CORE
Metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
Provided by Funes

Ayllón, M.F., Castro, E., Molina, M. (2008). Invención de problemas por alumnos de educación primaria. En Molina, Marta; Pérez-Tyteca, Patricia; Fresno, Miguel Ángel (Eds.), Investigación en el aula de matemáticas: competencias matemáticas (pp. 225-234). Granada: S.A.E.M. Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada

INVENCIÓN DE PROBLEMAS POR ALUMNOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Mª FERNANDA AYLLÓN
Escuela Universitaria de Magisterio La Inmaculada
ENCARNACIÓN CASTRO Y MARTA MOLINA
Universidad de Granada

Presentamos, en este documento, una experiencia llevada a cabo con alumnos de Educación Primaria en la que se les propone inventar problemas aritméticos. El análisis de los problemas inventados por los sujetos en relación con la coherencia del enunciado, los números que emplean, las estructuras de las operaciones a utilizar en la resolución, así como las estrategias de resolución, conforman este trabajo

La Investigación en Educación Matemática ha dedicado gran esfuerzo al estudio de la Resolución de Problemas matemáticos. Dicho estudio ha tratado desde cuestiones más simples como la ejecución de ejercicios hasta la realización de esta actividad para hacer matemáticas como los profesionales (Schoenfeld, 1992) y sus resultados han sido interpretados desde puntos de vista variados. Numerosos investigadores, desde distintas perspectivas, han explorado en niños pequeños la resolución de problemas aritméticos verbales (Baroody, 1988; Carpenter, Hiebert y Moser, 1981; De Corte y Verschaffel, 1987; Fuson y Hall, 1983; Nesher, 1982; Vergnaud, 1991).

En la década de los pasados años 80, la *Agenda for Action* (National Council of Teachers of Mathematics, 1980) plantea que la resolución de problemas debe ser contemplada como el centro de la enseñanza y el aprendizaje de la Aritmética Escolar, se le considera además como un paradigma dominante en la investigación en Educación Matemática. Surgen así diversas maneras de acercarse al estudio de este tema, una de las cuales, la más reciente quizá, se relaciona con la invención de problemas por parte de los estudiantes, lo que en inglés se ha denominado "*problem posing*".

Investigaciones como la de Walter y Brown (1977) y Walter (1980), utilizan problemas aritméticos ya formulados y sus modificaciones como estrategia para la generación de nuevos problemas y para la construcción del conocimiento matemático. Por su parte, Cobo, Fernández y Rico (1986) consideran que la invención de problemas, por parte de los niños, es una tarea pensada para evaluar el uso que hacen de los números en el contexto de la invención y resolución de problemas; el significado atribuido a los mismos y las relaciones que se establecen entre ellos, ya sea dentro o fuera de las operaciones. Algunos investigadores, entre los que se encuentra English (1997), señalan que la resolución de problemas lleva de la mano la invención de problemas y que formular un problema se convierte en algo esencial para que el niño comprenda qué es un problema (Cázares 2000).

Noción de problema

Se considera problema aritmético, en el contexto escolar, a un enunciado verbal o escrito en el cual la información proporcionada es cuantitativa— ya que los datos suelen ser casi siempre cantidades definidas numéricamente—, la condición contenida en el enunciado expresa relaciones entre los datos, de tipo cuantitativo, y la pregunta se refiere al descubrimiento o determinación de una o varias cantidades o relaciones entre las mismas (Puig y Cerdán 1989). Las componentes de un problema matemático son: a) una proposición, enunciado oral o escrito, b) unos datos conocidos, c) una intención, movilizar una o más personas para que averigüen, d) una meta, obtener un resultado, y e) un proceso, el modo de actuación para alcanzar el estudio (Castro, 1996). Estas son tanto la noción de problema matemático como las componentes que vamos a considera en este trabajo.

Aspectos positivos de la invención de problemas

Varias y variadas son las cualidades positivas que se esgrimen cuando se aconseja que en la enseñanza se lleven a cabo tareas de invención de problemas. Una de dichas cualidades hace referencia al incremento del conocimiento matemático. Al inventar un problema, el sujeto ha de utilizar distintos conceptos matemáticos que, en ocasiones, ha construido en distintos momentos de su vida escolar y, a veces, de manera aislada. Si los problemas que los sujetos inventan no se reducen a meros ejercicios de aplicación de un concepto, requerirán relacionar conceptos para poder llegar a la solución del problema planteado. Además ayudarán a incrementar su habilidad para aplicar los conceptos matemáticos y aprender a utilizar una variedad de estrategias para llegar a la solución de los problemas (Cázares, 2000).

Otra cualidad positiva se refiere a la motivación. Cuando un sujeto formula un problema ha tenido que darle una forma adecuada y en ocasiones ha necesitado validarlo; lo siente, por tanto, como una creación propia. La implicación de los alumnos en la tarea matemática, cuando inventan problemas, ha de ser total por lo que perciben las matemáticas de manera más cercana, algo real, propia y original. Las matemáticas surgen de una actividad para la que el alumno ha de estar motivado (Ayllón, 2005).

OBJETIVOS

Los objetivos de esta investigación se centran fundamentalmente en indagar sobre: a) la capacidad de los niños de Educación Primaria para generar situaciones problemáticas, b) las estrategias que utilizan para la resolución de problemas, c) la competencia del alumnado sobre la aplicación y uso de los números y sus operaciones a situaciones problemáticas, d) y la coherencia de los enunciados producidos, estructuras utilizadas, tipos de números y de problemas, número de preguntas formuladas en el problema y número de pasos necesarios para resolverlos.

METODOLOGÍA

La experiencia que presentamos se llevó a cabo en el colegio Cristo de la Yedra de Granada, durante el curso académico 2000/01. Se seleccionaron 26 niños de todos los cursos de educación primaria. La elección final de los sujetos estuvo condicionada por los permisos que los padres dieron para que se les pudiese grabar.

Forma de trabajar

En una sesión conjunta inicial los alumnos seleccionados inventaron problemas tomando como tema para los mismos una serie de tarjetas en las que aparecían folletos de publicidad con productos y sus correspondientes precios. Todas las tarjetas se mostraban recogidas en un gran panel y expuestas en una parte visible de la clase; si algún alumno o alumna lo necesitaba podía levantarse a examinarlo. Los problemas inventados por el grupo de estos alumnos fueron clasificados y ordenados en una escala de dificultad creciente, y utilizados, posteriormente, durante entrevistas semiestructuradas a 13 parejas de alumnos.

Las parejas se formaron con alumnos del mismo curso escolar, preferiblemente una niña y un niño aunque a veces esto no fue posible y fueron dos niñas o dos niños los que formaron la pareja. Cada uno de los componentes de la pareja tenía que inventar un problema para que el otro componente de la entrevista lo resolviese, tratando de que le resultase difícil. Posteriormente cada alumno debía corregir a su compañero la resolución dada.

Una vez resueltos estos problemas, el entrevistador proponía problemas de los inventados por los sujetos en la primera sesión. Se trataba de determinar hasta que grado de dificultad podían resolver los problemas, según la escala que el entrevistador había preparado previamente.

Recogida de datos

Todas las entrevistas fueron grabadas en vídeo y se recopilaron los documentos escritos en los que los alumnos generaron y resolvieron los problemas.

DATOS OBTENIDOS SOBRE LOS PROBLEMAS INVENTADOS Y RESUELTOS POR LAS PAREJAS DE ALUMNOS

Los tres ejemplos siguientes son una muestra del tipo de problemas inventados por los alumnos[1].

Curso1º: Juan Antonio y Juan

Problema propuesto por Juan Antonio *¿Cuántas camisetas hay en el mercado?*	Respuesta de Juan 40154
Problema propuesto por Juan *¿Qué le falta a la fuente?*	Respuesta de Juan Antonio *Le falta agua*

Como se puede apreciar ambos enunciados no constituyen un problema matemático, pues carecen de las componentes que se han enunciado anteriormente para catalogarlos como tales. Así, por ejemplo, en ninguno de los enunciados hay datos conocidos para, mediante la utilización de un proceso adecuado, alcanzar la meta propuesta.

Se observa que ambos textos presentan una pregunta la cuál no es posible contestar. En los dos casos, la respuesta correcta la alcanzaría aquél individuo que fuese capaz de adivinar lo que pensó el generador del problema. En el primer caso, saber el número de camisetas que hay en el mercado con los datos presentados no es posible. Juan da una respuesta, que posteriormente corrige Juan Antonio argumentando que no es correcta porque había 1000 (evidentemente se trata del número que él consideró al inventarse el

[1] Los problemas se han reproducido tal como los escribieron los sujetos.

enunciado). En el segundo enunciado nos encontramos, de nuevo, ante una adivinación, pero en esta ocasión la respuesta que da Juan Antonio resulta ser la correcta para Juan.

Curso 4º: Luis y Claudia

Problema propuesto por Claudia *En un garaje de coches tienen 140 ruedas. Le quieren poner ruedas a 40 coches y con las restantes, a 40 motos ¿Cuantas ruedas le ponen a los coches? ¿y a cuantas motos? ¿Cuántas ruedas sobran?*	Resuelve Luís 140 | 4 20 35 0 Coches 35 A ninguna sobran 0
Problema propuesto por Luís *Un rascacielos tiene 96 pisos, en cada piso hay 25 habitaciones ¿Cuántas habitaciones hay en el rascacielos?*	Resuelve Claudia 25 x96 2400

Estos enunciados corresponden a problemas matemáticos ya que presentan los elementos necesarios en cuanto a coherencia del enunciado, estructura, datos conocidos y desconocidos y meta a alcanzar. El segundo enunciado es correcto y la resolución realizada también. En el primer problema se puede apreciar que el enunciado puede presentar alguna duda para el resolutor, pues se quieren poner ruedas a 40 coches, pero ¿a todos los coches han de ponerle las cuatro ruedas?, ¿podría haber algunos que no necesitasen las cuatro ruedas?… Luís, el niño que resuelve el problema no parece tener duda en ello, interpreta que los coches que hay en el garaje necesitan reponer todas las ruedas, por tanto, cuatro. Por ello, no le sobra ninguna rueda para poner a las motos. Y ésta parece ser la idea que tenía el inventor del problema: todos los coches necesitan cuatro ruedas.

Curso 5º: Jesús e Ignacio

Problema propuesto por Jesús *Ana compro un coche que vale 2.500.000 pts. Primero paga 300.000 pts, luego pagó 400.000 pts y el resto lo pagó en 25 mensualidades ¿Cuánto pagó en cada mensualidad?*	Resuelve Ignacio 400.000 +300.000 700.000 2.500.000 - 700.000 1.800.000 1.800.000 | 25 050 72.000 0000 R: 72.000 pts
Problema propuesto por Ignacio *Juan compra tres barras de pan y 2 paquetes de chicles. Si cada barra cuesta 65 pts y cada paquete cuesta 235 pts y ya sabe que un euro son en pesetas 166,38 ¿Cuántos euros con sus decimales a pagado*	Resuelve Jesús

Juan?	65 x 3 = 195 235 x 2 = 470 195 + 476 = 671 671 | 166´38 07 611´9 11 50 12 R: pagó aproximadamente 611´9 pts

En este caso los enunciados inventados por los dos alumnos corresponden a problemas aritméticos correctos. Los problemas tienen un nivel de dificultad mayor que los anteriores pues los enunciados presentan una única pregunta a la que se ha de contestar mediante la realización de más de una operación aritmética. La resolución que le da Ignacio al problema inventado por Jesús es correcta, mientras que Jesús al resolver el problema de Ignacio falla en el algoritmo de la división el cuál utiliza para calcular la equivalencia de pesetas a euros. No obstante, el razonamiento que utiliza sí es correcto.

ANÁLISIS DE LAS PRODUCCIONES DE LOS ALUMNOS.

Se revisaron los problemas producidos por estos alumnos según las categorías designadas como: resolución, coherencia del enunciado, cifras de los números y tipos de estos, número de pasos para resolver el problema, estructuras utilizadas y tipo de problema, número de preguntas formuladas en el problema. Se observa:

Resolución: Casi la totalidad de los problemas propuestos han sido resueltos por el oponente de la pareja formada para la entrevista.

Coherencia del enunciado: En el primer curso, en las producciones de los alumnos no aparecen enunciados en los que se haga un planteamiento y un interrogante, relacionados de manera coherente, que constituyan lo que consideramos un problema aritmético escolar. Es a partir del segundo curso cuando se producen problemas con planteamiento y pregunta coherentes.

Cifras y tipos de números: Los números empleados son fundamentalmente naturales. Hay números decimales en algunos problemas que producen alumnos de quinto curso y fracciones en un problema planteado por un alumno de sexto curso. En cuanto al número de cifras hay variación y, se puede decir, que cuando el número de cifras supera a cuatro aparecen ceros para las cifras que ocupan las unidades de los primeros órdenes.

Número de pasos para resolver el problema: La mayor parte de los problemas planteados por los alumnos de los tres primeros cursos se resuelven haciendo una sola operación (o paso). Aunque en los problemas producidos por alumnos de cuarto curso hay predominio de los de un solo paso, se percibe cierta tendencia hacia la introducción de problemas de más de un paso que se consolida en los alumnos de quinto y sexto curso, lo que no quiere decir que no se presenten producciones de alumnos de quinto y sexto curso en donde los problemas son de un solo paso.

Estructuras utilizadas y tipo de problema: Las producciones de los alumnos de primer curso no responden a estructura alguna. En las producciones de los escolares de segundo curso, predomina la estructura multiplicativa. Las producciones de los alumnos de tercer curso siguen una pauta similar a los de segundo. Es a partir de cuarto curso cuando en las producciones de los alumnos aparece, casi de manera generalizada, la estructura multiplicativa a la vez que la aditiva. En cuanto a los tipos de problemas, para los aditivos, el tipo que más aparece en producciones de alumnos de todos los cursos es el de combinación, seguido de los problemas de cambio, de comparación y uno de igualación. Respecto a la estructura multiplicativa, el tipo más frecuentemente producido es el de razón, seguido de los de reparto.

Número de preguntas formuladas en el problema: La mayor parte de los problemas planteados presentan una sola pregunta, en cuatro casos se plantean dos interrogantes y sólo en un caso se plantean tres interrogantes. El número de interrogantes no depende del curso escolar, si bien se puede decir que es a partir de cuarto curso cuando se introduce más de una cuestión para responder.

CONCLUSIÓN

Los resultados ponen de manifiesto que los alumnos asocian los problemas escolares que producen, a las operaciones aritméticas que están aprendiendo y los números, mayormente naturales, a las órdenes de unidades que están trabajando en el curso. A partir de segundo curso, los alumnos de Educación Primaria pueden adquirir competencia para inventar un problema aritmético escolar, siendo la estructura aditiva con problemas de combinación y de cambio la más utilizada y, en menor medida la estructura multiplicativa en problemas de razón. Los alumnos de tercer curso siguen una pauta similar, siendo en este caso mayor que en el curso anterior y el número de cifras de los números utilizados. En cuarto curso hay un avance de la estructura multiplicativa. En quinto y sexto cursos los problemas son de más de un paso y con alguna frecuencia incluyen más de una pregunta.

BIBLIOGRAFÍA

AYLLÓN, M. F. (2005). *Invención de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales. Tarea para profesores de educación primaria en formación*. Granada. Adhara.

BARODY, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños.* Visor

CASTRO, E. (1996). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Granada: Comares.

CÁZARES, J. (2000). *La invención de problemas en escolares de primaria un estudio evolutivo*. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

CARPENTER, T., HIEBERT, J. Y MOSER, J. (1981). Problem structure and first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems**.** *Journal for Research in Mathematics Education*, *12*, 27-39.

COBO, F. FERNÁNDEZ, G. RICO, L. (1986). Las situaciones reales de los problemas aritméticos. En *Actas de las II Jornadas Andaluzas de Profesores de Matemáticas* (pp. 249-257). Almería: Sociedad Thales.

DE CORTE, E. Y VERSCHAFFEL, L. (1987). The effect of semantic structure on first grader's strategies for solving addition and subtraction words problems. *Journal for Research in Mathematics Educations*, 18(5), 363-381.

ENGLISH, L. (1997). The development of fifth-grade children`s problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, *34*(3), 183-217.

FUSON, K. Y HALL, J. (1983). The acquisition of early number word meaning: A conceptual analysis and review. En H. Ginsburg (Eds), *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107)**.** New York: Academic Press.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1980). An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s. Reston, VA: Autor.

PUIG, L. Y CERDÁN, F. (1989). *Problemas aritméticos*. Madrid. Síntesis.

SCHOENFELD, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York, NY: MacMillan

VERGNAUD, G. (1991). *El niño las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.* México. Editorial Trillas.

WALTER M. I. Y BROWN S. I. (1977). Problem posing and problem solving: an illustration of their interdependence. *Mathematics Teacher*, *70*(1), 5-13.
WALTER, M. (1980). Frame Geometry: An example in posing and solving problems. *Arithmetic Teacher*, *28*(2), 6-18.