PROBLEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Autor: Carlos Bernal, profesor en matemáticas de educación media, Ministerio de Educación de Panamá.
Correo Electrónico: matematicascb@hotmail.com

Noviembre, 2011.

Índice

1. Introducción

Las ecuaciones de primer grado con una incógnita son igualdades que solo se verifica o es verdadera, para un determinado valor numérico. En esencia las ecuaciones son problemas que nos presentan relaciones entre cantidades que se definen, por otra desconocida llamada incógnita. Esta característica convierte a las ecuaciones en valiosas herramientas matemáticas, para solucionar problemas de distintos contextos.

En nuestra experiencia tanto de estudiante, como de profesor del sistema educativo oficial de Panamá podemos compartir algunas complicaciones que existen en la enseñanza del tema:

- El docente carece de metodología constructiva
- No se aplica recursos didácticos en la enseñanza
- El estudiante carece de comprensión y padece frustraciones
- Las evaluaciones arrojan bajas calificaciones

El docente de matemática tiene el deber de la planificación y ejecución de estrategias metodológicas, para la enseñanza de la resolución de problemas mediante el uso de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Nuestra propuesta consistirá en la aplicación de recursos visuales y objetos físicos, para desarrollar las habilidades cognitivas del discente y mejorar la interpretación matemática de las diversas situaciones encontradas en ejercicios y problemas. No pocos escolares presentan dificultades en la traducción de enunciados en lenguaje natural al lenguaje algebraico y por consiguiente plantear la ecuación que la represente.

Para Puig, L. (1996) “Comprender, no saber hacer y estar perplejo son pues aquí los rasgos que identifican los problemas entre las tareas a las que se enfrentan los sujetos, y estos rasgos no son propiedades de la tarea, sino del sujeto enfrentado a ella”.

Basándome en los obstáculos cognitivos que causan los problemas matemáticos en nuestros estudiantes y con el ánimo de presentar una nueva alternativa, para la enseñanza de este tema algebraico facilitamos en este trabajo nuestra propuesta didáctica.

Procedimiento a seguir para la elaboración del proyecto:

1º) Para demostrar la existencia de la problemática:

- Se realizaran encuestas a profesores de matemáticas con relación a sus experiencias vividas al facilitar el tema.
- Se mostraran resultados generales de la evaluación diagnóstica realizada a los estudiantes.
- Se establecerá un fundamento teórico basado en una bibliografía concerniente al tema.

2º) La elaboración de una unidad didáctica para la resolución de problemas de primer grado con una incógnita.

3º) La evaluación formativa de la unidad.

4º) Análisis de los resultados adquiridos.

2. Problemática

El interés de elaborar una metodología como recurso didáctico para la enseñanza de resolución de problemas mediante ecuaciones de primer grado; surge primeramente de mi experiencia como estudiante en el sistema oficial de educación de Panamá a los 14 años de edad cuando cursaba el 9º de premedia. Sinceramente a pesar de gozar con habilidades matemáticas y de obtener buenas calificaciones en temas anteriores, no comprendía las equivalentes expresiones algebraicas que la profesora obtenía al traducir el problema del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Esta experiencia me llevó a formular las siguientes conjeturas: ¿Si a un estudiante con habilidades matemáticas le es difícil la aplicación de ecuaciones en la resolución de problemas; en que grado será afectado un estudiante con habilidad matemática promedio o mínima? ¿Hasta que punto es el profesor de matemáticas responsable de estos resultados? ¿Se podrán mejorar las propuestas tradicionales de enseñanza y producir verdaderas experiencias de aprendizaje?

El profesor en matemáticas siempre es responsable de los resultados de sus alumnos sean estos favorables o desfavorables y por supuesto que a través de una interpretación primeramente grafica o visual se pude llegar mas fácil a una interpretación algebraica.

Con relación a este recurso didáctico L Figueiras (2009) dice: "*Los problemas que conducen a las demostraciones sin palabras que inspira el conocido libro de Proofs without words: Exercises in visual thinking (Nelsen, 1993) son otro ejemplo interesante que resalta el interés de ejercitar técnicas que, como la visualización, mejoran enormemente nuestra habilidad para resolver problemas de matemáticas, y que en muchos casos permiten además conectar diferentes aspectos, como por ejemplo la interpretación geométrica de fórmulas algebraicas"*

En consecuencia mientras más sentidos utilice el estudiante en el aprendizaje mayor será la comprensión y su capacidad de interpretación algebraica. En nuestra propuesta utilizaremos recursos visuales como las figuras geométricas y todo tipo de ilustración grafica que facilite la compresión del problema y como alternativa para atender a la diversidad representaciones en 3D utilizando recursos didácticos como los cubos de madera.

3. Objetivos

Mediante la aplicación de esta propuesta pretendemos que los estudiantes lleguen a:

- Traducir un enunciado del lenguaje natural a un modelo algebraico de manera eficiente.
- Representar e interpreta de manera gráfica la relación existente entre los datos de un problema.
- Aplicar las ecuaciones de primer grado con una incógnita en la resolución de problemas.

4. Fundamentación

La traducción efectiva de enunciados del lenguaje natural al lenguaje algebraico es de suma relevancia en la resolución de problemas. Por lo tanto, el reconocimiento y la detección de las deficiencias en la enseñanza deben causar el desarrollo de métodos y recursos que produzcan en el estudiante la abstracción algebraica necesaria para la formación de competencias matemáticas.

4.1 Antecedentes

Según el Informe Cockcroft (1985)
«la notación simbólica que capacita a las matemáticas para que se usen como medio de comunicación, y así ayuda a hacerlas "útiles", puede también hacer las matemáticas difíciles de entender y usar».
«el álgebra parece ser fuente de gran confusión y de las actitudes negativas de muchos alumnos»

Esta es una de las dificultades que por naturaleza del algebra frecuentamos los profesores de matemática. Aspectos como la introducción de un nuevo lenguaje, los conceptos de variabilidad y la generalización de la aritmética, dificultan su comprensión y la evolución del pensamiento lógico.

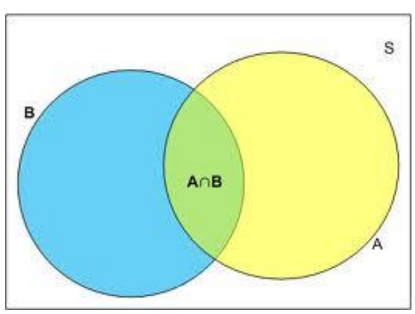
El método que frecuentemente utilizan los profesores para escribir ecuaciones desde expresiones del lenguaje natural es el de traducción sintáctica; sustituyendo palabras claves por símbolos matemáticos de manera directa sin presentar de intermedio algún tipo de representación gráfica para su mayor comprensión. Esta forma de enseñar produce limitaciones en los discentes con menos habilidades matemáticas y dificulta la formación de competencias básicas a lo que traducción algebraica se refiere.

Con relación a esto Olazabal y Camarena (2004) señalan**:**

"Es claro que si el alumno no puede llevar a cabo la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico, menos podrá llegar la modelo matemático que representa al problema, es decir, la traducción es una de las habilidades básicas en el proceso de contextualizar".

Por otra parte a los profesores de matemática del Instituto Profesional y Técnico de Azuero (IPTA) se les pidió que contestaran de forma escrita ¿Cuál a sido su experiencia en la enseñanza de los problemas de ecuaciones de 1er grado con una incógnita? A continuación algunas citas textuales de las experiencias:

- *"he observado dificultad en los estudiantes a la hora de transformar el lenguaje usual al matemático"*
- *"los estudiantes tienen que desarrollar la habilidad de relacionar todas las cantidades en función de una de ellas, en este aspecto se presenta gran dificultad por la apatía que tiene los estudiantes a pensar"*
- *"La mayor dificultad que presentan los estudiantes es con el español, no comprenden lo que leen"*
- *"no he podido lograr que el estudiante realice una lectura comprensiva de modo completo y lograr expresar estos a expresiones algebraicas"*
- *"Muy pocos estudiantes comprenden el significado de los términos o palabras usadas (el doble, triplo, aumentado, dentro de, consecutivo, par)"*



Este trabajo colaborativo que se realizó con los profesores de matemáticas del IPTA arrojó una nueva variable que dificulta el aprendizaje de los discentes. Aparte de la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico parte de la problemática radica en cuestiones de semántica por lo que la lectura compresiva y el dominio de las palabras juegan un papel importante en la resolución de problemas.

Tradicionalmente los pasos sugeridos por los profesores de matemática para la resolución de problemas mediante el uso de ecuaciones de primer grado con una incógnita son los siguientes:

1er paso: Expresar el enunciado en el lenguaje algebraico.

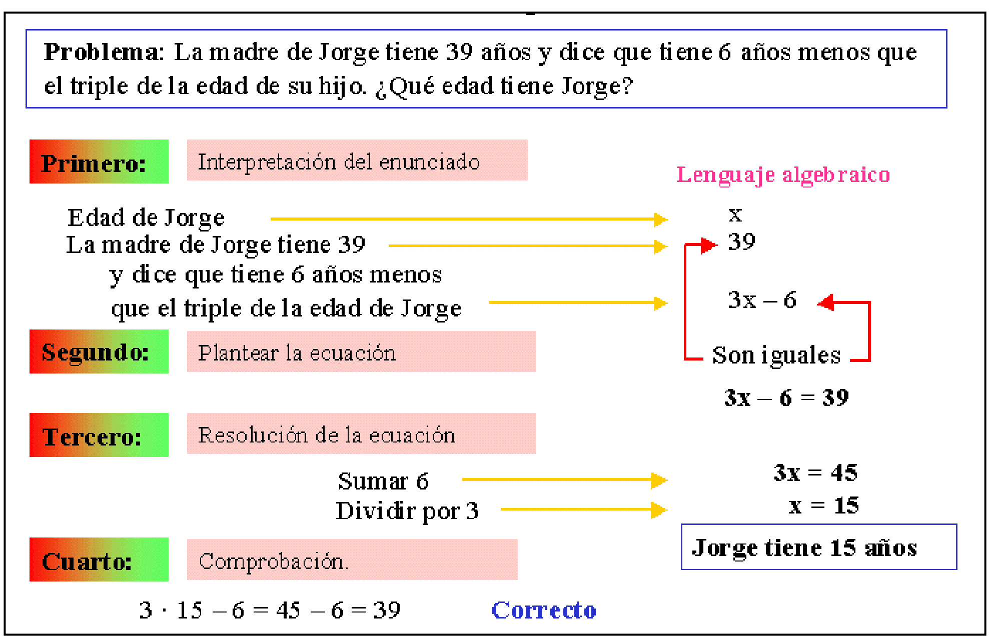
2º paso: Escribir la ecuación.

3er paso: Resolver la ecuación.

4º paso: Interpretar el resultado.

5º paso: Comprobar el resultado obtenido.

Ejemplo:



Este ejemplo precisa la forma en que un profesor usualmente resuelve un problema en el aula, por lo cual, sigo afirmando que no es la mejor manera de enseñar debido a las limitantes que causa para la compresión de la traducción algebraica y por consiguiente a la resolución de problemas.

4.2 Fundamentación de la innovación

Entre las recomendaciones de la NCTM (1991) podemos encontrar que el currículum de matemáticas debe incluir exploraciones de conceptos y procesos algebraicos para que los estudiantes sean capaces de: entender las ideas de variable e incógnita, expresión y ecuación; representar situaciones y patrones numéricos con tablas, gráficas, reglas verbales y ecuaciones, y explorar las interrelaciones de estas representaciones; analizar tablas y gráficas para identificar propiedades y relaciones; adquirir confianza en la resolución de ecuaciones lineales usando métodos concretos, informales y formales; investigar de manera informal inecuaciones y ecuaciones no lineales; aplicar métodos algebraicos en la resolución de diversos problemas matemáticos y del mundo real.

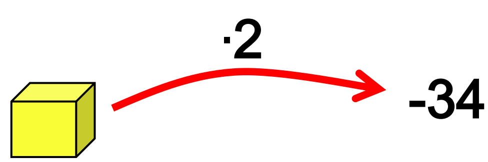
En estas orientaciones de la **National Council of Teachers of Mathematics** encontramos un fundamento sólido para la implementación de recursos visuales para enseñanza-aprendizaje del algebra.

Una de las mayores dificultades que presenta el álgebra es su carácter abstracto, que ha sido utilizado como selección para seguir estudios secundarios. En nuestra época, es necesario proporcionar a todos los alumnos las herramientas y el pensamiento necesario para llegar a la abstracción de forma gradual.

En este sentido y con la voluntad de proporcionar las herramientas que produzcan una comprensión gradual de la abstracción algebraica; dirigimos nuestros esfuerzos para la elaboración y promoción de una nueva forma de enseñar que redunde en la motivación y valoración del conocimiento algebraico por parte de nuestros estudiantes.

Una propuesta didáctica e inspiradora para representar la solución a un problema mediante ecuaciones de 1er grado es la que encontramos libro *Base 7 Matemáticas (M.R. Moya y otros. 1988)*:

Juan propone un acertijo numérico:
Pienso un número.
El doble del número que pienso es -34. ¿Qué número pienso?

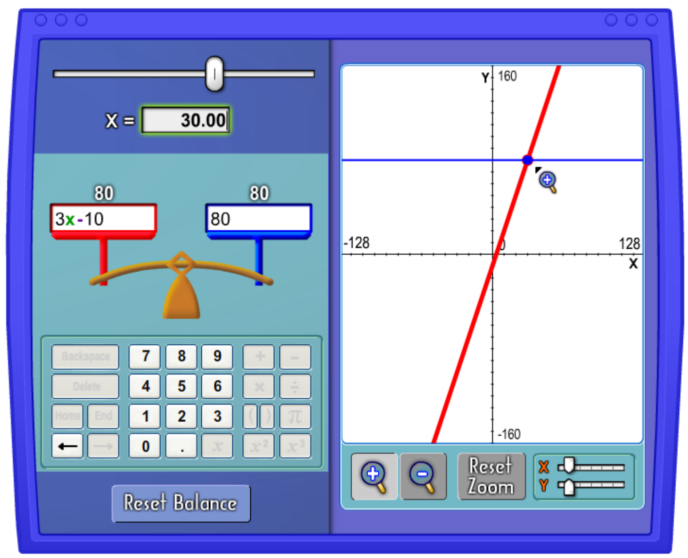


Esta propuesta de enseñanza presenta una variante con relación a la forma tradicional de la traducción sintáctica de palabras claves por símbolos matemáticos. Se utiliza un elemento eficazmente didáctico como el de representar el número desconocido a través de un cubo y una flecha que indica la relación entre la incógnita y los otros valores del problema como paso anterior a la traducción algebraica. La aplicación de las figuras geométricas y las representaciones graficas como ilustraciones de los problemas por sus características producen un matiz de interés y entretenimiento al proceso; facilitan la comprensión y la traducción algebraica. En consecuencia, esto redundará en la motivación y en la formación de competencias matemáticas en los discentes.

4.3 Herramientas tecnológicas

Atendiendo la diversidad con relación a las habilidades matemáticas y los recursos informáticos que posean nuestros estudiantes; ofrecemos la alternativas de programas y páginas web educativos con la finalidad de afianzar el tema de las ecuaciones de primer grado con una incógnita y la resolución de problemas.

En el internet encontramos programas en línea como:



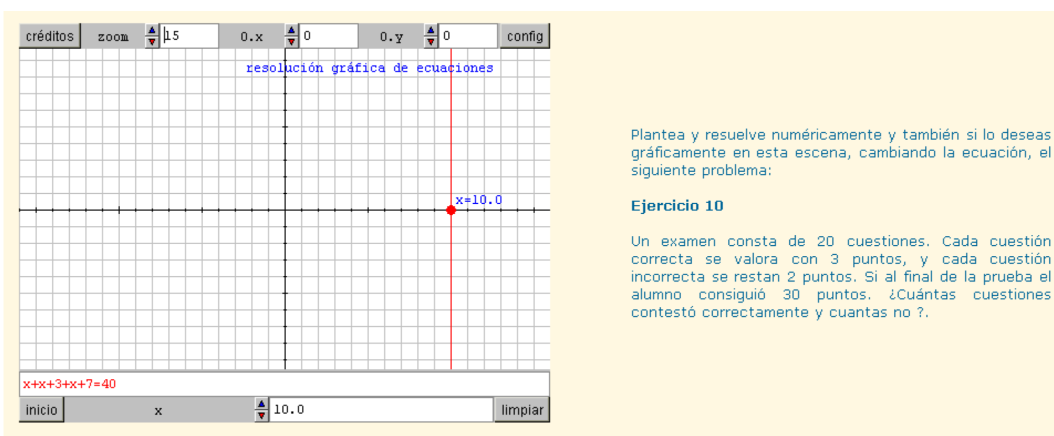
Pan Balance: En este programa tenemos la opción de introducir los dos miembros de una ecuación lineal. Cada miembro a su vez será representado por una recta en el plano cuya solución se determina por el valor de la abscisa en el punto de intersección. A través de esta representación gráfica de la solución de una ecuación lineal podemos lograr conexiones intra-matemáticas con temas de cursos posteriores como la representación gráfica de una recta, funciones como la lineal y la constante.

El enlace para este programa es el siguiente:

http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=10

Además el Centro para la Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia **(CIEDAD)** del Ministerio de Educación Gobierno de España ofrece contenidos curriculares matemáticos semejantes a nuestro contexto panameño enmarcados en una serie de temas por niveles y áreas. Este espacio es útil para el afianzamiento de los actuales temas de curso, entre ellos problemas sobre ecuaciones de primer grado con una incógnita. A través de estos ejercicios online el discente podrá consolidar las técnicas matemáticas desarrollando actividades de afianzamiento y aplicando la autorregulación.

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_1eso_expresiones_algebraicas/index_1quincena7.htm



http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Ecuaciones_primer_grado_resolucion_problemas/ecuacion3.htm#2

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_2eso_ecuaciones/index_2quincena6.htm

El uso de las TIC y su aplicación en el proceso de enseñanza aprendizaje implica la motivación y el desarrollo tanto de conocimiento como de competencias matemáticas en el discente. Debido al fenómeno de globalización que nos compromete a estar acorde con los avances que se dan a nivel mundial en las diferentes áreas del saber humano; es indispensable el uso de programas informáticos y del internet como herramientas didácticas necesarias para una efectiva actualización del sistema educativo.

5. Descripción de la innovación aplicada

Representación Gráfica de Problemas que se Resuelven con ecuaciones de 1er Grado con una Incógnita.

Así como las cuadrados, los cubos y las barras han sido utilizado en recursos didácticos como los bloques multibase y el puzzle algebraico para resolver operaciones aritméticas y una extensa variedad de expresiones algebraicas; de igual forma estas figuras geométricas se pueden utilizar para representar las relaciones existentes entre las datos de un determinado problema que se resuelve con ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Considero que la mejor manera de comunicar la técnica es a través de su aplicación en la resolución de algunos problemas que sirvan para facilitar tanto su comprensión como su análisis.

Pasos a seguir para la resolución de problemas utilizando la representación gráfica de enunciados:

1 Leer cuidadosamente el enunciado del problema.

2. Hacer una representación gráfica (mediante cubos, cuadrados o barras) de las relaciones que existen entre los datos del problema.

3. Designar a una cantidad desconocida del problema la incógnita X.

4. A partir del paso 3 definir el valor de la(s) cantidad(es) faltante(s) con relación a X.

5. Establecer la ecuación correspondiente y resolver.

Ejemplo 1:

La edad de María es el triplo de la de Rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. Hallar ambas edades.

A través de los cubos de madera podemos representar las relaciones entre las edades de la siguiente manera:

Luego

Edad de Rosa = X

Edad de María = $\underline{3X + 15}$

$$4X + 15 = 59$$

$$X = \frac{44}{4}$$

$$X = 11$$

Sustituyendo:

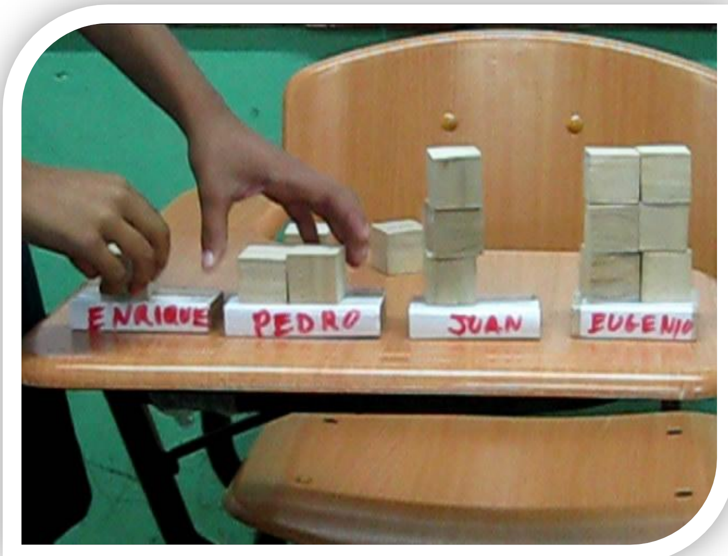
Edad de Rosa = 11 años

Edad de María = 3(11) + 15 = 33 + 15 = 48 años.

Ejemplo 2:

La edad de Enrique es la mitad de la de Pedro; la edad de Juan el triplo de la de Enrique y la de Eugenio el doble de la de Juan. Si las cuatro edades suman 132 años, ¿qué edad tiene cada uno?

Representación gráfica de la relación que existe entre los datos del problema:



Luego si

Edad de Enrique = X

Edad de Pedro = 2X

Edad de Juan = 3X

Edad de Eugenio = <u>6X</u>

$$12X = 132$$

$$X = \frac{132}{12} = 11$$

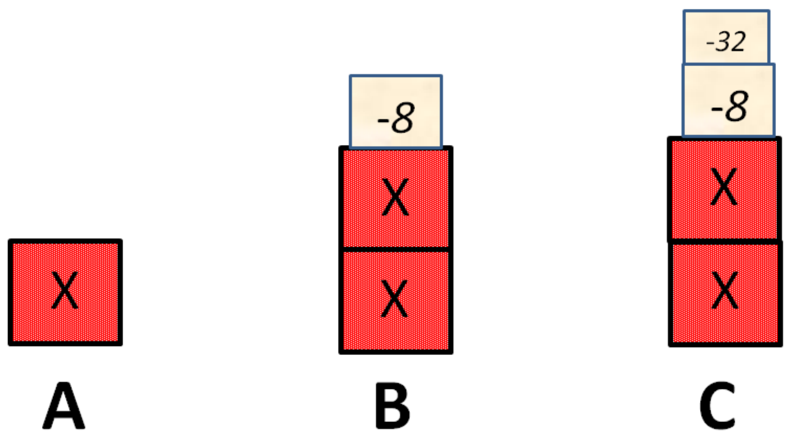
Sustituyendo: Enrique = 11 años; Pedro = 2(11) = 22 años; Juan = 3(11) = 33 años y Eugenio = 6(11) = 66 años.

Los cubos de madera son recursos didácticos eficientes para representar relaciones como el doble, triplo, cuádruplo, etc. Existentes entre los datos del problema.

Ejemplo 3:

Repartir $152 entre A, B y C de modo que la parte de B sea $8 menos que el duplo de la de A y $32 más que la de C.

Representación gráfica de la relación entre los datos del problema:



Luego:

$$
\begin{aligned}
A &= X\\
B &= 2X - 8\\
C &= \underline{2X - 40}\\
5X - 48 &= 152\\
5X &= 200\\
X &= \frac{200}{5} = 40
\end{aligned}
$$

Sustituyendo:

A = $40

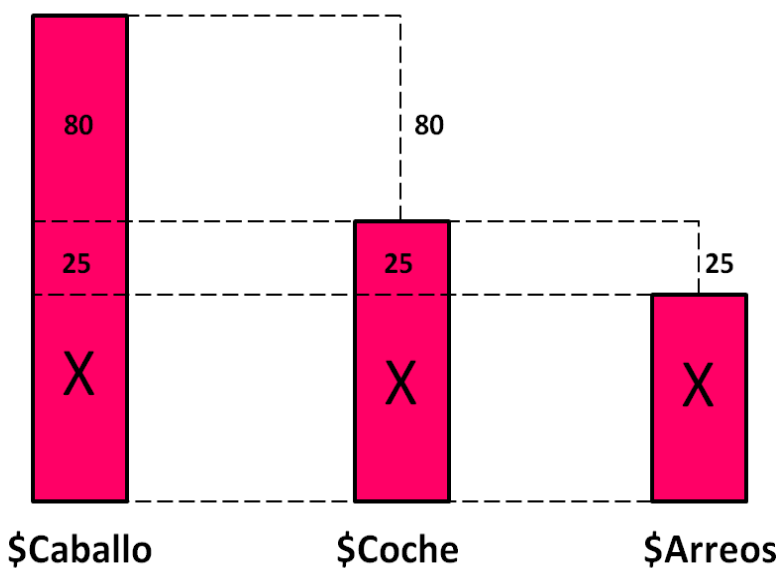
B = 2(40) – 8 = $72

C = 2(40) – 40 = $40.

Ejemplo 4:

Pagué \$325 por un caballo, un coche y sus arreos. El caballo costó \$80 más que el coche y los arreos \$25 menos que el coche. Hallar los precios respectivos.

Haciendo una representación gráfica a través de barras verticales cuyas longitudes sean proporcionales a las cantidades que representan y designando al precio de los arreos la incógnita X tenemos:



Luego:

Precio de los arreos = X

Precio del coche = X + 25

Precio del caballo = $\underline{X + 105}$

$$3X + 130 = 325$$

$$3X = 195$$

$$X = \frac{195}{3} = 65$$

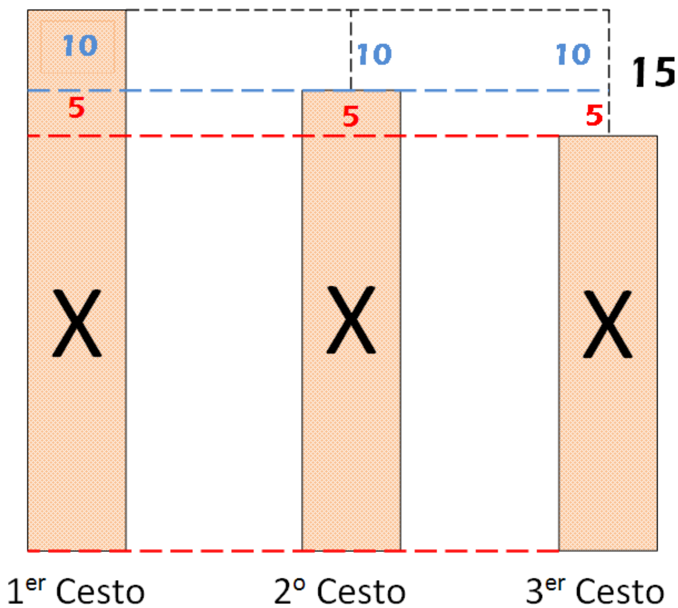
Sustituyendo:

Precio de los arreos = \$65; precio del coche = 65 + 25 = \$90 y el precio del caballo = 65 + 105 = \$170.

Ejemplo 5:

Tres cestos contienen 575 manzanas. El primer cesto tiene 10 manzanas más que el segundo y 15 más que el tercero. ¿Cuántas manzanas hay en cada cesto?

Haciendo una representación gráfica a través de barras verticales cuyas longitudes sean proporcionales a las cantidades que representan y considerando la cantidad de manzana del tercer cesto nuestra incógnita tenemos:



Traducción algebraica:

1^{er} Cesto = X + 15

2^{o} Cesto = X + 5

3^{er} Cesto = X

Los tres cestos contienen 575 manzanas por lo tanto

$$X + 15 + X + 5 + X = 575$$

$$3X + 20 = 575$$

$$X = 185$$

Sustituyendo el 1^{er} Cesto = 185 + 15 = 200 manzanas; 2^{o} Cesto = 185 + 5 = 190 manzanas; 3^{er} Cesto = 185 manzanas.

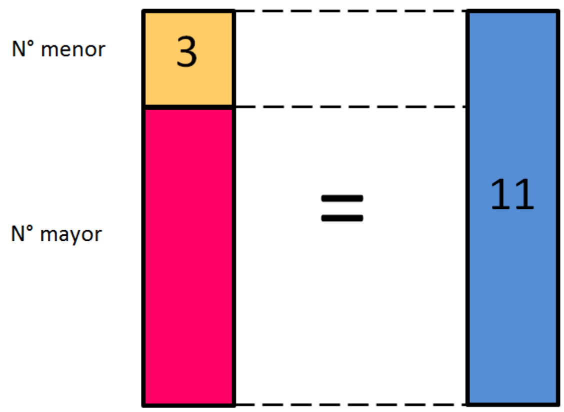
Ejemplo 6:

La suma de dos números es 540 y el mayor excede al triplo del menor en 88.

Es pertinente facilitar primero un problema semejante pero más sencillo antes de abordar el problema propuesto.

Dos números suman 11 y el menor de ellos es 3. ¿Cuál es el número mayor?

Representación gráfica:



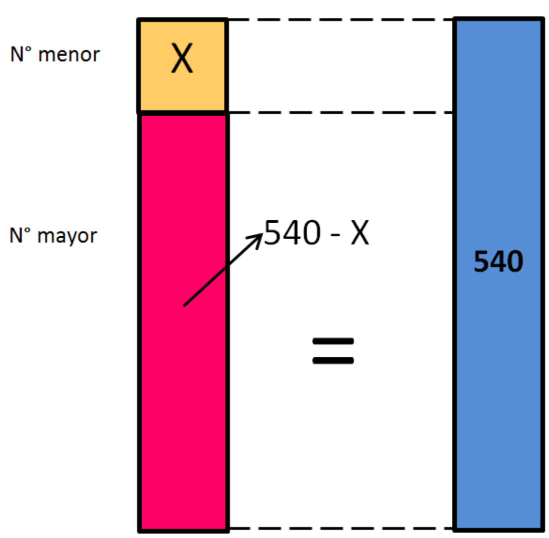
Al facilitar esta representación gráfica la respuesta que se espera por parte de los discentes es 8.

Luego se les pregunta ¿Qué operación se aplica entre 11 y 3 para que nos de 8?

La respuesta que se espera con facilidad es la sustracción 11 – 3 = 8.

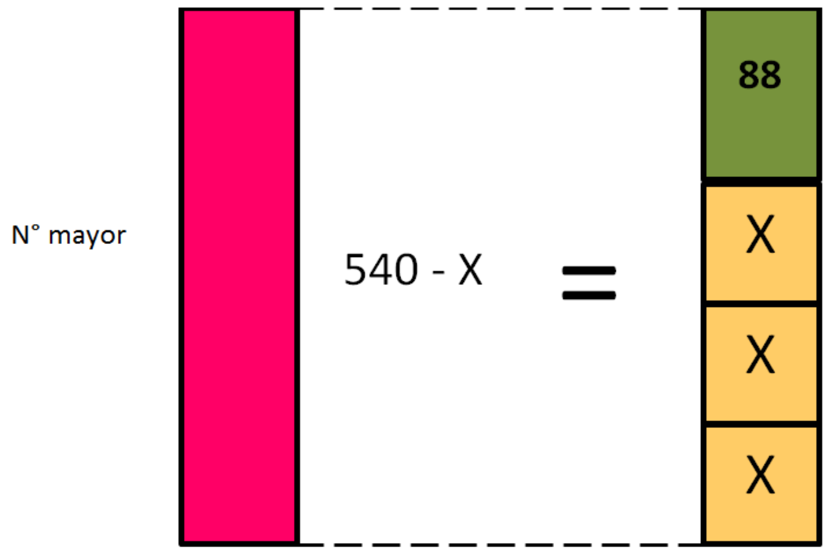
Luego regresamos al problema propuesto:

De manera paralela si designamos al número menor la X ¿Cuál es el valor del número mayor?



Pero esta no es la única relación que encontramos en el problema. El problema dice que el mayor excede al triplo del mayor en 88.

Por lo tanto:



Después de esta representación gráfica fácilmente obtenemos la correspondiente ecuación que da la solución al problema.

$$540 - X = 3X + 88$$

$$4X = 452$$

$$X = \frac{452}{4}$$

$$X = 113$$

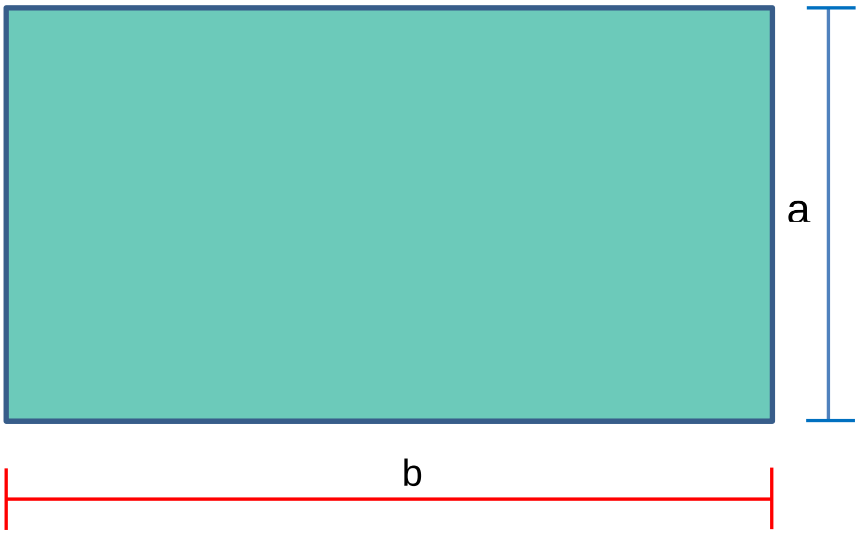
Sustituyendo:

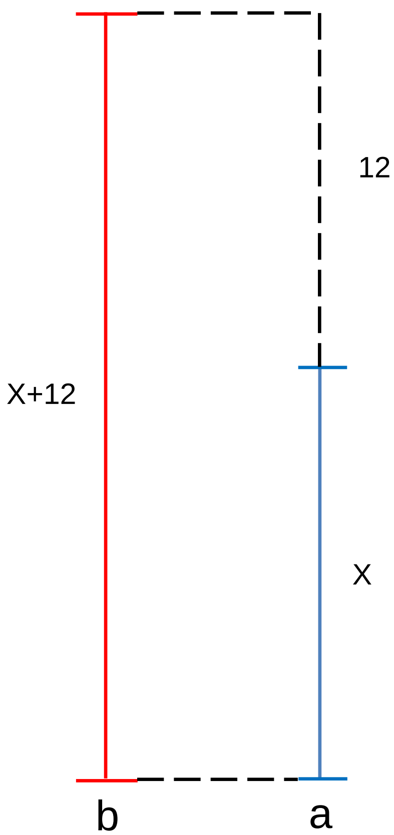
N° menor = 113

N° mayor = 540 – 113 = 527

Ejemplo 7:

Hallar las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro es 104cm y que la diferencia entre la longitud de la base y la de la altura es 12cm.





Trasladamos y rotamos los segmentos que equivalen a las longitudes de la base y la altura respectivamente; considerando la longitud de la altura la incógnita.

Luego:

Longitud a = X

Longitud b= X + 12

Perímetro = 2a + 2b

Sustituyendo

$$104 = 2X + 2(X + 12)$$

$$104 = 4x + 24$$

$$X = 20$$

Por lo tanto la longitud de a = 20 cm y la de b = 20 cm + 12 cm = 32 cm.

5.1 Principales características de la innovación

5.1.1 Orientaciones generales y papel del profesor

- ✓ Orientar las sesiones didácticas aplicando en la medida que sea posible los principios del constructivismo permitiendo que el discente sea un agente participativo en el proceso de enseñanza aprendizaje.

- ✓ Desarrollar las actividades de aprendizaje bajo un ambiente que facilite las relaciones de comunicación entre alumno-profesor y alumno-alumno.

- ✓ Tener un estilo democrático y motivador ante las nuevas formas e innovaciones que los estudiantes puedan aportar al curso.

- ✓ Promover la convicción de que los errores son experiencias de aprendizaje y no un indicativo de que el éxito no se pueda alcanzar.

- ✓ Fomentar los valores de la cooperación y el respeto a la diversidad entre el alumnado.

5.1.3 Materiales, medios y recursos

- ✓ Los cubos de madera.
- ✓ El libro de texto.
- ✓ Pizarra y marcadores.
- ✓ El cuaderno de actividades y ejercicios.
- ✓ Lápiz y borrador.

5.1.4 Temporalización

En el sistema oficial de educación de Panamá el 9° de educación premedia consta de 5 sesiones semanales para el área de matemáticas. El curso está diseñado para ser desarrollado en no menos de 7 sesiones de 40 minutos teniendo en cuenta los resultados que arrojen las evaluaciones diagnósticas y formativas del proceso.

5.1.5 Instrumentos para la evaluación diagnóstica

5.1.5.1 Prueba diagnóstica

Contenido: La representación gráfica y la traducción algebraica de enunciados en lenguaje natural

Complete el siguiente cuadro:

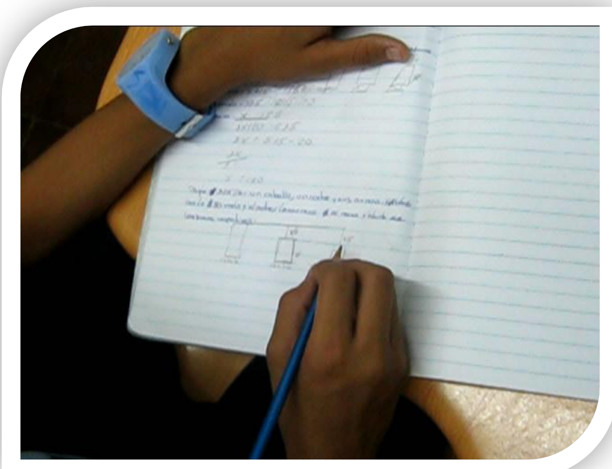
Lenguaje Natural	Representación Gráfica	Lenguaje Algebraico
a) Un número.		
b) Un número aumentado en 5.		
c) Un número disminuido en 3.		
d) Dos veces un número.		
e) Un número aumentado en 10 equivale a 17.		
f) El doble de un número disminuido en 9 equivale a 7.		
g) El triplo de un número más 8 es igual a 17.		
h) Cuatro veces un número disminuido en 5 equivale a 15.		
i) Tres veces un número es igual al cuádruplo del número menos 5.		
j) Cinco veces el número menos el doble del número equivale al triplo del número.		

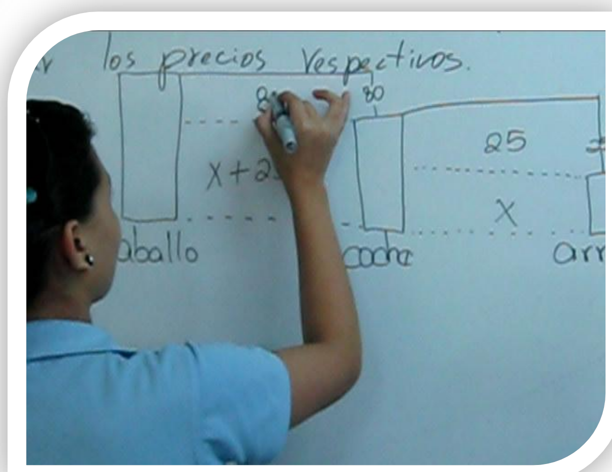
5.1.5.2 Instrumento para el seguimiento y valoración de los aprendizajes desarrollados de acuerdo con los criterios de evaluación (diagnóstica).

De acuerdo a las capacidades y actitudes **Se observa que el discente es capaz de:**	/siempre/ /Casi siempre/	/Por lo general/ /Frecuentemente/	/Algunas veces/ /Pocas Veces/	/Nunca/ /En absoluto/
Efectuar representaciones gráficas coherentes con el enunciado en lenguaje natural.				
Realizar la correspondiente traducción algebraica del enunciado en lenguaje natural.				
Mostrar interés y motivación hacia las representaciones gráficas como recurso didáctico para la obtención de la traducción algebraica.				

5.1.6 Evaluación Formativa

La evaluación formativa consistió en una observación constante de las actividades realizadas por los estudiantes en el cuaderno de trabajo, las participaciones en la pizarra y de actitudes en la utilización de los recursos didácticos facilitados en la resolución de problemas.





5.1.6.1 Instrumento para el seguimiento y valoración de los aprendizajes desarrollados de acuerdo con los criterios de evaluación (formativa).

De acuerdo a las capacidades y actitudes **Se observa que el discente es capaz de:**	/siempre/ /Casi siempre/	/Por lo general/ /Frecuentemente/	/Algunas veces/ /Pocas Veces/	/Nunca/ /En absoluto/
Utilizar los recursos didácticos facilitados en la resolución de problemas.				
Traducir de manera efectiva enunciado en lenguaje natural al lenguaje algebraico.				
Determinar y resolver las ecuaciones de manera correcta.				
Valorar positivamente el lenguaje algebraico como medio para conocer, representar y comunicar.				
Mostrar un espíritu perseverante ante los errores cometidos y buscar nuevas estrategias.				
Orientar a otros compañeros en la utilización de los recursos y técnicas facilitadas en clase.				

5.1.7 Instrumentos para la evaluación sumativa

5.1.7.1 Prueba Sumativa

Contenidos:

- **La representación gráfica y la traducción algebraica de enunciados en lenguaje natural.**
- **Resolución de problemas mediante ecuaciones de 1er grado con una incógnita.**

Valor de la prueba: 20 puntos

I- Complete el siguiente cuadro: Valor (10 ptos)

Lenguaje Natural	Representación Gráfica	Lenguaje Algebraico
a) Un número aumentado en 7.		
b) Un número disminuido en 10.		
c) El doble de un número aumentado en 5 equivale a 23.		
d) Tres veces un número equivale al cuádruplo del número menos 6.		
e) El triplo de un número aumentado en 7 es igual a cuatro veces el número más 2.		

II-Resuelva: Valor 10ptos (5 ptos c/u)

a) Repartir B/. 200 entre tres personas de modo que la segunda reciba 45 menos que la primera y 32 más que la tercera.

b) La edad de Daniel es el triple de la de Pablo y la edad de Rubiel el doble de la de Daniel más 2 años. Si las tres edades suman 152 años ¿qué edad tiene cada uno?

5.1.7.2 Criterios de evaluación para la calificación de la prueba sumativa

I-Parte: La representación gráfica y la traducción algebraica de enunciados en lenguaje natural.

Los siguientes criterios de evaluación se aplicarán a los 5 ejercicios propuestos en la primera parte de la prueba sumativa.

Criterios de evaluación:

a) Realiza una representación gráfica coherente con el enunciado en lenguaje natural.

- Representación aceptable = 1 pto.
- Representación incoherente = 0 ptos.
- Espacio en blanco = 0 ptos.

b) Traduce correctamente el enunciado al lenguaje algebraico.

- Traducción correcta = 1 pto.
- Traducción incorrecta = 0 ptos.
- Espacio en blanco = 0 ptos.

II-Parte: Resolución de problemas mediante ecuaciones de 1er grado con una incógnita.

Los siguientes criterios de evaluación se aplicarán a los dos problemas propuestos en la segunda parte.

Criterios de evaluación:

a) Representa gráficamente la relación existente entre los datos del problema.

- Representa en forma correcta = 1 pto.
- Representa incorrectamente: 0 ptos.

b) Traduce correctamente los datos del problema al lenguaje algebraico.

- Traducción correcta = 1 pto.
- Traducción incorrecta = 0 ptos.

c) Establece la ecuación correspondiente a los datos del problema.

- Ecuación correcta = 1 pto.
- Ecuación incorrecta = 0 ptos.

d) Resuelve la ecuación.

- Resuelve = 1 pto.
- No resuelve = 0 ptos.

e) Determina los valores de las cantidades restantes.

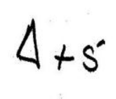
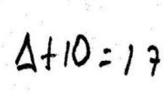
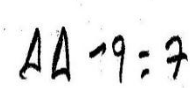
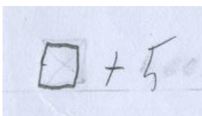
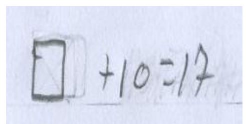
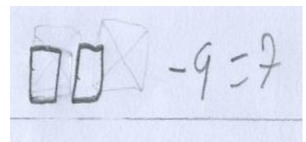
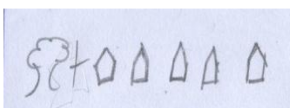
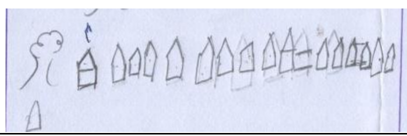
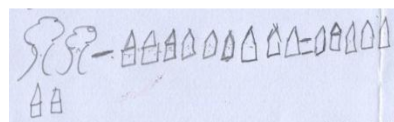
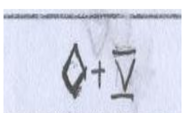
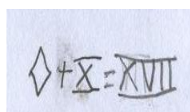
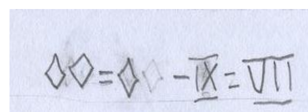
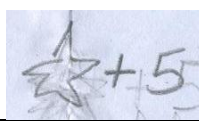
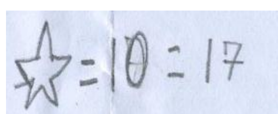
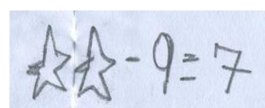
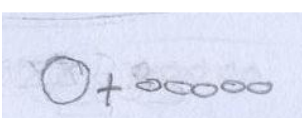
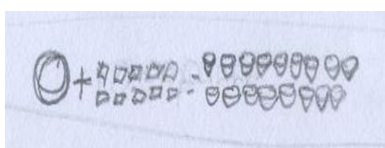
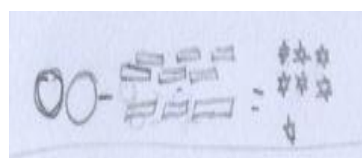
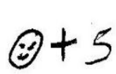
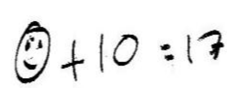
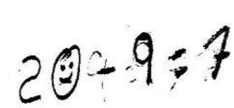
- Determina los valores = 1 pto.
- No los determina = 0 ptos.

Observación: En caso de que un estudiante obvie la representación gráfica de las relación de los datos, pero resuelve el problema. Se le otorgará los 5 puntos que vale el problema.

6. Evidencias y análisis de los resultados

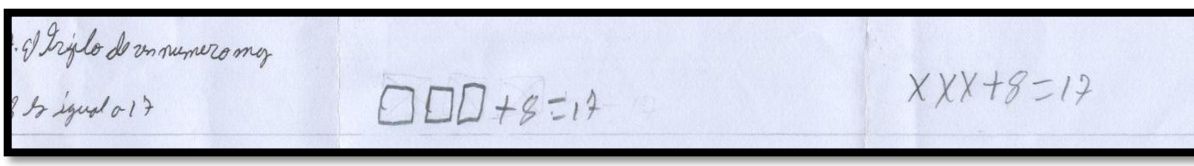
En la aplicación de esta unidad encontramos resultados interesantes e ingeniosos desde la fase de diagnosis.

En el siguiente cuadro presentamos algunas de las concepciones graficas de nuestros estudiantes al iniciar el curso:

Un número aumentado en 5.	Un número aumentado en 10 equivale a 17.	El doble de un número disminuido en 9 equivale a 7.
		
		
		
		
		
		
		

Estos resultados arrojados por la prueba diagnóstica muestran que con un poco de orientación y motivación a la creatividad individual se pudo lograr que los estudiantes aporten sus ideas sin padecer inhibiciones o complejos y con relación al tema matemático se creó un precedente en los estudiantes de que la representación gráfica de los enunciados es posible.

Además de esto la prueba diagnóstica nos mostró la manera incorrecta que algunos estudiantes tenían al interpretar algebraicamente el esbozo gráfico.
Observemos los siguientes casos:



Estos estudiantes presentaron el mismo error. Interpretaron sus esbozos como incógnitas que se multiplican y no como incógnitas que se suman. Luego de observar estos errores se hicieron las correcciones en clase y se procedió con las actividades para la evaluación formativa.

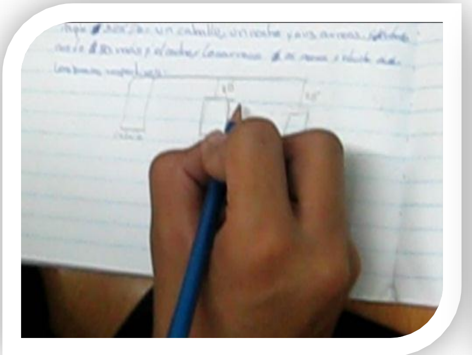
6.1 Resultados de la evaluación diagnóstica conforme a los criterios establecidos (grupo clase):

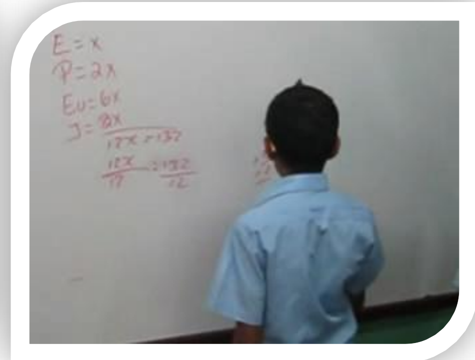
De acuerdo a las capacidades y actitudes **Se observa que el discente es capaz de:**	/siempre/ /Casi siempre/	/Por lo general/ /Frecuentemente/	/Algunas veces/ /Pocas Veces/	/Nunca/ /En absoluto/
Efectuar representaciones gráficas coherentes con el enunciado en lenguaje natural.	**X**			
Realizar la correspondiente traducción algebraica del enunciado en lenguaje natural.		**X**		
Mostrar interés y motivación hacia las representaciones gráficas como recurso didáctico para la obtención de la traducción algebraica.	**X**			

Durante la evaluación formativa se realizaron actividades de resolución de problemas tanto en el cuaderno de trabajo como en la pizarra.

Se observó el dominio en la aplicación de las técnicas, las actitudes y el trabajo colaborativo entre los estudiantes.

6.2 Resultados de la evaluación formativa conforme a los criterios establecidos (grupo clase):

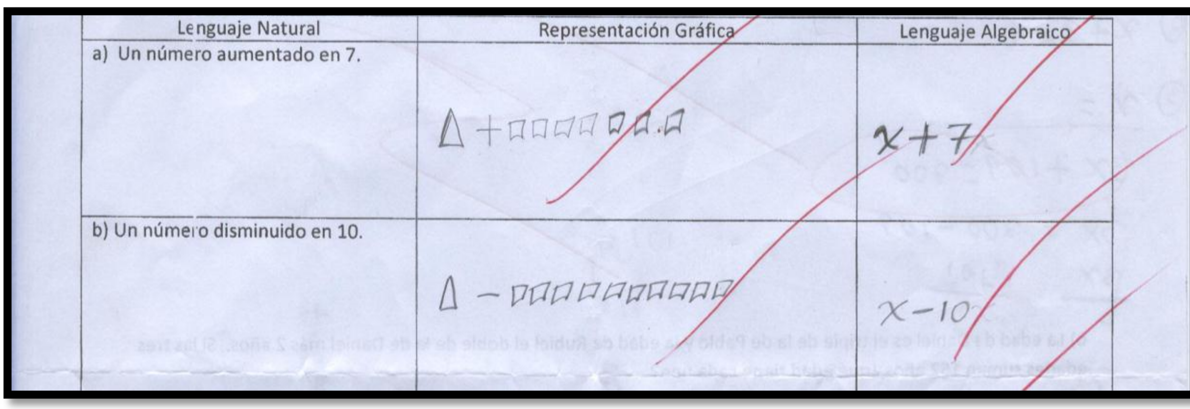




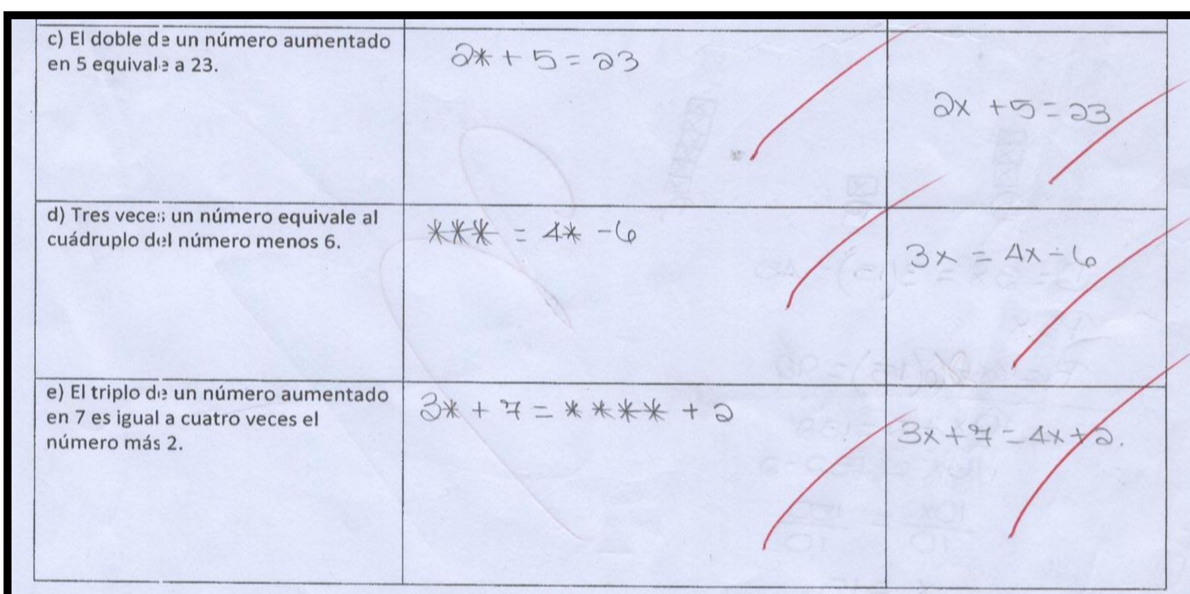
De acuerdo a las capacidades y actitudes **Se observa que el discente es capaz de:**	/siempre/ /Casi siempre/	/Por lo general/ /Frecuentemente/	/Algunas veces/ /Pocas Veces/	/Nunca/ /En absoluto/
Utilizar los recursos didácticos facilitados en la resolución de problemas.	X			
Traducir de manera efectiva enunciado en lenguaje natural al lenguaje algebraico.		X		
Determinar y resolver las ecuaciones de manera correcta.		X		
Valorar positivamente el lenguaje algebraico como medio para conocer, representar y comunicar.		X		
Mostrar un espíritu perseverante ante los errores cometidos y buscar nuevas estrategias.		X		
Orientar a otros compañeros en la utilización de los recursos y técnicas facilitadas en clase.			X	

6.3 Análisis de la evaluación sumativa:

En la prueba sumativa algunos estudiantes conservaron su personalidad; representado los enunciados con las figuras que utilizaron en la prueba diagnóstica aunque se les había propuesto utilizar cuadrados para representar cantidades desconocidas. Sin embargo se les respetó y valoró sus expresiones individuales.



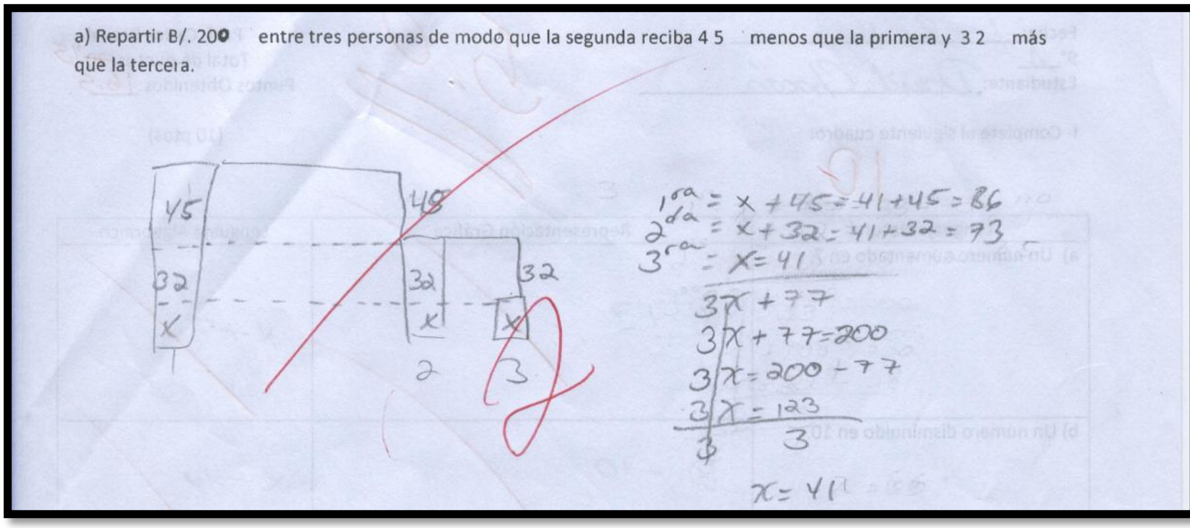
Lenguaje Natural	Representación Gráfica	Lenguaje Algebraico
a) Un número aumentado en 7.	Δ + □□□□□□□	$x+7$
b) Un número disminuido en 10.	Δ − □□□□□□□□□□	$x-10$



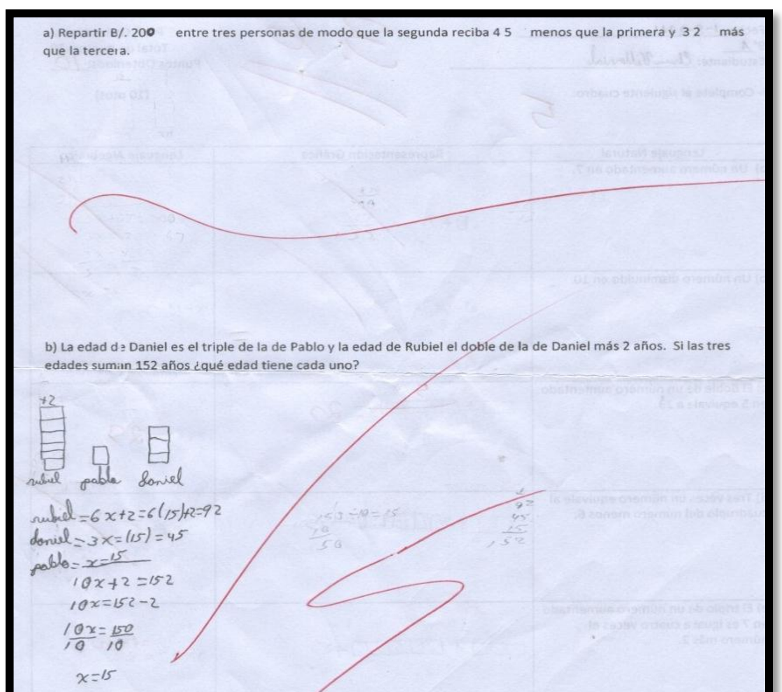
c) El doble de un número aumentado en 5 equivale a 23.	2* + 5 = 23	$2x+5=23$
d) Tres veces un número equivale al cuádruplo del número menos 6.	*** = 4* − 6	$3x=4x-6$
e) El triplo de un número aumentado en 7 es igual a cuatro veces el número más 2.	3* + 7 = **** + 2	$3x+7=4x+2$.

Con relación a los problemas propuestos en la prueba sumativa se presentaron los casos que más sucedieron fueron los siguientes:

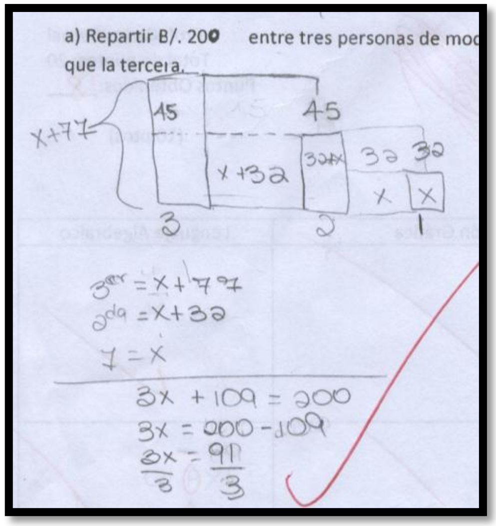
a) **Realiza una representación gráfica de la relación los datos del problema pero no obtiene la correspondiente traducción algebraica:**



a) Al no obtener una representación gráfica de la relación de datos no intenta la resolución del problema:



b) **Realiza una representación gráfica de la relación de los datos del problema y determina la correspondiente traducción algebraica:**

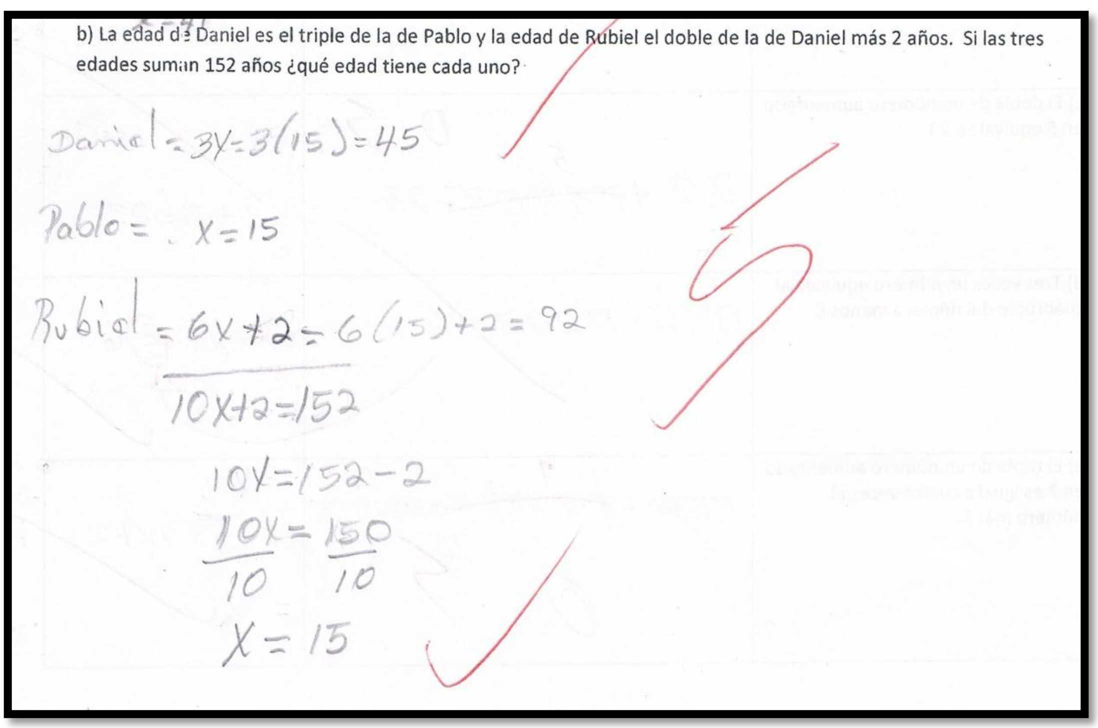


a) Repartir B/. 200 entre tres personas de mod
que la tercera

$3^{er} = x + 77$
$2^{da} = x + 32$
$1 = x$

$3x + 109 = 200$
$3x = 200 - 109$
$\frac{3x}{3} = \frac{91}{3}$

c) Resuelve el problema sin realizar una representación gráfica:



b) La edad de Daniel es el triple de la de Pablo y la edad de Rubiel el doble de la de Daniel más 2 años. Si las tres edades suman 152 años ¿qué edad tiene cada uno?

Daniel $= 3x = 3(15) = 45$
Pablo $= x = 15$
Rubiel $= 6x + 2 = 6(15) + 2 = 92$

$10x + 2 = 152$
$10x = 152 - 2$
$\frac{10x}{10} = \frac{150}{10}$
$x = 15$

Los resultados obtenidos en la unidad didáctica implican que aunque la representación gráfica de la relación de los datos es un recurso valioso para obtener la solución de problemas a través de ecuaciones de primer grado con una incógnita; la traducción algebraica sigue siendo complicada para algunos discentes.

Una causa natural es que precisamente este es el primer tema algebraico con que se resuelven problemas; lo importante es que esta primera experiencia haya sido de interés y motivación para la mayoría de los estudiantes de curso.

7. Conclusiones

- Analizados los datos concluimos que los recursos didácticos y las representaciones gráficas facilitan la comprensión y la aplicación de las ecuaciones de primer grado con una incógnita en la resolución de problemas.
- Los estudiantes que presentaron una menor habilidad matemática desarrollaron una mayor dependencia a la aplicación de los recursos visuales en comparación a los que poseían habilidades mayores.
- Hemos observado que los estudiantes muestran mayor interés hacia el tema matemático cuando pueden expresar de manera artística o geométrica las diferentes actividades de aprendizaje.
- La traducción algebraica sigue siendo dificultosa para algunos estudiantes aunque puedan establecer una representación coherente con relación a los datos del problema. Esto se debe a deficiencias en la interpretación matemática del esbozo. Esta condición podría superarse en gran parte del alumnado con una retroalimentación de las actividades de inicio.
- Las representaciones graficas de enunciados se dificultan dependiendo la relación matemática que existe entre los datos y el contexto del problema. Por consiguiente mientras las relaciones entre los datos sean más complejas y el contexto menos conocido es probable que la representación gráfica se convierte en un obstáculo para la resolución de problemas.
- La disponibilidad de recursos geométricos, informáticos y manipulativos para la enseñanza del algebra implica el deber inmediato de los docentes en matemáticas a la utilización, adecuación y mejoramiento de estos métodos con la finalidad de optimizar los resultados y las experiencias de aprendizaje.
- Los efectos del trabajo colaborativo docente-docente, docente-alumno y alumno-alumno redundan en el fortalecimiento social de los miembros de la comunidad educativa, en las concepciones de nuevos métodos de enseñanza y en una constante autoevaluación del proceso que implicará una permanente evolución de la enseñanza de las matemáticas.

8. Bibliografía

ALONSO, F., GARCÌA, A., GARCÌA, J. y ORTIZ M. *Introducción al Lenguaje Algebraico*. Extraído el 28 de julio de 2011 desde http://www.guiasensenanzasmedias.es/temaESO.asp?tema=13&materia=mates&dir=&nodo=3

BALDOR, A. (1983). *Álgebra*. México: Publicaciones Cultural.

COCKCROFT, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

ESQUINAS, A. *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente*[en línea]. Madrid: E-Prints Complutense. Archivo Institucional en acceso abierto desarrollado por la Biblioteca de la Universidad Complutense, 18 mayo de 2011. [Consulta: 12 de junio 2011]. Disponible en http://eprints.ucm.es/8283/

FIGUEIRAS, L. (2009). *La resolución de problemas de los 3 a los 18 años*. Extraído el 5 de abril de 2011 desde http://pagines.uab.cat/lfigueiras/sites/pagines.uab.cat.lfigueiras/files/jaem09.pdf

LARRUBIA, J. *Puzzle Algebraico*[en línea]. Ceuta: Centro de Profesores y Recursos Ceuta, mayo de 2005. [Consulta: 3 de abril 2011]. Disponible en http://www.cprceuta.es/CPPSXXI/Modulo%204/Especifica.html

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Reston: NCTM.

NAVAS, Y., FUENTES, V., ONDOÑO, P., FERNÀNDEZ, J. y FERNÁNDEZ, F. *Unidad didáctica ecuaciones de primer grado y sistemas de ecuaciones*[en línea]. Colombia: Funes. Repositorio digital de documentos en Educación Matemática, 26 de abril de 2011. [Consulta: 13 de junio 2011]. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/1612/

OLAZABAL, A. y CAMARENA, P. (2004). *Categorías en la Traducción del Lenguaje Natural al Lenguaje Algebraico*. Extraído 14 de junio de 2011 desde http://www.congresoretosyexpectativas.udg.mx/Congreso%204/Mesa%202a/m2a20.pdf

OLMEDO, L. *3 eso ecuaciones*[en línea]. Cádiz: Proyecto Omerique. Portal de apoyo a la formación del profesorado del CEP de la Sierra de Cádiz, 25 de enero de 2009. [Consulta: 15 de junio 2011]. Disponible en http://www.omerique.net/twiki/bin/view/Recursos/CCBBMatPonencia

PUIG, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares, col. Mathema.

ROS, M. y DE LA MATA P. (1988). *Base 7 Matemáticas*. Madrid: Bruño.