

KÖZGAZDASÁGI SZEMLE, LIX. ÉVF., 2012. NOVEMBER (1165–1186. o.)

BIRÓ PÉTER–SZIKLAI BALÁZS–KÓCZY Á. LÁSZLÓ

## Választóközrzetek igazságosan?

Az új választási törvény egyik célja a korábbinál igazságosabb választási közrzetek kialakítása. Ezt a Velencei Bizottság választási kódexében megfogalmazott ajánlásokhoz hasonló, bár azoknál némileg megengedőbb szabályok révén biztosítja. A szabályok rögzítik a közrzetek számát, illetve hogy a közrzetek nem oszthatnak ketté kisebb településeket, és nem nyúlhatnak át a megyehatárokon. Tanulmányunkban belátjuk, hogy a szabályok betartása mellett a közrzetek kialakítása matematikailag lehetetlen. Javaslatot teszünk a probléma optimális megoldására elvi alapon is, vizsgáljuk a módszer tulajdonságait, majd az általunk megfogalmazott hatékony algoritmussal, a 2010. évi országgyűlési választások adatainak felhasználásával meghatározzuk a közrzetek megyék közti elosztásának legjobb megoldását. Végül kitérünk a demográfiai változások várható hatásaira, és több javaslatot teszünk a korlátok hosszú távú betartására: javasoljuk a választási közrzetek számának körülbelül 130-ra növelését; egy-egy felülvizsgálat alkalmával a választási közrzetek számának megváltoztathatóságát; illetve a közrzetek megyék helyett régiók szerinti szervezését.\*  
Journal of Economic Literature (JEL) kód: D72, D78, D62.

A magyarországi választási reform egyik, talán legnehezebb feladata a kevesebb egyéni választókerület kialakítása. Első lépésként a közrzetek méretét, majd határait kell meghatározni. A közrzetek mérete, pontosabban a közrzetbe tartozó választók száma meghatározza, hogy az egyes választópolgároknak mekkora befolyásuk van a parlamenti döntésekre. Másrésről az, hogy a közrzetek határait pontosan hol húzzák meg, meghatározó lehet a pártok választási eredményeit illetően (*Coate–Knight* [2007]), ami közvetve jelentős jóléti és gazdaságpolitikai következményekkel is jár. Az utóbbival való visszaélést, a választókerület-manipulációt a nemzetközi irodalomban *gerrymandering* nevezik (*Gul–Pesendorfer* [2010]). A taktikus közrzetkiosztás problémája nem új keletű, nevét Elbridge Gerryről, Massachusetts kormányzójáról kapta, aki 1812-ben átrendezte az állam választóközrzeteit. A közrzethatárok kialakí-

\* A szerzők köszönik a Magyar Tudományos Akadémia Lendület Programjának támogatását (LP-004/2010) és egy anonim lektor szakértő bírálatát, észrevételeit.

tásával kapcsolatos irodalmat részletesen bemutatja *Tasnádi* [2011], mi most az első kérdéssel, a körzetek méretének meghatározásával foglalkozunk.

A választókörzetek méretének meghatározása elvileg nem nehéz feladat: a választópolgárok számát kell a kívánt körzetek számával osztani. Ez azonban ritkán járható út, adminisztratív okokból a választókörzetek határainak igazodniuk kell a közigazgatási határokhoz. A választási reform részletei még nem voltak ismertek, amikor az már eldőlt, hogy a választókörzetek nem nyúlhatnak át a megyehatáron. Így az első probléma a választókörzetek megyék közötti elosztása. Az elosztás során két dologra kell törekedni: előre meghatározott számú képviselői helyet kell szétosztani, méghozzá úgy, hogy a különböző megyékben élő szavazókörzetek között ne legyenek drámai egyenlőtlenségek.

A végül elfogadott 2011. évi CCIII. törvény tételesen felsorolja a megyéknek kiosztott körzetek számát (majd le is írja ezek pontos elhelyezkedését). Sajnálatos azonban, hogy a törvény csak néhány alapelvet és nem egy matematikai algoritmust rögzít. Mint látni fogjuk, a kiosztás alig tér el a szerintünk optimálistól, de egy átlátható, világos eljárás hiányában a kiosztás révén befolyásolható a későbbi választások kimenetele. Ezért mindenképpen célszerű lenne egy matematikai megközelítés, amely rögzíti az egyértelmű kiosztás meghatározásának menetét. Ilyen algoritmus akad nem is egy – a továbbiakban áttekintjük az idevonatkozó nemzetközi irodalmat, bemutatjuk a szóban forgó törvénytervezet megvalósításának problémáit és lehetőségeit.

A probléma nem egyedülálló. Az Egyesült Államok alkotmánya a 19. század közepe óta rögzíti az elveket, amelyek szabályozzák a képviselői helyek tagállamok közötti kiosztását. A rendszerint tízévenkénti szabályozást egyrészt az új tagállamok belépése és a képviselői helyek ezzel párhuzamosan növekvő száma, illetve a rohamosan növekvő népesség tette szükségessé. Eközben az alkalmazott módszer folyamatosan változott, ahogy az aktuálisan használt algoritmusok kapcsán különféle aggályok merültek fel. Így például korántsem mindegy, hogy pontosan hány fővel növelik a képviselők számát, ugyanis a növekedés ellenére bizonyos tagállamok helyeket veszíthetnek. Az úgynevezett Alabama-paradoxon (később formálisan is tárgyaljuk majd) vezetett az Alexander Hamilton által már 1791-ben javasolt, de az elnöki vétónak köszönhetően csak 1852-ben bevezetett Hamilton- (vagy legnagyobb maradék) módszer néven is ismert eljárás 1911. évi leváltásához (*Balinski–Young* [1975], [1982]).

Az Európai Unió legfőbb döntéshozó testületében, a Miniszterek Tanácsában súlyozott szavazással döntenek az egyes tagállamok képviselői, és a súlyokat az egyes országok népessége alapján, de minden egyes döntés előtt politikai alkuk során határozták meg. Régóta foglalkoztatja a kutatókat a súlyok igazságos elosztása, hiszen a közvetett szavazás a politikai egyenjogúság mellett az anyagi források közvetett szavazásban részt vevő egyes régiók közötti igazságos elosztásának is előfeltétele (*Pitlik és szerzőtársai* [2006]). A nizzai, majd a lisszaboni reformot megelőző tárgyalások ismét a viták kereszttüzébe helyezték a kérdést (*Barberà–Jackson* [2006], *Hosli* [1999]). A lisszaboni szerződés részeként módosultak a szavazási szabályok, egyebek mellett eltűntek az önkényes súlyok, szerepüket az országok népessége határozza meg (*Kóczy* [2011a], [2011b]). A reform során felmerült egy alternatív javaslat

is: a jagellói kompromisszum a népesség négyzetgyökével arányos súlyokat javasol (*Życzkowski–Słomczyński* [2004]). A liszaboni reform a fentiek mellett sokkal nagyobb szerepet szán az Európai Parlamentnek. Az EP képviselőit közvetlenül a szavazópolgárok választják az országgyűlési választásokhoz hasonlóan – és itt is igaz, hogy az egyes országok által delegált képviselők számának meghatározása összetett, az elméleti megközelítés mellett politikai szempontokat is figyelembe vevő döntést igényel (*Kellermann* [2011], *Serafini* [2011]). A több uniós országból érkezett statisztikusok és szavazáseméleti kutatók által kidolgozott cambridge-i kompromisszum (*Grimmett* [2011], *Grimmett és szerzőtársai* [2011]) egyszerre veszi figyelembe az országok közötti méretbeli különbségek (azaz az arányosság) és az országok szuverenitása (vagyis az egyenlőség) elvét.

A körzetek kiosztásával rokon feladat még a listás helyek szétosztása a pártok listás szavazatai alapján. Magyarországon például ehhez a d’Hondt- – vagy más néven Jefferson- – módszert alkalmazzák, ami teljesen más szemléletet tükröz. Nem célunk az összes létező módszer bemutatása; az utóbbi időben több olyan tanulmány is megjelent, amelyek az ismert kiosztási módszerek mellett egészen egzotikus eljárásokat is ismertetnek (*Balinski–Ramirez* [2012], *Beumer* [2010], *Chessa–Fragnelli* [2012], *Karpov* [2008]). Bár a lexikografikusan minimális (lexmin) megközelítés nem ismeretlen a kiosztási irodalomban (*Gambarelli* [1999], *Gambarelli–Palestini* [2007]), módszerünk sem ezekkel, sem az irodalomban fellelhető két tucat másik módszerrel nem egyezik.

Célunk ugyanakkor nem egyszerűen egy újabb módszer bevezetése, hanem az, hogy egy olyan algoritmust javasoljunk, amely a választási törvény, illetve a Velencei Bizottság ajánlásának betűjét és szellemiségét követve egyértelmű megoldást ad.

Először az új választási törvényt és a törvény adta szabályok támasztotta nehézségeket ismertetjük, azaz hogy a törvény a matematikailag lehetségesnél szigorúbb feltételeket szab a körzetek kialakításában. Bevezetjük a lexikografikusan minimális (lexmin) módszert, és megadunk egy hatékony eljárást a kiszámításához. Ismertetjük a kiosztási módszerek három fontos tulajdonságát. Végül az eljárást a magyar választási rendszerre alkalmazva, meghatározzuk az egyes megyék optimális körzetszámát. A cikket rövid összeggel zárjuk.

## Az új választási törvény

### Törvényjavaslat

A törvény előzménye, hogy 2010-ben fél nagyságrendnyi eltérés is előfordulhatott két választókörzet mérete között, amit az Alkotmánybíróság határozata szerint az Országgyűlésnek kötelessége módosítani.<sup>1</sup> A körzetek mérete közötti eltérés sokszorosán meghaladta a Velencei Bizottság 2002-es választási kódexében rögzített ajánlott

<sup>1</sup> A reform előtti választási rendszert, illetve a körzetek kiosztásának problematikáját és következményeit elemzi *Tasnádi* [2007], illetve *Mészáros és szerzőtársai* [2007].

legfeljebb 10, indokolt esetben 15 százalékos átlagos mérettől való eltérést is (*Velencei Bizottság* [2002]). A 2011. november 20-án Lázár János által benyújtott törvényjavaslatban a következő kitételek szerepeltek a választókerület nagyságát illetően: „az egy képviselői helyre jutó választópolgárok száma tekintetében a választókörzetenkénti eltérés nem haladhatja meg a 10 százalékot, és semmiképpen nem lépheti túl a 15 százalékot. E szabályoktól csak kivételes körülmények esetén engedhető meg eltérés (adott területen élő kisebbségek érdekének védelmében, szórványosan lakott területek egységének védelme érdekében); javaslatunk szerint a választókerületi határok nem léphetik túl a mindenkori megyék határait.”

## A probléma

Vajon lehetséges-e egyáltalán ilyen beosztást készíteni? Bár a tervezetben nincs definiálva, a százalékos eltérést két kerület között a következőképpen értelmeztük: „nagyobb kerület mérete/kisebb kerület mérete *minusz* 100 százalék”.

A megyehatárok áthatolhatatlansága által okozott probléma szemléltetésére vegyünk egy egyszerű példát mindösszesen két megyével: az *A* megye lakossága 10, a *B* megyéé 4! Feladatunk öt választókörzet elosztása. Itt feltételezzük, hogy a megyéken belül az elosztás tökéletes, a lakosság folytonosan osztható. Ha az *A* három, a *B* pedig két körzetet kap, az *A* lakosai körülbelül 67 százalékkal többen vannak körzetenként. Ha *A* négy, *B* pedig egy körzetet kap, akkor *B* lakosai lesznek 60 százalékkal többen körzetenként.

A következőkben bemutatjuk, hogy a tervezet által javasolt körzetkiosztás matematikailag nem lehetséges a hazai adatokra sem. A következő egyszerű számításokat a 2010. évi országgyűlési választások adataival végeztük el (*Országos Választási Iroda* [2010]).

Az ország választópolgárainak száma 2010-ben 8 205 967 volt, így az új választókerületek várható átlagos mérete  $8\,205\,967/106 = 77\,415$ . A javaslat szerint ettől egyik választókerület mérete sem térhet el 15 százaléknál nagyobb mértékben. Mivel átlagról van szó, lesz olyan választókerület, amelyben az átlagosnál több, és olyan is, amelyben az átlagosnál kevesebb választópolgár szavaz. Vegyük a következő példákat!

Vegyük először Baranya megye 325 943 választópolgárát! Itt nem lehet öt választókerület, mert akkor a választókerületek átlagos mérete Baranyában 651 89 fő lenne, ami az átlagnak csak 84,2 százaléka, ha tehát a baranyai kerületek legkisebbikét vennénk, akkor ez legalább 15,8 százalékkal kisebb az ország legnagyobb választókerületénél. Tehát Baranyának négy választókerülete lesz, amelynek átlagos mérete 81 486, ez 5,26 százalékos eltérés a 77 415-höz képest (és természetesen a legnagyobb baranyai választókerület legalább 5,26 százalékkal el is fog térni az átlagtól).

Vegyük most Győr-Moson-Sopron megyét 364 894 választójával! Hasonló megfontolások miatt itt a négy kerület zárható ki, mert ekkor 91 223 lenne az átlagos méretük, és a legnagyobb közülük 17,84 százalékkal lenne nagyobb a 77 415-nél. Vagyis itt öt választókerület kell, átlagosan 72 979 méretű, ez 6,07 százalékkal tér el a

77 415-től (és természetesen a legkisebb itteni választókerület is legalább ugyanennyivel lesz kisebb az országos átlagnál).

Mi legyen Csongrád megye 345 945 választójával? Ha négy körzet lesz, akkor ezek átlagos mérete 86 486, ami 11,17 százalékkal haladja meg a 77 415-öt, és ekkor a legnagyobb Csongrád megyei választókerület mérete 18,5 százalékkal fogja meghaladni a legkisebb Győr-Moson-Sopron megyei választókerületét. Ha öt körzet lesz, akkor ezek átlagos mérete 69 189, aminél 11,89 százalékkal több a 77 415, de ekkor a legkisebb Csongrád megyei választókörzetnél a legnagyobb Baranya megyei körzetnek 17,77 százalékkal több lakosa lesz. Vagyis matematikailag lehetetlen ilyen beosztást készíteni.

Készítettünk egy programot, amelyik végigpróbálja a megyék összes lehetséges felosztását. A program a 2010. évi adatokra azt az eredményt hozta ki, hogy a legkisebb eltérést szolgáltató megoldásban is van két olyan választókerület, amelyek mérete között 30,87 százalékos különbség van. Az adatok természetesen változhatnak a népszámlálást követően, de a 15 százalék garantálása lehetetlennek tűnik, és a legkiegyensúlyozottabb megoldásban is várhatóan 30 százalék körül lenne a legkisebb méretkülönbség.

Érdekesség, hogy az Egyesült Államok képviselőházi helyeinek tagállamok közötti szétosztása újra meg újra komoly szakmai vitát okoz, és a kiosztásra vonatkozó egyik prominens javaslat is a legnagyobb és a legkisebb körzet közötti eltérésen alapszik (*Burt-Harris* [1963]), és bár a módszert sok kritika érte (*Gilbert-Schatz* [1964]), ez a megközelítés manapság is talál követőket (*Edelman* [2006]).

## A törvény lazítása

Felmerült tehát a kérdés, hogy milyen módon volna célszerű a törvény előírásain úgy lazítani, hogy a feltétel teljesíthető legyen. Alapvetően három megközelítést láttunk, látunk elfogadhatónak.

Kézenfekvő megoldás, hogy a 10–15 százalékos korlátot felemeljük 30–35 százalékra. Hasonló eredményre juthatnak a törvényhozók akkor, ha nem a legnagyobb és legkisebb körzet mérete közötti eltérés lesz 15 százalékban maximálva, hanem az átlagos mérettől való eltérésre adnak meg 15–20 százalékos határt. Meg kell jegyeznünk, hogy bár a kismértékű választókörzetek közötti egyenlőtlenség elkerülhetetlen, ritka az ilyen megengedő szabályozás. Az Egyesült Államokban elvileg nulla toleranciáról beszélhetünk, másutt (Szingapúr esetében) akár 30 százalékos, de rendszerint inkább 5–10, ritkábban 20 százalék körüli a megengedett eltérés (*Handley* [2007]). Azt is meg kell jegyeznünk, hogy azokban a – jellemzően – harmadik világbeli országokban, ahol ilyen jellegű szabályozás nincs, ennél sokkal drámaibb aránytalanságokról beszélhetünk (*Samuels-Snyder* [2001]).

Bár a választási törvény kapcsán aligha merül fel az egyes választókerületek súlyozása, a bevezetőnkben ismertetett Penrose-féle négyzetgyökkel egyszerű többségi szavazás esetén információt adhat arra vonatkozóan, hogy a különböző méretű szavazókörzetek tagjainak mekkora a döntési befolyásuk, azaz mekkora valószínűség-

gel múlik egy adott szavazó igen/nem választásán az országos szintű döntés. Penrose elvének lényege, hogy annak a valószínűsége, hogy egy választó leadott szavazatán múljon a választókerületének eredménye, a választókör méretének négyzetgyökével arányos. Azaz, ha két választókerület szavazóinak száma legfeljebb 30 százalékkal tér el, akkor a választók döntési befolyása legfeljebb  $\sqrt{1,3} - 1 = 14$  százalékkal tér el. A 15 százalékos eltérésbe belefér még egy 32,25 százalékos különbség is a választói létszámokat tekintve.

Végül, ha ragaszkodunk a 15 százaléknál kisebb méretbeli különbségekhez, akkor el kell tekintenünk a megyehatároktól. Kézenfekvő lenne a választási rendszert a hét régióhoz igazítani. Ebben az esetben a feltétel úgy módosulna, hogy a választási körzetek határai nem lóghatnak túl a régiók határain. Ez az apró változtatás megdöbbentő javulást eredményez igazságossági szempontból. Az 1. táblázat egy olyan kiosztást mutat be, ahol a legnagyobb és a legkisebb körzet közötti különbség akár 6 százalék körüli is lehet, bőven teljesítve a törvénytervezetben megfogalmazott igazságossági kritériumot.

### 1. táblázat

A 106 választási körzet kiosztása a megyék között, minimalizálva a legnagyobb méretbeli eltérést

Régió	A szavazók száma	A körzetek száma	Fő/körzet
Észak-Magyarország	995 863	13	76 604
Észak-Alföld	1 215 043	16	75 940
Dél-Alföld	1 092 768	14	78 054
Közép-Magyarország	2 381 138	30	79 371
Közép-Dunántúl	906 714	12	75 559
Nyugat-Dunántúl	822 903	11	74 809
Dél-Dunántúl	791 538	10	79 153

### Az új választási törvény

A 2011. december 23-án elfogadott új választási törvény<sup>2</sup> egyik célja, hogy szabályozza a választókerületek közötti eltérések nagyságát. Az elfogadott törvényben lényegében az első megoldási javaslatunk szerint történt a változtatás: már nem a választókerületek méretének abszolút eltérése, hanem az átlagtól való eltérése szerepel: „Az egyéni választókerület választásra jogosultjainak száma az egyéni választókerületek választásra jogosultjainak országos számtani átlagától tizenöt százaléknál nagyobb mértékben – a földrajzi, nemzetiségi, történelmi, vallási és egyéb helyi sajátosságokat, valamint a népességmozgást is figyelembe véve – kizárólag a 2. bekezdés a) és b) pontjában foglaltak érvényesülése érdekében térhet

<sup>2</sup> 2011. évi CCIII. törvény az országgyűlési képviselők választásáról.



el.” (4. cikk 4. bekezdés.) Továbbá: „Ha a 4. bekezdésben foglalt eltérés meghaladja a húsz százalékot, az Országgyűlés a 2. számú mellékletet módosítja.” (4. cikk 6. bekezdés.) A hivatkozott 2. bekezdés rögzíti, hogy a körzetek nem léphetik át a megyehatárokat, illetve összefüggő területet kell alkotniuk. A törvény 106-ban rögzíti a választókerületek számát is.

### További problémák

A választókörzetek közötti egyenlőtlenség kétféle okból keletkezhet. Az első a választási körzetek megyéken belüli kialakításának nehézségeiből fakad. Ha a megyében lakó választópolgárok számának oszthatósági problémáján – mint az eredményt minimálisan befolyásoló tényezőn – gyorsan átlépünk, akkor is megmarad az átlagos választókörzetek méreténél kevesebb választásra jogosult lakóval bíró települések oszthatatlansága, illetve az összefüggő területek problémája. Amennyiben egy megye többségében nagy, az átlagos szavazókörzetnek – azaz körülbelül 77 000 főnek – megfelelő méretű településekből áll, illetve a maradék nem egyenletesen terül el a városok között, hanem egy kevés várossal érintkező, kis területen helyezkedik el, viszonylag szélsőséges méretbeli arányok is előfordulhatnak. Gyakoribb probléma, hogy a kisebb – így szükségszerűen oszthatatlan – települések szavazóiból általában nem könnyű természetesen összefüggő, ideális méretű körzetet összeállítani. Így vagy furcsa alakú körzeteket kapunk, vagy a megyéken belül is megjelennek jelentős méretbeli különbségek, súlyosbítva a megyék átlagos körzetméretének különbözőségéből adódó egyenlőtlenséget.

A másik probléma továbbra is a megyék oszthatatlansága. Ha csak Tolna megyét tekintjük, akkor három választókerület esetén az átlagnál 15,3 százalékkal kisebb választókerületeket kapunk, két választókerület esetén pedig az átlagnál 27,1 százalékkal nagyobbat. Vagyis már csak ezt az egy megyét tekintve sem teljesíthető a 15 százalékos meghatározott törvényi korlát. Sőt ha esetleg ebben a megyében az átlagosnál jobban csökkenne a népesség, például az országon belüli elvándorlás miatt (Gödrö-Spéder [2009]), akkor néhány választás múlva, a megyén belüli elosztási problémákkal együtt esetleg a 20 százalékos korlát is tarthatatlanná válna.

Továbbra sem egyértelmű, hogy a törvényalkotó a megadott kereteken túl miként szeretné meghatározni a megyékre jutó választókerületek optimális számát. Értelmezésünk szerint minimálisra kell csökkenteni a választókerületek méretének változékonyságát. Ezt a változékonyságot a szóródás különböző mérőszámaival fejezhetjük ki, így kézenfekvő lenne például a szórás minimalizálása. Követve a *Velencei Bizottság* [2002] ajánlását, az átlagos mérettől való eltérést figyeljük, ennek az adott kiosztásban felvett legnagyobb értékét szeretnénk minimalizálni. Mivel célunk az is, hogy a körzetek kiosztása (egyes speciális esetektől eltekintve) egyértelmű legyen, azt az elosztást keressük, amely a legnagyobb eltérés minimalizálása után a másodikat is minimalizálja, és így tovább. Bár ez a feltétel nem szerepel sem a törvényben, sem az ajánlásban, azok szellemiségével tökéletesen összeegyeztethető. A következőkben felírunk egy egyszerű modellt és megoldási elvet a feladatra.

## Matematikai modell és algoritmus

A következőkben formalizáljuk eddigi gondolatainkat, tisztázzuk a körzetkiosztási feladatot, pontosítjuk, mit értünk optimális körzetkiosztáson, megadunk egy algoritmust ezen optimális elosztás meghatározásához, igazoljuk ennek helyességét, és meghatározzuk futásidejét, végül megvizsgáljuk az algoritmus tulajdonságait, és összevetjük más kiosztási eljárásokkal.

### A körzetkiosztási probléma

Feladatunk a következő. Adott  $m$  megye, ahol  $v_1, v_2, \dots, v_m$  a választásra jogosultak száma, legyen  $V = \sum_{i=1}^m v_i$  az összes választó száma. Feladatunk, hogy adott  $k$ -ra  $k$  darab választási körzetet – amelyek egyike sem érint egynél több megyét – úgy alakítsunk ki, hogy a választópolgárok számának százalékos eltérése az országos átlaghoz képest minimális legyen. Ha egy  $x$  megoldásvektorban  $x_i$ -vel jelöljük az  $i$ -edik megyében lévő körzetek számát, és  $A = V/k$  az átlagos körzetnagyság, akkor ez alapján az  $i$ -edik megyében a százalékos eltérés,  $d_i$ , a következőképpen számolható:

$$d_i = \left| \frac{v_i/x_i - A}{A} \right|.$$

Egy  $x$  megoldás optimalitását többféleképpen definiálhatjuk.

1. Minmax: legyen  $\max\{d_i(x) : i = 1, \dots, m\}$  minimális.
2. Lexmin: legyen a  $d_i(x)$ -ket nagyság szerint nem növekvő sorrendbe rendezve kapott  $\vec{d}(x)$  vektor lexikografikusan minimális.

Felmerült még, hogy a körzeteket a területi listás parlamenti helyek elosztásához használt d'Hondt- vagy az ahhoz hasonló Sainte-Laguë-módszer alapján alakítsák ki. Ezek a módszerek ugyanakkor a nagyobb, illetve a kisebb megyéket előnyben részesítik, így aligha alkalmasak egy igazságos osztozkodásra. Mivel ezek a módszerek a lexmintól különböző kiosztást is adhatnak, előfordulhat, hogy az optimális lexmin kiosztás teljesíti a törvény előírásait, míg ezekkel az alternatív eljárásokkal készített kiosztás nem.

Nyilvánvaló, hogy ha egy  $x$  felosztás optimális a lexikografikusan minimális feladatra, akkor minmaxra is optimális. A következőkben egy hatékony algoritmust adunk lexmin megoldására.

### Algoritmus lexmin megoldására

Egy  $x$  megoldásvektorra  $x^{j+}$  jelölje azt a megoldást, ahol a  $j$ -edik megye körzeteinek száma eggyel nő az  $x$  megoldáshoz képest, a többi megye körzeteinek száma pedig változatlan. Hasonlóképpen vezessük be az  $x^{j-}$  jelölést a  $j$ -edik megye körzeteinek számának eggyel való csökkentésére. Továbbá, az egyszerűség kedvéért, tegyük fel,



hogy két tetszőleges  $i$ -edik és  $j$ -edik megyére  $d_i(x)$  és  $d_j(x)$  különböznek bármely  $x$  megoldásra, illetve hogy  $d_i(x) \neq d_i(y)$ , ha  $x_i \neq y_i$  egy tetszőlegesen választott  $i$ -edik megyére. (Ez a feltétel mindig elérhető  $v_i$ -k perturbálásával, és nem befolyásolja az eredmény optimalitását.)

1. lépés. Tekintsünk el  $k$ -tól, és legyen  $x[0]$  kezdeti megoldás olyan, hogy  $d_i(x[0])$  minimális legyen minden  $i$ -edik megyére. Ekkor az összes körzet száma  $l = \sum_{i=1}^m x_i[0]$ . Ha  $l = k$ , akkor STOP,  $x[0]$  optimális megoldás.

2. lépés. Ha  $l < k$ , akkor minden  $t = 1, \dots, k - l$  értékre végezzük el a következő módosítást. Legyen  $x[t + 1] = x^{j^+}[t]$  azon  $j \in \{1, \dots, m\}$ -re, amelyre  $d(x^{j^+}[t])$  vektor lexikografikusan minimális, vagyis amelyre  $d_j(x^{j^+}[t])$  minimális. Ha  $k < l$ , akkor minden  $t = 1, \dots, k - l$  értékre végezzük el a következő módosítást. Legyen  $x[t + 1] = x^{j^-}[t]$  azon  $j \in \{1, \dots, m\}$ -re, amelyre  $d(x^{j^-}[t])$  vektor lexikografikusan minimális, vagyis amelyre  $d_j(x^{j^-}[t])$  minimális.

AZ ALGORITMUS HELYESSÉGÉNEK BELÁTÁSA, FUTÁSIDEJE • Ha az első lépés után  $k = l = \sum_{i=1}^m x_i[0]$ , akkor nyilvánvalóan  $x[0]$  optimális megoldás. Az is biztos, hogy minden  $i$ -edik megyére  $x_i[0]$  vagy  $\lfloor v_i/A \rfloor$  értéket, vagy  $\lceil v_i/A \rceil$  értéket, azaz  $v_i/A$  alsó vagy felső egészrészét veszi fel.

Tegyük fel, hogy az első lépés után  $l < k$  adódik ( $k < l$  eset hasonlóképpen belátható). Lássuk be  $t = 1, \dots, k - l$ -re indukcióval az állítást, vagyis hogy  $x[t]$  optimális megoldás  $l + t$  körzetre. A kezdeti megoldásra, vagyis  $t = 0$ -ra, az állítás teljesül, tegyük fel, hogy igaz egy tetszőleges  $t$ -re (ahol  $0 < t < k - l$ ), és lássuk be  $t + 1$ -re. Indirekt módon tegyük fel, hogy létezik egy olyan  $y$  megoldás, amelyre a körzetek száma szintén  $l + t + 1$ , de amelyre  $\bar{d}(y)$  lexikografikusan kisebb, mint  $\bar{d}(x[t + 1])$ . Ez utóbbit jelöljük  $\bar{d}(y) \prec \bar{d}(x[t + 1])$ -vel.

Egy  $x$  és egy  $x'$  megoldásra  $x \leq x'$  azt jelöli, hogy  $x_i \leq x'_i$  minden  $i \in \{1, \dots, m\}$ -re. Nyilvánvaló, hogy  $x[0] \leq x \leq x'$  és  $x_i \neq x'_i$  esetén  $\bar{d}(x) \prec \bar{d}(x')$  áll fenn.

Először belátjuk, hogy  $\bar{d}(x[t]) \prec \bar{d}(y)$ . Legyen az  $i$ -edik megye olyan, amelyre  $y_i > x_i[0]$ . Ekkor  $x[0] \leq y^{i^-} \leq y$ -ből  $\bar{d}(y^{i^-}) \prec \bar{d}(y)$  következik. Emiatt  $\bar{d}(x[t]) \succ \bar{d}(y)$ -ből  $\bar{d}(x[t]) \succ \bar{d}(y^{i^-})$  adódna, ami ellentmondana az indukciós feltevésünknek, hiszen  $y^{i^-}$ -ban a körzetek száma ugyanannyi, mint  $x[t]$ -ben.

Tegyük fel, hogy  $d_j(x[t + 1])$  az  $r$ -edik legnagyobb százalékos eltérés  $x[t + 1]$ -ben, vagyis ez  $\bar{d}(x[t + 1])$  vektor  $r$ -edik eleme. Nyilvánvaló, hogy  $\bar{d}(x[t])$  első  $r - 1$  eleme megegyezik  $\bar{d}(x[t + 1])$  első  $r - 1$  elemével, és mivel feltevésünk szerint  $\bar{d}(x[t]) \prec \bar{d}(y) \prec \bar{d}(x[t + 1])$ , ezért  $\bar{d}(y)$  első  $r - 1$  eleme is ezzel azonos, vagyis e megegyésekben ugyanannyi körzet van mindhárom megoldásban. Mivel a  $j$ -edik megyére  $y_j \leq (x_j[t + 1])$  fennáll, ezért a maradék  $m - r$  megye között kell lennie egy olyan  $i$ -edik megyének, amelyre  $y_i > x_i[t] = x_i[t + 1]$ . Viszont mivel  $\bar{d}(y) \prec \bar{d}(x[t + 1])$ , ezért  $d_i(y) < d_j(x[t + 1])$  adódik, ami miatt ellentmondásra jutunk  $j$  választásával. Tehát beláttuk, hogy  $x[t + 1]$  optimális.

Mivel minden  $i$ -edik megyére  $x_i[0]$  vagy  $\lfloor v_i/A \rfloor$  értéket, vagy  $\lceil v_i/A \rceil$  értéket veszi fel, ezért  $|k - l| \leq m$ , tehát legfeljebb  $m$  módosítást végzünk az algoritmusban. Egy módosításkor  $m$  változtatást próbálunk ki, ezért ha két érték, vagyis  $d_i(x^{j+}[t])$  és  $\bar{d}_i(x^{j+}[t])$  összehasonlítását tekintjük egy lépésnek, akkor összességében az algoritmusunk futásideje  $m^2$  lesz.

## Az allokációs módszerek tulajdonságai

Az általunk javasolt lexmin módszer jól követi a választási törvényt, illetve a Vellecei Bizottság ajánlását, de messze nem az egyetlen módszer a körzetek megyék közötti szétosztására. Mint bevezetőnkben már ezt részletesen kifejtettük, a probléma nem egyedi, és az igazságos megoldás kutatásának évszázados irodalma van (*Mészáros-Szakadát* [1993], *Tasnádi* [2007]).

Hogy mi az igazságos, azt sokféleképpen megfogalmazhatjuk.

1. A kiosztás legyen arányos. Az úgynevezett kvóta (vagy Hare-kvóta) szerint  $\lfloor v_i/A \rfloor \leq x_i \leq \lceil k/v_i \rceil$ .
2. Ne álljon fenn az úgynevezett Alabama-paradoxon: Ha  $k' > k$ , akkor az így kapott  $x'_i \geq x_i$  minden  $i$ -re.
3. Ne álljon fenn a népességi paradoxon (*Demange* [2011]: Ha  $v'_i/v_i > v'_j/v_j$ , és  $v'_k = v_k$ , ha  $k \neq i, j$ , akkor  $x'_i \geq x_i$ ).

Az első tulajdonság azt rögzíti, hogy az elosztás során minden megye az arányosan kiszámított körzetszám fel- vagy lefelé kerekített értékét kapja.

Az Alabama-paradoxon akkor áll fenn, ha a nagyobb körzetszám elosztása során valamelyik megye kevesebbet kap. A paradoxon nevét onnan kapta, hogy a képviselőházi helyeknek az Egyesült Államokban alkotmányosan előírt tízévenkénti szétosztása során 1880-ban kiderült, hogy egy 299 fős képviselőház esetén Alabama nyolc, míg egy 300 fős esetén csak hét körzetet kap.

A népességi paradoxon akkor áll fenn, ha egy társánál gyorsabban növekvő népességű megye körzetet veszít.

Ezekon felül számos más tulajdonságot is vizsgálhatunk, így például az osztó módszerek közül egyeseknél a nagy, másutt a kis megyék javára figyelhető meg tendenciózus részrehablás (*Lauwers-Puyenbroeck* [2006]). Bár ez a részrehablás jól dokumentált, az említett módszereket széleskörűen alkalmazzák, például Magyarországon is, a listás és töredékszavazatokkal elnyerhető képviselői helyek kiosztása során.

Noha a fenti három tulajdonság meglehetősen kézenfekvő, és talán gondolhatnánk azt is, hogy minimálisan megkövetelhető, egyszerre nem teljesülhetnek (*Balinski-Young* [1982]). Kézenfekvő tehát megvizsgálni, hogy a lexmin módszer mely tulajdonságokkal rendelkezik, és melyekkel nem, illetve hogy az esetleges hiányosságoknak mi a jelentősége, és hogyan orvosolhatók.

A lexmin kiosztás nem egy kvótakiosztás, hiszen az arányos és nem az abszolút eltérést minimalizálja. Ha a körzetek között nagyok az egyenlőtlenségek (lásd Bu-

dapestet vagy éppen Kaliforniát az Egyesült Államokban), a nagy megyékből (vagy tagállamokból) a kisebbekbe való alkalmas átcsoportosítással a nagy megye relatív eltérése alig változik, miközben egy kisebb megye relatív eltérése jelentősen csökkenthető. Bár ennek alapján a kvótaszabály sokat ronthat a megyék közötti igazságosságon, a lexmin optimalizáció elvégezhető a kvótaszabálynak megfelelő kiosztások osztályán is. A kapott kiosztás természetesen nehezebben teljesíti a törvény által előírt maximális átlagtól való eltérést.

Hogy ennek mértékét érzékeltessük, vegyük a következő példát! A körzetek lakosságát a (26, 27, 28, 29, 91) vektor írja le, és összesen 20 körzetet oszthatunk ki. Mint a 2. táblázatban látható, ekkor a legnagyobb relatív eltérés 13,76 százalék. Ez az elosztás azonban nem felel meg a kvótának, hiszen az *E* megyének 9 vagy 10 körzetet kellene kapnia. Ha a kvótaszabálynak meg akarunk felelni, legalább egy körzetet el kell venni valamelyik megyétől. Az optimális, a kvótát is figyelembe vevő megoldás esetében (3. táblázat) jól látható, hogy a legnagyobb eltérés jóval magasabb: 29,35 százalék, ennyit ront tehát a kvóták figyelembevétele.

### 2. táblázat

Jó megoldás kvóták figyelembevétele nélkül

Megye	Népesség	A körzetek száma	Különbség az átlagtól (százalék)
A	26	3	-13,76
B	27	3	-10,45
C	28	3	-7,13
D	29	3	-3,81
E	91	8	13,18

### 3. táblázat

Rossz megoldás kvóták figyelembevételével

Megye	Népesség	A körzetek száma	Különbség az átlagtól (százalék)
A	26	2	29,35
B	27	3	-10,45
C	28	3	-7,13
D	29	3	-3,81
E	91	9	0,61

Most vegyük a következő példát! Egy három megyéből álló országot vizsgálunk, ahol a körzetek népességét a (24, 25, 45) vektor írja le és összesen kilenc körzetet osztunk ki. Ekkor a (2, 2, 5) lexmin kiosztás egyben az egyetlen olyan kiosztás, amely megfelel a törvényben rögzített 20 százalékos eltéréskorlátnak (4. táblázat). Ha a körzetek számát eggyel növeljük, a tíz körzet kiosztására a (3, 3, 4) lexmin megoldás ismét az egyetlen, ami a 20 százalékküszöb alatt marad, ugyanakkor itt a *C* megye kevesebb körzetet kap. Megállapíthatjuk tehát, hogy a lexmin módszer alkalmazása esetén

felmerülhet az Alabama-paradoxon, de ez egy öröklött tulajdonság, ami a törvényben rögzített 20 százalékos korlátból ered. Hasonló példát adhatunk arra az esetre is, amikor a korlát 15 százalék (4. és 5. táblázat), tehát a Velencei Bizottság ajánlása is magában hordozza ezt a problémát. Végül megjegyezzük, hogy az Alabama-paradoxon a körzetek számának változtatásával kapcsolatosan merül fel, ez pedig a magyar jogrend szerint egy igen ritka és általában sok más változással járó dolog, tehát gyakorlati jelentősége kicsi

#### 4. táblázat

Alabama-paradoxon legfeljebb 20 százalékos eltérés esetén

Megyék	Népesség	Körzetszám	Eltérés	Körzetszám	Eltérés
A	24	2	0,14894	3	-0,14894
B	25	2	0,19681	3	-0,11348
C	45	5	-0,13830	4	0,19681
Összesen	94	9	10,44444	10	9,40000

#### 5. táblázat

Alabama-paradoxon legfeljebb 15 százalékos eltérés esetén

Megye	Népesség	Körzetszám	Eltérés	Körzetszám	Eltérés
A	69	3	0,11419	4	-0,10467
B	70	3	0,13033	4	-0,09170
C	150	8	-0,09170	7	0,11221
Összesen	289	14	20,64286	15	19,26667

„A népességparadoxon-mentes eljárások egyben Alabama-paradoxontól is mentesek.” (Tasnádi [2007] 116. o.) Azaz megfordítva: ha az Alabama-paradoxon előfordulhat, akkora a népességi paradoxon is. A leximin módszer tehát nem népességparadoxon-mentes.

Ezúttal egy újabb példa helyett csak nézzük, hogyan állhat elő a paradoxon! A kulcs itt is egy nagy körzet, ahova anélkül lehet ki-be rakni a körzeteket, hogy a leximin érték jelentősen változna. Demange [2011] definíciója mellett előfordulhat, hogy egy eredetileg kis körzetekkel rendelkező nagy A megye nagyot nő, de a körzetek még mindig csak átlagosak lesznek, miközben B egy másik, nagy körzetekkel rendelkező megye, kisebb, átlag feletti növekedést produkál, és így szüksége van újabb körzetre. A nagy megye könnyen kienged egy körzetet, mert ez alig rontja a leximin értéket.

Végül hangsúlyozzuk, hogy a felsorolt paradoxonok a törvényben leírt, illetve a Velencei Bizottság kódexében rögzített ajánlásában megfogalmazott elvekből következnek, maga a leximin eljárás csak egyértelműsíti az eljárást, de nem felelős a paradoxonok kialakulásáért.

## A magyarországi választási körzetek optimális elosztása

Az algoritmus segítségével megvizsgálhatjuk a magyarországi választási körzetek megyék közötti kiosztásának kérdését is. Itt is a 2010. évi országgyűlési választások választói létszámait vettük alapul (*Országos Választási Iroda* [2010]).

Az algoritmus első lépésében a kezdeti megoldásban a körzetek száma 108 lett, vagyis két megyében vált szükségessé a csökkentés. A lexikografikusan minimális eredményt úgy kaphatjuk, ha a Pest megyére és Budapestre jutó választókerületek számát csökkentjük (6. táblázat). A törvényben javasolt felosztás szinte teljesen azonos ezzel; az egyetlen különbség, hogy ott Pest megye mellett Csongrádban csökkentették a kerületek számát Budapest helyett. A 7. táblázat bemutatja, hogy ha a megyék helyett régiók szerint kellene felosztani a körzeteket, akkor az átlagtól való legnagyobb eltérés sem lépné túl a 3,4 százalékot. Az optimális kiosztás egyébként megegyezik az 4. táblázatban közölt, a legnagyobb különbséget minimalizáló kiosztással.

### 6. táblázat

A választási körzetek elosztása a választási törvény és a lexmin optimális elosztás szerint

Megye	Választók száma (2010)	Körzetek száma		Átlagtól való eltérés (százalék)	
		a törvényben	optimálisan	a törvényben	optimálisan
Budapest	1 407 470	18	17	1,00	6,95
Baranya	325 943	4	4	5,26	5,26
Bács-Kiskun	438 352	6	6	-5,63	-5,63
Békés	308 471	4	4	-0,38	-0,38
Borsod-Abaúj-Zemplén	567 910	7	7	4,80	4,80
Csongrád	345 945	4	5	11,72	-10,63
Fejér	351 237	5	5	-9,26	-9,26
Győr-Moson-Sopron	364 894	5	5	-5,73	-5,73
Hajdú-Bihar	439 618	6	6	-5,35	-5,35
Heves	257 490	3	3	10,87	10,87
Jász-Nagykun-Szolnok	324 869	4	4	4,91	4,91
Komárom-Esztergom	255 396	3	3	9,97	9,97
Nógrád	170 463	2	2	10,10	10,10
Pest	973 668	12	12	4,81	4,81
Somogy	268 844	4	4	-13,18	-13,18
Szabolcs-Szatmár-Bereg	450 556	6	6	-3,00	-3,00
Tolna	196 751	3	3	-15,28	-15,28
Vas	215 773	3	3	-7,09	-7,09
Veszprém	300 081	4	4	-3,09	-3,09
Zala	242 236	3	3	4,30	4,30
Összesen	8 205 967	106	106		

## 7. táblázat

A körzetek optimális elosztása a megyei helyett a régióhatárok figyelembevételével

Régió	Választók száma (2010)	Körzetek száma		Átlagtól való eltérés (százalék)	
		a törvényben	optimálisan	a törvényben	optimálisan
Észak-Magyarország	995 863	12	13	10,87	1,05
Észak-Alföld	1 215 043	16	16	5,35	1,90
Dél-Alföld	1 092 768	14	14	11,72	0,83
Közép-Magyarország	2 381 138	30	30	4,81	2,53
Közép-Dunántúl	906 714	12	12	9,97	2,40
Nyugat-Dunántúl	822 903	11	11	7,09	3,37
Dél-Dunántúl	791 538	11	10	15,28	2,25
Összesen	8 205 967	106	106		

*Megjegyzés:* a törvény a körzeteket megyék között osztja szét, így a körzetek száma a régiókhöz tartozó megyék körzeteinek összesített száma, míg az eltérés a közigazgatási egységeken belüli optimális körzetkiosztás esetén elérhető legkisebb eltérés. Mivel a törvény megyékhez köti a körzeteket, a viszonyítási alap a megyékben mért optimális (legkisebb) eltérések maximuma.

## Kitekintés, előrejelzés

Számításaink a 2010. évi választói adatokon alapszanak – felmerül a kérdés, hogy mennyiben lesznek érvényesek 2014-ben, az első, már az új törvény alapján megrendezett országgyűlési választáson, esetleg szükség lehet-e már akkor a körzetek megváltoztatására. Ilyen változást a törvény az átlagtól való 20 százalék feletti eltérés esetén ír elő.

A megyék közül egyértelműen Tolna a kritikus, hiszen itt már a törvény megszületésekor is a megengedett 15 százaléknál nagyobb a megyei választókörzeteknek az átlagostól vett átlagos eltérése. Tolna megye 15 évesnél idősebb népessége – részletesebb adatok hiányában ezzel közelítjük a szavazókorú népességet – évi 8 ezrelék körüli fogyást mutat (KSH [2011]). Bár meglehetősen spekulatív ezekből az adatokból általánosítani az évekkal későbbi folyamatokra, különös tekintettel arra, hogy a migrációs adatok népességre és nem szavazókra vonatkoznak, valószínűsíthetjük, hogy 2014-re Tolna megye népessége a 2010. évi adatokhoz képest legfeljebb 2-3 százalékos csökkenést mutat, amit tovább tompít a teljes népesség évi körülbelül 0,5 ezrelékes fogyása. 2014-ben az átlagos Tolna megyei választókörzet várhatóan 17-18 százalékkal lesz kisebb az országos átlagnál. Nem kizárt azonban, hogy 2018-ra szükséges lesz a törvény szerint a választókörzetek újraosztása, hiszen addigra a szám 20 százalék fölé emelkedhet.

Előfordulhat-e, hogy az újraosztás sem segít a 20 százalék feletti eltérésen? Könnyen belátható, hogy idealizált modellünkben, kisebb népességváltozások esetén ez



nem fordulhat elő: ha  $A$  a választókörizetek átlagos mérete,  $T$  pedig Tolna megye mérete, akkor a megoldás szempontjából legkedvezőtlenebb esetben a két, illetve a három körzettel számolva egyformán rossz eredményt kapunk. Ekkor:

$$\left(\frac{T}{2} - A\right) / A = \left(A - \frac{T}{3}\right) / A.$$

Ebből  $T = (12/5)A$ , és ekkor az eltérés mindkét irányban pontosan 20 százalék. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy ez az érték csak az idealizált környezetben érvényes, a választókörizetek megyén belüli kijelölésével kapcsolatos nehézségek miatt egy ilyen szélsőséges esetben a 20 százalékos határ sem lesz tartható.

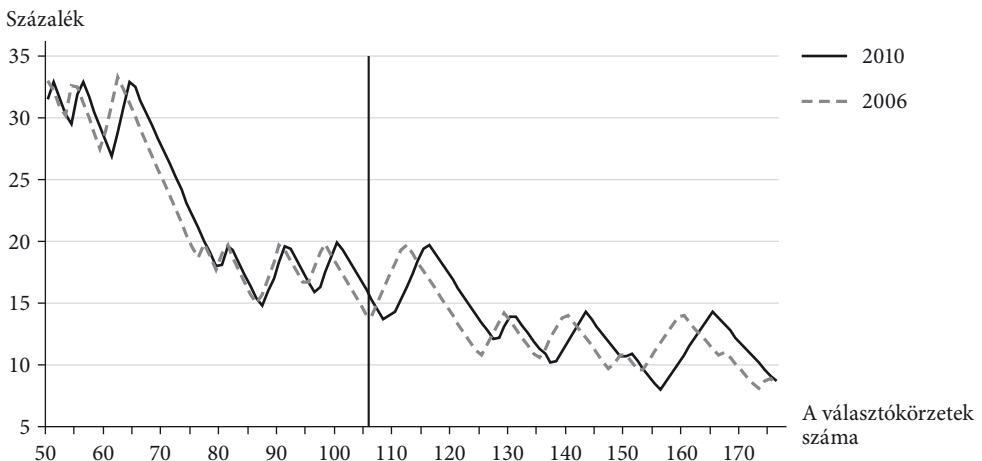
### A választókörizetek száma

Az eredmény alapvetően függ attól is, hogy a kritikus megye jelen esetben két vagy három körzetet kap-e. Általánosságban: ha a kritikus megye  $k$  vagy  $k + 1$  körzetet kap, akkor ideális körülmények esetén a legnagyobb eltérés is kisebb lesz, mint  $1/(2k + 1)$ . Ez azt jelenti, hogy ha a kritikus megye 3 vagy 4 körzetet kap, akkor az eltérés  $1/7$ -nél, azaz 14,3 százaléknál nem lesz nagyobb. Ez pedig még hagy is némi tartalékot a körzetek kialakítása során felmerülő problémák esetére, azaz ekkor már a Velencei Bizottság által javasolt 15 százalékos korlát is tartható.

Megvizsgáltuk, hogy mennyire érzékenyek a kapott eredmények a törvényben rögzített körzetszámra nézve. A kapott eredményeket az 1. ábrán láthatjuk. Az ábra az átlagtól való legnagyobb eltéréseket ábrázolja a körzetszám függvényében. Ezen jól látható, hogy bár igen erős helyi ingadozás figyelhető meg, világosan leolvasható az imént kapott  $1/3$ -os,  $1/5$ -ös, illetve  $1/7$ -es plafon.

#### 1. ábra

Az átlagtól való legnagyobb eltérés alakulása a szavazókörizetek számának függvényében a 2006. és 2010. évi választói adatok alapján. A függőleges vonal a 106 körzetet jelöli

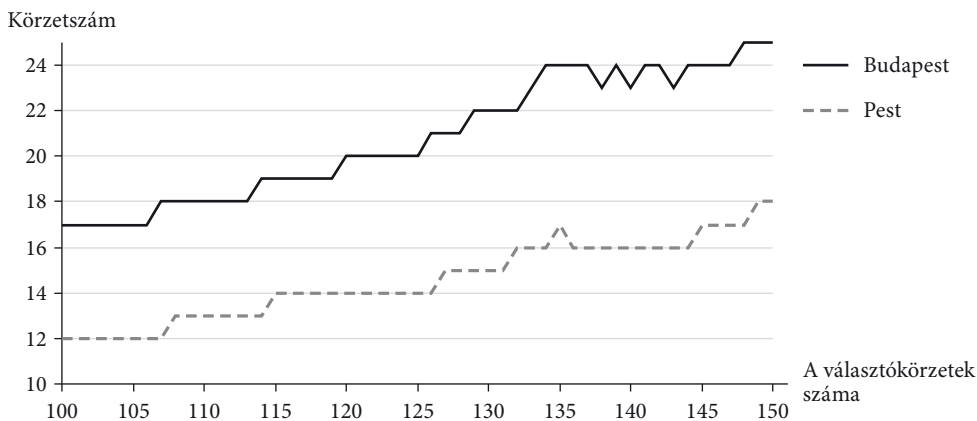


Érdekes módon a plafontól alig-alig távolodunk el, így az, hogy a körzetek mérete az átlagtól számított 15 százalékos sávban maradjon, ilyen méretű parlamentben gondolkodva, a legritkább esetben teljesül. Számításaink szerint 108 lenne az optimális körzetszám, hiszen ekkor csak 13,6 százalék lenne a legnagyobb eltérés. Sajnos ezek a számok erősen függenek a választói létszámok alakulásától, így például a 2006. évi adatokból kiindulva, éppen a 106 körzet az optimális, míg a 108 körzet esetén több mint 16 százalékos eltérést tapasztalunk – egyébként nem Tolna, hanem Nógrád megyében.

Ezek alapján két megoldás körvonalazódik. Vagy egy jóval nagyobb, 130 körüli körzetszámban gondolkodunk, ahol a 15 százalékos plafon szinte garantálható, vagy megengedjük, hogy a körzetek száma bizonyos határok között mozogjon, mindig azt a számot választva, amelyre a legkisebb a legnagyobb átlagtól való eltérés, s ezáltal erre a legdemokratikusabb a körzetek kiosztása. Egy változó körzetszámmal működő választási rendszer talán kiszámíthatatlannak tűnik első hallásra, de ne felejtjük el, hogy az új vagy megszűnő körzetek csak egy-egy, egy körzet áthelyezése két megyét érint, de várhatóan a szükséges módosítások csak néhány megyében igénylik a körzetek átrajzolását, hasonló felülvizsgálati követelményt pedig már a most elfogadott törvény is tartalmaz.

## 2. ábra

Budapest és Pest megye körzeteinek száma az egyéni választóköri körzetek számának függvényében



Érdekes megnézni, hogy a körzetszám változtatása esetén mennyire valószínű az Alabama-paradoxon felbukkanása. Emlékeztet, hogy a 19. századi Egyesült Államokban, ahol vélhetően sokkal kiszámíthatóbb volt a választások kimenetele, egy érintett képviselő személyes támadásnak érezte, hogy az államában csökkenne a képviselők száma (Balinski–Young [1982]). Végül ott egy olyan körzetszámot határoztak meg, ahol egyik állam sem „veszít” képviselőt, azaz minden állam legalább annyi képviselőt kap, mint bármelyik kisebb körzetszámra. Érdekes kérdés, hogy ez elvben mindig teljesülhet-e. Minket most a magyar választási rendszer érdekel, így megvizsgáltuk a paradoxon előfordulását a Magyarország számára releváns 100–150

fős tartományban. A 2. ábra Budapest és Pest megye választókörzeteinek számát mutatja az összes körzet számának függvényében. Jól látható, hogy az Alabama-paradoxon több alkalommal is előfordul, igaz, csak jóval magasabb körzetszámra, és csak e két megye esetében.<sup>3</sup> Ennek magyarázata kézenfekvő: a nagyobb megyék pufferként működve a lexmin sorrend jelentős rontása nélkül is „tárolni” vagy „kölcsönözni” tudnak néhány körzetet az olyan, kisebb megyék számára, ahol a lexmin szempontjából nagyon fontos, hogy a körzetek száma optimális legyen.

## Összegzés

Az egyéni választási körzetek kialakítása legalább három problémára bontható. Alapvető kérdés a körzetek száma: egy kisebb parlament olcsóbb és demokratikusabb (Kóczy–Pintér [2011]). A második feladat a körzetek szétoztása az ország különböző területi egységei között. Ezt egyebek mellett adminisztrációs okokkal indokolhatjuk. A harmadik feladat a körzetek kialakítása a területi egységeken belül. A körzetek kialakítása több szempontból is érdekes, ilyenkor mindig felmerül a gyanú, hogy ebben a törvényhozó érdekei érvényesülnek. Minket a probléma csak a választópolgárok közötti igazságosság szempontjából érdekel, ezért elsősorban a második problémával, a körzetek szétoztásával foglalkoztunk.

Elemzésünkben feltételeztük, hogy a megyéken belül a körzetek kialakítása ideális: a rendelkezések – amelyek szerint a kistépelülések nem megoszthatók, illetve hogy a szavazókörzeteknek összefüggőknek kell lenniük – jelentős megyén belüli méretkülönbségekhez vezethetnek.

Mindenekelőtt megállapítottuk, hogy idealizált, tehát egyforma méretű körzetekkel rendelkező megyék esetén sem tartható a törvényben rögzített legfeljebb 15 százalékos átlagtól való eltérés Tolna megyében. A választási törvénnyel és a *Velenicei Bizottság* [2002] választási kódexével összhangban optimális elosztásként a lexmin megoldást javasoltuk, majd ezt a megoldást felhasználva elemeztük a választási törvényt. Számításainkat a 2010. évi választói adatokra alapoztuk. A törvényben rögzített megoldás csupán egy ponton tér el az általunk javasolttól: elvennénk Budapesttől egy körzetet, és Csongrád megyének adnánk, ezzel csökkentve a lexikografikus eltérésvektort.

Bár Tolna megye 15,3 százalékos eltérése nem mondható jelentős túllépésnek, a megye felnőtt népességének fogyása rendre meghaladja az országét, ezért ez az eltérés ciklusonként körülbelül 3 százalékkal nőhet, így 2018 előtt minden bizonyosan módosításra szorul majd a törvény. Igazoltuk, hogy ha a legkisebb megyék is kapnak két-három körzetet, megfelelő átrendezéssel *elvben* mindig 20 százalékon vagy alatta tartható a legnagyobb eltérés. Gyakorlatilag előfordulhat olyan eset, hogy a törvény egyéb rendelkezései miatt a megyén belül különböző méretű körze-

<sup>3</sup> Egy szélesebb tartományon vizsgálva a következő legnépesebb, Borsod-Abaúj-Zemplén megye esetében is előfordul a paradoxon: 239 egyéni választókörzet esetén a megye 17, míg 240 körzet esetén csak 16 körzetet kap.

teket kell kialakítani, és így már nem mindig megvalósítható a 20 százalékos határ betartása. Mivel az optimális megoldásban talált legnagyobb eltérés erősen függ a körzetek számától, megoldás lehet a körzetek számának kismértékű változtatása. Érdekes, hogy körülbelül 130 körzet felett a legnagyobb elvi eltérés mindig 14,3 százalék alatt van, így akár a 15 százalékos határ is tartható szinte minden esetben. Végül megjegyezzük, hogy a megyék helyett a régiókat alapul véve, az eltérés kevesebb mint 3,5 százalék.

A törvényben rögzített kiosztás előállítható a lexmin algoritmus kvótákat is figyelembe vevő módosításával vagy több más ismert, egyszerű eljárással is. Sajnos ezek mindegyikére igaz, hogy bizonyos elosztási problémák esetén jóval kedvezőtlenebb kiosztáshoz vezetnek; akár olyan esetben is sértve a törvény előírásait, amikor matematikai értelemben erre semmi szükség. A kiosztási folyamat átláthatósága miatt is szerencsés lenne, ha a törvényalkotó mellékelné a jogszabályhoz az alkalmazott algoritmust is.

## Hivatkozások

- BALINSKI, M. L.–RAMIREZ, V. [2012]: Parametric vs. divisor methods of apportionment. *Annals of Operations Research*, <http://www.springerlink.com/index/10.1007/s10479-012-1120-7>.
- BALINSKI, M. L.–YOUNG, H. P. [1975]: The quota method of apportionment. *The American Mathematical Monthly*, Vol. 82. No. 7. 701–730. o. <http://www.jstor.org/stable/10.2307/2318729>.
- BALINSKI, M. L.–YOUNG, H. P. [1982]: *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*. Yale University Press, New Haven.
- BARBERÀ, S.–JACKSON, M. O. [2006]: On the weights of nations: assigning voting weights in a heterogeneous union. *Journal of Political Economy*, Vol. 114. No. 2. 317–339. o. <http://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/501172>.
- BEUMER, M. [2010]: *Apportionment in Theory and Practice*. University of Amsterdam, <http://www.science.uva.nl/pub/theory/illc/researchreports/MoL-2010-07.text.pdf>.
- BURT, O. R.–HARRIS, C. C. [1963]: Apportionment of the US House of Representatives: A minimum range, integer solution, allocation problem. *Operations Research*, Vol. 11. No. 4. 648–652. o. <http://www.jstor.org/stable/10.2307/168010>.
- CHESSA, M.–FRAGNELLI, V. [2012]: A note on “Measurement of disproportionality in proportional representation systems”. *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 55. No. 3–4. 1655–1660. o. <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0895717711005589>.
- COATE, S.–KNIGHT, B. [2007]: Socially optimal districting: a theoretical and empirical exploration. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 122. No. 4. 1409–1471. o. <http://qje.oxfordjournals.org/content/122/4/1409.short>.
- DEMANGE, G. [2011]: On party-proportional representation under district distortions. *Mathematical Social Sciences*, Vol. 63. No. 2. 181–191. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2011.10.002>.
- EDELMAN, P. H. [2006]: *Minimum Total Deviation Apportionments*. Megjelent: *Simeone, B.–Pukelsheim, F. (szerk.): Mathematics and Democracy*. Berlin Heidelberg: Springer, 55–64. o. [http://dx.doi.org/10.1007/3-540-35605-3\\_4](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-35605-3_4).

- GAMBARELLI, G. [1999]: Minimax Apportionments. *Group Decision and Negotiation*, 8. 441–461. o.
- GAMBARELLI, G.–PALESTINI, A. [2007]: Minimax Multi-District Apportionments. *Homo Oeconomicus*, 24. 335–356. o. [http://www2.dse.unibo.it/dsa/utenti/arsen.palestini2@unibo.it/attachments/01\\_Gambarelli.-24-3.pdf](http://www2.dse.unibo.it/dsa/utenti/arsen.palestini2@unibo.it/attachments/01_Gambarelli.-24-3.pdf).
- GILBERT, E. J.–SCHATZ, J. A. [1964]: An Ill-Conceived Proposal for apportionment of the US House of Representatives. *Operations Research*, Vol. 12. No. 5. 768–773. o.
- GRIMMETT, G. R. [2011]: European Apportionment via the Cambridge Compromise. <http://arxiv.org/pdf/1105.4294v2.pdf>.
- GRIMMETT, G. R.–OELBERMANN, K.-F.–PUKELSHEIM, F. [2011]: A power-weighted variant of the EU27 Cambridge Compromise. <http://arxiv.org/pdf/1108.1315v1.pdf>.
- GUL, F.–PESENDORFER, W. [2010]: Strategic redistricting. *The American Economic Review*, Vol. 100. No. 4. 1616–1641. o. <http://www.ingentaconnect.com/content/aea/aer/2010/00000100/00000004/art00012>.
- GÖDRI IRÉN–SPÉDER Zsolt [2009]: Belföldi vándorlás. Megjelent: *Monostori Judit és szerzőtársai* (szerk.): Demográfiai portré. Budapest: KSH Népeségstudományi Kutató Intézet, 109–117. o. [http://www.demografia.hu/letoltes/kiadvanyok/DemPort/10godri\\_speder.pdf](http://www.demografia.hu/letoltes/kiadvanyok/DemPort/10godri_speder.pdf).
- HANDLEY, L. [2007]: Boundary Delimitation. Megjelent: *Challenging the Norms and Standards of Election Administration*. IFES, 59–74. o.
- HOSLI, M. O. [1999]: Power, Connected Coalitions, and Efficiency: Challenges to the Council of the European Union. *International Political Science Review*, Vol. 20. No. 4. 371–391. o. <http://ips.sagepub.com/cgi/doi/10.1177/0192512199204004>.
- KARPOV, A. [2008]: Measurement of disproportionality in proportional representation systems. *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 48. No. 9–10. 1421–1438. o. <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0895717708001933>.
- KELLERMANN, T. [2011]: The minimum-based procedure: A principled way to allocate seats in the European Parliament. *Mathematical Social Sciences*, Vol. 63. No. 2. 102–106. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2011.10>.
- KÓCZY Á. LÁSZLÓ [2011a]: Beyond Lisbon: Demographic trends and voting power in the European Union Council of Ministers. *Mathematical Social Sciences*, Vol. 63. No. 2. 158–152. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2011.08.005>.
- KÓCZY Á. LÁSZLÓ [2011b]: Lisszaboni kilátások. *Közgazdasági Szemle*, 58. évf. 12. sz. 1045–1058. o.
- KÓCZY Á. LÁSZLÓ–PINTÉR MIKLÓS [2011]: Az ellenzék ereje – általánosított súlyozott szavazási játékok. *Közgazdasági Szemle*, 58. évf. 6. sz. 543–551. o. <http://www.kszemle.hu/tartalom/cikk.php?id=1248>.
- KSH [2011]: A további számított népesség száma megyék és a település jogállása szerint 1990–2010. Központi Statisztikai Hivatal, Budapest.
- LAUWERS, L.–PUYENBROECK, T. V. [2006]: The Hamilton Apportionment Method Is Between the Adams Method and the Jefferson Method. *Mathematics of Operations Research*, Vol. 31. No. 2. 390–397. o. <http://www.jstor.org/stable/10.2307/25151731>.
- MÉSZÁROS JÓZSEF–SOLYMOSSI NORBERT–SPEISER FERENC [2007]: Spatial distribution of political parties in Hungary 1990–2006. *Political Geography*, Vol. 26. No. 7. 804–823. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.polgeo.2007.06.002>.
- MÉSZÁROS, J.–SZAKADÁT ISTVÁN [1993]: Választási eljárások – választási rendszerek. Budapest, <http://mycite.omikk.bme.hu/doc/88355.pdf>.

- ORSZÁGOS VÁLASZTÁSI IRODA [2010]: Választókerületek és a közgyűlésben betölthető mandátumok száma az egyes megyékben. [http://www.valasztas.hu/hu/onkval2010/467/467\\_0\\_index.html](http://www.valasztas.hu/hu/onkval2010/467/467_0_index.html).
- PENROSE, L. S. [1946]: The elementary statistics of majority voting. *Journal of the Royal Statistical Society*, 109. No. 1. 53–57. o. <http://www.jstor.org/stable/2981392>.
- PITLIK, H.–SCHNEIDER, F.–STROTMANN, H. [2006]: Legislative Malapportionment and the Politicization of Germany’s Intergovernmental Transfer System. *Public Finance Review*, Vol. 34. No. 6. 637–662. o. <http://pfr.sagepub.com/content/34/6/637.short>.
- SAMUELS, D.–SNYDER, R. [2001]: The Value of a Vote: Malapportionment in Comparative Perspective. *British Journal of Political Science*, Vol. 31. No. 04. 651–671. o. [http://journals.cambridge.org/abstract\\_S0007123401000254](http://journals.cambridge.org/abstract_S0007123401000254).
- SERAFINI, P. [2011]: Allocation of the EU Parliament seats via integer linear programming and revised quotas. *Mathematical Social Sciences*. Vol. 63. No. 2. 107–113. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2011.08.006>.
- TASNÁDI ATTILA [2007]: Statikus elosztások jellemzése. *Köz-gazdaság*, 2. évf. 2. sz. 103–126. o.
- TASNÁDI ATTILA [2011]: The Political Districting Problem: A Survey. *Society and Economy*. Vol. 33. No. 3. 543–554. o. <http://www.akademiai.com/content/c57v8242111x0673/fulltext.pdf>.
- VELENCEI BIZOTTSÁG [2002]: Választási magatartási kódex. Joggal a Demokráciáért Európai Bizottság (Velencei Bizottság), Velence.
- ŻYCZKOWSKI, K.–SŁOMCZYŃSKI, W. [2004]: Voting in the European Union: The square root system of Penrose and a critical point. Varsó, <http://arxiv.org/ftp/cond-mat/papers/0405/0405396.pdf>.

## Függelék

### F1. táblázat

Az egyes megyékre jutó körzetek száma a választókörzetek számának függvényében

	Budapest	Baranya	Bács-Kiskun	Békés	Borsod-Abaúj-Zemplén	Csongrád	Fejér	Győr-Sopron-Moson	Hajdú-Bihar	Heves	Jász-Nagykun-Szolnok	Komárom-Esztergom	Nógrád	Pest	Somogy	Szabolcs-Szatmár-Bereg	Tolna	Vas	Veszprém	Zala
100	17	4	5	4	7	4	4	5	5	3	4	3	2	12	3	6	2	3	4	3
101	17	4	5	4	7	4	4	5	5	3	4	3	2	12	3	6	3	3	4	3
102	17	4	5	4	7	4	4	5	6	3	4	3	2	12	3	6	3	3	4	3
103	17	4	6	4	7	4	4	5	6	3	4	3	2	12	3	6	3	3	4	3
104	17	4	6	4	7	4	5	5	6	3	4	3	2	12	3	6	3	3	4	3
105	17	4	6	4	7	4	5	5	6	3	4	3	2	12	4	6	3	3	4	3
106	17	4	6	4	7	5	5	5	6	3	4	3	2	12	4	6	3	3	4	3



## Fl. táblázat folytatása

	Budapest	Baranya	Bács-Kiskun	Békés	Borsod-Abaúj-Zemplén	Csongrád	Fejér	Győr-Sopron-Moson	Hajdú-Bihar	Heves	Jász-Nagykun-Szolnok	Komárom-Esztergom	Nógrád	Pest	Somogy	Szabolcs-Szatmár-Bereg	Tolna	Vas	Veszprém	Zala
107	18	4	6	4	7	5	5	5	6	3	4	3	2	12	4	6	3	3	4	3
108	18	4	6	4	7	5	5	5	6	3	4	3	2	13	4	6	3	3	4	3
109	18	4	6	4	8	5	5	5	6	3	4	3	2	13	4	6	3	3	4	3
110	18	4	6	4	8	5	5	5	6	4	4	3	2	13	4	6	3	3	4	3
111	18	4	6	4	8	5	5	5	6	4	4	4	2	13	4	6	3	3	4	3
112	18	5	6	4	8	5	5	5	6	4	4	4	2	13	4	6	3	3	4	3
113	18	5	6	4	8	5	5	5	6	4	5	4	2	13	4	6	3	3	4	3
114	19	5	6	4	8	5	5	5	6	4	5	4	2	13	4	6	3	3	4	3
115	19	5	6	4	8	5	5	5	6	4	5	4	2	14	4	6	3	3	4	3
116	19	5	6	4	8	5	5	5	6	4	5	4	3	14	4	6	3	3	4	3
117	19	5	6	4	8	5	5	5	6	4	5	4	3	14	4	6	3	3	4	4
118	19	5	6	4	8	5	5	5	6	4	5	4	3	14	4	7	3	3	4	4
119	19	5	6	5	8	5	5	5	6	4	5	4	3	14	4	7	3	3	4	4
120	20	5	6	5	8	5	5	5	6	4	5	4	3	14	4	7	3	3	4	4
121	20	5	6	5	8	5	5	5	7	4	5	4	3	14	4	7	3	3	4	4
122	20	5	6	5	8	5	5	5	7	4	5	4	3	14	4	7	3	3	5	4
123	20	5	7	5	8	5	5	5	7	4	5	4	3	14	4	7	3	3	5	4
124	20	5	7	5	8	5	5	6	7	4	5	4	3	14	4	7	3	3	5	4
125	20	5	7	5	9	5	5	6	7	4	5	4	3	14	4	7	3	3	5	4
126	21	5	7	5	9	5	5	6	7	4	5	4	3	14	4	7	3	3	5	4
127	21	5	7	5	9	5	5	6	7	4	5	4	3	15	4	7	3	3	5	4
128	21	5	7	5	9	5	6	6	7	4	5	4	3	15	4	7	3	3	5	4
129	22	5	7	5	9	5	6	6	7	4	5	4	3	15	4	7	3	3	5	4
130	22	5	7	5	9	6	6	6	7	4	5	4	3	15	4	7	3	3	5	4
131	22	5	7	5	9	6	6	6	7	4	5	4	3	15	4	7	3	4	5	4
132	22	5	7	5	9	6	6	6	7	4	5	4	3	16	4	7	3	4	5	4
133	23	5	7	5	9	6	6	6	7	4	5	4	3	16	4	7	3	4	5	4
134	24	5	7	5	9	6	6	6	7	4	5	4	3	16	4	7	3	4	5	4
135	24	5	7	5	9	6	6	6	7	4	5	4	3	17	4	7	3	4	5	4
136	24	5	7	5	9	6	6	6	7	4	5	4	3	16	5	8	3	4	5	4

F1. táblázat folytatása

	Budapest	Baranya	Bács-Kiskun	Békés	Borsod-Abaúj-Zemplén	Csongrád	Fejér	Győr-Sopron-Moson	Hajdú-Bihar	Heves	Jász-Nagykun-Szolnok	Komárom-Esztergom	Nógrád	Pest	Somogy	Szabolcs-Szatmár-Bereg	Tolna	Vas	Veszprém	Zala
137	24	5	7	5	10	6	6	6	7	4	5	4	3	16	5	8	3	4	5	4
138	23	6	7	5	10	6	6	6	7	4	6	4	3	16	5	8	3	4	5	4
139	24	6	7	5	10	6	6	6	7	4	6	4	3	16	5	8	3	4	5	4
140	23	6	8	5	10	6	6	6	8	4	6	4	3	16	5	8	3	4	5	4
141	24	6	8	5	10	6	6	6	8	4	6	4	3	16	5	8	3	4	5	4
142	24	6	8	5	10	6	6	6	8	5	6	4	3	16	5	8	3	4	5	4
143	23	6	8	5	10	6	6	6	8	5	6	5	3	16	5	8	4	4	5	4
144	24	6	8	5	10	6	6	6	8	5	6	5	3	16	5	8	4	4	5	4
145	24	6	8	5	10	6	6	6	8	5	6	5	3	17	5	8	4	4	5	4
146	24	6	8	6	10	6	6	6	8	5	6	5	3	17	5	8	4	4	5	4
147	24	6	8	6	10	6	6	7	8	5	6	5	3	17	5	8	4	4	5	4
148	25	6	8	6	10	6	6	7	8	5	6	5	3	17	5	8	4	4	5	4
149	25	6	8	6	10	6	6	7	8	5	6	5	3	18	5	8	4	4	5	4
150	25	6	8	6	10	6	6	7	8	5	6	5	3	18	5	8	4	4	6	4