COMPETENCIA DE MODELIZACIÓN EN LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS FUNCIONALES

Horacio Solar, Carmen Azcárate, Jordi Deulofeu
Universidad Autónoma de Barcelona

RESUMEN

En este artículo desarrollamos la competencia de modelización, caracterizado por: tareas, procesos, y fases de la modelización. Las relaciones entre estos tres componentes determinan un nivel de complejidad cognitiva de una actividad matemática. Los procesos son el componente más destacado; en nuestro modelo estos se desarrollan a lo largo de la etapa escolar, a diferencia de las tareas matemáticas que se trabajan a corto plazo.

ABSTRACT

In this article we developed modelling competency; those are characterised by: tasks, processes, level of complexity and modelling phases. The relations between the three components determine a level of cognitive complexity of a mathematical activity. The "process" components are the most outstanding ones in our model, and those, within the modelling competency are developed during the whole school process, unlike mathematical tasks that are developed during short terms.

Solar, H., Azcárate, C., Deulofeu, J. (2009). Competencia de modelización en la interpretación de gráficas funcionales. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 499-510). Santander: SEIEM.

INTRODUCCIÓN

Presentamos un reporte de investigación de nuestra tesis doctoral cuyo objetivo es caracterizar las competencias en interpretación de gráficas funcionales que surgen en el aula de matemáticas. En este artículo se expone la competencia de modelización.

La modelización en el aula de matemáticas es uno de los tópicos que actualmente destaca en didáctica de la matemática y que está cada vez más vinculando con la noción de competencia. En efecto, en el estudio 14 ICMI (Blum et al., 2007) en una gran parte de las comunicaciones se vincula la competencia con la modelización, o más aun, se trata directamente la competencia de modelización.

En general, la modelización es tratada como el proceso de resolver un problema proveniente de una situación real por medio de un modelo matemático; el esquema de la Figura 1 (Maaß, 2006) muestra la secuencia en las fases de modelización.

La cuestión de las competencias en la modelización, ha sido interpretada principalmente de dos maneras:

- Como las acciones a llevar a cabo en la fases de modelización (Kaiser, 2007). Maaß (2006) amplía esta lista a competencias que se escapan de las fases de modelización, tales como competencias metacognitivas, argumentativas y actitudinales.
- Las competencias son tratadas como niveles de complejidad (Henning y Keune, 2007; Greer y Verschaffel, 2007). En el primer nivel se reproducen conocimientos. El segundo nivel se asocia a la traducción del problema real al problema matemático; es decir, se desarrollan las diferentes fases de modelización. En el tercer nivel se estudia la modelización con un sentido crítico.

En cambio no hay un consenso en tratar los aspectos didácticos de la modelización, tales como: los criterios a seguir en estudiar la comprensión de los estudiantes al trabajar con modelos, los ejemplos de actividades para que emerjan modelos matemáticos y el rol de profesor.

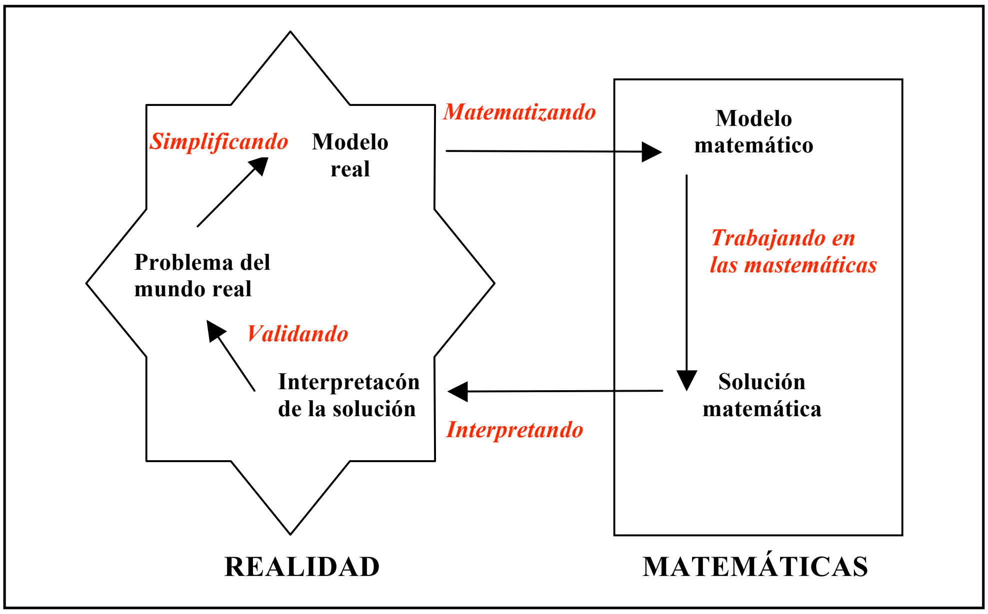


Figura 1. Proceso de modelización (Maaß, 2006)

En nuestro estudio, la competencia de modelización tiene el propósito de, valga la redundancia, ser desarrolladora de competencias. Y por tanto incorpora las dos visiones sobre las competencias antes mencionados. A su vez tiene un propósito de cumplir una función didáctica, ya que involucra aspectos en relación al estudiante, a la actividad matemática y al profesor.

COMPETENCIA DE MODELIZACIÓN

La competencia de modelización tiene como base los procesos matemáticos, las tareas matemáticas, las fases de modelización y los niveles de complejidad.

Procesos matemáticos: por una parte, siguiendo las ideas de Rico y Lupiáñez (2008), de que tanto PISA (OCDE, 2003) como los Estándares (NCTM, 2003) aportan aproximaciones significativas sobre el enfoque funcional, y sobre todo, un papel explícito de los procesos matemáticos; y por otra parte, la vinculación que establece Niss (1999) entre competencias y procesos. Por estas razones consideramos que los procesos matemáticos deben tener un papel más destacado en la enseñanza de las matemáticas. El interés por desarrollar procesos matemáticos no es nuevo; en efecto, se puede hacer una extensa lista de procesos definidos como propios de las matemáticas (representar, argumentar, demostrar, clasificar, analizar, resolver, conjeturar, razonar, visualizar, calcular, etc.). Si bien los procesos han estado presentes en los currículos de matemáticas, no han tenido un papel destacado en comparación con los contenidos. El grueso de los currículos tienen como punto de partida los contenidos matemáticos, y los procesos se pueden evidenciar de manera implícita en las orientaciones didácticas del contenido a tratar. Actualmente hay propuestas curriculares que dan un papel destacado a los procesos: tales como Canadá (Ministry of Education, 2005) y en Cataluña (DOGC, 2007).

Tareas matemáticas: planteamos que los contenidos matemáticos se estructuren en términos de tareas matemáticas. En este sentido una actividad matemática se puede definir como un conjunto de tareas matemáticas con una finalidad común. Las tareas cambian y progresan, su alcance es a corto plazo y se van haciendo más complejas a lo largo del período escolar.

Fases de modelización: para modelizar un problema real seguimos la secuencia de modelización planteada por Maaß (2006) de simplificar el problema a un modelo real y se matematiza mediante un modelo matemático en que se obtiene una solución. Se interpreta el resultado en el contexto del problema y finalmente se valida. La secuencia es dinámica y cíclica, pues en estos pasos se producen continuas transformaciones para mejorar la interpretación y predicción del fenómeno.

Niveles de complejidad: La complejidad de una actividad depende tanto de la complejidad de las tareas como de los procesos que la conforman. En nuestro planteamiento se adoptan los grupos de competencia de PISA (reproducción, conexión, y reflexión) basados en la pirámide de Lange (1995). En su formato inicial, el tercer nivel de reflexión se denominó: matematización, pensamiento matemático, generalización. Aunque en su descripción no se hace referencia a las fases de la modelización, hay una correlación entre este nivel y avanzar en la matematización. Además, desde la perspectiva de la competencia de modelización como nivel de complejidad (Henning y Keune, 2007; Greer y Verschaffel, 2007), hay una relación entre los tres niveles y las fases de modelización.

Caracterizar la competencia de modelización bajo estos aspectos, hace que tenga una función didáctica. En efecto, desde una perspectiva de la educación matemática realista, Gravemeijer (1999) propone una reorganización de la modelización enfocada hacia los procesos de aprendizaje de los modelos denominada *modelización emergente.*

El término “emergente” se refiere tanto al carácter del proceso por el cual los modelos surgen en la educación matemática realista, como al proceso por el cual estos modelos apoyan la aparición de los modos matemáticos formales de saber. El modelo primero empieza a destacar como un *modelo de* las estrategias informales de los estudiantes. Entonces, con el tiempo el modelo gradualmente se convierte en una entidad propia y empieza a servir como un *modelo para* un razonamiento matemático más formal.

En nuestra investigación, el término *modelo* se refiere a las representaciones y al conjunto de propiedades matemáticas asociadas que permiten estudiar una situación.

En este artículo nos centramos en describir cómo se caracterizan tareas, procesos, y fases de modelización en el tópico de interpretación de gráficas funcionales, y de qué manera, articulando estos tres componentes, determinar el nivel de complejidad en una actividad matemática del aula de matemáticas. Para tal propósito se estudió un aula de matemáticas; a continuación se presenta la metodología y los resultados obtenidos.

METODOLOGÍA

Los datos de esta investigación se obtuvieron de una experiencia realizada en Santiago de Chile. Se estudió el caso de la clase de Valentina, profesora de un curso 8º básico (2º de E.S.O) que aplicó una unidad didáctica (UD) denominada “Analizando y construyendo gráficos”.

Obtención de datos

La estrategia para caracterizar tareas matemáticas ya está validada por la literatura. En cambio la caracterización de procesos no se sostiene de la misma manera, y se ha optado que surjan de acuerdo con la teoría emergente (Strauss, Corbin, 1990). Se siguió el transcurso de aplicación de la unidad didáctica con una estrategia de observación no participante de cinco clases. Por medio de grabaciones en video, se consideraron los registros enfocados a la interacción entre la profesora y los estudiantes. Finalmente se transcribieron las cinco clases grabadas.

Análisis de datos

A partir de los datos, se escogieron episodios de cada clase que mostraran una mayor riqueza en la interacción entre profesora y estudiantes. La unidad de análisis corresponde a cada una de las acciones del episodio, tanto de Valentina como de los estudiantes. Cada acción se caracterizó con un término que indicara el proceso asociado a la modelización. Esta estrategia siguió un criterio de comparación constante entre los procesos que emergieron de los episodios analizados, y concluyó con la caracterización de un listado de procesos que conforman la competencia de modelización.

RESULTADOS

En la unidad didáctica se desarrollan principalmente dos modelos: *sistema de referencia* y *dependencia de variables*. A su vez, se asocian tres representaciones, que se identifican como "expresiones del modelo":

- Expresión numérica del modelo: tabla numérica.
- Expresión gráfica del modelo: gráfica cartesiana que puede ser cualitativa (solo variables en ejes) o cuantitativa (ejes graduados).
- Expresión verbal del modelo: descripción verbal de una relación entre variables.

El Cuadro 1 muestra la caracterización de procesos que conforman la competencia de modelización.

Procesos	Descripción
Características modelo	Identificar o describir las características de un modelo
Interpretar modelo	Interpretar un modelo o su expresión (gráfica, tabla, expresión verbal o algebraica)
Validar características modelo	Aseveraciones que validan o refuten las descripciones de las características o interpretación del modelo
Construir expresión del modelo	Construir la expresión de modelo (sistema de referencia, gráfica, tabla, etc.)
Aplicar el modelo	Aplicar el modelo y la expresión correspondiente
Validar el modelo	Validar o refutar la representación y/o propiedades del modelo
Reflexionar sobre la modelización	Reflexionar sobre modelo, el proceso de modelización y su aplicación como solución a la situación problemática

Cuadro 1. Procesos de la competencia de modelización.

Si bien estos procesos pueden emerger en cualquier momento de la actividad y por tanto no se corresponden con las fases de la modelización**,** sí se puede dar una cierta correspondencia. El proceso de *caracterizar el modelo* se da frecuentemente en la simplificación, en el paso de problema real al modelo real. Los procesos *de interpretar*, *construir la expresión del model*o y *aplicar el modelo* pueden darse desde la matematización hasta la interpretación de la solución; desde una perspectiva de modelización emergente, depende de si el modelo se asocia a un *modelo de* o a un *modelo para*.

Los dos procesos de validación se dan en momentos distintos en la modelización. *Validar las características del modelo* se da en el comienzo de las fases, antes de la matematización; en cambio la *validez del modelo* coincide con la fase de validación. El proceso final de *reflexionar* no se corresponde con alguna fase en particular. En términos de Maaß (2006), corresponde con las competencias metacognitivas y actitudinales que difieren de las fases de modelización.

También se han caracterizado las fases de modelización en interpretación de gráficas. Si bien las fases de modelización tienen respaldo en la literatura, estas son generales y no están enfocadas a un contenido. Y por tanto, desde una perspectiva de teoría emergente, se ha repetido la estrategia de comparación constante para identificar las fases de modelización en los episodios. Pero esta vez la unidad de análisis correspondió a un conjunto de acciones consecutivas que apuntaban a la misma fase, resultando cinco "focos":

- análisis de la expresión del modelo real
- análisis de las variables
- análisis de los valores de las variables
- análisis del modelo matemático
- análisis de la expresión del modelo matemático

Estos cinco focos en la interpretación de gráficas se corresponden con las fases de modelización de Maaß (2006):

1. Simplificación
    - expresión del modelo real
2. Matematización
    - variables
    - valores de las variables
3. Trabajo matemático
    - modelo matemático
    - expresión del modelo
4. Interpretación
    - Modelo matemático
5. Validación
    - Modelo matemático

Las caracterización de tareas matemáticas en las cinco clases, provienen principalmente de la unidad didáctica y se han complementado con otras tareas que provienen de un estudio previo propio (Solar, 2006).

- Clase 1: identificar variables, identificar y construir sistemas de referencia
- Clase 2: traducir de una expresión verbal a una gráfica, interpretar gráficas
- Clase 3: identificar variables, interpretar gráficas, construir una gráficas a partir de una situación pictórica
- Clase 4: identificar variables, estudiar la dependencia de variables, construir una gráfica a partir de una situación pictórica

- Clase 5: identificar variables, estudiar la dependencia de variables, traducir entre representaciones

Ya enunciados todos los elementos, en la Figura 2 se concreta la competencia de modelización. En esta se visualizan las relaciones entre procesos, tareas, fases de modelización y niveles de complejidad. Los procesos están inscritos en celdas circulares y las tareas en cursiva. Se puede apreciar que algunas tareas pueden desarrollarse en cualquier nivel. Los procesos se han clasificado en tres grupos. Un grupo puede ser de reproducción o conexión, dependiendo de la tarea con que se asocie. Otro grupo puede ser de conexión o reflexión. Solamente el proceso de reflexionar sobre la modelización se asocia directamente a un nivel de complejidad de reflexión. Finalmente, la relación con las cinco fases de modelización se visualiza en la figura cilíndrica; en la parte inferior se espera un predominio de modelos reales o ligados al contexto (*modelos de)* en el proceso de modelización. En cambio, en la parte superior más ennegrecida, se espera que predominen modelos matemáticos abstractos *(modelos para*), desligados de un contexto en el proceso de modelización.

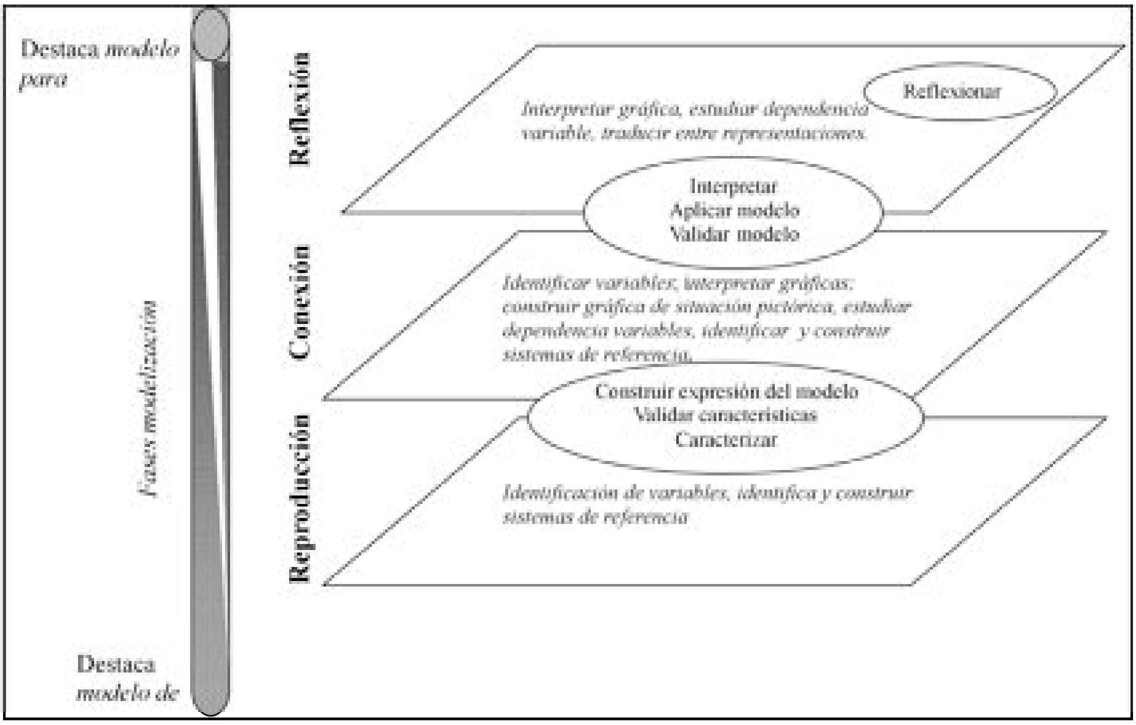


Figura 2. Competencia de modelización

Veamos cómo actúa la competencia de modelización en un episodio de aula. A través de la caracterización de los procesos, tareas y fases de modelización se podrá caracterizar el nivel de complejidad en que se está trabajando.

Descripción de la actividad

La actividad consiste en un juego de parejas, en que cada participante sitúe dos tesoros en el tablero 6x6 de su ficha, y que no puede ser visto por su compañero. Luego, por turnos, se debe adivinar la ubicación en que el otro jugador situó el tesoro. Es un intento por turno y gana el primer jugador que encuentra los dos tesoros (Figura 3)

Encuentra los Tesoros

Instrucciones: Jugadores: 2

- Ubicar dos tesoros en el sector cuadriculado de juego, **sin que los vea tu compañero(a).**
- Los tesoros **no** pueden estar ubicados en dos cuadrados contiguos.
- Trata de adivinar la ubicación en que el otro jugador ubicó los tesoros.
- Por turnos, para cada intento, el jugador a quien le están adivinando debe indicar si es que ha sido descubierto o no alguno de sus tesoros.
- Es solamente un intento por turno.
- Gana aquel jugador que encuentra todos los tesoros de su pareja.

Figura 3. Actividad matemática

Valentina ha elaborado una cartulina con un tablero de tamaño grande de 6x6 semejante al que aparece en la ficha, lo fija en la pizarra para que los estudiantes se apoyen en él para explicar sus formas de jugar. En la descripción Valentina induce a que señalen cómo describen los tesoros. Cuando ellos terminan Valentina propone criterios para caracterizar un sistema de referencia y presenta un sistema de coordenadas con números. El episodio desarrolla estos criterios.

Episodio

Se produce la intervención de Ignacio que sugiere establecer una regla como criterio, y con aprobación de Valentina, Ignacio describe la regla para definir un sistema con números, (que vendría a ser un sistema cartesiano). Valentina propone a Carolina que valide este sistema, pero a continuación surge una nueva intervención de Oscar que pregunta si los números romanos son infinitos; la interrogante incentiva una nueva discusión ya que el sistema numérico romano cumple con las propiedades que hasta ahora se habían identificado en la clase: origen, y poder escribir cualquier número. Luego Valentina reflexiona un instante y negocia con los estudiantes el hecho de que los números romanos tienen el inconveniente que en números grandes se usa una extensión larga de letras, en cambio el sistema decimal, al ser posicional, utiliza una menor cantidad de símbolos. Esta comparación permite justificar la predominancia de un sistema de coordenadas con decimales en comparación con otros sistemas.

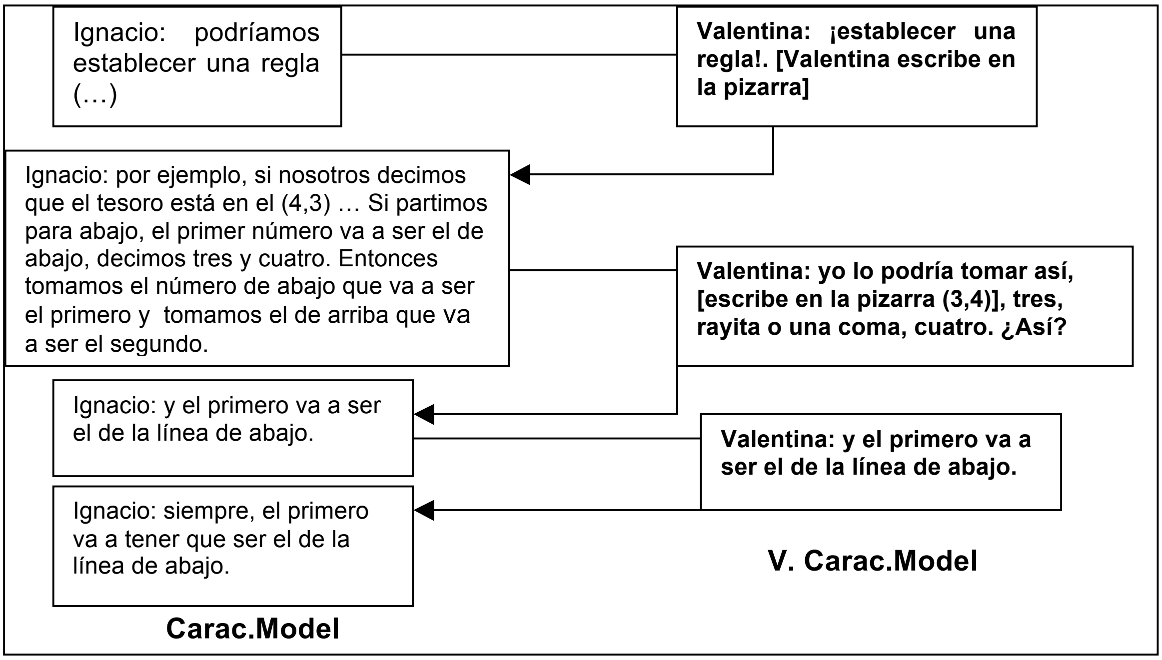
A continuación se determinan los procesos, las tareas y fases de modelización del episodio.

Procesos: se ha dividido el episodio en dos subepisodios para diferenciar la secuencia de procesos que emergen.

Subepisodio 1.1

395 Valentina: dejen que el Ignacio va a hablar.
396 Ignacio: podríamos establecer una regla, así por ejemplo.
397 Valentina: a ver escuchen esto que está diciendo su compañero es súper importante, ya vamos a usar los números; y, si usamos los números que vamos hacer.
398 Ignacio: establecer una regla.
399 Valentina: ¡establecer una regla!. [Valentina escribe en la pizarra]
400 Ignacio: por ejemplo, si nosotros decimos que el tesoro está en el (4,3) (…) Si partimos para abajo, el primer número va a ser el de abajo, decimos tres y cuatro. Entones tomamos el número de abajo que va a ser el primero y tomamos el de arriba que va a ser el segundo.
401 Valentina: yo lo podría tomar así, [escribe en la pizarra (3,4)] tres, rayita o una coma, cuatro. ¿Así?
402 Ignacio: y el primero va a ser el de la línea de abajo.
403 Valentina: y el primero va a ser el de la línea de abajo.
404 Ignacio siempre, el primero va a tener que ser el de la línea de abajo.

El siguiente esquema muestra los procesos que se generan en el subepisodio.



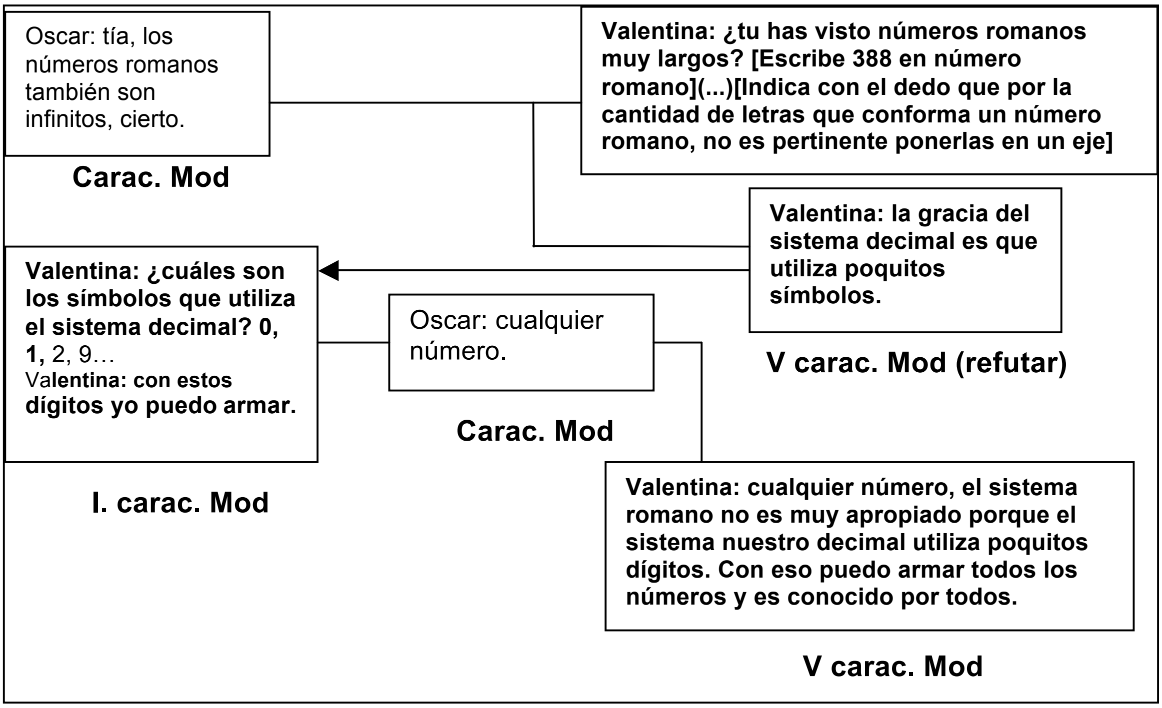
Se puede apreciar que en subepisodio 1.1 se desarrolla únicamente el proceso de características del modelo. En efecto, cuando Ignacio propone la regla, Valentina valida su intervención que también sirve para que Ignacio siga describiendo el sistema de referencia.

En el siguiente subepisodio se refuta el sistema de referencia romano que propone Oscar.

Subepisodio 1.2

407 Valentina: [escribe puntos de referencia] y, los puntos de referencia que establecimos aquí (…)
408 Oscar: tía, los números romanos también son infinitos, cierto.
409 Valentina; hee, No tienen [duda]. Se podrían escribir hasta el infinito, ¿pero tu has visto números romanos muy largos? [escribe un número extenso en notación de números romanos, 388]
500 Alumnos: 380.. 388, 389!

501 Valentina. si utilizamos un sistemas de referencia como lo ponemos [no se escucha bien, pero ella indica con el dedo que por la cantidad de letras que conforma un número romano, no es pertinente ponerlas en un eje]
Valentina: la gracia del sistema decimal es que utiliza poquitos símbolos.
502 alumnos: (…) [no es escucha bien]
503 Valentina: ¿cuáles son los símbolos que utiliza el sistema decimal, a ver que dígitos utiliza?.¿qué dígitos utiliza? el 0, el 1...9.
Alumnos; 0,1…9.
504 Valentina: con estos dígitos yo puedo armar.
505 Oscar: cualquier número.
506 Valentina: cualquier número, y acá en los números romanos después tengo que establecer otro símbolo que, vieron en séptimo [curso anterior], cuando voy a escribir los miles que escribo una rayita arriba, entonces en realidad, este sistema utiliza, el sistema decimal, perdón el romano para nosotros no es muy apropiado porque el sistema nuestro decimal utiliza poquitos dígitos. Con eso puedo armar todos los números y es conocido por todos.



En el subepisodio 1.2 hay dos secuencias del proceso. En la primera, Valentina refuta las características del sistema romano comparando con el modelo numérico-decimal; como consecuencia en la segunda secuencia se induce a describir y a validar las características de un modelo numérico-decimal. En ambos casos es la profesora quien finaliza las secuencias. Ignacio en el diálogo tiene un rol más bien de acompañante.

Tareas matemáticas: A lo largo del episodio se desarrolla la tarea de "*identificar el sistema de referencia*". Efectivamente, en el subepisodio 1.1 se identifica y describe el sistema cartesiano como el modelo indicado para la actividad; y. en el subepisodio 1.2 el sistema cartesiano se contrasta con un sistema utilizando los números romanos y este último se refuta por tener limitaciones que el sistema cartesiano no tiene. Posterior a este episodio se construirá el sistema cartesiano que corresponde a la tarea matemática "*construir un sistema de referencia*".

Fases de modelización: Análisis del modelo; Análisis de las variables; Análisis del recorrido de la variable; Análisis de la expresión del modelo.

En el episodio estamos ante un modelo emergente de las gráficas cartesianas y se hace mención a cuatro focos. En el subepisodio 1.1 se analiza por primera vez en la actividad el modelo matemático, el sistema cartesiano, el cual ha emergido del contexto de la actividad y por tanto es un *modelo de*. En el subepisodio 1.2 se analiza la propuesta de un sistema numérico romano analizando las variables y sus valores. Esta expresión del modelo es refutada, pero permite la validez del las características del sistema cartesiano.

Nivel de complejidad: En la competencia de modelización, para determinar el nivel de complejidad se debe relacionar las tareas y los procesos. Los dos procesos (inscritos en una celda rectangular), y la tarea matemática (inscrita en un celda circular) determinan un nivel de conexión (Figura 4). En este episodio es el proceso de validar el que atribuye un nivel de conexión al desarrollo de la actividad, dado que da pie para que emerjan las características del modelo cartesiano. Si bien las fases de modelización tienen relación con los niveles de complejidad, en este episodio no es necesario vincularlo con los procesos y tareas para identificar el nivel de complejidad.

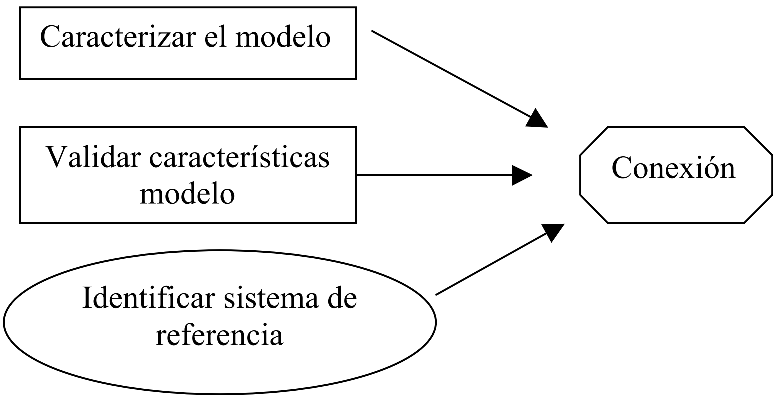


Figura 4. Nivel de complejidad del episodio

CONCLUSIONES

Tres componentes articulan la competencia de modelización; los *niveles de complejidad* identifican el nivel cognitivo de una *tarea matemática* según el *proceso*. Paralelamente el recorrido de las fases de modelización y el tipo de modelo - modelo de/modelo para- también son criterios de complejidad, pero en este artículo los utilizamos solamente como referencia.

El elemento central de la competencia son los procesos. Las tareas cambian a lo largo de la matemática escolar, en cambio los procesos se repiten y se desarrollan a largo plazo. Del mismo modo, la competencia de modelización se desarrolla a largo plazo en la actividad matemática escolar.

La competencia de modelización tiene varias funciones didácticas. En este artículo nos hemos enfocado en determinar el nivel de complejidad en un episodio de clase. No obstante, también se puede aplicar para determinar el nivel de complejidad en una actividad de aprendizaje o de evaluación antes de ser aplicada. Además, permite caracterizar el rol del profesor según los procesos que se secuencian. Estos aspectos se discuten en el informe extenso del estudio.

Agradecimientos: Este trabajo se ha desarrollado en el marco del grupo de investigación PREMAT, (Resolució de Problemes i Educació Matemàtica, y ha sido financiado parcialmente con el Proyecto de Investigación de la DGI del Ministerio de Educación y Ciencia con referencia EDU2008-05254

BIBLIOGRAFÍA

Blum, W., Galbraith, P. L.,. Henn, H.-W., y Niss, M. (2007*), Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

de Lange, J. (1995). Assessment: No change without problems. En T. A. Romberg (Ed.), *Reform in school mathematics and authentic assessment* (pp. 87–172). New York: SUNY Press.

DOGC. (2007). 4915 *Decret 142/2007 de 26 de juny*, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària.

Kaiser, G. (2007) Modelling and modelling competencies in school. En C. Haines, P.Galbraith, W. Blum, y S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA12) Education, Engineering and creo que es "modeling"Economics (*pp.*110-119).* Chichester: Horwood.

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155–177.

Greer, B., y Verschaffel, L. (2007). Modelling competencies – overview. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, y M. Niss (Eds.*), Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp 119–124). New York: Springer.

Henning, H., y Keune, G. (2007). Levels of modeling competence. En W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, y M. Niss (Eds.*), Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp. 225–232). New York: Springer.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142.

Ministry of Education. (2005). The Ontario Curriculum in Secondary Mathematics. Descargado el 23 de Marzo de 2006, desde: http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/math.html

National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Niss, M. (1999). Competencies and Subject Description. *Uddanneise,* 9, 21-29.

OCDE. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003 Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Madrid: OCDE.

Solar, H. (2006). *La interpretación de gráficas y tablas en marcos y materiales curriculares a través de un análisis de texto.* Tesis de master. Barcelona: UAB

Rico, L., Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva Curricular*. Madrid: Alianza:

Strauss, A., Corbin, J. (1990). *Basic of Qualitative Research: Grounded Theory, procedures and techniques*. Londres: Sage Publications.