Ayllón, M. F., Castro, E. y Molina, M. (2011). *Invención de problemas y tipificación de problema "difícil" por alumnos de Educación Primaria.* En Marín, Margarita; Fernández, Gabriel; Blanco, Lorenzo J.; Palarea, María Mercedes (Eds.), Investigación en Educación Matemática XV (pp. 277-286). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

# INVENCIÓN DE PROBLEMAS Y TIPIFICACIÓN DE PROBLEMA "DIFÍCIL" POR ALUMNOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Mª Fernanda Ayllón[a], Encarnación Castro[b], Marta Molina[b]

[a]Escuela Universitaria La Inmaculada, [b]Universidad de Granada

**Resumen:** *Presentamos resultados de un estudio realizado con alumnos de todos los cursos de educación primaria los cuales inventan un problema difícil que ha de resolver un compañero y explicitan lo que entienden por problema difícil. En esta comunicación recogemos los resultados en cuanto al tipo de problemas inventados y los elementos que, según estos alumnos, hacen difícil un problema.*

**Palabras clave:** Consideración de problema difícil, Problema; Invención de problemas.

## Problem posing and classification of "difficult" problems by primary students

**Abstract:** *We present the results of a study with elementary students of all grades who posed a difficult problem to be solved by a peer and made explicit what they considered as a difficult problem. In this paper we present results regarding the type of problems invented by the students and the elements that make a problem difficult according to them.*

**Keywords:** Conception of difficult problems; Problems; Problem posing

En la década de los ochenta, del pasado siglo, comenzaron a desarrollarse trabajos de investigación sobre invención de problemas y, si bien la producción no ha sido excesivamente amplia, sí ha sido continuada (Cruz, 2006). La investigación sobre invención de problemas ha estado muy ligada, desde sus inicios, a la resolución y aparece como uno de los temas de estudio relacionados con los problemas (Castro, 2008).

La acción de inventar problemas también denominada formular (Kilpatrick, 1987), plantear (Brown y Walter, 1990) o generar problemas (Silver, 1994), consiste en producir un enunciado que contenga un planteamiento (o historia) a partir del cual se formulan una o más preguntas que se han de contestar a partir de unos datos. Para ser inventado el problema ha de cumplir la condición de ser genuino, no tomado de otro medio, es decir, que la única ayuda para su producción la proporcionen los conocimientos del sujeto que realiza tal tarea.

La invención de problemas se considera una actividad intelectual y una forma eficaz de aprender matemáticas (Kilpatrick, 1987). A su vez se señalan aspectos positivos de la tarea de inventar problemas. Silver (1994) justifica que la invención de problemas proporciona motivación hacia el trabajo con las matemáticas, produce incremento del conocimiento matemático, mejora la capacidad para la resolución de problemas y promueve capacidades de indagación y creatividad. Todo ello sustenta la recomendación de su introducción en los currículos escolares.

La revisión de las investigaciones sobre invención de problemas muestra que una parte significativa de la misma se preocupa por la incorporación de la invención de problemas en el aula. En estos casos la invención está unida a la resolución de problemas y en algunas ocasiones relacionada con la competencia matemática (Christou, Mousoulides, Pittalis, Pitta-Pantazi y Sriraman, 2005). Entre este tipo de investigaciones se encuadra la reportada por Nicolaou y Pilippou (2004) quienes llevan a cabo un estudio en el cual exploran el punto de vista de estudiantes de 5º y 6º sobre su eficacia formulando problemas, su competencia matemática y su habilidad inventando problemas. Se utilizó un cuestionario cuyas tres cuartas partes estaban destinadas a medir sus creencias sobre su eficacia y la cuarta parte restante a medir su habilidad en inventar problemas. A partir de un dibujo proporcionado como estímulo, los estudiantes debían inventar dos problemas, uno que se resolviese con la operación 2:3 y otro basado en un patrón numérico. Entre los resultados, obtuvieron que los estudiantes presentaron una alta apreciación de su eficacia y una modesta habilidad para proponer problemas. La habilidad para inventar problemas, de los estudiantes, estaba altamente correlacionada con el éxito alcanzado en otras pruebas de matemáticas.

Un grupo amplio de investigaciones se centra en estudiar la habilidad de los sujetos para inventar problemas. En este grupo están las que reportan Silver y Cai (1996) y Lowrie (2002). Silver y Cai (1996) realizaron un estudio con un gran número de estudiantes de grado 6º y 7º los cuales debían de formular tres preguntas sobre un relato dado. Los autores clasificaron los problemas en términos de solvencia matemática, complejidad lingüística y complejidad matemática. Entre los resultados de la investigación figura que los sujetos, ante una situación conocida, generaron un gran número de problemas que se podían resolver; muchos de ellos eran sintáctica y semánticamente complejos. Por ejemplo, inventaron problemas donde una solución dependía de otra previa que tenían que averiguar. Lowrie (2002) presenta un trabajo relacionado con la capacidad de niños de seis y de ocho años de edad, que no habían sido expuestos previamente a situaciones de enseñanza-aprendizaje sobre la invención de problemas. Los estudiantes debían “inventar un problema de matemáticas que quisieran solucionar" y posteriormente resolverlo. Todos los sujetos participantes en el estudio generaron problemas aritméticos, siendo la mayoría de ellos problemas verbales tradicionales. Se considera un problema verbal no tradicional aquellos que requieren más de la manipulación que de las operaciones (por ejemplo, medir la superficie de una mesa utilizando como unidad de medida un folio), poder utilizar diferentes estrategias adecuadas para solucionarlo o tener más de una solución. Todos los sujetos identificaron el tipo de operación aritmética necesaria para dar respuesta al problema planteado aunque algunos no llegaran a la respuesta correcta.

Otro grupo de investigaciones se basan en la instrucción sobre invención de problemas como es el caso de los estudios de English (1997) que indaga sobre la capacidad de estudiantes de 3º, 5º y 7º grado para generar problemas. En su estudio experimental participó un grupo que se sometió a instrucción y otro que actuó de control. Una de las conclusiones que señala, es que la comprensión de la estructura semántica de los problemas parece ser resultado de la instrucción, ya que la mayoría de los estudiantes del grupo experimental, enunciaron problemas en los que intervenían relaciones semánticas más complejas, y algunos alumnos de 5º y 7º grado desarrollaron capacidad de percibir la estructura del problema como algo independiente de cualquier contexto particular, lo que les brindó mayor flexibilidad para inventar problemas.

## DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO QUE SE PRESENTA

Los antecedentes anteriormente recogidos ponen de manifiesto la capacidad de los estudiantes de primaria de generar problemas y sugieren que la complejidad de los mismos depende de la instrucción recibida. Partiendo de estos resultados, nos proponemos indagar en dicha capacidad analizando las características de los enunciados que proponen los estudiantes y distinguiendo si las mismas difieren según el nivel educativo que cursan, dada la influencia de la instrucción detectada en estudios previos. Así mismo atendemos a los elementos que condicionan la dificultad de los problemas para los estudiantes.

La información obtenida en la investigación será de interés para los agentes implicados en la educación primaria. Por ejemplo, a los profesores y a los autores de libros de texto, les proporcionará conocimiento sobre qué problemas se han de trabajar en el aula con más dedicación de lo que se ha venido haciendo, así como atender a aquellos elementos que, según los alumnos, redundan en la dificultad de los problemas.

Hemos realizado dos estudios complementarios. Un estudio exploratorio, en el año 2001[1] y un estudio, confirmatorio en el año 2010, con alumnos de los diferentes cursos de educación primaria. En ambos casos se trabajó con estudiantes escolarizados en centros escolares diferentes pero de características similares: ambos son centros concertados prestigiosos de Granada a los que acuden alumnos de variados niveles socioculturales. La investigación responde a una metodología mixta (cualitativa-cuantitativa). Los datos para el estudio exploratorio (enfoque cualitativo) se obtuvieron mediante la realización de entrevistas semiestructuradas. Los datos para el estudio confirmatorio se obtuvieron mediante un cuestionario que cumplimentaron 351 estudiantes de educación primaria.

Los resultados que aquí presentamos corresponden a parte del estudio exploratorio. En las entrevistas realizadas participaron 27 estudiantes (11 chicas y 16 chicos) de todos los cursos de educación primaria. Se agrupó a los estudiantes por parejas del mismo curso, constituyéndose dos parejas de cada curso escolar con excepción de 4º curso del que participaron tres parejas (Ayllón, Castro y Molina, 2010). La tarea de inventar problemas se propuso a través de una situación semiestructurada[2].

Las entrevistas realizadas constan de tres partes. En la primera parte se plantean una serie de cuestiones sobre la percepción que de los problemas tienen los estudiantes y su hábito de resolver problemas. En la segunda parte han de inventar un problema que le resulte difícil de resolver a su compañero de entrevista, pasando posteriormente a intercambiarse los problemas y a resolverlos. En la tercera parte, los estudiantes han de calificar como difícil o fácil una serie de problemas que el entrevistador les muestra, de uno en uno y, por último, han de indicar qué elementos hacen que un problema sea difícil.

**Organización de los datos**

Una vez transcritas las entrevistas organizamos la información relacionada con los problemas inventados en fichas como la que se muestra en la Figura 1. Las respuestas a la pregunta sobre qué hace que un problema sea difícil las agrupamos por categorías.

La organización de la ficha, por filas, es como sigue. La primera fila contiene los datos del alumno. En la segunda fila aparece el problema inventado. En la tercera se recoge la coherencia del enunciado que se determina según los siguientes elementos: incluye una historia verosímil (redacción inteligible y con sentido), presencia de datos numéricos, interrogantes y relación entre los datos y el (o los) interrogantes planteados. Se considera que un problema es coherente si son afirmativas las respuestas a cada uno de

[1] Este hecho hace que los problemas inventados por el alumnado, en los que aparecen precios, la unidad monetaria sea la peseta.
[2] Situaciones semiestructuradas son aquellas en las que se impone alguna exigencia en la tarea de inventar problemas (Stoyanova, 2000).

los elementos señalados. La cuarta fila recoge datos referidos a las estructuras operatoria y semántica del problema, el número de etapas del mismo y datos sobre el tipo de números utilizados. La última y quinta fila se reserva para la representación esquemática del enunciado. El esquema teórico de cada problema se ha elaborado de acuerdo con la secuencia en que se presenta la información y los datos en el problema. Para realizar estos esquemas nos hemos inspirado en los utilizados en otros trabajos relacionados con problemas (Castro y col. 1998; Nesher, 1998; Puig y Cerdán, 1988) si bien la pauta seguida difiere de la de los esquemas realizados por los autores señalados.

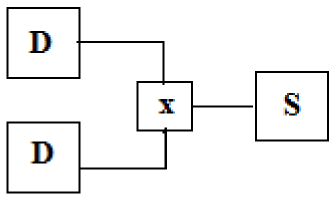
<table>
<tr><td>Curso 5º</td><td colspan="4">Estudiante J.S.</td><td>10 años</td></tr>
<tr><td>Problema 20</td><td colspan="5">Pablo va al supermercado a comprar naranjas. Las naranjas cuestan cada una 100,5 pesetas. Si compras 414 naranjas, ¿cuánto dinero gastará Pablo?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Coherencia de Enunciado</td><td>Historia Verosímil</td><td>Datos Numéricos</td><td>Interrogante</td><td>Relación pregunta/datos</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td rowspan="3"><u>Comentarios</u><br>PAEV SIMPLE<br>1 pregunta</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tipo de problema</td><td>Número etapas</td><td>Estructura Operatoria</td><td>Estructura Semántica</td><td>Tipo de Números</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Multiplicativa</td><td>Tasa</td><td>D cifras: 3, 4</td></tr>
<tr><td>Esquema teórico</td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

Figura 1: Ficha de recogida de información sobre los problemas inventados

## ANÁLISIS DE LOS DATOS

La información que hemos obtenido concerniente a los problemas inventados así como a la opinión de los estudiantes sobre qué elementos influyen en un problema para hacerlo difícil, arroja los resultados que se presentan a continuación.

### Coherencia del enunciado

Entre los 26 enunciados planteados hay 21 que tienen coherencia y 6 que no la tienen. Su distribución por cursos es como aparece en la Tabla 1. Solo los estudiantes de 1º curso y uno de 4º curso no proporcionaron un enunciado coherente.

| Curso | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1º | 2º | 3º | 4º | 5º | 6º | |
| 0/4 | 4/4 | 4/4 | 5/6 | 4/4 | 4/4 | 21/26 |

Tabla 1. Coherencia del enunciado

Las producciones de los estudiantes de primer curso no las consideramos coherentes ya que dos proponen operaciones (*¿39-20?; 10+10)* y los otros dos solamente un interrogante (*¿Cuántas camisetas hay en el mercado?; ¿Qué le falta a la fuente?*) El enunciado no coherente proporcionado por un alumno de 4º curso presenta una historia con tres preguntas, dos de las cuales no se pueden responder con la información proporcionada: "*En una carretera hay 223 coches. En el puente hay 22 coches. El puente se cae la mitad pasa y la otra mitad se cae ¿cuántos coches quedan? ¿Cuántos se caen? ¿Cuántos han pasado el puente?"* En un par de problemas hemos interpretado la falta de alguna palabra, que creemos implícita, como un olvido, considerando dichos enunciados como coherentes. Un ejemplo es el siguiente enunciado: *Miguel Ángel tiene dos bolsas de pipas cada bolsa de pipas tiene 10 pipas 8 a los niños ¿Cuántas pipas le quedan a Miguel Ángel en total?* En este caso suponemos que la falta de la expresión "le da" delante de "8 a los niños" es un descuido del estudiante.

**Problemas simples y compuestos**

De los 21 enunciados coherentes unos son simples (requieren una operación para su resolución) y otros son compuestos (requieren más de una operación para su resolución).

Vemos en la Tabla 2 que casi la mitad de los problemas son de cada uno de estos tipos y el balance es ligeramente favorable hacia los problemas compuestos, produciéndose problemas compuestos a partir de estudiantes de 2º curso. Por cursos, también se da, excepto en 5º, esta circunstancia.

| | Curso | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1º | 2º | 3º | 4º | 5º | 6º | |
| Problemas simples | 0 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 10 |
| Problemas compuestos | 0 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 11 |

Tabla 2. Problemas simples y compuestos

**Estructura operatoria involucrada en el problema**

Para analizar la estructura operatoria involucrada hemos considerado, en los problemas compuestos, las veces en que ha sido utilizada cada una de las estructuras. Contabilizamos aquí los dos enunciados de 1º curso en los que se plantea una operación. Se obtienen así los datos que aparecen en la Tabla 3 los cuales indican que la estructura aditiva ha sido utilizada por los estudiantes en 23 enunciados y la multiplicativa en 18.

| | Curso | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1º | 2º | 3º | 4º | 5º | 6º | |
| Estructura aditiva | 2 | 4 | 8 | 0 | 4 | 5 | 23 |
| Estructura multiplicativa | 0 | 3 | 1 | 7 | 4 | 3 | 18 |

Tabla 3. Estructura operatoria de los problemas

Se aprecia que la estructura multiplicativa no aparece en 1º curso y la aditiva tampoco lo hace en 4º curso. En cuanto a la utilización de la estructura aditiva va aumentando en los tres primeros cursos, desciende a cero en 4º curso y la vuelven a retomar los estudiantes de 4º y 5º curso. La estructura multiplicativa la usan mayoritariamente estudiantes de los tres últimos cursos. El resultado de 1º curso se explica porque aún no se han trabajado las operaciones de dicha estructura. Creemos que el resultado de 4º se debe a que en ese curso se pone mucho énfasis en la estructura multiplicativa para afianzar las operaciones de la misma. En los cursos de 5º y 6º se equilibra la presencia de las dos estructuras en los problemas inventados y son únicamente en estos cursos donde los problemas compuestos involucran ambas estructuras a la vez.

**Estructura semántica de los problemas inventados**

Las tablas 4 y 5 muestran la estructura semántica de los problemas aditivos y multiplicativos propuestos. Para los aditivos hemos tomado los tipos: cambio, combinación, comparación e igualación (Castro, Rico y Gil, 1992). Para los multiplicativos los tipos: isomorfismo de medidas (o razón), comparación multiplicativa y combinación o producto de medidas (Puig y Cerdán, 1988). En el caso de los problemas compuestos distinguimos la estructura de cada una de las partes que los componen.

| | Curso | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1º | 2º | 3º | 4º | 5º | 6º | |
| Cambio | | 4 | 8 | 0 | 3 | 3 | 18 |
| Combinación | | | | | 1 | 1 | 2 |
| Comparación | | | | | | 1 | 1 |

Tabla 4. Tipos de problemas aditivos según su estructura semántica

Para los problemas aditivos la estructura semántica que predomina es la de cambio. Solamente aparecen dos problemas de combinación y uno de comparación, enunciados por estudiantes de cursos superiores (5º y 6º). No aparece ningún problema de igualación. En cuanto a los problemas de cambio, 10 corresponden a cambio1 (la incógnita es el resultado de la suma), 7 corresponden a cambio2 (cambio disminución, la incógnita es el resultado de la resta) y 1 a cambio3 (la incógnita es en uno de los sumandos).

En el caso de la estructura multiplicativa, todos los problemas corresponden al tipo de razón o isomorfismo de medidas, siendo más de la mitad de isomorfismo de medidas1 (resolución por una multiplicación). Los problemas de razón o isomorfismo de medidas2 (resolución por una división partitiva) y el de isomorfismo de medidas3 (resolución por una división cuotitiva) son propuestos por alumnos de 4º curso.

| | Curso | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1º | 2º | 3º | 4º | 5º | 6º | |
| Iso.Medidas 1 | | 3 | 0 | 2 | 2 | 3 | 10 |
| Iso.Medidas 2 | | | 1 | 4 | 2 | 0 | 7 |
| Iso.Medidas 3 | | | | 1 | 0 | 0 | 1 |
| Total | | | | | | | 18 |

Tabla 5. Tipos de problemas multiplicativos según su estructura semántica

**Manifestaciones de los estudiantes sobre problema difícil**

Las respuestas de los estudiantes a la cuestión “qué hace que un problema sea difícil”, recogidas en la última parte de la entrevista tras haberles presentado diferentes tipos de problemas, quedaron clasificadas en cuatro tipos etiquetados como: enunciado, conceptos, datos, y etapas (ver Tabla 6). En la categoría de enunciado consideramos las respuestas que hacen referencia a dificultad para entender el enunciado (ej., tienen preguntas difíciles, “truquillo” o “lío” para que se confundan). En la categoría de conceptos entran respuestas que hacen referencia a la presencia de conceptos no estudiados u olvidados. En la categoría datos recogemos las respuestas que aluden a que los números del problema sean altos, de muchas cifras o bien aparecen muchos números. La categoría etapas recoge aquellas respuestas que hacen referencia a que el problema tenga varias preguntas o requerir más de una operación para hallar la solución.

Como muestra la tabla 6, el no conocer un contenido matemático involucrado en un problema, es la razón más repetida por los estudiantes para considerar que dicho problema es difícil. Dicho concepto, cuando lo señalan, varía, según el ciclo. En el ciclo 1º se nombra la división, en el 2º se habla de porcentajes y de descuentos, y en el 3º ciclo se sigue hablando de porcentajes y del cambio de pesetas a euros. Con la misma frecuencia se señalan el resto de elementos: el hecho de que un problema tenga más de una etapa, que tengan muchos datos o que los números sean de varias cifras, y no entender el enunciado.

| | Curso | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1º | 2º | 3º | 4º | 5º | 6º | |
| Enunciado | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 8 |
| Conceptos | 0 | 3 | 2 | 4 | 2 | 2 | 13 |
| Datos | 1 | 2 | 0 | 6 | 0 | 0 | 9 |
| Etapas | 0 | 1 | 0 | 4 | 1 | 3 | 9 |
| Totales | 4 | 7 | 3 | 15 | 4 | 6 | 39 |

Tabla 6. Elementos que dificultan un problema

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los datos recogidos, de la pequeña muestra de sujetos utilizada en este trabajo, ponen de manifiesto una tendencia en cuanto a la capacidad de estos alumnos para inventar problemas matemáticos y su percepción de lo que hace que un problema sea difícil.

Los alumnos de 1º curso han proporcionado en sus enunciados algún elemento de los que constituyen un problema matemático, si bien no han llegado a precisarlo del todo. Muestran que se están iniciando en el conocimiento de lo que es un problema matemático. En el resto de los cursos, casi todos los estudiantes hacen una propuesta coherente, proporcionando lo que consideran que es un problema difícil de resolver por su compañero de entrevista. Este resultado pone de manifiesto que conocen los elementos de que consta un problema matemático y que tienen capacidad para realizar la tarea de inventar problemas.

Respecto a los problemas propuestos se percibe, en los primeros cursos, que todos son problemas aritméticos relacionados con las operaciones que están estudiando. En los cursos superiores, si bien entran las mismas operaciones en la resolución, los problemas se hacen más sofisticados en su enunciado, ocurriendo que para responder a una sola cuestión haya que hacer varios pasos encadenados. Por ejemplo: *Ana compró un coche que vale 2.500.000 pesetas. Primero pagó 300.000 pesetas, luego pagó 400.000 pesetas, y el resto lo pagó en 25 mensualidades. ¿Cuánto pagó en cada mensualidad?* Este resultado coincide con el de Silver y Cai (1996) que referimos en la primera parte de este reporte.

Los problemas compuestos propuestos en los que solo se involucra la estructura aditiva son inventados por estudiantes de 2º y 3º curso. Solo los estudiantes de 4º curso proponen problemas compuestos que involucran únicamente la estructura multiplicativa. Se pone de manifiesto que las operaciones presentes en los problemas que proponen los estudiantes son las que se están trabajando en los diferentes cursos y que aparecen en los problemas que se les proponen para resolver. Los problemas que proponen estos estudiantes están muy influenciados por lo que resuelven en clase, no apareciendo problemas no tradicionales en el sentido que indica Lowrie (2002).

Las estructuras semánticas aparecidas son las consideradas más fáciles. En el caso de la estructura aditiva aparecen cambio1 y cambio2 que se corresponden con una suma o diferencia con resultado desconocido. En el caso de la multiplicativa solo aparece razón1 que se corresponde con un producto de resultado desconocido seguido de razón 2 relacionado con la división partitiva. Lo que nos lleva a pensar que son estos tipos de problemas los que se resuelven con más frecuencia incluso cuando se trata de aplicar la operación aritmética que se está estudiando. Este resultado apoya la tesis de English (1998) sobre que la utilización de diferentes estructuras semánticas para los problemas es fruto de la instrucción. Estos resultados nos dan pie a formular la conjetura de que la estructura de cambio1 es la más utilizada en las aulas seguida de cambio2 y de combinación1. Dicha conjetura queda confirmada en un trabajo realizado en 2003 por el equipo de orientación educativa y psicopedagógica de Ponferrada. Dicho equipo analiza la frecuencia y el curso en que aparecen los problemas de un paso en libros de texto y material complementario. Concluyen que en educación primaria los problemas que más se trabajan son, por este orden, los de cambio y combinación y comparación (para la estructura aditiva) y los de razón (para la multiplicativa). Se trabajan poco la comparación multiplicativa y el producto cartesiano.

De las respuestas dadas a lo que hace un problema difícil, concluimos que entienden los problemas ligados a un concepto matemático, si este no se posee no se podrá resolver el problema. La comprensión lectora, estudiada en ocasiones como fuente de error en la resolución de problemas, es también señalada por estos estudiantes.

**Agradecimientos**

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto de investigación EDU2009-11337 "Modelización y representaciones en educación matemática" del Plan Nacional de Investigación, desarrollo e Innovación 2010-2012 del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

**Referencias**

Ayllón, M. F., Castro, E. y Molina, M. (2010). Conocimiento aritmético informal puesto de manifiesto por una pareja de alumnos (6-7 años) sobre la invención y resolución de problemas. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 223-233). Lleida: Edicions de la Universitat de Lleida y SEIEM.

Brown, S. I. y Walter, I. (1990). *The art of problem posing* (2nd Ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: SEIEM.

Castro, E., Castro, E., Rico, L., Gutiérrez, J., Tortosa, A., Segovia, I. et al. (1998). Problemas aritméticos compuestos de dos relaciones. En L. Rico y M. Sierra (Eds.) *Actas del Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 64-77). Zamora: SEIEM.

Castro, E., Rico, L. Gil, F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las ciencias, 10*(3), 224-253.

Christou, C.,Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D. y Sriraman, B. (2005). An Empirical Taxonomy of Problem Posing Processes. *ZDM, 37*(3), 149-158.

Cruz, M. (2006). A Mathematical Problem–Formulating Strategy. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning.* Descargado el 5 de Mayo de 2011 de http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ramirez.pdf.

English, L. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics, 34,* 183-217.

Equipo de orientación educativa y psicopedagógica de Ponferrada (2003). *Resolución de problemas aritméticos en Educación Primaria. Proyecto de formación en centros.* León: CFIE de Ponferrada.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? En A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics* education (pp. 123-147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lowrie, T. (2002). Young Children Posing Problems: The Influence of Teacher Intervention on the Type of Problems Children Pose. *Mathematics Education Research Journal*, *14*(2), 87-98.

Nesher. P. (1998). Semantic Nets for Solving Word Problems. En W.-C. Yang (Ed.), *Proceedings of the Third Asian Technology Conference in Mathematics*. Descargado el 5 de Mayo de 2011 de: http://www.atcminc.com/mPublications/EP/EPATCM98/ATCMP051/paper.pdf

Nicolaou, A. y Philippou, G. (2007). Efficacy beliefs, ability in problem posing, and mathematics achievement. En D. Pitta–Pantazi y G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 308-317). Chipre: Department of Education-University of Cyprus.

Puig, L. Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Silver, E. (1994). On Mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 19-28.

Silver, E. y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(5), 521-539.

Stoyanova, E. (2000). Empowering students´ problem via problem posing. The art of framing “Good” questions. *Australian Mathematics Teacher, 56*(1), 33-37.