

MAGÁNNYUGDÍJ-JÁRADÉKOK KÖZÖTTI VÁLASZTÁS¹

ÁGOSTON KOLOS CSABA
Budapesti Corvinus Egyetem

Ebben a cikkben a magánnyugdíj-járadékok közötti választást vizsgálom. Arra vagyok kíváncsi, hogy a racionális döntéshozó hogyan választ a lehetséges járadékokból. A döntéshozó a várható hasznosságát maximalizálja. A cikkben megvizsgálom azt az esetet is, ha a döntéshozó számára fontos, hogy gondoskodjék az utódairól, és megvizsgálom a házaspárok optimális döntését is. Felhívom a figyelmet, hogy a nemek közötti differenciálás tilalmának az lehet a következménye, hogy a döntéshozók olyan járadékokat választanak, amely a szolgáltatónak összességében veszteséget okoz. Bemutatom, hogy a használt járadékkal kombinált ütemezett pénzkivonás a vizsgált környezetben nem rosszabb, mint a többi lehetőség, a döntéshozó viszont ebben az esetben a befektetési lehetőségeket maga választhatja meg.

1 Bevezetés

A gazdaság szereplői fogyasztási döntésük meghozatalánál több időszak fogyasztását együttesen veszik figyelembe. Meglévő tőkéjüket (és egyéb jövedelmüket) időben elosztva fogyasztják el úgy, hogy ez a fogyasztás mégis optimális legyen. A fogyasztás időbeli optimalizálásának gondolata már Samuelson híres [9] cikkében is jelen volt. Ebben a cikkben, és a cikkből kifejlődő együttélő nemzedékek modelljeinél jellemzően az emberi élet vége nem bizonytalan. Yaari [12] és Fischer [4] úttörő munkát végzett a fogyasztás időbeli tervezésére bizonytalan élet esetén. Szintén ők voltak azok, akik az életbiztosítások közgazdasági megalapozását elvégezték. Életjáradékok vizsgálatát végezte Kotlikoff és Spivak [5], akik a családon belüli kockázatmegosztás lehetőségét tanulmányozták. Milevski [6] azt vizsgálta, hogy egy optimális döntéshozónak mikor érdemes felhalmozott tőkéjét járadéokra váltania. Mitchell [8] és szerzőtársai az USA piacán fellelhető járadékokat értékelték. Magyarországon Simonovits több cikk keretében is vizsgálta hasznosságmaximalizáló fogyasztók nyugdíjjal kapcsolatos döntéseit (lásd például [10]).

A hazai magánnyugdíjpénztári rendszert több cikk is elemzi (például [11,7,1]). Banyár [2] a nemek közötti differenciálást tilalmát vizsgálja.

2 Az életjáradékok közgazdasági megalapozása

A téma részletes ismertetése előtt szeretném pár mondatban összefoglalni az életjáradék közgazdasági megalapozását.

¹Beérkezett: 2007. november 14. E-mail: kolos.agoston@uni-corvinus.hu.

Biztosítás vásárlásakor a biztosított bizonytalan vagyoni helyzetben van. Ezt a bizonytalan vagyoni helyzetet hajlandó bizonyos biztosítási díjért elcserélni egy olyan helyzetre, ahol a bizonytalanság megszűnik, vagy jelentősen csökken. Életjáradék vásárlásánál első ránézésre a helyzet éppen ellentétes. A döntéshozó biztos vagyont hajlandó elcserélni bizonytalanra, ráadásul a járadék várható (jelen)értéke kisebb, mint az egyszeri díj. Ebben az esetben a döntéshozó problémája abból fakad, hogy az emberi élet vége bizonytalan, és a fogyasztását hozzá kell igazítani ehhez a bizonytalan élettartamhoz. A vizsgálatunk középpontjában egy nyugdíjazás előtt álló (62 éves) pénztártag szerepel, aki a magánnyugdíjpénztárban felgyülemlett tőkéjét szeretné átváltani járadékokra. A kérdés az ő számára úgy merül fel, hogy a lehetséges járadékok közül melyiket válassza. Ahhoz, hogy a lehetséges járadékok közül választani tudjon, a járadékokat rangsorolnia kell. Jelölje rendre $C_{62}, C_{63}, C_{64}, \dots, C_{99}$ a 62, 63, 64 ... 99 évesen kapott pénzösszegeket. Ekkor ennek a pénzárannak a hasznossága²:

$$U(C_{62}, C_{63}, C_{64}, \dots, C_{99}) = \sum_{t=62}^{99} P_t \frac{C_t^{1-\beta}}{1-\beta} \frac{1}{\gamma^t}, \quad (1)$$

ahol P_t azt a valószínűséget fejezi ki, hogy egy 62 éves ember megéli a t -edik életévét. Természetesen $P_{62} = 1$, és feltételezem, hogy $P_{100} = 0$, azaz 100 év az emberi élet végső határa³. A β paraméter a döntéshozó kockázatkerülését fejezi ki. Minél nagyobb a β érték, annál inkább kockázatkerülő a döntéshozó, azaz annál inkább szeretné, hogy a fogyasztásra használt pénzmenyiség időben állandó legyen, még azon az áron is, hogy összességében kevesebbet fogyaszt. Ha β értéke kicsi, akkor a döntéshozó kevésbé kockázatkerülő, a fogyasztásra használt pénzmenyiség időbeli változását elviseli, ha összességében elfogyasztható pénzmenyiség kompenzálja. A szélső eset a $\beta = 0$, ebben az esetben a döntéshozót csak a várhatóan elfogyasztható pénzmenyiség érdekli, időbeli eloszlása nem. A döntéshozó türelmetlenségét fejezi ki a γ érték. A fogyasztó bármilyen jószág elfogyasztását jobban értékeli a jelenben, mint bármilyen későbbi időpontban (minél nagyobb a γ paraméter értéke 1-nél, annál türelmetlenebb a döntéshozó).

2.1 A vizsgált döntéshozó

Az általam vizsgált döntéshozó nyugdíjazás előtt álló, 62 éves magyar állampolgár. A legkritikusabb kérdés a döntéshozó koréves halálozási valószínűségei.

²Az (1) képlet csak akkor áll fenn, ha feltételezzük, hogy a döntéshozónak az összes időskori bevétele csak a magánnyugdíj-járadékból származik. Ez természetesen nincs így, hiszen nyugdíjának döntő részét az állami újraelosztó rendszerből kapja. A nyugdíja mellett a döntéshozónak még saját megtakarítása is lehet. Az említett hiányosságok ellenére engedjék meg, hogy feltételezzem, amikor a döntéshozó a magánnyugdíjpénztári járadékok közül választ, az egyéb forrásból származó jövedelmét figyelmen kívül hagyja.

³Magyarországon a halandósági táblák a koréves halálozási valószínűséget 100 éves korig adják meg. Korábbi vizsgálatok azt mutatják, hogy az emberi élet végső határának növelése (ha az adott korév megélésének valószínűsége elenyésző) nem befolyásolja az eredményeket jelentősen (lásd például [8]).

A bemutatott modellben a nemek közötti differenciálás tilalmára koncentrálok, a többi tényezőt megpróbálom kiszűrni. Ezért feltételezem, hogy a halálozási valószínűségek, mind a döntéshozó, mind a járadékszolgáltató számára ismertek. A döntéshozó halálozási valószínűségeit a 2004-es halandósági tábla adja meg⁴, külön férfiakra és külön nőkre. Mivel halálozási valószínűségeket mind a járadékvásárló, mind a járadékszolgáltató ismeri (és a férfiakat és nőket meg is tudja különböztetni), nincs a modellben ebből fakadó antiszelekció.

A kockázatkerülés mértékét külföldi szerzők 1 és 2 között szokták meghatározni (lásd: [8,5]). A számításokat $\beta = 1,25$ és $\beta = 2$ értékekre mutatom be. A γ paraméter értékét 1-nek választom. Az általam bemutatott modelleknél ez csak egy újabb paraméter lenne, a fő mondanivalót nem változtatja meg, csak a konkrét értékeket téríti el.

A döntéshozó optimális viselkedésének meghatározásakor a kamatoktól eltekintek (azt feltételezem, hogy a magánnyugdíjpénztárak —vagy járadékszolgáltatók— pont akkora kamatot érnek el, hogy a kifizetések reálértéke megmaradjon).

A számításokat MS Excel programmal végeztem el, numerikusan.

Feltételezem, hogy a magánnyugdíjpénztári tagnak 5 millió forintja gyűlt össze, ezt az összeget szeretné járadékokra váltani⁵. Azért, hogy a hasznosságok kiszámításánál ne kelljen túlságosan kis számokkal dolgozni, ezért 1000 forintos egységekben dolgozok. Tehát a döntéshozónak 5000 egység fogyasztását kell szétosztania optimálisan⁶. Ahhoz, hogy forintértéket kapjunk, a közölt értékeket be kell szorozni 1000-rel.

2.2 Életjáradék nélküli optimalizáció

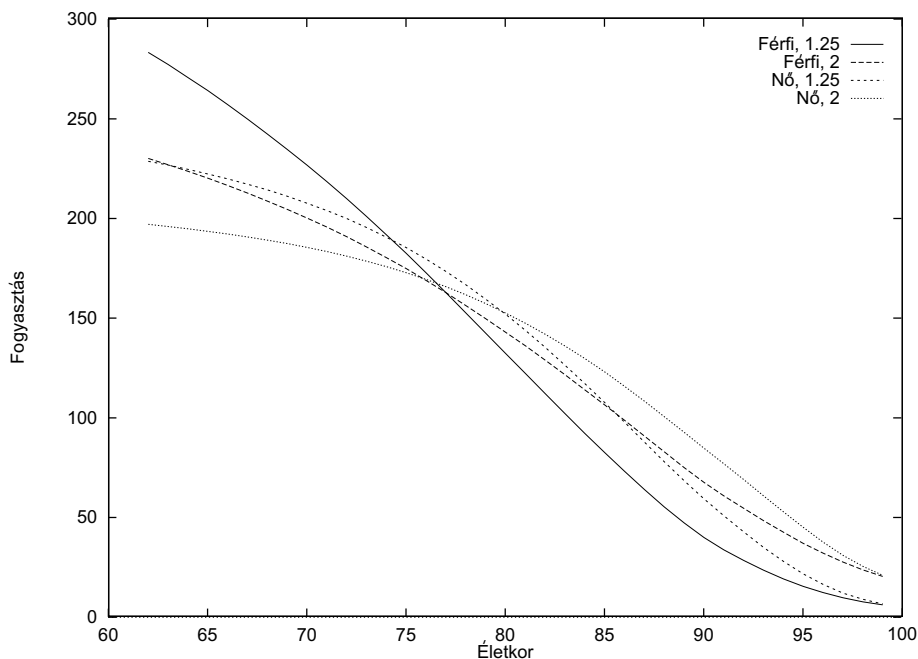
Amennyiben a piacon nem létezik járadékszolgáltató, a döntéshozónak úgy kell elosztania megtakarításait, hogy a nagyon kis valószínűséggel megélt éveire is maradjon pénz. Az 1. ábra mutatja a férfiakra és a nőkre az op-

⁴A halálozási valószínűségeket lehetne pontosabban modellezni, például projektált generációs halandósági táblák alkalmazásával, de több megfontolás is kérdésessé teszi ennek hatásosságát. Egyrészt a magánnyugdíjpénztári tőkék járadékokra való átváltása 2012 után lesz mérvadó, tehát nem a most 62 évesek halandóságát kell előre jelezni, ami a becslés bizonytalanságát növeli. Másrészt Magyarországon generációs halandósági tábla az össznépeségre áll rendelkezésre, de kérdés, hogy ez mennyire fejezi ki majd a magánnyugdíjpénztári tagok valós elhalálását. Külföldi tapasztalatok szerint az önkéntes járadékosok halandósága jobb az országos átlagnál. Magánnyugdíjpénztárba csak a pályakezdőknek volt kötelező a belépés, idősebbek választhattak. Személyes véleményem, hogy az átmeneti időszakban a magánnyugdíjpénztár tagok halandósága jobb lesz, mint az országos átlag. Magyarországon járadékbiztosítást vásárlók halandóságáról nem áll rendelkezésre adat.

⁵További antiszelekciós probléma lehet, ha nem mindenkinek ugyanakkora a felgyülemlett tőkéje. Erős a gyanú, hogy a nagyobb tőkét összegyűjtött pénztártagok halandósága jobb az átlagnál. Ezt a szelekciós hatást is figyelmen kívül hagyom, hogy a nemek közötti differenciálás tilalmára tudjak koncentrálni.

⁶Természetesen itt is jelentkezik ún. jövedelemi hatás, tehát pl. tízszeres tőke esetén nem az lesz az optimális, ha minden évben a fogyasztásra szánt összeget beszorozzuk tízzel, hanem a fogyasztás szerkezete is megváltozhat. A szerző úgy ítéli meg, hogy a változás a vizsgált probléma szempontjából nem jelentős.

timális esetben elfogyasztandó pénzösszeget, az 1. táblázat pedig megadja a konkrét értéket néhány korévre⁷.



1. ábra. A döntéshozó választása ütemezett pénzkívét esetén

Életkor	Férfi		Nő	
	$\beta = 1,25$	$\beta = 2$	$\beta = 1,25$	$\beta = 2$
62	282,8	229,5	228,1	196,4
67	249,3	212,1	216,1	190,1
72	209,4	190,2	199,3	180,5
77	162,2	162,2	172,8	165,1
82	111,6	128,4	134,7	141,2
87	63,5	90,3	87,2	107,7
92	28,0	54,0	42,2	68,3
97	9,3	27,1	11,5	30,4
El nem használt tőke	1758,5	2078,8	1350,5	1608,5

1. táblázat. A döntéshozó választása ütemezett pénzkívét esetén

Az 1. ábrán és az 1. táblázatban látható, hogy a döntéshozó fogyasztása időben erősen csökkenő. Természetesen a fogyasztás annál jobban csökken, minél inkább kockázatkerülő (minél nagyobb a β paraméter értéke). Mivel a

⁷Az optimális döntés egy nemlineáris programozási feladat megoldása. A programozási feladatokat a függelék tartalmazza. Az 1. ábrához és az 1. táblázathoz az 1. programozási feladat tartozik.

döntéshozónak azokra az évekre is kell tartalékolnia, amit csak kis valószínűséggel él meg, ezért a felhalmozott tőkájének egy részét nem tudja elfogyasztani, ez számára elveszik⁸. Ezt mutatja a táblázat utolsó sora. Az 1. táblázatban az is látszik, hogy férfiak esetén a fogyasztás csökkenése erőteljesebb, amit a nagyobb halálozási valószínűségek okoznak.

Mivel a döntéshozó megtakarításának jelentős része elveszik, így hajlandó életjáradékot vásárolni egy járadékszolgáltatótól.

2.3 Életjáradék eseti optimalizáció

Amennyiben a piacon elérhető életjáradék, a fogyasztó jelentősen jobb helyzetbe kerül. A 2. táblázat azt mutatja, hogy 5000 egységnyi pénz életjáradékra váltásával elért hasznosság mekkora megtakarítást igényelne, ha a piacon nem lehetne életjáradékot vásárolni⁹. Természetesen az életjáradék szolgáltatása költségigényes, ezért különböző költségszinteken is megmutatjuk a szükséges tőke mértékét. Költségszinten azt értem, hogy a várható értékre (egyszeri nettó díjra) hány % költséget számol fel a szolgáltató (vállalkozói díjrész, vagy angolul loading). Itt most csak az azonnal induló, garanciaidő nélküli, ún. egyszerű életjáradék esetét vizsgálom.

Költség %	Férfi		Nő	
	$\beta = 1,25$	$\beta = 2$	$\beta = 1,25$	$\beta = 2$
0	8730	9503	7490	7952
5	8314	9050	7134	7574
10	7936	8640	6810	7229
15	7591	8264	6513	6915
20	7275	7919	6242	6627
30	6715	7310	5762	6117
40	6236	6788	5351	5680

2. táblázat. Járadékot helyettesítő egyösszegű kifizetések

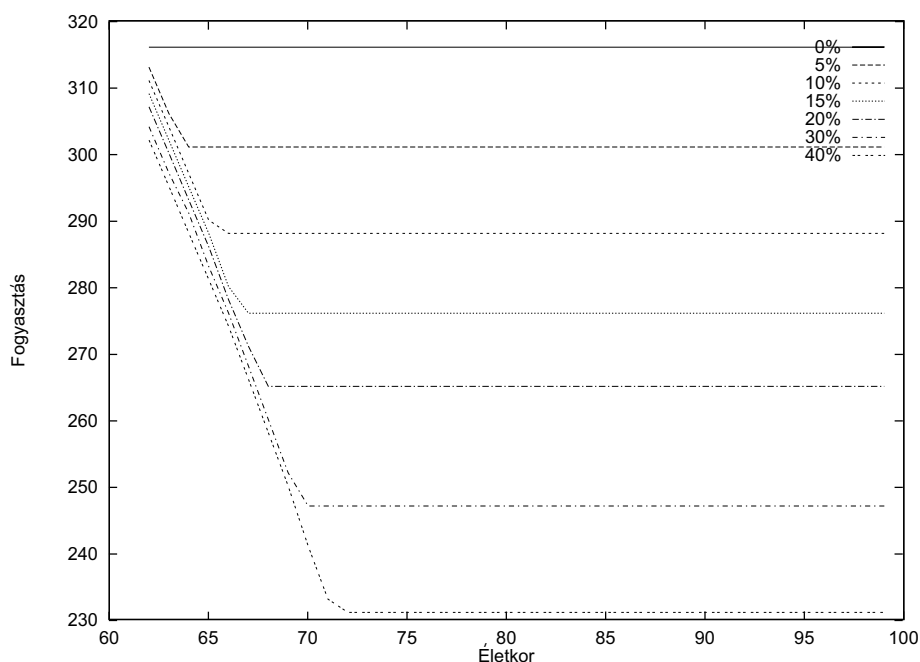
A 2. táblázatból láthatjuk, hogy férfiak számára sokkal többet ér az egyszerű életjáradék, mint a nők számára, ami logikus is, hiszen életjáradék nélkül az ő fogyasztásuk sokkal erősebben csökkent, mint a nőké. Azt is láthatjuk, hogy minél nagyobb a kockázatkerülés mértéke (nagyobb β érték), annál többet jelent a döntéshozó számára az életjáradék, így csak nagyobb összeggel lehet kárpótolni annak elvesztéséért.

Ha a járadékszolgáltató nem tud várható értéken életjáradékot szolgáltatni, akkor a döntéshozó nem a teljes megtakarítását váltja át járadékra (amennyiben lehetősége van erre). A 2. ábra azt mutatja, hogy milyen fogyasztási tervet választ magának egy $\beta = 1,25$ kockázatelutasítási paraméterrel rendelkező férfi különböző költségszintek esetén¹⁰ (az ütemezett pénzkivéteket nem terheli költség). A vízszintes vonalak mutatják az életjáradék iránti igényt, a csökkenő rész pedig a saját megtartást, ami pénzkivétnek értelmezhető. Természetesen ebben az esetben is elveszít bizonyos csekély mennyiséget a döntéshozó a vagyonából.

⁸Az örökösök figyelembevételét a 3.3. fejezetben mutatom be.

⁹A táblázat a 2. programozási feladat optimális megoldását mutatja.

¹⁰Az ábrához a 3. programozási feladat tartozik.



2. ábra. A döntéshozó választása, ha a járadékszolgáltató költséget számol fel

A táblázatból az is kiderül, hogy a döntéshozó számára az az optimális, ha halasztott életjáradékot vásárol, az első pár évben pedig a járadékra át nem váltott pénzt a járadék megindulásáig ütemezetten felveszi. Minél nagyobb költségekkel dolgozik a biztosító, annál tovább szeretne a döntéshozó magáról gondoskodni ütemezett pénzkivét formájában. Magánnyugdíj-járadék szolgáltatás jelenleg még nincs, ezért nem tudjuk, hogy milyen költségszinttel fognak dolgozni, de több szakértő is hangot ad félelmének, hogy a költségszint 'jelentős' lesz. A pénztártag számára viszont nem lehetséges az ütemezett pénzkivétellel kombinált halasztott életjáradék. A törvényalkotóknak érdemes lenne elgondolkodni ezen a lehetőségen is¹¹.

3 A magánnyugdíjpénztár-tagok optimalizációja

Ebben a fejezetben azt vizsgálom meg, hogy a magánnyugdíjpénztár-tagok a felhalmozott tőke járadékra történő átváltásakor hogy viselkednek. Vizsgálá-

¹¹Hasonló (bár nem teljesen megegyező) megoldást vizsgál Milevsky [6], aki a kanadai környezetben arra a megállapításra jut, hogy a döntéshozó nagy valószínűséggel jobban jár, ha nem rögtön induláskor váltja át pénzt járadékra.

taim során egy 62 éves férfi és egy 62 éves női pénztáratgot feltételezek¹², és különösen arra koncentrálok, hogy a nemek közötti differenciálás tilalma hogy hat a döntéshozók viselkedésére. A jelenlegi szabályozás nem egyértelmű (és további változások várhatók), ezért itt a fejezet elején leírom, hogy milyen szabályok vonatkoznak a döntéshozókra. A döntéshozónak a teljes felgyülemlett tőkéjét át kell váltani járadéokra (ütemezett pénzkívét nem megengedett). A döntéshozónak négyféle járadék áll rendelkezésre: egyszerű életjáradék, elől- és hátul garanciaidős életjáradék és több életre szóló életjáradék. Egyszerű életjáradék alatt azt értem, hogy amíg a biztosított életben van, minden év elején megkapja a járadéktagot, ami időben nem változik. N éves elől garanciaidős járadék esetén a biztosított minden év elején megkapja a járadéktagot, de ha az első N év eltelté előtt elhalálozik, akkor a járadéktagot megkapja az örökös. N éves hátul garanciaidős járadék esetén a biztosított minden év elején megkapja a járadéktagot, halála után N évig pedig az örökös is megkapja még a járadéktagot. Két életre szóló járadék alatt azt értem, hogy ameddig a két biztosított közül bármelyik is életben van, év elején megkapja (megkapják) a járadéktagot¹³. Nemek közötti differenciálás tilalma alatt azt értem, hogy a tőke járadéokra történő átváltásakor férfiak és nők egyforma nagyságú tőkére egyforma nagyságú járadékot kapnak. A kapott járadék a férfiak és nők összegyűjtött vagyonának arányától függ. Azt feltételezem, a férfiak összesített vagyona megegyezik a nők összegyűjtött vagyonával¹⁴. Legyen a_{62}^n egy 62 éves nő esetén az egyszeri nettó díj (a járadékkifizetés várható értéke), a_{62}^f pedig ugyanez férfi esetén. Ekkor ebből a típusú járadékból minden pénztáratg 1 egység tőkét

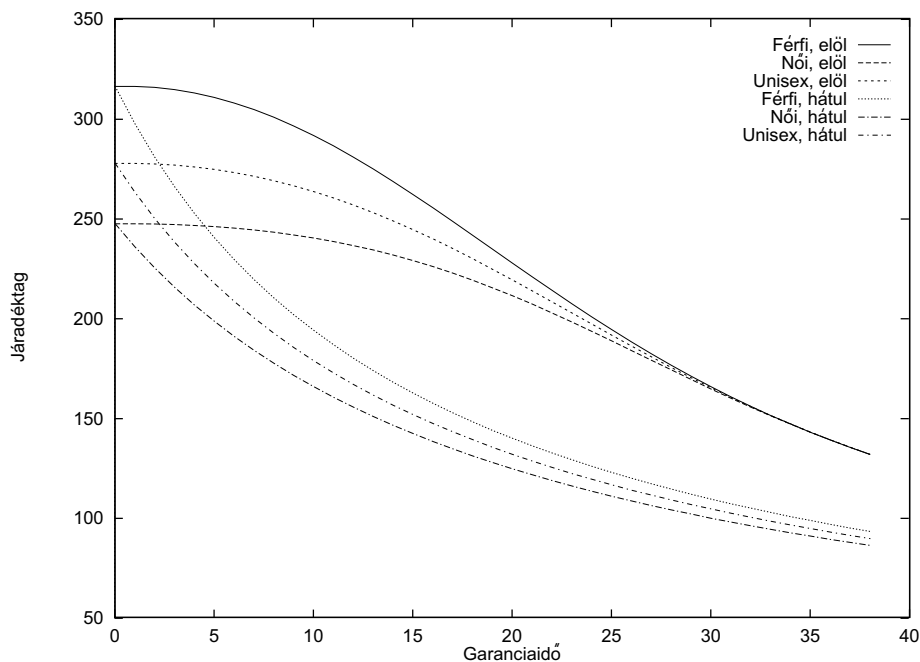
$$\frac{2}{a_{62}^n + a_{62}^f}$$

összegű járadékra tudja átváltani. A fenti definícióból az is látszik, hogy a férfiak és nők közötti redisztribúció függ a járadék típusától. Ha például valaki 38 éves elől garanciaidős járadékot kér (62-99 éves korig), akkor a nemek közötti differenciálás tilalma érvényét veszti, hiszen feltételezésünk szerint az emberi élet végső határa 100 év, így ez a járadék már nem tartalmaz életbiztosítási elemet, egyszerű annuitássá válik. A 3. ábra mutatja, hogy 5000 egység tőkét mekkora járadékra lehet átváltani férfi, női illetve 'unisex' halandósági tábla alapján. A 3. táblázat pár kiválasztott garanciaidőre és életkorra mutatja a férfiak és nők közötti átcsoportosítás mértékét. Az átcsoportosítás mértéke alatt azt értem, hogy az 'unisex' halandósággal kiszámított járadék hány százaléka a férfi halandósággal számolt járadéknak.

¹²További problémákat vet fel, ha a férfi- és női pénztáratgok életkora nyugdíjba vonuláskor eltérő.

¹³A több életre szóló járadék esetén elvileg lehetséges, hogy más összeg illeti a párt, amíg mindkét tagja életben van, és más (kevesebb) összeg, ha már csak a pár egyik tagja van életben. Ezt az esetet nem vizsgálom.

¹⁴Női pénztáratgból több van, de a férfiak várhatóan nagyobb tőkét gyűjtenek össze.



3. ábra. Járadéktag különböző garanciaidők esetén

Garanciaidő (év)	Elöl garanciaidős járadék (%)	Hátul garanciaidős járadék (%)
0	87,8	87,8
5	88,4	90,4
10	90,3	92,1
15	93,2	93,3
20	96,3	94,2
25	98,5	94,9
30	99,6	95,4
35	100,0	95,8

3. táblázat. Átcsoportosítás mértéke különböző garanciaidők esetén

A 3. ábra és a 3. táblázat alapján jól látható, hogy férfiak számára az átcsoportosítás mértéke csökkenthető, ha növelik a garanciaidő hosszát.

Több életre szóló járadék esetén azt feltételezem, hogy egy 62 éves férfi és egy 62 éves nő a biztosított, így a nemek közötti differenciálás tilalma értelmetlenné válik¹⁵.

A cikk további részében azt feltételezem, hogy a tőke költség nélkül átváltható járadéokra. A pénztárgatoknak ütemezett pénzkívét nem megengedett,

¹⁵Természetesen a gyakorlatban a férj és feleség életkora nem feltétlenül egyezik meg, ami további nehézségek forrása.

a járadékok közötti választást pedig minimálisan befolyásolja csak, ha mind-egyikre felszámítok költséget¹⁶.

3.1 Személyes optimalizáció

Ebben az alfejezetben azt vizsgálom, hogy amennyiben a pénztártagok csak a saját érdekeiket tekintik, milyen járadékot választanak. Nyilván ebben az esetben abban érdekeltek, hogy az éves járadéktag a lehető legnagyobb legyen. Nem érdeke senkinek sem garanciaidőt kérni, mert az éves járadéktag csökken (még férfiak esetén is, lásd 3. ábra), így mindenki egyszerű életjáradékot választ. A férfi pénztártagok a nemek közötti differenciálás tilalmát újabb költségnek élik meg, melynek mértéke 15% körüli. Ha ehhez hozzájön a járadékszolgáltató költsége, a 2. táblázat alapján valószínűsíthető, hogy még mindig jobban megéri neki a pénztár által folyósított életjáradék, mint ha saját magáról gondoskodna ütemezett pénzkivét formájában.

Van azonban egy elvi lehetőség, amire érdemes felhívni a figyelmet. A férfiak nagy garanciaidős járadékot kérnek, mondjuk 38 éveset, amiben már nincs életbiztosítási kockázat, annuitásnak tekinthető. A pénztártag felvesz hitelt, amelynek törlesztőrészleteit ebből az annuitásból fizeti. A felvett hitel összegét pedig olyan járadékszolgáltatónál váltja át járadékra, akire nem vonatkozik a nemek közötti differenciálás tilalma. Az hogy ez az elvi lehetőség gyakorlatilag megvalósítható-e, a költségektől függ. Ha minden egyes szerződést a 'piacon' kell egyénileg megkötni, akkor a költségek valószínűleg felemészítik a hasznot. Ha azonban valamelyik nyugdíjpénztár és háttérintézménye intézményes keretet biztosít ennek a megoldásnak, akkor gyakorlatilag értelmetlenné válik a nemek közötti differenciálás tilalma.

3.2 Ütemezett pénzkivétellel kombinált halasztott életjáradék

A jelenlegi szabályozásban nem szerepel, de ezen alfejezet erejéig tegyük fel, hogy a pénztártagok számára lehetőség van arra, hogy halasztott életjáradékot kérjenek, és az életjáradék elindulásáig ütemezetten vegyék fel a pénzüket. Azt a kikötést teszem, hogy a járadékra át nem váltott tőkét a járadék elindulásáig el kell fogyasztani¹⁷. Amennyiben az ütemezett pénzkivonás megegyezik a járadéktaggal, akkor ez egy elől garanciaidős járadéknak felel meg. Azért érdekes ezt az esetet vizsgálni, mert az ütemezett pénzkivételnek nem kell

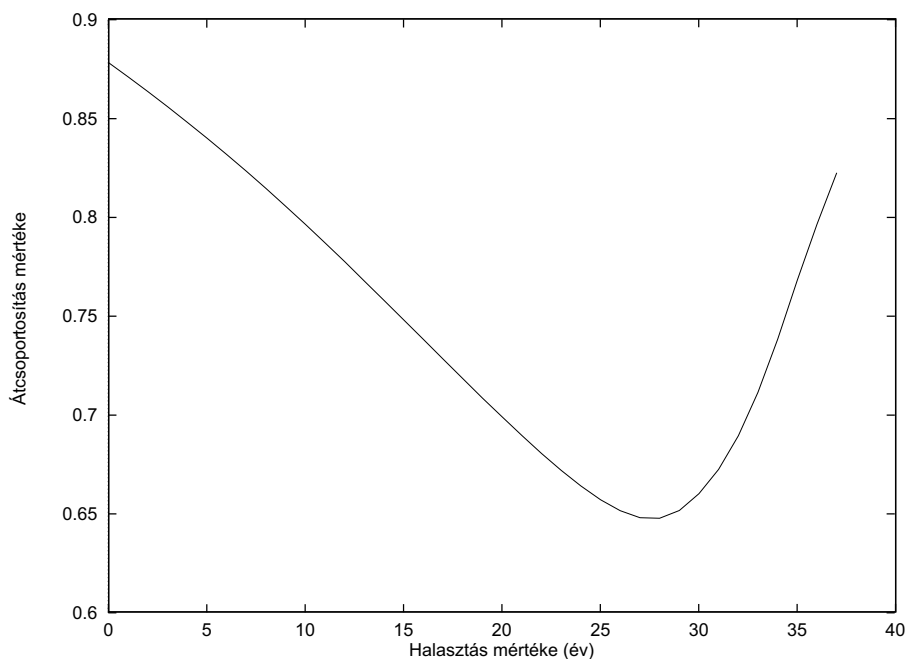
¹⁶Már többször hangsúlyoztam, hogy semmit nem tudunk arról, hogy a járadékszolgáltatók milyen költségsszinttel és milyen biztonsági pótlékkal fognak dolgozni. Minél nagyobb a garanciaidő mértéke, arányaiban annál kisebb életbiztosítási kockázatot vállal a járadékszolgáltató, ami alacsonyabb biztonsági pótléket indokolna. Érdekes lehet a modellt finomítani ezzel az észrevétellel.

¹⁷A 2.3 fejezetben láttuk, hogy a döntéshozó számára nem optimális, hogy valamelyik évben pénzkivét és járadéktag egyszerre szerepeljen. A mostani esetben viszont előfordulhat ez az eset, mert a 'költségsszint' változik a halasztás minden évére. Az általam modellezett példákban az átfedés mértéke elenyésző lenne.

feltétlenül megegyeznie a járadéktaggal, másik oldalról a költségszint eltér az ütemezett pénzkivételre és a járadékra.

Halasztott életjáradék esetén az átcsoportosítás mértékét a 4. ábra tartalmazza. Látható, hogy az átcsoportosítás mértéke a halasztás növelésével egy ideig növekszik (a görbe csökkenése az átcsoportosítás mértékének növekedését jelzi).

A számunkra érdekes kérdés, hogy a tőke mekkora részét váltják át járadékra a pénztártagok, és hány év halasztást kérnek. Első érdekes dolog, hogy a halasztás mértéke nem különbözik nemre és kockázatelutasítás mértékére vonatkozóan, általánosan 1 év¹⁸. Mivel ennél az elemzésnél a költségeknek lényegesebb szerepük van, mint a többinél, ezért elvégeztem úgy is az elemzést, hogy a járadékszolgáltató minden járadékra felszámol 10% költséget. A halasztás időtartama ebben az esetben általánosan 5 év. A pénztártagok választásának pontos értékét a 4. és az 5. táblázatok tartalmazzák¹⁹. Az 5. táblázatban a járadékszolgáltató hiánya azt jelenti, hogy mennyivel többet kell kiadnia a járadékbiztosításokra (várhatóan), mint amennyit egyszeri díjként megkapott, ami a 10% felszámított költségrész miatt nem válik tényleges veszteséggé.



4. ábra. Átcsoportosítás mértéke halasztott életjáradékok esetén

¹⁸Az, hogy a halasztás mértéke férfiakra és nőkre megegyezik, nem szükségszerűség.

¹⁹A táblázatokhoz a 4. programozási feladat tartozik.

	$\beta = 1,25$	$\beta = 2$
Saját megtartás (férfi)	307,8	296,0
Saját megtartás (nő)	252,9	261,8
Járadék (férfi)	275,5	276,2
Járadék (nő)	278,8	278,2
Járadékszolgáltató hiánya	6,8	4,3

4. táblázat. A döntéshozó választása 0% költség esetén

	$\beta = 1,25$	$\beta = 2$
Saját megtartás (férfi)	1449,6	1389,3
Saját megtartás (nő)	1218,3	1235,6
Járadék (férfi)	247,6	251,8
Járadék (nő)	256,1	255,0
Járadékszolgáltató hiánya	18,1	6,7

5. táblázat. A döntéshozó választása 10% költség esetén

A 4. és az 5. táblázatok azt mutatják, hogy a férfiak és nők számára az optimális értékek meglepően hasonlítanak, ezáltal a járadékszolgáltató hiánya is minimális. Kérdés, hogy mi eredményezi ezt a meglepő hasonlóságot? Nézzük először a férfiakat. Ők egyrészt szeretnék minél nagyobb összeget saját megtartásban tartani, mert a nemek közötti differenciálás tilalmát ők többletköltségeként élik meg, másrészt minél nagyobb halasztást igényelnek, annál nagyobb mértékű az átcsoportosítás mértéke is. A nők pont fordított helyzetben vannak. Nem szeretnék sok saját megtartást, mert akkor le kell mondaniuk a kedvező ‘költségekről’, de a halasztás időtartamát viszont szeretnék növelni, hogy nagyobb legyen az átcsoportosítás mértéke. Ezek a hatások meglepő egyensúlyban tartják a rendszert²⁰. A saját megtartás lehetősége azért is jó, mert a pénztártagok részben védekezni tudnak a költségek elhatalmasodása ellen²¹.

3.3 Örökösök eseti optimalizáció

Az emberek felelősséget éreznek utódaik iránt, ezért igényeiket figyelembe veszik jövőbeli fogyasztásuk megtervezésénél is. Az örökösök figyelembevételének módja azonban nem egyértelmű. Feltételezem, hogy az örökösök nem igénylik, hogy a nekik juttatott összeg időben elosztva kerüljön hozzájuk, sőt azt is feltételezem, hogy a pénzügyi piacon kezelni tudják azt, hogy a számukra juttatott összeg időzítése eltér attól, amit igényelnének. Ezért az örökösöknek juttatott részt összegzem és csak a várható értékét veszem figyelembe. A döntéshozó hasznossága a saját és örökös hasznossága tekintetében additíven szeparálható, a kockázatelutasítás mértéke megegyezik az döntéshozóra és az örökösre, de van egy paraméter, ami befolyásolja a kettő

²⁰Milevsky [6] már említett cikkében nem halasztott életjáradékot ajánl, hanem hogy minden év végén dönt a pénztártag, hogy átváltja-e járadékra a pénzét, vagy még egy évet kivár. Amennyiben nem halasztott életjáradékot vesznek, hanem magasabb korban egy azonnal indulót, akkor az életkor növekedésével az átcsoportosítás mértéke nem hogy nem nő, hanem csökken, ami a leírt hatásokat felborítja

²¹A pénztártagok az ellen természetesen nem tudnak védekezni, ha a pénztárak jelentős ‘vagyonkezelési’ díjat számítanak fel a pénzkivételekre, de ez a rendszer hibájának tekinthető.

közötti viszonyt. Képletben:

$$U(C_{62}, C_{63}, C_{64}, \dots, C_{95}, D) = \sum_{t=62}^{95} P_t \frac{C_t^{1-\beta}}{1-\beta} + \gamma \frac{D^{1-\beta}}{1-\beta}, \quad (2)$$

ahol C_t, P_t és β jelentése ugyanaz, mint eddig, D jelenti az örökösöknek juttatott tőke várható értékét, γ pedig azt mutatja meg, hogy az örökösöknek juttatott tőke mekkora súllyal szerepel egy évi elfogyasztott tőkéhez képest.

Az örökösök figyelembevétele kétféleképpen lehetséges. A járadéktagból bizonyos összeget félre lehet tenni a döntéshozó az örökösnek, és kérhet garanciaidőt is, amikor a járadéktagot az örökös kapja meg, ha a döntéshozó már nem él. Nézzük először a $\beta = 1,25$ kockázatelutasítási paraméterrel rendelkező döntéshozót²². Amennyiben az illető férfi, akkor 15 éves elől garanciaidős járadékot fog igényelni. Amíg életben van, megtartja saját magának a járadéktag teljes összegét, az örökösnek juttatott rész pedig a garanciaidő letelte előtti elhalálozásból származik. Az örökös így várhatóan 799 egység pénzhez jut (az 5000-ból). Amennyiben a döntéshozó nő, akkor nem kér garanciaidőt, hanem minden évben a járadéktagból 29 egységet az örökösnek szán, aki így várhatóan 597 egység pénzhez jut. A járadékszolgáltató problémája, hogy ebben az esetben a kifizetett járadék egyszeri díja 10274, tehát többet kell szolgáltatnia, mint amennyi ellenértéket kapott. Amennyiben a döntéshozó kockázatelutasítási paramétere $\beta = 2$, akkor a férfiak 12 év elől garanciaidős járadékot kérnek, így várhatóan 513 egység pénzt juttatnak az örökösöknek. A nők viszont megint a járadéktagot osztják meg, 22 egységet juttatnak az örökösöknek, aki így várhatóan 442 egység pénzre tesz szert. Ebben az esetben a járadékszolgáltató kifizetéseinek várható értéke 10183.

Az, hogy a járadékszolgáltató mennyivel fizet többet, csak a paramétereken múlik. Lehet, hogy a különbségek nem tűnnek jelentősnek, de a különbségek növelhetők, ha pl. azt feltételezzük, hogy a családokban az utódokról a férfiak gondoskodnak, ők kérnek garanciaidőt, a nők nem. Ez azt jelenti, hogy a γ paraméter nagyobb lehet, ami további veszteséget okoz a járadékszolgáltatóknak²³.

3.4 Házaspárok optimalizációja

Ebben a fejezetben azt vizsgálom, hogy amennyiben a házaspárok együtt hozzák meg döntésüket, milyen járadékokat választanak²⁴. A házaspár újra tudja osztani a kettőjük által kapott járadékot, természetesen csak akkor ha mind a ketten életben vannak.

²²A döntéshozó viselkedését az 5. programozási feladat optimális megoldása mutatja.

²³Valószínűsíthető, hogy a férfiak átlagosan nagyobb tőkével rendelkeznek (pl.: nem esnek ki a felhalmozáskor a gyermeknevelés éveit), ha ők garanciaidőt kérnek, akkor a járadéktag már ugyanakkora lehet a családban, ami egyfajta igazságosságként is felfogható.

²⁴A családon belüli kockázatmegosztás vizsgálta Kotlikoff és Spivak [5] is. Az ő esetükben a családtagok nem különböző típusú járadékokat osztottak el egymás között, hanem pont ellenkezőleg, a rendelkezésre álló pénzt a járadékpiac kikerülésével osztották el maguk között.

A házaspár az együttes hasznosságot maximalizálja azzal a feltétellel, hogy mind a ketten legalább akkora hasznot érjenek el, mint egyszemélyes életjáradék esetén (a házaspár esetén az örökösök figyelembe vételét mellőzöm).

Az optimalizáció vizsgálatakor még egy érdekes helyzet adódik. Amennyiben újraosztják a közösen kapott pénzt, vagy valamelyikük több életre szóló járadékot (is) kötött, az általa elfogyasztható összeg függ attól, hogy a másik életben van vagy sem. Tehát az adott évben kapott összeg sem biztos. Két megközelítést is vizsgálok. Az egyik esetben az adott évi kifizetésre is kockázatelutasítást tételezek fel, tehát a nem biztos összeg a várható értékénél kevesebbet ér a döntéshozónak.

$$U(C_{62}^k, \dots, C_{99}^k, C_{62}^e, \dots, C_{99}^e) = \sum_{t=62}^{99} P_t Q_t \frac{(C_t^k)^{1-\beta}}{1-\beta} + \sum_{t=62}^{99} P_t (1-Q_t) \frac{(C_t^e)^{1-\beta}}{1-\beta}, \quad (3)$$

ahol C_t^k jelöli a fogyasztást, ha a pár mindkét tagja életben van, C_t^e pedig abban az esetben, ha csak a döntéshozó van életben. P_t jelöli a döntéshozó halálzási valószínűségeit, Q_t pedig a házastársét.

A másik esetben azt feltételezem, hogy az éven belüli ingadozást a piacon ki tudják küszöbölni, csak az adott évben kapott pénz várható értéke számít:

$$U(C_{62}^k, \dots, C_{99}^k, C_{62}^e, \dots, C_{99}^e) = \sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(Q_t C_t^k + (1-Q_t) C_t^e)^{1-\beta}}{1-\beta}. \quad (4)$$

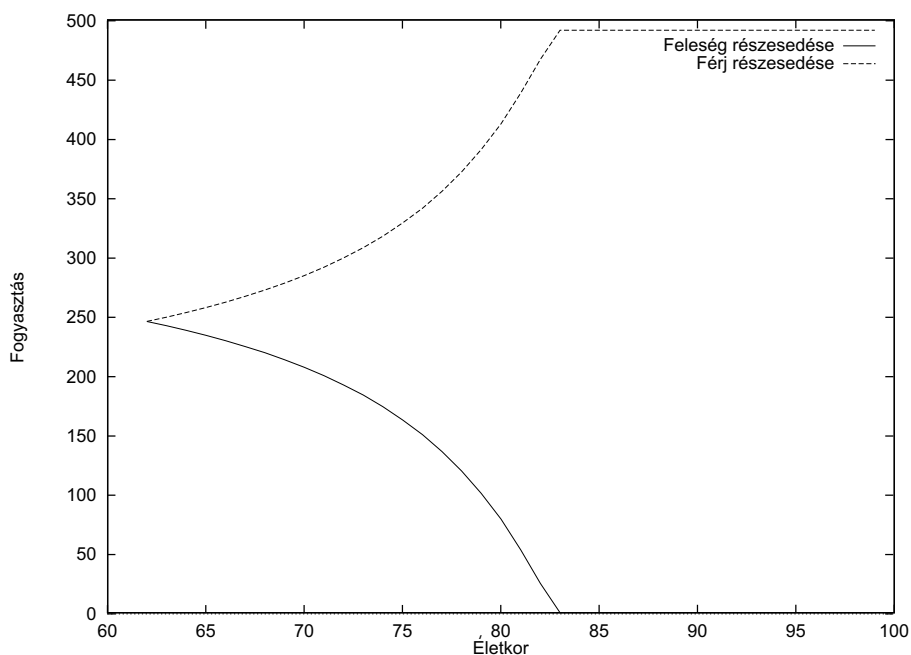
Könnyen belátható, hogy a házaspár nem fog garanciaidőt választani, hiszen ha mind a ketten elhaláloznak, akkor elveszik az összeg. Az egy és kétszemélyes járadékoknak fogják valamilyen kombinációját választani.

Nézzük először az éven belüli kockázatkerülés ((3) képlet), és a $\beta = 1, 25$ esetet²⁵. Ekkor a feleség egyszerű életjáradékot vásárol, a férj pedig, 3190 egység pénzért egyszerű életjáradékot, a maradékért pedig két életre szóló járadékot. A rendelkezésre álló összeget a 6. táblázat szerint osztják újra. A férj a megtakarítása egy részét két életre szóló járadékra költi, mivel ezt jobb áron megkapja, mint ha életjáradékot vásárolna. Cserébe a feleség felajánl a férjének a járadéktárgból 36,7 egységet, amíg mindketten élnek.

	$\beta = 1, 25$	$\beta = 2$
Járadékvásárlás		
Női életjáradék	277,3	277,3
Férfi életjáradék	176,9	216,0
Két életre szóló (férfi által vásárolt)	77,38	47,28
Újraelosztás		
Nő része, ha mindketten élnek	248,2	259,5
Nő része, ha már csak ő él	354,7	324,6
Férfi része, ha mindketten élnek	283,5	281,1
Férfi része, ha már csak ő él	254,3	263,3
Járadékszolgáltató vesztesége	221,3	135,2

6. táblázat. Házaspár választása

²⁵A döntéshozó viselkedését az 5. programozási feladat optimális megoldása adja.



5. ábra. Házastársak részesedése

Amennyiben a kockázatelutasítás mértéke $\beta = 2$, akkor hasonló mechanizmus játszódik le, de mivel mindkét tag kockázatelutasítóbb (jobban érzékenyek arra az ingadozásra, hogy a kapott összeg függ attól, hogy a házastárs életben van-e), ezért a két életre szóló járadék szerepe kisebb.

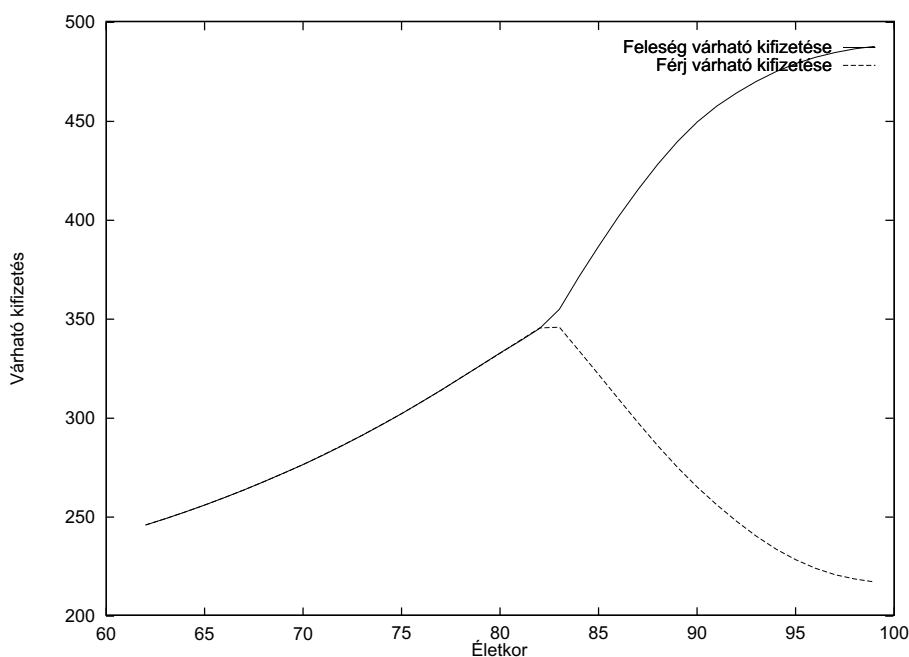
Mind a két esetben a férj hasznossága maradt változatlan, a feleség hasznossága javult egyedül. A járadékszolgáltatónak összességében vesztesége keletkezik, ennek pontos összegét mutatja a 6. táblázat utolsó sora.

Ha a döntéshozó az éven belüli kockázatra nem érzékeny (ezt a piacon semlegesíteni tudja), akkor a feleség a teljes tőkéjét életjáradékra váltja, a férj pedig teljes tőkéjét két életre szóló járadékra²⁶ (függetlenül a kockázatelutasítás mértékétől). Ekkor (ha mindketten életben vannak) évente 491,1 egységnyi pénzzel rendelkeznek. Ezt az összeget az 5. ábra szerint osztják el egymás között.

Az 5. ábrán első látásra furcsa eredmény szerepel. A feleség részesedése az életkorral rohamosan csökken, sőt 83 éves korra 0-vá válik. Ez azonban nem azt jelenti, hogy a feleség idős korára teljes ellátás nélkül maradna, hiszen ez csak az az eset, amikor mindketten életben vannak. Feltéve, hogy a feleség életben van, akkor nagy valószínűséggel az fog bekövetkezni, hogy már csak ő lesz életben, így a várható kifizetése megközelíti a 491,1 egységnyi kifizetést (ha csak a feleség van életben, megkapja a neki járó életjáradékot

²⁶A házaspár viselkedését a 7. programozási feladat adja meg.

és a két életre szóló járadékot is). Amennyiben csak a férj van életben, akkor őt csak a két életre szóló járadékból jut pénzhez, ezért 'kedveskedik' neki felesége nagyobb részesedéssel, ha mind a ketten életben vannak. A 6. ábra mutatja a házaspár vizsgált tagjának várható kifizetését, feltéve hogy megéri a vizsgált kort. A várható kifizetés azért tud a házaspár mindkét tagjára emelkedni, mert feltételes várható értéket számolunk. Ha figyelembe vesszük azt az eseményt is, hogy a pár mindkét tagja halott, és ebben az esetben 0 a kifizetés, akkor összességében nem emelkedik a várható kifizetés.



6. ábra. Házastársak várható kifizetése

A 6. ábrán az az érdekes, hogy a férj és a feleség várható kifizetése megegyezik addig, amíg ezt el tudják érni, és csak akkor válik el, amikor a feleség már nem tudja tovább kárpótolni férjét (amennyiben mindketten életben vannak, az ő részesedése 0). Ebben az esetben mind a feleség, mind a férj jobb hasznosságot ért el, mint ha egyedül vásárolt volna életjáradékot.

Ebben az esetben a biztosítót 611,4 egységnyi kár éri, ami a maximális mennyiség ebben a modellben.

4 Összefoglalás

A cikk során a magánnyugdíjpénztár-tagok döntéseit vizsgáltam. Mivel a szabályozás nem pontos és nem végleges, ezért egy olyan keretet igyekeztem

felállítani, ami szerintem a leginkább alkalmazkodik a jelenlegi szabályozáshoz. Ebben a keretben bemutattam, hogy örökösök figyelembe vételekor, vagy házaspárok együttes döntésének esetén olyan járadékválasztások történnek, ami a járadékszolgáltatónak összességében veszteséget okoz.

A bemutatott veszteség tovább nőhet, ha feltételezzük, hogy a férfiak és a nők nem ugyanabban az évben mennek nyugdíjba, például a nők fiatalabb korukban és egyszerű életjáradékot választanak, a férfiak pedig később és nagy garanciaidős járadékot vagy két személyre szóló járadékot választanak.

Összességében nem akartam a nemek közötti differenciálás ellen érvelni (hiszen nem tartom magam kompetensnek ebben a témakörben), csak arra szerettem volna felhívni a figyelmet, hogy egy rossz szabályozás jelentős bizonytalanságokat okoz a rendszerben, és a jelenleg látható körvonalak nem tekinthetők jónak.

Fontos hangsúlyozni, hogy ha a járadékszolgáltatónak nem megengedett a nemek szerinti differenciálás, akkor olyan járadékválasztások jöhetnek létre, ami a járadékszolgáltatónak összességében veszteséget okoz. Ennek az lehet a következménye, hogy a magánnyugdíjpénztár-tagok választási lehetőségét drasztikusan korlátozzák (lásd pl.: [3]).

Fontos hangsúlyozni azt is, hogy ebben a cikkben csak a nemek közötti differenciálás tilalmát vizsgáltam, ettől eltérő szelekció is elképzelhető.

5 Függelék

A programozási feladatok felírásánál a következő konvenciókkal élek. A t éves fogyasztásra költött C_t pénzösszeget két összetevőre bontom: CA jelöli a valamilyen járadékszolgáltató által folyósított járadéktagot (a járadéktag időben állandó, ezért nincs t index), CB_t pedig az ütemezett pénzkivonást.

1. Programozási feladat

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(CB_t)^{1-\beta}}{1-\beta} \rightarrow \max ,$$

feltéve, hogy:

$$\sum_{t=62}^{99} CB_t = 5000$$

$$CB_t \geq 0 .$$

2. Programozási feladat

Keressük azt a D pénzösszeget, amelyre a

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(CB_t)^{1-\beta}}{1-\beta} \rightarrow \max ,$$

feltéve, hogy:

$$\sum_{t=62}^{99} CB_t = D$$

$$CB_t \geq 0$$

programozási feladat célfüggvényértéke megegyezik azzal a hasznossággal, amit a fogyasztó az 5000 egységnyi pénz α költség melletti járadékra váltásával tud elérni:

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{\left(\frac{5000}{(1+\alpha) \sum_{i=62}^{99} P_i} \right)^{1-\beta}}{1-\beta},$$

ahol α a járadékszolgáltató által felszámolt költség.

3. Programozási feladat

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(CA_t + CB_t)^{1-\beta}}{1-\beta} \rightarrow \max,$$

feltéve, hogy:

$$(1+\alpha) \sum_{t=62}^{99} P_t CA_t + \sum_{t=62}^{99} CB_t = 5000$$

$$CA_t, CB_t \geq 0,$$

ahol α a járadékszolgáltató által felszámolt költség. Ebben a feladatban kivételesen a CA járadéktagnak is van indexe, mert így a legkönnyebb modellezni a döntéshozó lehetőségeit. Optimális megoldás esetén a járadéktag vagy 0, vagy egy konstans érték.

4. Programozási feladat

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(CA + CB_t)^{1-\beta}}{1-\beta} \rightarrow \max,$$

feltéve, hogy:

$$(1+\delta_n)(1+\alpha) \sum_{t=62+n}^{99} P_t CA + \sum_{t=62}^{62+n-1} CB_t = 5000$$

$$CA, CB_t \geq 0,$$

ahol α a járadékszolgáltató által felszámolt költség, δ_n pedig az n éves használt életjáradékhoz kapcsolódó átcsoportosítás mértéke (lásd 4. ábra). n nem külső paraméter, hanem döntési változó.

5. Programozási feladat

Ennél a programozási feladatnál meg kell különböztetni a háromféle járadékot, mivel az is döntési változó, hogy milyen járadékot vásárol. Egyszerű életjáradék járadéktagját $CA1$ módon jelölöm, n év elől garanciaidős járadékot $CA2$, m éves hátul garanciaidős járadékot pedig $CA3$ módon. Garanciaidő esetén, a döntéshozó elhalálása után az örökösöt illeti meg a kifizetés. Ezen kívül a járadéktag (összegének) $(1-r)$ részét is az örökös kapja. Elméletileg meg lehetne különböztetni az örökösnek juttatott részt járadéktípusonként és évenként, de ennek nincs jelentősége, az optimumban úgymint csak egyféle járadéktípust igényel a döntéshozó, és mivel a döntéshozó szeretné időben kiegyenlíteni a pénzáramát, az örökösöt pedig csak az örökség várható értéke érdekli, így az r paraméter időben úgymint állandó lenne.

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{[r(CA1 + CA2 + CA3)]^{1-\beta}}{1-\beta} + \gamma \frac{D^{1-\beta}}{1-\beta} \rightarrow \max ,$$

ahol

$$\begin{aligned} D &= \\ &= \sum_{t=62}^{62+n} (1 - P_t)CA2 + m \cdot CA3 + \sum_{t=62}^{99} P_t(1-r)(CA1 + CA2 + CA3) , \end{aligned}$$

feltéve, hogy:

$$\left[(1 + \delta) \sum_{t=62}^{99} P_t CA1 + (1 + \delta_n^e) \left(n + \sum_{t=62+n}^{99} P_t CA2 \right) + (1 + \delta_m^h) \left(m + \sum_{t=62}^{99} P_t CA3 \right) \right] = 5000$$

$$CA1, CA2, CA3 \geq 0 ,$$

ahol δ , δ_n^e és δ_m^h az egyszerű-, az n éves elől- illetve az m éves hátul garanciaidős járadékhoz tartozó átcsoportosítás mértéke, n és m pedig az elől- illetve hátul garanciaidős járadék garanciaideje, ami ebben az esetben is döntési változó.

6. Programozási feladat

A programozási feladat esetén P_t jelöli a döntéshozó halálzási valószínűségeit, Q_t pedig a házastársát. U^d jelöli azt a hasznosságot, amit a döntéshozó el tud érni egy egyszerű életjáradékkal, U^h pedig azt a hasznosságot, amit ugyanezzel a járadékkal a házastársa el tud érni.

$$U^d = \sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(CA)^{1-\beta}}{1-\beta}$$

$$U^h = \sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(CA)^{1-\beta}}{1-\beta},$$

ahol CA az ún. 'unisex' járadéktag (nemek közötti differenciálás nem megengedett).

Jelölje rendre CDK_t és CDE_t azt az összeget, amit a t -edik évében kap a döntéshozó, ha mindketten életben vannak, illetve ha már csak ő él. Hasonlóan CHK_t és CHE_t jelölje azt az összeget, amit a döntéshozó házastársa kap, ha mindketten élnek, illetve ha már csak ő él.

Jelölje továbbá ADE illetve ADK a döntéshozó által vásárolt egyszerű- illetve két életre szóló életjáradék járadéktagját. Hasonlóan AHE illetve AHK a döntéshozó házastársa által vásárolt egyszerű- illetve két életre szóló életjáradék járadéktagját.

$$\begin{aligned} \sum_{t=62}^{99} P_t Q_t \frac{(CDK_t)^{1-\beta}}{1-\beta} + \sum_{t=62}^{99} P_t (1-Q_t) \frac{(CDE_t)^{1-\beta}}{1-\beta} + \\ \sum_{t=62}^{99} Q_t P_t \frac{(CHK_t)^{1-\beta}}{1-\beta} + \sum_{t=62}^{99} Q_t (1-P_t) \frac{(CHE_t)^{1-\beta}}{1-\beta} \rightarrow \max, \end{aligned}$$

feltéve, hogy:

$$CDK_t + CHK_t = ADE + ADK + AHE + AHK$$

$$CDE_t = ADE + ADK + AHK$$

$$CHE_t = AHE + AHK + ADK$$

$$ADE(1 + \delta^d) \sum_{t=62}^{99} P_t + ADK \sum_{t=62}^{99} [P_t Q_t + P_t (1-Q_t) + (1-P_t) Q_t] = 5000$$

$$AHE(1 + \delta^h) \sum_{t=62}^{99} Q_t + AHK \sum_{t=62}^{99} [P_t Q_t + P_t (1-Q_t) + (1-P_t) Q_t] = 5000$$

$$\sum_{t=62}^{99} P_t Q_t \frac{(CDK_t)^{1-\beta}}{1-\beta} + \sum_{t=62}^{99} P_t (1-Q_t) \frac{(CDE_t)^{1-\beta}}{1-\beta} \geq U^d$$

$$\sum_{t=62}^{99} Q_t P_t \frac{(CHK_t)^{1-\beta}}{1-\beta} + \sum_{t=62}^{99} Q_t (1-P_t) \frac{(CHE_t)^{1-\beta}}{1-\beta} \geq U^h$$

$$CDK_t, CDE_t, CHK_t, CHE_t, ADK, ADE, AHK, AHE \geq 0,$$

ahol δ^d és δ^h az átcsoportosítás mértékét kifejező konstansok.

7. Programozási feladat

A programozási feladat megegyezik az előző feladattal, azzal az eltéréssel, hogy a célfüggvény most:

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(Q_t CDK_t + (1 - Q_t) CDE_t)^{1-\beta}}{1 - \beta} + \sum_{t=62}^{99} Q_t \frac{(P_t CHK_t + (1 - P_t) CHE_t)^{1-\beta}}{1 - \beta} \rightarrow \max .$$

Mivel a célfüggvény megváltozott, ezért megváltozik a döntéshozó és a házastársa hasznosságát rögzítő korlát is:

$$\sum_{t=62}^{99} P_t \frac{(Q_t CDK_t + (1 - Q_t) CDE_t)^{1-\beta}}{1 - \beta} \geq U^d,$$

$$\sum_{t=62}^{99} Q_t \frac{(P_t CHK_t + (1 - P_t) CHE_t)^{1-\beta}}{1 - \beta} \geq U^h.$$

A feladat többi része változatlan.

Irodalom

1. Ágoston K. Cs., Kovács E.: A magyar öngondoskodás sajátosságai, *Közgazdasági Szemle*, 2007, LIV. évf. június, 560–578. o.
2. Banyár J.: A nemek közötti direkt átcsoportosítás a nyugdíjszámlákon — egy új megközelítés, *Sigma*, 2002, 3-4. sz. 141–157. o.
3. Banyár J.: A kötelező életjáradék lehetséges működése és szabályozása. Megjelent: *Van megoldás — Nyugdíjreform*, 254–371. o.
4. Fischer, S.: A Life Cycle Model of Life Insurance Purchases, *International Economic Review*, 1973, vol. 14, issue 1, pp. 132–152.
5. Kotlikoff, L. J., Spivak, A.: The Family as an Incomplete Annuities Market, *The Journal of Political Economy*, Vol. 89, No. 2. (Apr., 1981), pp. 372–391.
6. Milevsky, M. A.: Optimal Asset Allocation towards the End of the Life Cycle: To Annuitize or Not to Annuitize?, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 65, No. 3 (Sep., 1998), pp. 401–426
7. Matits Á.: *A magánnyugdíjpénztárak hatékonysága – avagy az ördög most is a részletekben van*, ILO-tanulmány, kézirat, 2006.
8. Mitchell, O. S.; Poterba, J. M.; Warshawsky, M. J.; Brown, J. R.: New Evidence on the Money's Worth of Individual Annuities, *The American Economic Review*, Vol. 89, No. 5. (Dec., 1999), pp. 1299–1318
9. Samuelson, P. A.: An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money, *The Journal of Political Economy*, Vol. 66, No. 6. (Dec., 1958), pp. 467–482

10. Simonovits A.: Optimális rugalmas nyugdíjrendszer tervezése – biztosításmatematikai semlegesség és hatékonyság, *Közgazdasági Szemle* LI. évf., 2004. 1101–12. o.
11. Stahl J.: Mi van/lesz a magánnyugdíj-pénztári szolgáltatásokkal?, *Közgazdasági Szemle*, 6. sz. 599–607. o.
12. Yaari, M. E.: Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer, *Review of Economic Studies*, XXXII. (April, 1965), 137–150.

CHOICE AMONGST HUNGARIAN PENSION FUNDS' ANNUITIES

This paper investigates the decision-maker's choice amongst the pension fund's life annuities in Hungary. Hungarian pension funds have not started providing annuities yet, and the environment requires further regulation. The most significant problems is that the annuity providers must not differentiate between sexes. Pension fund members can choose among different types of life annuities (e.g. they can choose guarantee period or joint life annuity), and the member's choice may cause loss to the annuity provider in general. Since differentiation between sexes is not allowed member's opportunities may shrink (e.g. they can not choose guarantee period or joint life annuity).