LÓGICA Y GEOMETRÍA DINÁMICA: SU ARTICULACIÓN PARA APRENDER GEOMETRÍA PLANA

Carmen Samper, Patricia Perry, Óscar Molina, Armando Echeverry y Leonor Camargo
Universidad Pedagógica Nacional
carmensamper@gmail.com, pperryc@yahoo.com.mx, ojmolina@pedagogica.edu.co, aecheverri@pedagogica.edu.co, lcamargo@pedagogica.edu.co

Este cursillo se propone sensibilizar a los asistentes con respecto al papel de la lógica matemática en el aprendizaje y la enseñanza de la demostración en geometría plana. Además de exponer y ejemplificar asuntos problemáticos en el desempeño de los estudiantes cuando construyen demostraciones, presentamos ejemplos de estrategias didácticas que pueden resultar útiles para el aprendizaje de la demostración, en las que la geometría dinámica juega un papel importante.

En la actualidad se percibe más claramente la problemática compleja en la que está inmersa la construcción de demostraciones por parte de estudiantes de básica secundaria y universidad. Un aspecto que ha sido objeto de discusión entre los investigadores que se han preocupado por los procesos de enseñanza y aprendizaje de la demostración es el papel de la lógica matemática en ellos. Específicamente, varios estudios (e.g., Epp, 2003; Selden y Selden, 2009) se han ocupado de determinar cuáles son los temas que se deben incluir y los énfasis que se deben hacer en cursos cuya intención es apoyar a los estudiantes en su transición desde la matemática enfocada en lo procedimental a aquélla en la que la demostración juega un papel crucial. A ese respecto, la necesidad del estudio de la lógica matemática ha sido un asunto polémico.

Por otro lado, se reconoce ampliamente el potencial de la geometría dinámica para apoyar el aprendizaje de la demostración (Bartolini y Mariotti, 2008). Su uso para resolver tareas que buscan favorecer actividades matemáticas tales como la producción de conjeturas, el razonamiento argumentativo y la vinculación de éste con la producción de demostraciones matemáticas, apoya la participación real de los estudiantes en la actividad demostrativa.

El objetivo del cursillo es sensibilizar a los asistentes con respecto al papel de la lógica matemática en el aprendizaje y la enseñanza de la demostración y de asuntos problemáticos asociados a ella que se evidencian en el desempeño de

Samper, C., Perry, P., Molina, Ó., Echeverry, A. y Camargo, L. (2011). Lógica y geometría dinámica: su articulación para aprender geometría plana. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 20º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 139-142). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

los estudiantes cuando construyen demostraciones en geometría plana. Proponemos a los asistentes desarrollar algunos problemas que ejemplifican las estrategias didácticas con las que buscamos apoyar el aprendizaje de la demostración, en las que la geometría dinámica juega un papel importante.

BREVE REVISIÓN DE LA LITERATURA

Existen posiciones encontradas con respecto a la inclusión del estudio de la lógica matemática en la formación de estudiantes de carreras que tienen un fuerte componente matemático (i.e., ingenierías, licenciaturas de matemáticas, matemáticas). Según Selden y Selden (2009) se debe trabajar con los alumnos conceptos, teoremas, tipos de demostraciones y aspectos de éstas desde el punto de vista formal, lo cual implica abrir un espacio para abordar cuestiones de la lógica matemática, en el contexto del trabajo de los estudiantes, cuando ello contribuya a la comprensión de algún asunto problemático. En contraposición, Epp (2003) afirma que se debe trabajar la lógica elemental (e.g., conectivos, cuantificadores, esquemas de razonamiento) en una unidad inicial de un curso cuyo fin sea el desarrollo del razonamiento matemático, ligándola con el lenguaje y con situaciones cotidianas y matemáticas. Nuestra postura didáctica se acerca más a la de Selden y Selden.

En lo que sí coinciden los investigadores es en el reconocimiento de asuntos problemáticos estructurales que afectan el aprendizaje de la demostración. Consideramos como *asuntos problemáticos* las acciones de los estudiantes que no obedecen a conceptos o procedimientos matemáticos institucionales, o a las normas sociomatemáticas establecidas para el funcionamiento en el aula. Estas últimas son reglas implícitas, o que el profesor declara, relativas al tratamiento que se le dará a la matemática misma y con respecto a las cuales se espera una enculturación de los estudiantes.

A partir de nuestro análisis de las acciones de los estudiantes al construir una demostración, hemos podido agrupar las problemáticas en torno a cuatro asuntos estructurales, dos de los cuales son pertinentes para el tema que nos ocupa: el uso de la lógica matemática como guía y sustento del razonamiento requerido para producir una justificación, y la comprensión y el manejo del enunciado de un teorema (Perry, Camargo, Samper y Rojas, 2006). A partir del estudio cuidadoso de estas dificultades, diseñamos estrategias, es decir, planes de acción para seguir deliberadamente con el propósito de lograr la modificación del comportamiento de los estudiantes, a largo o corto plazo, respecto a un asunto problemático (Samper, Perry, Echeverry y Molina, 2008). En su diseño tuvimos en cuenta, entre otras cosas, que es necesario: aclarar la estructura lógica de las proposiciones; enfatizar en la realización de acciones de carácter heurístico para favorecer la construcción de conjeturas que establezcan relaciones de dependencia que dan significado a la condicional o de contraejemplos para entender esquemas de razonamiento como la Ley de De Morgan y Modus Tollendo Tollens; e identificar el papel que juegan las condicionales y el estudio de casos en la construcción de demostraciones formales y en los mecanismos para producir una cadena deductiva.

Durand-Guerrier (2003) propone usar reflexivamente la condicional abierta $Px \rightarrow Qx$ para ayudar a que los estudiantes tengan mejor comprensión de aspectos lógico-matemáticos y porque ello propicia el desarrollo del razonamiento plausible. Para una condicional abierta, se considera *ejemplo* cualquier caso en el que el antecedente y el consecuente son verdaderos, mientras que es *contraejemplo* cualquier caso en el que el antecedente es verdadero y el consecuente falso. Si se aceptan proposiciones contingentes (i.e., en las que no puede decidirse su valor de verdad) en los cursos de matemáticas, se abre un panorama rico en posibilidades de análisis. Esta consideración enriqueció nuestras estrategias.

Jones (2000) señala que la preparación para la demostración puede hacerse con actividades de enseñanza que lleven a los estudiantes a *tener consciencia de la dependencia entre propiedades* y agrega que ello hace que el razonamiento deductivo sea significativo. Olivero (2002) asegura que el aprendizaje de la demostración se favorece mediante procesos, apoyados en la geometría dinámica, que focalizan la atención de los estudiantes en hechos particulares de los cuales van emergiendo las conjeturas y los elementos para realizar una demostración. Reconoce además que el papel fundamental del programa de geometría dinámica es constituirse en instrumento con el cual el contexto interno del aprendiz (que incluye el conocimiento previo y su experiencia) se puede hacer explícito y puede ser compartido con los demás estudiantes.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

En el cursillo se realizarán actividades de distinta índole con los asistentes: análisis de respuestas de estudiantes, análisis de problemas propuestos, y resolución de problemas con geometría dinámica.

Ejemplo:

a) Complete el siguiente enunciado:
Si ______________________, entonces el cuadrilátero *ABCD* es un cuadrado.

b) Con geometría dinámica, construya una figura que cumpla las condiciones que consignó en la parte a. Anote los pasos de construcción realizados.

c) ¿Es posible transformar el enunciado en el ítem a) a partir de su construcción?

REFERENCIAS

Bartolini Bussi, M.G. y Mariotti, M.A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. En L.D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 746-783). New York: Routledge.

Durand-Guerrier, V. (2003). Which notion of implication is the right one? From logical considerations to a didactic perspective. *Educational Studies in Mathematics, 53*(1), 5-34.

Epp, S.S. (2003). The role of logic in teaching proof. *American Mathematical Monthly, 110* (10), 886-899.

Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretation when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1-3), 55-85.

Olivero, F. (2002). *The proving process within a dynamic geometry environment*. Tesis doctoral no publicada, University of Bristol, Graduate School of Education, UK.

Perry, P., Camargo, L., Samper, C. y Rojas, C. (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Bogotá, Colombia: Fondo Editorial de Universidad Pedagógica Nacional.

Samper, C., Perry, P., Echeverry, A. y Molina, Ó. (2008). *Aprendizaje de la demostración en geometría euclidiana con el apoyo de un programa de geometría dinámica*. Reporte de investigación no publicado, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Selden, J. y Selden, A. (2009). Understanding the proof construction process. En F.L. Lin, F.J. Hsieh, G. Hanna y M. de Villiers (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 19 Conference: Proof and proving in mathematics education* (vol. 2, pp. 196-201). Taipei: National Taiwan Normal University.