

MÉTODO PARA LA DESCRIPCIÓN DEL APRENDIZAJE DE UN ORGANIZADOR DEL CURRÍCULO POR PROFESORES EN FORMACIÓN

Pedro Gómez¹ y María C. Cañadas²

¹Universidad de los Andes, ²Universidad de Granada

Resumen

Presentamos un método para describir el aprendizaje de un organizador del currículo por profesores de matemáticas en formación. Este método se basa en la noción de acción como caracterización de las actuaciones de los profesores en formación en sus producciones al abordar las actividades que configuran los programas de formación que se basan en el modelo del análisis didáctico. Ejemplificamos este método para el organizador del currículo análisis fenomenológico en un programa de formación con profesores de matemáticas en ejercicio.

Términos clave: aprendizaje, formación de profesores, matemáticas, análisis didáctico, análisis fenomenológico, método, organizador del currículo

Abstract

We present a method to describe mathematics trainee's learning of pedagogical concepts. This method is based on the notion of action as a way for characterizing trainee's performance in their productions when tackling the activities that configure teacher education programs based on the didactic analysis model. We present an example of this method for the pedagogical concept phenomenological analysis in an in-service mathematics teacher education program.

Keywords: didactical analysis, learning, mathematics, method, teacher education, pedagogical concept, phenomenological analysis

Los programas de formación de profesores en los que trabajamos se basan en un modelo funcional de la formación de profesores de matemáticas que se estructura mediante el análisis didáctico (Gómez y González, 2008). Estos programas abordan el aprendizaje de los profesores en formación desde una perspectiva social del aprendizaje, con énfasis en los procesos de aprendizaje de los conceptos (organizadores del currículo) que configuran el análisis didáctico. En estos programas, los profesores en formación aprenden a planificar una unidad didáctica mediante la realización de un ciclo del análisis didáctico.

El análisis didáctico se configura alrededor de cuatro análisis que conforman un ciclo: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación (Gómez, 2007). Cuando se realiza cada uno de los análisis, se ponen en juego los organizadores del currículo. Un organizador del currículo es un concepto que forma parte del conocimiento disciplinar de Educación Matemática y permite analizar un tema matemático con el propósito de producir información sobre el tema que sea útil para el diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas (Rico, 1997). Por ejemplo, los organizadores del

currículo del análisis de contenido son la estructura conceptual, los sistemas de representación y el análisis fenomenológico.

Los programas de formación a los que hacemos referencia contemplan que los profesores realicen trabajos en grupo para desarrollar los análisis que conforman el análisis didáctico sobre un tema de las matemáticas escolares. Los grupos realizan una serie de actividades, cada una de ellas referida a un organizador del currículo. En general, en estos programas, para cada actividad, cada grupo ha de producir al menos un documento en el que presentan el resultado de su análisis de su tema con el organizador del currículo en cuestión. El método que presentamos proporciona un procedimiento para analizar ese documento y permite explorar y describir el aprendizaje de los grupos del organizador del currículo.

Nuestro interés se centra en explorar el aprendizaje de los organizadores del currículo por parte de los profesores en formación. En este documento describimos un método para analizar las producciones de grupos de profesores en formación que permite explorar este aprendizaje.

Marco conceptual

El procedimiento metodológico que proponemos en este trabajo se basa en tres cuestiones: (a) una posición con respecto al aprendizaje de los organizadores del currículo por parte de los profesores que participan en programas de formación basados en el modelo del análisis didáctico; (b) la descripción del organizador del currículo en términos de esa visión del aprendizaje; y (c) la noción de acción como base para caracterizar las actuaciones de los grupos.

Aprendizaje de los organizadores del currículo: SUTUP

Los grupos de profesores en formación realizan cada etapa del análisis didáctico abordando secuencialmente su tema desde la perspectiva de los organizadores del currículo que lo componen. El análisis del tema con un organizador del currículo se fundamenta en el significado de ese concepto y se configura alrededor de un conjunto de técnicas para realizarlo. Nuestro interés se centra en los conocimientos que caracterizan el aprendizaje de los organizadores del currículo. Nos basamos en los trabajos de Gómez y González (p. ej., Gómez y González, 2009) para describir esta visión.

Al abordar su tema con un organizador del currículo, los grupos de profesores en formación necesitan (a) comprender cada organizador del currículo para (b) usarlo al analizar un concepto matemático y producir una información que, a su vez, (c) puede ser utilizada, posiblemente en conjunción con la información proveniente de otros organizadores del currículo, con un propósito didáctico concreto. Estos aspectos dan lugar a tres tipos de conocimiento que un profesor en formación puede desarrollar en relación con un organizador del currículo:

1. conocer el organizador del currículo de tal forma que, por ejemplo, sea capaz de distinguir instancias de esa noción con respecto a un tema de las matemáticas escolares;
2. desarrollar las técnicas necesarias para usar el organizador del currículo como herramienta de análisis de un tema de las matemáticas escolares y producir información relevante sobre el tema; y

3. desarrollar las técnicas necesarias para usar la información sobre el tema para tomar decisiones a la hora de analizar el tema con otro organizador del currículo o para el diseño de la unidad didáctica.

Gómez y González denominan a estos tres tipos de conocimiento Significado, Uso Técnico y Uso Práctico (SUTUP) de un organizador del currículo, respectivamente, y los caracterizan como se describe a continuación.

Significado. El significado de un organizador del currículo se refiere al conocimiento disciplinar relacionado con el organizador del currículo que los formadores de ese programa han seleccionado como opción dentro de aquellas disponibles en la literatura. El significado de un organizador del currículo se presenta en términos de sus propiedades y sus relaciones con otros conceptos. Estos conceptos son las ideas clave que configuran su significado.

Uso técnico. El uso técnico de un organizador del currículo se refiere al conjunto de técnicas que los formadores consideran útiles para producir información sobre el tema.

Uso práctico. El uso práctico se refiere al conjunto de técnicas que los formadores consideran que son necesarias para usar la información que surge del uso técnico en los análisis con otros organizadores del currículo o en el diseño de la unidad didáctica.

Descripción en términos de SUTUP del organizador del currículo

Para abordar la indagación sobre el aprendizaje de un organizador del currículo, es necesario describir su significado, uso técnico y uso práctico. Es decir, hay que identificar las ideas clave que caracterizan el significado del organizador del currículo y las técnicas que caracterizan su uso técnico y uso práctico. A continuación, presentamos un ejemplo para el significado y el uso técnico del organizador del currículo análisis fenomenológico.

Con el análisis fenomenológico se pretende que el profesor en formación identifique y organice los fenómenos que dan sentido al tema que está analizando (Gómez y Cañadas, 2011). La complejidad de este organizador del currículo surge de su propio significado y de las técnicas para su uso técnico y uso práctico.

Significado. El análisis fenomenológico no consiste únicamente en identificar fenómenos que den sentido a un tema de las matemáticas escolares. Consiste también en establecer las maneras como el tema organiza esos fenómenos (Freudenthal, 1983; Puig, 1997). Para ello, es necesario considerar las ideas claves que configuran este organizador del currículo: fenómeno, contexto, relación estructural, subestructura, situación, usos de un tema y problemas a los que el tema da respuesta. Por ejemplo, al querer identificar fenómenos relacionados con la función cuadrática podemos pensar en la antena parabólica de mi casa, el conjunto de todas las antenas parabólicas y el conjunto de todos los reflectores parabólicos de fenómenos que dan sentido al tema. La idea de reflectores parabólicos constituye un contexto que organiza todos los fenómenos que comparten unas mismas características estructurales: su forma parabólica da lugar a que las ondas confluyan en un mismo lugar —antenas— y a que los rayos de luz se proyecten paralelamente —focos—. Las características estructurales son aquellas propiedades de un fenómeno que involucran y dan sentido al tema matemático. De esta forma, las características estructurales que comparten los fenómenos que pertenecen a un contexto permiten relacionarlo con una subestructura de la estructura conceptual del tema (Gómez, 2007, pp. 54-55). Se establece así una relación biunívoca entre subestructuras y contextos. Las situaciones son otra forma de organizar los fenómenos que hace referencia al tipo de entorno al que pertenecen.

Uso técnico. El análisis fenomenológico de un tema implica dos procedimientos: (a) la identificación de fenómenos que dan sentido al tema y (b) la organización de esos fenómenos. Hacerse las preguntas, “¿qué otros fenómenos son ‘parecidos’ a este, desde la perspectiva del tema, y en qué son parecidos?” es una técnica para aproximarse a sus características estructurales y comenzar a abordar la identificación de contextos, como primer paso para organizar los fenómenos. De esta forma identificamos los reflectores parabólicos como contexto que engloba diferentes tipos de fenómenos de la función cuadrática. Las características estructurales de los fenómenos pueden dar pistas sobre aquellos aspectos matemáticos del tema que organizan los fenómenos pertenecientes a un contexto. La identificación de la subestructura matemática que modeliza un contexto puede surgir de esta reflexión. También es posible usar otra técnica: analizar la estructura conceptual del tema e identificar posibles subestructuras en ella, para establecer cuáles de esas subestructuras adquieren sentido —se usan, resuelven problemas— para al menos un fenómeno y de qué manera se relacionan con los contextos.

La figura 1 resume esquemáticamente las ideas clave y algunas de las técnicas del uso técnico del análisis fenomenológico.

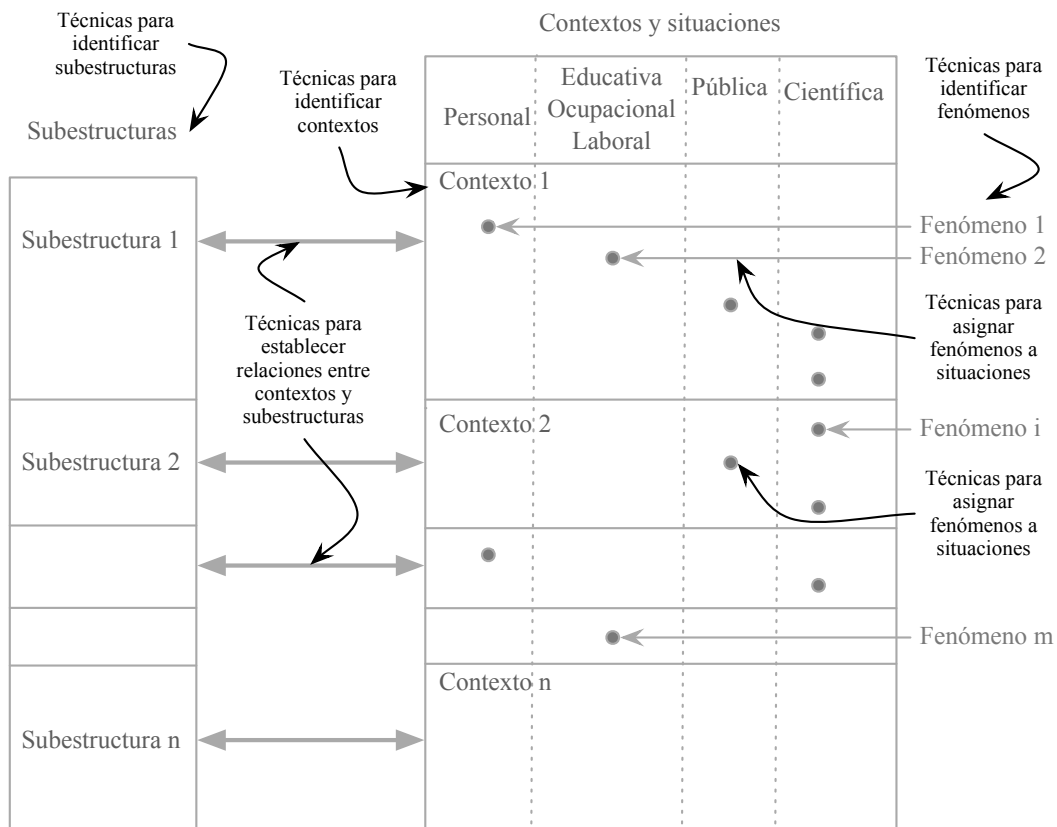


Figura 1. Ideas clave y técnicas del uso técnico en el análisis fenomenológico

Noción de acción

El procedimiento metodológico que proponemos utiliza la idea de “acción” como elemento central para la codificación y análisis de las producciones de los grupos. Una acción se refiere a una actuación concreta que los grupos pueden realizar. Las acciones deben ser observables en las producciones, surgen del análisis de la descripción conceptual del organizador del currículo y de codificaciones preliminares de los datos, y se organizan de acuerdo con las ideas clave que caracterizan su significado y con las técnicas que configuran su uso técnico.

Contexto en MAD

En este trabajo utilizamos uno de los programas mencionados para ejemplificar el método que proponemos. Se trata de MAD, la maestría de profundización en Educación Matemática ofrecida por la Universidad de los Andes en Bogotá (Colombia) para profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio. MAD tiene una duración de dos años y está compuesto por 8 módulos que tienen una estructura análoga. Los formadores presentan e introducen el contenido de cada módulo durante una semana presencial al comienzo de cada módulo y presentan las actividades a realizar a lo largo del módulo. Tras esa semana, el formador continúa en contacto virtual durante el resto del módulo. Un profesor colombiano acompaña a los profesores en formación durante todo el programa en la universidad (Gómez y Restrepo, 2010, p. 26). En la primera cohorte del programa, de la que surgen los datos del ejemplo que presentamos, los profesores en formación se organizaron en grupos de 4 o 5 miembros para trabajar durante la maestría. Cada grupo se centró en un tema de las matemáticas escolares (para una descripción detallada del programa y de su fundamentación ver Gómez, Cañadas, Flores, González, Lupiáñez, Marín *et al.*, 2010; Gómez y González, 2012; Gómez y Restrepo, 2010).

Cada módulo de MAD está compuesto por una serie de actividades a las que los profesores en formación dedican dos semanas. Para cada actividad, los profesores en formación deben elaborar un borrador, que debe tener la información suficiente como para que el tutor pueda entenderlo y comentarlo. El tutor debe reaccionar a su trabajo por la misma vía y los profesores en formación deben mejorar su trabajo con base en esos comentarios y preparar y realizar una presentación final al término de la segunda semana.

En este trabajo, nos centramos en el análisis fenomenológico, que se trabajó en el módulo de análisis de contenido de MAD. Una de las actividades de este módulo se centró en este organizador del currículo.

Requerimientos

Las actividades propuestas en MAD a los grupos de profesores en formación incluían una serie de requerimientos, que tenían que ver con lo que se esperaba que hicieran para un organizador del currículo determinado. Para la actividad relativa al análisis fenomenológico, los grupos produjeron un borrador y, tras las reacciones del tutor y de los formadores, produjeron una presentación. En la actividad sobre este organizador del currículo, los requerimientos a los grupos fueron: (a) que dieran sentido a la fenomenología como organizador del currículo y (b) que realizaran el análisis fenomenológico de su tema.

Más concretamente, la actividad solicitaba:

- ◆ Identificar y delimitar los fenómenos que dan sentido a los conceptos.
- ◆ Identificar los conceptos que organizan los fenómenos.
- ◆ Establecer las relaciones entre los fenómenos y las subestructuras matemáticas.
- ◆ Identificar subestructuras matemáticas del tema que permiten organizar grupos de fenómenos.
- ◆ Organizar grupos de fenómenos que comparten características estructurales mediante la identificación de contextos.
- ◆ Establecer las relaciones entre los contextos y las subestructuras matemáticas.
- ◆ Identificar situaciones donde se utilicen las subestructuras matemáticas.

Acciones y codificación

El método que proponemos requiere que se identifiquen las acciones que corresponden al organizador del currículo cuyo aprendizaje se desea describir. Este listado de acciones depende del organizador del currículo, de las opciones que el formador ha tomado sobre su significado, uso técnico y uso práctico, y de las características de la actividad que los profesores en formación deben realizar. Para el caso del análisis fenomenológico dentro de MAD, y con base en el marco conceptual presentado, identificamos una serie de acciones que los grupos podrían realizar al abordar la actividad. Por ejemplo, se esperaba que establecieran las “relaciones entre los contextos y las subestructuras matemáticas”. Para abordar esa expectativa de aprendizaje identificamos las siguientes acciones: (a) establecer relaciones, (b) establecer relaciones válidas, (c) establecer todas las relaciones, (d) justificar las relaciones entre los contextos y las características estructurales y (e) proponer justificaciones válidas. De manera análoga, construimos diversas acciones para cada idea clave del análisis fenomenológico.

Construcción de la lista de acciones

Para construir la lista de acciones, es necesario describir el organizador del currículo en términos de su significado, uso técnico y uso práctico con base en los documentos que se proporcionan a los profesores en formación durante la instrucción (apuntes, diapositivas del formador y bibliografía) y los requerimientos que se les solicitan a los profesores en formación (actividad). Con esta información se obtiene un primer listado de acciones, que se revisa con un primer proceso de codificación que permite identificar acciones que los grupos de profesores en formación realizan pero que no estaban previstas en la lista original.

Las acciones resultantes se pueden organizar de acuerdo con diversos criterios: (a) si fueron solicitadas en la actividad o no, (b) si fueron presentadas en la instrucción o no, (c) si tienen relación con el significado, el uso técnico o el uso práctico del organizador del currículo, (d) la idea clave con la que se relacionan, y (e) si su realización depende de la realización de otra acción previa.

En la tabla 1 presentamos la lista de acciones que produjimos para el caso del análisis fenomenológico en MAD. Las organizamos de acuerdo con la idea clave a la que corresponden y establecemos un código que identifica algunas de sus características. El primer carácter es la idea clave con la que se relaciona (fenómeno [F], contexto [C], subestructura [B], relación [R] o situación [S]); el segundo distingue su correspondencia con el significado (S) o uso técnico (T); el tercero identifica el orden del código dentro de la idea clave y el tipo de conocimiento; el cuarto identifica si la acción no fue tratada durante la instrucción (N); y el quinto es un guión que aparece cuando la acción depende de otra acción.

Tabla 1

Acciones para el análisis fenomenológico en MAD

Acción	Código
Fenómenos	
Identificar fenómenos	FS1
Identificar problemas	FS2
Usar problemas para identificar fenómenos	-FT1
Utilizar al menos un problema para identificar al menos un fenómeno	-FT2
Identificar usos	FS3
Utilizar los usos para identificar fenómenos	-FT3

Tabla 1
Acciones para el análisis fenomenológico en MAD

Acción	Código
Contextos	
Identificar contextos	CS1
Identificar una proporción de, al menos, el 80% de todos los contextos posibles	-CT1
Identificar características estructurales	CS2
Usar características estructurales para identificar fenómenos	-CT2
Usar características estructurales para justificar fenómenos	-CT3N
Organizar fenómenos con contextos	-CT4
Subestructuras	
Identificar subestructuras	BS1
Hacer referencia a la estructura conceptual	BS2
Describir las subestructuras	-BT1
Organizar fenómenos con subestructuras	-BT2
Relación de subestructuras y contextos	
Establecer relaciones	-RS1
Establecer todas las relaciones	-RS2
Justificar las relaciones entre los principios y las características estructurales	-RS3
Situaciones	
Proponer situaciones	SS1
Usar PISA para clasificar	-ST1
Usar alguna clasificación	ST2

Codificación

Estas acciones se pueden utilizar para codificar las producciones de los grupos de profesores en formación. Para cada documento y cada acción, es posible establecer si la acción se lleva a cabo, y si se realiza correctamente o no. Con esta información, se produce una tabla en la que las filas son las acciones y las columnas corresponden al documento o documentos analizados de los grupos. Un primer análisis de esta información consiste en establecer el número de grupos que hacen cada una de las acciones y, en caso de que la realicen, si la hacen bien o no. De esta forma se produce una nueva columna con los totales por grupos para cada acción. Adicionalmente, para cada grupo se puede establecer el número de acciones que realizó y cuántas de ellas las realizó correctamente. Se produce entonces una nueva fila con estos totales. Esta es la tabla básica con los resultados de la codificación. En la tabla 2 presentamos, como ejemplo, una parte de esta tabla para las acciones correspondientes a la idea clave de fenómeno para el borrador que los grupos presentaron en MAD.

Tabla 2

Instrumento de codificación para acciones sobre fenómenos en el borrador

Acc	Grupos												Total	
	1		2		3		4		5		6			
	R	V	R	V	R	V	R	V	R	V	R	V	R	V
FS1	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓		✓	✓	6	3
FS2	✓	✓					✓	✓					2	2
-FT1	✓	✓					✓	✓					2	2
-FT2	✓	✓					✓	✓					2	2
FS3			✓	✓									1	1
-FT3			✓	✓									1	1

Tabla 2

Instrumento de codificación para acciones sobre fenómenos en el borrador

Acc	Grupos													
	1		2		3		4		5		6		Total	
	R	V	R	V	R	V	R	V	R	V	R	V	R	V
Tota	4	4	3	3	1	0	4	3	1	0	1	1		

l
Acc: acción; R: realizada; V: válida.

Análisis de datos y obtención de resultados

Con base en la tabla básica que se acaba de describir, es posible realizar diferentes tipos de análisis que pueden proporcionar información sobre el aprendizaje de los grupos del organizador del currículo estudiado. Consideramos dos tipos de análisis: (a) la descripción del aprendizaje de los grupos, a partir de sus producciones en un documento de la actividad que corresponde al organizador del currículo; y (b) el establecimiento de la dificultad de las ideas claves que configuran el organizador del currículo, a partir de la comparación de las producciones de los grupos en el borrador y la presentación final de la actividad.

Análisis de la tabla básica

Como hemos descrito, la tabla básica que resulta del proceso de codificación establece para cada acción (filas), qué grupos realizaron esa acción y cuáles la realizaron correctamente. Esta tabla se puede analizar por filas y por columnas.

Análisis por filas (aprendizaje de las acciones). Este análisis implica establecer el número de grupos que realizaron la acción y, de ellos, el número de grupos que la realizaron correctamente. De esta forma, es posible comparar las acciones de acuerdo con estos resultados. La tabla 3 presenta el resultado de este análisis para el ejemplo que presentamos en el apartado anterior.

Tabla 3

Análisis de las acciones del ejemplo sobre fenómenos

Los grupos	Número de grupos				
	Todos	Muchos	Algunos	Pocos	Ninguno
La realizan	FS1		FS2,FT1,FT2	FS3,FT3	
La realizan correctamente ¹	FS2,FT1,FT2,FS3,FT3		FS1		

Muchos: más del 80%. Algunos: entre 20% y 80%. Pocos: menos del 20%.

¹Los porcentajes para la realización correcta de la acción se refiere al total de grupos que la realizaron.

De esta forma, a cada acción le corresponde una pareja —e.g., (Muchos, Algunos)— que indica el número de grupos que la realizaron y la proporción de grupos que la realizaron correctamente. Con estos datos es posible establecer en qué medida los grupos realizaron cada acción y en qué medida la realizaron correctamente. Esto permite identificar una graduación de la dificultad de las acciones. Son más fáciles aquellas que todos o muchos grupos realizan correctamente y más difíciles aquellas que pocos o ningún grupo realizan (correctamente). En el análisis de los resultados es especialmente importante identificar aquellas acciones que fueron solicitadas en la actividad y que algunos grupos no realizaron y aquellas acciones que, aunque fueron realizadas por todos o muchos de los grupos, pocos o ningún grupo las realizaron correctamente.

En el ejemplo de la tabla 3, se aprecia que, aunque todos los grupos identificaron fenómenos (FS1), solamente algunos de ellos lo hicieron correctamente. Por otro lado, solamente algunos grupos identificaron problemas (FS2) y los utilizaron para identificar fenómenos (-FT1) y pocos grupos identificaron usos (FS3) y los utilizaron para identificar fenómenos (-FT3). Todos los grupos que realizaron estas acciones lo hicieron correctamente.

Análisis por columnas (comparación de los grupos). El análisis de la tabla por columnas permite establecer la actuación de cada grupo y comparar esas actuaciones. De este análisis se puede obtener qué aprendió cada grupo y cómo ese aprendizaje se compara con el aprendizaje de los demás grupos. En este tipo de análisis resulta especialmente relevante establecer si existe o no homogeneidad en la actuación de los grupos y buscar explicaciones en el caso de que haya heterogeneidad.

En el ejemplo de la tabla 3, observamos que los grupos se organizan en dos categorías. En la primera categoría se encuentran los grupos 1, 2 y 4 que realizan 3 o 4 de las 6 acciones y las realizan correctamente —con excepción de una acción para el grupo 4—. En la segunda categoría se encuentran los otros tres grupos que realizan una sola acción y dos de ellos no la realizan correctamente.

Análisis de tablas borrador – presentación

El segundo tipo de análisis implica codificar tanto el borrador, como la presentación final de la actividad y generar las dos tablas básicas correspondientes (del tipo de la tabla 3). En este caso, cada acción tendrá asignada una cuádrupla que indica el número de grupos que realizaron la acción en el borrador y de ellos los que la realizaron correctamente, y la misma información para la presentación. Es posible realizar diferentes tipos de análisis con esta información. Presentamos a continuación, como ejemplo, un análisis que involucra solamente el número de grupos que realizaron cada acción del análisis fenomenológico en el borrador y en la presentación. Este análisis se centra en establecer la dificultad de las acciones y de las correspondientes ideas clave que caracterizan el organizador del currículo.

Definimos la dificultad que los grupos manifestaron para una acción en función del número de grupos que la realizaron en el borrador y en la presentación. Así, una noción es difícil si máximo el 20% grupos la realizaron; es medianamente difícil si la realiza entre el 20% y el 50% de los grupos; menos difícil si la realiza entre el 50% y el 80% de los grupos; y es fácil si más del 80% de los grupos la realiza. A partir de la dificultad de las acciones, es posible establecer las dificultades que los grupos manifestaron para las ideas claves que caracterizan el organizador del currículo.

Para realizar este análisis, proponemos construir una tabla. Se ubica cada acción en la celda que corresponde al número de grupos que la realizaron en el borrador —filas— y al número de grupos que la realizaron en la presentación final —columnas—. La tabla 4 presenta los resultados de este análisis para el caso del análisis fenomenológico en MAD. Por consiguiente, las acciones difíciles se encuentran en las primeras cuatro filas y columnas de la tabla. Hemos delimitado esa zona de la tabla con una línea gruesa de color negro. La acción más difícil (-RS3) se ubica en la celda (0,0) de la tabla. Análogamente, las acciones fáciles se ubican en la última fila y columna de la tabla —celda (6,6)—. Hemos identificado esta celda con una línea gruesa en gris claro. Diferenciamos estas acciones de aquellas que se encuentran en la celdas (5,5), que denominamos medianamente difíciles, y a las que hemos asignado un borde grueso en gris oscuro. Aquellas acciones en las que los grupos progresaron del borrador a la

presentación —y que denominamos progresiones— se encuentran en las celdas (0,2), (0,3) y (3,5), y se identifican en la tabla por un borde punteado.

Tabla 4

Dificultad de las acciones en el análisis fenomenológico

Br.	Presentación						
	0	1	2	3	4	5	6
0	-RS3		-CT3N	CS2			
1		FS3, -FT3 FT5					
2			FS3, -FT1 -FT2, -FT3				
3				BS2, -BT1		-RS2 -CT1	
4							
5						SS1, -SS2 -ST1, BT2 -RS1	
6							FS1, CS1 -CT4, BS1, ST2

Br.: borrador.

Los resultados de la tabla 4 permiten establecer las dificultades que los grupos de MAD manifestaron al realizar el análisis fenomenológico. Abordamos la dificultad de una idea clave atendiendo a varios criterios. El primero de ellos, que se evidencia en la tabla 4, tiene que ver con el número de grupos que realizaron las acciones correspondientes a esa idea clave. El segundo criterio tiene en cuenta el número de grupos que realizaron las acciones de manera válida en el borrador y en la presentación. En ambos casos, también establecemos el número de grupos que no realizó las acciones en el borrador y sí las realizó en la presentación. De esta forma, se pueden obtener resultados como los siguientes.

Todos los grupos distinguieron contextos en el borrador y en la presentación, pero solamente la mitad de ellos propusieron contextos válidos en el borrador. Otros dos grupos lograron hacerlo en la presentación. Todos los grupos lograron organizar los fenómenos en contextos pero ninguno usó características estructurales en el borrador y solo la mitad lo hizo en la presentación. Esto pone en evidencia la dificultad de los grupos con la idea de característica estructural.

Aunque todos los grupos identificaron subestructuras para su tema, la mitad de ellos identificaron subestructuras válidas en el borrador y dos grupos en la presentación final. Esto pone en evidencia la dificultad de los grupos con el significado de subestructura. Los grupos que identificaron subestructuras válidas fueron los mismos que hicieron referencia a la estructura conceptual.

Puesto que al menos la mitad de los grupos propusieron subestructuras que no eran válidas, la organización que hicieron de los fenómenos tampoco era válida. Esto indica que los grupos tuvieron dificultades importantes con el significado de la noción de subestructura y, por ende, con su uso técnico para organizar fenómenos.

Establecer la relación entre subestructuras y contextos es una acción que depende de que los grupos hayan establecido subestructuras y contextos válidos, y que las relaciones que establecen sean válidas. Además de las dificultades heredadas de esta

dependencia, se observan dificultades de la propia idea porque: (a) de los 3 grupos que presentaron subestructuras válidas en el borrador, ninguno propuso relaciones válidas en ese documento y (b) solo uno de los dos grupos que presentó subestructuras válidas en la presentación, propuso relaciones válidas en ese documento.

Conclusiones

En este trabajo proponemos un método para analizar y codificar las producciones de los grupos de profesores en formación que participan en programas de formación basados en el modelo del análisis didáctico, con el propósito de explorar el aprendizaje de los grupos de un organizador del currículo. El método requiere de al menos un documento de los que usualmente se producen en la actividad que corresponde a ese organizador del currículo. Cuando se tiene un único documento disponible para la actividad, el método permite establecer una clasificación de las acciones de acuerdo con su dificultad en términos del número de grupos que la realizaron y, de ellos, cuántos la realizaron correctamente. Además, permite comparar las actuaciones de los grupos en términos del número de acciones que llevaron a cabo y, de ellas, cuántas las realizaron correctamente. Cuando se tienen dos o más documentos disponibles, por ejemplo borrador y presentación —como es el caso en MAD—, el método permite afinar la identificación de las dificultades que los grupos manifestaron al realizar la actividad e intuir el posible papel que pudo haber jugado la interacción de los grupos con el tutor, el formador y el coordinador local para la elaboración de la presentación. Este análisis de dificultades se puede organizar de acuerdo con las ideas claves que caracterizan el significado del organizador del currículo.

El método propuesto se fundamenta en una visión del aprendizaje de los organizadores del currículo (SUTUP). Este método permite describir algunos aspectos relevantes del aprendizaje de los grupos de profesores en formación a partir de un conjunto reducido de manifestaciones de esas actuaciones. En programas como MAD, es posible utilizar información adicional para complementar estos análisis. Por ejemplo, se dispone de los documentos de texto que los grupos producen tanto para el borrador como la presentación y las grabaciones de audio de dos de los grupos cuando preparaban sus producciones. De esta forma, es posible profundizar en la caracterización de las acciones y, por consiguiente, en el estudio de su aprendizaje.

El método propuesto concreta las ideas de acción y de dificultad como elementos centrales para la codificación y análisis de las producciones de los grupos. Una acción se refiere a una actuación concreta que los grupos pueden realizar. Las acciones deben ser observables en las producciones, surgen del análisis de la descripción conceptual del organizador del currículo y de codificaciones preliminares de los datos, y se organizan de acuerdo con las ideas clave que caracterizan su significado y con las técnicas que configuran su uso técnico. Las dificultades manifestadas por los grupos se establecen en términos del número de acciones que ellos realizan correctamente en los documentos analizados.

Los resultados que se obtienen con este método pueden indicar caminos para la mejora de la instrucción. En el caso del análisis fenomenológico en MAD, hemos establecido que es necesario una mayor profundización de aquellas ideas clave que generan más dificultades. Además, consideramos que la instrucción debe promover el desarrollo coordinado del significado y el uso técnico del organizador del currículo. Finalmente, resaltamos la importancia de los ejemplos y contraejemplos (Gómez y Cañadas, 2012).

Agradecimientos

Agradecemos a María Angélica Suavita, quien revisó y comentó una versión previa de este documento.

Referencias

- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Holanda: Kluwer.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/444/>
- Gómez, P. y Cañadas, M. C. (2011). La fenomenología en la formación de profesores de matemáticas. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 2(Especial), 78-89. Disponible en <http://vys.uniandes.edu.co/index.php/vys/article/view/89/215>
- Gómez, P. y Cañadas, M. C. (2012). *Dificultades manifestadas por profesores en formación en el aprendizaje del análisis fenomenológico*. Trabajo en revisión para XVI Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Baeza. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1882/>
- Gómez, P., Cañadas, M. C., Flores, P., González, M. J., Lupiáñez, J. L., Marín, A., et al. (2010). Máster en Educación Matemática en Colombia. En M. T. González, M. Palarea y A. Maz (Eds.), *Seminario de Investigación de los Grupos de Trabajo Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Educación Matemática de la SEIEM* (pp. 7-25). Salamanca, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/646/>
- Gómez, P. y González, M. J. (2008). *Mathematics knowledge for teaching within a functional perspective of preservice teacher training*. Trabajo presentado en ICME 11 Topic Study Group 27, Monterrey. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/418/>
- Gómez, P. y González, M. J. (2009). Conceptualizing and exploring mathematics future teachers' learning of didactic notions. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación, Monografía XII*, 223-235. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/431/>
- Gómez, P. y González, M. J. (2012). Diseño de planes de formación de profesores de matemáticas basados en el análisis didáctico. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Por determinar* (pp. **-*). Por determinar: Por determinar.
- Gómez, P. y Restrepo, Á. M. (2010). Organización del aprendizaje en programas funcionales de formación de profesores de matemáticas. En G. García (Ed.), *11º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 22-32). Bogotá, Colombia: CENGAGE Learning. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/644/>
- Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. R. Coord, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61-94). Barcelona, España: ICE-Horsori.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona, España: ICE-Horsori.