OPTIMÁLIS KVÓTAPOZÍCIÓ EU ETS-BEN RÉSZTVEVŐ VILLAMOSERŐMŰ ESETÉBEN (REÁLOPCIÓS MEGKÖZELÍTÉS)

Nagy Tamás

Bevezetés

Az Európai Emissziókereskedelmi Rendszer (EU ETS) életbe lépésével a villamos erőművek új költségelemmel és kockázati faktorral találkoztak: tényleges szén-dioxid kibocsátásukat emissziós kvótával szükséges lefedniük (*megfelelési kötelezettség*). Az emisszió lefedésének kötelezettsége nem azonnali: mindig a következő év áprilisának végéig kell elszámolni a megelőző év összes kibocsátásával.

Az új termelési tényező az árampiaci liberalizáció mellett tovább növelte az erőművekkel kapcsolatos döntések komplexitását, tovább erősítve az igényt a piaci kockázatok hatékony kezelésére.

A cikkben arra a kérdésre keressük a választ, hogy az erőmű év közben milyen mennyiségű emissziós kvótát birtokoljon. Az előző (2005-2007) és a jelenlegi (2008-2012) kereskedési szakasz esetében az éves kvótamennyiséget ingyenes allokáció útján kapták meg a piaci szereplők. Az első kereskedési szakaszban sok szereplő a kelleténél több kvótát tartott magánál, amelyek a 2006 tavaszi kvótapiaci árzuhanás után folyamatosan elértéktelenedtek. Azok a szereplők viszont, akik feleslegüket korai ügyletekkel értékesíteni tudták, jelentős mennyiségű jövedelmet realizáltak.

A cikkben először a villamoserőmű reálopciós döntési modelljét ismertetjük, majd megvizsgáljuk, milyen származtatott terméknek feleltethető meg az erőmű. Ezután a tőzsdei pénzügyekben ismert dinamikus delta hedge stratégia alkalmazásával, és a járulékosan számított emissziós egységre vonatkozó delta paraméter számításával jutunk el az alapkérdés (optimális kvótapozíció) megválaszolásához. Végül öszehasonlítjuk az optimális kvótapozíciót a várható kibocsátással, valamint bemutatjuk, hogy a két mennyiség csak közelítéssel egyenlő egymással.

A kapcsolódó szakirodalom áttekintése

A cikkhez kapcsolódó hazai szakirodalom jellemzően a reálopciós módszerektől eltérő módon közelíti meg a villamoserőművi szektor (és tágabban az EU ETS-ben szereplő szektorok) döntéseit.

Lesi és Pál (2004) vállalati modelljükre támaszkodva vizsgálják az emisszió-kereskedelmi rendszer hazai erőművekre gyakorolt hatását. Az erőművek döntéseit egy energia piaci modell segítségével futtatták, melyet eredetileg az árampiaci liberalizáció hatásainak elemzésére dolgoztatott ki a *Magyar Energia Hivatal*. A modelljük szerint a magyar vállalatok a kvótapiacon várhatóan nettó eladók lesznek: az európai kvótapiacon értékesítik ki nem használt kvótáikat, évente 2,7-6,1 millió tonna mennyiségben. A befolyó bevételek lehetővé teszik, hogy finanszírozzák karbon beruházásaikat. Az államnak égből pottyant profitot nem okozó (járadék-semleges) allokáció alkalmazása révén, évente 4-7 millió tonna CO_2 kvótát indokolt visszatartania és értékesítenie, mellyel becslésük szerint 2008 és 2012 között évente 5-35 milliárd Ft többletbevételt érhet el. Az állam a keletkező értékesítési bevételt az éghajlatváltozásból származó feladatainak finanszírozására fordíthatja (például árvízvédelemre vagy az aszályos területek alkalmazkodását elősegítő beruházások támogatására).

Dobos Imre (2002) a kereskedhető szennyezési jogok rendszerének hatását vizsgálja komparatív statikai modellel. A szerző kétféle beruházás hatását vizsgálja: az egyikben a fajlagos emisszió csökkentése valósul meg csővégi tisztítás segítségével, a másikban a vállalat a termelés hatékonyságát növeli. *Dobos* modellje alapján arra a következtetésre jut, hogy a vállalat akkor éri el a legnagyobb nyereséget, ha mindkettő típusú beruházást megvalósítja, azaz hatékonyabbá és kevésbé szennyezővé teszi termelését.

A külföldi szakirodalom számos, reálopciós módszertant alkalmazó cikket tartalmaz a témához kapcsolódóan. Érdekes megemlíteni, hogy a már a reálopciós módszertan egyik alapművében *(Dixit és Pindyck, 1994)* is előkerül az emissziós kvóta: a szerzők ismertetik az energiatermelő vállalatok kén-dioxid szabályozással kapcsolatos bizonytalanságának hatását a beruházási döntéseikre.

Szintén reálopciós módszerrel vizsgálja egy áramtermelő vállalat döntési szabályait *Herbelot (1994)*. A szerző munkájában az alacsonyabb kéntartalmú szénre való áttérés, a csővégi kén-dioxid megkötő berendezés installációjának opciós értékét számítja különböző paraméterek mellett.

Hlouskova és szerzőtársai (2005) egy liberalizált energiapiacon termelő erőmű reálopciós modelljét ismertetik. A modellt az erőmű értékelésére, valamint az eredmény kockázati profiljának meghatározására használták. A modellben az üzemanyag költsége mellett nem számoltak kvótaköltséggel, viszont figyelembe vették a különböző technikai korlátozó tényezőket (minimum üzemelési és pihenési idő, alsó és felső kapacitáskorlát, indítási és leállítási idő, valamint költségek). Az optimális üzemelési naptár problémájának megoldásához dinamikus sztochasztikus programozást, valamint Monte Carlo szimulációt használtak fel.

Laurikka (2006) az EU ETS hatását vizsgálja egy integrált szénelgázosítást *(Integrated Gasification Combined Cycle - IGCC)* alkalmazó erőműre. Két esetet vizsgál: az egyikben egy létező erőművet módosítanak, a másikban új erőművet hoznak létre. A szerző megállapítja, hogy az EU ETS miatt megnövekedett döntési komplexitás és a reálopciók léte miatt a hagyományos diszkontált cash flow (DCF) módszer kevésbé alkalmas az erőmű értékelésére.

Abadie és Chamorro (2008) egy olyan széntüzelésű erőművet elemeznek, melynek lehetősége van arra, hogy szén-dioxid megkötő (CCS) technológiába fektessen be. Kétdimenziós binomiális modell segítségével elemzik az optimális befektetési döntést. A szerzők megállapítják, hogy adott kvótaár mellett nem racionális az azonnali installáció. A piaci paraméterek változása, illetve a technológia fejlődése esetén ugyanakkor a szén-dioxid megkötő technológiai fejlesztés profitábilissá válhat.

Cragg és szerzőtársai (2011) a kvótapiacon is résztvevő erőmű reálopciós döntési modelljét három termék függvényében fejezik ki. Bemutatják, hogy az erőmű jelentős mértékben tudja kockázatát csökkenteni, amennyiben a hagyományos két termékre (áramár és tüzelőanyagár) szóló fedezeti stratégiát kiegészíti a kvótára vonatkozó ügyletekkel. A fedezés eredményeképpen a vállalat profitjának szórása jelentős mértékben csökken.

Az erőmű reálopciós döntési modellje

Egy erőmű reálopciós döntési modelljét egy konkrét példán keresztül mutatjuk be. Tételezzünk fel egy *Európai Emissziókereskedelmi Rendszer-ben* levő gáztüzelésű erőművet, amelyre igazak az alábbi feltételezések:

- A vállalat technológiai paraméterei (alkalmazott fűtőanyag, hatékonyság, szén intenzitás) a vizsgált intervallumban állandók.
- Az erőmű indításának és leállításának nincs addicionális költsége és technikai korlátja.
- A vállalat árelfogadó, azaz a termék (elektromos energia) és erőforrás (gáz, kvóta) árak exogén tényezők, azokra semmilyen ráhatással nincs.
- A vállalat a megtermelt energiát azonnal értékesíti, a szükséges erőforrást a termelési igény felmerülése előtt közvetlenül szerzi be (tehát nem készletez).

Az erőművekre vonatkozó feltételezések mellett tegyük fel továbbá, hogy az érintett piacok kellően likvidek és zérus tranzakciós költségűek, valamint azt, hogy az áram, a gáz, és az emissziós kvóta ára adott napon belül állandó.

Az erőmű szempontjából nem az egyes tényezők abszolút ára, hanem a három tényező együtteséből számítható realizálható árrés a lényeges. Ezt kifejezhetjük egységnyi megtermelt elektromos energiára vetítve. Ennek számításához szükségünk van napi árakra és különféle technológiai paraméterekre, melyek a termék és a szükséges erőforrások arányai közötti összefüggést adják meg. Legyen η az erőmű termikus hatékonysága, amely megmutatja, hogy egységnyi bemenő fajhőből mennyi elektromos energiát hoz létre az erőmű. Ennek értéke nulla és egy közé esik (a magasabb érték mutatja a hatékonyabb erőművet), dimenziója %. Mutassa δ a termék szén-intenzitását, azaz, hogy adott energiahordozó elégetése során mekkora mennyiségű szén-dioxid szabadul fel.

Jelölje a *t* időpontbeli árakat S(t), az *egyéb változó költség* tagot pedig *v*. Az egységnyi megtermelt energiára jutó árrés (*margin, m*) a következő lesz:

1. $m(t) = S_{pow}(t) - S_{gas}(t)/\eta - S_{eua}(t) \cdot \delta/\eta - v$

A cikkben alkalmazott árrés (margin) kifejezés néhány ponton eltér a szokásos jelölésektől: a leggyakrabban használt kéteszközös (kvótaárat nem tartalmazó) esetben az energiahordozó árát „heat-rate" változóval szokták megszorozni (példának hozható *Hsu, 1998*). Ez a ráta éppen a termikus hatékonyság (η) reciproka. Emellett szerepel a kifejezésben az emissziós kvóta, amely alkalmazhatóvá teszi a kifejezést EU ETS-ben résztvevő erőművekre, valamint a képlet tartalmaz egy fix, időben állandó változó költség tagot.

A definiált árrés képlete az energiatőzsdéken elterjedt *spread* (*árrés, margin*) fogalmak közül (részletesen *Alberola et al., 2008*) az úgynevezett *clean spark spread*-hez hasonlít, annyi megkötéssel, hogy a tőzsdén jegyzett *spread*–ek (és a rájuk szóló származtatott termékek) egy adott technológiájú erőmű rögzített hatékonysági számaival számítódnak (valamint nem tartalmaznak egyéb változó költség tagot).

A profitmaximalizáló erőmű az árbevételei és változó költségei alapján dönt működéséről: amennyiben a margin (fedezet, árrés) pozitív, a vállalat termel, amennyiben negatív, pihenteti kapacitásait. Ha az erőmű napi maximális kapacitását Γ jelöli, akkor a vállalat napi realizált fedezete az alábbi lesz:

2. $$M(t) = \begin{Bmatrix} \Gamma \cdot m(t) & ha\ m(t) > 0 \\ 0 & ha\ m(t) \leq 0 \end{Bmatrix} = \Gamma \cdot max[m(t), 0]$$

A kapott kifizetésfüggvény alakja megegyezik az árrésre (fedezetre) vonatkozó európai típusú vételi (call) opció kifizetésfüggvényével, melynek lejárata *t*, kötési árfolyama pedig zérus.

Az opció kifizetése bizonytalan. A következő fejezetben megmutatjuk, milyen módszerrel lehet a bizonytalanságot csökkenteni.

Az erőmű reálopciós értékének dinamikus fedezése

A pénzügyi árkockázat fedezéséhez szorosan kapcsolódnak az úgynevezett *görög betűk* fogalma, melyek a származtatott termékek (például opciók) különböző paraméterek megváltoztatására vonatkozó érzékenységét mutatják meg.

A görög betűk opciók esetében egyenlők az opció értékét leíró egyenlet, különböző változók szerinti deriváltjaival. Amennyiben nincs deriválható képletünk, numerikus módszerekkel közelíthetjük értékeiket.

Egy európai call opció esetében tipikusan használt *görög betűk*: *delta, gamma, vega, theta, rho*. Ezek közül a továbbiakban az alaptermék változására való érzékenységgel fogunk foglalkozni (neve *delta* (Δ)). Egy származtatott termék delta paramétere megmutatja, hogyan változik a derivatíva értéke, ha egységnyivel elmozdul az alaptermék ára.

A *dinamikus delta hedge* stratégia az alaptermék árváltozásából származó kockázatot próbálja közömbösíteni. Ennek során olyan fedezeti pozíciókat nyitunk, amelyeknek a delta paraméterei egyenlőek a fedezendő portfolió delta értékének ellentettjével. Ennek eredményeképpen elérhető, hogy a fedezendő portfolió és a fedezeti ügyletek összesített deltája zérus, a teljes pozíció delta-semleges, azaz nem érzékeny az alaptermék árfolyamváltozására. Mivel az időben előre haladva a delta érték változik, ezért a deltákat „közömbösítő" fedezeti pozíciók folyamatos, dinamikus módosítása szükséges.

Az erőmű által realizált árrést három alaptermék árának különbözetére szóló vételi spread opciók sorozatának feleltettük meg. Ennek a spread opciónak három deltája van, melyek az egyes alaptermékekre vonatkoznak. Az elektromos energia árára vonatkozó delta pozitív, a gázra és az emissziós egységre vonatkozó negatív (az áram áremelkedésére a spread opció ára emelkedik, a gáz- és emissziós egység árváltozására a spread opció árcsökkenéssel reagál). Adott jövőbeli időszakra vonatkozó árrés bizonytalanságát jelentősen csökkenthetjük, ha a delták ellentettjének megfelelő mennyiségű fedezeti pozíciót veszünk fel az alaptermékből (vagy határidős ügyletből). Ez a gyakorlatban annyit jelent, hogy határidős piacon áramot adunk el, illetve gázt és emissziós kvótát veszünk. Annyit fontos a kérdéshez fűzni, hogy a határidős piacon történő fedezés esetén a határidős fedezeti pozíciók delta paramétereit is ki kell számítanunk, melyek tőzsdén jegyzett határidős futures ügyletek esetén a kockázatmentes kamatlábtól is függnek.

A fedezeti stratégia alkalmazásához szükségünk van a spread opció delta paramétereinek kiszámítására. A spread (és kosár) opciók árazása, és a görög betűk számítása a sztochasztikus pénzügyek egyik legtöbb kihívást jelentő területe. Zárt képletet eddig csak arra az esetre tudtak adni, amikor két eszközt tételeztünk fel és a kötési árfolyam nulla volt *(Margrabe, 1978)*. Az általánosabb esetekre nem rendelkezünk analitikus megoldással. Ennek talán legfontosabb oka az, hogy lognormális eloszlású változók összegének sűrűségfüggvénye jelenlegi tudásunk alapján zárt képlettel nem adható meg.

A kutatók zárt képlet híján három csoportba sorolható módszerekkel próbálják meg kiszámítani, illetve közelíteni a spread opciók értékét.

A *numerikus integrációs* eljárás azon alapul, hogy egy európai opció értéke általános esetben nem más, mint az opció kifizetésének a kockázatsemleges mérték szerint számított diszkontált várható értéke *(Harrison és Pliska, 1981)*. A számításához szükséges felírnunk a kockázatmentes mérték közös sűrűségfüggvényét analitikus formában, majd numerikus integrációt kell elvégeznünk. A módszer problémája, hogy az opció értékét meghatározó alaptermékek számának emelkedése növeli a közös sűrűségfüggvény dimenziószámát, és ennek következtében a numerikus integráció időigényét. Erre sokdimenziós esetben áthidaló megoldás lehet a Monte Carlo integrálás elvégzése.

A *Monte Carlo szimuláció* segítségével az alaptermékek árfolyam-folyamatait állítjuk elő kellően sokszor, és azokból az opció kifizetésfüggvényét képezzük. A módszer egyetlen nehézsége, hogy képesek legyünk előállítani adott kovarianciájú és eloszlású többdimenziós változókat. A módszer további problémája, hogy több termékből álló opció esetében meglehetősen sok utat kell szimulálnunk a kellő pontosságú eredmény elérése érdekében. Másrészt, a szimuláció hátterében véletlen generátor áll, amely új és új futtatások alkalmával eltérő eredményeket ad.

A numerikus integrációs és szimulációs megoldás hátránya, hogy nem ad zárt képletet a spread opció értékére. Erre egyrészt a gyorsaság miatt lenne szükségünk, másrészt a zárt képletből viszonylag könnyen (parciális deriválással) származtathatók a görög betűk.

Az *analitikus közelítési eljárások* segítségével a spread opció értékére zárt képletű közelítéseket próbálnak adni a kutatók. Az egyik leggyakrabban hivatkozott, és a kereskedők által egyik leggyakrabban használt módszer a Kirk közelítés (Kirk's approximation) *(Kirk, 1995)*, mely két eszközből álló spread opció árára ad közelítő megoldást. *Jarrow és Rudd (1982)* szintén két eszközre szóló spread opciót áraz, a kockázatmentes mértéket *Gram-Charlier A* sorozattal közelítette. *Alexander és Venkatramanan (2009)* a spread opció árazására és hedge-elésére az összetett csere opció közelítését (compound exhange option approximation, CEO) alkalmazta. *Carmona és Durrleman (2003)* egy viszonylag pontos árazási módszert fejlesztett ki, amely viszont többdimenziós nemlineáris egyenletrendszer numerikus megoldását igényli. Az eljárás numerikus implementációja viszonylag nehéz (a megoldást Newton-Raphson algoritmussal találták meg). *Milevsky és Posner (1995)* reciprok gamma eloszlással közelítette a portfólió értékének sűrűségfüggvényét és azon keresztül az opció árát. *Borovkova, Permana és Weide (2007)* az érték tengely mentén negatív irányba eltolt log-normális sűrűségfüggvényt használt.

A korai közelítő megoldások elsődleges problémája, hogy általában csak két termékre szóló spread opcióra adnak megoldást, vagy kevés eszközből álló kosár esetén meglehetősen pontatlanok. *Li, Deng és Zhou (2008)* levezetett egy olyan megoldást, amely több eszközre szóló spread opció értékére és delta paraméterének kiszámítására vonatkozik, viszonylag gyors és pontos eredményt ad. A szerzők kétféle sztochasztikus alaptermék folyamatra adnak megoldást (geometriai brown mozgás (GBM), és átlaghoz visszahúzó log-Ornstein-Uhlenbeck folyamat). Mivel az alaptermékek által követett sztochasztikus folyamatot GBM folyamatnak tételezzük fel, a továbbiakban csak ezt a megoldást ismertetjük.

Tegyünk fel egy európai típusú spread opciót, mely egy eszköz vételére és *N* darab eszköz eladására vonatkozik *K* kötési árfolyam mellett, ahol *S* a termék árfolyama, *r* a kockázatmentes hozam, *q* az adott termék hozama.
Az alaptermékek árfolyamváltozásának folyamatai:

3. $dS_k = (r - q_k)S_k dt + \sigma_k S_k dW_k$

Használjuk a várható értékekre (μ), szórásokra (v) és a korrelációkra (ρ) a következő egyenleteket:

4. $\mu_k = \log s_k + \left(r - q_k - \frac{\sigma_k^2}{2}\right)T \qquad \nu_k = \sigma_k\sqrt{T} \qquad \rho_{i,j} = \varrho_{i,j}$

A módszer szerint az opció árát felírhatjuk integrálok segítéségével:

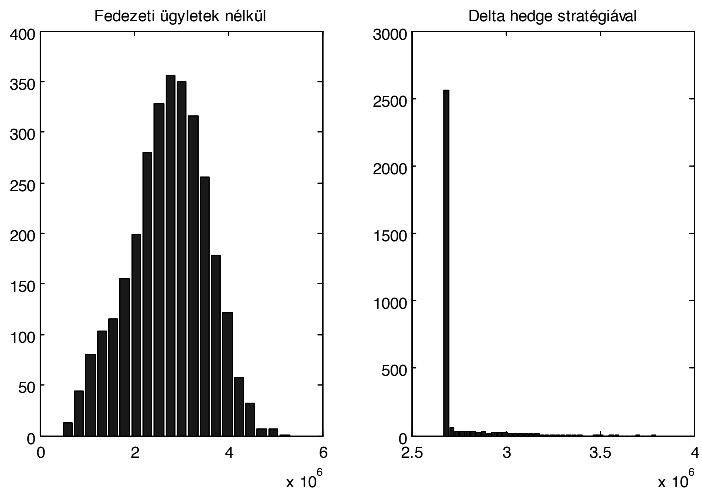
5. $\Pi = e^{-rT+\mu_0+\frac{1}{2}\nu_0^2}\mathrm{I}_0 - \sum_{k=1}^{N} e^{-rT+\mu_k+\frac{1}{2}\nu_k^2}\mathrm{I}_k - Ke^{-rT}\mathrm{I}_{N+1}$

A delta paraméter szintén viszonylag egyszerűen számolható:

6. $\Delta_0 = e^{-q_0 T} I_0 \qquad \Delta_k = -e^{-q_k T} I_k, k = 1,2,\ldots,N$

Az I_i integrálok értékeit közelítően számíthatjuk, melynek részletei *Li, Deng és Zhou (2008)* munkájában találhatók meg.

A számítási módszerre támaszkodva szimulációt hajtottunk végre, mely jól szemlélteti a dinamikus delta hedge hatékonyságát. A fontosabb paraméterek a következők voltak: termikus hatékonyság: 38%, tüzelőanyag szén-intenzitás 0,2014 t CO_2/MWh, áram-gáz-emissziós egység induló árai rendre: 31,1 EUR/MWh, 20,69 EUR/MWh, 10,83 EUR/tonna. A szimulációban egy hónapos intervallum áralakulásait modelleztük. Két esetet vizsgáltunk: az egyikben (1. ábra bal oldali része) fedezeti ügyletek nélkül, a másikban (jobb oldali ábra) fedezeti ügyletekkel vizsgáljuk az eredmény eloszlását.



1. ábra Az erőmű halmozott eredményének eloszlása fedezet nélküli esetben (bal oldali ábra), illetve delta hedge fedezéssel (jobb oldali ábra).

A hisztogramokon jól látható, hogy a 3000 darabszámú szimulációban a szórás jelentős mértékben csökkent a fedezeti ügyletek hatására, míg a várható érték (átlag) közel változatlan marad. A bemutatott fedezeti stratégia tehát alkalmas eszköz a kapcsolódó árkockázat kezelésére.

A dinamikus fedezeti stratégia ismertetése után nézzük meg a vállalat optimális kvótapozícióját, illetve a várható kibocsátást!

Az optimális kvótapozíció és a várható kibocsátás

Az optimális kvótapozícióra választ ad az előző részben kifejtett delta hedge stratégiában számolt, emissziós egységre vonatkozó delta paraméter. Ha a vállalat emissziós egység tartásával akarja kockázatát csökkenteni, abban az esetben a jövőbeli időszakra vonatkozó spread opciók emissziós egységre vonatkozó összesített delta paraméterének megfelelő mennyiségű szén-dioxid kvótát kell tartania a vállalatnak.

A jövőbeli kibocsátás lefedése mellett természetesen az adott év már elmúlt időszakához kapcsolódó tényleges kibocsátás is releváns. Adott évi kibocsátás fedezése esetében az optimális kvótapozíció tehát egyenlő lesz a hátralevő időszakra vonatkozó összesített negatív delta paraméter ellentettjének és a tényleges kibocsátásnak az összegével.

Hasonlítsuk össze az optimális kvótapozíciót a várható összes kibocsátással! Ésszerűnek hangzik az állítás, miszerint az erőmű a várható kibocsátásnak megfelelő mennyiségű emissziós egységet birtokoljon. Az alábbiakban belátjuk, hogy ez a feltételezés csak közelítéssel igaz.

A profitmaximalizáló vállalat jövőbeli kibocsátása megfeleltethető a spread-re vonatkozó bináris call opciók sorozatának *(Nagy, 2011)*. A bináris call opció kifizetése 0, ha a realizált árrés negatív, és 1, ha pozitív. Azaz, az erőmű akkor termel és szennyez, ha a realizálható árrés pozitív, egyébként a kapacitásokat pihenteti, ekkor viszont szennyezés sem történik. A szén-dioxid kibocsátás mértéke független attól a jövőbeli ténytől, hogy milyen magas az árrés: az erőmű ugyanannyi szén-dioxidot bocsájt ki a levegőbe magas árrés és alacsony (de pozitív) fedezet esetén.

Adott jövőbeli időpont kibocsátása tehát levezethető egy kétértékű (0/1) valószínűségi változó segítségével. Hosszabb időszak kibocsátását származtathatjuk az időpontokra vonatkozó kibocsátásokból: egyszerűen össze kell adni azokat.

Mivel a várható érték additív, a hosszabb időszak kibocsátásának várható értékét megkaphatjuk a bináris opciók összegeként. A várható kibocsátás értékének szórása és sűrűségfüggvénye viszont nem ennyire egyértelmű. A probléma oka az, hogy az egymást követő napok termelése erős autokorrelációt mutat.

Szimulációs és egyéb numerikus közelítési eljárásokkal levezethető a kibocsátás sűrűségfüggvénye, mely „kád" formát vesz fel *(Nagy, 2011)*. A függvény alakja alapján a mindennapos termeléshez és a mindennapos álláshoz tartozik a legnagyobb valószínűség érték.

A kibocsátás reálopciós modellezéséhez kapcsolódóan fontos megjegyzéseket kell tenni az opcióárazásban alkalmazandó valószínűségi mértékkel kapcsolatban. Mivel a kibocsátás mennyisége nem kereskedhető termék (nem adható-vehető szabadon) és nem árazható, ezért a kibocsátás mennyiségét nem lehet kockázatmentes módon replikálni. Emiatt a lejáratkori eloszlás számításánál a kockázatmentes hozam helyett a ténylegesen megfigyelhető hozamot kell alkalmazni. Leegyszerűsítve: az opciós képletben a kockázatmentes hozam (r) helyett a hozam várható értéke (μ) szerepel.

A „szokványos" opcióárazáshoz viszonyítva a másik fontos különbség, hogy míg általában a várható kifizetésfüggvény jelenértékét számoljuk (ezt tartalmazza a *Black-*

Scholes formula), addig a várható kibocsátás számítása esetében nincs szükség diszkontálásra: a keresett értéket a kifizetésfüggvény várható értéke adja meg.

Az optimális kvótapozíció és a várható kibocsátás összehasonlítása egytermékes esetben

A továbbiakban analitikus módon hasonlítjuk össze az optimális kvótapozíciót és a várható kibocsátást.

- Ehhez egytermékes esetre egyszerűsítjük le a kérdést:
- A három alaptermék közül az elektromos áram és a gáz ára rögzített, az emissziós egység ára geometriai Brown mozgás szerint alakul.

Egy jövőbeni időpont kibocsátását vizsgáljuk, melyben egységnyi energiát termelhet az erőmű (nem vesszük figyelembe a jövőbeli időszak többi időpontját és a már kibocsátott szennyezést).

Mivel az árrés két másik sztochasztikus tényezője (áramár és gázár) rögzített, ezért a döntési problémát megfeleltethetjük egy egytermékes opciónak, melynek kötési árfolyama (K) speciális:

7. $$K = \left(S_{pow} - S_{gas}/\eta - v\right) \cdot \eta/\delta$$

Az erőmű által realizált árrés kifizetésfüggvénye a következő:

8. $$M(t) = \delta/\eta \cdot \max[K - S_{eua}(t), 0]$$

A képlet megfeleltethető egy emissziós egységre vonatkozó eladási (put) opciónak, amelyből *δ/η* darabbal rendelkezünk.
Az opció Black-Scholes formula szerinti ára:

9. $$p = N(-d_2) \cdot K \cdot exp\left(-r(T-t)\right) - N(-d_1)S$$

Az opció delta paramétere:

10. $$-N(-d_1) = N(d_1) - 1 = N\left(\frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) - 1$$

A tartandó, optimális kvótamennyiség *(θ)* az opciós delta ellentettjének és az opció darabszámának szorzata:

11. $$\theta = \delta/\eta \cdot \left[1 - N\left(\frac{ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)\right]$$

Az optimális kvótamennyiség után fejezzük ki egyváltozós esetben (az áramár és a gázár rögzített) a várható kibocsátást (Q)!

Amennyiben a fedezet pozitív, akkor a vállalat egységnyi energiát termel, és kibocsát *δ/η* mennyiségű szén-dioxidot. A várható kibocsátás (Q) esetünkben levezethető az emissziós egységre szóló, *δ/η* darab bináris eladási (put) opcióból.

A bináris eladási opció ára (p_{bin}) a következő (az opciós képletben levő d_2 esetében a felülvonás jelzi, hogy nem a kockázatmentes kamatlábbal, hanem a tényleges várható hozammal kell számolni):

12. $$p_{bin} = N(-d_2{'}) \cdot exp\big(-\mu(T-t)\big)$$

A várható kibocsátás (amely egyenlő az opció várható lejáratkori értékével) megegyezik a diszkontálás nélküli bináris opciós árképlettel:

13. $$Q \approx \delta/\eta \cdot N(-d_2{'}) = \delta/\eta \cdot \left[1 - N\left(\frac{ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)\right]$$

A 11. és 13. képletet összehasonlítva látszik a két lényegi különbség: a kockázatmentes kamatláb (r), illetve várható hozam *(μ)* szerepeltetése, valamint a variancia felével $(\frac{\sigma^2}{2})$ történő korrekció előjele.

A képletek alapján megállapítható, hogy egytényezős modellben (áramár és gázár rögzített) az optimális kvótapozíció *(θ)* és a várható kibocsátás (Q) viszonya a kockázatmentes kamatláb, a várható hozam és a variancia viszonyától függ, a következők szerint:

14. $$\begin{aligned} &\theta > Q, ha \quad \mu > r + \sigma^2 \\ &\theta = Q, ha \quad \mu = r + \sigma^2 \\ &\theta < Q, ha \quad \mu < r + \sigma^2 \end{aligned}$$

Amennyiben a várható hozam magasabb, tmint a kockázatmentes kamatláb és a variancia összege, az erőműnek a várható kibocsátásánál nagyobb mennyiségű kvótát kell tartania kockázatának fedezésére, amennyiben kisebb, kevesebbet. Azonban mindkét esetben a delta paraméterek alapján kell meghatároznia optimális kvótapozícióját.

Konklúzió

A cikkben bemutattuk, hogy az erőművek árazása és kockázatkezelése sztochasztikus pénzügyi megközelítést igényel. A villamosenergia termelők esetében számos reálopciós döntési szituációval találkozhatunk. Az erőmű által megtermelt árrést a három releváns áru (a termék elektromos áram, valamint az erőforrásként szereplő gáz és emissziós kvóta) áraiból és a technikai paraméterekből származtattuk. A jövőbeli árrés értéke megfeleltethető e három alaptermékre vonatkozó különbözeti (spread) opciók sorozatának. Az erőmű termelésére és a kibocsátott szennyezés mennyiségére is találhatók opciós analógiák. A profitmaximalizáló erőmű csak akkor termel és szennyez, ha a realizálható árrés pozitív. Ellenkező esetben (negatív árrés) az erőmű nem üzemel és a légkört sem szennyezi. Az erőmű kibocsátása tehát megfeleltethető a különbözetre szóló kétértékű (bináris) opciók sorozatának.

A vállalat által realizált eredmény fedezeti ügyletek nélkül meglehetősen bizonytalan. A kockázatot delta hedge stratégia alkalmazásával eredményesen csökkenthetjük. A cikkben bemutattuk, hogy a fedezeti ügyletek eredményeképpen az eredmény eloszlása kevésbé szóródik, a realizált eredmény konstans értékhez tart. A fedezeti ügyletek egy másik kérdésre is választ adnak: az emissziós egységre vonatkozó delta paramétert a múltbeli tényleges kibocsátáshoz adva megkaphatjuk, milyen mennyiségű emissziós kvótát tartson adott pillanatban az erőmű a kockázatának minimalizálása érdekében. Az eredményül kapott érték az optimális kvótapozíció.

A vállalat várható kibocsátása ugyanakkor megkapható a kétértékű (bináris) opciók lejáratkori értékéből. Ennek számításánál a kockázatmentes mérték helyett a várható hozamot kell alkalmaznunk.

Összehasonlítottuk az optimális kvótamennyiséget és a várható kibocsátást. Bemutattuk, hogy a két érték közel egyenlő egymással. Az analitikus eredmény rámutat arra, hogy, amennyiben az emissziós kvóta várható hozama meghaladja a kockázatmentes kamatláb és a variancia összegét, akkor a vállalatnak a várható kibocsátásnál nagyobb mennyiségű emissziós kvótát kell tartania kockázata minimalizálása érdekében, ellenkező esetben kevesebbet.

IRODALOMJEGYZÉK

ABADIE, L. M. és CHAMORRO, J. M. (2008): European CO_2 prices and carbon capture investments. *Energy Economics*, 2008, 30(6), 2992–3015 o.

ALBEROLA, E., CHEVALLIER, J., CHÉZE, B. (2008): Price drivers and structural breaks in European carbon prices 2005–2007, *Energy Policy*, 2008, 36, 787–797 o.

ALEXANDER, C., VERKATRAMANAN, A. (2009): Analytic Approximations for Spread Options, ICMA Centre Discussion Papers in Finance, DP 2009-06

BOROVKOVA, S., PERMANA, F. J., V.D. WEIDE, H. (2007): A Closed Form Approach to the Valuation and Hedging of Basket and Spread Options, *The Journal of Derivatives*, 2007, 14, 8-24 o.

CARMONA, R., DURRLEMAN, V. (2003): Pricing and hedging spread options. *SIAM Review*, 2003, 45, 627-685 o.

CRAGG, M., GOLDBERG, R., KHATCHATRIAN, V., DeFONSEKA, J. (2011): Cleaning Up Spark Spreads: How Plant Owners Can Reduce Risk Through Carbon Markets, elérhető: http://www.brattle.com/_documents/UploadLibrary/Upload933.pdf, letöltve 2011.05.10

DIXIT, R. K., PINDYCK, R. S. (1994): Investment under Uncertainty. Princeton University Press, Princeton, N.J.

DOBOS, I. (2002): Szennyezési jogok hatása a vállalati termelési stratégiára, BKÁE Vállalatgazdaságtan Tanszék Műhelytanulmány sorozat, 25., Budapest

HERBELOT, O. (1992): Option Valuation of Flexible Investments: The Case of Environmental Investments in the Electric Power Industry, PhD disszertáció, *Massachusetts Institute of Technology*, elérhető: http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/13217, letöltve 2010.02.21

HLOUSKOVA, J., KOSSMEIER, S., OBERSTEINER, M., SCHNABL, A. (2005): Real options and the value of generation capacity in the German electricity market, *Review of Financial Economics*, 2005, 14, 297–310 o.

HSU, M. (1998): Spark Spread Options Are Hot! *Electricity Journal*, 1998, 11(2), 28-39 o.

JARROW, R., RUDD, A. (1982): Approximate option valuation for arbitrary stochastic processes., *Journal of Financial Economics*, 10, 347-369 o.

KIRK, E. (1995): Correlation in the energy markets, in managing energy price risk, Risk Publications and Enron, London

LAURIKKA, H. (2006): Option value of gasification technology within an emissions trading scheme. *Energy Policy*, 2006, 34(18), 3916–3928 o.

LESI, M., PÁL, G. (2004): Az üvegházhatású gázok kibocsátásának szabályozása, és a szabályozás hatása a villamos-energia termelő vállalatokra Magyarországon. Ph.D. Értekezés. Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem

LI, M., DENG, S., ZHOU, J. (2008): Multi-asset Spread Option Pricing and Hedging, elérhető: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1025436, letöltve: 2011.05.21

MILEVSKY, M.A., POSNER, S.E. (1995): Asian options, the sum of lognormals and the reciprocal gamma distribution. *The journal of financial and quantitative analysis*, 1995, 33(3), 409-422 o.

NAGY, T. (2011): Simulation of carbon-dioxide emission by option model, EMAN-EU 2011 Conference, Proceedings, 263-277. o.