

CREACIÓN DE UN MODELO DE VALORACIÓN DE TEXTOS MATEMÁTICOS. APLICACIONES

M^a Consuelo Monterrubio, Universidad de Salamanca

Tomás Ortega, Universidad de Valladolid

RESUMEN

Se presenta una investigación en la que se ha concebido y se ha creado un Modelo Exhaustivo de Análisis y Valoración de Textos Escolares de Matemáticas. Este instrumento puede ser aplicado por el profesorado de los Centros Educativos de Enseñanza Secundaria para elegir el texto que mejor se adapte a sus necesidades educativas. Asimismo, se describen los usos del modelo construido.

Palabras clave: *modelo, valoración, textos, matemáticas, educativo, aplicación.*

Monterrubio, M.C., Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM.

INTRODUCCIÓN

El libro de texto es un recurso habitual en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, hasta el punto de que, en muchas ocasiones, es el propio manual el que determina el currículo real. Por este motivo, consideramos que es importante hacer una elección cuidadosa del libro de texto que se va a utilizar en el aula para disponer de un manual que cumpla la función de colaborador, tanto en la planificación de la enseñanza como en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Pero, la elección del manual escolar no es una tarea sencilla, como han puesto de manifiesto varios autores (Del Carmen, 1994; García, 1995; Monterrubio, 2000), ya que hay que atender a muchas variables. Este hecho nos llevó a buscar un instrumento de evaluación de textos escolares del área de Matemáticas, cuya utilización permitiera realizar un análisis sistemático de los manuales y, tras este estudio, elegir un texto adecuado para desarrollar la práctica educativa en un contexto determinado. Aunque pueda parecer curioso y, de hecho, Martínez Bonafé (2002, 36) llega a hablar de una paradoja, ocurre que, a pesar de que nadie duda de la importancia del libro de texto como recurso habitual en la docencia, sin embargo, son pocos los estudios realizados sobre los manuales escolares. Así, tras analizar la literatura existente al respecto, pudimos observar la existencia de instrumentos de análisis de textos escolares de carácter general, es decir, sin hacer referencia a un área específica y, entonces, nos propusimos crear un modelo de valoración de textos escolares de Matemáticas que permita elegir el texto que mejor se adapte a las necesidades pedagógicas del alumnado al que se va a destinar.

CONCEPTUALIZACIÓN DEL LIBRO DE TEXTO

Para precisar la terminología que se va a utilizar, comenzaremos enunciando una conceptualización del libro de texto que nos permitirá identificar el objeto de estudio. De acuerdo con Escudero (1983a), el libro de texto está constituido por tres dimensiones: semántica (su contenido), estructural-sintáctica (su forma de organización y sistema de símbolos), y pragmática (uso, propósitos, etc.). Este hecho supone una dificultad añadida para la evaluación de un texto escolar, ya que su análisis no puede hacerse de forma aislada sino que, como también señalan Gimeno Sacristán (1988) y Santos (1991), depende del uso que se pretende hacer de dicho material en el aula y del modelo de enseñanza y aprendizaje que se pretende desarrollar.

Rodríguez Diéguez (1983, 259), se muestra de acuerdo con Richaudeau, que considera el libro de texto como “*un material impreso, estructurado, destinado a ser utilizado en un proceso de aprendizaje y de formación concertada*”.

Stray (citado por Borre, 1996 y Love y Pimm, 1996) considera que los libros de texto están diseñados específicamente para ser utilizados en los procesos de enseñanza y aprendizaje y los distingue de los libros escolares, que son manuales utilizados también en la práctica educativa, pero que no han sido diseñados para ello. Refiriéndose de forma específica al área de Matemáticas, Dormolen (1986) distingue tres tipos de libros de texto: aquellos que constan sólo de ejercicios y problemas; los que se componen de teoría por un lado y problemas y ejercicios por otro; y los que constituyen una mezcla en la que se presenta la teoría y los ejercicios y problemas mezclados. Este autor considera este último tipo de libro como un profesor en sí mismo e, incluso, plantea que el autor de este tipo de manuales escolares pretende escribir un libro “a prueba de profesores”. Esta forma de considerar los materiales hace referencia a un tipo de manual

que se construye con el fin de que el profesor lo siga fielmente, pensando que de esta forma se garantiza la calidad de la práctica educativa. Pero este aspecto lleva a Torres Santomé (1994, 177) a hablar de “descualificación profesional” al considerar que con este tipo de libros de texto se transmite la idea de que cualquier persona está capacitada para la actividad docente de cualquier área. Sin embargo, los llamados “materiales a prueba de profesores” no funcionaron como se esperaba, ya que, como indica Gimeno Sacristán (1989, 15), *“los profesores no son pasivos consumidores o trasladadores a la práctica de ideas, materiales, sugerencias prácticas o lo que fuere”*. Martínez Bonafé (1991) contrasta dos aspectos importantes de los materiales curriculares: por un lado presta atención a los denominados “materiales a prueba de profesores” considerados como un material cerrado cuya utilización evita al profesor tener que pensar y planificar la docencia y, por otro, considera los materiales como *“instrumentos de formación profesional en la medida que sitúen al profesor de un modo activo ante dilemas prácticos y le obliguen a tomar decisiones reflexionadas que deberá contrastar con las de otros colegas”*. (pág. 64). Como se explicará posteriormente, esta consideración se refleja en el modelo de valoración creado, presentando algunas orientaciones de análisis con el fin de ayudar al profesorado a reflexionar y animarlo para que enfoque el análisis desde distintos puntos de vista, lo que, sin duda, contribuye a un enriquecimiento profesional.

En este trabajo, se considera como libro de texto, aquel que corresponde a un curso y a una materia concreta, en este caso, las Matemáticas.

La presencia del libro de texto en el aula va siempre unida a la labor profesional del profesorado, como se pone de manifiesto en las conclusiones del III Encuentro Nacional sobre el Libro Escolar y el Documento Didáctico, presentadas por el Grupo Alborán (1991,7), donde se señala que *“un libro, por bueno que sea, será un instrumento ineficaz en el aula, si no se cuenta con la labor del profesor, factor imprescindible de la acción educativa”*. En el informe Cockcroft (1985, 113) se destaca la importancia del uso del libro de texto como *“ayuda inestimable”* para el profesor en el trabajo diario del aula. Además, señala que no es fácil aprender Matemáticas con un libro y la capacidad de hacerlo puede exigir mucho tiempo. En la misma línea se pronuncia Contreras Domingo (1991,97) cuando señala la relevancia de la presencia del profesor como *“figura fundamental en el desarrollo de la estrategia de enseñanza”*. Love y Pimm (1996) consideran que aunque los textos escolares van dirigidos a los alumnos, no se pretende que éstos trabajen solos con los textos, sino contando con la intervención del profesor. Dormolen (1986) llega a plantearse la posibilidad de que exista un texto que permita el trabajo autónomo por parte del alumno para concluir que esta forma de trabajo puede empobrecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, al perderse la interacción entre los estudiantes, y hace más difícil que se consiga un nivel más profundo de comprensión.

ANTECEDENTES

En este apartado, se prestará atención a las investigaciones precedentes sobre los libros de texto desde distintas perspectivas. En primer lugar, consideramos algunos trabajos que señalan determinados aspectos que deben aparecer en un libro de texto para garantizar su calidad y que, por tanto, pensamos que es preciso analizar su presencia en los manuales. Después, prestamos atención a la forma en que algunos autores proponen que se realice el análisis de los libros de texto, distinguiendo entre las propuestas de análisis de carácter general, es decir, válidas para aplicar a los manuales de cualquier

área, y los modelos de valoración diseñados específicamente para el análisis de libros de texto de Matemáticas.

1. Aquí contemplamos las características generales que deben tener los textos según algunos autores (Fernández, 1989, Marchesi y Martín, 1991; Del Carmen, 1994; Otte, 1986; NCTM, 1991). En este apartado, también se pueden distinguir los trabajos que tratan de los textos con carácter general y los que se refieren al área de Matemáticas. Todos ellos coinciden en señalar la importancia de fomentar la participación activa del alumno, dejando espacios para la reflexión; es decir, que el texto no debe ser un instrumento cerrado que explicita todo. Asimismo, destacan la importancia de que los textos: contemplen distintos tipos de contenidos, permitan diferentes ritmos de aprendizaje, propongan el estudio de las áreas estableciendo relaciones entre ellas y también entre las distintas partes que componen una asignatura y, finalmente, que presten atención a la evaluación. También se presenta una coincidencia importante al resaltar la importancia de que los textos escolares presenten posibilidades de adaptación a diferentes contextos por parte del profesorado.

2. Son varios los autores que presentan instrumentos de análisis válidos para aplicar a los libros de texto de todas las áreas (Del Carmen, 1994; Bernad, 1976; Santos, 1991; Martínez Bonafé, 1992; Gimeno Sacristán, 1988; García, 1995; Parcerisa, 1996; Prendes, 1998). Se puede observar que todos estos modelos de valoración tienen orientaciones diferentes y proponen prestar atención a distintos aspectos. Algunos se fijan más en aspectos de carácter muy general, cuyo análisis puede realizarse desde diferentes puntos de vista, mientras que otros proponen llevar a cabo un análisis bastante detallado. La metodología de aplicación de los modelos también es diferente. Mientras que algunos autores se basan sólo en un análisis de carácter cualitativo, como es el caso de Martínez Bonafé, otros, como García o Parcerisa, proponen un análisis, inicialmente cualitativo, pero que, posteriormente, puede traducirse cuantitativamente para facilitar la obtención de una valoración final numérica para cada uno de los libros de texto analizados.

3. Respecto a los trabajos sobre la evaluación de los manuales escolares de Matemáticas es preciso distinguir diferentes tipos de trabajos:

- Los que realizan análisis de libros de texto con diferentes orientaciones, como los trabajos realizados con el enfoque semiótico-antropológico (Godino, 1999), entre los que destacan los trabajos de Contreras, Font, Luque y Ordóñez (2002), y Contreras y Ordóñez (2003). También podemos considerar en este apartado el estudio de Sierra, González y López (1999) sobre la evolución histórica del tratamiento del concepto del límite funcional en los libros de texto.
- Entre los análisis curriculares, que se realizan en determinados trabajos de investigación sobre conceptos matemáticos, a través de los textos escolares, podemos destacar el estudio de García y Llinares (1995) de las distintas propuestas que figuran en los manuales escolares para trabajar un tópico concreto: el concepto de función. Cubillo (1998), Blázquez (2000) e Ibañes (2001), entre otros, también realizan estudios con este enfoque sobre los tópicos de fracciones, límite y demostración, respectivamente, y González (2002), que hace un estudio del concepto de punto crítico en textos históricos, prestando especial atención a los sistemas simbólicos de representación. Sin embargo, estos autores no realizan un análisis sistemático y general de estos manuales, ya que, no es su objetivo, como tampoco lo es la construcción de un modelo de valoración de textos.

- Rico (1997) realiza un trabajo sobre los organizadores del currículo de Matemáticas, considerando el libro de texto como elemento que, tradicionalmente, ha estructurado las unidades didácticas. En realidad, no presenta un modelo de valoración de textos escolares sino una serie de consideraciones que, en el estudio que se está realizando, sugieren, por un lado, las características que deben tener los elementos que consideramos como organizadores del modelo de valoración que se desea crear y, por otro, algunos indicadores de análisis, de carácter específico para el área de Matemáticas, cuya aplicación en el análisis de los libros de texto puede resultar de interés.
- Los trabajos realizados con el fin de obtener un instrumento de análisis y valoración de textos escolares de Matemáticas. Algunos autores (Bodí y Valls, 2002; Haro y Torregrosa, 2002; Martín, 2002) se basan en el estudio de Rico (1997) sobre “*los organizadores del currículo de matemáticas*” para construir modelos de valoración que, fundamentalmente, prestan atención a la forma en que se presentan y desarrollan los contenidos.
- Ortega (1996) presenta un modelo de valoración de textos escolares de Matemáticas estructurado mediante diez organizadores: Entorno; Sobre la Teoría; Ilustraciones; Enfatización; Ejercicios, cuestiones y problemas; Motivación; Metodología; Actividades; Nuevas Tecnologías y Otras. Este autor se propone que el profesorado pueda realizar una valoración objetiva del libro de texto utilizando este instrumento de evaluación y, para ello, propone la siguiente metodología: En cada uno de los organizadores se presenta una serie de interrogantes que deben ser puntuados en una escala, ponderada por unos pesos que tratan de reflejar la importancia de la cuestión planteada. La serie de cuestiones planteadas en cada organizador se puede analizar a lo largo de todo el texto, o bien, para un tópico concreto. A continuación, se tratarán de cuantificar los resultados de este análisis siguiendo el procedimiento siguiente: cada cuestión se puntúa con números enteros del intervalo [-5, 10] y se le asignan pesos con números enteros del intervalo [1, 5]. El autor también considera que estos intervalos pueden ser otros. Se introducen pesos para destacar la importancia curricular de unos indicadores frente a otros. La puntuación de cada apartado es el resultado del producto de estos dos números. Las puntuaciones de los distintos indicadores y los pesos vendrán dados en función de lo que los analistas consideren más adecuado.

ANÁLISIS DE LOS ANTECEDENTES: INTEGRACIÓN DE LOS MARCOS TEÓRICO Y METODOLÓGICO

El instrumento de evaluación que tratamos de construir se compone de una serie de indicadores de análisis, cuya aplicación a los libros de texto de Matemáticas dará información sobre la idoneidad de dicho manual para el contexto determinado en el que se va a utilizar. Estos indicadores se agrupan según su grado de afinidad, para facilitar la labor al usuario del modelo, en los denominados organizadores, siguiendo la denominación de Rico (1997), quien considera que, para que un elemento pueda ser considerado organizador, debe poder analizarse de forma objetiva. Dentro de cada organizador, los indicadores de análisis son denominados Categorías y, el análisis de algunas de ellas se concreta mediante otros indicadores más específicos que denominamos subcategorías.

En un principio, para obtener todos estos indicadores de análisis, se hace un estudio minucioso de todos los trabajos considerados en el apartado de antecedentes, llevando a cabo un *análisis del contenido* de dichos documentos. Siguiendo a Bardin (1986), nuestro objetivo es realizar una búsqueda de unidades de información, que constituirán los indicadores de análisis. En la Figura 1 se presenta el esquema del proceso seguido:

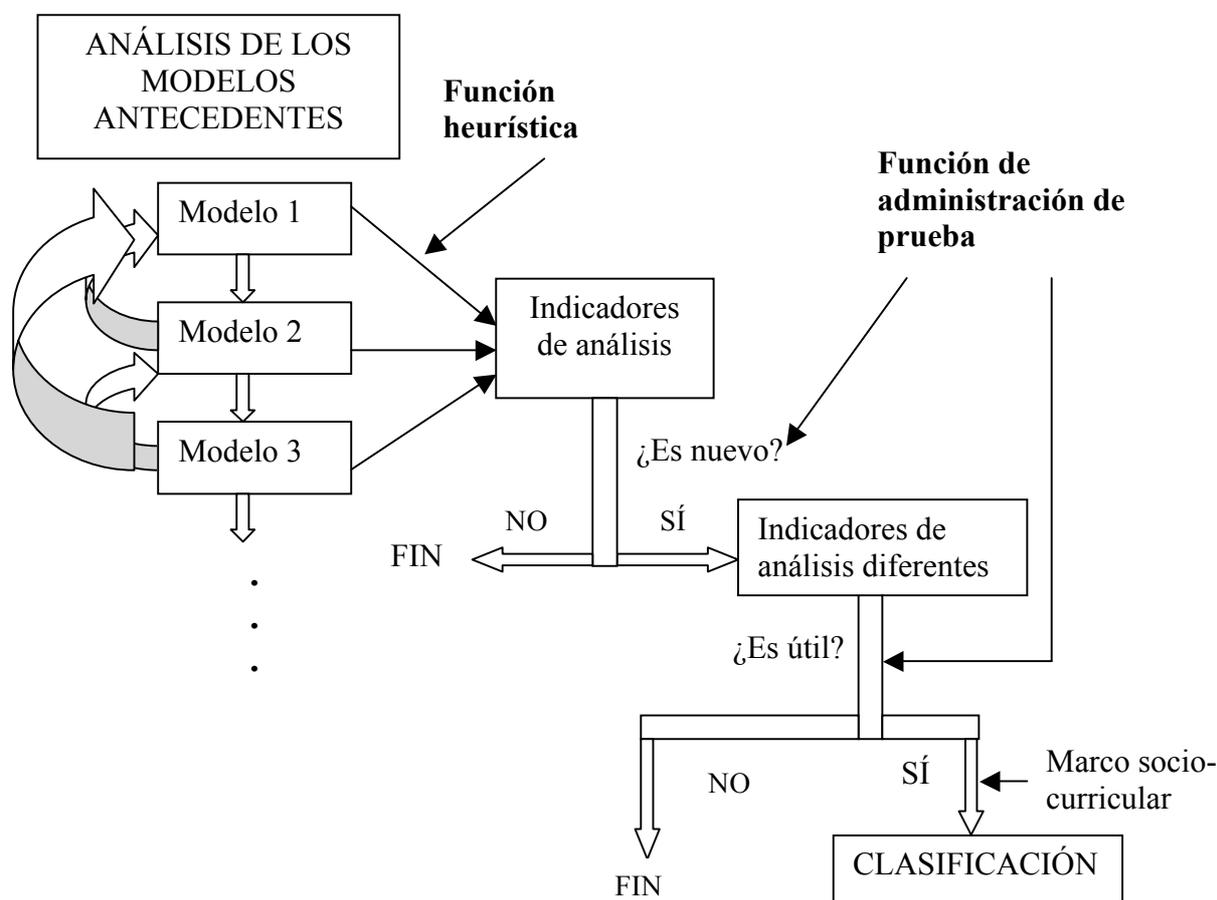


Figura 1. Esquema del proceso seguido

Se comienza el análisis de los modelos antecedentes buscando las unidades de información. Este primer paso tiene una función heurística y su propósito es buscar los elementos que, según los autores de los modelos analizados, deben ser tenidos en cuenta para realizar la evaluación de un texto escolar. La búsqueda de estas unidades de información que constituyen los posibles indicadores de análisis no es un proceso de carácter lineal. Al analizar el primero de los modelos considerados, se obtiene una serie de unidades de información. Posteriormente, se analiza el siguiente modelo y se observa la existencia de una serie de unidades de información que ya habían sido contempladas anteriormente, y también de unidades de información aparentemente nuevas, que nos hacen dudar acerca de la posibilidad de que ya estuvieran contempladas anteriormente, aunque pudieran estar enunciadas de forma implícita. Por este motivo, se vuelve a revisar el modelo anterior. Este proceso se repite con el análisis de cada modelo que se incorpore al análisis, lo que nos lleva a revisar de nuevo los modelos anteriores. Además, la propia práctica en el análisis de los distintos modelos de valoración

considerados hace que la búsqueda resulte cada vez más fructífera y se localicen indicadores de análisis que, en un principio, pudieron haber pasado desapercibidos. Una vez conseguidos los indicadores de análisis y, siguiendo de nuevo a Bardin, se realiza el análisis de contenido con una función de *administración de prueba* que, en este caso, se lleva a cabo en dos ocasiones: Por un lado, al ir realizando las revisiones sucesivas de los modelos antecedentes y considerando si se trata de nuevos indicadores de análisis y, por otro, al valorar la utilidad del indicador, lo que se pone de manifiesto al aplicar el modelo y valorar su funcionamiento en la práctica. Una vez seleccionados los indicadores de análisis, se procede a clasificarlos en los distintos organizadores considerados, atendiendo a una perspectiva de estudio socio-curricular, en la que se hace un estudio de los materiales en relación con el currículo, es decir, con “*el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación*”, como señala la LOE en el artículo 6, y también, prestando atención a la relación que se establece entre los alumnos y los textos. Así, todo este estudio se sitúa en el paradigma teórico-contextual, propuesto por Escudero (1983b), quien señala la importancia de establecer la relación de los materiales con el currículo y el contexto. De esta forma, de acuerdo con el objetivo propuesto en este estudio, el instrumento construido permite valorar si el texto es adecuado para un contexto determinado.

ANÁLISIS DE LOS CUESTIONARIOS Y DE LA ENTREVISTA. APORTACIONES

Después de realizar todo el proceso anterior, mediante el cual se obtienen los indicadores de análisis que proceden de los modelos considerados como antecedentes, se procede a analizar varios libros de texto de Matemáticas con el fin de añadir los indicadores de análisis, que sean necesarios para garantizar que todo elemento presente en un texto escolar es susceptible de ser analizado si se utiliza nuestro modelo de valoración. Además, en el análisis de todos los datos considerados interviene una componente creativa que surge de la propia experiencia de trabajo con alumnos y textos escolares, y también de la cultura adquirida a lo largo de la investigación. Como consideramos muy importante que el modelo obtenido sea útil para el profesorado, decidimos conocer la valoración de algunos profesores en activo. Así, se les presentó el modelo construido y se pidió que valoraran la puesta en práctica de dicho modelo. Además, se les propuso que añadieran los indicadores que consideraran que no habían sido contemplados. El análisis de esta documentación permitió observar que no propusieron ningún indicador de análisis nuevo y que consideraban que el modelo es útil para el objetivo propuesto, pero que se requiere mucho tiempo para su utilización, lo que podía poner en duda que se llevara a la práctica cuando se trata de analizar varios textos. Por otra parte, se encontraron interpretaciones diferentes para algunos de los indicadores de análisis. A la vista de estos resultados se decidió entrevistar a dos profesoras en activo, que habían realizado el cuestionario, para tratar de analizar en mayor profundidad las reflexiones obtenidas del análisis de los cuestionarios. Dicho análisis se utilizó para preparar la entrevista, que se realizó conjuntamente. Una vez que se analizaron los cuestionarios y la entrevista, se concluyó que el modelo creado podía considerarse ya definitivo y, dado su carácter, se denomina Modelo Exhaustivo de Análisis y Valoración de Textos Escolares de Matemáticas (Modelo Exhaustivo). Por otra parte, también se tuvieron en cuenta las manifestaciones escritas y verbales sobre el tiempo necesario para implementar el Modelo Exhaustivo y se decidió construir un modelo de evaluación con el que se pudieran valorar textos escolares de Matemáticas más rápidamente. Así, se creó el denominado Modelo Reducido de análisis y valoración de textos escolares de Matemáticas. Este modelo es particularmente interesante cuando

es preciso analizar varios manuales escolares para elegir uno de ellos como libro de texto.

Por otra parte, en el modelo exhaustivo se observa que hay varios indicadores, que han sido tratados de forma transversal, y figuran en distintos organizadores. Para realizar el análisis de estos aspectos considerados de forma transversal, se construye un modelo de valoración, denominado Modelo Transversal, que agrupa estos elementos en un conjunto de organizadores. Por ejemplo, es el caso de la Educación en la Atención a la Diversidad, cuyo tratamiento se analiza en los contenidos, en las actividades y como metodología.

La observación de las distintas interpretaciones que se hacían de algunos indicadores y la sugerencia de las profesoras entrevistadas, sobre la posibilidad de presentar algún ejemplo de lo que se pretende con cada indicador de análisis, puso de manifiesto la importancia de otro de los elementos que forman parte de este trabajo: un diccionario de términos de análisis que pretende ayudar al usuario para que enfoque el análisis de los textos desde distintas perspectivas. Además de facilitar la puesta en práctica del modelo de análisis, al permitir al usuario tener una visión más amplia de los distintos aspectos considerados, es preciso destacar la importancia de este diccionario si se decide utilizar el instrumento de evaluación como guía para la construcción de materiales curriculares. A continuación se presentan el modelo exhaustivo y algunos ejemplos para ayudar a la interpretación de los indicadores de análisis:

El modelo de análisis exhaustivo

El modelo se compone de los siguientes indicadores de análisis agrupados en los organizadores que se presentan:

OBJETIVOS: Presentación, Presencia, Adecuación al nivel.

CONTENIDOS: Presentación, Presencia, Selección, Secuenciación, Organización, Adecuación de los contenidos a los objetivos y al nivel educativo, Procedimientos teóricos, Fundamentación, Claridad de la exposición, Teoría demostrada, Rigor, Actualidad, Ejemplos, Razonamiento Matemático, Temas transversales, Educación en la atención a la diversidad, Resolución de problemas como contenido.

CONEXIONES: dentro de las Matemáticas, con la Historia de las Matemáticas, con otras disciplinas y con la vida real.

ACTIVIDADES: Adecuación de las actividades a los objetivos, a los contenidos y al nivel educativo, Secuenciación de las actividades en orden de dificultad, Temporalización de la secuenciación de actividades, Actividades propuestas, Ejercicios propuestos, Ejercicios resueltos, Cuestiones propuestas, Uso de construcciones geométricas, Razonamiento Matemático, Temas transversales, Educación en la atención a la diversidad, Resolución de problemas como actividad.

METODOLOGÍA: Aspectos metodológicos, Justificación de la opción metodológica adoptada, Aspectos sociales-afectivos, Uso y construcción de materiales didácticos, Temporalización de los contenidos y sus actividades correspondientes, Metodología de la evaluación, Enseñanza personalizada, Estimular la creatividad, Educación en la atención a la diversidad como metodología, Resolución de problemas como metodología.

LENGUAJE: Uso del lenguaje habitual, Lenguaje motivador, Comunicación matemática, Uso del lenguaje simbólico específico, Lenguaje descriptivo, argumentativo, explicativo, imperativo e interrogativo, Lenguaje coherente con un tratamiento en temas transversales.

ILUSTRACIONES: Cantidad, Colores, Tipología, Finalidad, Calidad estética, Adecuación de las ilustraciones a los alumnos, a los objetivos, a los contenidos y al contexto y al modelo, Claridad, Ilustraciones motivadoras, Ilustraciones coherentes con un tratamiento en temas transversales.

MOTIVACIÓN: Motivación mediante el humor, el juego, las conexiones de las Matemáticas y a través de un marco de resolución de problemas; Ilustraciones y Lenguaje motivadores.

TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y DE LA COMUNICACIÓN: Propuesta de tareas con la calculadora, con el ordenador y a través de Internet; Adecuación de las tareas al nivel, a los objetivos y a los contenidos.

EVALUACIÓN: Evaluación en función de los objetivos de la programación, Momento, Objetivos, Contenidos evaluados, Instrumentos, Autoevaluación, Criterios, Evaluación de los aspectos sociales y afectivos.

ENFATIZACIÓN: Empleo de recursos gráficos, Apartado de Resumen, Síntesis, Afianzamiento de aprendizajes.

ASPECTOS FORMALES: Precio, Encuadernación, Formato y papel, Número de colores utilizados en el texto.

RECURSOS GENERALES: Otras fuentes, Material manipulativo, Material audiovisual.

ENTORNO: Flexibilidad, Destinatario, Adecuación, Informes externos.

Vocabulario de términos

Consiste en una interpretación, desde el punto de vista práctico, de lo que se pretende al aplicar cada indicador de análisis en la evaluación de un texto escolar y, también, como ya se ha señalado, tiene su utilidad si el objetivo es construir materiales curriculares. Las propuestas que se presentan tienen un carácter orientador y, en modo alguno, pretenden agotar todas las posibilidades de interpretación de los distintos indicadores de análisis, sino facilitar al profesorado el establecimiento de conexiones con su propio punto de vista, de forma que pueda desarrollar nuevas ideas susceptibles de ser aplicadas a la evaluación o utilizadas en la construcción de materiales propios. A continuación presentamos algunos ejemplos:

Propuesta de tareas con la calculadora

Es fácil encontrar posiciones contrarias respecto al uso de la calculadora en el aula. Cockcroft señala que las investigaciones realizadas a este respecto ponen de manifiesto que la utilización de la calculadora no tiene efectos negativos y que, a pesar de disponer de una calculadora, es necesario comprender las Matemáticas para poder decidir la operación que se debe realizar. Asimismo, el NCTM (1991) y Tall (1996) recomiendan el uso continuado de la calculadora y el ordenador. Es importante potenciar en los alumnos una actitud crítica cuando se trabaja con calculadora, de forma que los alumnos no se conformen con cualquier resultado que se obtenga. Además, es interesante proponer tareas que pongan de manifiesto la utilidad de la calculadora y que

ayuden a entender los procesos llevados a cabo. Por ejemplo, si utilizamos la calculadora para calcular:

Media geométrica

Es otra medida de posición que se denota por G y se define y calcula por la relación:

$$G = \sqrt[N]{x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_q^{n_q}}.$$

La manera más sencilla de calcular esta media es considerar $\log(G)$ y después hallar el antilogaritmo de este número.

$$\log(G) = \frac{1}{N} (n_1 \log(x_1) + n_2 \log(x_2) + \dots + n_q \log(x_q)),$$

$$G = \log^{-1} \left(\frac{1}{N} (n_1 \log(x_1) + n_2 \log(x_2) + \dots + n_q \log(x_q)) \right).$$

La secuencia de órdenes en la calculadora es ésta:

$$x_1 \log * n_1 = M \quad x_2 \log * n_2 = M + \dots \quad x_q \log * n_q = M + MR / N = \log^{-1}$$

Procedimientos Teóricos

Se observarán los procedimientos de la construcción de la teoría, que puede hacerse de formas muy distintas, lo que sin duda es un valor añadido. Por ejemplo, para calcular la recta tangente a una circunferencia por un punto T (p, q) de la misma, existen distintos procedimientos, entre los que se encuentran los siguientes:

1. Derivando:

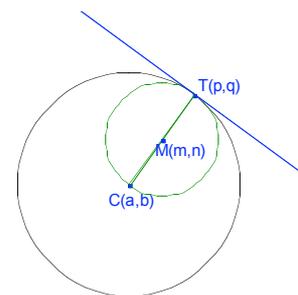
La pendiente de la recta $m = y'(p, q)$, $y - q = y'(p, q)(x - a)$.

2. Utilizando el eje radical.

La recta tangente es el **eje radical** de la circunferencia dada y de la circunferencia de diámetro el segmento que une el punto de tangencia y el centro de la circunferencia dada.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = (x-m)^2 + (y-n)^2 - R^2,$$

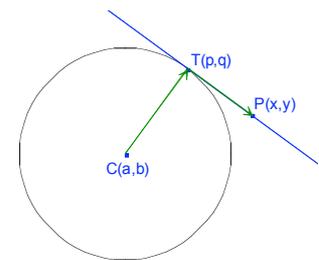
siendo (m, n) el punto medio de CT.



3. Utilizando el producto escalar.

El vector director de la recta tangente, TP, debe ser perpendicular al vector definido por el centro de la circunferencia y el punto de tangencia.

$$(p-a)(x-p) + (q-b)(y-q) = 0.$$



4. Utilizando la distancia de un punto a una recta.

La distancia del centro de la circunferencia a la recta tangente, $y-q=m(x-p)$, debe ser r .

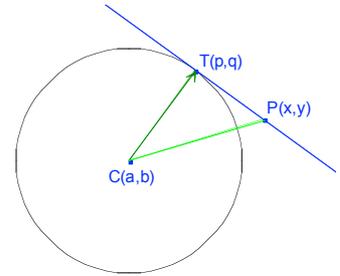
$$\frac{|b - q - m(a - p)|}{\sqrt{1 + m^2}} = r.$$

5. Utilizando el teorema de Pitágoras.

Siendo $P(x,y)$ un punto arbitrario de la recta, $T(p,q)$ el punto de tangencia y $C(a,b)$ el centro de la circunferencia, como el triángulo PTC tiene que ser rectángulo en T , se tiene que verificar la siguiente igualdad:

$$d(C,T)^2 + d(T,P)^2 = d(C,P)^2,$$

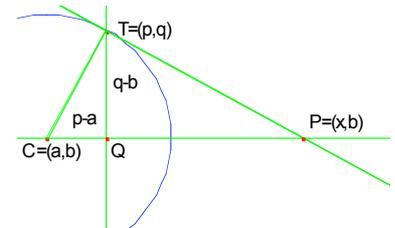
$$(p-a)^2 + (q-b)^2 + (x-p)^2 + (y-q)^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$$



6. Utilizando el teorema de la altura.

Se considera la recta auxiliar $y=b$ y se aplica el teorema de la altura al triángulo PTC , que exige que sea rectángulo en T . La siguiente proporción permite hallar x ...

$$\frac{p-a}{q-b} = \frac{q-b}{x-p}$$



Una vez que es conocido el punto P de la recta tangente, escribir su ecuación es trivial.

7. Utilizando el teorema del cateto.

Considerando la figura anterior:

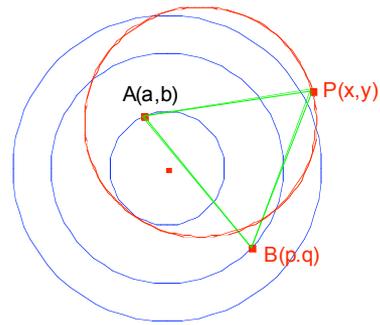
$$\frac{x-a}{r} = \frac{r}{p-a} \quad \frac{x-a}{d(T,P)} = \frac{d(T,P)}{x-p}$$

Propuesta de tareas con el ordenador

Cada vez está más extendido el uso del ordenador en el aula. Se puede proponer la utilización de programas específicos del área de Matemáticas, como Derive, Cabri o Geogebra. Las tareas propuestas pueden ser variadas. Por ejemplo, se pueden plantear actividades dirigidas, donde se explica cada paso que debe seguirse para su realización, o tareas de investigación, como la que se presenta a continuación, donde los alumnos pueden aprovechar el dinamismo que permite el programa Cabri para encontrar la solución a la tarea planteada:

Dadas tres circunferencias concéntricas y un punto A sobre una de ellas, situar un triángulo equilátero de manera que sus otros dos vértices estén sobre las otras dos circunferencias.

La solución pasa por construir un triángulo equilátero con vértice, B, en la segunda circunferencia y darse cuenta que si se mantiene fijo A en la primera circunferencia y se desplaza B sobre la segunda circunferencia, el lugar geométrico de las posiciones de P es otra circunferencia: $d(P,A)=d(A,B)=d(P,B)$. También se puede proponer la discusión sobre la existencia de soluciones.



APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE ANÁLISIS

Como ya se ha indicado, este trabajo se ha planteado con el objetivo de obtener un instrumento de análisis que pueda ser aplicado a los textos escolares antes de ser utilizados en el aula, precisamente con el fin de hacer un estudio detallado y cuidadoso que permita elegir el manual más adecuado para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, como señalan Fernández (1989) y Dormolen (1986), existe la posibilidad de realizar un análisis más profundo, durante el curso, teniendo en cuenta las interacciones que se producen entre los alumnos y de éstos con el profesor al utilizar el libro de texto.

Análisis individuales

Existen varias posibilidades para que el profesorado ponga en práctica los modelos de análisis de textos diseñados de forma individual, como se puede observar en la Figura 2. Cualesquiera que sean los instrumentos de evaluación creados puede aplicarse en su totalidad para analizar un texto escolar, pero no es necesario, pudiendo prestar atención sólo a algún organizador en particular. Asimismo, es posible evaluar el manual escolar completo o analizar alguna unidad didáctica concreta o algún tópico en particular. El Modelo Exhaustivo, aplicado completo, permite analizar un texto en profundidad y, por otra parte, puede ser un instrumento útil como guía para la elaboración de materiales curriculares.

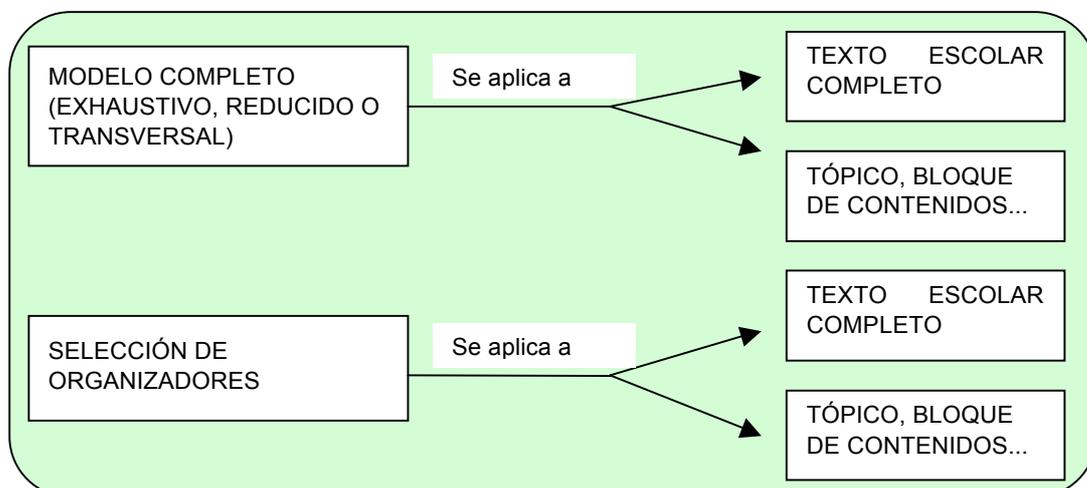


Figura 2. Modalidades de aplicación de los modelos de valoración

Para realizar la valoración de un manual escolar se utiliza el procedimiento siguiente, análogo al propuesto por Ortega:

Para cada indicador de análisis se lleva a cabo un estudio, que puede ser cualitativo o cuantitativo, y se otorga una puntuación numérica, que indica la valoración que el usuario del modelo hace de la forma en que el texto trata ese indicador de análisis. Además, se considera una escala numérica para asignar pesos, que pondrán de manifiesto la importancia que el analista concede a cada indicador de análisis. Al hacer el producto de estos dos números, se obtiene la puntuación del indicador de análisis correspondiente. La valoración de cada organizador se obtiene sumando las puntuaciones de todos los indicadores que constituyen dicho organizador. La calificación final del texto se obtiene como resultado de la suma de las puntuaciones de los organizadores. Si el instrumento de evaluación va a utilizarse en un Departamento Didáctico es preciso fijar los mismos intervalos de valoración y los mismos pesos para todos. El consenso se consigue al hacer la suma de todas las valoraciones realizadas por los miembros del Departamento, o bien la media aritmética de dichas valoraciones, ya que intervienen las puntuaciones de todos.

Si el modelo de análisis se aplica al texto completo, es posible concluir que el manual que consigue la mayor puntuación es el más adecuado para ser utilizado como libro de texto en ese contexto.

Además, si se hace un análisis por tópicos o bloques de contenidos y, para algún tópico concreto, algún texto obtiene mayor puntuación que el que finalmente resulta elegido, dicho manual puede ser utilizado para trabajar este contenido concreto.

Análisis conjuntos

Otra posible aplicación de los modelos consiste en realizar un trabajo en el que el profesor no hace el análisis en solitario, sino que tiene en cuenta las aportaciones de los alumnos. Así, el profesor, a través de los alumnos, analiza algunos aspectos concretos, por ejemplo, el uso del lenguaje, contemplando su tratamiento en el libro de texto. Es el caso de los estudios que se pueden llevar a cabo a lo largo del curso, mientras se está utilizando el texto en el aula, y se puede observar, de forma experimental, cómo funciona el texto con un grupo concreto de alumnos. Con esta modalidad de análisis se pretende que el profesor no realice el análisis basándose sólo en lo que, por su propia experiencia, considera que puede funcionar bien en el aula, sino que se trata de analizar la opinión de los alumnos, valorando algunos aspectos de forma conjunta con ellos. En realidad, el modelo construido no propone una guía para realizar este tipo de análisis conjunto, pero sí presenta algunos indicadores de evaluación que invitan a llevar a cabo un análisis profundo de los manuales que se están utilizando en el aula. El trabajo conjunto de profesores y alumnos, evaluando un texto escolar, puede resultar muy fructífero, ayudar al profesor en posteriores análisis de libros de texto y, también, si decide construir sus propios materiales curriculares.

CONCLUSIONES

Partiendo de la consideración del libro de texto como elemento de uso habitual en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, se decide crear un instrumento de evaluación que permita analizar el manual escolar, con el fin de ayudar al profesorado a elegir el que mejor se adapte a las necesidades del contexto en el que va a ser utilizado.

Para ello, se tienen en cuenta las aportaciones de distintos autores, por un lado, relativas a los aspectos que debe contemplar un libro de texto y, por otro, respecto a la forma de analizar los manuales escolares, tanto de carácter general, es decir, válidos para cualquier área, como aquellos que han sido diseñados específicamente para valorar textos de Matemáticas. Del estudio de todos los documentos señalados se obtiene una serie de datos que constituyen los posibles indicadores de análisis, que al ser aplicados a un libro de texto permitirán valorar el tratamiento que hace el manual de los aspectos tratados. Además, se tiene en cuenta un conjunto de indicadores de análisis, fruto de la experiencia docente con manuales escolares y de la puesta en práctica de los sucesivos modelos de valoración construidos, que ha permitido detectar los aspectos que tenían un tratamiento deficitario en los modelos construidos, hasta llegar al modelo considerado como definitivo. Con todo ello se llega al Modelo Exhaustivo de Análisis y Valoración de Textos Escolares de Matemáticas. La aplicación de este modelo en su totalidad tiene la ventaja de permitir conocer el texto analizado en profundidad sin necesidad de hacer experimentaciones en el aula, ya que se realiza un análisis minucioso y detallado del mismo. Además, puede ser útil para elaborar materiales curriculares, ya que, si se diseñan teniendo en cuenta todos los aspectos incluidos en el modelo exhaustivo, se tratará de unos materiales muy completos para la práctica educativa. Con el fin de orientar al usuario del modelo y facilitar su utilización, también se presentan algunas de las posibles interpretaciones que pueden hacerse al aplicar los distintos indicadores de análisis. Aunque no se ha llegado a poner en práctica como elemento para el desarrollo profesional del profesorado, consideramos que el Modelo Exhaustivo, junto con la interpretación de los distintos indicadores de análisis, puede ser utilizado para tal fin al fomentar la reflexión sobre distintos aspectos del currículo.

Dado que la aplicación del Modelo Exhaustivo requiere mucho tiempo, se ha creado un Modelo Reducido, cuya puesta en práctica puede facilitar la labor de análisis de textos por parte del profesorado. Además, hay una serie de aspectos que son contemplados de forma transversal en el Modelo Exhaustivo y que, por sí mismos, constituyen el denominado Modelo Transversal, que permite el análisis de los textos cuando se desea prestar atención únicamente a los organizadores considerados en él.

Finalmente, se ha prestado atención a las diferentes formas de aplicar los modelos de valoración construidos. Se plantea la posibilidad de que el profesor realice, de forma individual, el análisis de los distintos indicadores considerados, que pueden ser los correspondientes sólo a algunos organizadores o bien, puede tratarse del modelo completo. En este tipo de análisis, de carácter individual, no se excluye la posibilidad de realizar trabajos cooperativos entre los distintos miembros de un Departamento. Este tipo de análisis se lleva a cabo con el fin de elegir un manual adecuado para el desarrollo de la docencia. Además, se puede analizar el texto durante su utilización, prestando atención a determinados aspectos y analizando la influencia que tiene en los alumnos el tratamiento que hace el texto de los elementos considerados.

BIBLIOGRAFÍA

- Bardin, L. (1986). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Bernad, J. A. (1976). *Valoración didáctica y educativa de los textos escolares. Primera etapa de EGB*. ICE de la Universidad de Zaragoza.
- Blázquez, S. (2000). *Noción de límite en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales*. Tesis doctoral dirigida por Ortega, T. Universidad de Valladolid.
- Bodí, S. D., Valls, J. (2002). Análisis del bloque curricular de números en los libros de texto de matemáticas. En *Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 301-312.
- Borre, E. (1996). *Libros de texto en el calidoscopio*. Barcelona: Pomares – Corredor.
- Carmen, L. del (1994). Guía para el análisis de materiales curriculares. *El Patio* N° 7, pp. 7-9.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las Matemáticas sí cuentan*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Contreras domingo, J. (1991). *Enseñanza, currículum y profesorado*. Madrid: Akal.
- Contreras, Á., Font, V., Luque, L., Ordóñez, L. (2002). Análisis semiótico de un manual en torno al concepto de límite. En Moreno, M. F., Gil, F., Socas, M., Godino, J. D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. V Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, pp. 217. Universidad de Almería. Almería.
- Contreras, Á., Ordóñez, L. (2003). El análisis de manuales en la enseñanza de la integral definida. En Castro, E., Flores, P., Rico, L., Vallecillos, A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, pp. 277-287. Universidad de Granada. Granada.
- Cubillo, C. (1998). *Un estudio sobre las potencialidades que genera en alumnos de Secundaria el modelo de gestión mental aplicado a las fracciones*. Tesis doctoral dirigida por Ortega, T. Universidad de Valladolid.
- Dormolen, J. (1986). Textual Análisis. En Christiansen, B., Howson, A. G., Otte, M. (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 141 – 171). Dordrecht : D. Reidel Publishing Company.
- Escudero, J. M. (1983a). La investigación sobre medios de enseñanza: revisión y perspectivas actuales. *Enseñanza* N° 1, pp. 87-119.
- Escudero, J. M. (1983b). Nuevas reflexiones en torno a los medios para la enseñanza. *Revista de Investigación Educativa* N° 1, pp. 19-44.
- Fernández, M. (1989). El libro de texto en el desarrollo del currículum. *Cuadernos de Pedagogía* 168, pp. 56–59.
- García, F. (1995). Guía para la evaluación de materiales curriculares impresos. *Aula* N° 40-41, pp. 77-80.
- García, M., Llinares, S. (1995). El concepto de función a través de los textos escolares: reflexión sobre una evolución. *Curriculum* N° 10,11, pp. 103–115.

- Gimeno Sacristán, J. (1988). *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.
- Gimeno Sacristán, J. (1989). Proyectos curriculares ¿Posibilidad al alcance de los profesores? *Cuadernos de Pedagogía* 172, pp. 14-18.
- Godino, J. D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en Didáctica de la Matemática. En Ortega, T. (Ed.), *III Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, pp. 196-212. Universidad de Valladolid. Valladolid.
- González, M. T. (2002). *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del Análisis Matemático: perspectiva histórica acerca de los puntos críticos*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca. Salamanca.
- Grupo Alborán (1991). Conclusiones del III Encuentro Nacional sobre el Libro Escolar y el Documento Didáctico. *Educación y Biblioteca* N° 13, pág. 7.
- Haro, M. J., Torregrosa, G. (2002). El análisis de los libros de texto como tarea del profesorado de matemáticas. En *Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 357–372.
- Ibañes, M. (2001). *Aspectos cognitivos del aprendizaje de la demostración matemática en alumnos de primer curso de Bachillerato*. Tesis doctoral dirigida por Ortega, T. Universidad de Valladolid.
- Jefatura del Estado (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. BOE de 4 de mayo de 2006. Madrid: BOE.
- Love, E., Pimm, D. (1996). “This is so”: a text on texts. En Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Laborde (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, pp. 371-409. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Marchesi, A., Martín, E. (1991). Lo que dice el MEC sobre materiales. *Cuadernos de Pedagogía* 194, pp. 46-48.
- Martín, C. (2002). Criterios para el análisis de libros de texto desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática. Aplicación a la Estadística y Probabilidad. En *Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 373–385.
- Martínez Bonafé, J. (1991). El cambio profesional mediante los materiales. *Cuadernos de Pedagogía* 189, pp. 61-64.
- Martínez Bonafé, J. (1992). ¿Cómo analizar los materiales? *Cuadernos de Pedagogía* 203, pp. 14-18.
- Martínez Bonafé, J. (2002). *Políticas del libro de texto escolar*. Madrid: Morata.
- Monterrubio, M. C. (2000). Necesidad de conocer modelos de valoración de textos. En *Actas del V Seminario Castellano-Leonés de Educación Matemática*, pp. 161-166. Zamora.
- N.C.T.M. (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: S.A.E.M. Thales.
- Ortega, T. (1996). Modelo de valoración de textos matemáticos. *Números*, vol. 28, pp. 4–12. La Laguna, Tenerife.

- Otte, M. (1986). What is a text? En Christiansen, B., Howson, A. G., Otte, M. (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education*, pp. 173–203. Dordrecht : D. Reidel Publishing Company.
- Parcerisa, A. (1996). *Materiales curriculares. Cómo elaborarlos, seleccionarlos y usarlos*. Barcelona: Graó.
- Prendes, M. P. (1998). Evaluación de manuales escolares. *Revista Pixel – Bit*, 9.
- Rico, L. (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En Rico, L. (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, pp. 39–59. Barcelona: ICE Universidad de Barcelona – Horsori.
- Rodríguez Diéguez, J. L. (1983). Evaluación de textos escolares. *Revista de Investigación Educativa* N° 2, pp. 259-279.
- Santos, M. A. (1991). ¿Cómo evaluar los materiales? *Cuadernos de Pedagogía* 194, pp. 29-31.
- Sierra, M., González, M.T., López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerado y Curso de Orientación Universitaria (COU): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 17, N° 3, pp. 463-476.
- Tall, D. (1996). Functions and Calculus. *International Handbook of Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers.
- Torres, J. (1994). *Globalización e interdisciplinariedad: el currículum integrado*. Madrid: Morata.

