INTERPRETACIÓN DE INDICADORES DISCURSIVOS EN SITUACIONES DE APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN PAREJA

INTERPRETING DISCURSIVE INDICATORS IN THE LEARNING OF MATHEMATICS THROUGH PAIR WORK

Chico, J., Planas, N.
Universitat Autònoma de Barcelona

Resumen. *En este informe, presentamos el análisis de datos de una pareja de estudiantes durante la resolución de un problema de generalización en una clase de matemáticas de secundaria (15-16 años). De acuerdo con las teorías interaccionistas del aprendizaje matemático, asumimos que el discurso establecido en la interacción en pareja es un factor clave de influencia en los procesos de construcción de conocimiento matemático. Hasta ahora, los resultados ponen de relieve la relación entre el uso de*

[illegible] *precedidos o acompañados por refutación y cuestionamiento, y en menor grado, validación. La refinación del análisis actual se está realizando dentro del trabajo de tesis doctoral de la primera autora.*

Palabras clave: interacción; aprendizaje matemático; trabajo en pareja; argumentación discurso.

Abstract. *This report brings up data analysis from pair work by two students while solving a generalization problem in their secondary mathematics classroom (15-16 years). Drawing on interactionist theories of mathematical learning, we view discourse that comes in pair work interaction as a key influence on processes of construction of mathematical knowledge. So far, findings point to relationships between the use of particular discursive indicators and the progress in the students' "argumentative intention". Most exchanges with "argumentative intention" are either preceded by or simultaneous to refutation and questioning, and to a fewer extent, validation. Tasks of refining current analyses are being examined by the first author in her doctoral research work.*

Key words: interaction; mathematical learning; pair work; argumentation; discourse.

INTRODUCCIÓN

Son múltiples los estudios que vinculan la construcción de aprendizaje matemático con la participación en entornos de interacción social. Krummheuer (2011), por ejemplo, fundamenta la metáfora del aprendizaje matemático como participación en situaciones de interacción orientadas a la resolución de problemas. También Steinbring (1998), en una de sus obras más citadas, habla de las oportunidades de generación de aprendizaje matemático asociadas a la facilitación de la interacción entre estudiantes y entre estos y el profesor. Este último autor apunta a la interacción no solo como mediador sino además como obstáculo ocasional en el aprendizaje.

En el estudio de tesis doctoral de la primera autora, suponemos que cualquier actividad cognitiva de comprensión matemática está vinculada al contexto social en el que se produce y, en particular, al micro contexto de interacción en el aula (Chico, Planas, Morera y Fortuny, en prensa). Desde esta perspectiva, se está llevando a cabo el análisis de seis sesiones de clase con trabajo en pareja seguido de puesta en común orquestada por el profesor. En una primera fase, únicamente se examinan los datos del trabajo en parejas con el propósito de entender mejor *cuáles son algunas de las relaciones entre aprendizaje matemático e interacción en pareja*. Buscamos identificar "momentos" de aprendizaje matemático asociados a "momentos" del discurso en el aula que evidencien algún tipo de intercambio sustancial entre estudiantes en relación con avances en la resolución del problema correspondiente. Como se verá en las próximas secciones, adoptamos el término "momento de aprendizaje" como criterio de selección de episodios de clase y, por otro lado, el término "avances en el aprendizaje" para marcar progresos en la resolución del problema dentro de cada episodio.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Varios autores han estudiado la interacción en pareja asociada a la construcción de conocimiento matemático. Algunos de ellos han adoptado una perspectiva psicológica centrada en el papel de la interacción en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, como es el caso de Zittoun, Perret-Clermont y Pontecorvo (2004). Otros autores apuntan a la relación simultánea entre la experiencia social de la interacción y el desarrollo cognitivo que lleva al aprendizaje matemático. En Cobo y Fortuny (2000) se resume parte del análisis del discurso en parejas de estudiantes durante su avance en el aprendizaje matemático. La identificación de intercambios del tipo pregunta-respuesta, validación, repetición… lleva a caracterizar modelos de interacción en parejas vinculados con "beneficios cognitivos" concretos. Los trabajos de Cobo y Fortuny sirven de marco para nuestro estudio actual, centrado en la delimitación de secuencias breves de intercambios con contenido matemático y en la caracterización de algunos de estos intercambios por medio de indicadores discursivos. El objetivo es conseguir relacionar avances en el aprendizaje matemático con interacciones entre estudiantes caracterizadas con indicadores. Tomamos la noción de *indicador discursivo* para referirnos al descriptor que condensa información sobre cómo al menos una de las partes se posiciona respecto a contenidos matemáticos expresados en un intercambio. A diferencia de otros autores (ver, por ejemplo, la "acción" y la "naturaleza de la acción" en Muñoz-Catalán, Carrillo y Climent, 2010), nuestros indicadores se definen a partir de intercambios y no a partir de la función comunicativa de cada contribución. El indicador discursivo nos da información sobre la cohesión de la comunicación expresada en un intercambio con contenido matemático; habla, por tanto, de qué tipo de conexiones se establecen entre lo que un estudiante expresa en relación a las matemáticas y la reacción de otro estudiante.

Explorar relaciones entre aprendizaje matemático e interacción es una tarea amplia que concretamos con la noción de *intención argumentativa*. En nuestro trabajo, la distinción entre argumentación, que en un sentido estricto se acostumbra a encontrar en pocas conversaciones de aula (Fortuny, Iranzo y Morera, 2010) e intención argumentativa es crucial. Entendemos que hay intención argumentativa en los textos con contenido matemático en los cuales al menos uno de los interlocutores tiene la “intención” de convencer o hacer cambiar una posición que ha sido expresada, aunque esto no implica necesariamente que aporte ni razones matemáticas ni inferencias suficientes. Como Krummheuer (2011), insistimos en la dimensión comunicativa de toda argumentación matemática, que en el día a día del aula se muestra con la presentación de razones, que a menudo son reacciones a otras razones y que no siempre se enuncian de modo estructurado ni completo. El dominio sintáctico de la argumentación matemática viene, por tanto, precedido de la práctica social de la intención argumentativa en la medida en que ésta tiene sentido en una situación de enseñanza y aprendizaje. Ya en los trabajos de Perelman (1970) se sugiere esta dimensión comunicativa al diferenciarse la demostración, que no requiere asentimiento, de la argumentación, que se funda sobre premisas que requieren la explicitación de acuerdos. El tipo de acuerdos que requiere la argumentación continúa siendo, desde el punto de vista de la matemática, muy exigente; en este sentido, la intención argumentativa representa un grado de exigencia cercano pero menor.

DISEÑO Y MÉTODOS DE ANÁLISIS

Los datos se han recogido en un aula de matemáticas con estudiantes de 15 y 16 años de un colegio de Barcelona. Se trata de un aula asociada al “Taller de problemas”, donde se resuelven problemas de ediciones anteriores de una competición local. Al tratarse de un taller optativo paralelo a otros, hay tan solo 14 estudiantes. La dinámica de las sesiones siempre consiste en trabajo en pareja durante unos 20 minutos, para pensar el problema y producir un informe escrito consensuado, y puesta en común durante unos 30 minutos, para confrontar públicamente formas de resolución y dificultades de las parejas; se finaliza con un tiempo para introducir modificaciones en los informes. La profesora gestiona la puesta en común, desatascando momentos de silencio y proponiendo, cuando conviene, cuestiones que contribuyen a ampliar la discusión. En esta ocasión, comentamos datos en torno al trabajo de una de las parejas con uno de los problemas (Figura 1).

Todos los problemas plantean contextos imaginables fuera de las matemáticas, que tienen que facilitar conjeturas y generalizaciones desde la formulación de casos particulares. Los enunciados incluyen texto escrito y dibujos que ayudan a representar el inicio de una sucesión. Las cuestiones del enunciado siguen tres criterios: 1) generalización próxima, se pide un elemento de la serie que se pueda calcular mediante un procedimiento de recuento directo; 2) generalización lejana, se pide un elemento de la serie cuyo cálculo resulte difícil mediante recuento directo; 3) generalización matemática, se pide el paso del pensamiento aritmético y/o geométrico al pensamiento algebraico para expresar el caso general. Esta estructura da lugar a razonamientos inductivos, por lo que se espera que las argumentaciones aparezcan vinculadas a la búsqueda y explicación de patrones, o la valoración de conjeturas a través de casos particulares, entre otras estrategias.

<u>BALDOSAS Y JARDINERAS.</u> El Ayuntamiento quiere ornamentar una plaza colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.

1. ¿Cuántas baldosas harán falta para cinco jardineras? Explícalo.
2. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 100 jardineras? Explícalo.
3. Y para un número cualquiera *n* de jardineras, ¿cuántas baldosas harán falta? Explícalo.

Figura 1. Enunciado de uno de los problemas

Cada sesión se graba en video y audio. Se realiza un primer visionado de la sesión para decidir qué fragmentos del trabajo en pareja y de la puesta en común se transcriben. Se escogen momentos de la discusión en parejas y en gran grupo donde se hable de la aproximación al problema o de su resolución, dejando de lado las intervenciones sin contenido matemático sobre gestión de la tarea u otras temáticas. El siguiente paso consiste en reducir las transcripciones a "episodios" que señalen "momentos de aprendizaje matemático" detectables en la interacción, en los cuales uno o más estudiantes modifican algún contenido para dar respuesta a demandas de la tarea. Para cada episodio y para el caso de interacción en pareja, se busca documentar tres aspectos: i) avances en el aprendizaje matemático; ii) indicadores discursivos presentes en la interacción; iii) relaciones entre indicadores discursivos e intención argumentativa. Entendemos que hay avance en el aprendizaje matemático cuando se produce un progreso matemático que permite avanzar en la resolución de la tarea. Nos son de interés momentos donde se produce avance en el aprendizaje tras un proceso de interacción en la pareja. Puede ocurrir que haya avance en el aprendizaje matemático por parte de un único alumno; aunque aquí también tenga sentido hablar sobre aprendizaje, no seleccionamos estos fragmentos para el análisis en profundidad porque no están directamente ligados a la interacción. Aunque se examina el registro transcrito, se recurre a los videos para confirmar interpretaciones que pretenden valorar si tiene sentido vincular la aparición de contenidos matemáticos con determinados usos del discurso. En lo que sigue, detallamos partes del análisis por medio de la descripción de un episodio vinculado al problema de la Figura 1.

EJEMPLO DE ANÁLISIS DE UN EPISODIO

La Figura 2 reproduce una conversación en una pareja, Montse y Maite, durante la discusión del tercer apartado de la tarea (ver Figura 1). Inicialmente, estas estudiantes dibujan el caso de cinco jardineras añadiendo baldosas pero sin seguir la dirección horizontal; el enunciado es, por tanto, ambiguo. De ahí que contando obtengan 19 baldosas para el primer apartado en lugar de 22. Más tarde, la regla de tres que aplican, "19 es a 5 como x es a 100", tampoco es correcta. A pesar de estos errores matemáticos, hemos seleccionado este episodio porque hay evidencias de avance en el aprendizaje matemático cuando Maite entiende que para resolver el tercer apartado se requiere una expresión algebraica que relaciona las variables *n* (jardineras) y *x* (baldosas). Si nos fijamos en el desarrollo del discurso en este fragmento, observamos indicadores que contribuyen a explicar cómo se puede haber facilitado dicho aprendizaje. Aunque no podemos concluir sobre qué hubiera ocurrido en un contexto de interacción distinto, parece razonable inferir que la interacción ha contribuido a avanzar en la comprensión matemática de una expresión algebraica. Otra cuestión es que hay un mal uso de la regla de tres, probablemente porque ninguna de las estudiantes tiene clara la aplicación de la proporcionalidad lineal en el problema. Para este informe no comentamos datos de la puesta en común, pero sí queremos hacer notar que esta dificultad vuelve a aparecer y, tras la conversación con otra pareja, se resuelve.

1	Montse:	19 es a 5 como…
2	Maite:	No.
3	Montse:	No… A ver, podemos poner 380 es a 100 como…
4	Maite:	No.
5	Montse:	Como *x* es a *n*, ¡como *x* es a *n*!
6	Maite:	Pero son dos incógnitas.
7	Montse:	No, porque la *n* en teoría te la tienen que dar. ¿Sabes? Para *n* baldosas.
8	Maite:	Entonces no puedes encontrar la solución, simplemente…
9	Montse:	Claro.
10	Maite:	Simplemente es el planteamiento. No, pero que… alguien que… o sea…
11	Montse:	¡Pero que no lo puedes saber!
12	Maite:	Si alguien me dice que 100, o sea que las jardineras se lo dan con 380…
13	Montse:	Pues lo haría así [380 es a 100 como *x* es a *n*].
14	Maite:	No, como el anterior [19 es a 5 como *x* es a 100].
15	Montse:	Si le dieran el número 3 es a tantas… [señala el dibujo]
16	Maite:	Como el dibujo, ya. Pero entonces podemos decir que 19 es a 5 como *n* es a tantos...
17	Montse:	Vale, sí.
18	Maite:	No sé, yo creo que ahí hay otra cosa.
19	Montse:	Pero es que claro, si tú no sabes qué número es *n*, tampoco puedes saber qué número es *x* porque no lo tienes.
20	Maite:	Pero es que siempre te darán una de las dos incógnitas.
21	Montse:	Claro, siempre te darán una de las dos incógnitas. En teoría es así y ya está.
22	Maite:	Siempre nos darán una de las dos incógnitas…
23	Montse:	Para poder resolver el problema. Y ya está.
24	Maite:	Es así, sí.

Figura 2. Fragmento de conversación entre Montse y Maite

Identificamos hasta cuatro indicadores discursivos (*refutación, validación, cuestionamiento* y *paráfrasis*) que, mirados en su conjunto, señalan implicación en la tarea matemática e intención argumentativa. Antes de comentarlos en relación con su uso en este episodio, damos nuestra interpretación de estos indicadores, que está influenciada por los respectivos significados habituales en situaciones de habla y, a su vez, inspiradas en los intercambios de Cobo y Fortuny (2000). En un intercambio con contenido matemático hay:

- *Refutación (R)* cuando una parte no acepta lo que se ha dicho, pudiendo rebatir con razones;
- *Validación (V)* cuando una parte aprueba lo que se ha dicho, pudiendo afirmar con razones;
- *Cuestionamiento (C)* cuando una parte expresa dudas o directamente pide razones en relación a lo que se ha dicho;
- *Paráfrasis (P)* cuando una parte repite o reformula lo que ha dicho el otro, pudiendo generar refutación, validación y/o cuestionamiento.

En [1-4] se ve una refutación reiterada de Maite al uso de una regla de tres, sin aportar razones. En [5-7], Maite rechaza generalizar la regla de tres porque hay "dos incógnitas", a lo que Montse responde con una nueva refutación, esta vez acompañada de razones explícitas. A la validación sin razones de Montse [9], le sigue una primera evidencia de avance en el aprendizaje cuando Maite dice entender que el uso de x y n se refiere "simplemente a un planteamiento". En [10-16] hay un intercambio algo confuso en tanto que, por una parte, Maite quiere sustituir $380/100 = x/n$ por $19/5 = x/n$, mientras que por otra, Montse insiste en su regla de tres hasta [17], donde acepta la fracción 19/5 con una validación sin razones. Esta secuencia lleva hasta la formulación de un cuestionamiento [18] a Montse. Aunque no queda claro a qué se refiere Maite, en [19] Montse da una explicación de nuevo relacionada con el carácter algebraico de la respuesta. En ese momento, con la secuencia paráfrasis-validación-paráfrasis [20-22], iniciada en [7], y la validación de Maite [24], se produce lo que entendemos como un avance en la comprensión del paso al álgebra.

En este episodio, no hay argumentación matemática en sentido estricto, pero sí existe intención argumentativa ya que las dos estudiantes aportan razones que dan fuerza a algunas de sus proposiciones (por ejemplo en [19]). A este respecto, resultan interesantes las conclusiones de Cañadas (2007), quien analizó procesos inductivos en problemas de generalización matemática con estudiantes de 15 y 16 años. En su caso, los estudiantes trabajaban individualmente y tenían que justificar la resolución por escrito. Cañadas documentó la tendencia en muchos estudiantes a no justificar respuestas ni conjeturas manteniendo así patrones erróneos. Nuestros datos ilustran la interacción como un escenario en el cual Maite resuelve una duda y Montse explica razones. Del análisis, se desprende que Montse contribuye a resolver la duda y Maite fuerza la explicación de razones. Esta oportunidad de avanzar en colaboración no se da en las dinámicas de trabajo individual. Aunque tal como se ve en la utilización equívoca que Maite y Montse hacen de la regla de tres, el trabajo en pareja no es por sí solo garantía de resolver cualquier concepción errónea.

Queremos resaltar que en el total de episodios analizados hasta ahora hay numerosas situaciones de aprendizaje con intención argumentativa. En las distintas parejas, se dan razones matemáticas por medio de explicaciones que contribuyen a avanzar en la resolución del problema. Desde la perspectiva de los indicadores discursivos que preceden y/o acompañan la mayoría de intercambios con intención argumentativa, destacan la refutación y el cuestionamiento, y en menor grado la validación El episodio anterior da dos ejemplos de esto. En [6-7] hay una refutación ligada a la intención argumentativa "No, porque la n en teoría te la tienen que dar". Por otra parte, en [18-19] hay un cuestionamiento ligado a la intención argumentativa "Pero es que claro, si tú no sabes qué número es *n*, tampoco puedes saber qué número es *x* porque no lo tienes", donde se insiste en la relación de dependencia entre *x* y *n*.

RESUMEN DE RESULTADOS PARCIALES DE UNA SESIÓN

En la Tabla 1 se resumen resultados del análisis de los episodios de cuatro parejas en la primera sesión, donde se trabajó en la tarea de la Figura 1. Se observa el tipo y la frecuencia de cada indicador discursivo dentro de los episodios de cada pareja. En la columna IA, se muestra el número de veces que el indicador aparece acompañado por intención argumentativa.

Pareja	*Episodio*	*Aprendizaje matemático*	*Indicador discursivo*		*IA*
			Tipo	*Frecuencia*	
Maite Montse	E_{11}	Establecimiento de relación entre dos variables	R	4	2
			V	4	
			P	2	
			C	1	1
Gabriel Josep	E_{21}	Simplificación de expresión algebraica	R	1	
			V	2	1
			P	1	
			C	3	2
			A	3	
	E_{22}	Dotar un patrón de significado	R	8	4
			V	1	1
			P	1	
			C	1	
			A	1	
	E_{23}	Dar sentido a expresión algebraica	A	1	
Cristina Mercè	E_{31}	Búsqueda de regularidades	V	2	
			P	1	
			C	1	
			A	1	
Irene Óscar	E_{41}	Dar sentido al contexto del problema	C	2	1
			P	1	
	E_{42}	Dar sentido a la proporcionalidad lineal	R	1	1
			V	6	1
			P	2	
			C	2	1
			A	3	2
	E_{43}	Validación de conjetura con caso particular	C	2	1
			R	1	1
	E_{44}	Búsqueda de regularidades	C	2	1
			A	1	
			V	1	1
	E_{45}	Dotar un patrón de significado	V	1	1

			P	1	
			A	1	

Tabla 13: Síntesis de resultados de la primera sesión

Los indicadores que aparecen con más frecuencia son refutación y cuestionamiento, que a menudo aparecen asociados a momentos de avance en el aprendizaje matemático donde se examinan, valoran y deciden conjeturas. En la pareja formada por Irene y Óscar esto ocurre durante la resolución del segundo apartado. Se conjetura como respuesta una regla de tres que, tras un cuestionamiento, se examina con un caso particular y se rechaza. El fragmento de la Figura 3 (que representa parte del episodio E_{43} de la Tabla 1) lo ilustra:

Óscar:	Podríamos hacer si para una es a 4 (...) *x* son a 100. Son… saldrían 400 baldosas.
Irene:	Pero si lo haces, por ejemplo, con 1 es a 4 y 3 es a *x*, ¿cuánto te sale?
Óscar:	Doce.
Irene:	No da porque son catorce.
Óscar:	¡Ay! Vale.

Figura 3. Fragmento de conversación entre Irene y Óscar

Respecto a la sección anterior, observamos que aparece un indicador todavía no definido, *Ampliación (A).* Consideramos que en un intercambio con contenido matemático hay *Ampliación* cuando una parte amplía o completa lo que ha dicho la otra parte, pudiendo adjuntar/complementar con razones. Ampliación y paráfrasis a menudo vienen asociados a momentos de avance en el aprendizaje matemático donde se explican, se buscan o se dotan de significado patrones a través del contexto de la tarea. En la Figura 4 se muestra un fragmento de conversación entre Irene y Oscar, perteneciente al episodio E_{42}, que lo ilustra:

Irene:	Porque es que los lados las comparten [señala las dos baldosas en medio de dos jardineras] (…) Cada una lleva un lado de…, cada una lleva esta y esta, eso sí, no las comparten.
Óscar:	Entonces podríamos decir que una de estas [primera jardinera] tiene cuatro [baldosas], esta también tiene cuatro [segunda jardinera], esta tiene todas [última jardinera]
Irene:	Cuatro, cuatro…no, esta [última jardinera] también tiene cuatro porque aquí vendría la siguiente. O sea que en cada una añadimos cuatro.
Óscar:	Ah claro, bueno pero la última siempre tendrá dos más.

Figura 4. Fragmento de conversación entre Irene y Oscar

REFLEXIONES FINALES

Los ejemplos aportados ilustran situaciones con intención argumentativa, que facilitan avances en el aprendizaje matemático. Refutación, validación, cuestionamiento, paráfrasis y ampliación se han caracterizado como elementos que contribuyen a hacer efectiva la intención argumentativa, sin que todos ellos intervengan con la misma intensidad en la elaboración de razones. Por otro lado, también se ha visto que la interacción en pareja no siempre está orientada a la resolución de todas las dificultades matemáticas. Aún así, es razonable pensar que las prácticas dirigidas a convencer son un buen preámbulo de las prácticas de argumentación matemática.

Nuestros datos sugieren el carácter intersubjetivo de los procesos de intención argumentativa. Los esfuerzos de un estudiante por convencer tienen que ver con las representaciones que los unos tienen de los otros. Se darán más o menos razones en función de cómo se represente la capacidad de comprensión del otro y qué dificultades se le atribuyan. Esto ayuda a entender mejor el contenido de algunas de las respuestas de Montse a Maite, sobre todo cuando la primera empieza enunciando frases que no sustenta con razones. Si queremos considerar los procesos de intención argumentativa tenemos primero que situarlos desde la perspectiva de su significado en la interacción. Uno de los retos del profesorado de matemáticas en la etapa de secundaria es precisamente fomentar el aprendizaje de la argumentación en situaciones de interacción, ya sea en pareja o gran grupo.

Tenemos pendientes varias tareas para los próximos meses. Uno de los objetivos principales será explorar los datos de las puestas en común que siguen al trabajo en pareja. En el análisis de las conversaciones de las parejas hemos encontrado razones cuya enunciación se inicia pero no se completa, o bien estudiantes que no consiguen superar dificultades de comprensión matemática aún cuando las están debatiendo entre ellos. Interesará observar si ocurre algo similar en las puestas en común, donde la profesora está presente e interviene para dinamizar la discusión matemática. Se trata de un escenario cualitativamente distinto ya que cualquier intento de un estudiante por convencer estará mediado por la necesidad de convencer a la profesora. También es metodológicamente distinto ya que se requerirán formas más sofisticadas de organización y reducción de datos al intervenir varios estudiantes en los distintos episodios.

Agradecimientos

El trabajo de tesis doctoral de la primera autora, con la beca BES-2010-030877, forma parte del Proyecto ‘Estudio sobre el desarrollo de competencias discursivas en el aula de matemáticas’, EDU2009-07113/EDUC, financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación. Las autoras son miembros del Grupo SGR2009-00364, AGAUR.

Referencias

Cañadas, C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas*. Trabajo de Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada.

Chico, J., Planas, N., Morera, L. y Fortuny, J. M. (en prensa). Mathematical practices inside the classroom: An episode of cooperative interaction in pair work. *Actas en preparación del 63 Congreso de la CIEAEM*. Barcelona: Universidad de Barcelona.

Cobo, P. y Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 42*, 115-140.

Fortuny, J. M., Iranzo, N. y Morera, L. (2010). Geometría y tecnología. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (69-85). Lleida: SEIEM.

Krummheuer, G. (2011). Representation of the notion “learning-as-participation” in everyday situations of mathematics classes. *The International Journal on Mathematics Education -ZDM*, *43*(1), 81-90.

Muñoz-Catalán, M. C., Carrillo, J. y Climent, N. (2010). Modelo de análisis de interacciones en un contexto colaborativo de desarrollo profesional. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (451-460). Lleida: SEIEM.

Perelman, C. (1970). *La lógica jurídica y la nueva retórica*. Madrid: Civitas.

Steinbring, H. (1998). Epistemological constraints of mathematical knowledge in social learning settings. En A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (513-526). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Zittoun, T., Perret-Clermont, A. N. y Pontecorvo, C. (2004). Overview of the Volume. En A. N. Perret-Clermont y otros (Eds.), *Joining society: Social interaction and learning in adolescence and youth* (26-38). Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.