

**ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la  
Producción**

“Estudio del efecto de adiciones de 20% de Limolita en  
mezclas de cemento, con un curado al aire, en su  
Resistencia a la Compresión.”

**TESIS DE GRADO**

Previo a la obtención del Título de:

**INGENIERO MECÁNICO**

Presentada por:

Christian Rodrigo Romero Rosero

GUAYAQUIL – ECUADOR

Año: 2008

## AGRADECIMIENTO

A Dios, y en especial a mis padres, Rodrigo y Elena por su incondicional apoyo en cada momento, a mis hermanos Carolina y Alexander por creer en mí y a todas las personas que colaboraron para la realización de este trabajo, al Ing. Mauricio Cornejo, Director de Tesis por su acertada ayuda.

## DEDICATORIA

EL PRESENTE TRABAJO  
REALIZADO CON GRAN  
ESFUERZO AL TÉRMINO  
DE MI CARRERA  
PROFESIONAL, ESTA  
DEDICADO A  
MIS PADRES Y  
HERMANOS, ABUELOS,  
FAMILIARES Y AMIGOS.

## TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

---

Ph. D. Cecilia Paredes V.  
DELEGADA DEL DECANO  
DE LA FIMCP  
PRESIDENTE

---

Ing. Mauricio Cornejo M.  
DIRECTOR DE TESIS

---

Ing. Rodrigo Perugachi B.  
VOCAL

## DECLARACION EXPRESA

“La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponde exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL”

---

Christian Rodrigo Romero Rosero

## RESUMEN

El presente trabajo es un estudio acerca del comportamiento de la resistencia a la compresión en las pastas de cemento, cuando se agrega 20% de Limolita en la mezcla y se le aplica un curado al aire.

La presente Tesis se desarrolla en dos etapas, la primera de ellas es la experimentación con su respectivo estudio estadístico de los resultados experimentales y la segunda etapa el desarrollo de un modelo teórico y su implementación en lenguaje de programación. Al terminar las dos etapas se realizó una comparación del ajuste del modelo teórico con los datos experimentales.

Otra parte fundamental del presente estudio es la comparación entre el material compuesto (pasta de cemento + Limolita) con el cemento base Tipo I y el cemento comercial Tipo IV; ésta comparación nos sirvió para concluir acerca del efecto que tienen introducir material puzolánico en el cemento. Los resultados obtenidos en ambos análisis se comentan a continuación:

El análisis estadístico de los datos experimentales nos dio como resultado que las pastas de cemento con una concentración de Limolita al 20% y

sometida a un curado al aire, alcanzan una mayor resistencia a la compresión a los 21 días de tiempo de curado. Además se observó que para edades tardías (25 y 28 días de curado) se presenta una disminución de la resistencia a la compresión, dicha disminución se debe a que el cemento no alcanzó suficiente hidratación para poder incrementar su resistencia. El análisis de regresión dio como resultado un polinomio de tercer orden el cual sirve para interpolar la resistencia última del material en un intervalo de 0 hasta 28 días; es importante mencionar que el polinomio no tiene un buen ajuste para los primeros días de curado.

Al analizar la resistencia a la compresión para varios días de curado y distintos porcentajes de Limolita (5 – 7.5 – 10 -12.5 -15 -17.5 – 20 – 22.5 – 25 y 27.5%) se obtuvo como resultado que existen diferencias significativas entre las medias de los tratamientos; es decir que existen combinaciones de días de curado y porcentaje de Limolita para los cuales el esfuerzo último alcanza valores óptimos. La mejor combinación de tratamientos se determinó que estaba entre 7.5 y 12.5% de Limolita y 18 y 21 días de curado.

Al desarrollar el modelo teórico se obtuvo una curva esfuerzo vs deformación unitaria la cual se comparó con los resultados experimentales y se pudo concluir que el modelo teórico tiene un buen ajuste, sin embargo existe un

margen de error entre las dos curvas, lo cual se atribuye a los errores experimentales y a que el modelo con el que se compara es ideal.

Al comparar el cemento Tipo I, con el material compuesto se determinó que el cemento Tipo I es ampliamente superior al material compuesto, por otra parte al compararlo con el cemento comercial Tipo IV, existen tratamientos en los cuales el material compuesto es superior al cemento Tipo IV.

## INDICE GENERAL

	Pág.
RESUMEN.....	I
ÍNDICE GENERAL.....	IV
ABREVIATURAS.....	VII
INDICE DE FIGURAS.....	VIII
ÍNDICE DE TABLAS.....	X
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPITULO 1	
1. GENERALIDADES.....	4
1.1. Planteamiento del Problema.....	4
1.2. Objetivos de la Tesis.....	7
1.3. Metodología.....	10
1.4. Estructura de la Tesis.....	13

## CAPITULO 2

2. MARCO TEÓRICO.....	16
2.1. El Cemento.....	16
2.2. Aditivos Puzolánicos.....	26
2.3. Tipos de Curado del Cemento.....	30
2.4. Comportamiento del material.....	34
2.5. Modelo Estadístico.....	40

## CAPITULO 3

3. DESARROLLO DE LA METODOLOGIA.....	49
3.1. Diseño Experimental.....	49
3.2. Materiales y Equipos.....	53
3.3. Procedimiento Experimental.....	56
3.4. Desarrollo del Modelo Matemático.....	60
3.5. Desarrollo del Método Numérico.....	65

## CAPÍTULO 4

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	67
4.1. Presentación de Resultados.....	67
4.2. Análisis estadístico de los datos experimentales.....	69
4.3. Ajuste y Verificación del Modelo Matemático.....	96

## CAPÍTULO 5

5. RESULTADOS.....	99
5.1. Conclusiones.....	99
5.2. Recomendaciones.....	104

## ANEXOS

## BIBLIOGRAFÍA

## ABREVIATURAS

ASTM	American Society for Testing Materials
$H_0$	Hipótesis Inicial
$H_1$	Hipótesis alterna
SST	Suma total de cuadrados
SSA	Suma de cuadrados de tratamientos
SSE	Suma de cuadrados del error
F	Estadístico F
t	Estadístico t
p	probabilidad
	media
$\varepsilon_{ij}$	error
°C	Grados centígrados
Hr	Horas
in	Pulgadas
Kg.	Kilogramos
gr	gramos
m	Metros
mm	milímetros
min	Minutos
N	Newton
N/m <sup>2</sup>	Pascal
G	Gigas

## ÍNDICE DE FIGURAS

		Pag.
Figura 1.1	Metodología de la tesis.....	10
Figura 2.1	Curvas de resistencia a la compresión frente al tiempo de curado.....	24
Figura 2.2	Curvas de resistencia a la compresión frente al tiempo de curado para morteros preparados en relación 1:3 con dos cementos Pórtland diferentes .....	25
Figura 2.3	Efecto del grano de finura del cemento sobre las propiedades mecánicas del hormigón .....	25
Figura 2.4	Resistencia a la compresión, frente al tipo de curado.....	31
Figura 2.5	Carga Uniaxial de una barra elastoplástica.....	34
Figura 2.6	Curva esfuerzo-deformación.....	35
Figura 2.7	Curva esfuerzo - deformación.....	39
Figura 2.8	Gráfica de la densidad de probabilidad Normal.....	41
Figura 3.1	Preparación de moldes.....	58
Figura 3.2	Almacenamiento de los moldes con la mezcla.....	59
Figura 3.3	Curva esfuerzo-deformación. Modelo Bilineal.....	64
Figura 4.1	Ingreso de datos al software Statistica.....	70
Figura 4.2	Histograma de esfuerzos para pastas de cemento con una concentración de 20% de Limolita.....	71
Figura 4.3	Histograma de esfuerzos para pastas de cemento con una concentración de 22.5% de Limolita.....	71
Figura 4.4	Gráfica de residuos contra número de casos para pastas de cemento con una concentración de 20% de Limolita.....	72
Figura 4.5	Gráfica de residuos contra número de casos para pastas de cemento con una concentración de 22.5% de Limolita.....	72
Figura 4.6	Gráfica de probabilidad normal de los residuos para pastas	

	de cemento con 20% de Limolita.....	73
Figura 4.7	Gráfica de probabilidad normal de los residuos para pastas de cemento con 22.5% de Limolita.....	73
Figura 4.8	Gráfica de esfuerzo último vs. días de curado (20% Limolita)..	76
Figura 4.9	Gráfica de esfuerzo último vs. días de curado (22.5% Limolita).....	78
Figura 4.10	Modelo de Regresión Lineal (20% Limolita).....	81
Figura 4.11	Comparación del modelo estadístico con los datos de validación.....	82
Figura 4.12	Distribución Normal de los datos para análisis grupal (5 – 10 - 15 - 20 – 25% Limolita).....	84
Figura 4.13	Distribución Normal de los datos para análisis grupal (7.5 – 12.5 – 17.5 – 22.5 – 27.5% Limolita).....	85
Figura 4.14	Gráfica esfuerzo último vs porcentaje de Limolita.....	88
Figura 4.15	Gráfica esfuerzo último vs porcentaje de Limolita (validación).....	88
Figura 4.16	Superficie de respuesta para días de curado y porcentaje de Limolita.....	90
Figura 4.17	Curvas de nivel para la superficie de respuesta.....	90
Figura 4.18	Superficie de respuesta del modelo.....	92

## ÍNDICE DE TABLAS

		Pag.
Tabla 1	Composiciones de la Fase Potencial para diferentes tipos de cementos.....	22
Tabla 2	Clasificación de rocas detríticas.....	29
Tabla 3	Análisis de Varianza.....	44
Tabla 4	Diseño del experimento con dos factores.....	50
Tabla 5	Variaciones permisibles para moldes.....	55
Tabla 6	Tolerancias para tiempos de ensayo.....	60
Tabla 7	Composición de la mezcla, con una concentración de Limolita al 20%.....	67
Tabla 8	Composición de la mezcla, con una concentración de Limolita al 22.5%.....	67
Tabla 9	Resistencia a la compresión para varios días de ensayo para pastas de cemento, con 20% de Limolita y sometida a curado al aire.....	68
Tabla 10	Resistencia a la compresión para varios días de ensayo para pastas de cemento, con 22.5% de Limolita y sometida a curado al aire.....	68
Tabla 11	Tabla resumen de análisis de varianza de un factor (20% Limolita).....	74
Tabla 12	Tabla de análisis de varianza (20% Limolita).....	75
Tabla 13	Análisis de varianza. Intervalos de confianza para cada tratamiento (20% Limolita).....	75
Tabla 14	Tabla resumen de análisis de varianza de un factor (22.5% Limolita).....	77
Tabla 15	Tabla de análisis de varianza (22.5% Limolita).....	77
Tabla 16	Análisis de varianza. Intervalos de confianza para cada tratamiento (22.5% Limolita).....	78
Tabla 17	Coefficientes de los contrastes.....	79

Tabla 18	Contrastes estimados.....	79
Tabla 19	Prueba de significancia para comparaciones plaeadas.....	80
Tabla 20	Comparación del modelo estadístico con los datos de validación.....	82
Tabla 21	Datos del esfuerzo último para varios días de curado y varias concentraciones de Limolita.....	83
Tabla 22	Datos del esfuerzo último para varios días de curado y varias concentraciones de Limolita (Validación).....	84
Tabla 23	Análisis de varianza de dos factores.....	86
Tabla 24	Análisis de varianza de dos factores (validación).....	86
Tabla 25	Intervalo de confianza para el esfuerzo último.....	87
Tabla 26	Intervalo de confianza para el esfuerzo último (validación).....	87
Tabla 27	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo I – 7 días.....	93
Tabla 28	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo I – 14 días.....	93
Tabla 29	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo I – 21 días.....	94
Tabla 30	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo I – 28 días.....	94
Tabla 31	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo IV – 7 días.....	95
Tabla 32	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo IV – 14 días.....	95
Tabla 33	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo IV – 21 días.....	96
Tabla 34	Prueba de Dunnett para comparación con cemento Tipo IV – 28 días.....	96
Tabla 35	Datos de entrada para el algoritmo del modelo bilineal.....	97
Tabla 36	Valores obtenidos con el modelo bilineal.....	98

## INTRODUCCION

El presente trabajo es un estudio acerca del efecto de adiciones de 20% de Limolita en pastas de cemento, con un curado al aire, en su resistencia a la compresión.

El objetivo principal de este trabajo es analizar el efecto que tiene introducir materiales puzolánicos, como la Limolita, y el efecto del tiempo de curado en la resistencia a la compresión, en las pastas de cemento, a través de un modelo teórico y mediante el estudio estadístico de los datos experimentales. Sus objetivos específicos son: Implementar un experimento para determinar la resistencia a la compresión en las pastas cemento; modelar, utilizando métodos numéricos, el comportamiento de materiales compuestos como las pastas de cemento; así también introducir en los modelos el efecto de materiales aditivos, como puzolanas, en la composición de los materiales estructurales; además, coordinar los trabajos de modelación con la experimentación de laboratorio, con el objetivo de lograr el mayor ajuste de los modelos con la realidad del comportamiento del material compuesto.

La hipótesis central que se maneja es que al incrementar el porcentaje de Limolita, se incrementa su resistencia a la compresión, conforme se incrementa el tiempo de curado.

Para el análisis se obtendrán datos empíricos, a partir de la experimentación en el laboratorio, los cuales serán analizados mediante un software computacional. La función de respuesta para nuestro estudio es la resistencia a la compresión uniaxial, la cual se espera será diferente para cada tiempo de ensayo. El tiempo de ensayo establecido es 7, 14, 21 y 28 días. Además se validarán los datos obtenidos, mediante la toma de datos adicionales, variando el tiempo de curado a 4, 11, 18 y 25 días y modificando la concentración de la Limolita al 22.5%.

Los resultados obtenidos se los comparará con una referencia, la cual tendrá las mismas condiciones de curado pero tendrá cero porcentajes de aditivo.

Los parámetros fijos relacionados en la experimentación son:

- El tiempo de curado
- Relación agua/mezcla

Las variables involucradas en nuestro estudio, para una concentración de Limolita del 20% son las siguientes:

- El módulo de Young del material compuesto.

- El esfuerzo de fluencia del material.
- El mayor esfuerzo último que soporta el material.

Los materiales utilizados para nuestro estudio son:

- Cemento tipo I.
- % de Aditivo (20% Limolita).
- Agua.

Las muestras experimentales serán tomadas en cubos de 50x50x50mm y se asignarán tres muestras para cada condición de curado y se las someterá a curado al aire. Lo mismo ocurrirá para las muestras de validación, dando un total de veinticuatro muestras experimentales.

Luego de obtener los datos experimentales se realizará el análisis estadístico de éstos. Al comparar los datos obtenidos experimentalmente se verá la relación de la adición de Limolita con la resistencia a la compresión. Se determinará un modelo matemático que represente la propiedad mecánica a analizar, y su codificación en lenguaje de programación. Esta simulación será ajustada y verificada por medio de la experimentación.

# CAPITULO 1

## 1. GENERALIDADES

### 1.1. Planteamiento del Problema.

En la antigüedad, los constructores griegos y romanos descubrieron que ciertos depósitos volcánicos (conocidos actualmente como puzolana), mezclados con caliza y arena producían un mortero de gran fuerza, capaz de resistir la acción del agua, dulce o salada. La presente tesis esta basada entorno al cemento y los aditivos puzolánicos y busca analizar el comportamiento del cemento al variar el tiempo de curado, teniendo como medio de curado el aire.

Uno de los posibles beneficios tecnológicos que aportan las puzolanas naturales es el incremento de la resistencia a edades tardías. Actualmente, se conocen dos métodos para la rápida determinación de la resistencia del cemento: por pruebas expresas en el laboratorio y por aplicación de modelos matemáticos estables.

Para el desarrollo de esta tesis se pretende emplear ambos métodos; es decir realizar pruebas experimentales y mediante el computador modelar el cemento y ajustar el efecto que tienen las puzolanas en las mezclas, así también el efecto del medio de curado.

### **Justificación.**

El presente estudio analiza las propiedades mecánicas del cemento, después de agregar un porcentaje de puzolana (Limolita) y someterlo a un ambiente de curado al aire, para posteriormente someterlo a ensayos de compresión. Siendo el material compuesto, la mezcla del cemento mas Limolita, se pretende realizar un modelo matemático que arroje resultados semejantes a los de los ensayos realizados en el laboratorio, con el objetivo de verificar el ajuste que tiene el modelo matemático del material compuesto con la realidad.

Dada la disponibilidad de las puzolanas en nuestro país, la aplicación de materiales puzolánicos da lugar a la posibilidad de un considerable beneficio económico, teniendo en cuenta que existen algunas empresas cementeras en el país.

La modelación matemática, juega un papel importante en el mundo actual y la ingeniería ya que los desafíos que enfrentan hoy la ciencia son tan complejos que sólo se pueden resolver con la relación interdisciplinaria y en la cual la matemática juega un papel muy destacado, puesto que permiten realizar experimentos virtuales cuyos análogos reales serían caros, peligrosos o imposibles.

En la literatura se pueden encontrar modelos que describen procesos de hidratación, micro estructura y extracción electromecánicas de cloruros del cemento; sin embargo, hay muy escasa literatura acerca de métodos de estadística matemática para el modelado de la composición y propiedades de resistencia de compuestos del cemento con aditivos de subproductos minerales. La importancia de esta tesis radica en la inclusión de los modelos matemáticos, aplicados a los materiales compuestos, como las pastas de cemento con Limolita.

## **1.2. Objetivos.**

### **Objetivos Generales.**

La presente Tesis es un estudio científico-tecnológico y tiene por objetivo principal analizar el efecto que tiene introducir materiales puzolánicos, como la Limolita, y el efecto del tiempo de curado en la resistencia a la compresión, en las pastas de cemento, a través de un modelo teórico y mediante el estudio estadístico de los datos experimentales.

El análisis del comportamiento del cemento se llevará a cabo mediante el estudio estadístico de los datos que arroje la experimentación. Adicionalmente se desarrollará un modelo teórico, el cual simulará el comportamiento del material compuesto y se tendrá que ajustar a los resultados obtenidos experimentalmente.

Mediante este análisis, estaremos de condiciones de saber si el porcentaje de agregados puzolánicos es beneficioso para la mezcla y en cuánto mejora la resistencia a la compresión de la misma.

### **Objetivos específicos.**

La presente tesis tiene como objetivos específicos los siguientes:

- Implementar un experimento para determinar la resistencia a la compresión de las pastas cemento.
- Modelar, utilizando métodos numéricos, el comportamiento de materiales compuestos como el concreto.
- Introducir en los modelos el efecto de materiales aditivos, como puzolanas, en la composición de los materiales estructurales.
- Coordinar los trabajos de modelación con la experimentación de laboratorio, con el objetivo de lograr el mayor ajuste de los modelos con la realidad del comportamiento del material compuesto.

La experimentación se la realizará en base a la norma ASTM C 109/C, "Standard Test Method for Compressive Strength of Hydraulic Cement Mortars (Using 2-in. or [50-mm] Cube Specimens)", de esta experimentación se obtendrán valores tales como el módulo de Young del material, el esfuerzo de fluencia, y el esfuerzo último que soporta el material y la curva esfuerzo – deformación del material.

Los valores experimentales obtenidos tales como el módulo de Young y el esfuerzo de fluencia, son los datos de entrada para desarrollar el modelo teórico del comportamiento del material. El modelamiento matemático se lo llevará a cabo usando métodos numéricos e interactuando con el computador se espera obtener resultados semejantes a los de la experimentación en el laboratorio.

La aplicación de métodos numéricos a la resolución de problemas vinculados a las propiedades de respuesta de un material, al variar su composición es un tema de gran interés, ya que existe muy poca literatura acerca de este tema, constituyéndose de esta manera en un gran aporte para estudios posteriores.

### 1.3. Metodología.

La metodología propuesta en la presente tesis, se ve detalla en la Figura 1.1, la cual nos indica los pasos a seguir para llevar a cabo cada uno de nuestros objetivos propuestos.

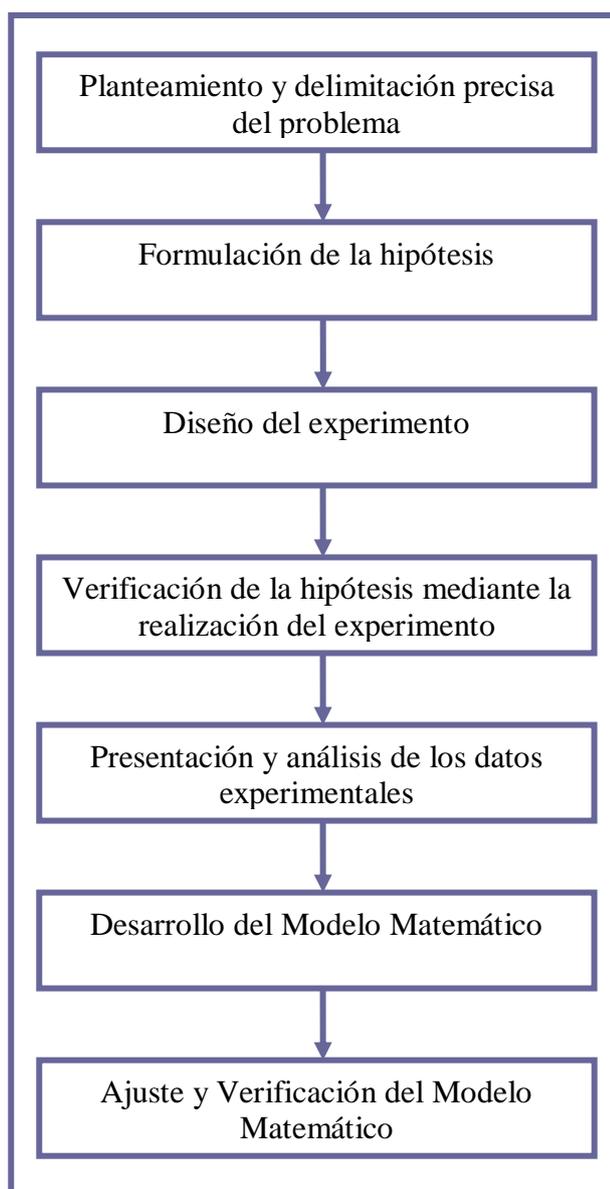


FIGURA. 1.1. METODOLOGÍA DE LA TESIS.

En el primer recuadro, denominado “**Planteamiento y delimitación precisa del problema**”, se describe el alcance y las limitaciones de la Tesis, además se plantea el marco teórico bajo el cual se desarrolla este trabajo.

En el segundo recuadro, denominado “**Formulación de la hipótesis**”, se elabora la suposición en torno a la cual se planificará el experimento.

En el tercer recuadro, denominado como “**Diseño del Experimento**”, se definen los factores que intervienen en el experimento y el tipo de tratamiento al cual van a estar sometidas las muestras experimentales, además se revisa las Normas bajo las cuales se realizará la experimentación, lo cual cubre los equipos, material y procedimientos para llevar a cabo dicha experimentación.

El cuarto recuadro, denominado “**Verificación de la hipótesis mediante la realización del experimento**”, es la parte de la experimentación en el laboratorio y contiene los parámetros constantes y variables para la obtención de datos de las pruebas experimentales, como parámetros constantes tenemos el porcentaje

de aditivo, la relación agua/mezcla, la granulometría de la mezcla y el medio del curado, entre los parámetros variables tenemos la resistencia a la compresión del material. La etapa de experimentación se hará para distintos tiempos de ensayos 7, 14, 21 y 28 días y se necesitarán tres muestras para cada tiempo de ensayo. Cabe recalcar que los datos obtenidos se validarán mediante la obtención de datos adicionales para otros tiempos de ensayo 4, 11, 18 y 25 días y cambiando el porcentaje de Limolita a 23%.

El quinto recuadro, denominado “**Presentación y análisis de los datos experimentales**”, comprende el tipo de tratamiento estadístico que se le da a los datos obtenidos a partir de la experimentación, para luego de tratarlos, compararlos con una muestra de control, es decir una muestra sin porcentaje de aditivos. Para finalmente concluir acerca de la validez de nuestra hipótesis, la cual deberá haber sido previamente planteada.

El sexto recuadro, denominado “**Desarrollo del Modelo Matemático**”, consiste en realizar un modelo teórico mediante la ayuda de herramientas matemáticas, como los métodos numéricos, y su implementación en lenguaje de programación haciendo uso del software computacional, Matlab.

El Modelo Matemático deberá reflejar el efecto de agregar puzolanas naturales en las mezclas, así también el efecto del medio de curado; este efecto será medido en la resistencia a la compresión del material compuesto.

El último recuadro, denominado “**Ajuste y Verificación del Modelo Matemático**”, consiste en comparar los datos experimentales con los resultados obtenidos en el modelo a través del computador, y verificar en el modelo el efecto de agregar puzolanas y el medio de curado; y que este efecto sea semejante en la realidad.

#### **1.4. Estructura de la tesis.**

La presente Tesis esta compuesto por cinco capítulos, los cuales se detallan a continuación.

En el primer capítulo, el cual lo he denominado “**Generalidades**”, se plantea el problema y su respectiva justificación y se limita a plantear los alcances de la presente Tesis, es decir, establece sus objetivos generales y objetivos específicos. Además describe la metodología a utilizar para alcanzar dichos objetivos y finalmente describe la

estructura de este trabajo, mediante un breve resumen acerca de cada uno de los capítulos que se encuentran en este trabajo.

En el segundo capítulo, denominado “**Marco Teórico**”, encontramos la información acerca del cemento y las características de los agregados puzolánicos. Además abarca las teorías empleadas tanto para realizar el análisis estadístico de los datos experimentales como para realizar el modelo matemático teórico.

En el tercer capítulo, denominado “**Desarrollo de la metodología**”, está dividido en dos partes: la primera corresponde a la etapa experimental y se detalla diseño adoptado para el experimento y se define el protocolo experimental, además detalla las normas bajo las cuales debe hacerse el ensayo a la compresión y los pasos para obtener los datos experimentales. En la segunda parte se desarrolla el modelo matemático considerando todas las características del sistema estudiado y sus condiciones de borde y se interactúa con el computador para desarrollar y resolver el método numérico.

El cuarto capítulo, denominado “**Análisis de Resultados**”, presenta tanto los resultados obtenidos a través de la experimentación así

como los resultados obtenidos a través del modelo mediante el computador. En este capítulo se realiza el análisis estadístico de los datos experimentales, mediante el uso del método de Regresión Lineal y el análisis Anova, permitiendo saber si existen diferencias significativas entre las medias de los tratamientos, y de este modo poder aceptar o rechazar nuestras hipótesis iniciales en favor o en contra de las hipótesis experimentales. Una vez analizados los datos experimentales se procede a ajustar el modelo matemático para verificar que el efecto de los agregados puzolánicos y el medio de curado en las muestras se ven reflejados en los resultados de nuestro modelo.

En el quinto y último capítulo, denominado “**Conclusiones y Recomendaciones**”, se procede a concluir si se han alcanzado los objetivos trazados previo a la investigación del presente trabajo. Además se realizan recomendaciones para un mejor estudio posterior respecto al trabajo de investigación que se ha realizado.

# CAPITULO 2

## 2. MARCO TEORICO

El presente capítulo abarca las teorías para analizar el comportamiento del cemento, las tres primeras secciones abarcan las teorías del cemento, las adiciones puzolánicas y el efecto del medio de curado, la siguiente secciones trata acerca de la teoría para realizar el análisis estadístico y finalmente la última sección abarca la teoría para realizar el modelo teórico.

### 2.1. El cemento.

La palabra cemento en el sentido más extenso indica cualquier clase de adhesivo; en la construcción y en ingeniería es una sustancia que se emplea para unir arena y roca machacada, además de otros tipos de áridos, y formar una masa compacta. Un cemento puede ser considerado un compuesto químico único, pero la mayoría de las veces es considerada como una mezcla.

La representación más básica del cemento esta dada por la cal apagada  $\text{Ca(OH)}_2$ , la cual al mezclarla con arena y agua endurece gradualmente como consecuencia de la eliminación del agua y de la reacción con el anhídrido carbónico para producir  $\text{CO}_3\text{Ca}$ , en todo este proceso la arena no toma parte en la reacción.

En la actualidad los más importantes son los cementos hidráulicos, entre los cuales el más sobresaliente es el cemento Portland, ya que al amasarlo con agua y un árido, fragua y se endurece, a causa de las reacciones químicas que se producen entre el agua y los compuestos presentes en el cemento. El fraguado y el endurecimiento no dependen del secado, ni de procesos externos, puesto que ocurren no sólo si la pasta de deja al aire, sino también cuando se la sumerge en agua. Algunas de las características del producto son la baja permeabilidad al agua y es casi insoluble en ella. Por lo tanto, en condiciones normales, el agua no destruye el material endurecido.

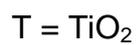
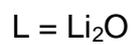
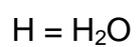
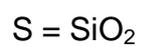
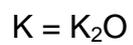
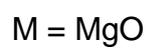
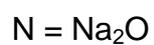
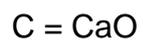
Para el desarrollo de la presente Tesis, existen ciertos términos que precisan una definición, las cuales han sido tomadas del Libro La Química de los Cementos [1]. *Mortero* es, la suspensión espesa que se origina al mezclar un cemento hidráulico con agua y árido en

proporciones convenientes para que ocurra el fraguado, se emplea igualmente para designar al material resultante en los estados del fraguado y endurecimiento, aún después de haberse vuelto bastante rígida. *Fraguado* es el espesamiento inicial, que sucede normalmente en pocas horas; el *endurecimiento* es un proceso más lento y origina las propiedades mecánicas. Las reacciones que provocan el fraguado y el endurecimiento se describen conjuntamente como *reacciones de hidratación*. El término *amasado* se usa, a veces, para indicar la mezcla inicial del cemento con agua; *curado* significa dejar la pasta en reposo mientras se producen el fraguado y endurecimiento, que pueden verificarse en diversas condiciones: al aire, bajo el agua o en vapor saturado.

Las mezclas preparadas con un cemento y agua, en ausencia de árido, se llaman *pastas*. Las determinaciones físicas o mecánicas, tales como resistencia, se verifican normalmente en presencia de un árido, porque dichas determinaciones pueden conducir a resultados engañosos trabajando con pastas.

Casi todos los cementos empleados comúnmente en la construcción deben su acción sobre todo a la formación de silicatos, aluminatos o sulfa-aluminatos de calcio hidratados, o a compuestos de dos o más

de estos tipos. Las fórmulas en la química de los cementos se expresan a menudo como suma de óxidos y generalmente se emplean abreviaturas como las siguientes:



## **Cementos Portland.**

El cemento Portland, es el más importante en lo que se refiere a la cantidad producida. Se lo fabrica por calentamiento de una mezcla de caliza y arcilla, u otros materiales de composición global similar, a una temperatura que provoca una fusión parcial. El producto, llamado clinker, se muele y se mezcla con un porcentaje pequeño de yeso. El clinker contiene cuatro fases principales: silicato tricálcico ( $C_3S$ ),  $\beta$ -silicato dicálcico ( $\beta$ - $C_2S$ ), aluminato tricálcico ( $C_3A$ ) y solución sólida de ferrito (con composición comprendida aproximadamente entre  $C_2F$  y  $C_6A_2F$ , y que se acerca con frecuencia a  $C_4AF$ ) [2].

Existen varios tipos de cementos Portland, cada uno con diferentes características:

- Tipo I: Se lo conoce como cemento Portland ordinario, que es el de mayor utilización en el mercado. Se lo utiliza en hormigones normales que no estarán expuestos a sulfatos en el ambiente, en el suelo o en el agua del subsuelo.

- Tipo II: Son cementos con propiedades modificadas para cumplir propósitos especiales, como cementos antibacteriales que pueden usarse en piscinas; cementos hidrófobos que se deterioran muy poco en contacto con sustancias agresivas líquidas; cementos de albañilería que se los emplea en la colocación de mampostería; cementos impermeabilizantes que se los utiliza en elementos estructurales en que se desea evitar las filtraciones de agua u otros fluidos, etc.
- Tipo III: Son los cementos de fraguado rápido, que suelen utilizarse en obras de hormigón que están en contacto con flujos de agua durante su construcción o en obras que pueden desestabilizarse rápidamente durante la construcción.
- Tipo IV: Son los cementos de fraguado lento, que producen poco calor de hidratación. Se los emplea en obras que contienen grandes volúmenes continuos de hormigón como las presas, permitiendo controlar el calor emitido durante el proceso de fraguado.
- Tipo V: Son cementos resistentes a los sulfatos que pueden estar presentes en los agregados del hormigón o en el propio medio

ambiente. La presencia de sulfatos junto con otros tipos de cementos, provoca la desintegración progresiva del hormigón y la destrucción de la estructura interna del material compuesto [3].

La Tabla 1, da los nombres y las composiciones medias de la fase potencial de los cinco tipos de cemento Portland fabricados en los Estados Unidos.

TABLA 1. COMPOSICIONES DE LA FASE POTENCIAL PARA CEMENTOS DE LOS DIFERENTES TIPOS FABRICADOS EN LOS ESTADOS UNIDOS [4].

Cemento		Composición de fase potencial %					CaO	CaSO <sub>4</sub>	Total
Tipo	Descripción	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	MgO	libre %	%	%
I	De uso general	45	27	11	8	2,9	0,5	3,1	98
II	De moderado calor de endurecimiento	44	31	5	13	2,5	0,4	2,8	99
III	De rápida resistencia mecánica	53	19	11	9	2	0,7	4	99
IV	De bajo calor de hidratación	28	49	4	12	1,8	0,2	3,2	98
V	Resistente a los sulfatos	38	43	4	9	1,9	0,5	2,7	99

Los ensayos en que pueden basarse las especificaciones de cada tipo de cemento Portland son fundamentalmente de tres tipos siguientes: a) ensayos verificados sobre el cemento anhidro; b) ensayos basados en la conducta del cemento durante la hidratación, y c) ensayos sobre la pasta endurecida. El grupo a) incluye determinaciones tales como análisis químico completo y análisis granulométrico. El grupo b) incluye, por ejemplo, las determinaciones

del tiempo de fraguado y del calor de hidratación. El grupo c) incluye la determinación de propiedades tales como la resistencia a la compresión después de diferentes tiempos de curado, o la resistencia de la pasta endurecida al ataque por sulfatos. La presente Tesis está centrada al tercer grupo, específicamente la determinación de la resistencia a la compresión añadiendo Limolita al 20% con el curado al aire.

### **Mezclas de Cementos Portland Hidráulicos.**

Las mezclas de Cemento Hidráulico se clasifican según la Norma ASTM C 595 “Standard for Blended Hydraulic Cements” [5] en:

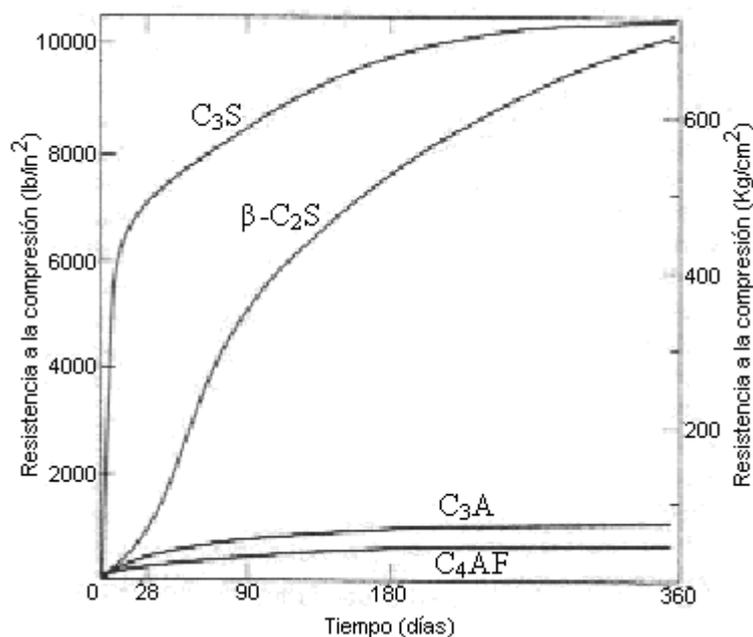
- Tipo IS – Cemento Portland con escoria de fundición de alto horno.
- Tipo IP – Cemento Portland Puzolánico.
- Tipo P – Cemento Portland Puzolánico cuando no se requiere alta resistencia a edades tempranas.
- Tipo I(PM) – Puzolana – Cemento Portland modificado.
- Tipo I(SM) – Escoria – Cemento Portland modificado.
- Tipo S - Cemento escoria para uso en combinación con cemento Portland para hacer concreto y en combinación de cal hidratada para hacer morteros de mampostería.

Para realizar las pruebas experimentales vamos a utilizar el Cemento Portland Tipo I, el cual será mezclado con Limolita para obtener un cemento Tipo IP.

### Resistencia a la compresión.

La Figura 2.1 muestra la variación de la resistencia a la compresión en pastas de cada uno de los cuatro componentes, y la Figura 2.2 muestra resultados comparables de dos cementos típicos de composiciones diferentes. La resistencia en los primeros tiempos se debe principalmente al  $C_3S$ , pero, cuando prosigue la hidratación, el efecto del  $\beta-C_2S$  se vuelve cada vez más importante.

FIGURA  
2.1.  
CURVAS  
DE



RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN FRENTE AL TIEMPO DE CURADO PARA LAS FASES  $C_3S$ ,  $B-C_2S$ ,  $C_3A$  Y  $C_4AF$  [6].

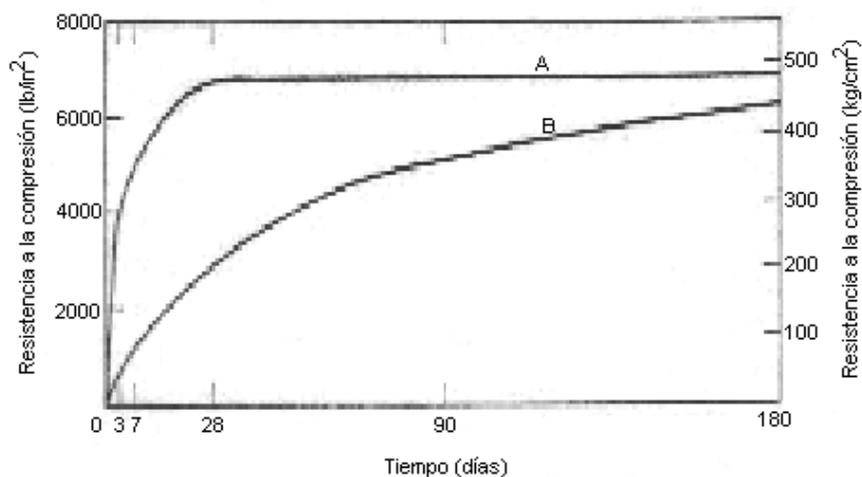


FIGURA 2.2. CURVAS DE RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN FRENTE AL TIEMPO DE CURADO PARA MORTEROS PREPARADOS EN RELACIÓN 1:3 CON DOS CEMENTOS PÓRTLAND DIFERENTES A=70%  $C_3S$ , 10%  $C_2S$ . B=30%  $C_3S$ , 50%  $C_2S$ . [7]

Una alta resistencia inicial puede obtenerse así, aumentando el contenido en  $C_3S$ . Igualmente puede lograrse cuando se muele el clinker más finamente (Figura 2.3).

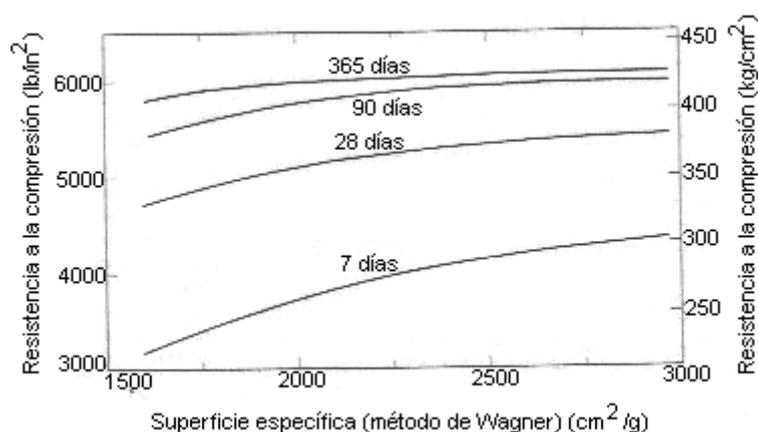


FIGURA 2.3. EFECTO DEL GRANO DE FINURA DEL CEMENTO SOBRE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HORMIGÓN [7].

## 2.2. Aditivos Puzolánicos.

Las puzolanas se han definido como materiales que, aunque por sí mismos no son aglomerantes, contienen sustancias que, a temperatura ordinaria, se combinan con la cal en medio acuoso, para formar sustancias insolubles que poseen propiedades cementantes. Las puzolanas se usan hoy en morteros, como adiciones directas al hormigón y como cementos puzolánicos o mezclas finamente divididas de cemento Portland con puzolana [8].

#### **Puzolanas naturales.**

Las puzolanas naturales incluyen ciertas rocas incoherentes y compactas, de origen volcánico; rocas altamente silíceas, posibles residuos de minerales que sufrieron un considerable ataque químico; y materiales silíceos, compuestos por esqueletos de seres vivos. Los depósitos mayores son de origen volcánico, y a partir de ellos se obtiene la mayor parte de la puzolana empleada para la fabricación de cemento puzolánico o para materia prima para la fabricación de clinker.

Puede hacerse una tentativa de clasificación, basada en la naturaleza del constituyente que reacciona con el hidróxido cálcico.

Este puede ser:

- Rocas volcánicas, en las que el constituyente amorfo es vidrio producido por enfriamiento brusco de la lava. Por ejemplo las

cenizas volcánicas, la piedra pómez, las tobas, la escoria y obsidiana.

- Rocas o suelos en las que el constituyente silíceo contiene ópalo, ya sea por la precipitación de la sílice de una solución o de los residuos de organismos de lo cual son ejemplos las tierras de diatomeas, o las arcillas calcinadas por vía natural a partir de calor o de un flujo de lava.

### **Puzolanas artificiales.**

Las puzolanas artificiales comprenden las arcillas y pizarras calcinadas, así como los residuos de [productos](#) cerámicos; y una serie de subproductos tanto industriales como agrícolas, entre los que se encuentran humos de sílice, cenizas volantes, residuo agrícolas e industriales quemado, etc.

- Cenizas volantes: las cenizas que se producen en la combustión de carbón mineral (lignito), fundamentalmente en las plantas térmicas de generación de electricidad.
- Arcillas activadas o calcinadas artificialmente: por ejemplo residuos de la quema de ladrillos de arcilla y otros tipos de arcilla que hayan estado sometidas a temperaturas superiores a los 800 °C.

- Escorias de fundición: principalmente de la fundición de aleaciones ferrosas en altos hornos. Estas escorias deben ser violentamente enfriadas para lograr que adquieran una estructura amorfa.
- Cenizas de residuos agrícolas: la ceniza de cascarilla de arroz, ceniza del bagazo y la paja de la caña de azúcar. Cuando son quemados convenientemente, se obtiene un residuo mineral rico en sílice y alúmina, cuya estructura depende de la temperatura de combustión.

### **Limolita.**

Limolita es el nombre que se da a los compuestos de partículas de tamaño intermedio entre la arena y la arcilla, es decir, de 0,06 a 0,004 mm de diámetro. Esta división se basa en el tamaño de las partículas que componen el yacimiento, por lo general sin tener en cuenta su naturaleza mineralógica [9].

Los principales grupos de rocas sedimentarias denominadas arcillas, limos, arena y grava provienen del intemperismo y la erosión. Las rocas sedimentarias se originan a partir de otros preexistentes, gracias a la acción de los agentes geológicos externos. En función del tipo de sedimento del que procedan, se dividen en rocas

detríticas (clastos) y rocas químicas (material soluble, restos animales, restos vegetales). La siguiente tabla muestra la clasificación de las rocas detríticas.

TABLA 2. CLASIFICACIÓN DE ROCAS DETRÍTICAS [10]

Tamaños (mm)	Clastos	Sedimentos	CLASIFICACIÓN DE ROCAS DETRÍTICAS		
> 2	Canto	Grava	CONGLOMERADO	Clastos redondeados	Pudinga
				Clastos angulosos	Brecha
0.06 - 2	Grano	Arena	ARENISCA	Predomina el cuarzo	Cuarzoarenita
				Cuarzo y feldespato	Arcosa
				Cuarzo, feldespato, arcilla y fragmentos de roca	Grauvaca
0.06 - 0.004	Gránulo	Limo	Limolita		
< 0.004	Partícula	Arcilla	LUTITA		

### 2.3. Tipos de curado del cemento.

Utilizamos el término curado tanto para describir el proceso natural por medio del cual el concreto de cemento hidráulico madura y desarrolla sus propiedades mecánicas típicas del material en estado endurecido, como para describir las acciones tomadas por el constructor para mantener el concreto húmedo y dentro de un rango de temperatura adecuada, de tal manera que se promueva la hidratación del cemento. En el primer sentido, el tiempo de curado

del concreto se refiere al lapso en el cual se desarrollan las reacciones químicas del cemento con el agua, sin que se realice acción alguna; mientras que en el segundo sentido, se refiere al tiempo durante el cual se ejecutan acciones específicas para mantener el concreto en las condiciones favorables de humedad y temperatura, como pueden ser aplicarle agua, cubrirlo del medio ambiente, calentarlo, etc.

Las propiedades del hormigón, tales como la durabilidad frente a los ciclos de congelación y deshielo, resistencia mecánica, impermeabilidad, estabilidad volumétrica y resistencia al desgaste, mejoran con la edad mientras existan condiciones favorables para la continuidad del proceso de hidratación del cemento. Este mejoramiento crece rápidamente a edades tempranas y continúa, más lentamente, por un lapso indefinido, como muestra la Figura 2.4, para la resistencia a la compresión. La resistencia del hormigón continúa aumentando con la edad mientras la humedad y la temperatura sean adecuadas para la hidratación del cemento.

Se requieren dos condiciones para que tengan lugar tales mejoras: (1) la presencia de humedad y (2) una temperatura adecuada.

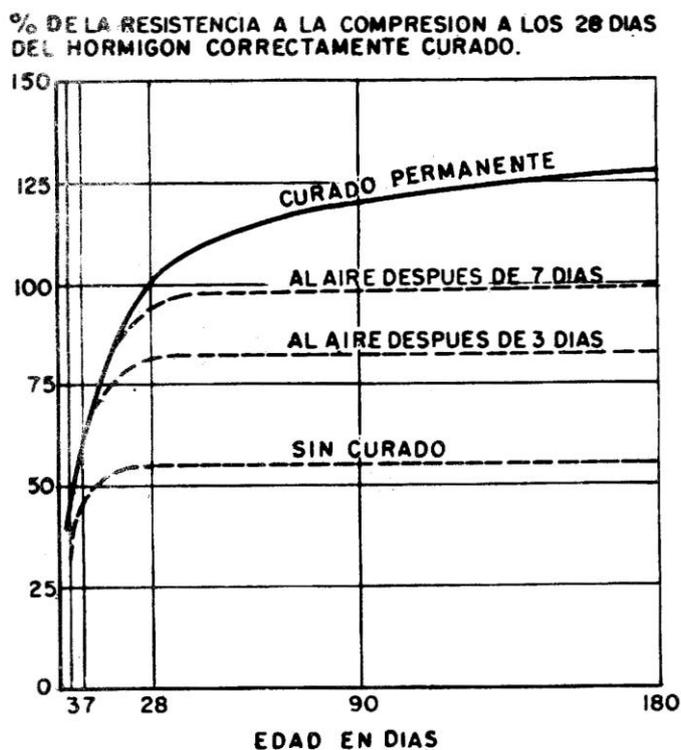


FIGURA 2.4. RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN, FRENTE AL TIPO DE CURADO [11].

Cuando se interrumpe el curado húmedo, el aumento de resistencia prosigue por un corto período y luego se detiene, pero si el curado se reinicia la resistencia vuelve a incrementarse. Si bien esto puede realizarse en el laboratorio es difícil, en la generalidad de los casos, volver a saturar el hormigón en la obra. Los mejores resultados se obtienen mediante el curado húmedo continuo del hormigón desde el momento en que es colocado hasta que ha adquirido la calidad deseada.

Una evaporación excesiva de agua en el hormigón recién colocado puede retardar apreciablemente el proceso de hidratación del cemento a edad temprana. La pérdida de agua también provoca la retracción del hormigón, generando tensiones de tracción en la superficie expuesta. Si estas tensiones se desarrollan antes que el hormigón haya alcanzado suficiente resistencia, pueden aparecer fisuras superficiales. Todas las superficies expuestas, incluyendo las de bordes y juntas, deben ser protegidas contra la evaporación.

La hidratación progresa muy lentamente cuando la temperatura del hormigón es baja. Temperaturas por debajo de los  $10^{\circ}$  C son desfavorables para el desarrollo de resistencias a edad temprana; debajo de los  $4,5^{\circ}$  C el aumento de resistencia a edades tempranas se retarda considerablemente y en las proximidades o debajo del punto de congelación hay muy poco o ningún aumento de la resistencia. De aquí se deduce que el hormigón debe ser protegido para mantenerlo a una temperatura adecuada para la hidratación del cemento y para evitar pérdidas de humedad durante el período inicial de endurecimiento.

La humedad del hormigón puede ser mantenida (y, en algunos casos, a temperatura adecuada) mediante diversos métodos de curado, que se pueden clasificar como sigue:

1. Métodos que suministran humedad adicional a la superficie del hormigón durante el período inicial de endurecimiento. Estos incluyen la inundación o inmersión, el rociado o pulverización y el uso de cubiertas húmedas. Tales métodos proporcionan, por efecto de la evaporación, cierto grado de enfriamiento, que es beneficioso en tiempo caluroso.
2. Métodos que impiden las pérdidas de humedad mediante el sellado o impermeabilización de la superficie del hormigón. Esto puede conseguirse empleando papel impermeable, películas plásticas, compuesto de curado y por medio de los moldes y encofrados dejados en su lugar.
3. Métodos que aceleran el endurecimiento del hormigón, suministrándole calor y humedad. Esto se lleva usualmente a cabo mediante vapor vivo o resistencias eléctricas [12].

En nuestro caso en particular aplicaremos un curado al aire y colocaremos una película plástica sobre los moldes para evitar la pérdida de humedad, dicha película será retirada 24 horas después de haber hecho la mezcla y se realizará el desmolde de las probetas.

#### **2.4. Comportamiento del material.**

### Implementación numérica del modelo bilineal.

Considere una barra elasto - plástica sujeta a tensión uniaxial tal como se muestra en la Figura 2.6

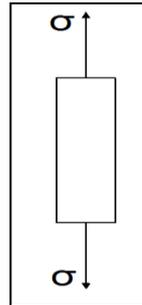


FIGURA 2.5. CARGA UNIAXIAL DE UNA BARRA ELASTOPLASTICA

Asuma que la curva esfuerzo – deformación está dada por una relación bilineal, donde  $E$  es el módulo de Young y  $\sigma_{y0}$  es el esfuerzo de fluencia, como se muestra en la figura 2.5

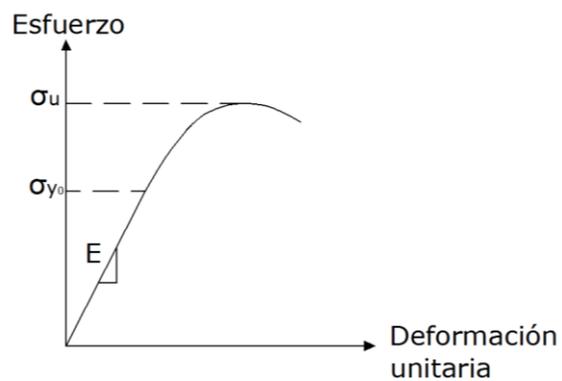


FIGURA 2.6. CURVA ESFUERZO – DEFORMACION.

Para la barra sometida a tensión, el rango elástico en tensión está definido por  $\sigma_{YT} > 0$ , en cambio el rango elástico en compresión para la barra sometida a compresión está dado por  $-\sigma_{YC} < 0$ , puesto que la barra se soporta lateralmente para prevenir el pandeo. Por simplicidad asumimos  $\sigma_{YT} = \sigma_{YC} = \sigma_Y$ . Ahora definimos la región elástica como:

Ec. (2.1)

En cualquier punto más allá del esfuerzo de fluencia, la deformación axial total de la barra puede descomponerse aditivamente en una parte elástica y una plástica

Ec. (2.2)

donde  $\epsilon$ : deformación axial total

: deformación en la región elástica

: deformación en la región plástica

La ecuación constitutiva para la barra está dada por:

Ec. (2.3)

y para cualquier aplicación de carga adicional que produce deformación plástica adicional, la derivada con respecto al tiempo del esfuerzo axial está dado por:

Ec. (2.4)

**Función fluencia, regla de flujo y endurecimiento/ablandamiento.**

La región elástica puede ser definida en términos de la función fluencia, se define la función fluencia inicial

Ec. (2.5)

por lo tanto, la región elástica inicial puede ser escrita como:

Ec. (2.6)

Asuma que la barra está sujeta a carga diferencial, la cual produce deformación axial plástica diferencial. Esto es posible si la barra está fluyendo en tensión y es alargada aún más, o si está fluyendo en compresión y se comprime aún más. Denotando la magnitud de la tasa de deformación plástica por  $\dot{\epsilon}_p$ , tenemos

Ec. (2.7)

Alternativamente se puede escribir

— — Ec. (2.8)

La ecuación 2.27 se llama regla de flujo para la tasa de deformación plástica. La regla de flujo contiene la magnitud de la tasa de deformación,  $\dot{\epsilon}_p$ , como el sentido,  $\pm$ , describiendo tensión o compresión.

Asuma que la barra continúa a fluencia en tensión y que el esfuerzo de fluencia cambia del valor inicial  $\sigma_0$  al valor actual  $\sigma$ . Asumiendo que el esfuerzo de fluencia en compresión se mantiene igual al

esfuerzo de fluencia en tensión, entonces la función fluencia actual se puede escribir como:

$$\text{Ec. (2.9)}$$

y la región elástica actual

$$\text{Ec. (2.10)}$$

Una simple ley que describe la evolución de  $\sigma$  con la continuada deformación plástica está dada por la ecuación

$$\text{Ec. (2.11)}$$

Por definición, la barra exhibe una respuesta de endurecimiento si  $H' > 0$ , una respuesta de plasticidad perfecta si  $H' = 0$ , y una respuesta de ablandamiento si  $H' < 0$ .

**Carga / descarga y condiciones de consistencia.** El esfuerzo axial  $\sigma$  y el parámetro  $\lambda$ , están restringidas por ciertas restricciones unilaterales

$$\text{Ec. (2.12)}$$

Existen dos posibilidades: si la barra está deformada elásticamente, entonces  $\lambda = 0$  y  $\sigma \leq \sigma_f$ , en el otro lado si está deformada plásticamente, entonces  $\lambda > 0$  y  $\sigma = \sigma_f$ . se puede escribir en una forma más compacta

$$\text{Ec. (2.13)}$$

La última ecuación recibe el nombre de condición de Kuhn-Tucker y representa una condición que debe cumplirse para deformación elástica como para plástica [13].

**ALGORITMO.** Considere un intervalo típico en el tiempo

y asuma que  $\sigma$  y  $\epsilon$  son conocidos. Se debe encontrar  $\lambda$  y  $\mu$  los cuales deben satisfacer la condición de Kuhn-Tucker para un incremento de deformación  $\Delta\epsilon$ .

Se debe definir también  $\sigma^e$  como el predictor del esfuerzo elástico y  $E \Delta\epsilon^p$  es el corrector del esfuerzo plástico.

Paso 1: Calcular

Paso 2:

No,  $\lambda < 0$ ,  $\mu < 0$  y salir

Paso 3: Si, empiece Newton-Raphson e itere hasta

Paso 4:

$\lambda \geq 0$  y  $\mu \geq 0$   
y salir [13].

Se debe agregar las siguientes fórmulas para completar el algoritmo

$$\sigma^e = \sigma + E \Delta\epsilon \quad \text{Ec. (2.14)}$$

$$\sigma = \sigma^e - E \Delta\epsilon^p \quad \text{Ec. (2.15)}$$

donde las constantes  $k$  y  $a$  son positivas.

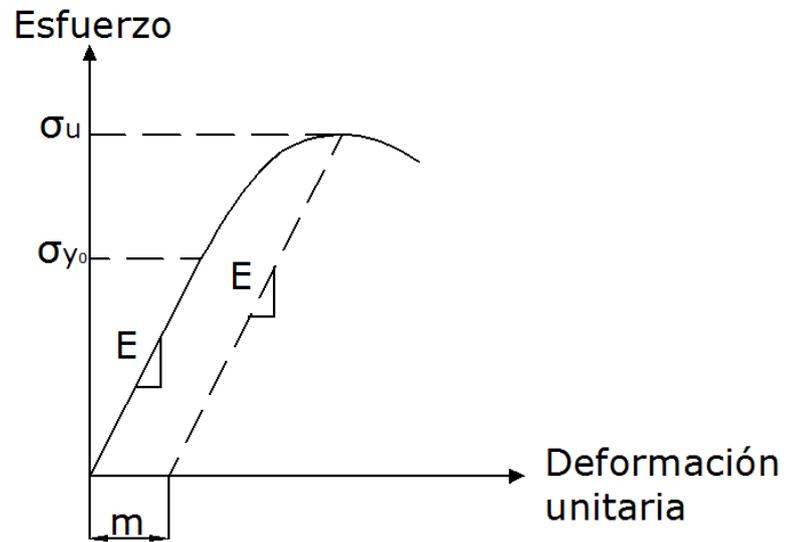


FIGURA 2.7. CURVA ESFUERZO – DEFORMACION [13].

### ALGORITMO DE NEWTON RAPHSON [14].

**Entrada:** Una función derivable  $f$  .

**Parámetros:**

$N$ = Máximo número de iteraciones.

$Tol$ = Nivel de precisión respecto a la solución exacta.

$x_0$ = Valor inicial.

Inicio

Defina  $n=0$

Mientras  $n < N$

\_\_\_\_\_

Si

Salida: .

Parar

Incremente  $n=n+1$ .

Parar.

En las siguientes secciones tratare acerca de las teorías estadísticas empleadas para desarrollar la presente Tesis.

## **2.5. Modelo Estadístico**

### **Distribución Normal.**

La densidad de probabilidad normal o conocida simplemente como distribución normal, fue estudiada por primera vez en el siglo XVIII cuando los científicos observaron con sorpresa el grado de regularidad en los errores de medición. Descubrieron que los patrones (distribuciones) eran aproximados a una distribución continua que denominaron “curva normal de errores” y le atribuyeron reglas de probabilidad. La ecuación de densidad de probabilidad normal, ecuación 2.1, cuya gráfica (de forma semejante al perfil de una campana) se muestra en la Figura 2.8 [15].

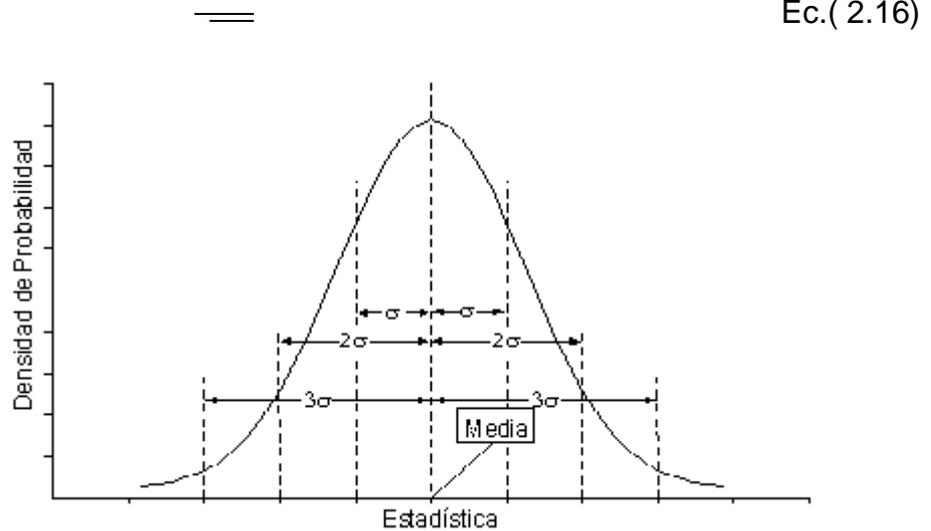


FIGURA 2.8. GRÁFICA DE LA DENSIDAD DE PROBABILIDAD NORMAL [16].

### **Método de Shapiro y Wilk para verificar la Normalidad de datos.**

La prueba W de Shapiro & Wilk data de 1965 y contempla de acuerdo a Fidelis G., C (2004) los siguientes pasos [17]:

- a. Ordenar en forma ascendente las  $j$  observaciones para la variable que se estudia
- b. Calcular la sumatoria, a partir del inciso a

Ec. (2.17)

- c. Si  $j$  es par,  $j = 2k$ , calcular

Ec. (2.18)

Si  $j$  es impar,  $j = 2k + 1$ , entonces se omite la mediana de los datos  $x_{k+1}$ , y se calcula el valor de  $b$  de acuerdo a la ecuación 2.3.

d. Calcular el valor de  $W_1$ , el estadístico de prueba

$$\text{-----} \quad \text{Ec. (2.19)}$$

e. Comparar  $W_{cal}$  con el valor de  $W_{tab}$  (los valores de  $W_{tab}$  se presentan en el Anexo 1). Si  $W_{cal}$  es menor que  $W_{tab}$  se rechaza la hipótesis de normalidad de los datos. Si se compara con un valor  $p$  teórico digamos de 0.05, se dice que se rechaza la hipótesis de normalidad de los datos si  $p$ -value calculado es menor que el valor teórico.

### **Análisis de Varianza.**

El término análisis de varianza describe una técnica por medio de la cual se analiza la variación total o se divide en componentes significativos. Se seleccionan muestras aleatorias de tamaño  $n$  de cada una de las  $k$  poblaciones. El término tratamiento se usa por lo general para referirnos a las diversas clasificaciones. Se supone que las  $k$  poblaciones son independientes y normalmente distribuidas con medias  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$  y varianza común  $\sigma^2$  [18].

Se desea probar las hipótesis:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$H_1$ : Al menos dos de las medias no son iguales

Denotemos con  $y_{ij}$  la  $j$ -ésima observación del  $i$ -ésimo tratamiento, ahora cada observación se puede escribir de la forma

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \quad \text{Ec. (2.20)}$$

El término  $\varepsilon_{ij}$  representa el error aleatorio de la correspondiente media del tratamiento; se prefiere utilizar el término  $\mu$  que es justo la media general de todas las  $\mu_i$ ; es decir

$$\mu = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mu_i \quad \text{Ec. (2.21)}$$

Nuestra hipótesis se basará en una comparación de dos estimaciones independientes de la varianza poblacional común  $\sigma^2$ .

La identidad de la suma de cuadrados se puede representar entonces de manera simbólica con la ecuación

$$SST = SSA + SSE \quad \text{Ec. (2.22)}$$

$$= \text{suma total de cuadrados} \quad \text{Ec. (2.23)}$$

$$= \text{suma de cuadrados de tratamientos} \quad \text{Ec. (2.24)}$$

$$= \text{suma de cuadrados del error} \quad \text{Ec. (2.25)}$$

Cuando  $H_0$  es verdadera, la razón  $f = s_1^2/s^2$  es un valor de la variable aleatoria  $F$  que tiene una distribución  $F$  con  $k-1$  y  $k(n-1)$  grados de libertad. La hipótesis  $H_0$  se rechaza en el nivel de significancia  $\alpha$  cuando

$$\text{Ec. (2.26)}$$

También se puede aceptar o rechazar la hipótesis  $H_0$  con la aproximación del valor  $P$

$$\text{Ec. (2.27)}$$

TABLA 3. ANALISIS DE VARIANZA

<b>Fuente de variación</b>	<b>Suma de cuadrados</b>	<b>Grados de libertad</b>	<b>Cuadrado medio</b>	<b>f calculada</b>
Tratamientos	SSA	$k-1$	$s_1^2 = \frac{SSA}{k-1}$	$\frac{s_1^2}{s^2}$
Error	SSE	$k(n-1)$	$s^2 = \frac{SSE}{k(n-1)}$	
Total	<u>SST</u>	<u><math>nk-1</math></u>		

### Comparaciones Múltiples

El análisis de varianza es un procedimiento poderoso para probar la homogeneidad de un conjunto de medias. Sin embargo, si rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa establecida –que no todas las medias son iguales– aún no sabemos cuáles de

las medias son iguales y cuáles son diferentes. Una comparación pareada se puede ver como un contraste simple, a saber, una prueba de

$$H_0: \mu_i - \mu_j = 0$$

$$H_0: \mu_i - \mu_j \neq 0$$

La prueba se lleva a cabo a través del uso de una comparación  $F$ ,  $t$  o de un intervalo de confianza. Con el uso de  $t$ , tenemos

$$\begin{array}{l} - \\ - \end{array} \quad \text{Ec. (2.28)}$$

### Prueba de Duncan.

La prueba de rango múltiple de Duncan se basa en

$$\begin{array}{l} \text{—} \\ \text{—} \end{array} \quad \text{Ec. (2.29)}$$

donde  $k = i - j + 1$  y  $R_{(\alpha, k, v)}$  es el rango estandarizado de Duncan para  $k$  medias y  $v$  grados de libertad; el valor de  $\alpha$  no tiene una relación con el error de la comparación y el de la familia de comparaciones. Si las medias poblacionales son iguales, entonces para cualquier valor  $1 \leq j < i \leq t$ , la probabilidad es  $1 - (1 - \alpha)^{i-j}$  de que el método de Duncan al nivel  $\alpha$  declare las  $i$ -ésima y  $j$ -ésima medias más grandes como significativamente diferentes [18].

### Prueba de Dunnett.

Este procedimiento, determina diferencias significativas entre cada media del tratamiento y un control, en un solo nivel de significancia  $\alpha$  conjunto. En general deseamos probar las  $k$  hipótesis

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \mu_0 = \mu_i \\ H_1: \mu_0 \neq \mu_i \end{array} \right\} i=1,2,\dots,k.$$

donde  $\mu_0$  representa el rendimiento medio de la población de mediciones en la que se utiliza el control. Para probar las hipótesis nulas especificadas por  $H_0$  contra las alternativas bilaterales para una situación experimental en que hay  $k$  tratamientos, excluido el control, y  $n$  observaciones por tratamiento, primero calculamos los valores

$$\frac{\bar{y}_i - \bar{y}_0}{s^2} \quad i=1,2,\dots,k \quad \text{Ec. (2.30)}$$

La varianza  $s^2$ , se obtiene del cuadrado medio del error en análisis de varianza. EL régimen crítico para rechazar  $H_0$  en el nivel de significancia  $\alpha$ , se establece mediante la desigualdad

$$\text{Ec. (2.31)}$$

donde  $\nu$  es el número de grados de libertad para el cuadrado medio del error [18].

### **Análisis de Regresión Lineal. Método de mínimos cuadrados.**

En estadística la regresión lineal o ajuste lineal es un método matemático que modela la relación entre una variable dependiente  $Y$ , las variables independientes  $X_i$  y un término aleatorio  $\varepsilon$ . Este modelo puede ser expresado como:

Ec. (2.32)

donde  $\beta_0$  es la intersección o término "constante", las  $\beta_i$  son los parámetros respectivos a cada variable independiente, y  $p$  es el número de parámetros independientes a tener en cuenta en la regresión [18].

Dada la muestra \_\_\_\_\_, las estimaciones por mínimos cuadrados  $a$  y  $b$  de los coeficientes de regresión  $\alpha$  y  $\beta$  se calculan a partir de las fórmulas:

\_\_\_\_\_ Ec. (2.33)

\_\_\_\_\_ Ec. (2.34)

# CAPITULO 3

## 3. DESARROLLO DE LA METODOLOGIA

### 3.1. Diseño Experimental.

Para analizar el efecto que tiene introducir material puzolánico en pastas de cemento y el tiempo de curado en la resistencia a la compresión del material compuesto se escogió un diseño factorial, en donde los factores serán el porcentaje de Limolita y el tiempo de curado. Los niveles para el factor de porcentaje de Limolita serán 5, 10, 15, 20 y 25% y 7, 14 21 y 28 días para el tiempo de curado. Para el experimento se contará con tres muestras experimentales para cada tiempo de ensayo, es decir que se tendrá una población de 60 muestras. Los datos serán tratados estadísticamente con un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$  mediante el uso de un software para encontrar diferencias significativas entre los tratamientos con el método de ANOVA con una confiabilidad del 95%. Los datos obtenidos del esfuerzo último serán llenados en la Tabla 4.

TABLA 4. DISEÑO DEL EXPERIEMNTO  
CON DOS FACTORES

Tiempo	Esfuerzos Ultimo a la compresión (MPa)				
curado	5%	10%	15%	20%	25%
7 días					
14 días					
21 días					
28 días					

Previamente se habrá analizado el efecto del tiempo de curado en la resistencia a la compresión para una concentración de Limolita al 20%. Este análisis contará con una población de 12 muestras, es decir 3 muestras experimentales para cada tiempo de ensayo. El análisis se lo realizará mediante el uso de ANOVA para experimentos de un solo factor, en este caso los niveles del factor tiempo de curado serán 7, 14, 21 y 28 días.

Finalmente se realizará una comparación de la resistencia a la compresión del cemento Tipo I y el cemento Tipo IV con el material compuesto. Este análisis se lo realiza mediante la prueba de Dunnett

para verificar las diferencias entre los dos tipos de cemento con el material compuesto.

Los resultados obtenidos serán respaldados mediante un experimento de validación en el cual los niveles para el factor de porcentaje de Limolita serán 7.5, 12.5, 17.5, 22.4 y 27.5% y 4, 11, 18 y 25 días para el tiempo de curado.

### **Proceso de molienda de Limolita.**

Una vez que se recibió el material puzolánico, se realizó el proceso de molienda en los laboratorios de la FICT, el objetivo es tener una granulometría igual que el cemento Tipo I, los pasos secuenciales se detallan a continuación:

1. Medir 12 Kg. de Limolita en la balanza.
2. Trituración por medio del molino de quijadas.
3. Moler en el triturador de rodillos
4. Pasar la limolita por el separador.
5. Homogenizar la mezcla y tomar una muestra.
6. Medir en la balanza 100 gramos.

7. Preparar los tamices de 14, 18, 40 y 50.
8. Realizar el proceso de tamizado en el tamizador eléctrico, durante 15 minutos
9. Una vez finalizado el tamizado, separar los tamices y medir en la balanza el material que se queda en cada tamiz, al sumar el material se deben obtener nuevamente los 100 gramos.
10. Moler en el molino de discos.
11. Repetir nuevamente los pasos 4 al 8.
12. Al terminar el tamizado, volver a medir en la balanza el material que queda en cada tamiz, esta vez el material que pasa por el tamiz número 50, debe ser mayor que la vez anterior.
13. Moler en el molino de rodillos.
14. Repetir los pasos 4 al 7.
15. Preparar los tamices número 50, 100, 200 y 325.
16. Realizar el tamizado durante 15 minutos
17. Al terminar el tamizado, volver a medir en la balanza el material que queda en cada tamiz, esta vez el material que pasa por el tamiz 325 debe estar entre el 70 y 80% de la muestra tomada.

18. Almacenar el material molido en una bolsa plástica o un recipiente cerrado para mantenerlo libre de humedad.

Una vez que el material pasó por el tamiz de 325, la Limolita alcanza una granulometría de 45 micras, que es la granulometría del cemento Tipo I, lo cual es importante para la fase experimental.

En el Anexo 2 se muestran las fotos del proceso de molienda de la limolita en orden secuencial.

### **3.2. Materiales y Equipos.**

Las especificaciones que deben cumplir los materiales y equipos están dadas en las Normas ASTM C 595 “Standard Specification for Blended Hydraulic Cements” la cual pertenece a cinco clases de mezclas de cemento hidráulico para aplicaciones generales y especiales, usando escoria o puzolana, o ambas, con cemento Portland o clinker de cemento Portland o escoria con cal. Además la norma ASTM C 109/C 109M “Standard Test for Compressive Strength of Hydraulic Cement Mortars (Using 2-in. or [50-mm] Cube Specimens) [20], la cual cubre la determinación esfuerzo a la

compresión en morteros de cementos hidráulicos, usando cubos de 2 pulgadas o 50mm.

### **Cemento Portland Tipo IP.**

Al mezclar el cemento Portland Tipo I con Limolita obtendremos un cemento Portland Tipo IP Puzolánico, el cual deberá ser un cemento hidráulico consistente de una mezcla uniforme.

### **Equipos**

**Vasos Graduados**, de capacidad adecuada (preferentemente grandes suficiente para medir la mezcla de agua en una sola operación) para entregar el volumen indicado a 20 ° C. La variación admisible será de 62 mL. Las principales líneas de graduación serán círculos y estarán numerados.

**Moldes para muestras**, para especímenes cúbicos de 2-in. O [50 mm] tendrán un montaje ajustado. Los moldes no tendrán más de tres compartimentos cúbicos y podrán separarse en no más de dos partes. Los moldes se realizarán de metal duro no atacado por el mortero de cemento. Para los nuevos moldes el número de la dureza Rockwell del metal no será inferior a 55 HRB. Las partes de los moldes deberá ser lo suficientemente rígida para impedir la difusión o deformaciones. El interior de las caras de los moldes serán

superficies planas y se ajustarán a las tolerancias mostradas en la Tabla 5.

TABLA 5. VARIACIONES PERMISIBLES PARA MOLDES

Parameter	[50-mm] Cube Molds	
	New	In Use
Planeness of sides	[<0.025 mm]	[<0.05 mm]
Distance between opposite sides	[50 mm ± 0.13 mm]	[50 mm ± 0.50 mm]
Height of each compartment	[50 mm + 0.25 mm to - 0.13 mm]	[50 mm + 0.25 mm to - 0.38 mm]
Angle between adjacent faces <sup>A</sup>	90 ± 0.5°	90 ± 0.5°

**Mezclador, Tazón y Paleta**, un mezclador de tipo mecánico impulsado eléctricamente, equipado con paleta y un tazón de mezcla.

**Apisonador**, no absorbente, no abrasivo, de material no frágil como un compuesto de goma con una dureza de  $80 \pm 10$  medido con un durómetro Shore A, tendrá una sección transversal de aproximadamente 1/2 por 1 pulgadas o [13 por 25 mm] y una longitud de unos 5 a 6 pulgadas o [120 a 150mm]. El apisonamiento en las caras será plano y perpendicular a la longitud del apisonador.

**Paleta**, con una cuchilla de acero de 4 a 6 pulgadas [100 a 150 mm] de longitud, con bordes rectos.

**Máquina de ensayo**, ya sea hidráulico o el tipo de tornillo, con la suficiente apertura entre la superficie de rodamiento superior y la superficie del soporte inferior de la máquina para permitir el uso de

la verificación de los aparatos. La carga aplicada a la muestra de análisis se indicará con una precisión del  $\pm 1,0\%$ . Si la carga aplicada por la máquina de compresión está registrada en un dial, el dial debe estar provisto de una escala graduada que se puede leer, al menos, la más cercana al  $0,1\%$  de la escala máxima de carga.

### **3.3. Procedimiento Experimental.**

#### **Composición de las probetas.**

Para la composición de las probetas, se debe hacer una mezcla homogénea de cemento Tipo I más el porcentaje correspondiente de Limolita (20%). Se preparó una mezcla de 3000 gramos para las 12 probetas, de esta mezcla el 20 % de Limolita corresponde a 600 gramos y los restantes 2400 gramos al cemento. Se empleó una relación agua/cemento de 0.3, por lo tanto a la mezcla se le añadió 900 gramos de agua.

La preparación de la pasta de cemento debe realizarse con mezcla mecánica con el procedimiento según la norma ASTM C 305.

#### **Temperatura y Humedad**

La temperatura al contorno de la mezcla de la loza, molde y placas de la base se debe estar a una temperatura aproximada de  $23 \pm 3$  °C. La temperatura de la mezcla agua, habitación húmeda y el agua del tanque de almacenamiento deberá estar a una temperatura aproximada de  $23 \pm 2$ °C.

La humedad relativa del laboratorio no debe pasar del 50%, la humedad del cuarto se ajustan según los requisitos de las especificaciones C511.

#### **Preparación de los moldes.**

- ✓ Verificar que las superficies del molde se encuentran limpias y que los pernos de apriete se encuentren correctamente ajustados.
- ✓ Aplicar aceite en el interior del molde con un paño impregnado u otros medios apropiados.
- ✓ Eliminar algún exceso de aceite con un paño limpio.



FIGURA 3.1. PREPARACION DE MOLDES

### **Moldeamiento de las probetas**

Una vez que la mezcla se homogenizó en el mezclador y se le agregó agua se debe realizar los siguientes pasos:

- ✓ Con la paleta tomar una porción de la mezcla y colocarla dentro de cada uno de los cubos del molde, no se debe colocar más de la mitad de la capacidad de cada cubo.
- ✓ Compacte la mezcla con el apisonador dando ocho golpes en un sentido y ocho golpes más a 90° del sentido anterior.
- ✓ Una vez compactada la mezcla en el molde, con la paleta vuelva a revolver la mezcla del tazón y colóquela dentro de los cubos, esta vez llene los moldes.
- ✓ Vuelva a compactar la mezcla con el apisonador
- ✓ Remueva las burbujas de aire con un compactador de mezcla.

- ✓ Remueva los excesos de la superficie del molde
- ✓ Coloque un protector plástico sobre los moldes y almacénelos de preferencia en un lugar húmedo.



FIGURA 3.2. ALMACENAMIENTO DE MOLDES  
CON LA MEZCLA

Pasadas 24 horas se procede a desmoldar las probetas y se las marca según el porcentaje de Limolita y el tiempo al que se hará el ensayo. La Tabla 6 indica las tolerancias permisibles para los tiempos de ensayo.

TABLA 6. TOLERANCIAS PARA  
TIEMPOS DE ENSAYO

Tiempo	Tolerancia
--------	------------

de ensayo	permissible
24 h	$\pm 1/2$ h
3 días	$\pm 1$ h
7 días	$\pm 3$ h
28 días	$\pm 12$ h

### 3.4. Desarrollo del Modelo Matemático

El siguiente algoritmo, muestra el comportamiento de un material dado tomando un modelo bilineal, las variables implicadas y el desarrollo del mismo se explica a continuación.

Datos:

$d\varepsilon$ : la variación de la deformación.

$\varepsilon$ : El rango de la deformación.

$\sigma(1)$ : El esfuerzo inicial en el punto de origen. [MPa].

E: El módulo elástico o módulo de Young. [MPa].

$H'$ : El módulo plástico del material.

a, m: constantes del material.

$\lambda$ : La magnitud de  $\varepsilon_p$ , el cual irá cambiando al entrar a la zona plástica.

$\Delta \lambda$ : Variación de  $\lambda$

$\lambda(1)$ : El valor inicial de  $\lambda$  el cual es cero, puesto que se parte de la región elástica.

otr: Predictor del esfuerzo elástico. [MPa].

1. A continuación se definen los valores iniciales que tomarán los datos del problema:

```

m=0.003;
a=0.3;
dE=0.000025;

E=[0:dE:0.025]';

O(1)=0;

E=20000e6;
n=size(e);
ntot=n(1,1);

Oy(1)=10e6;

lambda(1)=0;

```

2. El siguiente lazo `for` es utilizado para encontrar los esfuerzos del material en la zona elástica.

```

for i=1:ntot,

    Otr(i+1)=O(i)+E*de;

    Ftr(i+1)=abs(Otr(i+1))-Oy(i);

```

3. El lazo `if` nos permite evaluar si el material se encuentra en la región elástica o la región plástica; si se cumple la condición  $F_{tr}(i+1) > 0$ , entonces estamos en la región plástica.

```
if Ftr(i+1) > 0
```

4. Una vez que se evalúa la condición y estamos en la región plástica, se procede a utilizar el algoritmo de Newton-Raphson, mediante la función `NewtonRaphson`, la cual se explica más adelante.

```
 $\Delta \lambda_{(i+1), H'_{(i+1)}} = \text{NewtonRaphson}(F_{tr}(i+1), E, \sigma_y(1), a, m, \lambda_{(i)});$ 
```

5. Una vez obtenidos los valores de  $\Delta \lambda$ , con la función anterior, se procede a calcular el siguiente valor de  $\lambda$ , y calculamos también los valores del esfuerzo para la región plástica.

```
 $\lambda_{(i+1)} = \Delta \lambda_{(i+1)} + \lambda_{(i)};$ 
```

```
 $\sigma_{(i+1)} = \sigma_{tr(i+1)} - E * dL_{(i+1)} * \text{sign}(\sigma_{tr(i+1)});$ 
```

```
 $\sigma_y(i+1) = \sigma_y(i) + H'_{(i+1)} * \Delta \lambda_{(i+1)};$ 
```

6. En caso de que la condición  $F_{tr}(i+1) > 0$ , no se cumpla, se asume que el material está en la zona elástica y se asume el valor del esfuerzo, como el calculado en paso 3 y se cierra el lazo `if` y el lazo `for`.

```

else
     $\lambda_{(i+1)}=0;$ 

     $\sigma_{(i+1)}=\sigma_{tr(i+1)};$ 

     $\sigma_y(i+1)=\sigma_y(i);$ 

end
end

```

7. Una vez calculados los esfuerzos, se procede a graficar la curva de esfuerzo–deformación, cuya gráfica se presenta a continuación.

```

esf= $\sigma(1:ntot);$ 

plot( $\epsilon$ ,esf);

grid;

```

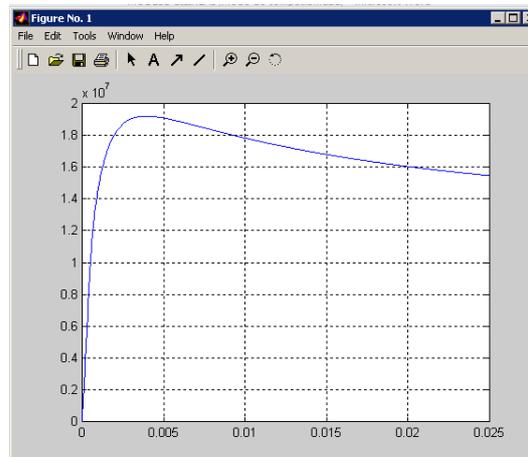


FIGURA 3.3. CURVA ESFUERZO-DEFORMACION.  
MODELO BILINEAL

8. Finalmente determinamos el valor del esfuerzo último  $\sigma_u$  cuyo valor está dado en Pa.

```

 $\sigma_u$ =esf(1,1);

m=ntot-1;

for n=1:m,

    if esf(1,n+1) >  $\sigma_u$ 

         $\sigma_u$  =esf(1,n+1);

    end

end

 $\sigma_u$ =1.9200e+007

```

### 3.5. Desarrollo del Método Numérico.

### Algoritmo de Newton-Raphson.

Primero definimos la función y luego la tolerancia. Igualamos la tolerancia al  $\Delta\lambda$  para que no sea igual a cero y tengamos problemas al calcular en el programa.

```
function [ $\Delta\lambda^*$ , H' n1]=NewtonRaphson(a,m,Ft,E,Gy0,ln)
```

```
tol=1e-10;
```

```
 $\Delta\lambda$ (1)=tol;
```

```
for k=1:200,
```

Al derivar  $\delta\sigma/\delta\Delta\lambda$  obtenemos la ecuación para hallar H', para luego

hallar mi función residual r(k)

El valor de A es el Jacobiano de mi función residual y finalmente

hallar el valor de  $\Delta\lambda(k+1)$

$$H'(k) = a * \sigma_{y0} * \sqrt{m} * (m - \Delta\lambda(k) -$$

$$\lambda_n) / ((m + \Delta\lambda(k) + \lambda_n)^2 * \sqrt{\Delta\lambda(k) + \lambda_n});$$

$$r(k) = Ft - \Delta\lambda(k) * (E + H'(k));$$

$$A(k) = -E -$$

$$H'(k) + \Delta\lambda(k) * \sigma_{y0} * a * \sqrt{m} * (2 * (m + \Delta\lambda(k) + \lambda_n) * (\Delta\lambda(k) + \lambda_n)$$

$$+ 4 * (m - \Delta\lambda(k) - \lambda_n) * (\Delta\lambda(k) + \lambda_n) + (m + \Delta\lambda(k) + \lambda_n) * (m - \Delta\lambda(k) -$$

```

 $\lambda_n) / (2 * (m + \Delta\lambda(k) + \lambda_n)^3 * (\Delta\lambda(k) + \lambda_n)^{1.5});$ 

 $\Delta\lambda(k+1) = \Delta\lambda(k) - r(k) / A(k);$ 

if norm(r(k)) < tol * norm(r(1))

     $\Delta\lambda^* = \Delta\lambda(k+1);$ 

    Hn1 = a * Gy0 * sqrt(m / (\Delta\lambda(k+1) + \lambda_n)) * (m - \Delta\lambda(k+1) -
 $\lambda_n) / (m + \lambda_n + \Delta\lambda(k+1))^2;$ 

    break
end
end
end

```

## CAPITULO 4

### 4. ANALISIS DE RESULTADOS

#### 4.1. Presentación de datos.

La Tabla 7 resume la composición de la mezcla empleada para llevar a cabo el experimento con una concentración de Limolita al 20% y la Tabla 8 la mezcla empleada para Limolita al 22.5%.

TABLA 7. COMPOSICION DE LA MEZCLA, CON UNA CONCENTRACION DE LIMOLITA AL 20%

Puzolana en la mezcla(g)	600
Cemento en la mezcla(g)	2400
Agua (g)	900
Mezcla (puzolana +cemento) (g)	3000
Relación agua / mezcla	0,3

TABLA 8. COMPOSICION DE LA MEZCLA, CON UNA CONCENTRACION DE LIMOLITA AL 22.5%

Puzolana en la mezcla(g)	675
Cemento en la mezcla(g)	2325
Agua (g)	900
Mezcla (puzonlana+cemento) (g)	3000
Relación agua / mezcla	0,3

TABLA 9. RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN PARA VARIOS DIAS DE ENSAYO PARA PASTAS DE CEMENTO, CON 20% DE LIMOLITA Y SOMETIDA A CURADO AL AIRE.

Deformación unitaria	Esfuerzo 7 Días N/mm2	Esfuerzo 14 Días N/mm2	Esfuerzo 21 Días N/mm2	Esfuerzo 28 Días N/mm2
0	0	0	0	0
0,00254	0,797	4,939	6,698	2,608
0,00508	2,221	9,957	19,500	9,602
0,00762	4,835	15,379	37,459	24,182
0,01016	8,598	21,168	51,565	40,422
0,0127	13,446	27,571	65,197	53,639
0,01524	18,725	33,647	67,271	59,270
0,01778	24,827	38,873		62,678
0,02032	31,425	41,617		60,455
0,02286	38,220	48,020		
0,0254	44,688			
0,02794	48,151			
0,03048	51,842			

TABLA 10. RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN PARA VARIOS DIAS DE ENSAYO PARA PASTAS DE CEMENTO, 22.5% DE LIMOLITA Y SOMETIDA A CURADO AL AIRE.

Deformación unitaria	Esfuerzo 4 Días N/mm2	Esfuerzo 11 Días N/mm2	Esfuerzo 18 Días N/mm2	Esfuerzo 25 Días N/mm2
0	0	0	0	0
0,00254	6,559	0,915	4,534	3,378
0,00508	12,897	2,156	9,780	18,552
0,00762	18,254	2,764	22,819	32,865
0,01016	24,631	5,749	39,059	45,519
0,0127	31,491	9,839	53,936	53,343
0,01524	37,828	14,700	57,788	57,196
0,01778	41,879	20,384	65,197	
0,02032	43,316	23,814	70,828	
0,02286	49,000	30,903		
0,0254	51,940	37,436		
0,02794		44,819		
0,03048		51,025		
0,03302		57,33		

La Tabla 9 muestra los datos promedio de resistencia a la compresión para 7, 14, 21 y 28 días de ensayo y 20% de Limolita. Lo mismo ocurre con los datos de la Tabla 10. En los Anexos 3 y 4, encontramos todos los datos obtenidos experimentalmente para cada probeta. Debido a que las condiciones en el laboratorio eran controladas, al comparar la temperatura y humedad con los establecidos en la Norma ASTM C 109, observamos que la mayoría de los datos fueron obtenidos en condiciones favorables (50% de humedad relativa y  $23\pm 2^{\circ}\text{C}$ );

#### **4.2. Análisis estadístico de los datos experimentales.**

##### **Estadística Descriptiva para analizar la Normalidad de los datos.**

Este análisis se realizó mediante el uso de la prueba de Shapiro y Wilk para verificar la normalidad de los datos experimentales.

Para realizar este análisis tenemos las siguientes hipótesis:

- $H_0$ : Los datos tienen una distribución normal
- $H_1$ : Los datos no tienen distribución normal

Cuando  $H_0$  es verdadera,  $W_{cal}$  es un valor de variable aleatoria  $W$  con un nivel de significancia  $\alpha$  para  $N$  datos.

---

Ec. (2.4)

	1 Días	2 Esfuerzo
1	7	48,02
2	7	40,572
3	7	40,18
4	14	43,512
5	14	60,172
6	14	47,04
7	21	64,9
8	21	68,45
9	21	68,45
10	28	60,45
11	28	66,67
12	28	60,45

FIGURA 4.1. INGRESO DE DATOS AL SOFTWARE STATISTICA.  
LIMOLITA AL 20%

En la Figura 4.1 Observamos los datos de esfuerzo último y días de ruptura, los cuales son ingresados para analizarlos.

Como  $W_{cal} = 0.86668$  es mayor que  $W_{tab} = 0.859$  se acepta la hipótesis de normalidad; además la probabilidad  $p=0.05933$  es mayor a 0.05. El valor 0.859 se encuentra tabulado en el anexo 1. Como se ha indicado en tanto más cercano a uno sea el valor del estadístico  $W$  mejor ajuste existe a la distribución normal.

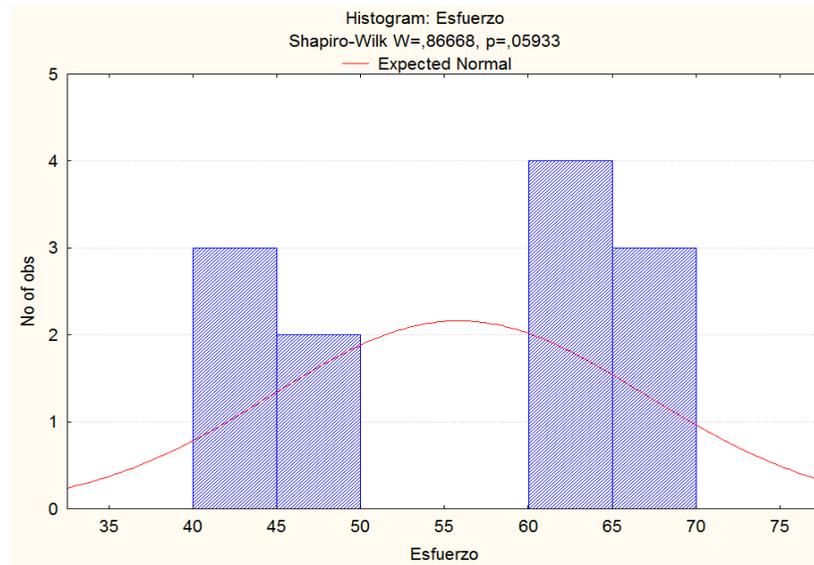


FIGURA 4.2. HISTOGRAMA DE ESFUERZOS PARA PASTAS DE CEMENTO CON UNA CONCENTRACIÓN DE 20% DE LIMOLITA.

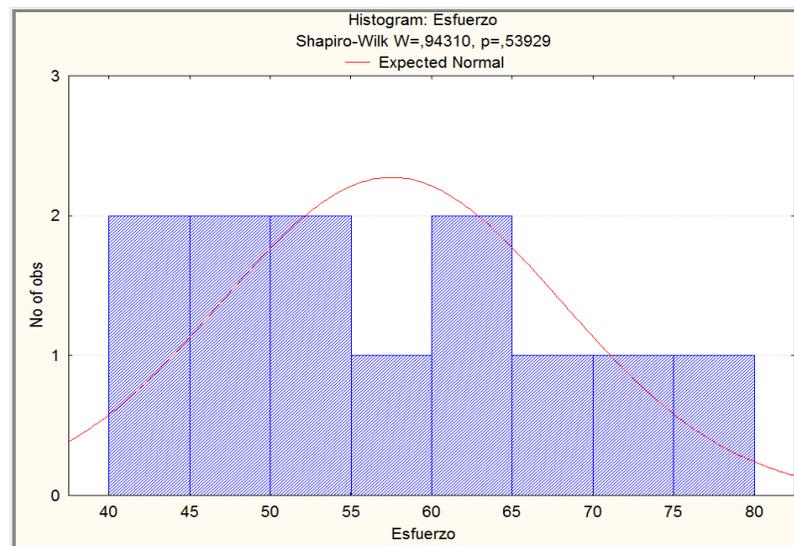


FIGURA 4.3. HISTOGRAMA DE ESFUERZOS PARA PASTAS DE CEMENTO CON UNA CONCENTRACIÓN DE 22.5% DE LIMOLITA.

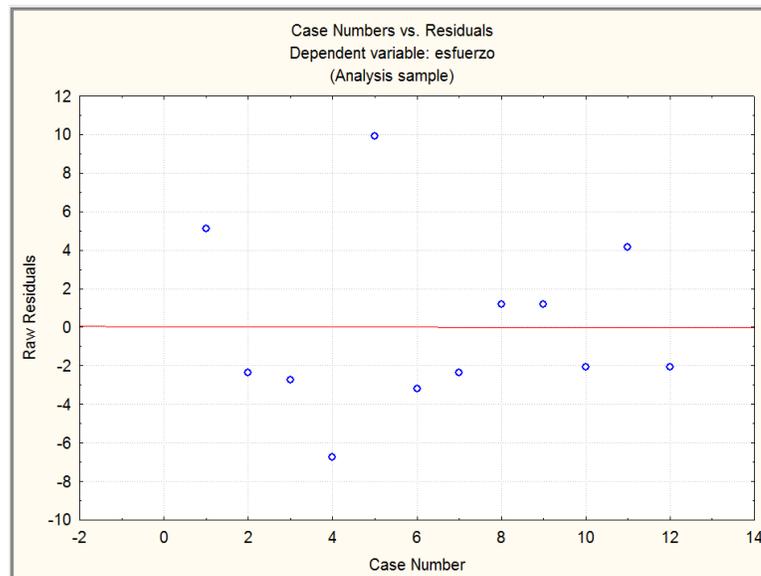


FIGURA 4.4. GRÁFICA DE RESIDUOS CONTRA NÚMERO DE CASOS PARA PASTAS DE CEMENTO CON UNA CONCENTRACIÓN DE 20% DE LIMOLITA.

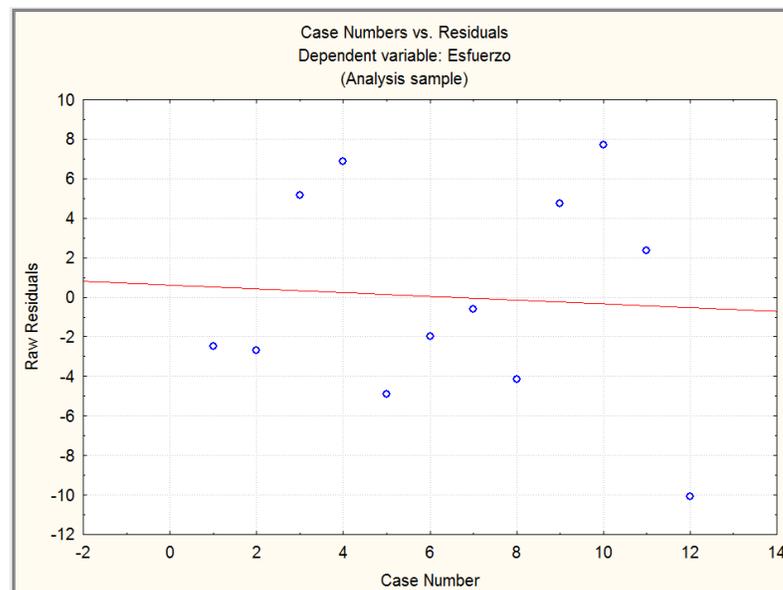


FIGURA 4.5. GRÁFICA DE RESIDUOS CONTRA NÚMERO DE CASOS PARA PASTAS DE CEMENTO CON UNA CONCENTRACIÓN DE 22.5% DE LIMOLITA.

Las Figuras 4.4 y 4.6 muestran las suposiciones de varianza homogénea y distribución de errores normales, respectivamente para las pastas de cemento con 20% de Limolita.

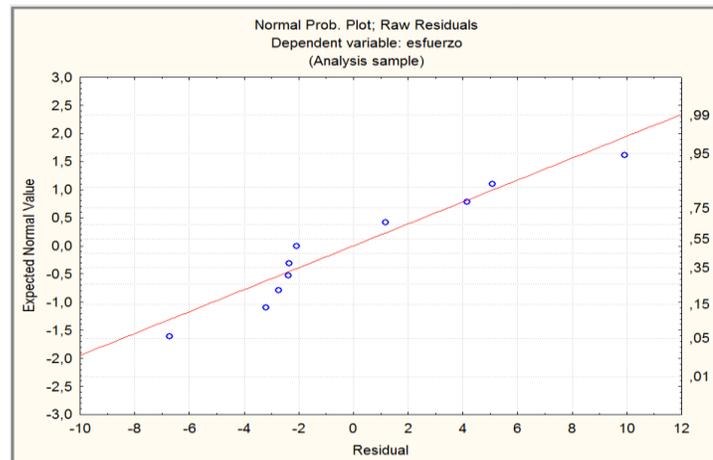


FIGURA 4.6. GRÁFICA DE PROBABILIDAD NORMAL DE LOS RESIDUOS PARA PASTAS DE CEMENTO CON 20% DE LIMOLITA.

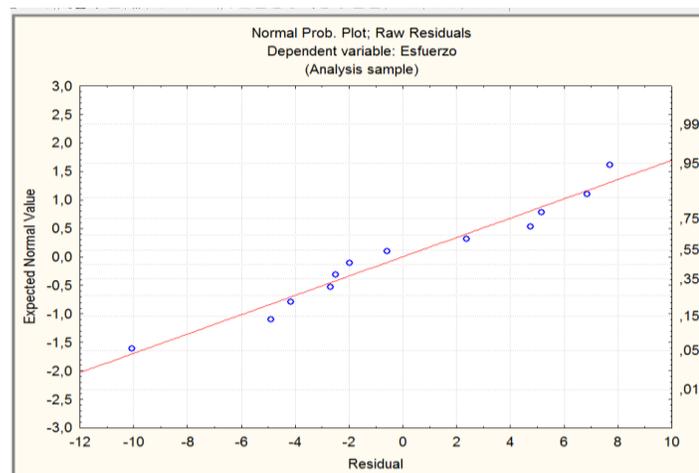


FIGURA 4.7. GRÁFICA DE PROBABILIDAD NORMAL DE LOS RESIDUOS PARA PASTAS DE CEMENTO CON 22.5% DE LIMOLITA.

### **Análisis de varianza.**

Una vez que hemos comprobado la normalidad de los datos, procedemos a realizar un análisis de varianza simple (ANOVA - un solo factor), este análisis lo realizamos con el Software Statística y con Excel.

Este análisis nos sirve para determinar si hay diferencias significativas entre las medias de los tratamientos, para nuestro análisis los tratamientos son 7, 14, 21 y 28 días y analizamos los datos de esfuerzo último.

Para realizar este análisis tenemos las siguientes hipótesis:

- Ho: Las medias de los tratamientos son iguales
- H1: Al menos dos de las medias no son iguales

La hipótesis nula Ho se rechaza en el nivel de significancia cuando

Ec. (2.26)

TABLA 11. TABLA RESUMEN DE ANALISIS DE VARIANZA DE UN FACTOR (20% LIMOLITA)

Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
7	3	128,772	42,924	19,515328
14	3	150,724	50,24133333	77,0753013
21	3	201,80	67,26666667	4,20083333
28	3	187,57	62,52333333	12,8961333

TABLA 12. TABLA DE ANALISIS DE VARIANZA (20% LIMOLITA)

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	Valor crítico para F
Entre grupos	1120,088524	3	373,362841	13,136	0,0018555	4,066
Dentro de los grupos	227,375192	8	28,421899			
Total	1347,463716	11				

Los valores obtenidos en la Tabla 12 se explican en la sección 2.6. Al verificar la Ecuación 2.26 se observa que  $F > F_{cr}$ , por lo tanto se rechaza mi hipótesis inicial a favor de mi hipótesis alterna, es decir que con al menos uno de los tratamientos se obtiene un incremento en el esfuerzo de ruptura del material.

$$F=13.13 > F_{cr}=4.06$$

Se puede apreciar estos resultados analizando en Statistica, tal como lo muestra la Tabla 13; además podemos ver el intervalo en el que cae el esfuerzo último con un nivel de de confianza de 95%.

TABLA 13. ANALISIS DE VARIANZA. INTERVALOS DE CONFIANZA PARA CADA TRATAMIENTOS (20% LIMOLITA)

Current effect: F(3, 8)=13,136, p=,00186						
Effective hypothesis decomposition						
Cell No.	Días	Esfuerzo Mean	Esfuerzo Std.Err.	Esfuerzo -95,00%	Esfuerzo +95,00%	N
1	7	42,92400	3,077981	35,82616	50,02184	3
2	14	50,24133	3,077981	43,14350	57,33917	3
3	21	67,26667	3,077981	60,16883	74,36450	3
4	28	62,52333	3,077981	55,42550	69,62117	3

Además de la Figura 4.8 podemos ver que a los 21 días de ensayo se obtiene el mayor esfuerzo y esto nos da un indicio de cuál es el mejor tratamiento.

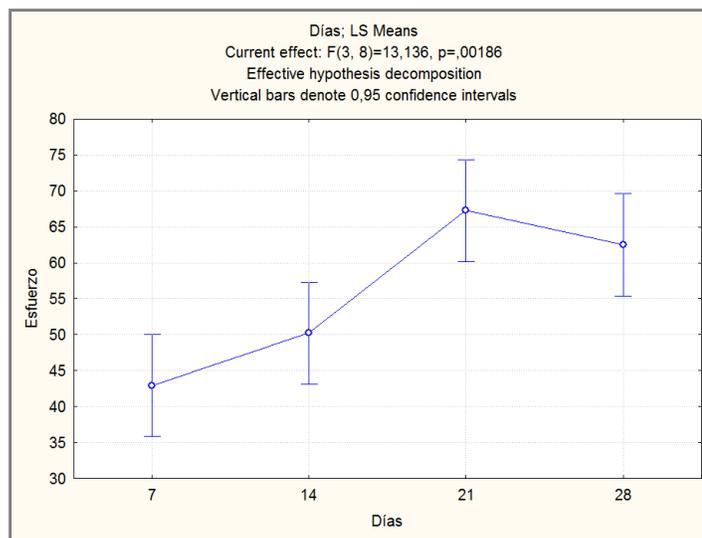


FIGURA 4.8. GRÁFICA ESFUERZO ÚLTIMO VS. DÍAS DE CURADO (20% LIMOLITA).

Ahora se procede a realizar el mismo análisis con los datos de la validación (22.5% Limolita), los resultados se observan en las Tablas 14, 15 y 16 y en la Figura 4.9. Las conclusiones a las que se llega son las mismas que con los datos del experimento (20%). De la Tabla 15 se observa que

$$F=7.45 > F_{cr}=4.06$$

de lo cual se concluye que existen diferencias significativas. De la Tabla 16 podemos observar el intervalo de confianza del esfuerzo último para cada tratamiento con el 95% de confianza. En la Figura 4.9 se observa que el mejor tratamiento es a los 18 días de curado. Las conclusiones a las que se ha llegado con los datos de validación, respaldan las conclusiones a las que se había llegado anteriormente con los datos del experimento (20% de Limolita).

TABLA 14. TABLA RESUMEN DE ANALISIS DE VARIANZA DE UN FACTOR (22.5% LIMOLITA)

Grupos	Cuenta	Suma	Promedio	Varianza
4	3	140,33	46,78	19,98
11	3	164,6	54,88	37,45
18	3	212,4	70,83	19,89
25	3	171,5	57,19	83,33

TABLA 15. TABLA RESUMEN DE ANALISIS DE VARIANZA DE UN FACTOR (22.5% LIMOLITA)

Origen de las variaciones	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio de los cuadrados	F	Probabilidad	F crítico para F
Entre grupos	898,71	3	299,57	7,4579	0,0105	4,0662
Dentro de los grupos	321,34	8	40,16			
Total	1220,05	11				

TABLA 16. ANALISIS DE VARIANZA. INTERVALOS DE CONFIANZA PARA CADA TRATAMIENTOS (22.5% LIMOLITA)

Current effect: F(3, 8)=7,4501, p=,01055						
Effective hypothesis decomposition						
Cell No.	Días	Esfuerzo Mean	Esfuerzo Std.Err.	Esfuerzo -95,00%	Esfuerzo +95,00%	N
1	4	46,77867	3,659966	38,33877	55,21856	3
2	11	54,88000	3,659966	46,44010	63,31990	3
3	18	70,82333	3,659966	62,38344	79,26323	3
4	25	57,19333	3,659966	48,75344	65,63323	3

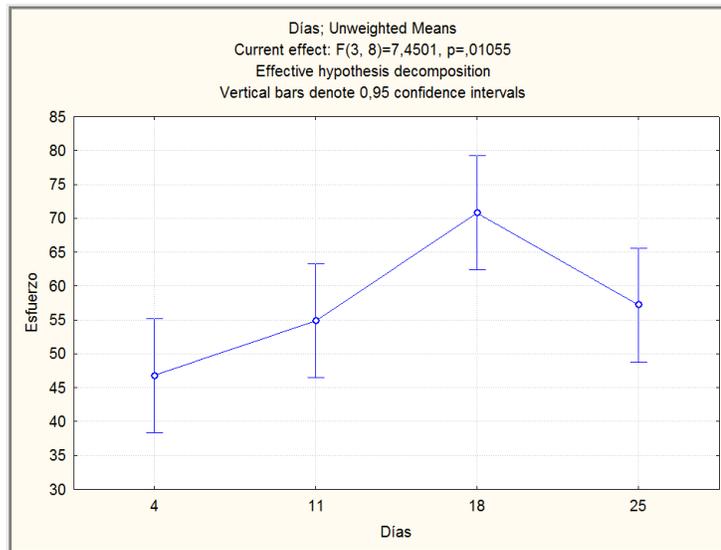


FIGURA 4.9. GRÁFICA ESFUERZO ÚLTIMO VS. DÍAS DE CURADO.  
(22.5% LIMOLITA).

#### Análisis de Varianza con el uso de Contrastes.

En la sección anterior observamos que los mejores resultados se obtienen con el tratamiento de 21 días, tal como lo indica la Figura 4.5, el siguiente paso es verificar mediante el uso comparaciones múltiples si existen diferencias significativas entre el tratamiento de 21 días con el resto de tratamientos.

Mis preguntas de investigación serán las siguientes:

- ¿Es más efectivo el tratamiento de 7 días que el de 21 días?
- ¿Es más efectivo el tratamiento de 14 días que el de 21 días?
- ¿Es más efectivo el tratamiento de 28 días que el de 21 días?

- Para esto hacemos uso del software Statistica y los resultados obtenidos fueron los siguientes:

TABLA 17. COEFICIENTES DE LOS CONTRASTES

Cell No.	tratamiento	Cell N	CNTRST1	CNTRST2	CNTRST3
1	7 días	3	-1	0	0
2	14 días	3	0	-1	0
3	21 días	3	1	1	1
4	28 días	3	0	0	-1

TABLA 18. CONTRASTES ESTIMADOS

Contrast	Estimate	Std.Err	t	p	-95,00% Cnf.Lmt	+95,00% Cnf.Lmt
CNTRST1	24,34333	4,352890	5,592453	0,000515	14,30555	34,38112
CNTRST2	17,02667	4,352890	3,911578	0,004471	6,98888	27,06445
CNTRST3	4,74333	4,352890	1,089698	0,307579	-5,29445	14,78112

TABLA 19. PRUEBA DE SIGNIFICANCIA PARA COMPARACIONES PLANEADAS

Source	Sum of Squares	Degr. of Freedom	Mean Square	F	p
Effect	1120,184	3	373,3946	13,13776	0,001855
Error	227,372	8	28,4215		

La Tabla 17 muestra los coeficientes empleados para hacer las comparaciones entre los tratamientos. La Tabla 18 muestra que los contrastes 1 y 2 son significativamente diferentes de cero, por lo que rechazamos la hipótesis nula, a diferencia del contraste 3, se retiene la hipótesis nula. El valor crítico de t en la prueba de significancia y en el intervalo de confianza se establece con la ecuación 2.15, para N-t grados de libertad, donde  $t_{(0,025,8)} = 2.306$

$$-$$

$$-$$

Ec. (2.28)

Examinando los intervalos de confianza se hubiese llegado a la misma conclusión, ya que los intervalos de confianza para los contrastes 1 y 2 no contienen el cero, como se muestra en la Tabla 13.

### Análisis de Regresión Lineal.

Este análisis busca adoptar un modelo que mejor se ajuste a los datos obtenidos en la experimentación. Al realizar el ajuste se encontró un modelo polinomial de tercer orden y una correlación de 95.74%, de lo cual podemos concluir que el modelo adoptado es el adecuado para nuestro experimento. Los coeficientes de esta regresión se muestran en la Figura 4.10.

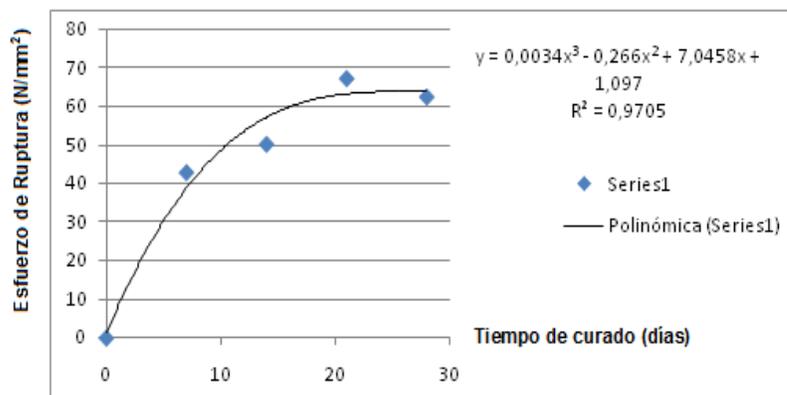


FIGURA 4.10. MODELO DE REGRESIÓN LINEAL (20% LIMOLITA)

### Validación del modelo de regresión lineal.

Una vez que se obtuvo un modelo para representar la resistencia última del material, procedemos a verificar si el modelo se ajusta con los datos de la validación.

La Tabla 20 compara los datos obtenidos del experimento con los resultados que se obtienen del modelo de regresión lineal y se observa que hay una variación en los datos iniciales a los 4 días se observa una variación aproximada de 21 N/mm<sup>2</sup>, lo cual se debe a los errores experimentales.

TABLA 20. COMPARACION DEL MODELO ESTADISTICO CON LOS DATOS DE VALIDACION

Días	Esfuerzo último, Experimental	Esfuerzo, modelo de regresión
4	46,78	25,2418
11	54,88	50,9402
18	70,82	61,5662
25	57,19	64,117

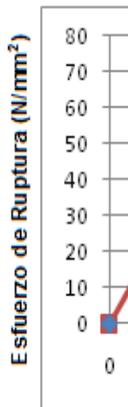


FIGURA 4.11. COMPARACIÓN DEL MODELO ESTADÍSTICO CON LOS DATOS DE LA VALIDACIÓN.

### **Análisis Grupal. Estadística Descriptiva.**

El primer análisis necesario que se debe realizar es la normalidad de los datos. Las Tablas 21 y 22 muestran los datos del experimento y de la validación, los factores son el tiempo de curado y el porcentaje de Limolita. Las Figuras 4.12 y 4.13 muestra que los datos tienen una distribución

normal; asumimos también que la varianza es homogénea y que los residuos tienen una distribución normal.

TABLA 21. DATOS DEL ESFUERZO ÚLTIMO PARA VARIOS DÍAS DE CURADO Y VARIAS CONCENTRACIONES DE LIMOLITA

Tiempo de curado	Esfuerzos Ultimo a la compresión (MPa)				
	5%	10%	15%	20%	25%
7 días	35,55	57,94	49,05	48,02	49
	42,58	43,51	52,19	40,57	45,668
	34,34	46,06	55,13	40,18	56,84
14 días	83,62	45,08	50,42	43,51	50,96
	65,83	66,64	49,05	60,17	51,94
	73,83	52,92	49,44	47,04	47,824
21 días	68,49	85,23	66,7	64,9	70,23
	74,72	83,75	51,01	68,45	71,12
	66,72	92,65	48,07	68,45	79,184
28 días	68,49	70,38	54,94	60,45	39,984
	77,39	75,73	44,15	66,67	47,04
	78,28	71,26	51,01	60,45	54,88

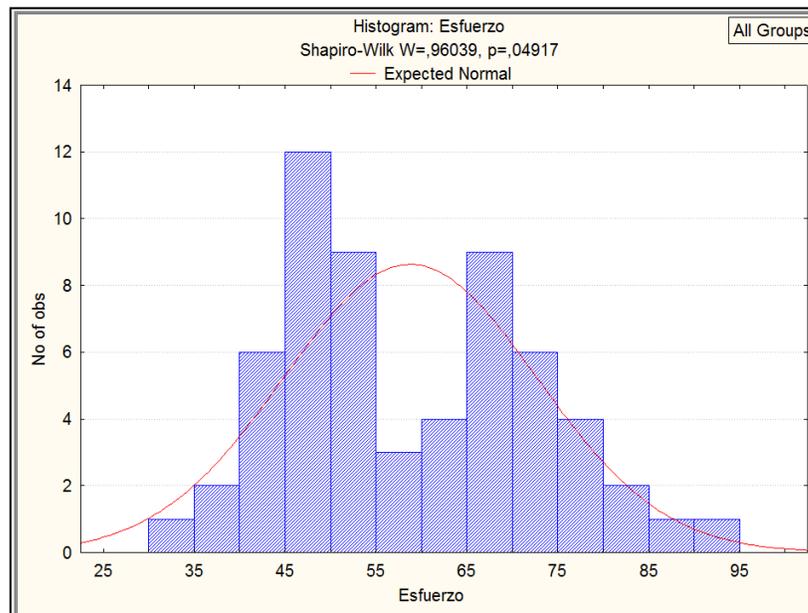


FIGURA 4.12. DISTRIBUCIÓN NORMAL DE LOS DATOS PARA ANÁLISIS GRUPAL (5-10-15-20-25% LIMOLITA)

TABLA 22. DATOS DEL ESFUERZO ÚLTIMO PARA VARIOS DÍAS DE CURADO Y VARIAS CONCENTRACIONES DE LIMOLITA (VALIDACION)

Tiempo de curado	Esfuerzos Ultimo a la compresión (MPa)				
	7,50%	12,50%	17,50%	22,50%	27,50%
4 días	47,68	64,68	44,15	44,30	51,16
	68,67	61,94	41,59	44,10	45,08
	59,84	71,93	48,07	51,94	56,84
11 días	66,71	50,96	53,37	61,74	50,96
	75,54	65,66	52,39	49,98	54,88
	63,18	52,92	45,32	52,92	50,96
18 días	79,17	81,07	54,15	70,23	52,45
	90,74	91,76	53,96	66,67	53,69
	69,39	84,64	53,96	75,57	55,78
25 días	78,28	75,73	48,07	64,90	51,56
	82,73	77,51	47,09	59,56	65,79
	77,40	85,53	59,84	47,12	53,34

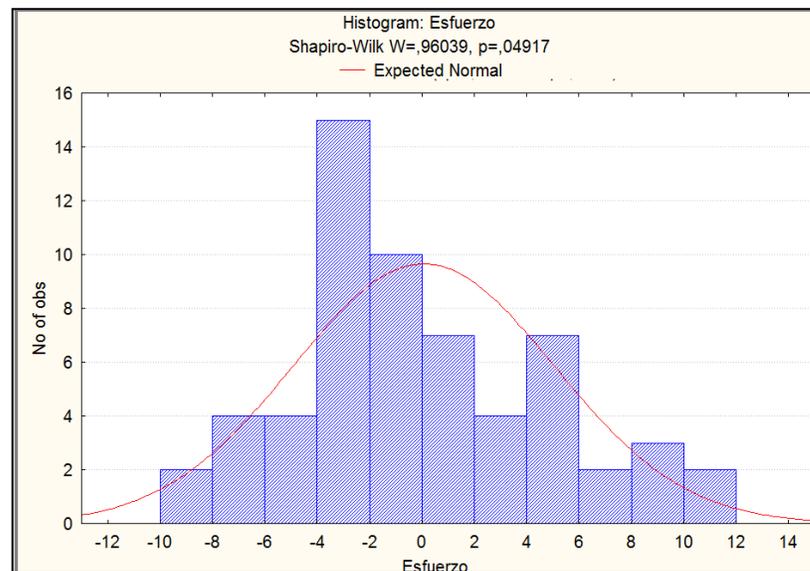


FIGURA 4.13. DISTRIBUCIÓN NORMAL DE LOS DATOS PARA ANÁLISIS GRUPAL (7.5-12.5-17.5-22.5-27.5% LIMOLITA)

### Análisis de varianza.

Una vez que hemos comprobado la normalidad de los datos, procedemos a realizar un análisis de varianza simple (ANOVA – análisis factorial), este análisis lo realizamos con el Software Statistica.

Para realizar este análisis tenemos las siguientes hipótesis:

- Ho: Las medias de los tratamientos son iguales
- H1: Al menos dos de las medias no son iguales

Las Tablas 23 y 24 muestran que si existen diferencias significativas, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula además muestra el efecto que tiene la combinación de los dos factores porcentaje-días y se puede decir que es significativo en ambos experimentos.

TABLA 23. ANALISIS DE VARIANZA DE DOS FACTORES

Univariate Tests of Significance for Esfuerzo (Sheet3 in Sigma-restricted parameterization Effective hypothesis decomposition)					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	206000,1	1	206000,1	5671,299	0,000000
Porcentaje	1797,5	4	449,4	12,372	0,000001
Días	4622,3	3	1540,8	42,418	0,000000
Porcentaje*Días	3471,6	12	289,3	7,965	0,000000
Error	1452,9	40	36,3		

TABLA 24. ANALISIS DE VARIANZA DE DOS FACTORES (VALIDACION)

Univariate Tests of Significance for Esfuerzo (Sheet5 in Sigma-restricted parameterization Effective hypothesis decomposition)					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	215609,2	1	215609,2	5216,255	0,000000
Porcentaje	6179,1	4	1544,8	37,373	0,000000
Días	1547,8	3	515,9	12,482	0,000007
Porcentaje*Días	2891,9	12	241,0	5,830	0,000010
Error	1653,4	40	41,3		

Las Tablas 25 y 26 muestran el intervalo del esfuerzo último para ambos experimentos con un nivel de confianza del 95% , lo mismo se puede ver en las Figuras 4.14 y 4.15, de las cuales se puede concluir que el mejor porcentaje para el esfuerzo último para el experimento y la validación es de 10 y 12.5% respectivamente.

TABLA 25. INTERVALO DE CONFIANZA PARA EL ESFUERZO ULTIMO

Current effect: F(4, 40)=12,372, p=,00000 Effective hypothesis decomposition						
Cell No.	Porcentaje	Esfuerzo Mean	Esfuerzo Std.Err.	Esfuerzo -95,00%	Esfuerzo +95,00%	N
1	cinco	64,15333	1,739810	60,63705	67,66962	12
2	diez	65,92917	1,739810	62,41288	69,44545	12
3	quince	51,76333	1,739810	48,24705	55,27962	12
4	veinte	55,73833	1,739810	52,22205	59,25462	12
5	veinte y cinco	55,38917	1,739810	51,87288	58,90545	12

TABLA 26. INTERVALO DE CONFIANZA PARA EL ESFUERZO ULTIMO (VALIDACION)

Porcentaje; Unweighted Means (Sheet10 in Imported from C:\Use Current effect: F(4, 40)=32,950, p=,00000 Effective hypothesis decomposition						
Cell No.	Porcentaje	Esfuerzo Mean	Esfuerzo Std.Err.	Esfuerzo -95,00%	Esfuerzo +95,00%	N
1	siete cinco	71,61035	1,785269	68,00219	75,21851	12
2	doce cinco	72,02750	1,785269	68,41934	75,63566	12
3	diecisiete cinco	50,16333	1,785269	46,55517	53,77150	12
4	veinidos cinco	57,41883	1,785269	53,81067	61,02700	12
5	veintisiete cinco	53,54113	1,785269	49,93297	57,14930	12

Así mismo podemos concluir que los porcentajes en los cuales se obtuvo la menor resistencia a la compresión son el 15% para el experimento y el 17.5% en la validación

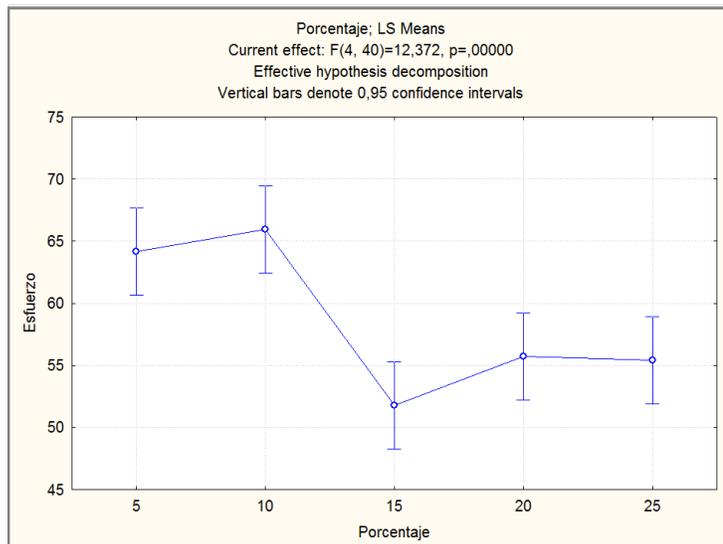


FIGURA 4.14. GRÁFICA ESFUERZO ÚLTIMO VERSUS PORCENTAJE DE LIMOLITA

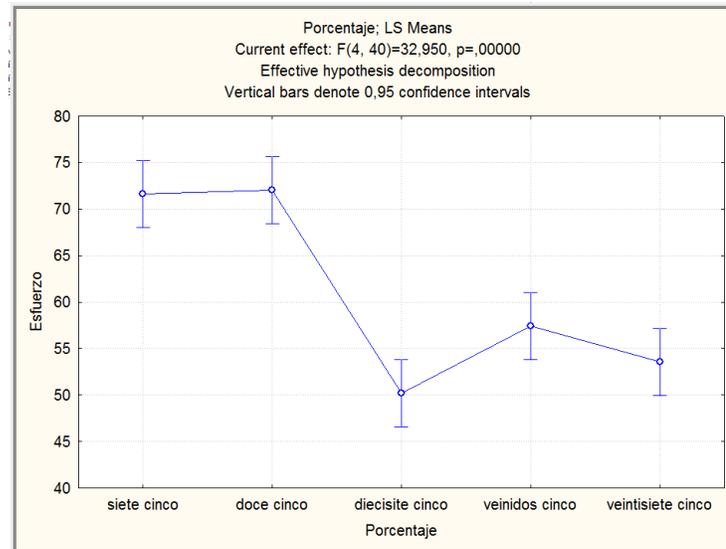


FIGURA 4.15. GRÁFICA ESFUERZO ÚLTIMO VERSUS PORCENTAJE DE LIMOLITA (VALIDACIÓN)

### Prueba de Duncan.

Una vez que se ha hecho el análisis de varianza, se procede a verificar cuál es el mejor tratamiento. En la Figura 4.14 del análisis de varianza, se observa que para el 10% de Limolita se obtiene el mayor esfuerzo último, esto se vuelve a observar en la Tabla del Anexo 5, en donde se observa que para la séptima columna (10% - 21días) existen diferencias significativas con el resto de tratamientos, es decir que al comparar el tratamiento 10% - 21 días con todos los tratamientos existen diferencias entre las medias de los tratamientos.

Al analizar los datos de la validación (ver Tabla del anexo 6), se encontraron algunos tratamientos con los cuales se obtiene una alta resistencia a la compresión los cuales son:

- 7.5% Limolita 11 días
- 7.5% Limolita 18 días
- 7.5% Limolita 25 días
- 12.5% Limolita 18 días

Lo cual lleva a la conclusión que la zonas en que mayor esfuerzo de ruptura tengo para el experimento y la validación se encuentra entre 7.5 y 12.5% de Limolita para los días entre 14 y 28. Esto se aprecia de mejor manera en la superficie de respuesta presentada en la Figura 4.16 y en el plano de la Figura 4.17.

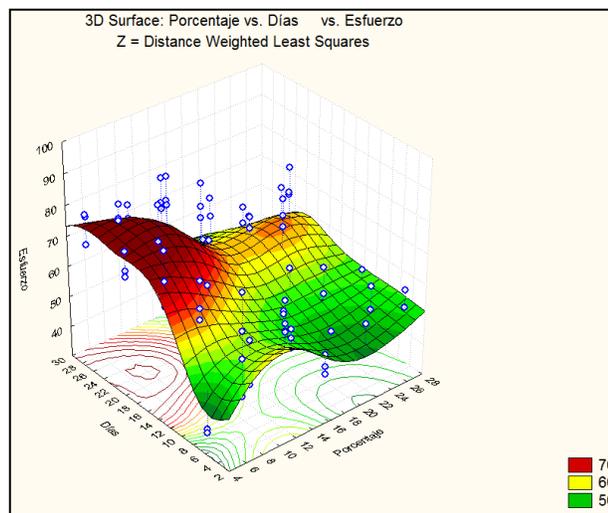


FIGURA 4.16. SUPERFICIE DE RESPUESTA PARA DÍAS DE CURADO Y PORCENTAJE DE LIMOLITA

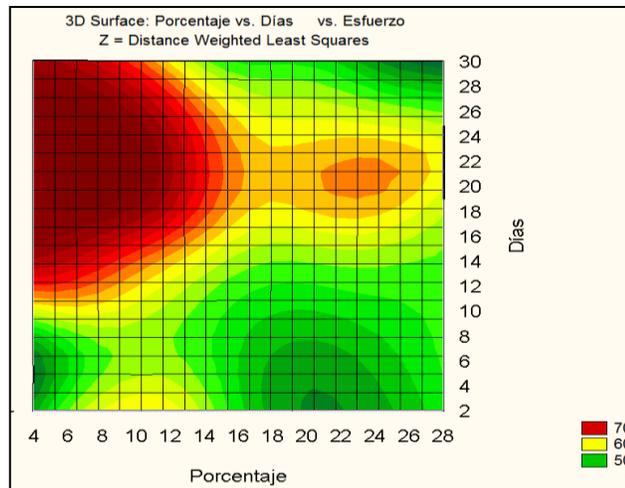


FIGURA 4.17. CURVAS DE NIVEL PARA LA SUPERFICIE DE RESPUESTA

### Análisis de Regresión Múltiple.

Este análisis nos da los coeficientes del modelo

en donde

z: Esfuerzo de compresión.

$\alpha, \beta_i$ : coeficientes del modelo.

x: Porcentaje de Limolita.

y: Días de curado.

En la figura 4.18 se observan los coeficientes del modelo. El quinto término del modelo nos lleva a la conclusión de que existe un efecto entre los días de curado y el porcentaje de Limolita, ya se llegó a esta conclusión anteriormente, en el análisis de varianza de la sección 4.2.6, en donde se observa en las Tablas 20 y 21 que existe diferencia significativa del efecto porcentaje - días con una probabilidad  $p < 0.05$ .

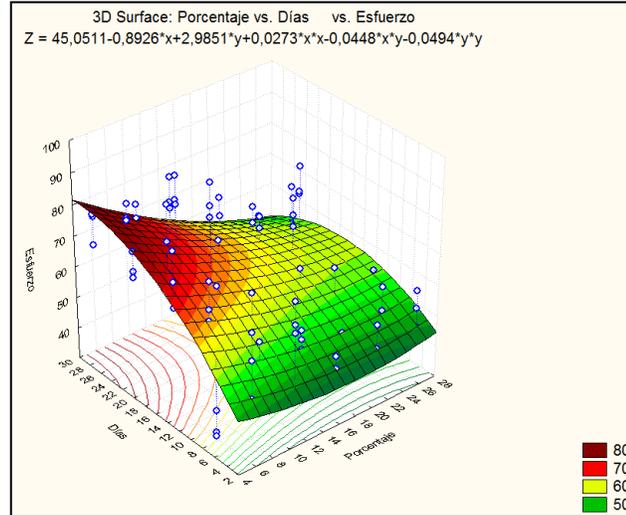


FIGURA 4.18. SUPERFICIE DE RESPUESTA DEL MODELO

### Comparación del material compuesto con un control.

En esta etapa de la Tesis se procederá a comparar el material compuesto (cemento Tipo I + Limolita) con el cemento Tipo I y luego lo compararemos con el cemento Tipo IV.

### Prueba de Dunnett.

En esta prueba queremos determinar si el material compuesto tiene mayor resistencia a la compresión que el cemento Tipo I. Los datos del cemento Tipo I y Tipo IV se encuentran tabulados en los anexos 7 y 8 respectivamente. Al observar las Tablas 27 hasta 30 se puede concluir que sólo el tratamiento de 10% de Limolita a los 21 días de curado es mayor que el control, para todos los restantes tratamientos la resistencia a la compresión del material compuesto es menor a la del cemento Tipo I.

TABLA 27. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO I – 7 DÍAS

Dunnett test; variable esfuerzo 7 días (Sheet2 Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control) Error: Between MS = 28,154, df = 10,000		
Cell No.	porcentaje	{1}
		77,814
1	0	
2	5	0,999980
3	10	0,999951
4	15	0,999891
5	20	0,999977
6	25	0,999932

TABLA 28. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO I – 14 DÍAS

Dunnett test; variable esfuerzo 14 días (She Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control) Error: Between MS = 56,133, df = 10,000		
Cell No.	porcentaje	{1}
		84,370
1	0	
2	5	0,962053
3	10	0,999634
4	15	0,999871
5	20	0,999855
6	25	0,999855

TABLA 29. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO I – 21 DÍAS

Dunnett test; variable esfuerzo 21 días (She Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control) Error: Between MS = 33,850, df = 10,000		
Cell No.	porcentaje	{1}
		65,981
1	0	
2	5	0,499715
3	10	0,014571
4	15	0,984859
5	20	0,663878
6	25	0,296703

TABLA 30. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO I – 28 DÍAS

Dunnett test; variable esfuerzo 28 días (She)		
Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control)		
Error: Between MS = 27,156, df = 10,000		
Cell No.	porcentaje	{1}
1	0	74,109
2	5	0,697733
3	10	0,819290
4	15	0,999869
5	20	0,992469
6	25	0,999932

Ahora procedemos a determinar si el material compuesto tiene mayor resistencia a la compresión que el cemento Tipo IV. Al observar las Tablas 31 hasta 34 se concluye que los tratamientos mayores que el control son:

- 5% de limolita – 14 días de curado
- 5% de limolita – 21 días de curado
- 10% de limolita – 21 días de curado
- 20% de limolita – 21 días de curado
- 25% de limolita – 21 días de curado
- 5% de limolita – 28 días de curado
- 10% de limolita – 28 días de curado
- 20% de limolita – 28 días de curado

para todos los restantes tratamientos la resistencia a la compresión del material compuesto es menor a la del cemento Tipo IV.

TABLA 31. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO IV – 7 DÍAS

		Dunnett test; variable esfuerzo 7 días (Sheet Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control) Error: Between MS = 28,154, df = 10,000		
Cell No.	porcentaje	{1}		
		47,758		
1	0			
2	5	0,987210		
3	10	0,648669		
4	15	0,451199		
5	20	0,924087		
6	25	0,560645		

TABLA 32. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO IV – 14 DÍAS

		Dunnett test; variable esfuerzo 14 días (Sheet Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control) Error: Between MS = 56,133, df = 10,000		
Cell No.	porcentaje	{1}		
		49,957		
1	0			
2	5	0,024876		
3	10	0,510395		
4	15	0,746686		
5	20	0,722611		
6	25	0,722556		

TABLA 33. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO IV – 21 DÍAS

		Dunnett test; variable esfuerzo 21 días (Sheet Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control) Error: Between MS = 33,850, df = 10,000		
Cell No.	porcentaje	{1}		
		42,731		
1	0			
2	5	0,003513		
3	10	0,000114		
4	15	0,111363		
5	20	0,006620		
6	25	0,001582		

TABLA 34. PRUEBA DE DUNNETT PARA COMPARACION CON CEMENTO TIPO IV – 28 DÍAS

Dunnnett test; variable esfuerzo 28 días (Shee Probabilities for Post Hoc Tests (M>Control) Error: Between MS = 27,156, df = 10,000			
Cell No.	porcentaje	{1}	
1	0	41,976	
2	5	0,000470	
3	10	0,000787	
4	15	0,228364	
5	20	0,009672	
6	25	0,382595	

#### 4.3. Ajuste y Verificación del Modelo Matemático

Una vez finalizado el análisis estadístico de los datos experimentales, procedemos a verificar y ajustar el modelo bilineal teórico y comparamos los resultados obtenidos tanto mediante la experimentación como los resultados que proporciona el software Matlab.

Los datos de entrada para el modelo bilineal serán:

- Módulo de Young
- Esfuerzo de Fluencia
- Las constantes a y m

La Tabla 35 muestra los valores de entrada para el algoritmo del modelo bilineal. Estos valores se obtuvieron promediando las tres muestras experimentales.

TABLA 35. DATOS DE ENTRADA PARA EL ALGORITMO DEL MODELO BILINEAL.

Datos de entrada	Tiempo de curado al aire			
	7 días	14 días	21 días	28 días
Módulo de Young (N/mm <sup>2</sup> )	2312,388	2368,118	5888,11	5779,215
sfuerzo de Fluencia (N/mm <sup>2</sup> )	36,015	38,8815	50,453	45,341
Constante a	0,333	0,333	0,333	0,333
Constante m	0,00209359	0,00858836	0,00381503	0,00985917

### Resultados Obtenidos con el Modelo Bilineal.

Una vez ejecutado el algoritmo se trata de ajustar la curva obtenida con el modelo bilineal con la curva esfuerzo–deformación obtenida mediante la experimentación, dicho ajuste se hace mediante la variación de los parámetros  $a$  y  $m$ , ya que se toma como valores iniciales los mostrados en la tabla 35.

La Tabla 36, muestra los valores de  $a$  y  $m$  corregidos para el ajuste del modelo bilineal, y el valor del esfuerzo último que se obtuvo en el modelo.

TABLA 36. VALORES OBTENIDOS CON EL MODELO BILINEAL

Parámetros corregidos	Tiempo de curado al aire			
	7 días	14 días	21 días	28 días
sfuerzo último (N/mm <sup>2</sup> )	46,5	50,2	65,2	61,14
Constante $a$	0,48	0,39	0,383	0,48
Constante $m$	0,00209	0,00859	0,00382	0,00986

Las Figuras del anexo 9 muestran los resultados obtenidos con el modelo y las curvas obtenidas en el experimento. Se observa que existen diferencias en el comportamiento elástico del material entre las dos curvas y esto se debe a los errores experimentales y a que el modelo que se emplea se asume ideal.

# CAPITULO 5

## 5.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1. Conclusiones.

La presente tesis tuvo como objetivo principal analizar el comportamiento de la resistencia a la compresión de las pastas de cemento, agregando 20% de Limolita en la mezcla y aplicando un curado al aire, de este análisis se puede concluir que la resistencia a la compresión aumenta conforme se incrementa el tiempo de curado, sin embargo, este incremento de la resistencia a la compresión sólo se observó hasta los 21 días, puesto que para el mayor tiempo de curado (28 días) la resistencia disminuía. El efecto de disminución de la resistencia a la compresión a edades tardías se debe a que el material no alcanzó la suficiente hidratación para poder incrementar su resistencia.

Del análisis estadístico se pudo extraer información acerca del mejor tratamiento manteniendo fija la concentración de Limolita al 20% y se puede concluir que para el tiempo de curado de 21 días la resistencia a la compresión fue mayor que para los otros tratamientos.

El análisis de regresión lineal de los datos experimentales, dio como resultado que el mejor ajuste a la curva esfuerzo – deformación es un modelo polinomial de tercer orden, el cual tiene un coeficiente de correlación de 97%, lo cual nos asegura que el modelo es adecuado. Cabe recalcar que este modelo sirvió para interpolar el esfuerzo de ruptura para un intervalo de 0 hasta 28 días de curado, ya que como se observó en los datos experimentales la resistencia disminuye al incrementar el tiempo de curado y el modelo al ser un polinomio de tercer orden tiende a crecer conforme se incrementa el número de días.

Del análisis que se realizó a los datos experimentales, se obtuvo el módulo de Young del material y se puede concluir que éste se incrementaba conforme aumentaba el tiempo de curado llegando hasta un valor de 5.88 GPa para los 21 días de curado al aire.

Al validar el modelo polinomial de tercer orden con los datos de validación del experimento, se puede concluir que el modelo tiene un buen ajuste para los 11, 18 y 25 días de curado, pero la variación que se presenta al analizar el día 4 es muy significativo, tal como se muestra en la Figura 4.11.

Del análisis grupal, el cual incluye los porcentajes de 5 -10 -15 - 20 y 25% de Limolita, se puede concluir que el mejor tratamiento es el de 10% de Limolita y un tiempo de curado de 21 días ya que los valores de resistencia a la compresión son mayores en este tratamiento, tal como se ve en la Figura 4.14.

Al incluir en el análisis los datos de la validación, se obtuvo una superficie de respuesta para los distintos porcentajes y el tiempo de curado, Figura 4.16, de la cual se puede concluir que los porcentajes de Limolita y los días de curado para obtener una mayor resistencia a la compresión son de 7.5 a 12.5% y 18 a 28 días respectivamente.

La superficie de respuesta mediante el análisis de regresión lineal múltiple se ajustó a un modelo polinomial de segundo orden. Este polinomio observado en la Figura 4.18 muestra la relación que existe entre el porcentaje de Limolita y los días de curado, lo cual lleva a la conclusión de que existe diferencia significativa del efecto día-porcentaje.

Al analizar la resistencia a la compresión en las pastas de cemento, con un modelo teórico, seleccionamos un modelo bilineal, el cual se comporta de manera lineal en la región elástica del material compuesto y tiene un comportamiento no lineal en la región plástica del material. Para analizar

las dos regiones plástica y elástica, se desarrolló un algoritmo que permita simular las dos regiones. Para este algoritmo los datos de entrada fueron el módulo de Young, el esfuerzo de fluencia y las constantes  $a$  y  $m$  que son los valores iniciales los cuales fueron corregidos. El modelo bilineal tuvo que ser ajustado, para lo cual corregimos  $a$  y  $m$  y obtuvimos semejanzas entre las curvas experimentales y la curva del modelo bilineal, tal como se muestra en las figuras del Anexo 9. También se observa que existe un margen de error entre las curvas, lo cual se atribuye a errores experimentales y además el modelo con el que se compara es ideal.

Al comparar la resistencia a la compresión del material compuesto con el cemento tipo I se puede concluir que sólo el tratamiento de 10% de Limolita a los 21 días de curado es mejor que el control, para el resto de tratamientos el cemento tipo I superó a material compuesto.

Al comparar la resistencia a la compresión del material compuesto con el cemento tipo IV se puede concluir que los siguientes tratamientos tienen mejor resistencia a la compresión que el control:

- 5% de limolita – 14 días de curado
- 5% de limolita – 21 días de curado
- 10% de limolita – 21 días de curado
- 20% de limolita – 21 días de curado
- 25% de limolita – 21 días de curado
- 5% de limolita – 28 días de curado

- 10% de limolita – 28 días de curado
- 20% de limolita – 28 días de curado

## **5.2. Recomendaciones.**

Para futuras investigaciones acerca de este tema, se recomienda realizar las pruebas de resistencia a la compresión en una sola máquina de ensayo ya que el presente estudio se realizó en máquinas diferentes, las cuales tenían mecanismos de acción diferentes, lo cual pudo incidir en los errores experimentales.

Uno de los factores más importantes para mejorar las propiedades del material compuesto es la hidratación que debe alcanzar el cemento, por lo tanto se recomienda mejorar las características del medio de curado (humedad y temperatura) en el cual se desarrolle el experimento.

El análisis estadístico empleado en la presente tesis, requería de un número mayor de muestras experimentales para poder analizar de manera más adecuada la normalidad de los datos, ya que al solo contar con tres muestras experimentales para cada día de ensayo, se asumió que los datos tienen distribución Normal.

# ANEXOS

ANEXO 1.  
VALORES DE W TABULADA PARA LA PRUEBA DE SAHPIRO Y WILK

N	nivel de significancia		
	0.01	0.05	0.1
3	0.753	0.767	0.789
4	0.687	0.748	0.792
5	0.686	0.762	0.806
6	0.713	0.788	0.826
7	0.73	0.803	0.838
8	0.749	0.818	0.851
9	0.764	0.829	0.859
10	0.781	0.842	0.869
11	0.792	0.85	0.876
12	0.805	0.859	0.883
13	0.814	0.866	0.889
14	0.825	0.874	0.895
15	0.835	0.881	0.901
16	0.844	0.887	0.906
17	0.851	0.892	0.91
18	0.858	0.897	0.914
19	0.863	0.901	0.917
20	0.868	0.905	0.92
21	0.873	0.908	0.923
22	0.878	0.911	0.926
23	0.881	0.914	0.928
24	0.884	0.916	0.93
25	0.888	0.918	0.931
26	0.891	0.92	0.933
27	0.894	0.923	0.935
28	0.896	0.924	0.936
29	0.898	0.926	0.937
30	0.9	0.927	0.939
31	0.902	0.929	0.94
32	0.904	0.93	0.941
33	0.906	0.931	0.942
34	0.908	0.933	0.943
35	0.91	0.934	0.944
36	0.912	0.935	0.945
37	0.914	0.936	0.946
38	0.916	0.938	0.947
39	0.917	0.939	0.948
40	0.919	0.94	0.949
41	0.92	0.941	0.95
42	0.922	0.942	0.951
43	0.923	0.943	0.951
44	0.924	0.944	0.952
45	0.926	0.945	0.953
46	0.927	0.945	0.953
47	0.928	0.946	0.954
48	0.929	0.947	0.954
49	0.929	0.947	0.955
50	0.93	0.947	0.955

Valores obtenidos de S. S Shapiro y M. B. Wilk. *Biometrika* (1965), 52:605

## ANEXO 2 PROCESO DE MOLIENDA DE LIMOLITA



1. Pesar 12 Kg. de Limolita



2. Triturar en el molino de quijadas



3. Triturar en el molino de rodillos



4. Pasar la Limolita por el separador



5. Homogenizar la mezcla y tomar una muestra.



6. Medir 100 gramos.

## ANEXO 2 PROCESO DE MOLIENDA DE LIMOLITA



7. Preparar tamizes N°14, 18, 40 y 50



8. Realizar tamizado por 15 minutos



9. Medir el material en cada tamiz  
10. Moler en el molino de discos



11. Repetir los pasos 4 al 8.



12. Volver a medir el material en los tamices.

## ANEXO 2 PROCESO DE MOLIENDA DE LIMOLITA



13. Moler en el molino de bolas



14. Repetir los pasos 4 al 7.



15. Preparar tamices N°50, 100, 200 y 325



16. Tamizar durante 15 minutos

17. Medir el material en cada tamiz.  
18. Almacenar el material.

ANEXO 3.  
DATOS DE ESFUERZO DE COMPRESIÓN PARA PASTAS DE CEMENTO CON 25% DE LIMOLITA A DIVERSOS DIAS DE CURADO AL AIRE.

		Día 7			Día 14			Día 21			Día 28		
Deformación unitaria	Area mm2	Esfuerzo 1 N/mm2	Esfuerzo 2 N/mm2	Esfuerzo 3 N/mm2	Esfuerzo 1 N/mm2	Esfuerzo 2 N/mm2	Esfuerzo 3 N/mm2	Esfuerzo 1 N/mm2	Esfuerzo 2 N/mm2	Esfuerzo 3 N/mm2	Esfuerzo 1 N/mm2	Esfuerzo 2 N/mm2	Esfuerzo 3 N/mm2
0	2500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,00254	2500	3,136	4,9	6,7816	0,705	0,705	0,98	9,957	7,645	2,489	1,778	3,200	2,844
0,00508	2500	8,5064	9,212	12,152	1,607	2,548	2,5088	22,226	20,092	16,180	7,112	11,557	10,135
0,00762	2500	14,1904	14,504	17,444	3,763	5,448	5,292	38,762	34,495	39,118	19,203	26,315	27,027
0,01016	2500	19,404	20,58	23,52	7,173	9,408	9,212	53,343	49,786	51,564	36,806	40,896	43,563
0,0127	2500	25,48	26,852	30,38	11,603	14,308	14,4256	63,122	66,678	65,789	48,008	57,7882	55,121
0,01524	2500	32,34	33,32	35,28	16,973	19,6	19,6	64,900	68,456	68,456	54,232	63,122	60,455
0,01778	2500	38,22	40,18	38,22	22,344	26,46	25,676				58,677	66,678	
0,02032	2500	44,1	40,572	40,18	28,616	33,32	32,34				60,455		
0,02286	2500	48,02			35,672	39,592	39,396						
0,0254	2500				42,336	46,256	45,472						
0,02794	2500				43,512	53,9	47,04						
0,03048	2500				43,512	60,172							
		Temperatura: 25,4°C			Temperatura: 25°C			Temperatura: 25,1°C			Temperatura: 26,8°C		
		Humedad relativa: 75 HR			Humedad relativa: 76,4 HR			Humedad relativa: 69,1 HR			Humedad relativa: 67,7 HR		
		Hora de ensayo: 11:35 AM			Hora de ensayo: 11:45 AM			Hora de ensayo: 10:45 AM			Hora de ensayo: 11:00 AM		

ANEXO 4.  
DATOS DE ESFUERZO DE COMPRESIÓN PARA PASTAS DE CEMENTO CON 22.5% DE LIMOLITA A DIVERSOS DIAS DE CURADO AL AIRE.

		Día 4			Día 11			Día 18			Día 25		
Deformación unitaria	Área mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 1 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 2 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 3 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 1 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 2 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 3 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 1 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 2 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 3 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 1 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 2 N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo 3 N/mm <sup>2</sup>
0	2500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,00254	2500	7,3304	9,996	2,352	0,784	1,176	0,784	5,512	3,556	7,2902	3,022	4,800	2,311
0,00508	2500	17,836	14,896	5,9584	1,764	2,94	1,764	20,270	12,268	23,115	12,802	28,805	14,046
0,00762	2500	23,716	20,972	10,0744	2,9792	6,272	2,548	39,118	25,071	39,829	28,716	38,762	31,116
0,01016	2500	30,38	27,44	16,072	6,076	10,8976	4,9	53,34	38,229	54,232	43,207	51,564	41,785
0,0127	2500	37,632	34,3	22,54	9,996	16,072	8,624	64,011	54,232	66,678	58,677	56,899	44,452
0,01524	2500	42,14	40,964	30,38	15,092	23,128	12,936	70,234	57,788	75,569	64,900	59,566	47,119
0,01778	2500	44,296	44,1	37,24	20,58	30,38	17,444		64,900				
0,02032	2500			43,316	25,48	37,24	22,148		66,678				
0,02286	2500			49	32,928	45,668	29,4						
0,0254	2500			51,94	39,2	49,98	35,868						
0,02794	2500				46,648		42,14						
0,03048	2500				54,488		48,608						
0,03302	2500				61,74		52,92						
		Temperatura: 25,4°C			Temperatura: 25,3			Temperatura: 24,8°C			Temperatura: 26,2°C		
		Humedad relativa: 76,4 HR			Humedad relativa: 74,5 HR			Humedad relativa: 73,1 HR			Humedad relativa: 75,1 HR		
		Hora de ensayo: 11:25 AM			Hora de ensayo: 11:00 AM			Hora de ensayo: 11:00AM			Hora de ensayo: 10:15 AM		

ANEXO 5.  
PRUEBA DE DUNCAN PARA ELECCION DEL MEJOR TRATAMIENTO

Duncan test; variable Esfuerzo (Sheet3 in Imported from C:\Users\Alexander\Desktop\carpeta de chris no borrar\Libro1.xls)																							
Approximate Probabilities for Post Hoc Tests																							
Error: Between MS = 36.323, df = 40,000																							
Cell No.	Porcentaje	Días	{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}	{10}	{11}	{12}	{13}	{14}	{15}	{16}	{17}	{18}	{19}	{20}	
1		5	7	0.000011	0.000010	0.000010	0.034107	0.003743	0.000009	0.000010	0.013989	0.031063	0.003225	0.028463	0.276255	0.027893	0.000013	0.000056	0.027668	0.029524	0.000011	0.065634	
2		5	14	0.000011		0.417820	0.952850	0.000055	0.000929	0.017302	0.709682	0.000208	0.000067	0.001049	0.000080	0.000011	0.000086	0.203162	0.037580	0.000091	0.000086	0.853486	0.000024
3		5	21	0.000010	0.417820		0.399105	0.000601	0.007577	0.002769	0.617158	0.001967	0.000739	0.007950	0.000866	0.000023	0.000905	0.585015	0.160394	0.000880	0.000833	0.504279	0.000214
4		5	28	0.000010	0.952850	0.399105		0.000049	0.000853	0.015252	0.680348	0.000189	0.000060	0.000976	0.000071	0.000011	0.000076	0.192745	0.035422	0.000084	0.000074	0.819450	0.000023
5		10	7	0.034107	0.000055	0.000601	0.000049		0.328473	0.000011	0.000150	0.610217	0.925020	0.300805	0.870644	0.238779	0.846407	0.002572	0.024889	0.818567	0.852607	0.000086	0.706275
6		10	14	0.003743	0.000929	0.007577	0.000853	0.328473		0.000018	0.002296	0.578593	0.365103	0.938921	0.396778	0.044536	0.409460	0.024786	0.150092	0.408434	0.398362	0.001418	0.198591
7		10	21	0.000009	0.017302	0.002769	0.015252	0.000011	0.000018		0.009020	0.000018	0.000010	0.000018	0.000010	0.000011	0.000672	0.000056	0.000012	0.000012	0.013274	0.000011	
8		10	28	0.000010	0.709682	0.617158	0.680348	0.000150	0.002296	0.009020		0.000538	0.000186	0.002486	0.000224	0.000013	0.000235	0.327268	0.071063	0.000234	0.000218	0.831504	0.000055
9		15	7	0.013989	0.000208	0.001967	0.000189	0.610217	0.578593	0.000018	0.000538		0.664422	0.553405	0.710678	0.119106	0.731870	0.007398	0.058874	0.743739	0.722104	0.000323	0.408998
10		15	14	0.031063	0.000067	0.000739	0.000060	0.925020	0.365103	0.000010	0.000186	0.664422		0.335830	0.336624	0.033020	0.001191	0.034139	0.341015	0.003566	0.003433	0.255699	0.000970
11		15	21	0.003225	0.001049	0.007950	0.000976	0.300805	0.938921	0.000018	0.002486	0.553405	0.335830		0.366624	0.039397	0.380135	0.025023	0.147879	0.386415	0.372323	0.001577	0.179767
12		15	28	0.028463	0.000080	0.000866	0.000071	0.870644	0.396778	0.000010	0.000224	0.710678	0.936248	0.366624		0.206333	0.966815	0.003604	0.033020	0.934584	0.970151	0.000128	0.618932
13		20	7	0.276255	0.000011	0.000023	0.000011	0.238779	0.044536	0.000010	0.000013	0.119106	0.221780	0.039397	0.206333		0.201021	0.000082	0.001191	0.195193	0.206615	0.000011	0.379123
14		20	14	0.027893	0.000086	0.000905	0.000076	0.846407	0.409460	0.000011	0.000235	0.731870	0.909644	0.380135	0.966815	0.201021		0.003739	0.034139	0.961381	0.999821	0.000139	0.601480
15		20	21	0.000013	0.203162	0.585015	0.192745	0.002572	0.024786	0.000672	0.327268	0.007398	0.003112	0.025023	0.003604	0.000082	0.003739		0.341015	0.003566	0.003433	0.255699	0.000970
16		20	28	0.000056	0.037580	0.160394	0.035422	0.024889	0.150092	0.000056	0.071063	0.058874	0.029208	0.147879	0.033020	0.001191	0.034139	0.341015		0.032836	0.031924	0.050980	0.011082
17		25	7	0.027668	0.000091	0.000880	0.000084	0.818567	0.408434	0.000012	0.000234	0.743739	0.880601	0.386415	0.934584	0.195193	0.961381	0.003566	0.032836		0.958016	0.000139	0.580528
18		25	14	0.029524	0.000086	0.000833	0.000074	0.852607	0.398362	0.000012	0.000218	0.722104	0.915129	0.372323	0.970151	0.206615	0.999821	0.003433	0.031924	0.958016		0.000129	0.607394
19		25	21	0.000011	0.853486	0.504279	0.819450	0.000086	0.001418	0.013274	0.831504	0.000323	0.000108	0.001577	0.000128	0.000011	0.000139	0.255699	0.050980	0.000139	0.000129		0.000034
20		25	28	0.065634	0.000024	0.000214	0.000023	0.706275	0.198591	0.000011	0.000055	0.408998	0.658958	0.179767	0.618932	0.379123	0.601480	0.000970	0.011082	0.580528	0.607394	0.000034	

ANEXO 6.  
PRUEBA DE DUNCAN PARA ELECCION DEL MEJOR TRATAMIENTO (VALIDACION)

Duncan test; variable Esfuerzo (Sheet10 in Imported from C:\Users\Alexander\Desktop\carpeta de chris no borrar\Libro1.xls)																						
Approximate Probabilities for Post Hoc Tests																						
Error: Between MS = 38,246, df = 40,000																						
Cell N	Porcentaje	Dias	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
1	siete cinco	4	58,729	68,474	79,767	79,471	66,183	56,513	85,823	79,590	44,603	50,360	54,023	51,667	46,779	54,880	70,823	57,193	51,025	52,267	53,973	56,899
1	siete cinco	4		0,074600	0,000488	0,000454	0,147825	0,694269	0,000031	0,000485	0,022943	0,171383	0,422631	0,242654	0,052934	0,504891	0,032537	0,762705	0,205429	0,281327	0,423270	0,736143
2	siete cinco	11	0,074600		0,050601	0,044743	0,652693	0,041734	0,003301	0,049180	0,000167	0,003590	0,016257	0,006295	0,000550	0,022349	0,644361	0,045953	0,004807	0,008006	0,016808	0,045141
3	siete cinco	18	0,000488	0,050601		0,957516	0,020807	0,000182	0,237558	0,972247	0,000010	0,000016	0,000054	0,000021	0,000011	0,000083	0,112927	0,000229	0,000018	0,000026	0,000054	0,000210
4	siete cinco	25	0,000454	0,044743	0,957516		0,019056	0,000185	0,259827	0,981402	0,000011	0,000016	0,000059	0,000023	0,000010	0,000084	0,094672	0,000223	0,000019	0,000027	0,000052	0,000211
5	doce cinco	4	0,147825	0,652693	0,020807	0,019056		0,094022	0,001065	0,020473	0,000586	0,010502	0,040982	0,017496	0,001834	0,054289	0,393167	0,099556	0,013698	0,021743	0,042257	0,099944
6	doce cinco	11	0,694269	0,041734	0,000182	0,000185	0,094022		0,000022	0,000187	0,051121	0,304878	0,646524	0,408907	0,108092	0,748160	0,016211	0,900712	0,355615	0,461915	0,652305	0,939555
7	doce cinco	18	0,000031	0,003301	0,237558	0,259827	0,001065	0,000022		0,251885	0,000009	0,000011	0,000012	0,000010	0,000010	0,000013	0,009656	0,000022	0,000011	0,000010	0,000012	0,000022
8	doce cinco	25	0,000485	0,049180	0,972247	0,981402	0,020473	0,000187	0,251885		0,000011	0,000015	0,000060	0,000022	0,000011	0,000084	0,108136	0,000231	0,000018	0,000027	0,000057	0,000215
9	diecisiete cinco	4	0,022943	0,000167	0,000010	0,000011	0,000586	0,051121	0,000009	0,000011		0,289792	0,116955	0,221154	0,669047	0,089925	0,000049	0,041531	0,254651	0,191860	0,115228	0,045364
10	diecisiete cinco	11	0,171383	0,003590	0,000016	0,000016	0,010502	0,304878	0,000011	0,000015	0,289792		0,532510	0,809937	0,482422	0,446608	0,001087	0,260791	0,895941	0,735324	0,531334	0,279077
11	diecisiete cinco	18	0,422631	0,016257	0,000054	0,000059	0,040982	0,646524	0,000012	0,000060	0,116955	0,532510		0,675909	0,223012	0,866242	0,005648	0,582938	0,603597	0,746340	0,992245	0,609896
12	diecisiete cinco	25	0,242654	0,006295	0,000021	0,000023	0,017496	0,408907	0,000010	0,000022	0,221154	0,809937	0,675909		0,385797	0,577800	0,001991	0,356545	0,899673	0,906114	0,670953	0,378392
13	veinidos cinco	4	0,052934	0,000550	0,000011	0,000010	0,001834	0,108092	0,000010	0,000011	0,669047	0,482422	0,223012	0,385797		0,177317	0,000152	0,089614	0,434411	0,341749	0,220432	0,097101
14	veinidos cinco	11	0,504891	0,022349	0,000083	0,000084	0,054289	0,748160	0,000013	0,000084	0,089925	0,446608	0,866242	0,577800	0,177317		0,008054	0,681536	0,511267	0,642924	0,867638	0,709993
15	veinidos cinco	18	0,032537	0,644361	0,112927	0,094672	0,393167	0,016211	0,009656	0,108136	0,000049	0,001087	0,005648	0,001991	0,000152	0,008054		0,018492	0,001487	0,002589	0,005850	0,017843
16	veinidos cinco	25	0,762705	0,045953	0,000229	0,000223	0,099556	0,900712	0,000022	0,000231	0,041531	0,260791	0,582938	0,356545	0,089614	0,681536	0,018492		0,307078	0,406836	0,583412	0,953937
17	veintisiete cinco	4	0,205429	0,004807	0,000018	0,000019	0,013698	0,355615	0,000011	0,000018	0,254651	0,895941	0,603597	0,899673	0,434411	0,511267	0,001487	0,307078		0,819295	0,600964	0,327269
18	veintisiete cinco	11	0,281327	0,008006	0,000026	0,000027	0,021743	0,461915	0,000010	0,000027	0,191860	0,735324	0,746340	0,906114	0,341749	0,642924	0,002589	0,406836	0,819295		0,737267	0,429884
19	veintisiete cinco	18	0,423270	0,016808	0,000054	0,000062	0,042257	0,652305	0,000012	0,000057	0,115228	0,531334	0,992245	0,670953	0,220432	0,867638	0,005850	0,583412	0,600964	0,737267		0,612331
20	veintisiete cinco	25	0,736143	0,045141	0,000210	0,000211	0,099944	0,939555	0,000022	0,000215	0,045364	0,279077	0,609896	0,378392	0,097101	0,709993	0,017843	0,953937	0,327269	0,429884	0,612331	

ANEXO 7.  
DATOS DEL CEMENTO TIPO I CON CURADO AL AIRE

CEMENTO TIPO I CURADO EN AIRE 7 DÍAS				
Área (mm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria	Probeta 1 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 2 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 3 (N/mm <sup>2</sup> )
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	6,15670865	7,69588581	7,35384644
2601	0,00498039	19,4962441	23,6007165	22,4035787
2601	0,00747059	33,8618976	40,0186062	32,8357795
2601	0,00996078	48,7406101	59,8568897	47,8855117
2601	0,01245098	64,1323818	70,1180707	62,4221849
2601	0,01494118	69,2629723	76,9588581	75,2486613
2601	0,01743137	76,9588581		79,5241534
CEMENTO TIPO I CURADO EN AIRE 14 DÍAS				
Área (mm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria	Probeta 1 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 2 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 3 (N/mm <sup>2</sup> )
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	11,2872992	10,7742401	5,81466928
2601	0,00498039	27,5341692	21,3774606	20,6933819
2601	0,00747059	42,4128818	37,1112716	37,2822913
2601	0,00996078	57,2915944	51,3059054	57,2915944
2601	0,01245098	70,9731692	68,4078739	70,9731692
2601	0,01494118	79,5241534	78,669055	81,2343502
2601	0,01743137	83,7996455	84,6547439	84,6547439
CEMENTO TIPO I CURADO EN AIRE 21 DÍAS				
Área (mm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria	Probeta 1 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 2 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 3 (N/mm <sup>2</sup> )
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	0,75406767	0,94258458	0,56555075
2601	0,00498039	2,262203	2,262203	1,88516917
2601	0,00747059	5,84402441	5,6555075	5,08995675
2601	0,00996078	8,86029508	11,6880488	10,7454642
2601	0,01245098	16,4009717	17,9091071	16,5894887
2601	0,01494118	22,62203	24,5071992	24,5071992
2601	0,01743137	29,2201221	31,1052912	30,1627067
2601	0,01992157	35,8182141	37,7033833	35,8182141
2601	0,02241176	40,5311371	42,4163062	42,4163062
2601	0,02490196	47,1292291	46,1866446	48,6373645
2601	0,02739216	52,7847366	52,7847366	53,7273212
2601	0,02988235	59,0057949	59,3828287	59,0057949
2601	0,03237255	63,1531671	63,1531671	64,0957516
2601	0,03486275			69,7512591
2601	0,03735294			71,6364283

ANEXO 7.  
DATOS DEL CEMENTO TIPO I CON CURADO AL AIRE

CEMENTO TIPO I CURADO EN AIRE 28 DÍAS				
Área (mm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria	Probeta 1 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 2 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 3 (N/mm <sup>2</sup> )
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	1,88121653	1,36815748	1,36815748
2601	0,00498039	3,59141338	2,05223622	2,2232559
2601	0,00747059	5,47262991	5,47262991	5,47262991
2601	0,00996078	15,733811	13,8525945	14,5366732
2601	0,01245098	30,2704842	26,8500905	27,3631496
2601	0,01494118	44,465118	41,8998228	41,8998228
2601	0,01743137	57,2915944	59,0017912	57,6336338
2601	0,01992157	68,4078739	64,1323818	64,9874802
2601	0,02241176	74,3935629	73,5384644	74,3935629

ANEXO 8.  
DATOS DEL CEMENTO TIPO IV CON CURADO AL AIRE

CEMENTO TIPO IV CURADO EN AIRE 7 DÍAS				
Área (mm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria	Probeta 1 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 2 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 3 (N/mm <sup>2</sup> )
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	0,56555075	0,56555075	0,94258458
2601	0,00498039	1,1311015	1,31961842	1,31961842
2601	0,00747059	1,88516917	2,63923683	3,01627067
2601	0,00996078	4,14737216	5,08995675	5,6555075

2601	0,01245098	7,9177105	9,23732891	9,61436275
2601	0,01494118	12,6306334	14,1387687	14,7043195
2601	0,01743137	17,5320732	19,7942762	20,7368608
2601	0,01992157	23,5646146	25,4497837	26,3923683
2601	0,02241176	29,2201221	30,7282574	32,9904604
2601	0,02490196	34,8756296	35,8182141	35,8182141
2601	0,02739216	39,5885525	40,1541032	39,5885525
2601	0,02988235	45,24406	43,9244416	43,3588908
2601	0,03237255	49,0143983	45,24406	48,0718137
2601	0,03486275	49,9569829		
<b>CEMENTO TIPO IV CURADO EN AIRE 14 DÍAS</b>				
Área (mm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria	Probeta 1 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 2 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 3 (N/mm <sup>2</sup> )
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	1,1311015	0,94258458	0,75406767
2601	0,00498039	3,3933045	2,45071992	2,45071992
2601	0,00747059	6,97512591	6,22105825	5,08995675
2601	0,00996078	11,8765657	11,8765657	9,80287966
2601	0,01245098	16,9665225	17,7205902	15,0813533
2601	0,01494118	22,62203	22,62203	20,7368608
2601	0,01743137	29,2201221	27,5234698	25,4497837
2601	0,01992157	32,9904604	32,9904604	30,1627067
2601	0,02241176	38,6459679	38,6459679	36,7607987
2601	0,02490196	42,4163062	42,4163062	41,4737216
2601	0,02739216	46,1866446	45,24406	45,24406
2601	0,02988235	49,9569829	49,9569829	49,0143983
2601	0,03237255	50,8995675		

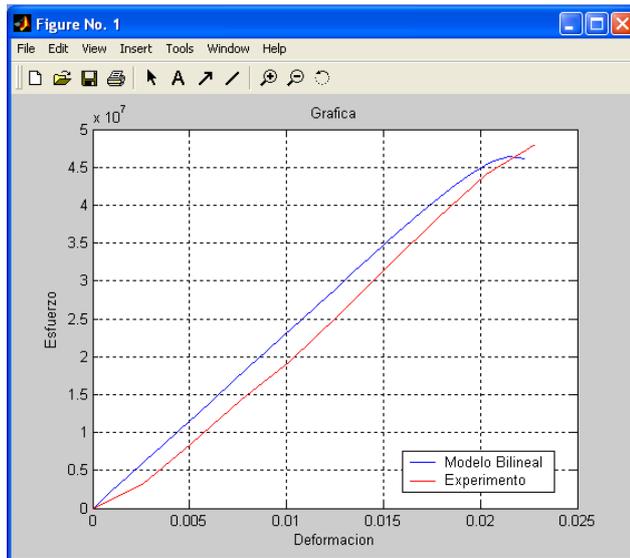
#### ANEXO 8.

#### DATOS DEL CEMENTO TIPO IV CON CURADO AL AIRE

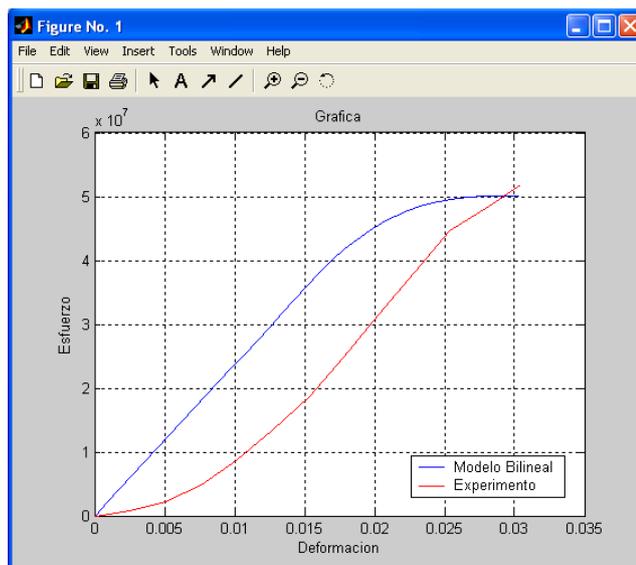
<b>CEMENTO TIPO IV CURADO EN AIRE 21 DÍAS</b>				
Área (mm <sup>2</sup> )	Deformación Unitaria	Probeta 1 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 2 (N/mm <sup>2</sup> )	Probeta 3 (N/mm <sup>2</sup> )
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	0,37703383	0,56555075	0,56555075
2601	0,00498039	0,94258458	1,1311015	1,1311015
2601	0,00747059	1,69665225	2,262203	2,63923683
2601	0,00996078	3,01627067	3,20478758	4,33588908
2601	0,01245098	5,46699058	5,6555075	6,59809208

2601	0,01494118	9,42584583	8,86029508	10,3684304
2601	0,01743137	13,7617349	13,0076672	14,1387687
2601	0,01992157	18,4746578	17,1550394	18,2861409
2601	0,02241176	22,62203	22,62203	21,6794454
2601	0,02490196	27,3349529	27,3349529	26,9579191
2601	0,02739216	32,0478758	32,9904604	31,1052912
2601	0,02988235	37,7033833	37,7033833	35,8182141
2601	0,03237255	42,4163062	40,5311371	39,5885525
2601	0,03486275	45,24406		42,4163062
<b>CEMENTO TIPO IV CURADO EN AIRE 28 DÍAS</b>				
<b>Área (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Deformación Unitaria</b>	<b>Probeta 1 (N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Probeta 2 (N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Probeta 3 (N/mm<sup>2</sup>)</b>
2601	0	0	0	0
2601	0,0024902	0,56555075	0,56555075	0,49014398
2601	0,00498039	0,94258458	1,1311015	0,94258458
2601	0,00747059	1,50813533	1,88516917	1,50813533
2601	0,00996078	2,37531315	3,01627067	2,45071992
2601	0,01245098	3,58182141	5,27847366	4,524406
2601	0,01494118	6,03254133	9,048812	8,29474433
2601	0,01743137	9,61436275	13,7617349	12,6306334
2601	0,01992157	14,5158026	19,7942762	17,7205902
2601	0,02241176	19,7942762	24,5071992	23,5646146
2601	0,02490196	25,4497837	29,2201221	28,2775375
2601	0,02739216	31,1052912	34,8756296	33,933045
2601	0,02988235	36,7607987	40,5311371	39,5885525
2601	0,03237255	40,5311371	42,4163062	42,981857

ANEXO 9.  
GRAFICAS ESFUERZO DEFORMACION DEL MODELO BILINEAL

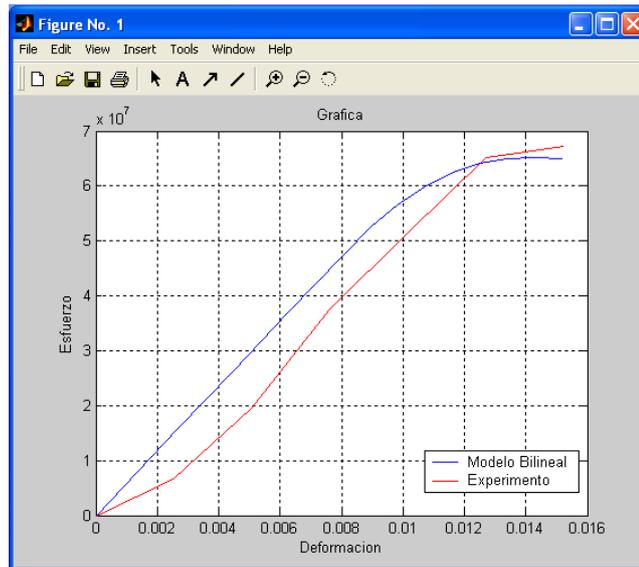


Gráfica Esfuerzo-Deformación para 7 días de curado al aire con una concentración de 20% de Limolita.

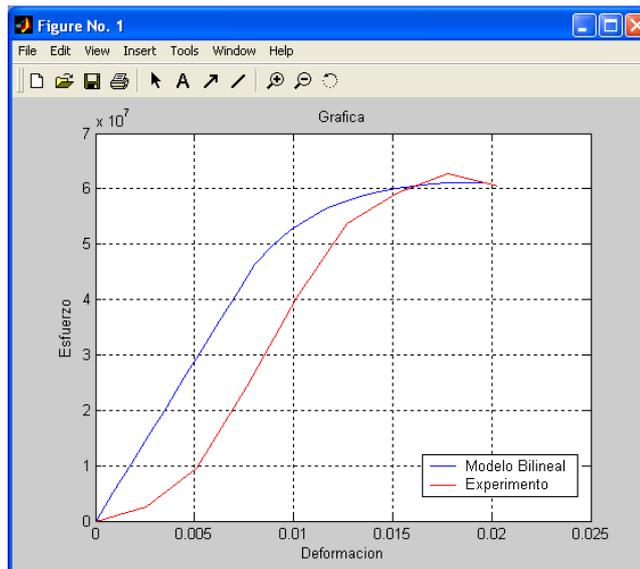


Gráfica Esfuerzo-Deformación para 14 días de curado al aire con una concentración de 20% de Limolita.

ANEXO 9.  
GRAFICAS ESFUERZO DEFORMACION DEL MODELO BILINEAL



Gráfica Esfuerzo-Deformación para 21 días de curado al aire con una concentración de 20% de Limolita.



Gráfica Esfuerzo-Deformación para 28 días de curado al aire con una concentración de 20% de Limolita.

## BIBLIOGRAFIA

1. H.F.W Taylor. La química de los cementos, Volumen I. Departamento de Química Universidad de Aberdeen, Escocia. Ediciones URMO, Esportero – Bilbao. 1967.Página 14.
2. H.F.W Taylor. La química de los cementos, Volumen I. Departamento de Química Universidad de Aberdeen, Escocia. Ediciones URMO, Esportero – Bilbao. 1967.Página 16.
3. A Neville, Properties of concrete. Pitman Publishing.  
www.ucn.d/Facultadde Institutos/laboratorio
4. Bogue, R. H.. Chemistry of Portland cement. Segunda edición Reinhold. Nueva York. 1955.
5. Norma ASTM C 595 – 03. Standard for Blended Hydraulic Cements.
6. H.F.W Taylor. La química de los cementos, Volumen I. Departamento de Química Universidad de Aberdeen, Escocia. Ediciones URMO, Esportero – Bilbao. 1967.Página 18.
7. H.F.W Taylor. La química de los cementos, Volumen I. Departamento de Química Universidad de Aberdeen, Escocia. Ediciones URMO, Esportero – Bilbao. 1967.Página 19.
8. H.F.W Taylor. La química de los cementos, Volumen I. Departamento de Química Universidad de Aberdeen, Escocia. Ediciones URMO, Esportero – Bilbao. 1967.Página 80.
9. J. A. Gallegos. Una clasificación de los materiales sedimentarios. 1996
10. Reconocimiento de Rocas. Práctica 5. Universidad Rey Juan Carlos Geología.
11. Curing of concrete. Portland Cement Association.
12. S. Kosmatka, B. Kerkhoff, W. Design and control of concrete mixtures. Panarese.2002
13. Notas de la materia Teoría de Inelasticidad. Ph. D. José Andrade. Profesor de la universidad de Northwestern. R.I. Borja.

14. Buscador google: Algoritmo de Newton Raphson. Consultado Octubre 2008. [www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/NUMERICO](http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/NUMERICO)
15. Irwin Miller, John E. Freund, Richard A. Johnson. Probabilidad y estadística para ingenieros. Prentice – Hall. Hispanoamericana S.A. México.
16. [www.google.com](http://www.google.com). [www.gestiopolis.com](http://www.gestiopolis.com). Consulta Octubre 2008.
17. Ing. Byron Humberto González Ramírez. Profesor de Estadística Aplicada. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. La prueba de Shapiro & Wilk para verificar la normalidad de un conjunto de datos proveniente de muestras pequeñas Universidad Rafael Landívar. Publicación: octubre 2006.
18. Walpole, Myers, Myers. Probabilidad y estadística para ingenieros. Pearson. México.