

VIRÁG Miklós – KRISTÓF Tamás

IPARÁGI RÁTÁKON ALAPULÓ CSŐDELŐREJELZÉS SOKVÁLTOZÓS STATISZTIKAI MÓDSZEREKKEL*

A tanulmány célja nyilvánosan hozzáférhető éves beszámoló adatok alapján az iparági hovatartozást is figyelembe vevő, magas besorolási pontosságú csődelőrejelzési modellek elkészítése. A tanulmány a négy leggyakrabban alkalmazott csődelőrejelzési módszer segítségével, ugyanarra az adatbázisra épít csődmodelleket, elvégzi összehasonlító elemzésüket és értékeli azok megbízhatóságát.

A szervezetek fennmaradásának vizsgálata hosszú idő óta foglalkoztatja a vezetés- és szervezéstudomány területén tevékenykedő kutatókat. A csődelőrejelzés a vállalatok fennmaradását vizsgáló kutatások empirikus vizsgálatát igyekszik támogatni. A vállalati fizetőképesség és csőd mélyreható vizsgálata reményeink szerint segíthet kiegyensúlyozni azt a tényt, hogy a szervezetkutatások döntő többsége inkább sikeres vállalatokra koncentrál (Kristóf, 2005).

Az intuitív véleményalkotáson túlmenően valamely vállalat fizetőképességének és gazdálkodási helyzetének megítéléséhez hagyományosan a mérleg, eredménykimutatás és a cash flow kimutatás elemzésén át vezet az út. A nyilvánosan hozzáférhető éves beszámoló adatainak elemzésével betekintést nyerhetünk tetszőleges vállalat vagyoni, pénzügyi és jövedelmi helyzetébe. Az említett pénzügyi kimutatások adathalmazát a pénzügyi mutatók tömörítik az elemzések számára hasznosítható információkká (Virág, 2004). Jelen tanulmányban a hangsúly a „tetszőleges” jelzőn van, vagyis a külső elemző számára részleteiben nem ismert vállalatról igyekszünk a legkorszerűbb többváltozós kvantitatív módszerek felhasználásával ítéletet alkotni.

A csődelőrejelzés rövid története

A csődelőrejelzés hős korának számító XX. század első kétharmadában nem álltak rendelkezésre fejlett statisztikai módszerek és számítógépek a csődelőrejelzést végzők számára. A fennmaradt és a csődbe jutott

vállalatok pénzügyi mutatószámait hasonlították össze, és megállapították, hogy a leggyakrabban alkalmazott eladósodottsági, likviditási, jövedelmezőségi és forgási sebesség mutatószámok a csődbe jutott vállalatok esetében alacsonyabbak, illetve kedvezőtlenebbek voltak (Fitzpatrick, 1932).

Az 1960-as végéig egyváltozós statisztikai módszerek segítségével ítélték meg a vállalatok fizetőképességét. Beaver (1966) harminc, a szakirodalomban gyakran említett pénzügyi mutatót talált relevánsnak a vállalati fizetőképesség jövőjének megítélés szempontjából. Egyváltozós diszkriminancia-analízis segítségével vizsgálta a mutatókat 79 pár fizetőképes/fizetéseképtelen vállalatra. A legjobb eredményt a cash flow és az összes eszköz aránymutatóval érte el, amely 90 százalékos megbízhatósággal mutatta meg a fizetéseképtelenséget egy évvel a csőd bekövetkezése előtt.

Az 1960-as évek végétől a többváltozós diszkriminancia-analízist alkalmazták csődelőrejelzésre. Altman (1968) 33 pár fizetőképes/fizetéseképtelen vállalat mintájára, öt pénzügyi mutatóra, többváltozós diszkriminancia-analízis segítségével építette fel világhírné csődmodelljét, amely 95 százalékos pontossággal volt képes felismerni az eredeti mintában szereplő csődös és problémamentes vállalatokat. A többváltozós diszkriminancia-analízis bázisán Altman, Haldeman és Narayanan (1977) kifejlesztette a hétváltozós ZETA modellt 58 fizetőképes és 53 fizetéseképtelen vállalat mintájára.

Az 1980-as években a diszkrimancia-analízis mellett megjelent és egyre inkább elterjedt logisztikus regresszió elemzés, amely egészen az 1990-es évek közepéig a leggyakrabban alkalmazott csődmodellezési, -előrejelzési eljárás lett. A vállalati fizetőképesség reprezentatív mintán keresztül történő előrejelzésére először Ohlson (1980) alkalmazta a logisztikus regresszió elemzést 105 fizetésképtelen és 2058 fizetőképes vállalat mintájára, ezzel is kifejezve, hogy a fizetésképtelen vállalatok a valóságban kisebb arányt képviselnek, mint a fizetőképesek. A csődbe jutás valószínűségének előrejelzése területén mérföldkönek bizonyult az először Zmijewski (1984) által alkalmazott probit-analízis. Szintén az 1980-as évek terméke a rekurzív particionáló algoritmus (Frydman – Altman, Kao, 1985), amely döntési fa formájában ábrázolja a különböző változók és küszöbértékek kombinációit, kiválasztva közülük az előrejelzési értékkel bírót.

Hazánkban a rendszerváltást követő törvényalkotási munka eredményeként, 1991-ben jöttek létre a csődeljárás és a felszámolási eljárás törvényi feltételei – ezért a magyar csődelőrejelzésnek nincsenek több évtizedes hagyományai. A legkorábbi csődmodellt Virág Miklós és Hajdu Ottó dolgozta ki 1990-es és 1991-es éves beszámoló adatok alapján, diszkrimancia-analízis és logisztikus regresszió segítségével (Virág – Hajdu, 1996; Hajdu – Virág, 2001). Az első csődmodell alapjául szolgáló adatbázist a Pénzügyminisztérium bocsátotta rendelkezésre. Jelen tanulmány is ezt az adatbázist fogja felhasználni. A vizsgálatba bevont feldolgozóipari vállalatok közül 1992 augusztusában a fele fizetőképes, a fele fizetésképtelen volt. A mintában szereplő vállalatok legalább 300 főt foglalkoztattak. A modellépítés során 17 pénzügyi mutatószámot vettek figyelembe.

A fenti szerzőpáros 1996-ban elkészített egy korai csődvészélyt jelző modellcsaládot különböző nemzetgazdasági ágakra és ágazatokra vonatkozóan, diszkriminancia-analízis segítségével, közel 10 000 gazdálkodó egység pénzügyi adatai alapján (Virág, 1996). A felépített modellcsaládot a gyakorlatban is tesztelték. Számos hazai pénzügyi intézet építette be minősítési rendszerébe. Ennek eredményeként Magyarországon rendelkezésre állnak a nemzetgazdasági ágaknak és ágazatoknak azok a pénzügyi mutatószámai és a hozzájuk tartozó súlyok, amelyek tekintetében leginkább megkülönböztethető egymástól egy adott nemzetgazdasági ágban vagy ágazatban a csődbe jutott és a túlélő vállalat. Az 1996-os nemzetgazdasági ágakat és ágazatokat átfogó csődmodell-család pontossága – éppen a tevékenységi kör szerinti részletezés miatt – felülmúlta a korábbi modellekét.

Az 1990-es évektől a mesterséges intelligencia módszercsaládba tartozó neurális hálók új lendületet adtak a csődelőrejelzés megbízhatóságának javításához (Kristóf, 2004). Jelen tanulmány szerzői 2004 közepén elvégeztek egy empirikus kutatást az első hazai csődmodell adatbázisán. A kutatás kiinduló feltevése a nemzetközi tapasztalatokat is figyelembe véve az volt, hogy a diszkriminancia-analízis és a logisztikus regresszió elemzés alapján készített modellekhez viszonyítva magasabb besorolási pontossággal rendelkező csődmodelleket kaphatunk, amennyiben a nemlineáris összefüggések leképezésére, valamint a mintafelismerésre alkalmas neurális hálókat használjuk a vállalatok fizetőképes és fizetésképtelen osztályokba való sorolására (Virág – Kristóf, 2005). A végrehajtott empirikus vizsgálat igazolta a hipotézist, hiszen az első hazai csődmodell megfigyelési egységein és pénzügyi mutatóin a neurális háló a diszkriminancia-analízis besorolási pontosságát 8,6 százalékponttal, a logisztikus regresszióét 4,7 százalékponttal haladta meg.

A minta összetétele, alkalmazott mutatók

Az empirikus vizsgálatot az első hazai csődmodell adatbázisán hajtották végre, amely 156 vállalat 1991. évi mérleg és eredménykimutatás adatain alapult. A mintában szereplő vállalatok közül 2 bányai, 10 vas- és fémipari, 54 gépipari, 12 építőipari, 8 vegyipari, 38 könnyűipari és 32 élelmiszeripari ágazatba tartozott. A 156 vállalatból az adatgyűjtés idején 78 fizetőképes és 78 fizetésképtelen volt.

Hangsúlyozni kell, hogy az 1991-es éves beszámoló adatokra felépített csődmodelleket nem célszerű ma már használni, ráadásul a 156 vállalat meglehetősen kis mintának számít. Az előrejelzési módszerek kipróbálására, különböző modellkísérletek végrehajtására és az előrejelzések megbízhatóságának értékelésére azonban az adatbázis kiválóan alkalmazható.

Az első hazai csődmodell adatbázisának alapadataiból 16 pénzügyi mutató reprodukálására került sor. A pénzügyi mutatók mindegyike arányskálán kvantifikálható folytonos változó. A fizetőképesség ténye kategóriaképző ismérv, 1 és 0 értékeket felvehető *dummy* változó. A modellváltozók a fizetőképességgel bizonyítottan összefüggésben lévő likviditási, forgási sebesség, eladósodottsági és jövedelmezőségi mutatók közül kerültek ki. A mérleg- és eredménykimutatás adatokból származtatott mutatók számítási eljárásait az 1. táblázat tartalmazza.

A *likviditási mutató* arról tájékoztat, hogy adott vállalat hitelezői milyen biztonsággal számíthatnak köve-

telésük érvényesítésére. A magasabb érték jobb likviditást jelent. A *likviditási gyorsráta* a gyors fizetőképességet próbálja jelezni azáltal, hogy a számlálóban szereplő forgóeszközök közé nem számítja be az elvileg hosszabb idő alatt értékesíthető raktárkészletet. A *pénzeszközök aránymutatóra* azért van szükség, mert a likviditási gyorsráta számlálója még tartalmazza pl. a vevői követeléseket is. A vevők fizetési hajlandósága nagymértékben befolyásolhatja a likviditás alakulását, ezért lényeges, hogy a forgóeszközökön belül milyen részarányt képviselnek a pénzeszközök. A három mutató együttesen jelzi statikus szemléletben, hogy milyen mértékben áll fenn a vállalat fizetőképessége. A vállalatokat azonban folyamatosan működő egységként kell tekinteni, ezért a fenti mutatókat a pénzügyi elemzők gyakran egészítik ki különböző dinamikus likviditási mutatókkal, amely közül az egyik legismertebb a működésből származó *cash flow és az összes tartozás aránya*.

A *tőkeellátottsági mutató* a későbbiekben szereplő eladósodottsági mutatók mellett a nehezebben mobilizálható eszközök és a saját vagyon viszonyával egyfajta tőkeszerkezeti mutatóként szerepel a vizsgálatban.

A forgási sebesség mutatók segítségével megítélhető, hogy a vállalat milyen aktívan használja fel eszközeit. Az *eszközök forgási sebessége* a különböző eszközcsoportok együttes forgási sebességét, a *készletek*

forgási sebessége a készletgazdálkodás hatékonyságát, a *vevők forgási sebessége* a kintlévőségek realizálásának gyorsaságát mutatja. Minél nagyobb valamely forgási sebesség, vagyis minél rövidebb egy forgás időtartama, annál pozitívabbnak értékelhetjük az elemzés tárgyát képező eszközcsoporttal való gazdálkodás hatékonyságát.

Az adósság mutatók közül alapvető jelentőségű az idegen tőke arányát kifejező *eladósodottsági mutató*, valamint a *saját vagyon aránymutató*. Ezek önmagukban nem adnak egyértelmű választ a vállalat tényleges fizetőképességéről, azonban a könyv szerinti eszközérték saját/idegen tőkéből történő finanszírozási aránya a többi mutatóval együtt tapasztalatok szerint jó mérőszáma a vállalat eladósodottságának. A *bonitás* az idegen tőke és a saját tőke egymáshoz való viszonya segítségével nyújt felvilágosítást a hitelezők és a tulajdonosok követelésének arányáról.

A *befektetett eszközök hosszú lejáratú hitelekkel való fedezettsége*, illetve a *forgóeszközök rövid lejáratú hitelekkel való fedezettsége* az előzőeknél viszonylag ritkábban használt mutatószámok – a rövid és a hosszú lejáratú idegen források és a releváns eszközcsoportok közötti egyensúly szemléltetésére szolgálnak.

A jövedelmezőségi mutatók közül jól bevált elemző eszközök az *árbevétel-arányos nyereség* (ROS) és a *saját vagyonarányos nyereség* (ROE)

1. táblázat

Az alkalmazott pénzügyi mutatók számítás módja

A mutató megnevezése	A mutató számítás módja
Likviditási gyorsráta	(Forgóeszközök – Készletek) / Rövid lejáratú kötelezettségek
Likviditási ráta	Forgóeszközök / Rövid lejáratú kötelezettségek
Pénzeszközök aránya (százalék)	(Pénzeszközök / Forgóeszközök) x 100
Cash flow és összes tartozás aránya	Cash flow / Összes tartozás
Forgóeszközök aránya (százalék)	(Forgóeszközök / Mérlegfőösszeg) x 100
Tőkeellátottsági mutató (százalék)	(Befektetett eszközök + Készletek) / Saját vagyon) x 100
Eszközök forgási sebessége	Nettó árbevétel / Mérlegfőösszeg
Készletek forgási sebessége	Nettó árbevétel / Készletek
Vevők forgási sebessége (nap)	(Vevők x 360) / Nettó árbevétel
Eladósodottság mértéke (százalék)	(Kötelezettségek / Mérlegfőösszeg) x 100
Saját vagyon aránya (százalék)	(Saját tőke / Mérlegfőösszeg) x 100
Bonitás	Kötelezettségek / Saját tőke
Befektetett eszközök hosszú lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	(Hosszú lejáratú hitelek / Befektetett eszközök) x 100
Forgóeszközök rövid lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	(Rövid lejáratú hitelek / Forgóeszközök) x 100
Árbevétel-arányos nyereség (százalék)	(Adózott eredmény / Nettó árbevétel) x 100
Saját vagyonarányos nyereség (százalék)	(Adózott eredmény / Saját tőke) x 100

mutatók. A mutatók jelen vizsgálatban a realizált (adózás utáni) eredményből indulnak ki. Az árbevétel-arányos nyereség egy rentabilitást kifejező mutató, a saját vagyonarányos nyereség pedig tulajdonosi oldalról vizsgálja az elért adózott eredményt.

A 16 változó szimultán figyelembevétele sokváltozós statisztikai eljárásokkal lehetséges a fizetőképesség előrejelzése során. A fentiek alapján kiszámított pénzügyi mutatókat a csőd-előrejelzési módszerek alkalmazása előtt azonban még korrigáltuk a vállalatok iparági hovatartozásának megfelelően az iparági átlagos mutatószámokkal. Elfogadva a szakirodalomban igazolt tényt (Platt, Platt, 1990; Virág, 1996), amely szerint az iparági ráták javítják a csődmodellek besorolási pontosságát, a megfigyelt vállalatok pénzügyi mutatóit átszámítottuk iparági függő viszonyszámokra, ami egy vállalat adott mutatószámának és az iparági középértéknek a hányadosa.

$$(Iparági\ relatív\ ráta)_{k,j,t} = \frac{(Vállalati\ mutatószám)_{k,j,t}}{(Iparági\ átlagos\ ráta)_{j,t} \cdot 100}$$

ahol k : a vállalat
 j : az iparág
 t : a mutatószám fajtája

A nevező 100-zal történő szorzásának az a célja, hogy a százalékos viszonyszámokat hozzáigazítsuk az egyenél nagyobb skaláris értékekhez. Ennek hatására egy adott iparágban az iparágtól függő viszonyszám középértéke bármely időszakban 0,01-es értéket vesz

fel. Az iparági transzformáció előnye, hogy egyrészt végrehajtása kiküszöböli a mutatószámok értékei között fennálló nagyságrendi eltéréseket (pl. a százalékban és a napban kifejezett mutatók esetén). Másrészt a mutatószámok időbeni változásából adódóan kiszűri annak a lehetőségét, hogy a későbbiekben minősítendő cégeknél olyan nagyságrendű mutatószámok jelenjenek meg, amelyeket a mintában szereplő cégek esetén még nem fordultak elő. Az iparági átlagokkal korrigált pénzügyi mutatók alapstatisztikáit a 2. táblázat foglalja össze.

Az iparági ráták alkalmazásán túlmenően jelen tanulmány abban is előrelépést jelent, hogy a mesterséges intelligencia modellek alkalmazásakor elengedhetetlen mintafelosztást kiterjeszti a hagyományos módszerekre is. Erre azért került sor, mert a csődmodelleknek nem a klasszifikációs, hanem sokkal inkább az előrejelzési erejére vagyunk kíváncsiak. Az előrejelzési erő megállapításához a felépített modelleket olyan adatokon kell tesztelni, amelyeket nem vettünk figyelembe a modellépítés során. Ennek érdekében a mintát egyszerű véletlen kiválasztással felosztottuk 75–25 százalékos arányban tanulási és tesztelő részmintákra. A csődmodellek minden módszer alkalmazása esetén tehát 117 vállalat adataira épülnek fel, amelyek megbízhatóságát a fennmaradó 39 vállalat adatain teszteltük. Ezzel az eljárással sokkal realisabb képet kaphatunk a csődmodellek előrejelzési alkalmazhatóságáról, mintha a teljes mintára felépített modellek hibáit és/vagy besorolási pontosságait határoznánk meg.

2. táblázat

A fizetésképtelen és a fizetőképes osztályok mutatószámaira jellemző átlagok és szórások

Pénzügyi mutatók	Átlagok			Szórások		
	Fizetésképtelen	Fizetőképes	Összes	Fizetésképtelen	Fizetőképes	Összes
Likviditási gyorsráta	0,006659	0,013348	0,010004	0,003477	0,009317	0,007771
Likviditási mutató	0,007537	0,012837	0,010187	0,003474	0,008871	0,007222
Pénzeszközök aránya (százalék)	0,02133	0,002259	0,011795	0,030401	0,043271	0,038481
Cash flow és összes tartozás aránya	0,019365	-0,00066	0,009353	0,023412	0,029405	0,028332
Forgóeszközök aránya (százalék)	0,009498	0,010395	0,009946	0,002516	0,002443	0,002513
Tőkeellátottsági mutató (százalék)	0,014053	0,01033	0,012191	0,020207	0,003879	0,014622
Eszközök forgási sebessége	0,007295	0,01178	0,009538	0,0065	0,009567	0,008457
Készletek forgási sebessége	0,008683	0,010622	0,009653	0,007122	0,008516	0,007885
Vevők forgási sebessége (nap) (nap)	0,01128	0,009812	0,010546	0,008803	0,006135	0,007598
Eladósodottság mértéke (százalék)	0,011092	0,007921	0,009506	0,016131	0,014556	0,015397
Saját vagyón aránya (százalék)	0,011502	0,010043	0,010773	0,006262	0,003645	0,005159
Bonitás	0,010691	0,008236	0,009464	0,01703	0,021206	0,019209
Befektetett eszközök hosszú lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	0,009746	0,009066	0,009406	0,014042	0,024435	0,019867
Forgóeszközök rövid lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	0,012562	0,007998	0,01028	0,010476	0,006635	0,009035
Árbevétel-arányos nyereség (százalék)	0,016228	0,002547	0,009387	0,015245	0,012206	0,01538
Saját vagyonarányos nyereség (százalék)	0,017754	0,000381	0,009068	0,023214	0,026109	0,02612

A nemzetközi szakirodalomban leggyakrabban a diszkriminancia-analízist, a logisztikus regresszió elemzést, a rekurzív particionáló algoritmust és a neurális hálókat alkalmazzák csődelőrejelzésre. A csődmodellek felépítésén túlmenően elvégeztük az előrejelzési modellek megbízhatóságának értékelését is.

Diszkriminancia-analízis alapú csődmodell

A többváltozós diszkriminancia-analízis olyan eljárás, amely előre definiált osztályokba sorolja a több változó szerint jellemzett megfigyelési egységeket (Altman, 1968). Főként kvalitatív függő változók esetén használják, ami a csődelőrejelzés esetén a fizetőképes és a fizetéseképtelen osztályokat jelenti. A többváltozós diszkriminancia-analízis egyidejűleg elemzi több független kvantitatív változó eloszlását, és olyan osztályozási szabályt állít fel, amely lineáris kombináció formájában tartalmaz több súlyozott független változót, és a lehető legjobban elválasztja az osztályokat. Az eljárás alkalmazásának követelményei (Ooghe et al., 1999):

- a mutatószámok értékei többdimenziós normális eloszlást mutassanak mindkét osztályban,
- a kovariancia mátrixok azonosak legyenek mindkét osztályban,
- a mutatószámokat statisztikai függetlenség jellemezze.

A diszkriminancia-függvény általános alakja a következő:

$$Z: w_{1x1} + w_{2x2} + \dots + w_{n \times n} + c$$

ahol Z : diszkriminancia érték

w_j : diszkriminancia súlyok

x_j : független változók (pénzügyi mutatók)

c : konstans

$i = 1, \dots, n$ ahol n a pénzügyi mutatók száma.

A vállalatok osztályozásához az egyes vállalatok adataiból kiszámított mutatószám-értékeket kell behelyettesíteni a lineáris kombinációt képező diszkriminancia-függvénybe. A diszkriminancia-analízis során k osztályhoz k számú diszkriminancia-függvényt kell elkészíteni. A megfigyelések pénzügyi mutató értékeit a k függvénybe be kell helyettesíteni. A besorolás abba az osztályba történik, amelyik függvény esetében magasabb diszkriminancia értéket kapunk. A csődelőrejelzés esetén tehát két diszkriminancia-függvény készül. Kétszélyes esetben lehetőségünk van a fizetőképes és a fizetéseképtelen diszkriminancia-függvények különbsége alapján egyetlen függvényt létre-

hozni. Ekkor Z azt az értéket jelenti, ami elválasztja egymástól a fizetőképes és a fizetéseképtelen vállalatokat, amennyiben nem vesszük figyelembe a helytelen besorolások költségeit.

A csődelőrejelzés szempontjából releváns pénzügyi mutatók esetében az empirikus vizsgálatok szinte mindegyikében azzal a problémával szembesülünk, hogy a pénzügyi mutatók között multikollinearitás áll fenn, ami sérti a diszkriminancia-analízis harmadik alkalmazási feltételét. A probléma megoldása a változók számának ésszerű csökkentése a kollinearitás és a szignifikancia egyidejű figyelembevételével. Jelen vizsgálatban Magyarországon eddig ritkán alkalmazott módszerrel: kanonikus változók képzésével és elemzésével történt a változósám-csökkentés.

A diszkriminancia-analízis és a kanonikus korrelációelemzés között olyan összefüggés mutatható ki, miszerint a csoportba tartozás bináris változója és a diszkriminancia-függvény közötti maximális korreláció kanonikus korreláció (Füstös és tsai, 2004). A kanonikus változók az eredeti változók szerint mért adatok ortogonális reprezentációján alapulnak. Olyan reprezentáció kerül kiválasztásra, amelyik a lehető legnagyobb mértékű eltérést fejezi ki a két osztály között. A kanonikus változók képzésekor dimenziócsökkenés történik (k osztályú problémára $k-1$ kanonikus változó készül), vagyis a csődelőrejelzés során csupán egyetlen kanonikus változó-értéket kell kiszámítani mind a 16 pénzügyi mutatóra. A nagyobb abszolút értékkel rendelkező kanonikus változó értékek képviselik a nagyobb diszkrimináló erőt.

Modellkísérletek igazolták, hogy a hat legnagyobb érték figyelembevétele elegendő, a tanulási minta besorolási pontossága ugyanis megegyezik a tizenhat és a hat változó esetén. Ez azt jelenti, hogy a tizenhat pénzügyi mutatóból hat bír jelentős diszkrimináló erővel. További modellkísérletek azt is alátámasztották, hogy a hat változóból már nem érdemes elhagyni egyetlen sem, mivel bármelyik változó elhagyása rontja mind a tanulási, mind a tesztelő minta besorolási pontosságát. A hatváltozós diszkriminancia-függvények a 3. táblázatban szereplő súlyok mentén bizonyultak optimálisnak a két osztályban.

Amennyiben a megfigyelések megfelelő pénzügyi mutatószám értékeit behelyettesítjük a két egyenletbe, abba az osztályba történik a besorolás, amelyik esetén nagyobb számot kapunk. A könnyebb kezelhetőség érdekében azonban a korábban említett módszerrel összevonhatjuk a két függvényt. A fizetéseképtelen egyenletből kivonva a fizetőképes egyenletet kapjuk meg a végleges diszkriminancia-függvényt, amely a következő formulát ölti:

3. táblázat

A két diszkriminancia-függvény együtthatói és változói

Változó	Diszkriminancia-függvény együtthatók (súlyok)	
	Fizetőképes	Fizetéseképtelen
Konstans	-19,7510605	-20,8135853
Likviditási gyorsráta	22,98830223	-118,021774
Forgóeszközök aránya	2606,724121	2640,473145
Eszközök forgási sebessége	-217,294312	-283,654358
Készletek forgási sebessége	569,4311523	647,6002197
Saját vagyon aránya	767,0587158	913,1765137
Saját vagyonarányos nyereség	27,35117531	79,90907288

$$Z = -141,01X_1 + 33,74902X_2 - 66,36X_3 + 78,16907X_4 + 146,1178X_5 + 52,5579X_6$$

ahol Z: diszkriminancia-érték

X_1 : iparági átlaggal korrigált likviditási gyorsráta

X_2 : iparági átlaggal korrigált forgóeszközök aránya

X_3 : iparági átlaggal korrigált eszközök forgási sebessége

X_4 : iparági átlaggal korrigált készletek forgási sebessége

X_5 : iparági átlaggal korrigált saját vagyon aránya

X_6 : iparági átlaggal korrigált saját vagyonarányos nyereség

A tanulási mintában szereplő vállalatok adatai alapján Z értéke 1,06252. Ha tehát a fenti egyenletbe behelyettesítjük az iparági átlagokkal korrigált pénzügyi mutatókat, és a kapott Z érték nagyobb, mint 1,06252, akkor a megfigyelés besorolása fizetéseképtelen, különben fizetőképes. A diszkriminancia-függvény hibáit és besorolási pontosságát a 4. táblázat tartalmazza. A tanulási és a tesztelő minta besorolási pontossága közel van egymáshoz, ebből arra következtethetünk, hogy a diszkriminancia-analízissel elkészített csődmodell megfelelően alkalmazható előrejelzési célra.

A diszkriminancia-analízis besorolási pontossága

	Fizetőképes (db)	Fizetéseképtelen (db)	Téves besorolás (db)	Besorolási pontosság (%)
Tanulási minta	59	58	20	82,91
Tesztelő minta	19	20	8	79,49

A csődmodell diszkrimináló képességet F-próba segítségével tesztelhetjük. Az empirikus F érték 69,0575 messze meghaladja az elméleti F-értéket az összes lehetséges szignifikancia szinten (2,5% szignifikancia szinthez pl. 5,15 érték tartozik), ezáltal a csődmodell diszkrimináló képessége szignifikánsnak tekinthető.

Logisztikus regresszió alapú csődmodell

A logisztikus regresszió elemzés (logit) kiválóan alkalmazható a magyarázó változók és a bináris vá-

laszadás valószínűsége között. A magyarázó változók folytonos változók vagy kategóriaképző ismérvek egyaránt lehetnek. Az eredményváltozó *dummy* változó (fizetőképes vagy fizetéseképtelen). Az eljárás logisztikus regressziófüggvényt illeszt a megfigyelésekre a *maximum likelihood* módszerrel. A maximum likelihood módszer kedvező tulajdonságai azonban aszimptotikusan, nagymintás esetben érvényesülnek, kis-mintás esetben számos becslési és hipotézis-vizsgálati probléma merülhet fel (Hajdu, 2004). Az eljárás az összesúlyozott függet-

len változókhoz egy, a mintában szereplő vállalatok csődbe jutásának valószínűségével kifejezett Z értéket rendel. A logisztikus regressziós formula az alábbi:

$$\Pr(\text{fizetőképes}) = \frac{e^z}{1 + e^z} = \frac{e^{\beta_0 + \sum(\beta_j z_j)}}{1 + e^{\beta_0 + \sum(\beta_j z_j)}}$$

ahol β_j : regressziós paraméterek

X_j : független változók (pénzügyi mutatók)

$j = 1 \dots, m$ ahol m a pénzügyi mutatók száma

A logisztikus regresszió modell felépítésének kulcskérdése a rendelkezésre álló változók számának megfelelő mértékű csökkentése. A logisztikus regresszió elemzés – szemben a diszkriminancia-analízissel – nem igényli a változók normális eloszlását és az egyező kovariancia mátrixokat a két osztályban, azonban problémát okozhat a több változó együttes alkalmazásakor fennálló multikollinearitás, valamint a nem szignifikáns változók jelenléte.

A változók számát leggyakrabban a *backward elimination* módszerrel csökkentik. Az eljárás egyesével kizárja ki a modellt nem vagy kevéssé szignifikáns

4. táblázat változóit, folyamatosan újraszámítva a regressziós együtthatókat és a *p*-értékeket. Számítógépes végrehajtás esetén szabad szemmel követhetők az összes változót tartalmazó modelltől egészen az egyváltozós modellig a szóba jöhető kombinációk. A kollinearitás, a szignifikancia és a besorolási pontosság megfelelő mutatóit együttesen értékelve adódik az optimális előrejelzési modell.

Empirikus vizsgálatok alapján egy négyváltozós, egy ötváltozós és egy hatváltozós modell is szóba jöhetett, azonban az újbóli tesztelések során a *p*-értékek nem kellő alacsony volta miatt végül egyértelműnek tűnt a négyváltozós modellt elfogadni. A regressziós modell együtthatóit, standard hibáit és *p*-értékeit az 5. táblázat foglalja össze. A rendkívül alacsony *p*-értékek következtében a paraméterek mindegyike 1% alatt szignifikáns, magyarázó erejük ezért vitathatatlan.

5. táblázat

A logisztikus regressziós modell legfontosabb jellemzői

Magyarázó változó	Regressziós együttható	Standard hiba	p-érték
Konstans	0,0423305		
Likviditási gyorsráta	621,9243164	130,0299377	0,00000173
Készletek forgási sebessége	-170,801285	57,00505447	0,00273324
Vevők forgási sebessége	-99,4351425	37,21940613	0,0075492
Saját vagyron aránya	-245,794083	74,56059265	0,00097874

$$Pr(\text{fizetőképes}) = \frac{e^{0,04233+621,92432X_1-170,80129X_2-99,43514X_3-245,79408X_4}}{1+e^{0,04233+621,92432X_1-170,80129X_2-99,43514X_3-245,79408X_4}}$$

ahol X_1 : iparági átlagokkal korrigált likviditási gyorsráta
 X_2 : iparági átlagokkal korrigált készletek forgási sebessége
 X_3 : iparági átlagokkal korrigált vevők forgási sebessége
 X_4 : iparági átlagokkal korrigált saját vagyron aránya

A regressziós paraméterek kiszámítása után azonban még nem ismerjük a függvény függő változójának ún. *cut off* értékét, amely mellett osztályozva a vállalatokat, besorolási pontosságuk maximális lesz. A pénzügyi mutató értékek behelyettesítését követően minden vállalatnak lesz egy pontos 0 és 1 közé eső output értéke. Iterációs modellkísérletek igazolták, hogy a *cut off* értéke nem kereken 50%-on optimális, és ezt a számot tovább növelni sem érdemes. Jelen modell *cut off* értéke 0,48, vagyis az ezt meghaladó értékeket felvevő vállalatokat a modell fizetőképesnek minősíti. A tanulási és a tesztelő minta hibáit és besorolási pontosságait a 6. táblázat szemlélteti. A tanulási és a tesztelő minta besorolási pontossága között több mint tíz százalékpont eltérés tapasztalható, ami arra enged következtetni, hogy a logisztikus regresszió alapú csődmoddellel óvatosan kell bánni új adatokon.

A logisztikus regresszió besorolási pontossága

	Fizetőképes (db)	Fizetéképtelen (db)	Téves besorolás (db)	Besorolási pontosság (%)
Tanulási minta	59	58	17	85,47
Tesztelő minta	19	20	10	74,36

Rekurzív particionáló algoritmus alapú csődmoddell

A rekurzív particionáló algoritmus olyan eljárás, amely egyváltozós elválasztással igyekszik csökkenteni a téves besorolásokat (Frydman – Altman – Kao, 1985). A rekurzív particionáló algoritmus döntési fákat vagy más néven klasszifikációs fákat állít elő egyszerű

szabályok felállításával. A döntési fa előállítására iteratív folyamat, amely lépésről lépésre kétfelé osztja az adatokat faágakat képezve. Az algoritmus olyan mintából indul ki, amelynek előre ismert a fizetőképes és fizetéképtelen osztályokba való sorolása. Ezután a változókat egyesével megvizsgálva szisztematikusan felépíti a fát, a leginkább elválasztó értékkel rendelkező változók mentén. A cél a lehető leghomogénebb osztályok előállítása. Az algoritmus fő célja, hogy a megfigyeléseket a függő változó szempontjából úgy csoportosítsuk, hogy a csoportokon belüli variancia minél

kisebb, míg a csoportok közötti variancia minél nagyobb legyen (Hámori, 2001). A rekurzív particionáló algoritmus a logisztikus regresszió elemzéshez hasonlóan nem támasztja követelményként a változók normális eloszlását és az egyező kovariancia mátrixokat mindkét osztályban (Altman, 1993). Az algoritmus addig állítja elő az újabb faágakat, ameddig particionálásra alkalmas változókat talál. Az eljárás kulcsfontosságú eleme az első elágazás megtalálása.

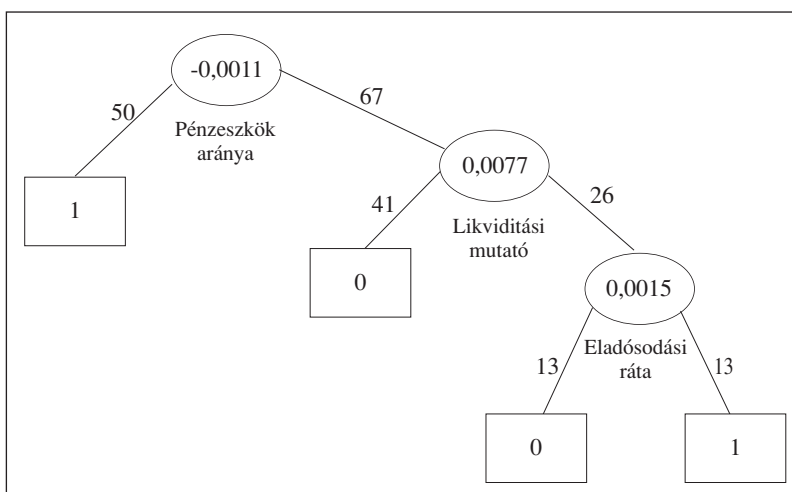
A rekurzív particionáló algoritmus alkalmazása akkor a legegyszerűbb, amikor bináris elválasztások mentén képezzük két osztályt. A csődelőrejelzésben szerencsére éppen ezzel a problémával állunk szemben. A legjobban elválasztó változó meghatározásához az algoritmus sorban kipróbálja az input változókat. Miután az összes lehetséges kétfelé osztás megtörtént, az a változó kerül kijelölésre, amelyik a legkisebb hibát követi el az osztályok elválasztásakor, vagyis amelyik legjobban növeli a homogenitást. A második, harmadik stb. változók is ugyanezzel az eljárással kerülnek kiválasztásra, ameddig a teljes fa fel nem épül. A fa tetején található az első particionáló változó, legalul pedig a fizetőképes és fizetéképtelen osztályok a különböző elágazások után.

A fenti eljárással felépített teljes döntési fa azonban előrejelzési célra nem alkalmas, mivel az az esetek döntő többségében a tanulási adatbázisra specializálódik, az algoritmus által nem ismert adatokon csupán jelentősen romló eredménnyel alkalmazható. A problémát a mesterséges intelligencia modellek túltanulás ellen kitalált módszerével lehet orvosolni, mégpedig a rendelkezésre álló adatok tanulási és tesztelési részmintákra való felosztásával. A tanulási mintára felépített döntési fát a tesztelő mintán való alkalmazás iterációi során fokozatosan „meg kell nyesni”, ameddig a tanulási és a tesztelő mintákon az osztályba sorolási hibák megfelelően közel nem esnek egymáshoz. A megnyesett

döntési fa képezi az előrejelzési modellt, amelyet ezután tetszőleges adatokon ismert megbízhatósággal lehet alkalmazni.

A döntési fák leginkább megszokott ábrázolástechnikája, hogy körökkel jelölik a változókat és négyzetekkel az osztályokat. A körökben lévő számok az elágazási pontnak megfelelő értékeket jelentik. Ha valamely megfigyelés adott változónak megfelelő értéke kisebb vagy egyenlő, mint az elágazás, akkor a bal oldali ágra kerül, különben a jobb oldalra. Az ágakon szereplő számok darabszámok, amelyek a feltételnek eleget tevő megfigyelések számának felelnek meg. A fa alján található négyzetekben az osztályok megnevezése szerepel. Esetünkben 1 jelöli a fizetőképes osztályt és 0 a fizetéképtelen osztályt. A négyzetekből több elágazás nem indul.

Döntési fa a tanulási minta alapján



Az 1. ábrát a következőképpen értelmezhetjük. Szimulációs kísérletek azt mutatták, hogy leginkább particionáló változó az iparági átlaggal korrigált pénzeszközök aránymutató. Az elágazási érték $-0,0011$. A 117 vállalatból álló tanulási mintán belül 50 vállalat pénzeszközök aránymutatója kisebb vagy egyenlő, mint $-0,0011$, 67 vállalaté pedig nagyobb. Az 50 vállalat besorolása fizetőképes. A jobb oldali ágon haladva második particionáló változó a likviditási mutató. 41 vállalat likviditási mutatója kisebb vagy egyenlő, mint $0,0077$, ezek besorolása fizetéképtelen. 26 vállalat likviditási mutatója nagyobb, mint $0,0077$, ezek tovább oszthatók kétfelé az eladósodottsági ráta alapján, ahol $0,0015$ küszöbérték alattiak fizetéképtelenek, az értéket meghaladók pedig fizetőképesnek minősülnek.

A kész döntési fa alapján elkészíthető a tanulási és a tesztelő minta hibáit és beso-

rolási pontosságait tartalmazza a 7. táblázat. Láthatjuk, hogy a tanulási és a tesztelő minta besorolási pontossága csekély mértékben tér csak el, ezáltal a döntési fa túltanulásmentes, előrejelzésre alkalmas.

A rekurzív particionáló algoritmus iterációs eljárás, szimulációs kísérletezésen alapszik. Az eljárás segítségével felépített csődmodellen statisztikai próbát, szignifikancia-vizsgálatot végrehajtani nem lehetséges. A módszer alkalmazhatóságának fő kritériuma a besorolási pontosság és a gyakorlati hasznosíthatóság.

Neurális háló alapú csődmodell

A neurális hálók a biológiai neurális rendszerek elvére felépített, hardver vagy szoftver megvalósítású, párhuzamos, osztott működésre képes információ-feldolgozó eszközök (Kristóf, 2002).

1. ábra

A hálók több, egymáshoz kapcsolódó és párhuzamosan dolgozó neuronból állnak, és ily módon próbálják utánozni a biológiai idegrendszer információ-felvételének és feldolgozásának módját. A neurális hálók tanulásal nyerik el azt a képességüket, hogy bizonyos feladatokat meg tudjanak oldani. A neurális hálók alapeleme az elemi neuron. Az elemi neuron egy több-bemenetű, egy-kimenetű eszköz, ahol a kimenet a bemenetek lineáris kombinációjaként előálló közbelső érték nemlineáris függvénye (Álmos et al., 2002).

A neurális háló neuronok olyan rendszere, amely n bemenettel és m kimenettel rendelkezik ($n, m > 0$), és amely az n -dimenziós bemeneti vektorokat m -dimenziós

kimeneti vektorokká alakítja át az információfeldolgozás során. A neuronok összekapcsolásának módja minden háló esetében más és más. A neuronok rétegekbe szerveződnek. A neurális háló három fő rétegből tevődik össze: a bemeneti rétegből, a köztes réteg(ek)ből és a kimeneti rétegből.

A bemeneti réteg olyan neuronokat tartalmaz, amelyek ismert információkból vagy a hálóba betáplált változókból állnak. Minden egyes input neuron kapcsolatban áll a köztes réteggel. A kapcsolatokat a be-

7. táblázat

A rekurzív particionáló algoritmus besorolási pontossága

	Fizetőképes (db)	Fizetéképtelen (db)	Téves besorolás (db)	Besorolási pontosság (%)
Tanulási minta	59	58	20	82,91
Tesztelő minta	19	20	8	79,49

meneti neuronok fontossága szerint súlyozzák. A köztes réteg súlyai állandóan változnak a tanuló fázis alatt. A kimeneti rétegben az eredmény-neuronok találhatóak, amelyek szintén súlyozottan kapcsolódnak a köztes rétegben szereplő neuronokhoz. A csődelőrejelzésnél csupán egy neuronból áll a kimeneti réteg. Az ugyanazon rétegen belüli, valamint a különböző rétegek közötti neuronokat tetszőlegesen sok kapcsolat fűzheti egymáshoz.

A mesterséges neurális háló példákon keresztül tanulnak, akárcsak biológiai megfelelőik (Gurney, 1996). A tanulási algoritmus az input minták alapján megváltoztatja a kapcsolatok súlyait. A tanulás tehát az a folyamat, amelynek során kialakul a háló súlyozása.

Ha egy neurális hálót első ízben látunk el mintával, a háló véletlenszerű találgatással keresi a lehetséges megoldást. Ezután a háló látni fogja, hogy mennyiben tért el válasza a tényleges megoldástól, és ennek megfelelően módosítja a súlyokat. Ez esetben a tanulás olyan iteratív eljárás, amelynek során a háló által megvalósított leképezést valamely kívánt leképezéshez közelítjük.

Ha egy neurális hálót megfelelő szinten megedzettek, a háló használható elemző-előrejelző eszközként más adatokon is. Ezután azonban a felhasználónak már nem szabad több tanulási fázist lefuttatnia, hanem hagyni kell a hálót csupán „odafelé” irányban dolgozni. Az odafelé történő futtatás outputja lesz az adatok előrejelzési modellje, amit ezután további elemzéseknek és vizsgálatoknak kell alávetni.

Egy viszonylag egyszerű neurális háló is nagy számú súlyt tartalmaz. Kis minták esetén ez korlátozott szabadságfokot tesz lehetővé, ami gyakran vezet túltanuláshoz. A túltanulás az a jelenség, amikor a tanulási folyamat során nem az általános problémát tanulja meg a hálózat, hanem a megadott adatbázis sajátosságait. Ennek kiküszöbölésére fel kell osztani az adatbázist tanulási és tesztelő mintákra. A tanuló-adatbázison végezzük el a tanítást, majd megvizsgáljuk, milyen eredményt ér el a háló az általa eddig ismeretlen tesztelő mintán. Ha a találati pontosság a tanulási mintáéhoz hasonlóan kedvező, akkor a tanulás eredményesnek minősíthető. Ha viszont a tesztelő mintán a háló hibázása jelentős, akkor a hálózat túltanulta magát. A túltanulás leghatékonyabb elkerülési módja az, hogy folyamatosan nyomon követjük a ciklusok során egymással párhuzamosan a tanulási és a tesztelő minta hibáját, és addig engedjük tanulni a hálót, amíg a két hiba közel van egymáshoz, és nem kezd romlani a tesztelő minta hibája. Így adódik az optimális előrejelzési modell.

A neurális háló alapú csődmódel elkészítéséhez különböző modellkísérletek végrehajtása eredményeképpen állást kell foglalnunk a neurális háló struktúrájában. A 2004-ben felépített iparági rátákat nem tartalmazó neurális háló csődmódel során megálapítást nyert, hogy a négyrétegű hálók eredményesebben alkalmazhatók, mint a háromrétegű hálók (Virág – Kristóf, 2005). A bemeneti réteg neuronjai a 16 pénzügyi mutatóból állnak, mint folytonos változókból, a kimeneti réteg egyetlen neuront, a fizetőképesség tényét tartalmazza, 0-val jelölve a fizetőképtelen, 1-gyel a fizetőképes vállalatokat.

A két köztes réteg neuron-számát illetően elfogadjuk a 2004-es csődmódel során kikísérletezett, legmagasabb besorolási pontossággal bíró 6, illetve 4 neuront tartalmazó köztes rétegeket. A neurális háló struktúrája tehát 16-6-4-1. Az iparági rátákat tartalmazó mintán 400 tanulási ciklust futtattunk le. A tanulási ciklusokban a megfigyelési egységeket véletlenszerű sorrendben vettük figyelembe. Az empirikus vizsgálat igazolta, hogy a ma ismert eljárások közül a neurális hálók képviselik a legmegbízhatóbb csődelőrejelzési módszert. A neurális háló alapú csődmódel előrejelzési ereje jelen empirikus vizsgálat alapján igazoltnak tekinthető (8. táblázat).

Következtetések

A kidolgozott csődmódellek eredményessége azt igazolta, hogy a pénzügyi-számviteli adatok sajátos összefüggérendszer alapján, megbízható előrejelzési módszerek alkalmazásával, jó eséllyel alkothatunk ítéletet valamely vállalat jövőbeni fennmaradásáról. Az empirikus vizsgálatok során bebizonyosodott, hogy az eredményes csődmódellezés érdekében minél több pénzügyi mutató vizsgálatára van szükség, hiszen az egyes módszerek más-más változót tartanak relevánsnak a csődelőrejelzés szempontjából. Előfordulhat, hogy a ma aktuális éves beszámoló adatok alapján más-más pénzügyi mutatók lennének modellváltozók, mint tíz évvel ezelőtt. Erre későbbi empirikus vizsgálatok fognak fényt deríteni.

A csődmódel-számítások arra mutattak rá, hogy a szimulációs kísérletezésen alapuló eljárások gyakorlati alkalmazhatóság területén hatékonyabbnak bizonyul-

8. táblázat

A neurális háló besorolási pontossága

	Fizető-képes (db)	Fizetőképtelen (db)	Téves besorolás (db)	Besorolási pontosság (%)
Tanulási minta	59	58	20	82,91
Tesztelő minta	19	20	8	79,49

nak, mint az évtizedes, „jól bevált”, lineáris vagy lineárizálható modellek. Annak ellenére, hogy mind a diszkriminancia-analízis, mind a logisztikus regresszió alapú csődmodellek szignifikánsak, mégsem hoznak jobb eredményt, mint azok az eljárások, amelyekben még statisztikai próbát sem lehetséges elvégezni.

Ha a besorolási pontosságot az előrejelzési modell kialakításakor alkalmazott adatbázison határozzuk meg, a négy módszer lényegében hasonló eredményt ad. Az előrejelző erő a modellek számára nem ismert adatokon való tesztelés során derül ki. Hozzá kell tenni azonban, hogy nagyobb minta lenne szükséges a meg-alapozott ítéletalkotáshoz.

Amennyiben klasszikus módon a tanulási mintából határoznánk meg a csődmodellek besorolási pontosságát, az iparági ráták alkalmazásával felépített diszkriminancia-analízis és logisztikus regresszió modellek besorolási pontossága meghaladja az első hazai modellek iparági ráták nélkül számított hasonló értékeit, és más változókat találtak relevánsnak ugyanarra az adatbázisra. Az eltérések magyarázhatók az iparági átlagok figyelembevételével, valamint az azonos módszercsaládon belül alkalmazott eltérő eljárásokkal. Itt különösen a változószám-csökkentéshez alkalmazott eljárásokra kell gondolni, hiszen az első csődmodellekben mindkét módszer esetén a *stepwise* eljárást alkalmaztuk, jelen tanulmányban pedig a diszkriminancia-analízis esetén kanonikus változók elemzésével, a logisztikus regresszió esetén a *backward elimination* módszerével történt meg a változószám-csökkentés.

A neurális háló modell iparági ráták nélkül 86,5 százalékos besorolási pontosságú volt a teljes mintán. Iparági rátákkal is hasonló eredményt kaptunk, hiszen a tanulási minta besorolási pontossága 85,8 százalék, a tesztelő mintáé 87,3 százalék.

A neurális háló alapú csődmodell az alkalmazott mintán kiemelkedik a négy közül, az eredményeket azonban nehéz interpretálni. A gyakorlati felhasználók számára ez nem jelent problémát, a magas besorolási pontosság és az előrejelző képesség kompenzálja a „homályos” számítási részeredményeket. A 9. táblázat összefoglalja a négy csődmodell besorolási pontosságát.

Felhasznált irodalom

- Álmos Attila – Győri Sándor – Horváth Gábor – Várkonyiné Kóczy Annamária (2002): Genetikus algoritmusok. Typotex Kiadó, Budapest
- Altman, E. I. (1968): Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, *The Journal of Finance*, Vol. 23. No. 4. 589-609. old.
- Altman, E. I. (1993): *Corporate Financial Distress and Bankruptcy. A Complete Guide to Predicting and Avoiding Distress and Profiting from Bankruptcy*. John Wiley & Sons, New York
- Altman, E. I. – Haldeman, R. – Narayanan, P. (1977): ZETA Analysis, A New Model for Bankruptcy Classification, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 1. No. 1. 29-54. old.
- Back, B. – Laitinen, T. – Sere, K. – van Wezel, M. (1996): *Choosing Bankruptcy Predictors Using Discriminant Analysis, Logit Analysis, and Genetic Algorithms*. Technical Report No. 40. Turku Centre for Computer Science, Turku
- Beaver, W. (1966): Financial ratios as predictors of failure, *Empirical Research in Accounting: Selected Studies*, *Journal of Accounting Research*, Supplement to Vol. 5. 71-111. old.
- Bernhardsen, E. (2001): *A Model of Bankruptcy Prediction*. Working Paper. Financial Analysis and Structure Department, Research Department, Norges Bank, Oslo
- Fitzpatrick, P. (1932): *A Comparison of the Ratios of Successful Industrial Enterprises with Those of Failed Companies*. The Accountants' Publishing Company, Washington
- Frydman, H. – Altman, E. I. – Kao, D. L. (1985): *Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress*, *The Journal of Finance*, Vol. 40. No. 1. 303-320. old.
- Füstös László – Kovács Erzsébet – Meszéna György – Simonné Mosolygó Nóra (2004): *Alakfelismerés. Sokváltozós statisztikai módszerek*. Új Mandátum Kiadó, Budapest
- Gurney, K. (1996): *Neural nets*. Department of Human Sciences, Brunel University, Uxbridge
- Hajdu Ottó (2004): A csődesemény logit-regressziójának kismintás problémái, *Statisztikai Szemle*, 82. évf. 4. sz. 392-422. old.
- Hajdu, O. – Virág, M. (2001): *A Hungarian Model for Predicting Financial Bankruptcy, Society and Economy in Central and Eastern Europe*, 23. évf. 1-2. sz. 28-46. old.
- Hátori Gábor (2001): A CHAID alapú döntési fák jellemzői, *Statisztikai Szemle*, 79. évf. 8. sz. 703-710. old.
- Kristóf Tamás (2002): *A mesterséges neurális hálók a jövő kutatás szolgálatában*. Jövőelméletek 9. BKÁE Jövőkutató Kutatóközpont, Budapest
- Kristóf Tamás (2004): *Mesterséges intelligencia a csődelőjelzésben*. Jövőtanulmányok 21. BKÁE Jövőkutató Kutatóközpont, Budapest
- Kristóf Tamás (2005): *Szervezetek jövőbeni fennmaradása különböző megközelítésekben*, *Vezetéstudomány*, 36. évf. 9. sz. 15-24 old.
- Ohlson, J. (1980): Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy, *Journal of Accounting Research*, Vol. 18. No. 1. 109-131. old.

9. táblázat

A négy csődmodell besorolási pontossága a tanulási és a tesztelő mintán

Előrejelzési módszer	Tanulási minta	Tesztelő minta
Diszkriminancia-analízis	82,91	79,49
Logisztikus regresszió	85,47	74,36
Rekurzív particionáló algoritmus	82,91	79,49
Neurális háló	85,76	87,28

- Ooghe, H. – Claus, H. – Sierens, N. – Camerlynck, J.* (1999): International Comparison of Failure Prediction Models from Different Countries: An Empirical Analysis. Department of Corporate Finance, University of Ghent, Ghent
- Platt, H. D. – Platt, M. B.* (1990): Development of a Class of Stable Predictive Variables: The Case of Bankruptcy Prediction, *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 17. No. 1. 31-44. old.
- Virág Miklós* (1996): Pénzügyi elemzés, csődjelölés. Kossuth Kiadó, Budapest
- Virág Miklós* (2004): A csődmodellek jellegzetességei és története, *Vezetéstudomány*, 35. évf. 10. sz. 24-32. old.
- Virág Miklós – Hajdu Ottó* (1996): Pénzügyi mutatószámokon alapuló csődmodell-számítások, *Bankszemle*, 15. évf. 5. sz. 42-53. old.
- Virág Miklós – Kristóf Tamás* (2005): Az első hazai csődmodell újraszámítása neurális hálók segítségével, *Közgazdasági Szemle*, 52. évf. 2. sz. 144-162. old.
- Zmijewski, M. E.* (1984): Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models, *Journal of Accounting Research, Supplement to Vol. 22.* 59-82. old.
-