos Notáveis da Multiplicação de Binómios
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 6 – Equações
Competências Específicas	Decompor um binómio ou trinómio em factores, com vista à resolução de equações.
Material por Aluno	Tabuleiro com as três fórmulas dos casos notáveis conhecidas dos alunos $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$ $(A-B)(A+B)=A^2-B^2$ 6 fichas rectangulares (3 de cada cor) Lápis e borracha.
Regras de Jogo	Lê o exercício proposto. Escolhe o caso notável que mais se adequa ao exercício que tens de resolver. Identifica A e B, e escreve a lápis nos 3 rectângulos com a mesma cor o valor de A. Nos outros 3 rectângulos da outra cor escreve a lápis o valor de B. Copia o exercício para o teu caderno diário e resolve-o aplicando o caso notável que escolheste. Em caso de dúvida, chama a professora. Quando acabares, apaga o que escreveste a lápis nas 6 fichas coloridas e resolve outro exercício.
Objectivo	Utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios na resolução de equações do 2º grau.

Outra Aplicação do
Jogo dos Casos Notáveis da Multiplicação de Binómios

Tarefa 1

Relembrando os casos notáveis da multiplicação de binómios, resolve:

1) Simplifica e coloca as equações do 2º grau na forma canónica.

1.1) $(x+3)^2=7$ 1.2) $5x^2 + x=(2x-7)^2$ 1.3) $(x-5)(x+5)=0$

2) Factoriza cada uma das equações do 2º grau.

2.1) $x^2+4x+4=0$ 2.2) $x^2-16x+64=0$ 2.3) $9x^2-36=0$

Tarefa 2

Utilizando os cartões de Jogo com os casos notáveis da multiplicação de binómios, resolve:

1) Simplifica e coloca as equações do 2º grau na forma canónica.

1.1) $(x+3)^2=7$ 1.2) $5x^2 + x=(2x-7)^2$ 1.3) $(x-5)(x+5)=0$

2) Factoriza cada uma das equações do 2º grau.

2.1) $x^2+4x+4=0$ 2.2) $x^2-16x+64=0$ 2.3) $9x^2-36=0$

Opinião: Escolhe apenas uma opção.

1) Foi mais fácil resolver: (A) Tarefa 1 (B) Tarefa 2

2) Qual o grau de utilidade das tabelas com os casos notáveis:

(A) Nada útil

(B) Ajuda um pouco

(C) Facilita a resolução

(D) Muito útil. Torna mais simples a resolução da tarefa.

Bom Jogo!

Patrícia Marques

Análise das respostas dos alunos pela Professora, comparando as tarefas 1 e 2

Exercício 1

Aluno 1 - Maior facilidade no cálculo do quadrado do primeiro termo na tarefa 2.

Aluno 2 – Errou as três alíneas na tarefa 1. Acertou 1.1 e 1.3 na tarefa 2. Apenas errou na escrita na forma canónica pois não trocou os sinais ao mudar os termos de membro.

Aluno 3 – Resolve apenas 1.1 na tarefa 1 e erra. Resolve as três alíneas na tarefa 2 e erra.

Aluno 4 – Resolve 1.1 e 1.2 na tarefa 1 não aplicando os casos notáveis e erra. Ao resolver a tarefa 2 já consegue aplicar os casos notáveis, acertando 1.1.

Aluno 5 – Acertou apenas 1.3 na tarefa 1. Na tarefa 2 acertou 1.1. e 1.3.

Aluno 6 – Não resolve na tarefa 1 nem na tarefa 2.

Aluno 7 – Erra as três alíneas na tarefa 1. Acerta 1.3, não resolve 1.2 e aplica o caso notável em 1.1 de forma correcta, não simplificando a equação.

Aluno 8 – Erra 1.1 e 1.2 na tarefa 1 e não resolve 1.3. Na tarefa 2 acerta 1.1 e 1.3, faz o mesmo erro em 1.2, esquecendo-se do termo do meio na aplicação do caso notável.

Aluno 9 – Resolve apenas 1.1 na tarefa 1 e erra. Resolve 1.1 e 1.2 na tarefa 2, escolhendo bem os casos notáveis a aplicar mas errando processos básicos de cálculo mental. Não resolve 1.3.

Aluno 10 – Resolve 1.1 e 1.2 na tarefa 1 e erra. Não resolve 1.3. Na tarefa 2 escolhe os casos notáveis correctos para cada alínea mas erra ao aplicá-los.

Aluno 11 – Aplica os casos notáveis correctos em 1.1 e 1.3 na tarefa 1 mas não simplifica as equações. Na tarefa 2 resolve correctamente 1.1 e 1.3 e escolhe correctamente o caso notável em 1.2 mas não aplica de forma correcta realizando erros de cálculo algébrico.

Aluno 12 – Na tarefa 1 resolve apenas 1.1 e erra. Na tarefa 2 resolve as três alíneas mas incorrectamente.

Aluno 13 – Resolve apenas 1.1 na tarefa 1 e erra. Resolve 1.1 na tarefa 2 e acerta na íntegra. Tenta resolver 1.2 e 1.3 mas não consegue.

Aluno 14 – Tenta resolver todas as alíneas na tarefa 1 mas incorrectamente. Na tarefa 2 acerta 1.1, enganando-se apenas no cálculo do quadrado do segundo termo e aplica erradamente os casos notáveis nas outras duas alíneas, apesar de conseguir identificá-los de forma correcta.

Aluno 15 – Resolve apenas 1.1 e 1.2 mas de forma errada, sem sequer aplicar os casos notáveis nem a multiplicação de binómios, na tarefa 1. Na tarefa 2 resolve as três alíneas acertando na íntegra 1.1 e 1.3 e errando apenas as regras de resolução de equações em 1.2.

Aluno 16 – Não resolve este exercício na tarefa 1 e tenta resolver as três alíneas na tarefa 2 mas de forma incorrecta.

Aluno 17 – Aplica correctamente o caso notável em 1.1 e 1.3 na tarefa 1 e erra 1.2. Na tarefa 2 aplica incorrectamente em 1.1 e 1.2 e efectua erros de cálculo em 1.3.

Aluno 18 – Na tarefa 1 escolhe o caso notável correcto em 1.1, enganando-se apenas no cálculo do dobro de 3x, não resolve 1.2 e acerta 1.3 embora resolva pela multiplicação de binómios com a propriedade distributiva e sem usar os casos notáveis. Na tarefa 2 escolheu os casos notáveis apropriados em 1.1 e 1.2, errando pequenos cálculos algébricos básicos. Em 1.3 resolveu de igual forma à tarefa 1.

Exercício 2

Aluno 1 - Não resolve

Aluno 2 – Não resolve na tarefa 1. Resolve e acerta 2.1 e 2.2 na tarefa 2. Confundiu os casos notáveis em 2.3, escolheu o 2º em vez do 3º.

Aluno 3 – Não resolve a tarefa 1. Resolve as três alíneas na tarefa 2 e erra.

Aluno 4 – Não resolve este exercício na tarefa 1. Tenta resolver na tarefa 2 mas sem conseguir aplicar o inverso dos casos notáveis.

Aluno 5 – Errou 2.1 e 2.2 na tarefa 1 e não resolveu 2.3. Na tarefa 2 acertou 2.1, errou 2.3 e na 2.2 só trocou o sinal do termo do meio.

Aluno 6 – Não resolve na tarefa 1 nem na tarefa 2.

Aluno 7 – Erra 2.1 e 2.2 na tarefa 1 e não resolve 2.3. Na tarefa 2 não resolve 2.1 nem 2.3 e tenta aplicar os casos notáveis em 2.2, errando.

Aluno 8 – Não resolve este exercício na tarefa 1. Acerta 2.1 e 2.2 na tarefa 2 e erra 2.3 por confusão do 2º caso notável com o 3º.

Aluno 9 – Não resolve o exercício 2 na tarefa 1 mas resolve as três alíneas na tarefa 2 acertando 2.1 e 2.2 e erra 2.3 por confusão do 2º caso notável com o 3º.

Aluno 10 – Não resolve este exercício na tarefa 1 e tenta resolver na tarefa 2 mas erra todas as alíneas.

Aluno 11 – Não resolve este exercício nem na tarefa 1 nem na tarefa 2.

Aluno 12 – Não resolve este exercício nem na tarefa 1 nem na tarefa 2.

Aluno 13 – Não resolve este exercício na tarefa 1 e tenta resolver na tarefa 2, 2.1 e 2.2 mas erra as alíneas e não tenta 2.3.

Aluno 14 – Não resolve este exercício na tarefa 1 mas tenta resolver na tarefa 2, escolhendo correctamente os casos notáveis em cada alínea mas não os aplicando.

Aluno 15 – Não resolve este exercício na tarefa 1 e resolve e acerta as três alíneas na tarefa 2.

Aluno 16 – Não resolve este exercício na tarefa 1 e tenta resolver as três alíneas na tarefa 2 mas de forma incorrecta.

Aluno 17 - Não resolve este exercício na tarefa 1 e acerta 2.1 e 2.2 na tarefa 2 e em 2.3 apenas se engana no primeiro termo, escolhendo acertadamente o caso notável a aplicar.

Aluno 18 – Acerta 2.1 e não resolve mais nenhuma alínea na tarefa 1. Na tarefa 2 acerta todas as alíneas.

Opinião

1) Foi mais fácil resolver: (A) Tarefa 1 (B) Tarefa 2

Aluno 1- Não responde

Aluno 2 – B

Aluno 3 – A

Aluno 4 – B

Aluno 5 – A

Aluno 6 – Não responde

Aluno 7 – Não responde

Aluno 8 – B

Aluno 9 – B

Aluno 10 – A

Aluno 11 – B

Aluno 12 – Não responde

Aluno 13 – 1

Aluno 14 – A

Aluno 15 – B

Aluno 16 – B

Aluno 17 – B

Aluno 18 - A

2) Qual o grau de utilidade das tabelas com os casos notáveis:

(A) Nada útil

(B) Ajuda um pouco

(C) Facilita a resolução

(D) Muito útil. Torna mais simples a resolução da tarefa.

Aluno 1 – Não responde

Aluno 2 – C

Aluno 3 – C

Aluno 4 – D

Aluno 5 – C

Aluno 6 – Não responde

Aluno 7 – Não responde

Aluno 8 – C

Aluno 9 – D

Aluno 10 – B

Aluno 11 – B

Aluno 12 – Não responde

Aluno 13 – B

Aluno 14 – D

Aluno 15 – D

Aluno 16 – B

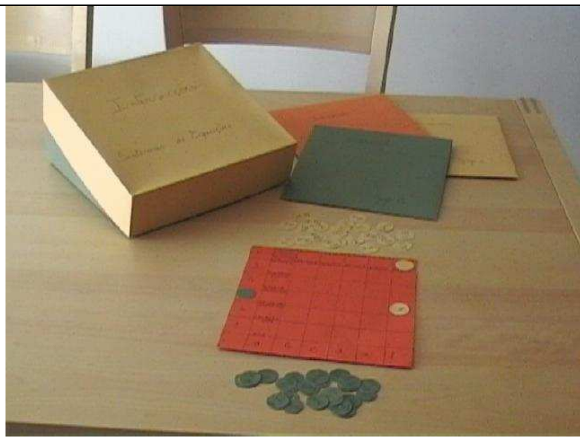
Aluno 17 – C

Aluno 18 – C

De maneira geral, os alunos sentiram-se mais à vontade na resolução destes dois exercícios com o apoio das tabelas com os casos notáveis da multiplicação de binómios e procedendo como se de um Jogo solitário / individual se tratasse. É de referir que os alunos sentiram bastantes dificuldades ao realizarem estas tarefas devido à falta de pré-requisitos de conhecimentos de anos anteriores e ao baixo nível de aprendizagem verificado na turma ao longo do ano lectivo, não só na disciplina de Matemática mas em quase todas as áreas curriculares. Verifiquei ainda que a maioria dos alunos que reponderam à opinião 1 "A", o fizeram por má interpretação da questão, pensando que a tarefa 1 era o exercício 1 e a tarefa 2 o exercício 2. Mesmo assim, oito alunos respondem "tarefa 2" contra 5 que respondem "tarefa 1", um aluno que não responde correctamente deixando dúvidas sobre a sua intenção de resposta "1", e 4 alunos que não respondem. Seis alunos consideram que as tabelas facilitam a resolução, quatro alunos consideram muito útil, tornando mais simples a resolução da tarefa, quatro alunos consideram que ajuda um pouco e quatro alunos não respondem a esta questão, sendo os mesmos que não responderam à opinião anterior. Pareceu-me que estes quatro alunos não se aperceberam do inquérito de opinião final e por isso não responderam. O balanço é bastante positivo e como professora pareceu-me que os alunos se sentiram mais confiantes na resolução destes exercícios usando as referidas tabelas como Jogo. Mais uma vez concluo que a aprendizagem pelo Jogo tem maior impacto e sucesso junto dos alunos, aumentando o gosto e o desafio pela aquisição de competências.

Ficha de Jogo

Nome do Jogo	Intersecções
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 3 – Sistemas de Equações
Competências Específicas	Verificar se um par ordenado é solução de uma equação do 1º grau a duas incógnitas; Encontrar soluções de uma equação do 1º grau a duas incógnitas; Resolver uma equação do 1º grau a duas incógnitas em ordem a uma delas; Verificar se uma par ordenado é solução de um sistema Reconhecer sistemas equivalentes; Resolver sistemas de equações pelo método de substituição; Classificar um sistema de duas equações
Material por Aluno	Quadrado 6 por 6, onde existirão equações do 1º grau com duas incógnitas em cada célula da coluna a e da linha 6, com excepção da célula a6 que nunca poderá ser ocupada por nenhuma peça de Jogo. Existirão 25 sistemas diferentes, com as combinações diferentes entre as 5 equações da coluna (a) com as 5 equações da linha (6), uma a uma, isto é, $5 \times C_1^5$ =25. Duas peças iniciais de Jogo, uma negra e outra branca, 25 peças brancas e 25 peças negras, cada uma com uma das 25 soluções dos 25 sistemas, repetidas, excepto na cor.



Regras de Jogo	No início do Jogo, as Negras colocam uma peça na coluna da esquerda (a) e as Brancas uma peça na linha superior (6). Ao longo do Jogo nunca se pode ocupar a casa (a6). As Brancas, após a colocação da sua peça, colocam outra peça branca na intersecção da linha com a coluna das duas peças iniciais. Esta peça terá que conter a solução do sistema criado pela intersecção das duas equações, uma da célula da coluna (a) onde está a peça negra e outra da célula da linha (6) onde está a peça branca. Se o adversário, neste caso o jogador das peças Negras, detectar que o Jogador das peças Brancas se enganou na solução, pode trocar a peça branca do adversário por uma peça negra sua com a solução correcta. Em cada turno, cada jogador faz deslizar a sua peça inicial (na vertical para as Negras, na horizontal para as Brancas) e coloca uma peça da sua cor na respectiva intersecção com a solução que considera correcta para o sistema de equações. O jogador é obrigado a jogar para uma intersecção que tenha um quadrado vazio. Se não existirem quadrados vazios, pode jogar para uma intersecção ocupada por uma peça que muda de cor, caso a solução estivesse errada (se era branca, torna-se negra e vice-versa). Caso contrário, passa a jogada, isto é, se um jogador não puder colocar uma peça por a intersecção já estar preenchida com a solução correcta, passa a vez. As peças iniciais não podem deslizar para o canto superior esquerdo (ou seja, para o quadrado a6).

Objectivo	O objectivo deste Jogo é conseguir um quatro em linha na vertical, horizontal ou diagonal. Ganha o Jogador que atingir o objectivo em primeiro lugar. Caso nenhum jogador consiga obter um quatro em linha, o objectivo deste Jogo passa a ser conseguir um maior número de casas com a sua cor e soluções correctas. Ganha o Jogador que tiver mais casas da sua cor com respostas correctas para a solução dos sistemas respectivos. Se nenhum jogador obtiver um quatro em linha e caso os dois jogadores nunca se enganem e nunca percam nenhuma peça para o adversário, ou em caso de empate, na última jogada, o jogador a colocar a peça em primeiro lugar com a sua cor é aquele que descobrir a solução em primeiro lugar, por resolução do sistema ou por verificação da solução. Ganha o jogador que colocar a peça com a solução correcta em primeiro lugar.

Exemplo de equações do 1º grau a duas incógnitas e respectivas soluções a colocar nas fichas pretas e brancas.

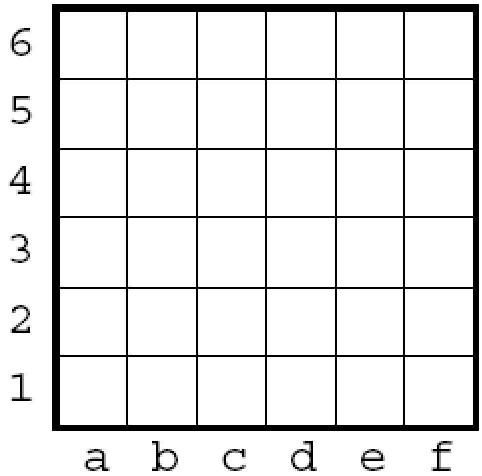
6		**2x-3y=8**	**y+2=x-3**	**2x-2y=8**	**x-3y=0**	**x+y=-1**
5	**4x+y=2**	(1;-2)	(7/5;-18/5)	(6/5;-14/5)	(6/13;2/13)	(1;-2)
4	**x+1=y-2**	(-17;-14)	Ø	Ø	(-9/2;-3/2)	(-2;1)
3	**2x+y=0**	(1;-2)	(5/3;-10/3)	(4/3;-8/3)	(0;0)	(1;-2)
2	**x-3=y+1**	(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	(3/2;-5/2)
1	**2x+y=1**	(11/8;-7/4)	(2;-3)	(5/3;-7/3)	(3/7;1/7)	(2;-3)
	a	b	c	d	E	f

Vejamos o seguinte Jogo, retirado de *Jogos Matemáticos, Jogos Abstractos*, de João Pedro Neto e Jorge Nuno Silva.

Chama-se **Intersecções** e é de Autor desconhecido.

Para executar este Jogo necessitamos do material:

Um tabuleiro quadrado de 6 linhas por 6 colunas, como o que se segue, 20 peças brancas e 20 peças negras.



Define-se Intersecção como a célula que intersecta a linha e a coluna das 2 peças originais.

Regras de Jogo

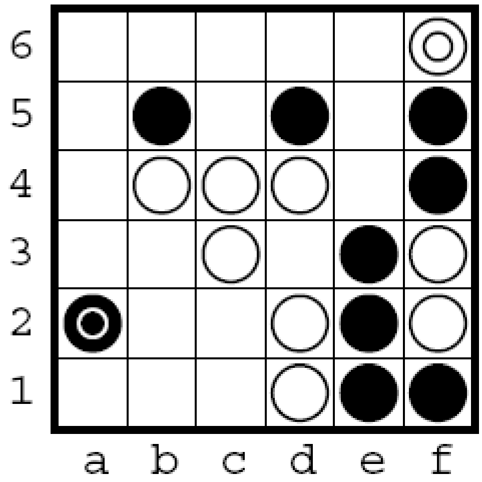
No início do Jogo, as Negras colocam uma peça na coluna da esquerda (a) e as Brancas uma peça na linha superior (6). Ao longo do Jogo nunca se pode ocupar a casa (a6). As Brancas, após a colocação da sua peça, colocam outra peça branca na intersecção da linha com a coluna das duas peças iniciais. Em cada turno, cada jogador faz deslizar a sua peça inicial (na vertical para as Negras, na horizontal para as Brancas) e coloca uma peça da sua cor na respectiva intersecção. O jogador é obrigado a jogar para uma intersecção que tenha um quadrado vazio. Se não existirem quadrados vazios, pode jogar para uma intersecção ocupada por uma peça que muda de cor (se era branca, torna-se negra e vice-versa). As peças iniciais não podem deslizar para o canto superior esquerdo (ou seja, para o quadrado a6).

O objectivo deste Jogo é conseguir um quatro em linha na vertical, horizontal ou diagonal. Ganha o Jogador que atingir o objectivo em primeiro lugar.

Conforme referem os autores, este Jogo é extremamente táctico, não havendo espaço nem tempo para uma estratégia a prazo. É necessário manter as linhas abertas de modo a aumentar o número de possibilidades de conseguir um quatro em linha que garanta a vitória.

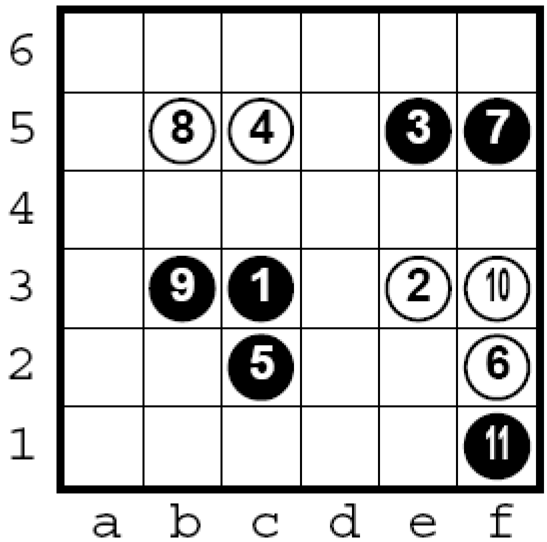
O jogador que desliza pelas colunas deve evitar ter linhas quase preenchidas (e vice-versa), porque isso cria situações onde o adversário pode trocar as cores das peças já existentes no tabuleiro (por já não haver quadrados vazios para jogar). Dado ser obrigatório jogar para intersecções vazias, é comum no meio do Jogo ocorrerem posições onde é possível forçar o adversário a uma sequência que garanta a vitória. Observamos uma situação dessas no diagrama seguinte:

As peças iniciais estão marcadas com um círculo. É o turno das Brancas, que só podem mover-se para a coluna b ou c. Se jogarem para a coluna c (c6), colocando uma peça em c2, as Negras podem forçar a vitória movendo-se para a5 e colocando uma peça negra em c5. As Brancas são forçadas a jogar para e6 e colocar uma peça branca em e5 (o único quadrado vazio disponível), a partir do qual as Negras ganham movendo-se para a4 e colocando uma peça em e4, realizando um quatro em linha vertical.



Segue-se a descrição de uma partida onde começaram as Brancas, colocando a peça inicial em c6, e as Negras a sua em a3, colocando uma peça negra na intersecção c3. De seguida, as Brancas fazem deslizar a sua peça para e6, colocando uma peça em e3. As Negras deslizam para a5 e colocam uma peça negra em e5. As Brancas deslizam para c6 e colocam uma peça branca em c5. As Negras deslizam para a2 e colocam uma peça negra em c2. As Brancas deslizam para f6 e colocam uma peça branca em f2. As Negras deslizam para a5 e colocam uma peça negra em f5. As Brancas deslizam para b5 e colocam uma peça branca em b5. As Negras deslizam para a3 e colocam uma peça negra em b3. As Brancas deslizam para f6 e colocam uma peça branca em f3.

Na posição do diagrama seguinte, o movimento 11 das Negras é o único admissível, dado que jogar em f4 daria uma vitória imediata às Brancas em d4. Porém, na posição actual, as Brancas podem ganhar deslizando para c6, e colocando uma peça branca em c1. Deste modo, as Negras são obrigadas a jogar para a4 e a colocar uma peça negra em c4 (único quadrado vazio nessa coluna), o que permite às Brancas mover-se para d6 e colocar uma peça branca em d4 e ganhar com um quatro em linha diagonal.



Jogo dos Sistemas de Equações do 1º Grau a duas incógnitas

Este Jogo, Intersecções, inspirou-me na realização de um Jogo pedagógico para sala de aula no contexto dos Sistemas de Equações do 1º grau a duas incógnitas, conteúdo verificação da solução de um sistema de equações do 1º grau a duas incógnitas.

Para o efeito, o tabuleiro de Jogo será executado da seguinte forma:

Material

Quadrado 6 por 6, onde existirão equações do 1º grau com duas incógnitas em cada célula da coluna a e da linha 6, com excepção da célula a6 que nunca poderá ser ocupada por nenhuma peça de Jogo.

Existirão 25 sistemas diferentes, com as combinações diferentes entre as 5 equações da coluna (a) com as 5 equações da linha (6), uma a uma, isto é, $5 \times C_1^5$ =25.

Duas peças iniciais de Jogo, uma negra e outra branca, 25 peças brancas e 25 peças negras, cada uma com uma das 25 soluções dos 25 sistemas, repetidas, excepto na cor.

Regras de Jogo

No início do Jogo, as Negras colocam uma peça na coluna da esquerda (a) e as Brancas uma peça na linha superior (6). Ao longo do Jogo nunca se pode ocupar a casa (a6). As Brancas, após a colocação da sua peça, colocam outra peça branca na intersecção da linha com a coluna das duas peças iniciais. Esta peça terá que conter a solução do sistema criado pela intersecção das duas equações, uma da célula da coluna (a) onde está a peça negra e outra da célula da linha (6) onde está a peça branca. Se o adversário, neste caso o jogador das peças Negras, detectar que o Jogador das peças Brancas se enganou na solução, pode trocar a peça branca do adversário por uma peça negra sua com a solução correcta. Em cada turno, cada jogador faz deslizar a sua peça inicial (na vertical para as Negras, na horizontal para as Brancas) e coloca uma peça da sua cor na respectiva intersecção com a solução que considera correcta para o sistema de equações. O jogador é obrigado a jogar para uma intersecção que tenha um quadrado vazio. Se não existirem quadrados vazios, pode jogar para uma intersecção ocupada por uma peça que muda de cor caso a solução estivesse errada (se era branca, torna-se negra e vice-versa). Caso contrário, passa a jogada, isto é, se um jogador não puder colocar uma peça por a intersecção já estar preenchida com a solução correcta, passa a vez. As peças iniciais não podem deslizar para o canto superior esquerdo (ou seja, para o quadrado a6).

Objectivo

O objectivo deste Jogo é conseguir um quatro em linha na vertical, horizontal ou diagonal. Ganha o jogador que atingir o objectivo em primeiro lugar.

Caso nenhum jogador consiga obter um quatro em linha, o objectivo deste Jogo passa a ser conseguir um maior número de casas com a sua cor e soluções correctas. Ganha o jogador que tiver mais casas da sua cor com respostas correctas para a solução dos sistemas respectivos.

Se nenhum jogador obtiver um quatro em linha e caso os dois jogadores nunca se enganem e nunca percam nenhuma peça para o adversário, ou em caso de empate, na última jogada, o jogador a colocar a peça em primeiro lugar com a sua cor é aquele que descobrir a solução em primeiro lugar, por resolução do sistema ou por verificação da solução. Ganha o jogador que colocar a peça com a solução correcta em primeiro lugar.

Exemplo de equações do 1º grau a duas incógnitas e respectivas soluções a colocar nas fichas pretas e brancas.

6		**2x-3y=8**	**y+2=x-3**	**2x-2y=8**	**x-3y=0**	**x+y=-1**
5	**4x+y=2**	(1;-2)	(7/5;-18/5)	(6/5;-14/5)	(6/13;2/13)	(1;-2)
4	**x+1=y-2**	(-17;-14)	Ø	Ø	(-9/2;-3/2)	(-2;1)
3	**2x+y=0**	(1;-2)	(5/3;-10/3)	(4/3;-8/3)	(0;0)	(1;-2)
2	**x-3=y+1**	(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	(3/2;-5/2)
1	**2x+y=1**	(11/8;-7/4)	(2;-3)	(5/3;-7/3)	(3/7;1/7)	(2;-3)
	a	b	c	d	e	f

Metodologia de Trabalho do Jogo Intersecções

Apresentei o Jogo ao grupo/turma, expliquei-lhes as regras, jogamos em conjunto, com o recurso do Quadro o Jogo Exemplo descrito na página anterior e formamos grupos de pares.

Cada par foi colocado frente a frente na sala de aula e teve direito a um tabuleiro, fichas de Jogo para cada jogador com todas as soluções possíveis dos sistemas das equações combinadas, um bloco de notas para poderem resolver o sistema, caso necessitassem e proibi o uso da calculadora para que os alunos treinem o cálculo mental e as regras de operações com números relativos.

É de notar que cada tabuleiro de Jogo tem na coluna a e na linha 6 as equações escritas duas vezes, uma vez virada para o Jogador A, outra vez virada para o Jogador B, para permitir uma melhor leitura das equações durante o Jogo.

Ao longo da aula e durante todo o Jogo fui circulando pela sala e retirando dúvidas aos alunos, não das regras de Jogo mas da resolução de equações do 1º grau a duas incógnitas.

Os alunos não pararam de chamar durante toda a aula e de gritar: “Oh Stora, a Stora não nos pode ajudar com as contas?”; “Oh Stora, quando puder chegue aqui”; “Oh Stora, chegue aqui mais uma vez”. Estas afirmações foram transcritas directamente do registo em vídeo que fiz da aula e que depois analisei.

De facto, a grande dificuldade foi haver apenas uma professora em sala de aula e cerca de 11 pares de Jogo. Alguns alunos que já sabiam resolver sistemas de equações um pouco melhor, levantaram-se do lugar e foram ajudar os colegas.

Não houve oportunidade de fazer troca de pares.

Tabuleiro de Jogo 1

6		**2x-3y=8**	**y+2=x-3**	**2x-2y=8**	**x-3y=0**	**x+y=-1**
5	**4x+y=2**					
4	**x+1=y-2**					
3	**2x+y=0**					
2	**x-3=y+1**					
1	**2x+y=1**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 2

6		**2x-3y=8**	**y+2=x-3**	**2x-2y=8**	**x-3y=0**	**x+y=-1**
5	**x+y=16**					
4	**x+y=8**					
3	**x=3y**					
2	**y=-x+3**					
1	**x+2y=8**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 3

6		**x+y=16**	**x+y=8**	**x=3y**	**y=-x+3**	**x+2y=8**
5	**4x+y=2**					
4	**x+1=y-2**					
3	**2x+y=0**					
2	**x-3=y+1**					
1	**2x+y=1**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 4

6		**2x-3y=8**	**y+2=x-3**	**2x-2y=8**	**x-3y=0**	**x+y=-1**
5	**y=3x**					
4	**x-y=2**					
3	**y=-x**					
2	**5x-y=7**					
1	**x+y=10**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 5

6		**4x+y=2**	**2x+y=0**	**x-3=y+1**	**x+1=y-2**	**2x+y=1**
5	**y=3x**					
4	**x-y=2**					
3	**y=-x**					
2	**5x-y=7**					
1	**x+y=10**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 6

6		**x+y=16**	**x+y=8**	**x=3y+1**	**y=-x+3**	**x+2y=8**
5	**y=3x**					
4	**x-y=2**					
3	**y=-x**					
2	**5x-y=7**					
1	**x+y=10**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 7

6		**2x-3y=8**	**y+2=x-3**	**2x-2y=8**	**x-3y=0**	**x+y=-1**
5	**5x+2y=-15**					
4	**y=2x+3**					
3	**2x+2y=20**					
2	**2x+3y=6,5**					
1	**x=2**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 8

6		**4x+y=2**	**2x+y=0**	**x-3=y+1**	**x+1=y-2**	**2x+y=1**
5	**5x+2y=-15**					
4	**y=2x+3**					
3	**2x+2y=20**					
2	**2x+3y=6,5**					
1	**x=2**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 9

6		**x+y=16**	**x+y=8**	**x=3y**	**y=-x+3**	**x+2y=8**
5	**5x+2y=-15**					
4	**y=2x+3**					
3	**2x+2y=20**					
2	**2x+3y=6,5**					
1	**x=2**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 10

6		**y=3x**	**x-y=2**	**y=-x**	**5x-y=7**	**x+y=10**
5	**5x+2y=-15**					
4	**y=2x+3**					
3	**2x+2y=20**					
2	**2x+3y=6,5**					
1	**x=2**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 11

6		**2x-3y=8**	**y+2=x-3**	**2x-2y=8**	**x-3y=0**	**x+y=-1**
5	**3x+y=2**					
4	**y=-x+5**					
3	**3x+2y=6**					
2	**y=3**					
1	**2x-5y=1**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 12

6		**4x+y=2**	**2x+y=0**	**x-3=y+1**	**x+1=y-2**	**2x+y=1**
5	**3x+y=2**					
4	**y=-x+5**					
3	**3x+2y=6**					
2	**y=3**					
1	**2x-5y=1**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Tabuleiro de Jogo 13

6		**x+y=16**	**x+y=8**	**x=3y**	**y=-x+3**	**x+2y=8**
5	**3x+y=2**					
4	**y=-x+5**					
3	**3x+2y=6**					
2	**y=3**					
1	**2x-5y=1**					
	a	b	c	d	e	f

Peças Brancas

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Peças Negras

(1;-2)	$(\frac{7}{5};-\frac{18}{5})$	$(\frac{6}{5};-\frac{14}{5})$	$(\frac{6}{13};\frac{2}{13})$	(1;-2)
(-17;-14)	Ø	Ø	$(-\frac{9}{2};-\frac{3}{2})$	(-2;1)
(1;-2)	$(\frac{5}{3};-\frac{10}{3})$	$(\frac{4}{3};-\frac{8}{3})$	(0;0)	(1;-2)
(4;0)	Ø	IR^2	(6;2)	$(\frac{3}{2};-\frac{5}{2})$
$(\frac{11}{8};-\frac{7}{4})$	(2;-3)	$(\frac{5}{3};-\frac{7}{3})$	$(\frac{3}{7};\frac{1}{7})$	(2;-3)

Opinião do Jogo Intersecções

1 - Gostei do Jogo? Porquê?

Aluno 1 – De maneira geral gostei. Porque deu para melhorar o conhecimento de equações.

Aluno 2 – Eu gostei mais ou menos do Jogo porque é um bocado difícil fazer algumas contas, para quem não sabe.

Aluno 3 – Não gostei muito do Jogo porque tem muitas contas.

Aluno 4 – Mais ou menos porque tem contas difíceis.

Aluno 5 – Mais ou menos. Porque leva muito tempo a fazer as contas.

Aluno 6 – Não gostei porque tem de se fazer muitas contas.

Aluno 7 – Sim. Porque temos de fazer 4 em linha.

Aluno 8 – Não. Porque tem de se fazer contas

Aluno 9 – Porque senti que estava a aprender Matemática

Aluno 10 – Mais ou menos, porque o Jogo implica algumas contas e não percebo muito de equações.

Aluno 11 – O que gostei mais no Jogo "Intersecções" foi resolver as equações.

Aluno 12 – Não gostei muito porque as equações são difíceis de fazer.

Aluno 13 – Não. Porque é um Jogo sem piada.

Aluno 14 – Gostei do Jogo porque aprendemos a ser rápidos a pensar nas contas.

2 – O que é que achei mais difícil? Porquê?

Aluno 1 –A resolver equações, porque não sei fazer muito bem.

Aluno 2 – Achei mais difícil resolver as equações, porque não as sei fazer.

Aluno 3 – O que achei mais difícil foram as contas

Aluno 4 – As contas.

Aluno 5 – As contas.

Aluno 6 – O mais difícil foi fazer as equações.

Aluno 7 – As contas. Porque é uma grande seca.

Aluno 8 – Fazer contas.

Aluno 9 – Achei que algumas contas eram difíceis.

Aluno 10 – Achei mais difícil resolver as equações.

Aluno 11 – O que menos gostei foi perder.

Aluno 12 – As contas, porque nunca consegui percebê-las.

Aluno 13 – As contas.

Aluno 14 – Ajudar o meu parceiro a fazer as contas. Porque para além de ele não querer aprender.

3 – Sugestões.

Aluno 1 – Nenhuma

Aluno 2 – A professora podia fazer mais jogos com equações, mas com ajudas (2 professores).

Aluno 3 – A minha sugestão é fazer contas mais fáceis.

Aluno 4 – Contas mais fáceis.

Aluno 5 – Contas mais fáceis.

Aluno 6 – (não respondeu)

Aluno 7 – … (não respondeu)

Aluno 8 – Não fazer contas.

Aluno 9 – Nenhuma. Acho que o Jogo está bom.

Aluno 10 – (não respondeu)

Aluno 11 – Acho que o Jogo devia ter mais equações e menos complicadas.

Aluno 12 – (não respondeu)

Aluno 13 – Não sei.

Aluno 14 – Eu sugiro que o Jogo seja mais prático para aqueles que não sabem fazer contas.

4 – Qual a matéria que permite desenvolver?

Aluno 1 – Sistemas de equações.

Aluno 2 – Este Jogo pretende desenvolver a matéria das equações de 1º grau e 2º grau.

Aluno 3 – Permite desenvolver a Matemática.

Aluno 4 – Equações

Aluno 5 – Sistemas de equações.

Aluno 6 – A matéria é a intersecção.

Aluno 7 – Sistemas de equações.

Aluno 8 – Intersecções.

Aluno 9 – Sistemas de equações.

Aluno 10 – (não respondeu)

Aluno 11 – (não respondeu)

Aluno 12 – Sistemas de equações.

Aluno 13 – Sistemas de equações.

Aluno 14 – A matéria que permite desenvolver são as intersecções.

Apenas catorze alunos responderam ao inquérito.

Cinco alunos responderam que gostaram do Jogo, correspondendo a 36%.

Cinco alunos afirmam não terem gostado do Jogo, sendo 36%.

Quatro alunos dizem gostar mais ou menos do Jogo, significando 28%.

As razões apresentadas pelos alunos que dizem ter gostado do Jogo são: melhorar o conhecimento sobre equações; ter de fazer 4 em linha, referência a outro Jogo conhecido; estar a aprender Matemática; resolver equações; melhorar a rapidez de cálculo metal.

Os motivos que levaram os alunos a não ter gostado do Jogo foram: ter muitas contas; equações difíceis; Jogo sem piada.

Gostaram mais ou menos do Jogo porque: tem muitas contas; demora muito tempo a fazer as contas; não saber resolver equações.

O que acharam mais difícil foi fazer as contas, resolver as equações, perder, jogar com alguém que não sabe resolver equações.

As sugestões apresentadas pelos alunos para melhorar o Jogo foram maioritariamente diminuir o grau de dificuldade das equações, existirem menos contas, jogar com a presença de mais outro professor para poderem auxiliar melhor.

Apesar de alguns alunos terem dificuldades ao nível da aquisição de vocabulário próprio da Matemática, quase todos reconheceram que o Jogo permite desenvolver a capacidade de resolver equações e sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Ficha de Jogo

Nome do Jogo	Dominó de Inequações
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 2 – Os números Reais. Inequações.
Competências Específicas	Interpretar e representar, gráfica e simbolicamente, intervalos de números reais, assim como a intersecção e a reunião de intervalos; Verificar se um número é solução de uma inequação; Resolver inequações do 1º grau a uma incógnita; Identificar conjuntos definidos por uma conjunção ou a reunião de duas condições simples.
Material por Grupo	Peças de Dominó com inequações do 1º grau equivalentes.

Regras de Jogo

O Dominó de Inequações do 1º Grau segue as mesmas regras de Jogo que o Dominó comum. As peças de dominó que podem ser ligadas são as que correspondem a inequações equivalentes, sempre numa perspectiva de resolução de uma inequação, não sendo obrigatório respeitar a ordem da resolução.

Antes de o Jogo começar, as peças devem estar voltadas para baixo e ser baralhadas. Cada Jogador retira 5 peças de dominó e mantém-nas na sua frente, voltadas para que o seu adversário não possa ver as suas faces. As restantes peças ficam a aguardar para entrarem em Jogo, voltadas para baixo, como baralho.

Cada peça é dividida em duas partes, cada uma contendo uma inequação. Uma peça dupla contém duas inequações repetidas. O Jogador que tiver a peça dupla em branco, coloca-a no meio da mesa para se iniciar o Jogo, caso esta peça não se encontre ainda em Jogo, inicia o Jogador que tiver maior número de peças duplas. Caso ninguém tenha retirado uma peça dupla, todas as peças voltam ao meio para serem baralhadas e reinicia--se o processo de escolha das peças. A ordem de jogada é a contrária aos dos ponteiros do relógio.

O segundo Jogador tenta então condizer uma das suas peças com um dos lados da peça dupla. Por exemplo, se a primeira peça jogada é a peça dupla

$2x-1<5+x$	$2x-1<5+x$

o segundo jogador pode jogar qualquer uma das suas peças que contenha uma inequação equivalente numa extremidade. Por exemplo:

2x-x-1<5+x-x	2x+1-1≤9-1	x-1<5	8x-2+2≥20+2	x-1+1<5+1	-1-x>x-x-4
x<5+1	30-3x≤17	x<6	2-x+2x>3-2x+2x	x∈ $]-\infty;6[$	x-3x>-1+5

O jogador seguinte pode jogar para a peça dupla 2x-1<5+x ou pode tentar condizer com o lado da segunda peça jogada. A peça em branco condiz com outras extremidades em branco. Apenas uma peça pode ser jogada de cada vez. As peças são colocadas na horizontal, exceptuando as peças duplas que são colocadas na vertical. O jogador tem de retirar peças do baralho extra até conseguir jogar. Se um jogador retirar a última peça e ainda assim não conseguir jogar, passa a sua vez e tenta jogar para a próxima. Um jogador deve jogar uma peça sempre que tenha oportunidade para tal. As peças duplas são sempre colocadas ao contrário das restantes, possibilitando duas novas direcções, nas quais se podem colocar peças.

Objectivo	Aperfeiçoar a resolução de Inequações do 1º grau a uma incógnita. O Jogo continua até que um jogador tenha utilizado todas as suas peças ou até que nenhum jogador possa jogar. Se nenhuma jogada poder ser efectuada e não existirem mais peças no baralho extra, o jogador sem peças ou com o menor número de peças, vence o Jogo.

Dominó de Inequações do 1º Grau com uma incógnita

Baseada no Jogo comum de dominós com peças duplas numeradas com os algarismos de 0 a 6, criei um dominó para treinar as regras de resolução algébrica de inequações do 1º grau a duas incógnitas.

Vou começar por explicar sucintamente as regras de Jogo do dominó comum, uma vez que se trata de um Jogo bastante popular.

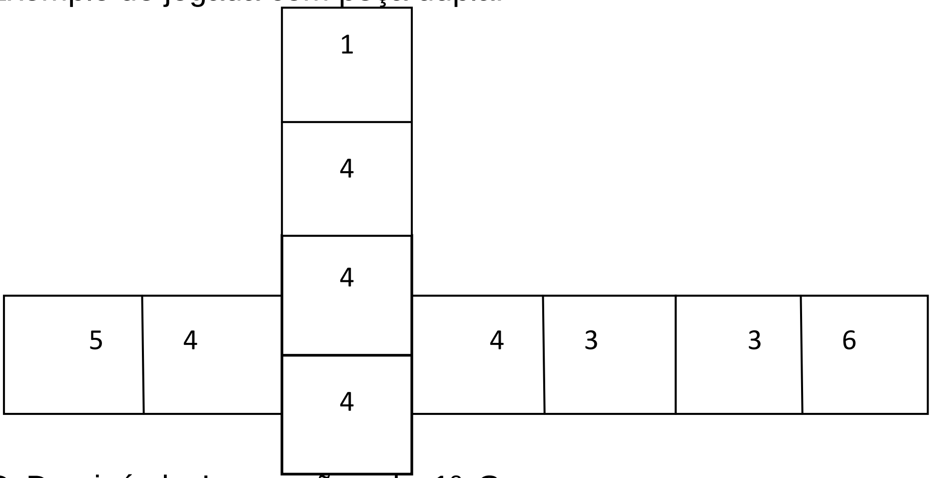
Dominó duplo de seis para 2 a 4 jogadores.

Muitos jogos podem ser jogados com um conjunto de peças de dominó. Esta é uma variante. Antes de o Jogo começar, as peças devem estar voltadas para baixo e ser baralhadas. Cada Jogador retira 5 peças de dominó e mantém-nas na sua frente, voltadas para que o seu adversário não possa ver as suas faces. As restantes peças ficam a aguardar para entrarem em Jogo, voltadas para baixo, como baralho.

Cada peça é dividida em duas partes, cada uma contendo um conjunto de pontos. Uma peça dupla contém os pontos repetidos. O Jogador que tiver a maior peça dupla, coloca-a no meio da mesa para se iniciar o Jogo. Caso ninguém tenha retirado uma peça dupla, todas as peças voltam ao meio para serem baralhadas e reinicia-se o processo de escolha das peças.

O segundo Jogador tenta então condizer uma das suas peças com um dos lados da peça dupla. Por exemplo, se a primeira peça jogada é o duplo 4, o segundo jogador pode jogar qualquer uma das suas peças que contenha 4 pontos numa extremidade. O jogador seguinte pode jogar para o duplo 4 ou pode tentar condizer com o lado da segunda peça jogada. O zero condiz com outros zeros. Apenas uma peça pode ser jogada de cada vez. As peças são colocadas na horizontal, exceptuando as peças duplas que são colocadas na vertical. O jogador tem de retirar peças do baralho extra até conseguir jogar. Se um jogador retirar a última peça e ainda assim não conseguir jogar, passa a sua vez e tenta jogar para a próxima. Um jogador deve jogar uma peça sempre que tenha oportunidade para tal. As peças duplas são sempre colocadas ao contrário das restantes, possibilitando duas novas direcções, nas quais se podem colocar peças. O Jogo continua até que um jogador tenha utilizado todas as suas peças ou até que nenhum jogador possa jogar. Se nenhuma jogada poder ser efectuada e não existirem mais peças no baralho extra, o jogador sem peças ou com o menor número de pontos, vence o Jogo. Ele subtrai o total dos seus pontos aos pontos totais dos seus adversários e soma essas diferenças. O objectivo do Jogo é chegar a 100 pontos. O primeiro a alcançá-los é o vencedor.

Exemplo de jogada com peça dupla:



O Dominó de Inequações do 1º Grau segue as mesmas regras de Jogo que o Dominó comum. As peças de dominó que podem ser ligadas são as que correspondem a inequações equivalentes, sempre numa perspectiva de resolução de uma inequação, não sendo obrigatório respeitar a ordem da resolução.

Exemplo de Dominó de Inequações:

0:	$2x-1<5+x$	$2x-x-1<5+x-x$	$x-1<5$	$x-1+1<5+1$	$x<5+1$	$x<6$	$x\in\ ]-\infty;6[$
1:	$2x+1\leq 9$	$2x+1-1\leq 9-1$	$2x\leq 9-1$	$2x\leq 8$	$x\leq\frac{8}{2}$	$x\leq 4$	$x\in\ ]-\infty;4]$
2:	$8x-2\geq 20$	$8x-2+2\geq 20+2$	$8x\geq 20+2$	$8x\geq 22$	$x\geq\frac{22}{8}$	$x\geq\frac{11}{4}$	$x\in\left[\frac{11}{4};+\infty\right[$
3:	$-1>x-4$	$-1-x>x-x-4$	$-1-x>-4$	$-1+1-x>-4+1$	$-x>-3$	$x<3$	$x\in\ ]-\infty;3[$
4:	$30\leq 17+3x$	$30-3x\leq 17$	$-3x\leq 17-30$	$-3x\leq -13$	$3x\geq 13$	$x\geq\frac{13}{3}$	$x\in\left[\frac{13}{3};+\infty\right[$
5:	$2-x>3-2x$	$2-x+2x>3-2x+2x$	$2-x+2x>3$	$2+x>3$	$2-2+x>3-2$	$x>1$	$x\in\ ]1;+\infty[$
6:	$x-5>3x-1$	$x-3x>-1+5$	$-2x>4$	$2x<-4$	$x<-\frac{4}{2}$	$x<-2$	$x\in\ ]-\infty;-2[$

$2x-1<5+x$	$2x-1<5+x$		$2x-x-1<5+x-x$	$2x+1-1\leq 9-1$
$x-1<5$	$8x-2+2\geq 20+2$		$x-1+1<5+1$	$-1-x>x-x-4$
$x<5+1$	$30-3x\leq 17$		$x<6$	$2-x+2x>3-2x+2x$
$x\in\ ]-\infty;6[$	$x-3x>-1+5$		$2x+1\leq 9$	$2x+1\leq 9$
$2x\leq 9-1$	$8x\geq 20+2$		$2x\leq 8$	$-1-x>-4$
$x\leq\frac{8}{2}$	$-3x\leq 17-30$		$x\leq 4$	$2-x+2x>3$

$x \in \left]-\infty; 4\right]$	$-2x>4$	$8x-2\geq 20$	$8x-2\geq 20$
$8x\geq 22$	$-1+1-x>-4+1$	$x\geq\frac{22}{8}$	$-3x\leq -13$
$x\geq\frac{11}{4}$	$2+x>3$	$x\in\left[\frac{11}{4}; +\infty\right[$	$2x<-4$
$-1>x-4$	$-1>x-4$	$-x>-3$	$3x\geq 13$
$x<3$	$2-2+x>3-2$	$x\in\left]-\infty; 3\right[$	$x<-\frac{4}{2}$
$30\leq 17+3x$	$30\leq 17+3x$	$x\geq\frac{13}{3}$	$x>1$
$x\in\left[\frac{13}{3}; +\infty\right[$	$x<-2$	$2-x>3-2x$	$2-x>3-2x$
$x\in\left]1; +\infty\right[$	$x\in\left]-\infty; -2\right[$	$x-5>3x-1$	$x-5>3x-1$

Experiência em sala de aula

18 alunos estiveram presentes na aula. Formei 6 grupos de três alunos. Cada um construiu 10 peças de dominó em cartolina com a forma rectangular e dimensões 10cmX5cm. De seguida, cada aluno criou duas inequações do 1º grau com uma incógnita que, depois de me mostrar para corrigir, resolveu e voltou a mostrar para corrigir.

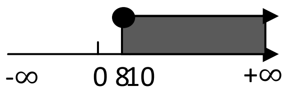
Foi bastante interessante ver que os alunos realizaram a tarefa toda que lhes foi proposta e que resolveram as duas inequações, procurando a minha ajuda quando tinham dificuldades ao resolvê-las. Claro que as inequações são todas bastante fáceis, com baixo grau de dificuldade, mas têm valor pelo facto de terem sido criadas pelos próprios alunos. Pode ser que desta maneira não sintam tanta dificuldade ao jogar o seu dominó.

De seguida recolhi os trabalhos individuais dos alunos, levei para casa e compus os dominós com a combinação necessária das peças. O trabalho resultante foi:

Dominó 1

Inequação 1.1

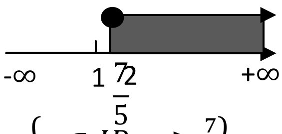
$2x + 5 \geq x + 7 + 6$
$2x - x + 5 \geq 7 + 6$
$2x - x \geq 7 + 6 - 5$
$x \geq 8$
$x \in [8; +\infty[$



$\{x \in IR: x \geq 8\}$

Inequação 1.2

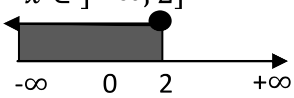
4a+2a-1≥a+6
4a+2a-a-1≥6
4a+2a-a≥6+1
5a≥7
$a \geq \frac{7}{5}$



$\left\{x \in IR: x \geq \frac{7}{5}\right\}$

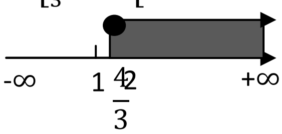
Inequação 1.3

y+2≥2y
y-2y+2≥0
y-2y≥-2
-y≥-2
y≤2
$x \in]-\infty; 2]$



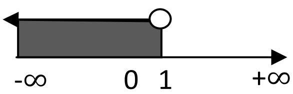
Inequação 1.4

$x + 7x \geq 12 - x$
$x + 7x + x \geq 12$
$9x \geq 12$
$x \geq \frac{12}{9}$
$x \geq \frac{4}{3}$
$x \in \left[\frac{4}{3}; +\infty\right[$



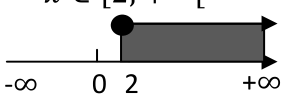
Inequação 1.5

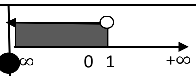
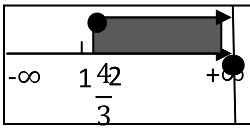
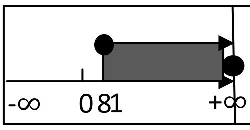
$x < 6 - 5x$
$x + 5x < 6$
$6x < 6$
$x < \frac{6}{6}$
$x < 1$
$x \in]-\infty; 1[$

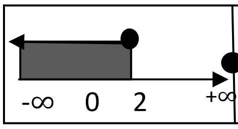
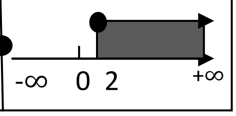
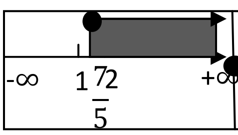


Inequação 1.6

$x + 3 \geq 7 - x$
$x + x \geq 7 - 3$
$2x \geq 4$
$x \geq \frac{4}{2}$
$x \geq 2$
$x \in [2; +\infty[$



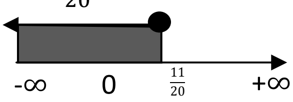
y-2y+2≥0	
y+2≥2y	y+2≥2y
y≤2	$2x \geq 4$
$x + 3 \geq 7 - x$	$x + 3 \geq 7 - x$
$6x < 6$	$\{x \in IR: x \geq \frac{7}{5}\}$
$x \in \left[\frac{4}{3}; +\infty\right[$	
4a+2a-1≥a+6	4a+2a-1≥a+6
$x \geq 8$	$x \in]-\infty; 1[$
	$x + x \geq 7 - 3$
$\{x \in IR: x \geq 8\}$	
	$x \geq \frac{4}{2}$
$x < 6 - 5x$	$x \geq 2$
$x + 5x < 6$	$x + 5x < 6$
	$x \in [2; +\infty[$

	$x < \frac{6}{6}$
-y≥-2	$2x - x + 5 \geq 7 + 6$
a≥$\frac{7}{5}$	
5a≥7	$x + 7x + x \geq 12$
$x \geq \frac{4}{3}$	$2x - x \geq 7 + 6 - 5$
$x < 1$	
4a+2a-a≥6+1	
$x \geq \frac{12}{9}$	$x \in]-\infty; 2]$
y-2y≥-2	4a+2a-a-1≥6
$x + 7x \geq 12 - x$	$x + 7x \geq 12 - x$
$2x + 5 \geq x + 7 + 6$	$2x + 5 \geq x + 7 + 6$
	$9x \geq 12$
	$x \in [8; +\infty[$

Dominó 2

Inequação 2.1

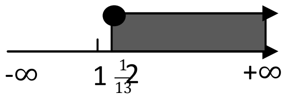
$10x - 2 \leq 9 - 10x$
$10x - 2 - 9 \leq -10x$
$10x + 10x \leq 9 + 2$
$20x \leq 11$
$x \leq \frac{11}{20}$



$x \in \left]-\infty; \frac{11}{20}\right]$

Inequação 2.2

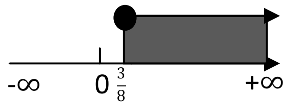
$4 + 7x \geq 5 - 6x$
$6x + 7x + 4 \geq 5$
$7x + 6x \geq 5 - 4$
$13x \geq 1$
$x \geq \frac{1}{13}$



$x \in \left[\frac{1}{13}; +\infty\right[$

Inequação 2.3

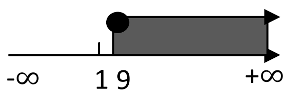
$3x + 1 \geq 4 - 5x$
$3x + 5x + 1 \geq 4$
$3x + 5x \geq 4 - 1$
$8x \geq 3$
$x \geq \frac{3}{8}$
$x \in \left[\frac{3}{8}; +\infty\right[$



Inequação 2.4

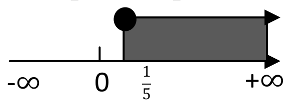
$5x + 2 \leq 6x - 7$
$5x - 6x + 2 \leq -7$
$5x - 6x \leq -7 - 2$
$-x \leq -9$
$x \geq 9$

$x \in [9; +\infty[$



Inequação 2.5

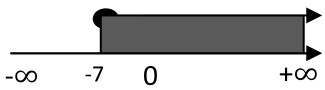
$2x + 3 \geq 4 - 3x$
$2x + 3x + 3 \geq 4$
$2x + 3x \geq 4 - 3$
$5x \geq 1$
$x \geq \frac{1}{5}$
$x \in \left[\frac{1}{5};\ +\infty\right[$

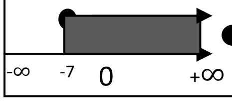
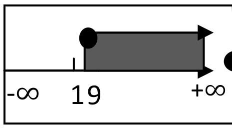
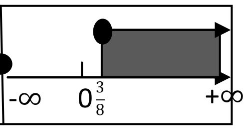
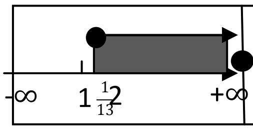
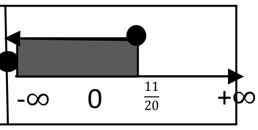
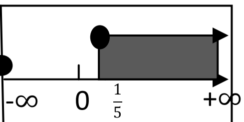


Inequação 2.6

$3x - 5 \leq 2 + 4x$
$3x - 4x - 5 \leq 2$
$3x - 4x \leq 2 + 5$
$-x \leq 7$
$x \geq -7$

$x \in [-7; +\infty[$



$x \geq \frac{1}{13}$	$2x + 3x \geq 4 - 3$		$13x \geq 1$
$x \in \left]-\infty; \frac{11}{20}\right]$	$6x + 7x + 4 \geq 5$		$x \leq \frac{11}{20}$
$7x + 6x \geq 5 - 4$	$7x + 6x \geq 5 - 4$	$10x + 10x \leq 9 + 2$	$x \geq -7$
$8x \geq 3$	$x \in \left[\frac{1}{13}; +\infty\right[$		
$20x \leq 11$	$2x + 3x + 3 \geq 4$	$3x + 1 \geq 4 - 5x$	$3x + 1 \geq 4 - 5x$
$5x \geq 1$		$5x - 6x \leq -7 - 2$	$x \in \left[\frac{3}{8}; +\infty\right[$
	$x \geq 9$	$2x + 3 \geq 4 - 3x$	$2x + 3 \geq 4 - 3x$
$x \in [9; +\infty[$		$3x - 5 \leq 2 + 4x$	$3x - 5 \leq 2 + 4x$
$3x + 5x + 1 \geq 4$		$10x - 2 \leq 9 - 10x$	$10x - 2 \leq 9 - 10x$
$10x - 2 - 9 \leq -10x$		$3x + 5x \geq 4 - 1$	
	$x \in [-7; +\infty[$	$x \geq \frac{1}{5}$	
$-x \leq 7$	$x \geq \frac{3}{8}$	$-x \leq -9$	$3x - 4x \leq 2 + 5$
$x \in \left[\frac{1}{5};\ +\infty\right[$	$3x - 4x - 5 \leq 2$	$5x + 2 \leq 6x - 7$	$5x + 2 \leq 6x - 7$
$5x - 6x + 2 \leq -7$			$4 + 7x \geq 5 - 6x$

Dominó 3

Inequação 3.1

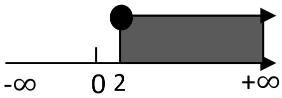
$x + 4 \geq 8 - x$

$x + x \geq 8 - 4$

$2x \geq 4$

$x \geq \frac{4}{2}$

$x \geq 2$



$x \in [2; +\infty[$

Inequação 3.2

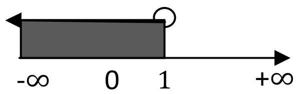
$x < 7 - 6x$

$x + 6x < 7$

$7x < 7$

$x < \frac{7}{7}$

$x < 1$



$x \in]-\infty; 1[$

Inequação 3.3

$6x < 8 + 2x$

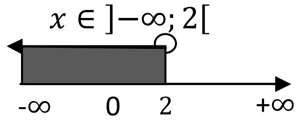
$6x - 2x < 8$

$4x < 8$

$x < \frac{8}{4}$

$x < 2$

$x \in]-\infty; 2[$



Inequação 3.4

$9x + 6 < 4x$

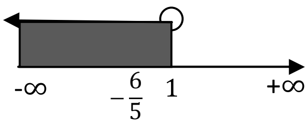
$9x < 4x - 6$

$9x - 4x < -6$

$5x < -6$

$x < -\frac{6}{5}$

$x \in \left]-\infty; -\frac{6}{5}\right[$



Inequação 3.5

$x - 20 \geq -9x - x$

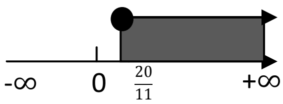
$x + 9x \geq 20 - x$

$x + 9x + x \geq 20$

$11x \geq 20$

$x \geq \frac{20}{11}$

$x \in \left[\frac{20}{11}; +\infty\right[$



Inequação 3.6

$y + 3 \geq 3y$

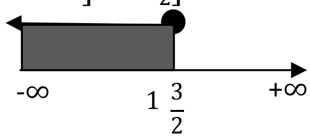
$y - 3y \geq -3$

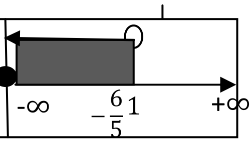
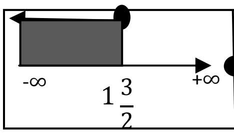
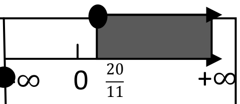
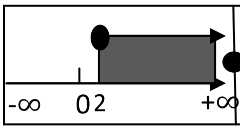
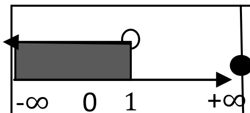
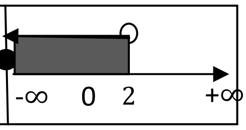
$-2y \geq -3$

$2y \leq 3$

$y \leq \frac{3}{2}$

$y \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$



$9x < 4x - 6$	$9x < 4x - 6$	$y \leq \frac{3}{2}$	
$x + 4 \geq 8 - x$	$x + 4 \geq 8 - x$		$x \in \left[\frac{20}{11};\ +\infty\right[$
$x \in \left]-\infty; -\frac{6}{5}\right[$		$y \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$	
$x \geq \frac{4}{2}$	$4x < 8$	$y + 3 \geq 3y$	$y + 3 \geq 3y$
	$x \geq \frac{20}{11}$	$6x - 2x < 8$	$6x - 2x < 8$
$x < \frac{7}{7}$	$x < \frac{8}{4}$		$9x - 4x < -6$
$6x < 8 + 2x$		$2x \geq 4$	$7x < 7$
$-2y \geq -3$	$x < 2$	$x + x \geq 8 - 4$	
$9x + 6 < 4x$		$y - 3y \geq -3$	$x < 1$
$x < 7 - 6x$		$x + 6x < 7$	$x + 6x < 7$
		$2y \leq 3$	$x \geq 2$
$5x < -6$	$x \in]-\infty; 1[$	$x - 20 \geq -9x - x$	$x \geq 2$
$x + 9x \geq 20 - x$	$x + 9x \geq 20 - x$	$x + 9x + x \geq 20$	$x \in]-\infty; 2[$
	$11x \geq 20$	$x < -\frac{6}{5}$	

Dominó 4

Inequação 4.1

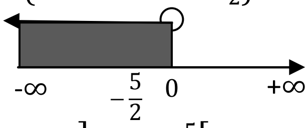
$1 + 4x < 2x - 4$

$4x - 2x < -4 - 1$

$2x < -5$

$x < -\frac{5}{2}$

$\left\{x \in IR: x < -\frac{5}{2}\right\}$



$x \in \left]-\infty; -\frac{5}{2}\right[$

Inequação 4.2

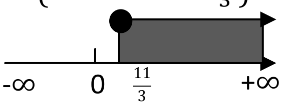
$3x - 10 \geq 1$

$3x \geq 10 + 1$

$3x \geq 11$

$x \geq \frac{11}{3}$

$\left\{x \in IR: x \geq \frac{11}{3}\right\}$



$x \in \left[\frac{11}{3}; +\infty\right[$

Inequação 4.3

$3x - 3 \leq 2 - 2x$

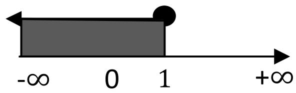
$3x + 2x \leq 2 + 3$

$5x \leq 5$

$x \leq \frac{5}{5}$

$x \leq 1$

$x \in]-\infty; 1]$



Inequação 4.4

$10x - 4 \geq 20 - 10x$

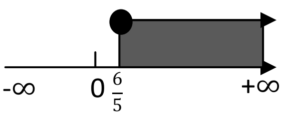
$10x + 10x \geq 20 + 4$

$20x \geq 24$

$x \geq \frac{24}{20}$

$x \geq \frac{6}{5}$

$x \in \left[\frac{6}{5};\ +\infty\right[$



Inequação 4.5

$1 - 3x < 2x + 3$

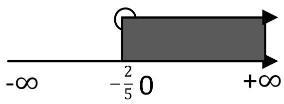
$-3x - 2x < 3 - 1$

$-5x < 2$

$5x > -2$

$x > -\frac{2}{5}$

$x \in \left]-\frac{2}{5}; +\infty\right[$



Inequação 4.6

$3 + 4x > 2 - 3x$

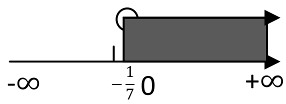
$3 + 4x + 3x > 2$

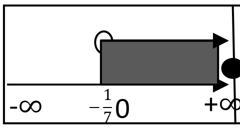
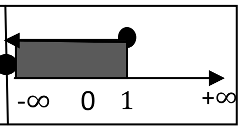
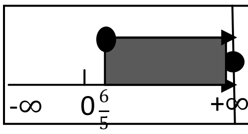
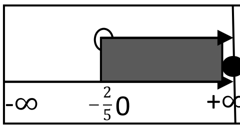
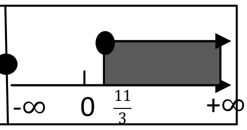
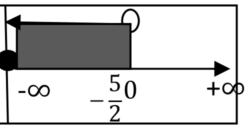
$4x + 3x > 2 - 3$

$7x > -1$

$x > -\frac{1}{7}$

$x \in \left]-\frac{1}{7}; +\infty\right[$



$3+4x>2-3x$	$3+4x>2-3x$	$7x>-1$	$3x\geq 11$
	$x\geq\frac{6}{5}$	$1-3x<2x+3$	$1-3x<2x+3$
$10x+10x\geq 20+4$		$x>-\frac{2}{5}$	$x\in]-\infty;1]$
$x\in\left]-\infty;-\frac{5}{2}\right[$	$5x\leq 5$	$4x+3x>2-3$	
$-3x-2x<3-1$	$x\in\left]-\frac{1}{7};+\infty\right[$	$\left\{x\in IR: x<-\frac{5}{2}\right\}$	
$3x+2x\leq 2+3$	$3x+2x\leq 2+3$		$x\leq\frac{5}{5}$
$x\in\left[\frac{6}{5};+\infty\right[$	$x\in\left]-\frac{2}{5};+\infty\right[$	$1+4x<2x-4$	$1+4x<2x-4$
	$x<-\frac{5}{2}$	$\left\{x\in IR: x\geq\frac{11}{3}\right\}$	$20x\geq 24$
$-5x<2$		$3x\geq 10+1$	$3x\geq 10+1$
$x\in\left[\frac{11}{3};+\infty\right[$	$3x-3\leq 2-2x$	$5x>-2$	$x\geq\frac{11}{3}$
$3x-10\geq 1$	$2x<-5$		$3+4x+3x>2$
			
$10x-4\geq 20-10x$	$10x-4\geq 20-10x$	$x\geq\frac{24}{20}$	
$x>-\frac{1}{7}$	$4x-2x<-4-1$		$x\leq 1$

Dominó 5

Inequação 5.1

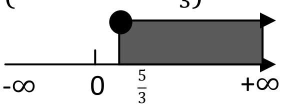
$3x - 2 \geq 3$

$3x \geq 3 + 2$

$3x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{3}$

$\left\{x \in IR : x \geq \frac{5}{3}\right\}$



$x \in \left[\frac{5}{3}; +\infty\right[$

Inequação 5.2

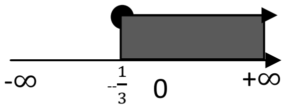
$3x + 3 \geq 2$

$3x \geq 2 - 3$

$3x \geq -1$

$x \geq -\frac{1}{3}$

$\left\{x \in IR : x \geq -\frac{1}{3}\right\}$



$x \in \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$

Inequação 5.3

$2x - 5 \geq 1$

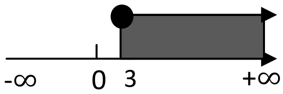
$2x \geq 1 + 5$

$2x \geq 6$

$x \geq \frac{6}{2}$

$x \geq 3$

$x \in [3; +\infty[$



Inequação 5.4

$10x + 3 \geq 11$

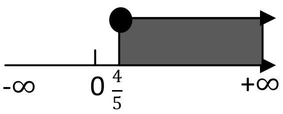
$10x \geq 11 - 3$

$10x \geq 8$

$x \geq \frac{8}{10}$

$x \geq \frac{4}{5}$

$x \in \left[\frac{4}{5};\ +\infty\right[$



Inequação 5.5

$4x - 3 \geq 2$

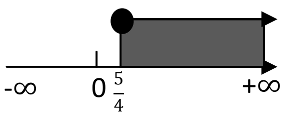
$4x \geq 2 + 3$

$4x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{4}$

$\left\{x \in IR : x \geq \frac{5}{4}\right\}$

$x \in \left[\frac{5}{4}; +\infty\right[$



Inequação 5.6

$2x + 5 \geq 4$

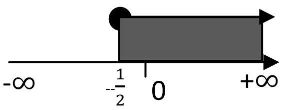
$2x \geq 4 - 5$

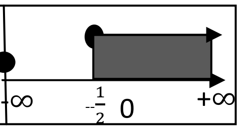
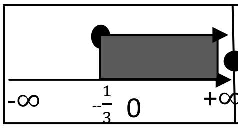
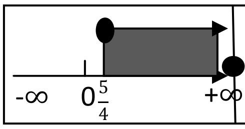
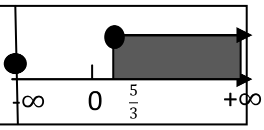
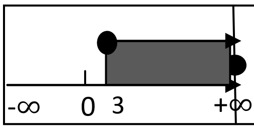
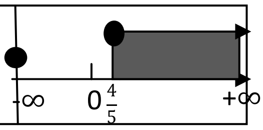
$2x \geq -1$

$x \geq -\frac{1}{2}$

$\left\{x \in IR : x \geq -\frac{1}{2}\right\}$

$x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$

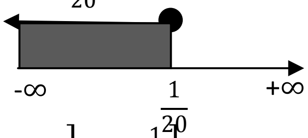


$10x \geq 8$		$3x \geq 2 - 3$	$3x \geq 2 - 3$
$3x - 2 \geq 3$	$x \geq \frac{5}{4}$		$2x \geq -1$
$10x \geq 11 - 3$	$10x \geq 11 - 3$	$x \in \left[\frac{5}{4}; +\infty\right[$	$2x + 5 \geq 4$
$3x + 3 \geq 2$	$x \geq \frac{5}{3}$	$x \in \left[\frac{4}{5}; +\infty\right[$	
$4x - 3 \geq 2$		$4x \geq 2 + 3$	$4x \geq 2 + 3$
$2x \geq 1 + 5$	$2x \geq 1 + 5$	$x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$	$x \in [3; +\infty[$
$\left\{x \in IR: x \geq -\frac{1}{2}\right\}$		$3x \geq 3 + 2$	$3x \geq 3 + 2$
	$10x + 3 \geq 11$	$2x \geq 4 - 5$	$2x \geq 4 - 5$
$x \geq -\frac{1}{3}$	$2x \geq 6$		$2x - 5 \geq 1$
$x \geq \frac{6}{2}$		$x \in \left[\frac{5}{3}; +\infty\right[$	$x \geq -\frac{1}{2}$
$4x \geq 5$	$x \in \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$		$\left\{x \in IR: x \geq \frac{5}{4}\right\}$
$\left\{x \in IR: x \geq -\frac{1}{3}\right\}$		$3x \geq 5$	
$x \geq 3$		$\left\{x \in IR: x \geq \frac{5}{3}\right\}$	$x \geq \frac{4}{5}$
$3x \geq -1$	$x \geq \frac{8}{10}$		

Dominó 6

Inequação 6.1

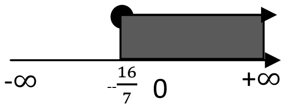
$13x + x \geq 94x - 4$
$13x + x - 94x \geq -4$
$-80x \geq -4$
$80x \leq 4$
$x \leq \frac{4}{80}$
$x \leq \frac{1}{20}$



$x \in \left]-\infty; \frac{1}{20}\right]$

Inequação 6.2

$6x + 30 \geq 14 - x$
$6x + x \geq 14 - 30$
$7x \geq -16$
$x \geq -\frac{16}{7}$
$\left\{x \in IR: x \geq -\frac{16}{7}\right\}$

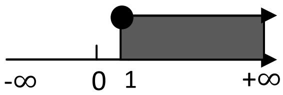


$x \in \left[-\frac{16}{7}; +\infty\right[$

Inequação 6.3

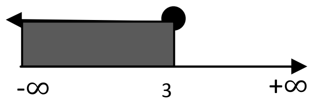
$2x + 4 \geq 5 + x$
$2x - x + 4 \geq 5$
$2x - x \geq 5 - 4$
$x \geq 1$
$\{x \in IR: x \geq 1\}$

$x \in [1; +\infty[$



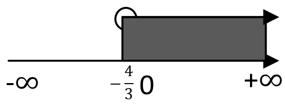
Inequação 6.4

$2 + 4x \leq 5 + 3x$
$4x - 3x + 2 \leq 5$
$4x - 3x \leq 5 - 2$
$x \leq 3$
$\{x \in IR: x \leq 3\}$
$x \in]-\infty;\ 3]$



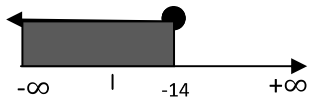
Inequação 6.5

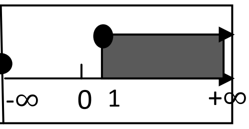
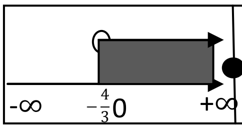
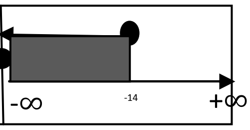
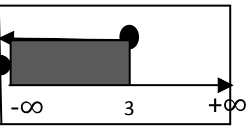
$5x + 20 > 12 - x$
$5x + x > 12 - 20$
$6x > -8$
$x > -\frac{8}{6}$
$x > -\frac{4}{3}$
$x \in \left]-\frac{4}{3}; +\infty\right[$

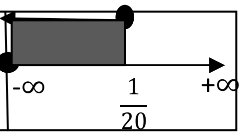
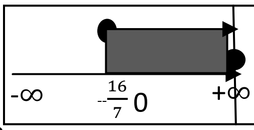


Inequação 6.6

$0 \leq -x - 14$
$14 \leq -x$
$x + 14 \leq 0$
$x \leq -14$
$\{x \in IR: x \leq -14\}$
$x \in]-\infty; -14]$



$\{x \in IR: x \geq -\frac{16}{7}\}$	$x \leq \frac{4}{80}$
	$\{x \in IR: x \leq -14\}$
$5x + x > 12 - 20$	
$-80x \geq -4$	
	$2x - x + 4 \geq 5$
$5x + 20 > 12 - x$	$5x + 20 > 12 - x$
$13x + x \geq 94x - 4$	$13x + x \geq 94x - 4$
$14 \leq -x$	$x \geq -\frac{16}{7}$
$x \leq 3$	
	$x \leq \frac{1}{20}$
$\{x \in IR: x \geq 1\}$	
$0 \leq -x - 14$	$x \in \left]-\frac{4}{3}; +\infty\right[$
$4x - 3x \leq 5 - 2$	$x > -\frac{4}{3}$
$x \in]-\infty; -14]$	$2x - x \geq 5 - 4$

$\{x \in IR: x \leq 3\}$	$80x \leq 4$
$2x + 4 \geq 5 + x$	$2x + 4 \geq 5 + x$
$4x - 3x + 2 \leq 5$	
$2 + 4x \leq 5 + 3x$	$2 + 4x \leq 5 + 3x$
$6x + x \geq 14 - 30$	
$6x + 30 \geq 14 - x$	$6x + 30 \geq 14 - x$
$7x \geq -16$	$6x > -8$
$x \leq -14$	
$x \in [1; +\infty[$	
$x \in \left[-\frac{16}{7}; +\infty\right[$	$x \in]-\infty;\ 3]$
$x + 14 \leq 0$	$x + 14 \leq 0$
$x > -\frac{8}{6}$	$13x + x - 94x \geq -4$
	$x \geq 1$

Opinião Dominó de Inequações

1 – Gostei do Jogo? Porquê?

Aluno 1 – Gostei. Porque é mais divertido.

Aluno 2 – Não gostei muito do Jogo (só gostei de construir), porque não sei fazer inequações.

Aluno 3 – Gostei porque achei o Jogo muito divertido.

Aluno 4 – Mais ou menos, porque também é um pouco complicado.

Aluno 5 – Gostei, porque acho o Jogo divertido e é uma nova maneira de resolver equações.

Aluno 6 – Não, porque é com equações e demoro muito.

Aluno 7 – Sim, porque não foi aborrecido e as inequações são fáceis de resolver.

Aluno 8 – Gostei porque é divertido.

Aluno 9 – Sim, porque tem a ver com Matemática.

Aluno 10 – Sim, porque é fixe.

Aluno 11 – Sim, porque é divertido.

Aluno 12 – Sim, porque aprendi a resolver equações e trabalhar em grupo.

Aluno 13 – Sim, gostei, porque estamos a exercer melhor as capacidades de aprendizagem.

Aluno 14 – Gostei do Jogo porque foi feito em grupo e foi muito fixe jogar.

Aluno 15 – Não gostei porque achei o Jogo muito difícil e muito simples.

Aluno 16 – Sim, porque deu para praticar inequações.

Aluno 17 – Gostei do Jogo porque é fixe.

Aluno 18 – Sim. Porque desenvolve a actividade do grupo.

Aluno 19 – Gostei, porque é divertido e tem convívio.

Aluno 20 – Não, porque as inequações eram difíceis.

2 – Quais os conteúdos desenvolvidos durante o Jogo?

Aluno 1 – As inequações.

Aluno 2 – Conteúdos matemáticos e de convivência.

Aluno 3 – Inequações

Aluno 4 – Fazer melhor equações.

Aluno 5 – Conteúdos Matemáticos a resolver inequações.

Aluno 6 – Aprendi mais.

Aluno 7 – Convivência com colegas e aprender a resolver inequações.

Aluno 8 – As inequações.

Aluno 9 – Matemáticos.

Aluno 10 – Convívio; Matemáticos.

Aluno 11 – Equações.

Aluno 12 – Inequações.

Aluno 13 – Os conteúdos são matemáticos.

Aluno 14 – Os conteúdos desenvolvidos durante o Jogo foram os conteúdos matemáticos.

Aluno 15 –Os conteúdos é aprender a resolver inequações durante o Jogo.

Aluno 16 – Inequações.

Aluno 17 – Aprendi a fazer algumas contas.

Aluno 18 – As inequações.

Aluno 19 – Aprender mais sobre convívio e Matemática.

Aluno 20 – Matemáticos e estratégicos.

3 – Onde aprendi mais Matemática? Assinala a opção correcta para ti.

(A) Ao construir as peças de Jogo;

(B) Ao criar as duas inequações;

(C) Ao resolver as duas inequações;

(D) Ao jogar em grupo com os meus colegas.

Aluno 1 – D

Aluno 2 – C

Aluno 3 – C

Aluno 4 – C

Aluno 5 – C

Aluno 6 – D

Aluno 7 – C

Aluno 8 – D

Aluno 9 – B

Aluno 10 – B

Aluno 11 – D

Aluno 12 – C

Aluno 13 – A

Aluno 14 – D

Aluno 15 – C

Aluno 16 – D

Aluno 17 – D

Aluno 18 – B

Aluno 19 – B

Aluno 20 – C

4 – Qual a afirmação com que concordas mais:

(A) Não valeu a pena jogar pois nada aprendi;

(B) Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre regras de grupo em sala de aula;

(C) Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre resolução de inequações.

(D) Valeu bastante a pena pois aprofundei os meus conhecimentos sobre resolução de inequações do 1º grau a uma incógnita.

Aluno 1 – B

Aluno 2 – C

Aluno 3 – C

Aluno 4 – C

Aluno 5 – D

Aluno 6 – B

Aluno 7 – C

Aluno 8 – B

Aluno 9 – B

Aluno 10 – C

Aluno 11 – C

Aluno 12 – D

Aluno 13 – B

Aluno 14 – D

Aluno 15 – C

Aluno 16 – C

Aluno 17 – D

Aluno 18 – B

Aluno 19 – C

Aluno 20 – C

Apenas dezoito alunos participaram na construção do Dominó de Inequações mas vinte alunos participaram no Jogo, uma vez que ocorreram em duas aulas diferentes.

As afirmações transcritas são fiéis aos manuscritos dos alunos, à excepção de alguns erros ortográficos simples mas graves, que omiti.

Destes, quinze alunos responderam que gostaram do Jogo, um respondeu mais ou menos e quatro afirmaram não ter gostado do Jogo. Isto corresponde a 75% dos alunos terem gostado, 5% mais ou menos e 20% não terem gostado.

As razões que apresentam para não terem gostado do Jogo prendem-se com dificuldades a nível de pré-requisitos nos conteúdos matemáticos, como:

- Operar com números racionais relativos;
- Cálculo mental;
- Regras de resolução de equações (Regra da adição e Regra da multiplicação);
- Resolução de inequações;

e não tanto com o próprio Jogo. Aliás, o entusiasmo foi geral quando lhes comuniquei que iríamos jogar o Dominó, por ser um Jogo conhecido por quase todos, e que costumam jogar ou ver jogar no seio das suas famílias e/ou entre amigos.

Acerca da questão “Quais os conteúdos desenvolvidos neste Jogo?”, alguns alunos referiram-se às inequações, mas nota-se que são alunos com pouco vocabulário, que ainda se confundem muito com a distinção entre diferentes conteúdos matemáticos e que para alguns a Matemática se resume a contas, sempre contas. É engraçado reparar que alguns referiram que os conteúdos desenvolvidos foram ao nível das regras de convivência.

“Onde aprendi mais Matemática?”

Um aluno assinalou (A) “Ao construir as peças de Jogo”, significando 5% da turma; Quatro escolheram (B) “Ao criar as duas inequações”, correspondendo a 20% da turma; Oito responderam (C) “Ao resolver as duas inequações”, o que equivale a 40% da turma; Sete alunos optaram por (D) “Ao jogar em grupo com os meus colegas”, isto é, 35% da turma.

“Qual a afirmação com que concordas mais”:

Nenhum aluno respondeu (A) “Não valeu a pena jogar pois nada aprendi”; Seis alunos escolheram (B) “Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre regras de grupo em sala de aula”, correspondendo a 30% da turma; Dez alunos optaram por (C) “Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre resolução de inequações”, o que equivale a 50% da turma; Quatro alunos assinalaram (D) “Valeu bastante a pena pois aprofundei os meus conhecimentos sobre resolução de inequações do 1º grau a uma incógnita”, significando 20% da turma.

De modo geral concluo que os alunos gostaram de jogar o Dominó de Inequações, sentido que aprenderam um pouco mais sobre resolução de inequações do 1º grau a uma incógnita, divertindo-se e aperfeiçoando as regras de trabalho de grupo.

Ficha de Jogo

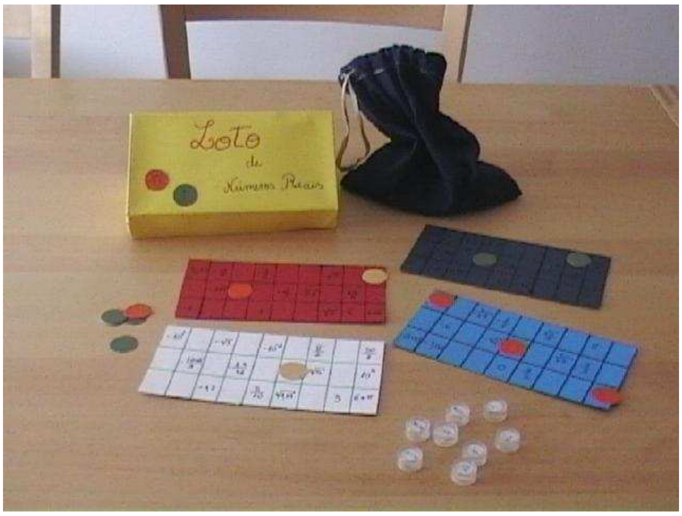
Nome do Jogo	Loto de Números Reais
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 2 – Os números Reais. Inequações
Competências Específicas	Relacionar números reais com o tipo de dízima que os representam; Comparar números reais.
Material por Aluno	Cartão de Jogo; Fichas para marcação dos números extraídos.
Regras de Jogo	-Um aluno é escolhido para fazer a extracção dos números do saco não transparente, ou então faz o professor esta função; -São distribuídos os 24 cartões pelos alunos, se a turma tiver até 12 alunos poderá distribuir-se dois cartões por aluno, se a turma tiver mais do que 12 alunos apenas se distribuirá 1 cartão por aluno. -Ao ouvirem um número extraído, os alunos procuram no seu cartão de Jogo se têm esse número escrito. Caso aconteça, têm direito a colocar uma ficha por cima desse número. -Para terem direito à ficha, os alunos têm que dizer a que menor conjunto numérico pertence esse número: IN; Z; Q ou IR. -No quadro estará representado um esquema, onde os alunos irão colocar os números que lhes vão saindo.
Objectivo	-O primeiro aluno a completar uma linha do seu cartão ganha 10 pontos, mas terá de pronunciar em voz alta os números da linha, dizendo a que conjunto numérico pertencem. -O primeiro aluno a completar um cartão ganha 50 pontos, mas terá de pronunciar em voz alta todos os números do seu cartão, dizendo o menor conjunto numérico a que pertence cada um deles. -No final das partidas, o jogador com maior número de pontos vence.

Loto de Números Reais

Este Jogo foi sugerido pelos alunos.

Qual o meu espanto quando os alunos, nesta fase em que já trabalhamos alguns jogos, tomaram iniciativa e pediram-me para fazermos um Jogo: "O Loto". Fui reflectir sobre o assunto e lembrei-me que poderia ser um Jogo adaptado aos Números Reais – Conteúdo Programático do 9º Ano de escolaridade.

É baseado no Loto tradicional, com as regras adaptadas.



Material de Jogo

24 cartões rectangulares divididos em 27 rectângulos, 9x3;

Fichas de Jogo com 90 números reais;

Saco não transparente para extracção das fichas numeradas;

Fichas suplentes para colocar nos cartões.

Regras de Jogo

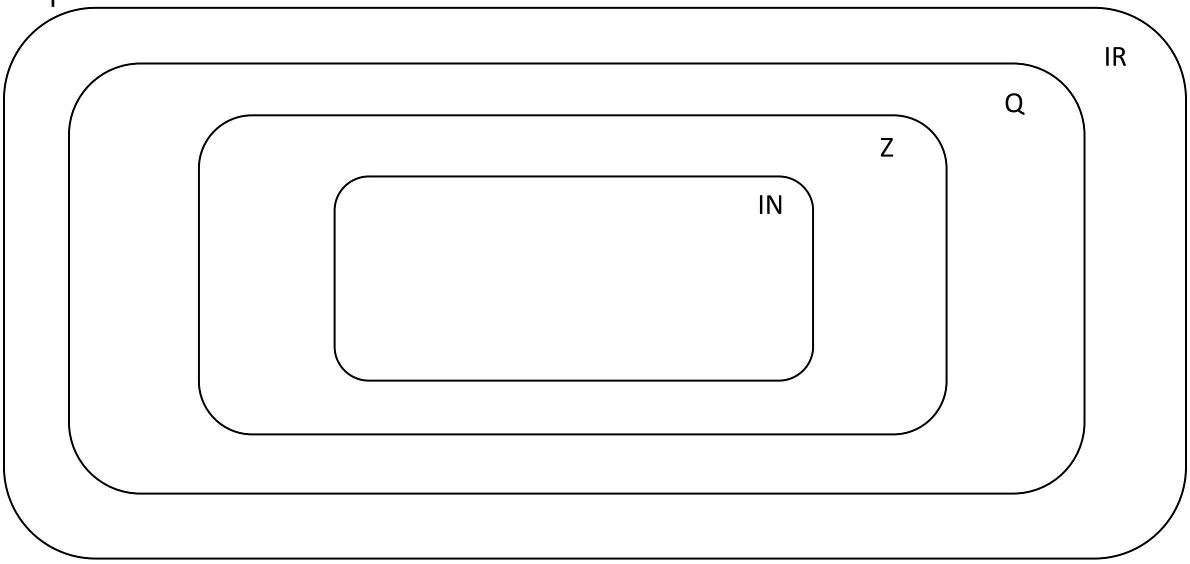
- Um aluno é escolhido para fazer a extracção dos números do saco não transparente, ou então faz o professor esta função;

- São distribuídos os 24 cartões pelos alunos, se a turma tiver até 12 alunos poderá distribuir-se dois cartões por aluno, se a turma tiver mais do que 12 alunos apenas se distribuirá 1 cartão por aluno.

- Ao ouvirem um número extraído, os alunos procuram no seu cartão de Jogo se têm esse número escrito. Caso aconteça, têm direito a colocar uma ficha por cima desse número.

- Para terem direito à ficha, os alunos têm que dizer a que menor conjunto numérico pertence esse número: IN; Z; Q ou IR.

- No quadro estará representado um esquema como o da figura que se segue, onde os alunos irão colocar os números que lhes vão saindo.



- O primeiro aluno a completar uma linha do seu cartão ganha 10 pontos, mas terá de pronunciar em voz alta os números da linha, dizendo a que conjunto numérico pertencem.

- O primeiro aluno a completar um cartão ganha 50 pontos, mas terá de pronunciar em voz alta todos os números do seu cartão, dizendo o menor conjunto numérico a que pertence cada um deles.

- No final das partidas, o jogador com maior número de pontos vence.

Correspondência entre os números do Loto tradicional e o Loto de números reais

1	-10^7	10	-7,1(34)	19	- 3,02	28	- 1,7	37	-1
2	-10^4	11	$-\frac{50}{8}$	20	- 3	29	$-\frac{19}{11}$	38	$\sqrt[3]{-1}$
3	-83,4	12	-6,1313…	21	$-\frac{8}{3}$	30	$-\frac{\pi}{2}$	39	$-\frac{7}{8}$
4	36,(4)	13	-6	22	$-\frac{5\sqrt{2}}{3}$	31	$-\sqrt{2}$	40	$-\frac{2}{3}$
5	$-\frac{1721}{99}$	14	$-2\sqrt{7}$	23	$-\sqrt{5}$	32	$-\frac{7}{5}$	41	-0,57272…
6	$-4\sqrt{11}$	15	$-\frac{15}{3}$	24	$-\sqrt[3]{8}$	33	$-\sqrt{1,69}$	42	$-\frac{5}{10}$
7	$-(6+\pi)$	16	$-\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	25	$-\sqrt{9}$	34	- 1,25(3)	43	$-\frac{1}{4}$
8	-8	17	$-\frac{13}{3}$	26	$-\sqrt{4}$	35	$-\frac{\sqrt{11}}{3}$	44	-10^{-2}
9	-7,25	18	$-\pi$	27	$-\sqrt{3}$	36	$-\frac{13}{12}$	45	-10^{-4}
46	0	55	$\frac{13}{12}$	64	$\sqrt{3}$	73	π	82	7,25
47	10^{-2}	56	$\frac{\sqrt{11}}{3}$	65	$\sqrt{4}$	74	$\frac{13}{3}$	83	8
48	$\frac{1}{4}$	57	1,25(3)	66	$\sqrt{9}$	75	$\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	84	$6+\pi$
49	$\frac{5}{10}$	58	$\sqrt{1,69}$	67	$\sqrt[3]{8}$	76	$\frac{15}{3}$	85	$4\sqrt{11}$
50	0,57272…	59	$\frac{7}{5}$	68	$\sqrt{5}$	77	$2\sqrt{7}$	86	$\frac{1721}{99}$
51	$\frac{2}{3}$	60	$\sqrt{2}$	69	$\frac{5\sqrt{2}}{3}$	78	6	87	36,(4)
52	$\frac{7}{8}$	61	$\frac{\pi}{2}$	70	$\frac{8}{3}$	79	6,1313…	88	83,4
53	$-\sqrt[3]{-1}$	62	$\frac{19}{11}$	71	3	80	$\frac{50}{8}$	89	10^4
54	1	63	1,7	72	3,02	81	7,1(34)	90	10^7

Cartões de Jogo

Cartão 1

			-1	$\frac{5}{10}$		$\sqrt{4}$	$2\sqrt{7}$	7,1(34)
$-\frac{1721}{99}$	$-2\sqrt{7}$	$-\sqrt{4}$		$\frac{1}{4}$			6	
-10^{7}		- 1,7	$-\sqrt{1{,}69}$		$\frac{7}{5}$	$\sqrt[3]{8}$		

Cartão 2

				$-\frac{2}{3}$	$-\sqrt[3]{-1}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{13}{3}$	8
	$-\frac{15}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{5}$	0	$\sqrt{1{,}69}$			
-10^{4}	$-\frac{50}{8}$	$-\frac{19}{11}$		-10^{-2}				$\frac{50}{8}$

Cartão 3

	$-\frac{12+\sqrt{5}}{3}$			-0,57272…	1	$\sqrt{2}$		10^{7}
-8			$-\frac{\sqrt{11}}{3}$	$-\frac{1}{4}$		$\sqrt{3}$	3	
-83,4		$-\frac{5\sqrt{2}}{3}$	$-\sqrt{2}$		$\frac{\sqrt{11}}{3}$		π	

Cartão 4

				$-\frac{5}{10}$	$\frac{13}{12}$	$\sqrt{9}$	$\frac{8}{3}$	$4\sqrt{11}$
36,(4)	$-\frac{13}{3}$	- 3	- 1,25(3)					36,(4)
$-4\sqrt{11}$	- 3,02	$-\sqrt[3]{8}$			0,57272…			83,4

Cartão 5

			$\sqrt[3]{-1}$	-10^{-4}		$\frac{5\sqrt{2}}{3}$	$\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	10^{4}
	-6	$-\sqrt{9}$		10^{-2}	1,25(3)	$\frac{19}{11}$		
$-(6+\pi)$	-7,1(34)		$-\frac{13}{12}$				6,1313…	$6+\pi$

Cartão 6

			$-\sqrt{3}$		$\frac{7}{8}$	$\sqrt{5}$	3,02	7,25
	$-\pi$	$-\sqrt{5}$	$-\frac{\pi}{2}$				$\frac{15}{3}$	
-7,25	-6,1313…	$-\sqrt{3}$			$\frac{2}{3}$	1,7		$\frac{1721}{99}$

Cartão 7

-10^{7}		$-\sqrt{5}$		-10^{-2}		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{50}{8}$
	$-\frac{12+\sqrt{5}}{3}$		$-\frac{13}{12}$		$\frac{7}{5}$	$\sqrt{5}$		10^{4}
		- 1,7		$\frac{5}{10}$	$\sqrt{1{,}69}$		3	$6+\pi$

Cartão 8

-10^{4}		$-\sqrt[3]{8}$	$-\frac{7}{8}$		$\frac{\sqrt{11}}{3}$		π	
	-6		$-\sqrt{2}$	$\frac{1}{4}$		$\sqrt[3]{8}$	$\frac{8}{3}$	
$-(6+\pi)$	- 3,02			0	$\frac{2}{3}$			36,(4)

Cartão 9

-83,4		- 3	$\sqrt[3]{-1}$				6,1313…	$\frac{1721}{99}$
	-7,1(34)		$-\sqrt{1,69}$	-0,57272…		$\sqrt{4}$	$2\sqrt{7}$	
	$-\pi$	$-\frac{19}{11}$		-10^{-4}	0,57272…			8

Cartão 10

36,(4)	$-\frac{13}{3}$		$-\frac{7}{5}$			$\sqrt{9}$		7,25
	$-2\sqrt{7}$	$-\sqrt{3}$		$-\frac{2}{3}$	$-\sqrt[3]{-1}$		$\frac{13}{3}$	
-8			-1			$\sqrt{2}$	6	$4\sqrt{11}$

Cartão 11

$-\frac{1721}{99}$		$-\frac{8}{3}$		10^{-2}		1,7		7,1(34)
	$-\frac{50}{8}$	$-\sqrt{9}$	$-\frac{\sqrt{11}}{3}$		$\frac{7}{8}$		$\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	
	$-\frac{15}{3}$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{13}{12}$	$\frac{19}{11}$	3,02	

Cartão 12

$-4\sqrt{11}$		$-\sqrt{4}$		$-\frac{1}{4}$	1,25(3)		$\frac{15}{3}$	
	-6,1313…		- 1,25(3)		1	$\sqrt{3}$		83,4
-7,25		$-\frac{5\sqrt{2}}{3}$		$-\frac{5}{10}$		$\frac{5\sqrt{2}}{3}$		10^{7}

Cartão 13

-10^{7}	$-\frac{50}{8}$		$-\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{4}$				$6+\pi$
	$-\frac{13}{3}$	- 1,7			$\frac{7}{5}$	$\frac{\pi}{2}$	π	
		$-\sqrt{5}$		$\frac{5}{10}$	$\frac{\sqrt{11}}{3}$	$\sqrt[3]{8}$		$\frac{50}{8}$

Cartão 14

-10^{4}	-6,1313…			$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$		3	
	$-\pi$	$-\sqrt[3]{8}$	$-\frac{13}{12}$			$\sqrt{5}$		36,(4)
			$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}$	$\sqrt{1,69}$		$\frac{8}{3}$	10^{4}

Cartão 15

-83,4	-6		$\sqrt[3]{-1}$	-10^{-4}				8
	- 3,02	- 3		-0,57272…	$-\sqrt[3]{-1}$		$\frac{13}{3}$	
		$-\frac{19}{11}$	$-\sqrt{1,69}$			$\sqrt{9}$	6,1313…	$\frac{1721}{99}$

Cartão 16

36,(4)	$-2\sqrt{7}$			0	0,57272…			$4\sqrt{11}$
-7,25		$-\sqrt{4}$	$-\frac{7}{5}$			$\sqrt{2}$	$2\sqrt{7}$	
$-(6+\pi)$			-1			$\sqrt{4}$	6	7,25

Cartão 17

$-\frac{1721}{99}$			$-\frac{\sqrt{11}}{3}$	10^{-2}	$\frac{13}{12}$		3,02	
	$-\frac{15}{3}$	$-\sqrt{3}$			$\frac{7}{8}$	$\sqrt{3}$		7,1(34)
		$-\sqrt{9}$	- 1,25(3)			$\frac{19}{11}$	$\frac{15}{3}$	83,4

Cartão 18

$-4\sqrt{11}$	$-\frac{12+\sqrt{5}}{3}$			-10^{-2}		1,7		10^{7}
-8		$-\frac{8}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$		1,25(3)	$\frac{5\sqrt{2}}{3}$		
	-7,1(34)	$-\frac{5\sqrt{2}}{3}$		$-\frac{5}{10}$	1		$\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	

Cartão 19

-8		$-\frac{5\sqrt{2}}{3}$				$\sqrt[3]{8}$	3,02	8
	$-\pi$		$-\sqrt{1{,}69}$	$\frac{5}{10}$		$\frac{\pi}{2}$	π	
-10^{7}	$-\frac{13}{3}$		$-\frac{\sqrt{11}}{3}$		0,57272…			$4\sqrt{11}$

Cartão 20

-7,25		- 3	$-\frac{13}{12}$				$\frac{8}{3}$	$6+\pi$
	$-\frac{12+\sqrt{5}}{3}$			0	$\frac{\sqrt{11}}{3}$		3	$\frac{1721}{99}$
-10^{4}		$-\sqrt{3}$	$\sqrt[3]{-1}$		$\frac{2}{3}$	$\sqrt{9}$		

Cartão 21

	$-\frac{50}{8}$	$-\frac{8}{3}$		-10^{-4}		1,7		83,4
	$-2\sqrt{7}$		$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{1}{4}$	1		$2\sqrt{7}$	
-83,4		$-\sqrt[3]{8}$			1,25(3)	$\frac{19}{11}$		10^{7}

Cartão 22

$-(6+\pi)$			$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}$		$\frac{5\sqrt{2}}{3}$	6,1313…	
36,(4)		$-\sqrt{5}$	-1		$\sqrt{1{,}69}$		$\frac{13}{3}$	
	-6	$-\sqrt{9}$		10^{-2}	$-\sqrt[3]{-1}$			36,(4)

Cartão 23

	-7,1(34)	$-\frac{19}{11}$			$\frac{7}{8}$	$\sqrt{5}$		7,25
$-\frac{1721}{99}$			$-\frac{7}{5}$	-0,57272…		$\sqrt{4}$		$\frac{50}{8}$
	- 3,02	- 1,7		-10^{-2}			6	7,1(34)

Cartão 24

	-6,1313…		$-\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{7}{5}$		$\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	
$-4\sqrt{11}$				$-\frac{5}{10}$	$\frac{13}{12}$	$\sqrt{2}$		10^{4}
	$-\frac{15}{3}$	$-\sqrt{4}$	- 1,25(3)			$\sqrt{3}$	$\frac{15}{3}$	

Peças de Jogo

90 peças numeradas para o sorteio;

360 peças suplentes para marcação nos cartões.

-10^7	-10^4	-83,4	36,(4)	$-\frac{1721}{99}$	$-4\sqrt{11}$	$-(6+\pi)$	-8	-7,25	-7,1(34)
$-\frac{50}{8}$	-6,1313…	-6	$-2\sqrt{7}$	$-\frac{15}{3}$	$-\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	$-\frac{13}{3}$	$-\pi$	- 3,02	- 3
$-\frac{8}{3}$	$-\frac{5\sqrt{2}}{3}$	$-\sqrt{5}$	$-\sqrt[3]{8}$	$-\sqrt{9}$	$-\sqrt{4}$	$-\sqrt{3}$	- 1,7	$-\frac{19}{11}$	$-\frac{\pi}{2}$
$-\sqrt{2}$	$-\frac{7}{5}$	$-\sqrt{1,69}$	-1,25(3)	$-\frac{\sqrt{11}}{3}$	$-\frac{13}{12}$	-1	$\sqrt[3]{-1}$	$-\frac{7}{8}$	$-\frac{2}{3}$
-0,57272…	$-\frac{5}{10}$	$-\frac{1}{4}$	-10^{-2}	-10^{-4}	0	10^{-2}	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{10}$	0,57272…
$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{8}$	$-\sqrt[3]{-1}$	1	$\frac{13}{12}$	$\frac{\sqrt{11}}{3}$	1,25(3)	$\sqrt{1,69}$	$\frac{7}{5}$	$\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{19}{11}$	1,7	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt{5}$	$\frac{5\sqrt{2}}{3}$	$\frac{8}{3}$
3	3,02	π	$\frac{13}{3}$	$\frac{12+\sqrt{5}}{3}$	$\frac{15}{3}$	$2\sqrt{7}$	6	6,1313…	$\frac{50}{8}$
7,1(34)	7,25	8	$6+\pi$	$4\sqrt{11}$	$\frac{1721}{99}$	36,(4)	83,4	10^4	10^7

Opinião Loto de Números Reais

1 – Gostei do Jogo? Porquê? Refere o que mais/ menos gostaste.

2 – Quais os conteúdos matemáticos desenvolvidos durante o Jogo?

3 – Qual a minha atitude perante o Jogo? Assinala a opção correcta para ti.

(A) Decepção;
(B) Ansiedade;
(C) Desinteresse;
(D) Entusiasmo;

4 – Qual a afirmação com que concordas mais:

(A) Não valeu a pena jogar pois nada aprendi;
(B) Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre regras de grupo em sala de aula;
(C) Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre números reais e conjuntos numéricos.
(D) Valeu bastante a pena pois aprofundei os meus conhecimentos sobre números reais e conjuntos numéricos. Agora sei classificar melhor um número real, sendo capaz de identificar o menor conjunto numérico ao qual pertence.

1 – Gostei do Jogo? Porquê? Refere o que mais/ menos gostaste.

Aluno 1 – Estive quase a ganhar e não gostei porque perdi. Mas gostei muito.

Aluno 2 – Gostei do Jogo pelo convívio e pelo modo de Jogo. O que menos gostei foi o facto do barulho.

Aluno 3 – Sim. Porque recordei os números reais. Gostei de tudo em geral.

Aluno 4 – Sim muito, porque fez-me lembrar mais dos números reais naturais… e diverti--me. Gostei de tudo, menos de perder, mas gostei na mesma.

Aluno 5 – Sim. Gostei de tudo.

Aluno 6 – Sim. Porque foi um Jogo em que joguei com a turma toda.

Aluno 7 – Sim, porque fizemos o Jogo com a turma toda.

Aluno 8 – Gostei de todo o Jogo. É bué da fixe.

Aluno 9 – Gostei, porque é um Jogo interessante e gostei de saírem os números do meu cartão. O que menos gostei foi de não terem saído alguns números do meu cartão.

Aluno 10 – Gostei do Jogo porque acho o Jogo engraçado e fácil.

Aluno 11 – Sim, porque é engraçado. O que mais gostei foi tirar as peças do saco. O que menos gostei foi não ganhar.

Aluno 12 – Gostei. Achei o Jogo muito divertido. Gostei de tudo, não houve nada que eu não gostasse.

Aluno 13 – Gostei. Foi muito engraçado. Gostei como o Loto é construído e não gostei de perder.

Aluno 14 – O que mais gostei foi de tirar as peças do saco, porque é emocionante.

Aluno 15 – Gostei do Jogo porque foi muito divertido e aprendi os conjuntos dos números reais.

Aluno 16 – Sim, gostei do Jogo. Foi divertido, energético, e o que menos gostei foi não ter tido sorte no Jogo. O que mais gostei foi o Jogo ter acabado e só me ter faltado 2 peças.

Aluno 17 – Gostei, porque é divertido.

2 – Quais os conteúdos matemáticos desenvolvidos durante o Jogo?

Aluno 1 – Saber distinguir os números reais.

Aluno 2 – Números reais.

Aluno 3 – Números reais.

Aluno 4 – Números reais. Números naturais. Números inteiros. Números racionais. Números irracionais.

Aluno 5 – Números reais.

Aluno 6 – Conjunto de números reais.

Aluno 7 – Números IR.

Aluno 8 – IR

Aluno 9 – O conjunto dos números reais.

Aluno 10 – Conjunto dos números reais.

Aluno 11 – Números reais.

Aluno 12 – Números racionais; irracionais; inteiros e naturais.

Aluno 13 – Os conteúdos matemáticos são: números irracionais; números reais; números naturais; números inteiros.

Aluno 14 – Os conteúdos foram os números inteiros, racionais, naturais e reais.

Aluno 15 – Os conjuntos de números reais.

Aluno 16 – Os conteúdos matemáticos são os números reais.

Aluno 17 – Os números reais.

3 – Qual a minha atitude perante o Jogo? Assinala a opção correcta para ti.

Aluno 1 – A

Aluno 2 – D

Aluno 3 – D

Aluno 4 – D

Aluno 5 – D

Aluno 6 – D

Aluno 7 – D

Aluno 8 – D

Aluno 9 – D

Aluno 10 – D

Aluno 11 – D

Aluno 12 – D

Aluno 13 – D

Aluno 14 – B

Aluno 15 – D

Aluno 16 – D

Aluno 17 – D

4 – Qual a afirmação com que concordas mais:

Aluno 1 – D

Aluno 2 – C

Aluno 3 – C

Aluno 4 – C

Aluno 5 – C

Aluno 6 – C

Aluno 7 – C

Aluno 8 – C

Aluno 9 – D

Aluno 10 – D

Aluno 11 – C

Aluno 12 – C

Aluno 13 – D

Aluno 14 – B

Aluno 15 – C

Aluno 16 – D

Aluno 17 – C

O Jogo foi recebido com grande entusiasmo pela parte dos alunos. Jogamos em grande grupo, grupo turma, retirando a professora as primeiras peças de Jogo do saco e depois aluno por aluno, cada um na sua vez, correndo a sala toda. Cada aluno pronunciava o número extraído em voz alta, o que já de si melhorava e aperfeiçoava a leitura de números reais, e dizia a que menor conjunto numérico pertence esse número, fazendo a professora o registo no quadro, no esquema desenhado no início da aula. O primeiro aluno a completar linha proferiu em voz alta os cinco números reais, relembrando a que menor conjunto numérico pertence cada um. O ânimo aumentou e os alunos gostaram mesmo de jogar este Loto, sempre na expectativa do número que ia ser extraído. Ao analisar as respostas dadas pelos alunos, verificamos que todos gostaram do Jogo e que se deixaram envolver por ele. O clima na aula foi de grande entusiasmo, havendo mesmo dificuldade em controlar os ânimos agitados, o que provocou algum barulho, como refere um aluno. Quinze alunos, correspondendo a 88% da turma presente na aula afirmam ter-se entusiasmado perante o Jogo. Um refere ter-se decepcionado, o que me pareceu ser relativamente ao facto de não ter ganho, e outro ansioso, correspondendo a 6% cada um. Penso também que o entusiasmo da turma foi maior por ter sido um Jogo sugerido pelos alunos, satisfazendo os seus gostos. Cinco alunos consideraram a opção (D) "*Valeu bastante a pena pois aprofundei os meus conhecimentos sobre números reais e conjuntos numéricos. Agora sei classificar melhor um número real, sendo capaz de identificar o menor conjunto numérico ao qual pertence*.", isto é, 29% da turma. Onze alunos responderam (C) "*Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre números reais e conjuntos numéricos*.", correspondendo a 65%, e apenas um aluno, 6%, respondeu (B) "*Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre regras de grupo em sala de aula*". Alguns alunos referem não gostar de perder, como é próprio de qualquer jogador, especialmente nesta faixa etária.

Ficha de Jogo

Nome do Jogo	DirectInv
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 4 – Proporcionalidade Inversa. Representação Gráfica.
Competências Específicas	Reconhecer situações de proporcionalidade directa ou inversa, indicando a constante de proporcionalidade; Construir tabelas a partir de dados fornecidos.
Material por Grupo	Dois baralhos de 20 cartas cada um, um com tabelas e outro com relações entre as variáveis x e y.
Regras de Jogo	Baralham-se as cartas com tabelas e distribuem-se cinco a cada jogador. Baralham-se igualmente as cartas que contêm relações entre as duas variáveis x e y e colocam-se três no centro da mesa, viradas para cima, deixando o restante baralho junto destas, virado para baixo. Sorteia-se qual é o primeiro jogador a jogar. Na sua vez, cada jogador procura entre as cartas da mesa uma que faça par com alguma das cartas que tem em seu poder, ou seja, procura sobre a mesa uma carta com uma relação que corresponda à relação existente entre os números de uma das suas tabelas. Coloca o par acabado de formar sobre a mesa, para que todos o possam ver, e depois retira-o de Jogo. De entre as cartas que ainda detém em seu poder escolhe uma para passar ao próximo jogador e termina a jogada retirando uma carta do baralho e colocando-a no centro da mesa, virada para cima, junto das que já aí se encontram. Pode acontecer que não exista, ou que o jogador não se aperceba que existe, uma carta sobre a mesa que forme par com alguma das cartas que tem em seu poder. Nesse caso nenhuma carta será retirada da mesa, devendo o jogador passar na mesma uma das suas cartas ao próximo jogador e acrescentar às cartas sobre a mesa mais uma proveniente do baralho. Pode igualmente ocorrer uma situação em que um jogador consiga formar mais do que um par ou até em que a relação escolhida se aplique a mais do que uma das suas cartas. Em qualquer uma destas circunstâncias o jogador deverá escolher, formando apenas um par constituído por uma carta da mesa e uma das suas cartas. E no caso de um par ser formado incorrectamente, o primeiro jogador que o identificar tem direito a dar uma das suas cartas ao jogador que formou o par incorrecto.
Objectivo	O objectivo do Jogo é identificar em cada carta com uma tabela uma relação entre os valores aí apresentados. Este processo é de certo modo guiado pelas cartas que se encontram sobre a mesa e que apresentam possíveis relações. Ganha o primeiro jogador que, ao terminar a sua jogada e passar uma carta ao jogador seguinte, fique sem cartas.

DirectInv

Este Jogo é da autoria de Doutora Helena Rocha e foi publicado na Revista Educação e Matemática, número 101, da Associação de Professores de Matemática. Vou passar a citá-lo.

DirectInv é um Jogo de cartas onde o jogador tem que tentar formar pares de cartas que representem a mesma relação entre as variáveis x e y. Pretende-se desta forma abordar as noções de proporcionalidade directa e inversa, sem no entanto exigir da parte dos jogadores um conhecimento prévio destas noções. Trata-se portanto de um Jogo que tanto pode consistir numa abordagem ao tema, como num aprofundamento, pois, no decorrer do Jogo, os jogadores terão ocasião de aos poucos se irem apercebendo de alguns aspectos que caracterizam estes dois tipos de relações.

N.º de Jogadores: 4

Nível de ensino: 3º Ciclo – 9º ano de escolaridade

Material necessário: dois baralhos de 20 cartas cada um, um com tabelas e outro com relações entre as variáveis x e y.

Objectivo do Jogo

O objectivo do Jogo é identificar em cada carta com uma tabela, uma relação entre os valores aí apresentados. Este processo é de certo modo guiado pelas cartas que se encontram sobre a mesa e que apresentam possíveis relações.

Preparação do Jogo

Baralham-se as cartas com tabelas e distribuem-se cinco a cada jogador. Baralham-se igualmente as cartas que contêm relações entre as duas variáveis x e y e colocam-se três no centro da mesa, viradas para cima, deixando o restante baralho junto destas, virado para baixo. Sorteia-se qual é o primeiro jogador a jogar.

Modo de jogar

Na sua vez, cada jogador procura entre as cartas da mesa uma que faça par com alguma das cartas que tem em seu poder, ou seja, procura sobre a mesa uma carta com uma relação que corresponda à relação existente entre os números de uma das suas tabelas. Coloca o par acabado de formar sobre a mesa, para que todos o possam ver, e depois retira-o de Jogo. De entre as cartas que ainda detém em seu poder escolhe uma para passar ao próximo jogador e termina a jogada retirando uma carta do baralho e colocando-a no centro da mesa, virada para cima, junto das que já aí se encontram.

Pode acontecer que não exista, ou que o jogador não se aperceba que existe, uma carta sobre a mesa que forme par com alguma das cartas que tem em seu poder. Nesse caso nenhuma carta será retirada da mesa, devendo o jogador passar na mesma uma das suas cartas ao próximo jogador e acrescentar às cartas sobre a mesa mais uma proveniente do baralho.

Pode igualmente ocorrer uma situação em que um jogador consiga formar mais do que um par ou até em que a relação escolhida se aplique a mais do que uma das suas cartas.

Em qualquer uma destas circunstâncias o jogador deverá escolher, formando apenas um par constituído por uma carta da mesa e uma das suas cartas.

E no caso de um par ser formado incorrectamente, o primeiro jogador que o identificar tem direito a dar uma das suas cartas ao jogador que formou o par incorrecto.

Determinação do vencedor

Ganha o primeiro jogador que, ao terminar a sua jogada e passar uma carta ao jogador seguinte, fique sem cartas.

Três exemplos de jogadas

x	y
1	10
2	5
5	2

x	y
1	10
2	20
4	30

x	y
2	20
5	8
10	4

x	y
2	25
5	10
10	5

$x \times y = 10$

$x \times y = 20$

$\frac{y}{x} = 10$

Figura 1

Numa situação de Jogo como a apresentada na figura 1, o jogador apercebe-se que a sua tabela da esquerda corresponde à relação $x \times y = 10$ que se encontra sobre a mesa. Coloca então a sua carta junto dessa para que todos possam verificar a correcção do par que acabou de formar e, de seguida, retira as duas cartas de Jogo. Escolhe então, por exemplo, a sua tabela da direita para passar ao próximo jogador e termina a jogada retirando uma carta do baralho e colocando-a no centro da mesa, junto das que aí se encontram.

x	y
1	40
2	20
4	10

x	y
2	20
5	8
10	4

x	y
2	25
5	10
10	5

x	y
1	10
2	20
5	50

$x \times y = 10$

$x \times y = 40$

$\frac{y}{x} = 100$

Figura 2

Numa situação como a da figura 2, as duas tabelas da esquerda correspondem ambas à relação $x \times y = 40$. Como apenas uma carta poderá ser jogada, caberá ao jogador decidir qual a que irá colocar sobre a mesa, formando o par que sairá de Jogo.

x	y
1	40
2	20
4	10

x	y
1	10
2	20
5	50

x	y
2	20
5	8
10	4

x	y
2	25
5	10
10	5

$x \times y = 10$

$x \times y = 20$

$\frac{y}{x} = 100$

Figura 3

Na figura 3 o panorama é menos favorável ao jogador, uma vez que nenhuma das tabelas corresponde a qualquer das relações que se encontram sobre a mesa e, portanto, não é possível formar qualquer par. Assim, nenhuma carta poderá ser jogada e ao jogador resta apenas passar uma das suas tabelas ao próximo jogador e acrescentar às cartas sobre a mesa uma carta retirada do baralho.

Variantes

Podem ser acrescentadas ao baralho inicial quatro cartas com tabelas em branco, passando no início do Jogo a distribuir-se seis cartas, em vez de cinco, a cada jogador. O jogador que recebe alguma carta com a tabela em branco preenche obrigatoriamente três dos seus valores antes do início do Jogo e os restantes três no momento em que decide jogar a carta.

Deixa-se assim ao jogador a tomada de decisão relativamente aos valores que considera mais vantajosos. Esta variante tem, pois, a vantagem de colocar nas mãos do jogador mais poder para influenciar o Jogo, no entanto, pode não ser uma boa opção quando os jogadores ainda não estão familiarizados com o Jogo ou quando ainda não dispuserem do tempo necessário à compreensão das noções envolvidas.

Comentário

Três das cartas do baralho de tabelas não representam nem uma relação de proporcionalidade directa nem uma relação de proporcionalidade inversa e tal não acontece por acaso. Com efeito, estas tabelas foram introduzidas no baralho por duas razões. Por um lado, para enfatizar que é fundamental confirmar se todos os elementos de cada tabela verificam a relação e não cometer o erro de pensar que é suficiente considerar apenas dois deles. Por outro lado, para impedir o desenvolvimento por parte dos jogadores da ideia que todas as tabelas traduzem obrigatoriamente uma relação de um destes dois tipos – proporcionalidade directa ou inversa.

Os baralhos de cartas

Cartas com tabelas

x	y
1	10
2	5
5	2

x	y
1	20
2	10
4	5

x	y
1	40
2	20
4	10

x	y
1	50
25	2
50	1

x	Y
1	100
2	50
5	20

x	y
2	10
4	5
10	2

x	y
1	10
2	20
4	30

x	y
2	20
5	8
10	4

x	y
2	25
5	10
10	5

x	y
2	50
6	20
10	10

x	y
1	10
2	20
5	50

x	y
1	20
2	40
3	60

x	y
1	40
2	80
3	120

x	y
1	10
2	5
4	2

x	y
1	50
2	100
3	150

x	y
1	100
2	200
3	300

x	y
2	40
4	80
6	120

x	y
2	80
10	400
20	800

x	y
2	100
4	200
6	300

x	y
2	200
4	400
6	600

Cartas com relações (duas cartas de cada)

$\boxed{x \times y = 10}$ $\boxed{x \times y = 20}$ $\boxed{x \times y = 40}$ $\boxed{x \times y = 50}$ $\boxed{x \times y = 100}$

$\boxed{\frac{y}{x} = 10}$ $\boxed{\frac{y}{x} = 20}$ $\boxed{\frac{y}{x} = 40}$ $\boxed{\frac{y}{x} = 50}$ $\boxed{\frac{y}{x} = 100}$

Metodologia de Trabalho do Jogo DirecInv

Novamente vou transcrever da revista Educação e Matemática, n.º 101, pág. 46-48, a tarefa da autoria de Doutora Helena Rocha.

A tarefa que aqui se apresenta destina-se a explorar o Jogo DirectInv. Tratando-se de um Jogo que pode ser utilizado para introduzir a noção de proporcionalidade inversa, o objectivo desta tarefa não passa pela noção em si, embora esta esteja directamente envolvida. O que se pretende é consciencializar os alunos que, mais do que jogar, o importante é a reflexão que se faz sobre o Jogo, pois é esta que nos poderá ajudar a perceber melhor o seu funcionamento e a conseguir maximizar as nossas hipóteses de ser bem sucedidos.

Esta proposta de trabalho tem ainda uma componente ao nível da Língua Portuguesa, uma vez que são apresentados pequenos textos, e até um curto diálogo, que os alunos têm que ler e interpretar.

A tarefa foi pensada para ser realizada por grupos de quatro alunos, depois de estes terem tido ocasião de jogar algumas vezes. A realização da tarefa requer ainda que os alunos tenham acesso ao material de Jogo, ou seja, cada grupo de alunos precisa de ter à sua disposição os dois baralhos de cartas (o das cartas com tabelas e o das cartas da mesa).

Actividade

Eu vou ganhar!

A Laura esteve a jogar ao DirectInv na aula de Matemática e, depois de perder o primeiro Jogo, começou a lamentar a sua falta de sorte por lhe saírem cartas que «não prestavam». Os colegas riram-se, achando que era ela que não sabia jogar, mas quando ela perdeu mais um Jogo começaram a achar estranho e decidiram investigar. Pegaram então no baralho das tabelas e foram à procura das cartas que «não prestavam».

Que cartas são essas? E por que é que «não prestam»?

Ao ajudar a procurar as cartas que «não prestavam», o David descobriu que havia duas cartas no baralho para as quais era mais fácil conseguir formar o par com uma carta da mesa.

Que cartas são essas? Explica a tua escolha.

Satisfeito com a sua descoberta, e a pensar em ganhar os próximos jogos, o David fez uma proposta aos colegas:

- Olhem, e se acrescentássemos ao baralho quatro cartas novas com tabelas em branco, que o jogador preenchia como quisesse, assim tipo jokers.

- Nem penses! – responderam logo dois colegas em coro. – Tu queres é ganhar sempre.

- Então, e se em vez disso fossem cartas com metade dos valores da tabela preenchidos e a outra metade por preencher? – perguntou a Laura.

- Quem ficar com uma tabela em branco preenche três valores da tabela antes de começar o Jogo e os outros três quando quiser jogar a carta. Concordam?

Preenche a teu gosto três valores das tabelas das quatro cartas que se seguem.

x	y

Faz par com ___ cartas

x	y

Faz par com ___ cartas

x	y

Faz par com ___ cartas

x	y

Faz par com ___ cartas

E agora completa o preenchimento das tabelas. Usa cores diferentes para diferentes hipóteses de completar a tabela.

Cada uma das tuas cartas pode ser completada para ser jogada com quantas cartas do baralho da mesa?

Será possível fazer melhor? Preenche uma nova tabela se precisares, mas procura encontrar uma tabela que possa formar par com o maior número de cartas do baralho da mesa.

A Laura e o David passaram a ganhar todos os jogos alternadamente. As tabelas que eles preenchiam serviam sempre para uma das cartas na mesa, o que já não acontecia com as dos seus colegas. Vendo que eles preenchiam sempre os três números da coluna do x ou os três números da coluna do y, os colegas resolveram impor como nova regra que tinha de se preencher pelo menos um número na coluna do x e um na do y.

Será que esta nova regra vai impedir a Laura e o David de construírem uma tabela que sirva sempre? Explica porquê.

x	y
1	10
2	5
5	2

x	y
1	20
2	10
4	5

x	y
1	40
2	20
4	10

x	y
1	50
25	2
50	1

x	y
1	100
2	50
5	20

x	y
2	10
4	5
10	2

x	y
1	10
2	20
4	30

x	y
2	20
5	8
10	4

x	y
2	25
5	10
10	5

x	y
2	50
6	20
10	10

x	y
1	10
2	20
5	50

x	y
1	20
2	40
3	60

x	y
1	40
2	80
3	120

x	y
1	10
2	5
4	2

x	y
1	50
2	100
3	150

x	y
1	100
2	200
3	300

x	y
2	40
4	80
6	120

x	y
2	80
10	400
20	800

x	y
2	100
4	200
6	300

x	y
2	200
4	400
6	600

x	y

x	y

x	y

x	y

x	y
2	100
4	200
6	300

x	y
2	200
4	400
6	600

x	y

x	y

x	y

x	y

$x \times y = 10$

$x \times y = 10$

$x \times y = 20$

$x \times y = 20$

$x \times y = 40$

$x \times y = 40$

$x \times y = 50$

$x \times y = 50$

$x \times y = 100$

$x \times y = 100$	$\frac{y}{x} = 20$	$\frac{y}{x} = 50$
$\frac{y}{x} = 10$	$\frac{y}{x} = 40$	$\frac{y}{x} = 100$
$\frac{y}{x} = 10$	$\frac{y}{x} = 40$	$\frac{y}{x} = 100$
$\frac{y}{x} = 20$	$\frac{y}{x} = 50$	

DirectInv

Regras de Jogo

N.º de Jogadores: 4
Nível de ensino: 3º Ciclo – 9º ano de escolaridade

Material necessário: dois baralhos de 20 cartas cada um, um com tabelas e outro com relações entre as variáveis x e y.

Objectivo do Jogo

O objectivo do Jogo é identificar em cada carta com uma tabela, uma relação entre os valores aí apresentados. Este processo é de certo modo guiado pelas cartas que se encontram sobre a mesa e que apresentam possíveis relações.

Preparação do Jogo

Baralham-se as cartas com tabelas e distribuem-se cinco a cada jogador. Baralham-se igualmente as cartas que contêm relações entre as duas variáveis x e y e colocam-se três no centro da mesa, viradas para cima, deixando o restante baralho junto destas, virado para baixo. Sorteia-se qual é o primeiro jogador a jogar.

Modo de jogar

Na sua vez, cada jogador procura entre as cartas da mesa uma que faça par com alguma das cartas que tem em seu poder, ou seja, procura sobre a mesa uma carta com uma relação que corresponda à relação existente entre os números de uma das suas tabelas. Coloca o par acabado de formar sobre a mesa, para que todos o possam ver, e depois retira-o de Jogo. De entre as cartas que ainda detém em seu poder escolhe uma para passar ao próximo jogador e termina a jogada retirando uma carta do baralho e colocando-a no centro da mesa, virada para cima, junto das que já aí se encontram.

Pode acontecer que não exista, ou que o jogador não se aperceba que existe, uma carta sobre a mesa que forme par com alguma das cartas que tem em seu poder. Nesse caso nenhuma carta será retirada da mesa, devendo o jogador passar na mesma uma das suas cartas ao próximo jogador e acrescentar às cartas sobre a mesa mais uma proveniente do baralho.

Pode igualmente ocorrer uma situação em que um jogador consiga formar mais do que um par ou até em que a relação escolhida se aplique a mais do que uma das suas cartas.

Em qualquer uma destas circunstâncias o jogador deverá escolher, formando apenas um par constituído por uma carta da mesa e uma das suas cartas.

E no caso de um par ser formado incorrectamente, o primeiro jogador que o identificar tem direito a dar uma das suas cartas ao jogador que formou o par incorrecto.

Determinação do vencedor

Ganha o primeiro jogador que, ao terminar a sua jogada e passar uma carta ao jogador seguinte, fique sem cartas.

DirectInv
Actividade

Eu vou ganhar!

A Laura esteve a jogar ao DirectInv na aula de Matemática e, depois de perder o primeiro Jogo, começou a lamentar a sua falta de sorte por lhe saírem cartas que «não prestavam». Os colegas riram-se, achando que era ela que não sabia jogar, mas quando ela perdeu mais um Jogo começaram a achar estranho e decidiram investigar. Pegaram então no baralho das tabelas e foram à procura das cartas que «não prestavam».
Que cartas são essas? E por que é que «não prestam»?

___

Ao ajudar a procurar as cartas que «não prestavam», o David descobriu que havia duas cartas no baralho para as quais era mais fácil conseguir formar o par com uma carta da mesa.
Que cartas são essas? Explica a tua escolha.

___

Satisfeito com a sua descoberta, e a pensar em ganhar os próximos jogos, o David fez uma proposta aos colegas:
- Olhem, e se acrescentássemos ao baralho quatro cartas novas com tabelas em branco, que o jogador preenchia como quisesse, assim tipo jokers.
- Nem penses! – responderam logo dois colegas em coro. – Tu queres é ganhar sempre.
- Então, e se em vez disso fossem cartas com metade dos valores da tabela preenchidos e a outra metade por preencher? – perguntou a Laura.
- Quem ficar com uma tabela em branco preenche três valores da tabela antes de começar o Jogo e os outros três quando quiser jogar a carta. Concordam?

Preenche a teu gosto três valores das tabelas das quatro cartas que se seguem.

x	y

Faz par com
___ cartas

x	y

Faz par com
___ cartas

x	y

Faz par com
___ cartas

x	y

Faz par com
___ cartas

E agora completa o preenchimento das tabelas. Usa cores diferentes para diferentes hipóteses de completar a tabela.
Cada uma das tuas cartas pode ser completada para ser jogada com quantas cartas do baralho da mesa?

___

Será possível fazer melhor? Preenche uma nova tabela se precisares, mas procura encontrar uma tabela que possa formar par com o maior número de cartas do baralho da mesa.

x	y

Faz par com
___ cartas

A Laura e o David passaram a ganhar todos os jogos alternadamente. As tabelas que eles preenchiam serviam sempre para uma das cartas na mesa, o que já não acontecia com as dos seus colegas. Vendo que eles preenchiam sempre os três números da coluna do x ou os três números da coluna do y, os colegas resolveram impor como nova regra que tinha de se preencher pelo menos um número na coluna do x e um na do y.
Será que esta nova regra vai impedir a Laura e o David de construírem uma tabela que sirva sempre? Explica porquê.

___

1ª Questão
Grupo I
As cartas que não prestam são as que não têm proporcionalidade directa nem inversa.

x	y
1	10
2	20
4	30

x	y
10	1
2	5
4	2

x	y
2	50
6	20
10	10

As cartas que não têm proporcionalidade directa nem inversa.

Grupo II
São cartas que não têm proporcionalidade directa ou inversa e por isso não dá para fazer pares.

x	y
2	50
6	20
10	10

x	y
1	10
2	20
4	30

x	y
10	1
2	5
4	2

Grupo III

x	y
10	1
2	5
4	2

x	y
2	50
6	20
10	10

x	y
1	10
2	20
4	30

Não prestam porque não existe proporcionalidade directa e inversa.

Grupo IV
Porque são cartas que não têm constante.

x	y
1	10
2	5
4	2

x	y
1	10
2	20
4	30

x	y
2	50
6	20
10	10

Grupo V

x	y
1	10
2	5
4	2

1x10=10
2x5=10
4x2=8

x	y
1	10
2	20
4	30

10:1=10
20:2=10
30:4=7,5

x	y
2	50
6	20
10	10

2x50
6x20
10x10
2:50

2ª Questão
Grupo I
São as castas em branco
Grupo II
As cartas com a tabela em branco porque se pode formar um par qualquer.
Grupo III
São as cartas brancas. Porque dá para preencher como valor necessitado.
Grupo IV
São as cartas que têm como constante 100 e 10.

x	y
2	200
4	400
6	600

x	y
2	100
4	200
6	300

x	y
1	100
2	200
3	300

Grupo V
Faltou à aula

3ª Questão
Grupo I

x	y
	40
40	
	120

Faz par com 2 cartas

x	y
2	
	2
	100

Faz par com 2 cartas

x	y
4	
2	
1	

Faz par com 2 cartas

x	y
1	
8	
20	

Faz par com 2 cartas

Grupo II

x	y
1	
2	
3	

Faz par com 2 cartas

x	y
	20
	10
	5

Faz par com 2 cartas

x	y
	40
	80
	120

Faz par com 2 cartas

x	y
1	
2	
4	

Faz par com 2 cartas

Grupo III

x	y
4	
2	
5	

Faz par com 2 cartas

x	y
4	
3	
1	

Faz par com 2 cartas

x	y
4	
2	
1	

Faz par com 2 cartas

x	y
1	
8	
20	

Faz par com __ cartas

Grupo IV

x	y
	40
40	
	120

Faz par com 2 cartas

x	y
2	
	2
	100

Faz par com 2 cartas

x	y
2	100
3	

Faz par com 2 cartas

x	y
	2
20	
	4

Faz par com 2 cartas

4ª Questão
Grupo I
Com 2.

Grupo II
8

Grupo III
$\frac{y}{x} = 40$; $\frac{y}{x} = 10$; $x \times y = 100$; $x \times y = 40$

Grupo IV
Com 2.

Hipótese 1

x	y
1	40
40	**80**
3	120

Hipótese 2

x	y
2	**50**
50	2
1	100

Hipótese 3

x	y
1	**50**
2	100
3	**100**

x	y
10	2
20	**1**
5	4

5ª Questão
Grupo I

x	y
25	4
1	40
20	40

Faz par com
3 cartas

Grupo II

x	y
1	100
2	50
25	4

Faz par com
2 cartas

Grupo III

x	y
15	2
3	10
30	1

Faz par com
$x \times y = 30$
cartas

Grupo IV

x	y
1	40
1	40
1	40

Faz par com
4 cartas

6ª Questão

Grupo I

Sim, porque só há uma constante.

Grupo II

Acho que não, porque ao preencher uma carta da tabela x e da tabela y, com proporcionalidade pode servir.

Grupo III

Não respondeu

Grupo IV

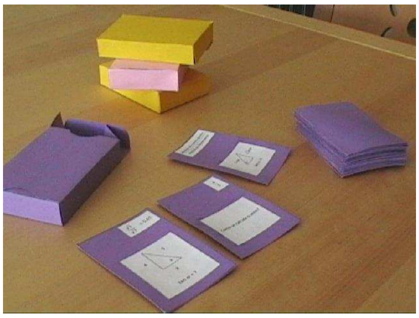
Sim, porque cada carta só tem uma constante.

Ficha de Jogo

Nome do Jogo	Tio Papel de Trigonometria
Tema/ Conteúdos Programáticos	Capítulo 7 – Trigonometria do Triângulo Rectângulo.
Competências Específicas	Determinar razões trigonométricas de um dado ângulo agudo; Determinar um ângulo agudo conhecida uma das suas razões trigonométricas; Procurar estratégias adequadas para determinar distâncias inacessíveis, alturas de edifícios, etc; Determinar uma razão trigonométrica de um ângulo agudo, conhecida outra.
Material por Grupo	Um baralho com 36 cartas com perguntas e respostas.
Regras de Jogo	Número de Jogadores: 4 a 6 O Jogo é composto por 36 cartas que contêm uma questão no centro de cada carta – valor de entrada na mesa – e uma resposta no canto superior direito – valor de saída da mão. Depois de serem distribuídas todas as cartas pelos jogadores, um jogador a combinar, lança uma das cartas de saída, seguindo-se o jogador à direita, que colocará em cima da carta jogada uma carta cujo valor de saída seja equivalente ao valor de entrada da carta anterior. Os jogadores vão assim sequencialmente colocando as cartas na mesa.
Objectivo	Ganha o jogador que primeiro conseguir colocar todas as cartas que tem na mão. No caso de a sequência ser definitivamente interrompida, considera-se empate entre todos os jogadores, devendo-se começar de novo o Jogo.

Metodologia de Trabalho do Jogo Tio Papel de Trigonometria

Este Jogo, conforme o nome indica, é baseado no famoso Jogo Tio Papel – Jogos Matemáticos, da autoria de Francisco Aranda, publicado pela Livraria - Papelaria Quinta da Palmeira, Albufeira, Portugal.



Comecei por apresentar um Jogo Tio Papel aos alunos, *Tio Papel Números Relativos* e *Tio Papel Polinómios*, estes experimentaram-no em grupos e a reacção ao Jogo foi bastante positiva. Notou-se bem o entusiasmo demonstrado em jogá-lo.

Em seguida lancei o desafio, agora individualmente, cada aluno teve que criar três perguntas com as respectivas respostas sobre a Unidade Temática: Trigonometria do Triângulo Rectângulo. Levei alguns manuais escolares para a sala de aula, para que todos os alunos pudessem pesquisar e na aula seguinte fomos para a Sala Multimédia da Escola onde cada aluno tem acesso a um computador portátil com ligação à Internet e com o programa Geometers Sketchpad instalado.

Cada aluno redigiu as três perguntas e as três respostas, processou-as no computador, utilizando o programa Word, e enviou-me o seu trabalho por e-mail.

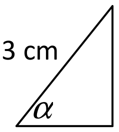
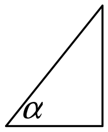
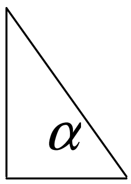
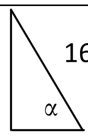
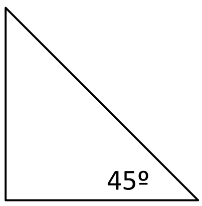
Depois de ter todas as perguntas e respostas dos alunos, compus o baralho de cartas, com 36 cartas.

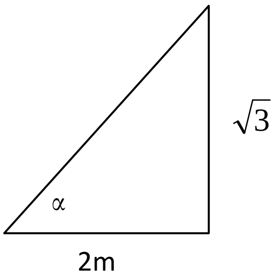
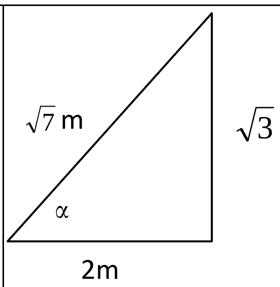
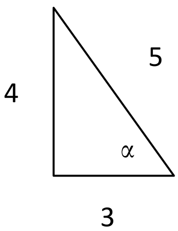
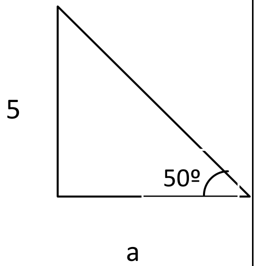
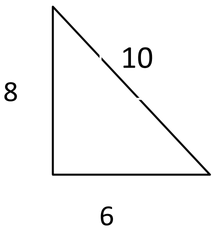
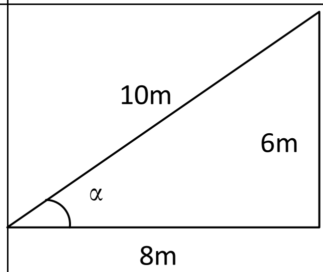
Na aula seguinte cada grupo voltou a juntar-se e construiu 36 cartas em cartolina, onde colocou cada pergunta e resposta a outra pergunta, já anteriormente combinadas pela professora.

Quando o Jogo estava concluído, cada grupo pode jogá-lo as vezes que quis.

Os alunos gostam particularmente de jogos de cartas. O entusiasmo foi notório durante o Jogo e quiseram repeti-lo várias vezes. Para facilitar a resolução das perguntas coloquei em cada mesa de grupo um bloco de notas, canetas, lápis, calculadora científica e uma tabela trigonométrica.

Cartas de Jogo

3 cm  $\sqrt{3}cm$ α Sen α =?	$\frac{\sqrt{3}}{3}$ = 0,58	Sen α = ?	$\sqrt{1-\cos^2\alpha}$
 $\sqrt{3}cm$ α 2 cm Tg α =?	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ = 0,87	Qual é a fórmula fundamental da trigonometria?	$sen^2\alpha+\cos^2\alpha$ =1
27cm  α 16cm Qual é o valor da tangente de α ?	$\frac{27}{16}$ = 1,7	 16cm α 14cm Qual o valor do co-seno de α ?	$\frac{14}{16}$ = 0,875
α  45º β $\frac{\alpha}{\beta}=?$	1	$\sqrt{2}$ x sen 20º = ?	0,48
2xcos 50º+sen 80º=?	2,27	Como se calcula o seno?	$\frac{medida\ do\ cateto\ oposto}{medida\ da\ hipotenusa}$
Como se calcula a tangente?	$\frac{Cateto\ oposto}{Cateto\ adjacente}$	Como se calcula o co-seno?	$\frac{Cateto\ adjacente}{Hipotenusa}$

 tg α=?	$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0{,}87$	 Como se calcula o seno de α?	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cong 0{,}65$
Sen 28º = ?	0,47	$\frac{sen\beta}{\cos\beta}$ = ?	tg β
sen^2 β+ cos^2 β = ?	1	cos 180º = ?	-1
 tan α = ?	$\frac{4}{3}$	 a = ?	$\cong 4{,}2$
 sen β = ?	$\frac{3}{5}$	 Qual é o co-seno de α ?	0,8

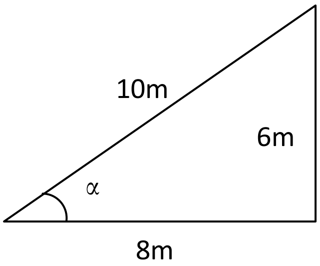
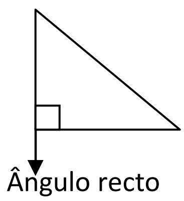
 Qual é a tangente de α ?	0,75	sen 77º = ?	0,974
tg 37º = ?	0,754	cos 54º = ?	0,588
Num triângulo rectângulo existe a hipotenusa e:	cateto oposto e cateto adjacente	Como se chama ao lado oposto ao ângulo recto? 	Hipotenusa
Porque é que é possível que em dois triângulos de tamanhos diferentes, existam ângulos com 37º e o resultado do seno é sempre 0,6?	Porque os triângulos são semelhantes.	Quais são as três razões trigonométricas?	Seno, Co-seno e Tangente.
sen 60º = ?	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	tg α = 0,268 α = ?	15º
cos 54º =	0,59	sen 37º = ?	0,6
tg 29º = ?	0,554	cos 46º = ?	0,695

TABELA TRIGONOMÉTRICA

Graus	Seno	Co-seno	Tangente	Graus	Seno	Co-seno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

Opinião sobre o Jogo "Tio Papel de Trigonometria"

1 – Gostei do Jogo? Porquê?

Aluno 1 – Sim, porque é divertido.

Aluno 2 – Sim. Porque construi e joguei. Também porque é interessante, faz puxar pela cabeça.

Aluno 3 – Gostei, porque aprendes mais sobre Trigonometria.

Aluno 4 – Sim. Porque é divertido.

Aluno 5 – Sim. Porque é divertido.

Aluno 6 – Gostei, porque é muito interessante.

Aluno 7 – Sim. Achei o Jogo muito divertido.

Aluno 8 – Sim, porque é fácil e divertido.

Aluno 9 – Sim, porque estamos em grupo e é divertido.

Aluno 10 – Gostei, porque sabemos resolver mais rapidamente a Trigonometria.

Aluno 11 – Sim, porque estamos em grupo.

Aluno 12 - +/-

Aluno 13 – Este não foi dos que mais gostei, porque baralhamos um pouco as coisas e não correu muito bem.

Aluno 14 – Acho o Jogo interessante e bastante fácil de jogar.

Muitos alunos referem o carácter divertido para justificar o porquê de terem gostado do Jogo, alguns acharam-no interessante, chegando a referir que desenvolveram competências em Trigonometria.

2 – Quais os conteúdos desenvolvidos durante o Jogo?

Aluno 1 – Aprendi e desenvolvi melhor a Trigonometria.

Aluno 2 – Ajudou-me a relembrar matérias já dadas. Também a aprender coisas novas.

Aluno 3 – A Trigonometria

Aluno 4 – Trabalhar com jogos de Matemática.

Aluno 5 – Trigonometria

Aluno 6 – Trigonometria

Aluno 7 – Aprendi mais sobre Trigonometria.

Aluno 8 – Aprendi a trabalhar melhor com as razões trigonométricas.

Aluno 9 – Aprendizagem na Matemática e resolução de problemas.

Aluno 10 – Desenvolver Trigonometria

Aluno 11 – Aprendizagem na Matemática.

Aluno 12 – Aprendi mais Trigonometria.

Aluno 13 – Desenvolvemos os conteúdos das razões trigonométricas.

Aluno 14 – Neste Jogo podemos desenvolver uma parte da matéria e, digamos, tirar dúvidas sobre Trigonometria. Logo podemos aprender sobre essa matéria.

Referem competências em Trigonometria mas também na Matemática em geral.

3 – Onde aprendi mais Matemática? Assinala a opção correcta para ti.

(A) Ao construir o Jogo;

(B) Ao criar as três perguntas sobre Trigonometria;

(C) Ao responder às três perguntas sobre Trigonometria;

(D) Ao jogar em grupo com os meus colegas.

Aluno 1 – D

Aluno 2 – C

Aluno 3 – D

Aluno 4 – B

Aluno 5 – D

Aluno 6 – D

Aluno 7 – D

Aluno 8 – D

Aluno 9 – D

Aluno 10 – D

Aluno 11 – C

Aluno 12 – D

Aluno 13 – D

Aluno 14 – D

Um aluno, correspondente a 7%, responde que aprendeu mais “*Ao criar as três perguntas sobre Trigonometria*”; Dois alunos, correspondentes a 14%

referem aprender mais Matemática "*Ao responder às três perguntas sobre Trigonometria*"; Os restantes 11 alunos, 79% afirma achar que aprendeu mais Matemática "*Ao jogar em grupo com os meus colegas*".

4 – Qual a afirmação com que concordas mais:

(A) Não valeu a pena jogar pois nada aprendi;
(B) Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre regras de grupo em sala de aula;
(C) Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre Trigonometria.
(D) Valeu bastante a pena pois aprofundei os meus conhecimentos sobre Trigonometria.

Aluno 1 – C
Aluno 2 – C
Aluno 3 – D
Aluno 4 – C
Aluno 5 – C
Aluno 6 – B
Aluno 7 – C
Aluno 8 – D
Aluno 9 – C
Aluno 10 – D
Aluno 11 – B
Aluno 12 – C
Aluno 13 – C
Aluno 14 – D

Dois alunos, correspondentes a 14%, responderam "*Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre regras de grupo em sala de aula*"; Oito alunos, correspondentes a 57% referiram "*Valeu a pena jogar pois aprendi um pouco mais sobre Trigonometria*"; Os restantes 4 alunos, 29%, afirmam "*Valeu bastante a pena pois aprofundei os meus conhecimentos sobre Trigonometria*".

Capítulo V – Análise de Resultados

Agrupamento de Escolas do Bairro Padre Cruz

Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos (Sede de Agrupamento)
Escola Básica do 1º Ciclo nº 167 (Edifício Piteira e Edifício Rio Tejo)
Jardim de Infância

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

Departamento de Matemática e Ciências Experimentais

Ano Lectivo 2008/2009

♦ O que vamos avaliar?

A avaliação nas disciplinas que constituem o Departamento: Matemática – 2º e 3º ciclos, Ciências da Natureza; Ciências Naturais, Ciências Físico--Químicas e Tecnologia de Informação e Comunicação, irá incidir sobre quatro domínios:

1. Atitudes e valores *(saber ser/estar)*
2. Conhecimento *(saber fazer)*
3. Raciocínio
4. Comunicação

♦ Como vamos avaliar?

Depois de uma análise sobre aspectos pertinentes relativos aos domínios anteriores, considerou-se que, na Avaliação a efectuar ao longo do ano lectivo, ir-se-ão avaliar competências ao nível do saber ser/estar e competências ao nível do conhecimento (substantivo e processual), do raciocínio, da comunicação e das atitudes e valores através dos itens apresentados nos quadros seguintes.

As atitudes e valores terão um "peso" de 40%; os conhecimentos terão um "peso" de 40%; o raciocínio, 10% e a comunicação, igualmente, 10% na avaliação dos alunos.

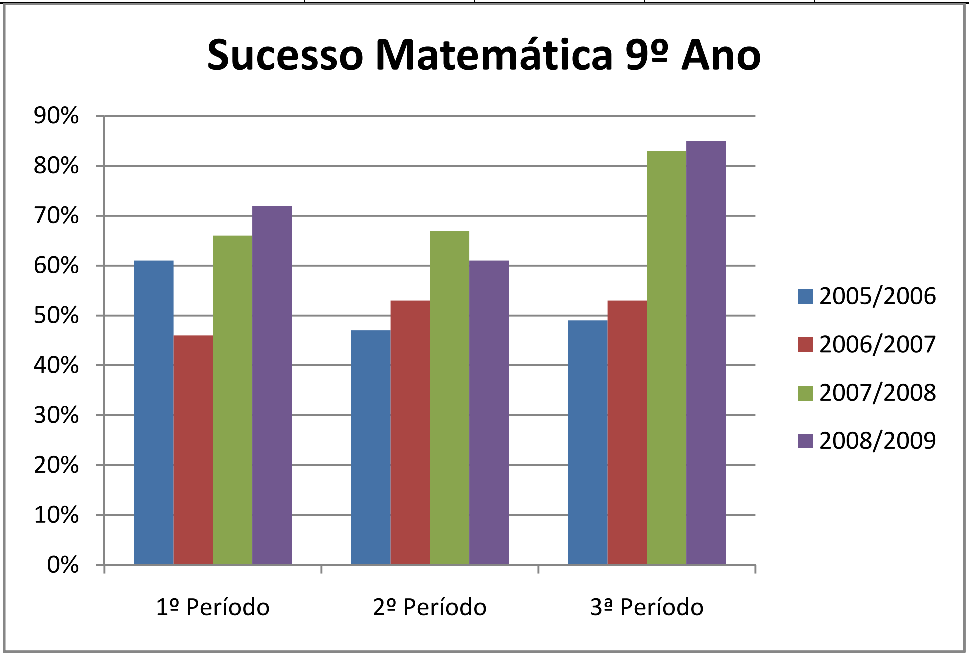
Atitudes e Valores (40%)	Responsabilidade (10%)	• Participação nas actividades • Material necessário à disciplina • Assiduidade e pontualidade • Realização dos TPCs • Cumprimento de regras
	Empenho (20%)	• Organização e apresentação do caderno diário/outro material didáctico • Realização dos trabalhos individuais/de grupo
	Cooperação (10%)	• Colaboração na dinâmica de grupo, respeitando a vertente cidadania • Espírito de entreajuda

Raciocínio (10%)	• Estratégias para resolução de problemas/exercícios
Comunicação (10%)	• Colocação de dúvidas • Utilização de linguagem científica
Conhecimento (40%)	• Aquisição de conhecimentos • Aplicação de conhecimentos

Análise comparativa com anos lectivos anteriores

Área Curricular Disciplinar: MATEMÁTICA

Matemática 9ºAno	2005/2006	2006/2007	2007/2008	2008/2009
1º Período	61%	46%	66%	72%
2º Período	47%	53%	67%	61%
3ª Período	49%	53%	83%	85%



É com agrado que se verifica que no 9º ano o sucesso à disciplina de Matemática tem vindo a aumentar.

No 1º Período conseguimos registar os melhores resultados dos últimos 4 anos lectivos consecutivos.

No 2º Período houve uma ligeira descida em comparação com o ano lectivo anterior, devendo-se ao facto da avaliação externa, Teste Nacional Intermédio de Janeiro de 2009, ser de carácter sumativo, contrariamente ao ano lectivo anterior onde teve carácter formativo. De toda a forma os resultados estão bastante melhores em comparação com os outros dois anos lectivos anteriores.

No 3º Período os resultados da avaliação interna da Escola voltaram a subir, mesmo com a aplicação de mais um Teste Nacional Intermédio, com carácter de avaliação sumativa.

Capítulo VI – Conclusões

Agrupamento de Escolas do BAIRRO PADRE CRUZ	Inquérito Final de Área de Projecto - 9º Ano
	Nome: Número: Turma: Data:
	Professora: Patrícia Marques

1) O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?

Aluno 1 – Não sei.
Aluno 2 – Resolver exercícios e aprender.
Aluno 3 – Gosto de fazer jogos em grupo.
Aluno 4 – Jogar.
Aluno 5 – Jogar.
Aluno 6 – Os (não completou)
Aluno 7 – Contas.
Aluno 8 – Gosto de jogar.
Aluno 9 – Fazer exercícios.
Aluno 10 – Gosto de jogar.
Aluno 11 – Fazer os exercícios.
Aluno 12 – Contas.
Aluno 13 – Gosto de fazer inequações e equações.
Aluno 14 – Principalmente gostei da Geometria.

2) Gostas de Jogar?

Aluno 1 – Sim, porque diverti-me.
Aluno 2 – Sim, conforme os jogos.
Aluno 3 – Sim. Porque aprendemos muita coisa.
Aluno 4 – Sim, porque diverti-me.
Aluno 5 – Sim, porque é interessante.
Aluno 6 – Sim, gosto.
Aluno 7 – Sim, gostei de jogar todos os jogos.
Aluno 8 – Sim, porque aprendemos e é divertido.
Aluno 9 – Sim, mas o que eu gosto mais de jogar são jogos de desporto.
Aluno 10 – Sim, porque aprendemos e é divertido.
Aluno 11 – Sim, porque aprendemos a jogar.
Aluno 12 – Gostei de jogar os jogos.
Aluno 13 – Sim, acho que jogar é importante. Aprendemos muito.
Aluno 14 – Sim, porque divirto-me e aprendo.

3) Que tipo de jogos preferes?
Aluno 1 – Ouri.
Aluno 2 – Jogos do tipo Rastros, Ouri, Hex, dominó de números.
Aluno 3 – Damas, Gamão, Rastros, Hex.
Aluno 4 – Hex, Rastros e Ouri.
Aluno 5 – Jogos de acção (PC).
Aluno 6 – Todos.
Aluno 7 – De cartas.
Aluno 8 – Rastros, Hex (jogos de tabuleiro).
Aluno 9 – Jogos de desporto.
Aluno 10 – Rastros, Jogo do Hex, e outros de raciocínio.
Aluno 11 – Jogos que envolvam desporto.
Aluno 12 – Tabuleiro.
Aluno 13 – Gosto de jogos como o Ouri, Hex, etc.
Aluno 14 – Jogos de Estatística.

4) Na tua opinião, o que aprendes ao jogar um Jogo?
Aluno 1 – Aprendo a concentrar-me melhor e é uma maneira de me interessar mais pela matéria.
Aluno 2 – Aprende-se a conviver, e a relembrar matérias dadas.
Aluno 3 – Aprendemos coisas sobre o Jogo.
Aluno 4 – Aprendo a fazer contas.
Aluno 5 – Muitas coisas.
Aluno 6 – As regras e a jogar.
Aluno 7 – Aprendi a perceber mais de Matemática.
Aluno 8 – Aprendo a raciocinar melhor e a fazer contas de cabeça mais rapidamente.
Aluno 9 – A capacidade de conseguir resolver problemas.
Aluno 10 – Aprendo a pensar rápido e a usar o raciocínio.
Aluno 11 – Saber mais sobre esse Jogo.
Aluno 12 – Estratégias.
Aluno 13 – Estes jogos ajudaram-me mais na Matemática.
Aluno 14 – Muita coisa, depende muito do Jogo.

5) Que jogos de tabuleiro conheces?
Aluno 1 – Rastros, Hex, Ouri.
Aluno 2 – Monopólio.
Aluno 3 – Damas, Xadrez, Gamão, Monopólio.
Aluno 4 – Hex.
Aluno 5 – Monopoly, Damas, O Jogo da Glória, etc.
Aluno 6 – Damas, Rastros, Ouri, Monopólio.
Aluno 7 – Ouri, Hex, Rastros.
Aluno 8 – Rastros, Hex, Xadrez, Damas, Intersecções.
Aluno 9 – Damas, Xadrez, Monopoly, Rastros, etc.
Aluno 10 – Rastros, Hex, Xadrez, Damas, Intersecções.
Aluno 11 – Damas, Monopólio, Xadrez, Rastros, Hex.
Aluno 12 – Damas, Monopólio, Xadrez, Rastros, Hex.
Aluno 13 – Hex, Rastros.
Aluno 14 – Monopólio, “Poutigo”, Detective, etc.

6) Gostaste do Projecto desenvolvido em Área de Projecto ao longo do ano?

Aluno 1 – Sim, porque é bom jogar em grupo.
Aluno 2 – Sim, foi interessante.
Aluno 3 – Gostei.
Aluno 4 – Sim, diverti-me muito a jogar.
Aluno 5 – Sim.
Aluno 6 – Sim, gostei muito.
Aluno 7 – Sim.
Aluno 8 – Sim, muito!
Aluno 9 – Sim, porque fazer jogos é engraçado.
Aluno 10 – Sim, muito.
Aluno 11 – Sim, gosto de jogar.
Aluno 12 – Sim.
Aluno 13 – Sim. Acho que devíamos fazer mais actividades destas.
Aluno 14 – Sim.

7) Porquê?

Aluno 1 – Porque jogámos muito e aprendemos mais.
Aluno 2 - Construi e joguei o meu próprio Jogo. Também relembrei.
Aluno 3 – Porque aprendemos muitas coisas.
Aluno 4 – Gosto de aprender novos jogos.
Aluno 5 – Porque aprendemos a jogar.
Aluno 6 – Porque é muito interessante.
Aluno 7 – Porque aprendemos muito.
Aluno 8 – Porque adoro jogos.
Aluno 9 – Porque foi giro fazer os jogos para depois jogarmos com eles.
Aluno 10 – Porque adoro os jogos.
Aluno 11 – Porque gosto de jogar jogos.
Aluno 12 – Porque fizemos os jogos em grupo.
Aluno 13 – Mais divertido e aprendemos mais Matemática.
Aluno 14 – Porque são interessantes e é bastante fácil aprender a desenvolver, etc.

8) O que mais gostaste?

Aluno 1 – Jogar o Ouri.
Aluno 2 – De construir e jogar o Ouri. Mas também gostei do dominó.
Aluno 3 – O Jogo “Tio Papel de Trigonometria”.
Aluno 4 – Do Jogo do Hex.
Aluno 5 – De jogar.
Aluno 6 – De tudo.
Aluno 7 – De tudo.
Aluno 8 – De jogar o Ratros e o Hex e competir com os meus colegas.
Aluno 9 – De jogar.
Aluno 10 – Jogar o Hex.
Aluno 11 – De jogar.
Aluno 12 – De jogar.
Aluno 13 – De trabalhar em grupo e de ultrapassar algumas dificuldades na Matemática.
Aluno 14 – Basicamente de tudo.

9) Na tua opinião desenvolveste mais competências através da Aprendizagem pelo Jogo?

Aluno 1 – Acho que sim.
Aluno 2 – Sim, também relembrei.
Aluno 3 – Sim, aprendi mais sobre o seno, co-seno, etc.
Aluno 4 – Sim, mais conhecimentos.
Aluno 5 – Sim, porque aprendi Matemática.
Aluno 6 – Sim, muitas.
Aluno 7 – Sim, consegui desenvolver mais competências.
Aluno 8 – Sim, porque a jogar tinha mais interesse.
Aluno 9 – Sim, porque através da aprendizagem do Jogo, aprendi a resolver melhor as equações.
Aluno 10 – Sim desenvolvi.
Aluno 11 – Sim, porque desenvolvi a minha aprendizagem.
Aluno 12 – Sim, como por exemplo a Trigonometria.
Aluno 13 – Sim, aprendi mais Matemática através do Jogo.
Aluno 14 – Sim, um pouco. Pode desenvolver um pouco mais as minhas capacidades.

10) Se a Professora voltasse a sugerir este tema para Área de Projecto aceitavas trabalhá-lo com empenho?

Aluno 1 – Sim, porque seria agradável.
Aluno 2 – Sim, porque gostei.
Aluno 3 – Gostava muito.
Aluno 4 – Sim. Gosto muito de jogar.
Aluno 5 – Sim, porque é interessante.
Aluno 6 – Claro que sim.
Aluno 7 – Sim, trabalhava com bastante empenho!
Aluno 8 – Sim, porque gosto de jogos.
Aluno 9 – Sim, porque acho que é fixe construir os jogos.
Aluno 10 – Adorava, pois jogar é divertido.
Aluno 11 – Sim, porque gosto deste tema.
Aluno 12 – Sim, porque gostei de jogar.
Aluno 13 – Sim, trabalhava como trabalhei este ano.
Aluno 14 – Sim, porque é sempre interessante.

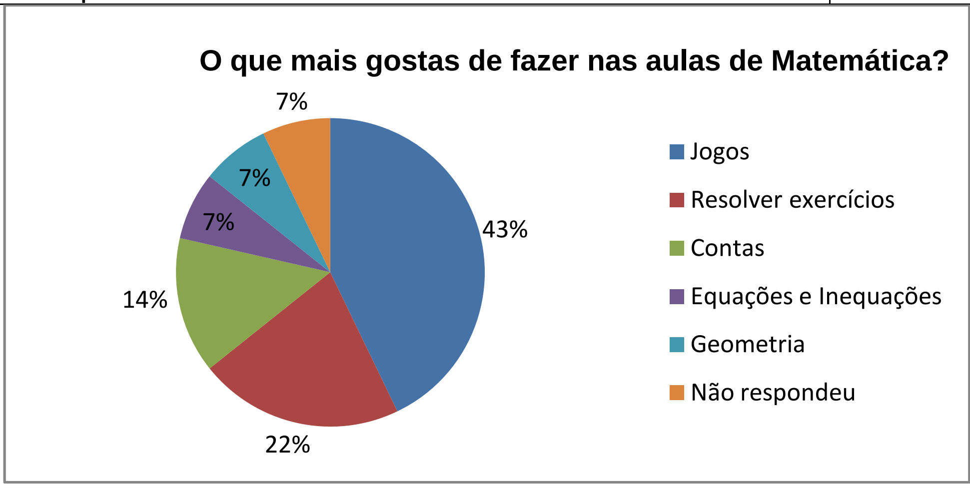
Bom Trabalho!
Patrícia Marques

Tratamento do Inquérito Final de Área de Projecto

A este inquérito final apenas responderam 14 alunos da turma. Foram aqueles que estiveram presentes na última aula de Área de Projecto.

1)

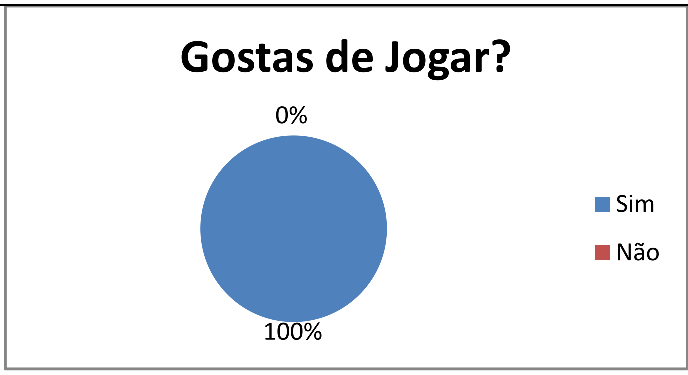
O que mais gostas de fazer nas aulas de Matemática?	N.º alunos
Jogos	6
Resolver exercícios	3
Contas	2
Equações e Inequações	1
Geometria	1
Não respondeu	1



Nesta primeira questão, comparando com as respostas dos alunos no Inquérito Inicial, houve uma subida de 33% para 43% na preferência pelos jogos. A resolução de exercícios decresceu de 29% para 22%. As restantes respostas alteraram-se, mantendo-se apenas o número de alunos que não respondeu.

2)

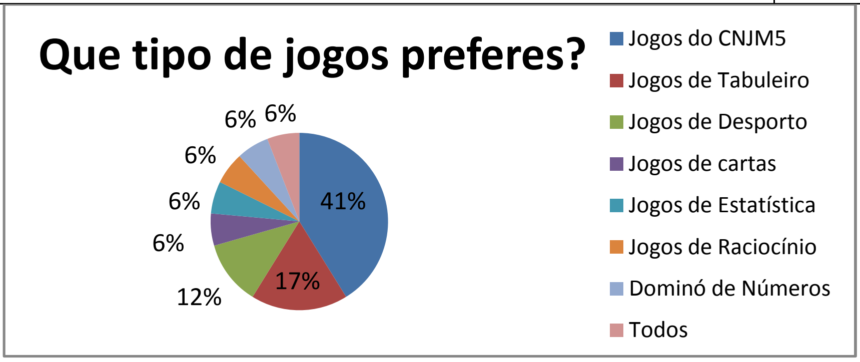
Gostas de Jogar?	N.º alunos
Sim	14
Não	0



Nesta segunda questão todos os alunos referem gostar de jogar, o que voltou a subir a percentagem. Cinco alunos referem o aspecto diversão como justificação para o gosto pelo Jogo e seis alunos referem o factor da aprendizagem para o mesmo.

3)

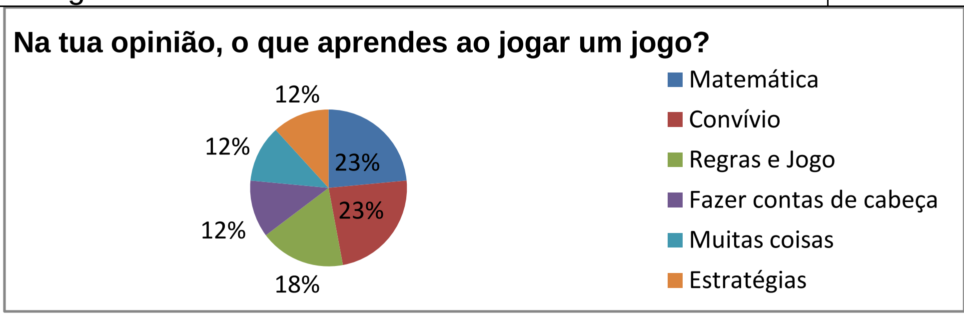
Que tipo de jogos preferes?	N.º alunos
Jogos do CNJM5r	7
Jogos de Tabuleiro	3
Jogos de Desporto	2
Jogos de cartas	1
Jogos de Estatística	1
Jogos de Raciocínio	1
Dominó de Números	1
Todos	1



Os Jogos preferidos agora pelos alunos são os jogos que aprenderam do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, tendo diminuído em grande percentagem os Jogos de computador, de 32% para 0%.

4)

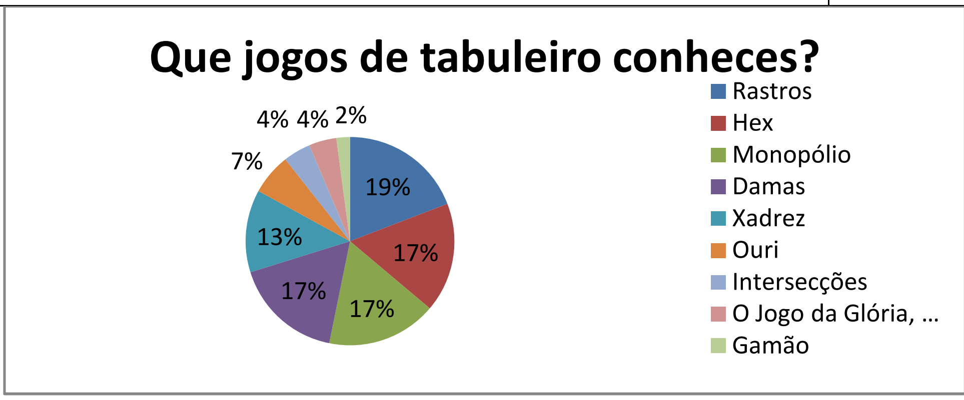
Na tua opinião, o que aprendes ao jogar um Jogo?	N.º alunos
Raciocinar	5
Matemática	4
Convívio	4
Regras e Jogo	3
Fazer contas de cabeça	2
Muitas coisas	2
Estratégias	2



Os alunos referem agora uma ligação directa entre o Jogo e a aprendizagem da Matemática.

5)

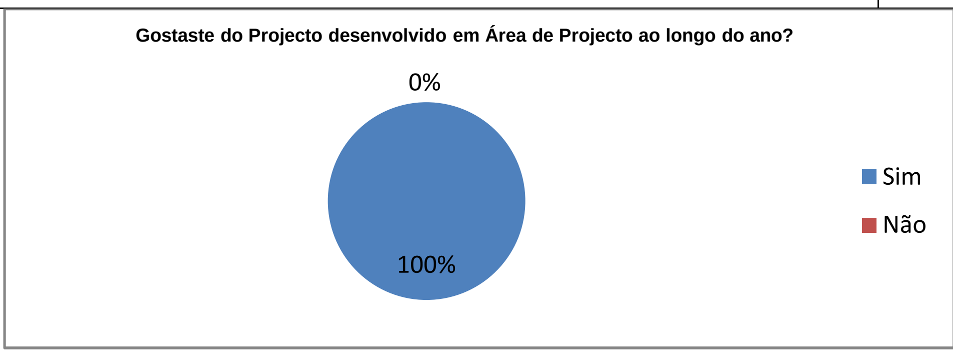
Que jogos de tabuleiro conheces?	N.º alunos
Rastros	9
Hex	8
Monopólio	8
Damas	8
Xadrez	6
Ouri	3
Intersecções	2
O Jogo da Glória, …	2
Gamão	1



Após um ano lectivo de trabalho nesta turma, os resultados alteraram-se bastante, e os jogos mais referidos são novamente os jogos do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, seguidos dos Jogos a que estão mais habituados com a família ou com os amigos.

6)

Gostaste do Projecto desenvolvido em Área de Projecto ao longo do ano?	N.º alunos
Sim	14
Não	0

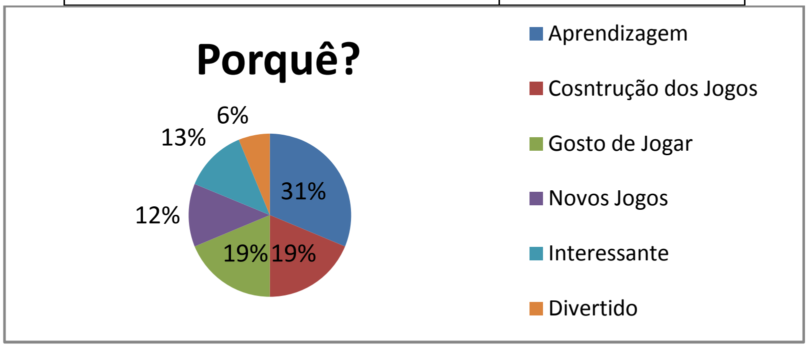


A partir daqui as perguntas foram alteradas em relação ao Inquérito Inicial, uma vez que não faziam sentido voltar a repeti-las e havia necessidade de reformular novas questões.

Todos os alunos envolvidos no Projecto afirmam ter gostado de o desenvolver. Na questão seguinte são apresentados os motivos.

7)

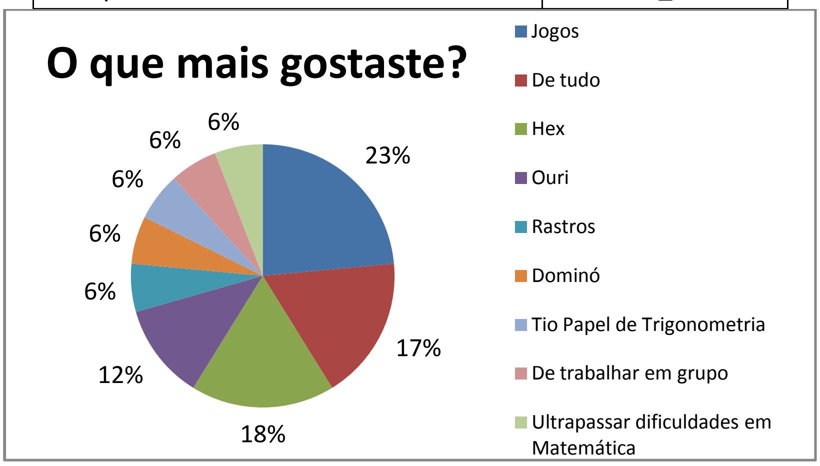
Porquê?	N.º alunos
Aprendizagem	5
Construção dos Jogos	3
Gosto de Jogar	3
Novos Jogos	2
Interessante	2
Divertido	1



É com satisfação que ao ler as respostas dadas pelos alunos chego a estes resultados. Os próprios alunos chegaram à conclusão que é possível aprender através dos Jogos, e que isso torna a tarefa mais interessante e divertida.

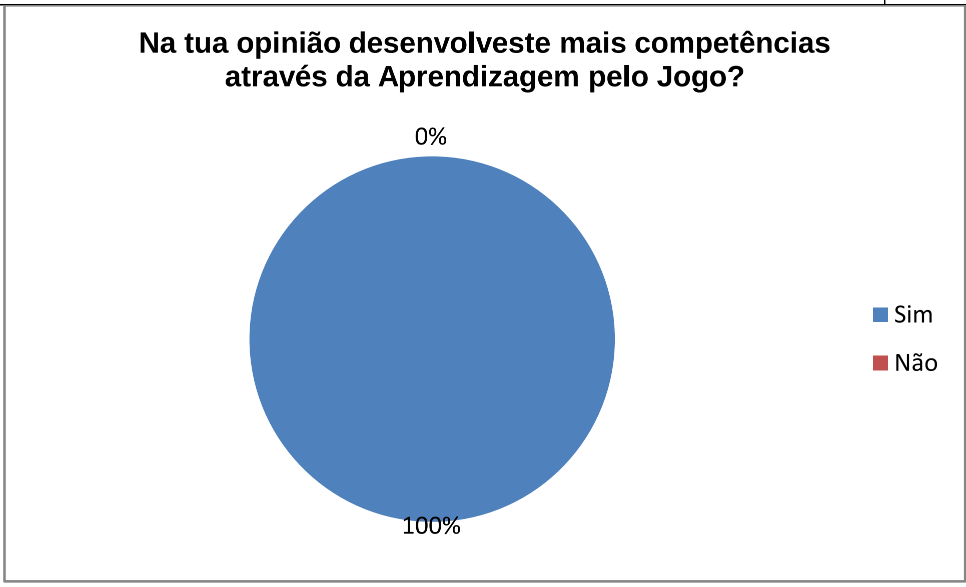
8)

O que mais gostaste?	N.º alunos
Jogos	4
De tudo	3
Hex	3
Ouri	2
Rastros	1
Dominó	1
Tio Papel de Trigonometria	1
De trabalhar em grupo	1
Ultrapassar dificuldades em Matemática	1



9)

Na tua opinião desenvolveste mais competências através da Aprendizagem pelo Jogo?	N.º alunos
Sim	14
Não	0



Todos os alunos referiram que sim e as razões apresentadas são: "*aprendi mais sobre o seno, co-seno, etc.*"; "*mais conhecimentos*"; "*porque aprendi Matemática*"; "*porque a jogar tinha mais interesse*"; "*porque através da aprendizagem do Jogo, aprendi a resolver melhor as equações*"; "*porque desenvolvi a minha aprendizagem*"; "*como por exemplo a Trigonometria*"; "*aprendi mais Matemática através do Jogo*"; "*pode desenvolver um pouco mais as minhas capacidades*".

10)

Se a Professora voltasse a sugerir este tema para Área de Projecto aceitavas trabalhá-lo com empenho?	N.º alunos
Sim	14
Não	0

Os motivos apresentados pelos alunos são: porque é interessante; o gosto pelo Jogo; o prazer da construção dos Jogos; porque é divertido.

Conclusão Final

Como linha de orientação de trabalho de investigação, defini duas questões, às quais procuro agora apresentar uma resposta.

- Que competências são desenvolvidas através da implementação do Jogo em sala de aula em contexto turma?

- Desenvolvimento do raciocínio lógico;
- A destreza manual, a lateralidade, as noções de quantidade e de sequência, as operações básicas mentais, aquando da aplicação das regras em cada Jogo, por exemplo, o sentido convencional do Jogo — sentido anti-horário;
- O uso de processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples, por exemplo, os conceitos de probabilidade, de acontecimentos aleatórios, de acontecimentos equiprováveis e não-equiprováveis;
- A procura de padrões e regularidades e a formulação de generalizações;
- No contexto numérico, durante o desenvolvimento de cada Jogo de forma a encontrar estratégias ganhadoras.
- Relacionar harmoniosamente o corpo com o espaço, numa perspectiva pessoal e interpessoal;
- Mobilizar saberes culturais e científicos de forma a valorizar as diferentes formas de conhecimento, comunicação e expressão;
- Desenvolver a curiosidade intelectual, do gosto pelo saber, pelo trabalho e pelo estudo;
- Desenvolver a capacidade de adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões;
- Realizar actividades de forma autónoma, responsável e criativa;
- Cooperar com outros em tarefas e projectos comuns.

- Que resultados reflecte a implementação do Jogo com temáticas programáticas do Currículo Nacional de Matemática para o 9º ano de escolaridade, em termos de avaliação dos alunos?

Com a implementação em sala de aula e análise dos jogos mencionados, concluo que o Jogo habilita o aluno a compreender mais profundamente os conceitos:

- Compreender os números, formas de representação dos números, relações entre números e sistemas numéricos; (Números e Operações)
- Compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam entre si; (Números e Operações)
- Calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis; (Números e Operações)
- Compreender padrões, relações e funções; (Álgebra)
- Representar e analisar situações e estruturas matemáticas, usando símbolos algébricos; (Álgebra)
- Analisar a variação em diversos contextos; (Álgebra)
- Analisar as características e propriedades de formas geométricas bidimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas; (Geometria)
- Aplicar técnicas, ferramentas e fórmulas adequadas para determinar medidas; (Medida)
- Desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas em dados; (Análise de Dados e Probabilidades)
- Compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidades; (Análise de Dados e Probabilidades)
- Analisar e reflectir sobre o processo de resolução matemática de problemas; (Resolução de Problemas)
- Reconhecer o raciocínio e a demonstração como aspectos fundamentais da Matemática; (Raciocínio e Demonstração)
- Seleccionar e usar diversos tipos de raciocínio e métodos de demonstração; (Raciocínio e Demonstração)
- Organizar e consolidar o seu pensamento matemático através da comunicação; (Comunicação)

- Comunicar o seu pensamento matemático de forma coerente e clara aos colegas, professores e a outros; (Comunicação)
- Analisar e avaliar as estratégias e o pensamento matemático usados por outros; (Comunicação)
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas; (Conexões)
- Reconhecer e aplicar Matemática em contextos exteriores a ela própria; (Conexões)
- Criar e usar representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas. (Representação)

Estas Normas foram desenvolvidas e ajudaram na aquisição das competências específicas citadas em cada Jogo, reflectindo-se positivamente na avaliação interna dos alunos, como analisado na página 236, em análise de resultados, resultando num sucesso de 85% no nono ano de escolaridade.

Normas e conceitos, bem como competências específicas, ficaram por abordar, esperando nova oportunidade de as desenvolver em próximos anos lectivos, pela **Utilização Pedagógica do Jogo**.

Bibliografia

-Avedon, Elliot Morton; Sutton-Smith, Bruan, *The Study of Games*, San Antonio Public Library, USA, 1971;

-Bonamigo, Euza; Kude, Vera, *Brincar: Brincadeira ou coisa séria*, Educação e Realidade Edições, Porto Alegre, 1991;

-Cabral, António, *Teoria do Jogo*, Editorial Notícias, 1990, Lisboa;

-Educação e Matemática, Revista da Associação de Professores de Matemática, n.º 11, 3º Trimestre de 1989;

-Educação e Matemática, Revista da Associação de Professores de Matemática, n.º 101, Janeiro/Fevereiro de 2009, pág. 8-9; 46-48;

-Fonseca, Cristina Natália Nogueira da, *Interacções em Pequenos Grupos em Resolução de Problemas e Actividades Investigativas na Aula de Matemática: uma experiência no 8 º ano de escolaridade*, Tese de Mestrado em Ensino da Matemática, Departamento de Matemática Pura, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Outubro de 1999;

-Matemática, Associação de Professores de, *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*, Junho de 2008;

-Neto, João Pedro, Silva, Jorge Nuno, *Jogos Matemáticos, Jogos Abstractos*, livro 6.pdf;

-Neto, João Pedro, Silva, Jorge Nuno, *Mathematical Games. Abstract Games*, Ludus, Janeiro 2007;

-Rino, João, *O Jogo, Interacções e Matemática*, Associação de Professores de Matemática, Outubro de 2004;

-Sá, António Júlio César de, *A Aprendizagem da Matemática e o Jogo*, Associação de Professores de Matemática, Janeiro de 1997;

-Scouts de France, Equipa Nacional dos, *Baden Powel Hoje*, Corpo Nacional de Escutas, Janeiro de 1993;

-Serrano, Maria do Rosário, Ventura, Isabel Maria Gaspar Ferreira, *Nim e Hex, Aplicações da Matemática*, Mestrado em Matemática para o Ensino, Ano Lectivo 2006/2007, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

Referências na Internet:

http://maarup.net/thomas/hex/

http://matematica.no.sapo.pt/hex/hex.html

http://ludicum.org/

Anexos