

## UN MODELO PROPUESTO A PARTIR DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL Y LA DIDÁCTICA.

VANDA LUENGO

*En el presente artículo expondremos un modelo inspirado en la teoría Semi-empírica y en la teoría de situaciones. La teoría semi-empírica ha sido propuesta dentro del área de la inteligencia artificial y la teoría de situaciones pertenece al área de la didáctica. En la primera parte presentaremos estas dos teorías, para luego introducir nuestro modelo. Finalmente, ilustraremos este modelo con la presentación de un programa de aprendizaje de la prueba en geometría: Cabri-Euclide.*

*In this paper the author presents a model inspired in the Semi-Empiric theory and the situations theory. The former has been proposed inside the artificial intelligence domain, while the later came from the didactics area. In the first part of the document the authors present these two theories, to then present their model. Finally, illustration for this model came from a software for the learning of geometry: Cabri-Euclide.*

Palabras claves: Cabri Géomètre, Cabri-Euclide, tecnología, Educación Matemática.

### INTRODUCCIÓN

En nuestros trabajos anteriores, al diseñar ayudas computacionales para el aprendizaje de la prueba en geometría, (Luengo y Balacheff, 1998) pudimos mostrar limitaciones relacionadas con el problema de que el sistema determine previamente las soluciones que satisfacen el trabajo del usuario en una situación de resolución de problemas, es decir el hecho de imponer un modelo de resolución al trabajo del estudiante. Estas limitaciones se refieren a problemas de comprensión del sistema sobre el trabajo del estudiante y en consecuencia a problemas de comunicación entre el sistema y el usuario. Así, por ejemplo, en el caso de los programas de aprendizaje de la prueba que nosotros estudiamos, pudimos observar los problemas de incomprensión de la máquina cuando el estudiante introducía un objeto que no pertenecía al enunciado del problema y que por lo tanto no estaba en las soluciones previstas por el programa.

En consecuencia de este análisis, decidimos especificar y desarrollar un ambiente informático de aprendizaje humano basado sobre formalizaciones del sistema didáctico. En particular, el sistema es concebido como un elemento del medio antagonista que tiene como objetivo el permitir el aprendizaje de la prueba dentro de un marco de resolución de problemas.

Proponemos un modelo basado en un análisis didáctico y cognitivo de la prueba y basado en un análisis informático de la teoría semi-empírica. Es un modelo producido sobre los principios de un micromundo de prueba que permita al estudiante tener interacciones con un agente racional al cual él expresará los conocimientos que él quiere utilizar para resolver el problema y proponer una prueba. La función del agente racional es producir las retroacciones relacionadas con la coherencia del trabajo del estudiante y no a una concepción previa de lo que debería ser la solución. Para esto nos basamos en la teoría de agentes semi-empíricos. Una de las características de nuestro sistema es que puede refutar una proposición del usuario y argumentar esa refutación.

## LA TEORÍA DE SITUACIONES

Nuestro objetivo es representar y analizar dentro del marco de la teoría de situaciones (Brousseau, 1986), las características de un medio en el que el objetivo es permitir el estudio de problemas acerca de pruebas e inducir al estudiante a tomar la responsabilidad de la resolución y de los medios utilizados.

Dicho instrumento de modelización de la didáctica fue utilizado para analizar las interacciones entre el estudiante y los recursos informáticos. Una hipótesis fundamental en esta teoría es que el estudiante aprende adaptándose al medio, (llamado medio antagonista) el cual es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrio. El saber es fruto de la adaptación del estudiante al medio. La interacción entre el estudiante y el medio es un proceso dialéctico: las concepciones anteriores del estudiante y los problemas que el medio les propone, propician nuevas concepciones (ibid, p. 49).

Para representar y entender, desde el punto de vista didáctico, las interacciones entre el sujeto y el medio, Brousseau propone representar las interacciones en términos de juego: “el juego debe permitir la representación de todas las situaciones observadas en la clase” (ibid, p. 76). Presentaremos a continuación algunos elementos de esta representación, los cuales nos servirán en el modelo que presentaremos más adelante.

Brousseau presenta la noción de juego desde varias perspectivas, en nuestro caso, nos interesamos en el conjunto de relaciones a representar, ya

que es en esos términos que nosotros podremos distinguir las interacciones de los sujetos que intervienen en el aprendizaje.

Entre el momento en que el estudiante acepta el problema como suyo y cuando se produce la respuesta, el profesor se niega a intervenir proponiendo los conocimientos que deben aparecer. Esta situación es definida como situación adidáctica (ibid, p. 49).

Nosotros tratamos de ofrecer los medios para la construcción de situaciones adidácticas con la integración de la herramienta informática Cabri-Euclide.

Brousseau propone 3 grandes categorías de relaciones del estudiante con el medio:

- Los intercambios de información no codificados o sin lenguaje (situación de acción): las acciones y decisiones intervienen directamente sobre el otro protagonista, el jugador expresa sus decisiones sin ningún código lingüístico, con acciones sobre el medio;
- Los intercambios de información codificados en un lenguaje (situación de formulación): el jugador interviene emitiendo un mensaje al medio antagonista sin que ese mensaje signifique una intención de juzgar;
- Los intercambios para juzgar (o situación de validación): los mensajes que se intercambian con el medio son aserciones, teoremas, demostraciones, emitidas de esa manera.

Otros conceptos que nos interesan dentro de la teoría de situaciones son los conceptos de devolución e institucionalización. La institucionalización debe permitir al sujeto reconocer los aspectos del trabajo que deben ser perennes. La devolución del problema significa la transferencia a la clase de la responsabilidad de lo verdadero. Es decir transferir la responsabilidad de la validez de una proposición. La devolución es necesaria para que haya una verdadera validación durante la producción de una prueba.

Con respecto a la relación de un dispositivo de enseñanza con el conocimiento, la computadora representa una nueva referencia al saber. “Un EIAO (Ambiente Interactivo de Aprendizaje con Ordenador) contiene conocimientos; esos conocimientos por razones de sus límites de representación en la máquina y de la interface pueden tener un funcionamiento particular, diferenciándose en ciertos aspectos al conocimiento de referencia. La primera especificidad produce en particular que: —acciones conceptualmente complejas puedan ser dadas directamente al usuario gracias al dispositivo;— la máquina puede ofrecer retroacciones fundadas sobre el conocimiento” (Laborde y Capponi, 1994).

Cuando la computadora es introducida en clase, las respuestas dadas por la computadora pueden adquirir una posición que modifica las relaciones. Por otro lado, los programas tienen límites que pueden modificar la naturaleza de la situación. Debemos analizar en particular las limitaciones relacionados al conocimiento en juego. Es decir, que para estudiar la presencia de un programa dentro de la clase, debemos tomar en cuenta los límites impuestos por este último.

Mostraremos igualmente la capacidad de negociación de la herramienta informática, para poder adaptarse a las diferentes situaciones. Más adelante presentaremos las limitaciones desde el punto de vista del conocimiento en juego impuestos por el programa y los medios de interacción que van a permitir sobrepasar esos límites, así como la instalación de reglas relativas al objeto del conocimiento.

## TEORÍA SEMI-EMPÍRICA

El objetivo de la teoría semi-empírica (Sallantin, 1991) es la construcción del razonamiento a partir de conocimientos, no supuestos como exactos, capaces de progresar en la interacción con el usuario quien los utiliza para entender un área de aplicación (ibid, p. 9). La teoría semi-empírica es opuesta a las formas de representación del conocimiento que estipulan el razonamiento a partir de conocimiento exacto y estable.

En esta teoría la conceptualización es el estudio de formas de conocimiento que condicionan la elaboración de modelos calculables por la máquina. Estos modelos deben satisfacer dos condiciones: ser pertinentes para el usuario y válidos en la confrontación experimental, sin reproducir el razonamiento del usuario.

La teoría semi-empírica permite a un agente (humano o artificial) examinar la distancia entre un resultado esperado y el resultado obtenido. Un sistema basado en esta teoría permite al usuario conjeturar, lo más seguro posible, sobre el comportamiento de un universo que es demasiado complejo para doblegarse a un modelo calculable (ibid, p.10).

Un aspecto importante es que el sistema trabaja a partir de datos posiblemente incompletos, las soluciones que él propone no pueden suponerse siempre como verdaderas. Las formas de razonamiento que el sistema va a utilizar no darán necesariamente una forma de cálculo único, el usuario las examinará y experimentará realizando actividades que sancionen su valor.

Un postulado de la teoría semi-empírica es que el conocimiento se aprende gracias a un proceso experimental. Podemos decir entonces que el conocimiento puede revisarse y puede evolucionar en interacción con el usuario.

Diferentes etapas van a intervenir en este proceso de construcción del conocimiento: conceptualización, representación, cálculo, experimentación y cognición. Veamos cada una:

- La conceptualización tiene como objetivo un acuerdo entre la adquisición y la formulación de un problema. El usuario escoge una conceptualización que especifica las formas del conocimiento que él acepta examinar, considerando su percepción del problema.
- La representación precisa en un lenguaje formal los términos y relaciones entre esos términos. La representación es el resultado de una formalización de la conceptualización.
- El cálculo o la programación realiza la resolución del problema con la manipulación de expresiones, mediante operaciones finitas ejecutables en la máquina. La programación es el resultado de una realización concreta del modelo.
- La experimentación es el examen del resultado dado por el cálculo del modelo y la crítica de este último gracias a un conjunto de datos. Las formas de este examen constituyen la experimentación.
- La cognición en el cuadro de esta teoría concierne el “grabado” intelectual que hace que el usuario dé los resultados de la experimentación. La idea es limitar la experimentación en función de la actitud psicológica del usuario. El usuario puede tener como intención la justificación o la falsificación del objeto de conocimiento. La cognición precisa la evaluación de la experimentación.

En esta teoría el sistema debe ser válido, es decir debe conducir a decisiones válidas. Debe ser igualmente pertinente, debe permitir examinar las razones de sus decisiones (ibid. p. 14).

Sallantin (1991) propone tres tipos de características que debe tener un sistema semi-empírico: producir decisiones razonadas, progresar y comunicar. Para nosotros esto significa que el sistema debe tener la capacidad de explicar sus decisiones a priori razonadas y que debe ser igualmente capaz de evolucionar en su razonamiento y en consecuencia en sus explicaciones.

Para que un sistema evolucione en su razonamiento deben concebirse sus evoluciones permitiendo enunciar las maneras de progresión en la representación. Esto se puede realizar gracias a los métodos. Los métodos en el modelo producen, a partir de datos, un conjunto de datos. Son de tres tipos: la abducción, la deducción y la inducción.

- La abducción tiene por función hacer progresar el modelo proponiendo nuevos hechos.
- La deducción es un método que permite obtener las consecuencias de datos dados como adquiridos.
- La inducción tiene como función hacer progresar un modelo proponiendo nuevas hipótesis y nuevas heurísticas.

La inducción es utilizada para determinar lo que es a priori creíble, la deducción para determinar lo que es verdadero y la abducción para determinar lo que podría ser verdad a posteriori (ibid).

En la propuesta de Sallantin (1991), el diálogo con el usuario es un proceso que tiene como función el mejorar una conjetura gracias a la producción de ejemplos y al examen de críticas enunciadas con la ayuda de contraejemplos. Nosotros retenemos que este proceso de interacción no presupone una verdad determinada.

### **El concepto de agente en la teoría semi-empírica**

Un agente, según Sallantin, dispone de esquemas mentales, es decir de procesos gracias a los cuales la conceptualización se concretiza bajo la forma de representación. El agente hace progresar la validez y la pertinencia de sus teorías semi-empíricas por una interacción con otros agentes (ibid, p. 45). Un mundo es un conjunto de agentes que se comunican entre ellos. Dos agentes intercambian ejemplos y objeciones.

El termino racional es empleado aquí en el sentido de que es posible controlar gracias a métodos reconocidos como formales o al menos transmisibles y argumentables. El autor presenta el termino de agente como una unidad con mecanismos de argumentación. las limitaciones formales le dan al agente una autonomía, en el sentido de que tiene sus propias leyes de desarrollo (ibid, p. 65). Sallantin (1991) define un agente como un sistema capaz de decidir, tomando en cuenta el hecho de que él dispone de conocimientos incompletos.

Las capacidades atribuidas a los agentes semi-empíricos son:

- producir diálogos,
- tener la capacidad de argumentar y comunicar,
- permitir la construcción del razonamiento a partir de conocimientos que se pueden revisar y susceptibles de evolucionar durante la interacción.

## **EL APRENDIZAJE COLABORATIVO Y EL DIÁLOGO PERSONA-SISTEMA**

Durante la última década, la inteligencia artificial en educación se ha interesado en ampliar las áreas de estudio permitiendo el aprendizaje uno a uno gracias a la creación de sistemas de interacción de tipo enseñanza-aprendizaje colaborativo. Más tarde y de manera independiente aparecieron investigaciones sobre el análisis y el desarrollo de técnicas de modelos cooperativos para la resolución de problemas (Baker y Bielaczyc, 1995). Desde nuestro punto de vista, la idea central en el aprendizaje colaborativo es que el aprendiz y el sistema, participen juntos en la resolución del problema. En esta interacción hay un proceso de adaptación de cada participante para poder lograr los objetivos de cada uno. La capacidad de colaboración depende en gran parte de la manera cómo el aprendiz percibe su co-aprendiz artificial. La interacción debe ser lo más transparente posible (Dillembourg y Self, 1990).

En la teoría de aprendizaje colaborativo la negociación es considerada como un medio de establecer la colaboración. La negociación implica proposiciones que podrán ser aceptadas o negadas, partiendo de la idea de que es posible trabajar con varias estrategias para buscar la aceptación (Baker, 1993). La negociación es utilizada en las investigaciones de inteligencia artificial distribuida como un paradigma de la cooperación y es muchas veces considerada como el medio para resolver los conflictos entre agentes.

Por otro lado encontramos en los trabajos sobre el diálogo Hombre-Máquina (DHM) algunas estrategias que toman en cuenta el aspecto colaborativo. Una de las condiciones de base de los DHM es que hay que definir una semiótica clara y no ambigua de la interface para ofrecer un cuadro fecundo a la comunicación (Caelen, 1994). Caelen presenta una clasificación de las diferentes estrategias de diálogo (ver Cuadro N° 1).

Si seguimos el análisis presentado por Caelen (1994):

“El DHM ayuda a la construcción de un propósito común a partir de los objetivos de los interlocutores y al enriquecimiento de los conocimientos mutuos. Es muchas veces cooperativo (los actores coordinan sus acciones para llegar a un objetivo común) pero puede tener aspectos de negociación a partir de la argumentación (por ejemplo control de un sistema experto, ambientes de aprendizaje) o es enteramente reactivo como en la mayoría de los sistemas de manipulación directa. Puede que sea interesante producir diálogos utilizando estrategias variadas. Los roles de un diálogo en un programa son:

- la construcción de un universo común;

- la reparación de errores de comunicación;
- la estructuración y organización de la comunicación;
- la gestión de objetivos;
- el manejo de la acción;
- la contextualización;
- el aprendizaje” (ibid, p. 24).

<b>Estrategias</b>					
Manera de gerenciar los intercambios entre interlocutores para lograr un objetivo: es una retórica de la interacción.					
<b>No inferencial</b>		<b>Inferencial</b>			
No implica la comprensión del objetivo del interlocutor.		Pasa por la búsqueda del objetivo del interlocutor y relaciona los conocimientos supuestos y compartidos.			
<b>Directiva</b>	<b>Reactiva</b>	<b>Cooperativa</b>	<b>Negociación</b>	<b>Dirigida por las interacciones</b>	<b>Constructiva</b>
La iniciativa proviene siempre de la máquina.	Reacciona siempre lo más completamente posible al último intercambio.	La máquina se obliga a dar un máximo de información para ayudar y orientar el interlocutor.	Minimizar el espacio de concesión dado a su compañero.  La regla aquí es la argumentación y la refutación.	Comprende e interpreta las intenciones de su interlocutor.	Aporta nuevas informaciones con el objetivo de provocar una ruptura dialógica, si es posible enriqueciendo los conocimientos compartidos.

*Cuadro N° 1. Cuadro construido a partir de la clasificación hecha por Caelen (ibid, p.19) sobre las estrategias de los DHM*

Hay diferentes niveles de explicación (Baker, Charnay, Gréboval, Joab, Le-maire, Safar y Schlienger, 1997) nosotros retenemos dos: el primero tiene como objetivo el hacer inteligible para el receptor la significación de la formulación, y el segundo tiene por objetivo el sobrepasar las limitaciones de la comunicación (por ejemplo, cómo utilizar una funcionalidad) entre dos agentes.

El primer tipo de explicación está asociado a la posibilidad de interrogar la máquina sobre su razonamiento. La máquina debe tener la capacidad de mostrar el razonamiento que ella ha seguido durante toda la interacción. Esta capacidad puede ser concebida con los diálogos cooperativos (Cuadro N° 1) donde la máquina da un máximo de información relativa a su recorrido de razonamiento y por lo tanto a los objetos de conocimiento en juego que intervinieron.

Con respecto al segundo tipo de explicación, nosotros vemos igualmente al diálogo como medio para sobrepasar los problemas de comunicación. En este caso los diálogos más apropiados para nosotros son los diálogos de tipo

reactivo (Cuadro N° 1), porque son concebidos para reaccionar lo mejor posible al último intercambio. Así, cuando un agente se encuentra delante de un problema de interacción debido a problemas de comunicación (por ejemplo no saber formular una propiedad), el agente responsable reacciona inmediatamente gracias a diálogos de explicación con relación al problema. Vemos a los diálogos y no solamente mensajes en una sola dirección porque la explicación puede ser de diferentes niveles y será el agente interesado en la explicación el que decidirá cuál es el nivel de explicación que le es útil.

La noción de diálogo de negociación que nosotros pensamos es muy próxima a la propuesta por Caelen. Según el cual, hablar de diálogo de negociación es tratar sobre una estrategia inferencial en donde la máquina busca el objetivo del usuario, que no es el caso a priori de los micromundos, que en general según la teoría en la que se encuentran definidos son clasificados dentro de una estrategia de diálogo reactivo. En este caso la máquina no entiende la intención del interlocutor (ya que no conoce el problema) y le deja enteramente la iniciativa dentro del cuadro teórico que ese micromundo representa (geometría, por ejemplo). Si tomamos en cuenta el ejemplo de Cabri-Euclide, el usuario tiene la posibilidad de producir definiciones (macro-construcciones que explicaremos más adelante) que pueden ser vistas como una posibilidad de enseñar a la máquina. La capacidad de construir una definición de cuadrado que la máquina no conoce a partir de la definición tradicional de cuadrado es un ejemplo.

Por lo tanto, podemos afirmar que es posible tener diálogos inferenciales sin tener que pasar por la búsqueda del objetivo del interlocutor, poniendo en relación los conocimientos supuestos y compartidos y produciendo las retroacciones en relación al razonamiento expresado. Dicho de otra manera, ofrecemos los medios al interlocutor para expresar su objetivo y para reaccionar en consecuencia del razonamiento producido, pero no buscamos llegar hacer deducciones para ese objetivo. De esta manera nos acercamos a la posición de Self (1988), quien propone que cuando no se sabe diagnosticar se le pregunta al interlocutor. En nuestro caso no deducimos, preguntamos lo que necesitamos.

Concebimos de esta manera los diálogos de tipo negociación para interacciones que hacen referencia al conocimiento en juego y no con respecto a una estrategia utilizada por el usuario. La negociación puede realizarse, en este caso, sobre los objetos del conocimiento y la manera como ellos están organizados. Con respecto al proceso de negociación, la máquina debe tener la capacidad de argumentar y progresar en la interacción relativa a un conocimiento, este último se puede revisar.

Finalmente, en las interacciones de negociación, pensamos en los diálogos que tienen una estrategia constructiva y de negociación (Figura N° 1).

Los primeros deben aportar informaciones nuevas con el objetivo de provocar una ruptura dialógica y los segundos deben producir argumentaciones y refutaciones. Con respecto a los roles del DHM, consideramos que el rol esencial es el de permitir la expresión de diferentes actos de comunicación que en nuestro caso son la argumentación heurística, la explicación y la negociación (Luengo, 1997). Pero es evidente que los roles como la construcción de un universo común, la reparación de errores de comunicación y de estructuración y la organización de la comunicación son necesarios para permitir una interacción entre interlocutores. Pensamos que los medios dados para la acción y la formulación (que veremos más tarde) permitirán la construcción de un universo común. Con respecto a los otros, hay que producir diálogos explicativos que permitirán sobrepasar esos límites.

La idea de cooperación es igualmente utilizada en la teoría de agentes. Aunque no hemos estudiado este aspecto detalladamente, hemos encontrado algunos principios que consideramos útiles en nuestra concepción. La razón de este interés es que nosotros asumimos que la construcción de una prueba puede suceder en diferentes contextos (Luengo, 1997) y que esos contextos tienen funciones diferentes con respecto a la resolución del problema, que pueden ser vistos como tareas separadas que colaboran para ayudar a resolver el problema. Hay que concebir, por lo tanto, los medios para que los agentes interactúen entre ellos con el fin de cooperar en la resolución del problema.

En el caso de la cooperación entre agentes artificiales, hemos distinguido algunos elementos de la arquitectura del Sistema Cooperativo Abierto (Cooperative Open System) (Lemaître, Sánchez y Loyo, 1993):

- Una colección de agentes autónomos y heterogéneos más o menos relacionados con la capacidad de intercomunicación que utiliza un modelo basado en la capacidad de cada agente.
- Cada agente en el sistema sabe sobre posibles estrategias de colaboración, aplicables a diferentes tipos de problemas. Estas estrategias tienen la capacidad de controlar el diálogo de un agente a otro.
- Los diálogos son unidades esenciales de protocolos de comunicación entre agentes y están compuestos de conjuntos estructurados de mensajes que tienen objetivos claramente definidos.

Retenemos la idea de que el modelo y las interacciones se basan en la capacidad de cada agente. Definiremos esas capacidades con respecto a la resolución de un problema y a la construcción de la prueba. Los mensajes serán

igualmente relativos al objeto de conocimiento en juego y a la gestión de la interacción entre los diferentes agentes.

## PRINCIPIOS GENERALES DE CONCEPCIÓN

Presentaremos un modelo de agente racional que está inspirado en la teoría de situaciones y la teoría de agentes semi-empíricos. El aspecto central de este modelo es que las interacciones entre los diferentes agentes son concebidas bajo la forma de objetos del conocimiento.

### **Un modelo que integra la teoría de situaciones y los agentes semi-empíricos**

Primero presentaremos los puntos esenciales que nos condujeron a considerar la teoría de situaciones y la teoría de agentes semi-empíricos como los elementos de base de nuestro modelo.

La teoría de situaciones y la teoría de agentes semi-empíricos (TSE) se unen a la idea constructivista según la cual el motor central del aprendizaje es el conflicto cognitivo que se supera en el doble proceso de acomodación y asimilación. Por otra parte, en cuanto a la teoría de situaciones, esta idea es representada por el medio, la adaptación e interacción del estudiante con este medio. Del lado de la TSE, los agentes razonan a partir de conocimientos no supuestos exactos y capaces de progresar por asimilación y acomodación con respecto a sus conocimientos anteriores.

De igual forma, un postulado de la teoría semi-empírica es que el conocimiento se puede aprender gracias a un proceso experimental. En la teoría de situaciones, las interacciones con el medio son en parte propuestas sobre la base de un proceso experimental entre el estudiante y el medio.

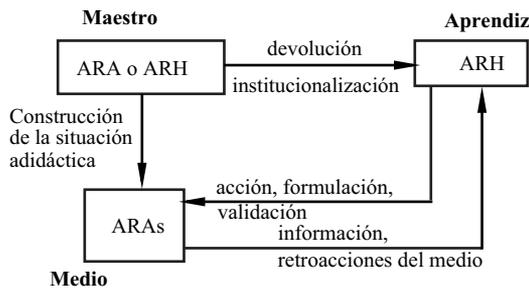
La TSE propone un modelo de razonamiento que, para nosotros, es pertinente en un proceso de resolución de problemas y de construcción de la prueba. Es pertinente por su relación a la verdad o a la validez de los enunciados que intervienen y por la manera como se construye el razonamiento.

Una hipótesis de base de nuestro trabajo es que el proceso de resolución de problemas es de carácter semi-empírico: “El modelo de Lakatos tiene como objetivo probar una conjetura determinando su prueba y el dominio de validez de esa prueba. Este proceso produce una teoría semi-empírica que expresa la conjetura con la ayuda de relaciones entre los enunciados del lenguaje”. (op.cit 4, p. 37).

Para nosotros los tipos de razonamiento y los tipos de interacción dependen del objeto del conocimiento en juego, nuestro modelo tiene como característica principal que las interacciones están concebidas en función del

objeto del conocimiento, objeto que da sentido a la interacción. Por lo tanto los intercambios no se harán con respecto a la manera como el problema debe ser resuelto, al tipo de razonamiento o a la estrategia desarrollada, sino con respecto a las características y propiedades del objeto de conocimiento. Hay que considerar igualmente los intercambios que van a permitir sobrepasar los problemas de interacción, estos no son necesariamente relativos a un objeto del conocimiento sino a problemas de comunicación (por ejemplo, cómo utilizar una función del programa).

En el modelo que presentamos a continuación (Figura N° 1) el cual es un modelo de interacción para el aprendizaje, consideramos los agentes racionales humanos (ARH) y los agentes racionales artificiales (ARA). Sus interacciones están concebidas a partir de la teoría de situaciones. Más adelante especificaremos la forma cómo las interacciones están construidas con respecto al objeto del conocimiento y el hecho de que los agentes deben ser construidos y/o analizados en función de su relación a ese objeto y su rol en la interacción.



*Figura N° 1. Formas de interacción con respecto al objeto del conocimiento.*

## **El objeto del conocimiento en juego**

Como ya lo indicamos, los agentes tienen una relación específica con el saber, por lo tanto, en el caso de la resolución de problemas cada agente tiene una tarea particular con respecto al rol que juega el objeto de conocimiento al cual está asociado (gráficos, geometría dinámica, funciones, etc.). Es la interacción entre los agentes la que permitirá la resolución del problema. En nuestro caso, que analizaremos más detalladamente en el próximo punto la figura permite el trabajo heurístico, el grafo de la prueba permite la representación de la organización deductiva de esta última, y el ambiente de formulación de enunciados permite la formulación de propiedades e inferencias y la verificación de la coherencia.

Un aspecto importante es el hecho de que cada agente tiene un módulo de meta-conocimiento que va a intervenir sobre el conocimiento del usuario. Cada ARA que tiene conocimientos independientes de otros ARAs debe poder funcionar de manera independiente. Es decir que consideramos que los agentes racionales son autónomos. En el caso de la prueba, por ejemplo, el agente que se encarga del grafo de prueba puede ser autónomo con respecto al agente que permite la construcción de la figura geométrica.

El análisis didáctico de los objetos del conocimiento en juego serán la clave para el funcionamiento del modelo, ya que las decisiones que se tomarán con respecto al saber determinarán las características principales del modelo. Estas decisiones serán relativas a la manera cómo el objeto será representado y a la manera como ese objeto va a intervenir en las diferentes formas de interacción. Pensamos igualmente que las interacciones deben ser concebidas bajo ciertas condiciones para que el objeto de intercambio sea efectivamente el conocimiento en juego, u objeto de aprendizaje. Analizaremos ese punto en lo que sigue.

### *Las interacciones*

Desde el punto de vista de las interacciones nos es útil definir el estudiante que interactúa con los agentes artificiales, como otro agente que hemos llamado agente racional humano (ARH), ya que él tiene un estado del conocimiento y un objeto del conocimiento determinante que va a intervenir de manera efectiva en las interacciones. Además el estudiante utiliza como medio de comunicación las formas de representación propuestas por los otros agentes.

En lo que sigue presentaremos las condiciones (o reglas del juego) de las interacciones que nosotros consideramos con el fin de permitir un intercambio efectivo con respecto al objeto de aprendizaje. El análisis será hecho en función de los diferentes tipos de interacción: acción, formulación y validación.

ARH-ARA: esta interacción es de tipo adidáctica. El medio antagonista puede estar formado por el conjunto de ARAs y por el problema propuesto. En lo que sigue diremos ARA o ARAs de manera indiferente. El ARA debe ser un medio con capacidad de interacción para la acción, la formulación y la validación.

***Interacción para la acción.*** Este se refiere a las acciones y decisiones que afectan directamente el otro protagonista de la interacción, la construcción de un objeto, por ejemplo, es una interacción de tipo acción. El ARA debe ofrecer los medios para que el ARH pueda manipular los objetos abstractos. Es decir, que debe permitir la creación de un objeto así cómo la determinación de sus características matemáticas gracias a la manipulación directa.

Esto implica que el ARA debe definir un sistema formal (Balacheff, 1994), es decir un conjunto de objetos primitivos, un conjunto de operaciones elementarias y un conjunto de reglas que expresan cómo las operaciones pueden realizarse y asociarse. El ARA debe permitir la manipulación de esos objetos. Concretamente el ARA debe permitir la creación, la eliminación, la manipulación, la puesta en relación y los cambios de las características de los objetos que pone a disposición del ARH.

El ARA debe igualmente determinar la manera de reaccionar con respecto a las acciones producidas por el ARH. En nuestro modelo ese tipo de retroacciones debe ser definida con respecto al objeto del conocimiento que interviene en la acción.

***Interacción para la formulación.*** El objetivo aquí es concebir los ARAs de forma que permitan al ARH hacer formulaciones, en el registro lingüístico, sobre el objeto del conocimiento y permitan la intervención sobre el medio. La comunicación se expresa gracias a las retroacciones. Como lo indica Brousseau (op.cit 2), la exigencia sobre la comunicación tiene que ver con la conformidad del código (mínimo para la inteligibilidad del mensaje), la ambigüedad, la redundancia, la falta de pertinencia (informaciones superfluas) y la eficacia (el carácter óptimo) del mensaje.

Es necesario considerar aquí la representación del conocimiento en juego, tanto desde el punto de vista del sistema formal como desde la interface, ya que esto determinará las formulaciones posibles que podrán ser realizadas por los sujetos a propósito de las características y propiedades del objeto en cuestión. Las herramientas de comunicación deben estar accesibles durante toda la resolución. Si, por ejemplo, el objeto del conocimiento es la geometría euclidiana, es necesario definir el objeto del sistema formal de manera que se puedan construir en la interface las formulaciones relativas a ese tipo de geometría (punto, recta, paralela, etc.).

***Interacción por la validación.*** Aquí se debe permitir la producción de interacciones para poder juzgar sobre los objetos abstractos que intervienen en el proceso de aprendizaje. El ARA debe igualmente proponer al ARH los medios de validación del conocimiento implicado en el proceso de resolución. Por otro lado el ARA debe ser igualmente capaz de juzgar esos objetos abstractos. En el caso de Cabri-géomètre, el programa permite el análisis de las propiedades de la figura gracias al desplazamiento de los objetos y es igualmente capaz de juzgar una propiedad (paralelismo, simetría, etc.).

Como con las otras interacciones, los medios de validación serán relativos al objeto de conocimiento en juego. Aquí el objetivo es el propuesto por Brousseau (op.cit 2, p. 108): “permitir al estudiante hacer intervenir el saber y los conocimientos matemáticos como medios efectivos de convencer (o

convencerse) conduciendo a rechazar los medios retóricos que no son ni buenas pruebas ni buenas refutaciones”. Esto no quiere decir que no hay que considerar los medios de validación y refutación pragmáticos (como verificar una propiedad gracias al desplazamiento de la figura), pero el acuerdo final debe hacerse a partir de validaciones y refutaciones intelectuales (ibid.).

Debemos igualmente tomar en cuenta, en las tres interacciones, los posibles límites de comunicación. Esto permitirá el análisis de los eventuales medios a prever para sobrepasar esos límites. Los límites existen ya que el ARA impone durante su concepción un conjunto de reglas, más o menos flexibles, sobre la comunicación. Así en el caso de Cabri-géomètre I, para crear una recta paralela hay que indicar la recta y luego un punto que debe existir. Con Cabri-géomètre II, las reglas son más flexibles, ya que si el punto no existe será creado al momento de la construcción del paralelismo (basta con hacer clic y el punto será construido y luego la recta paralela). Es por la adaptación a esas reglas que la interacción se logrará, pero es igualmente gracias a la capacidad del programa de comunicar esas reglas y de adaptarse a los diferentes tipos de interacción.

Tomando en cuenta la construcción y la devolución del problema, para poder construir la situación adidáctica correspondiente a un objeto del conocimiento, es necesario que el ARA sea parametrizable con respecto a los objetos y funcionalidades que él propone. Podemos eventualmente querer dejar al ARH tener acceso a un sub-conjunto de objetos y funcionalidades del ARA: por ejemplo si queremos enseñar la propiedad de simetría, estaremos interesados en eliminar esa funcionalidad del programa de construcción de figuras geométricas.

Con respecto a las interacciones entre ARAs, pensamos que se deben realizar con respecto a los objetos del conocimiento que le son asociados. En consecuencia, cada ARA debe concebir los protocolos de comunicación relativos a las informaciones de los objetos que él pone a la disposición de otros agentes. Para este tipo de comunicación, pensamos que es útil pensar en una arquitectura de tipo cliente-servidor con una visión colaborativa. Es lo que presentaremos a continuación.

### *El aprendizaje colaborativo*

El interés de incorporar la componente colaborativa es por un lado aprovechar las diferentes capacidades atribuidas a los agentes asociándolos a un problema dado, y por otro lado integrar la idea de distribución del conocimiento, lo que nos permitirá concebir un modelo con varios objetos del conocimiento asociados. Así, según el tipo de saber que interviene, utilizaremos un sub-conjunto de agentes.

Para que un sistema sea colaborativo es necesario que haya una capacidad de intercomunicación que utiliza un modelo basado sobre la capacidad de cada agente. De la misma manera, es necesario establecer unidades de diálogo que servirán a los protocolos de comunicación. Estos serán compuestos de mensajes. Esta especificación concierne los agentes artificiales.

Aquí tomamos en cuenta una de las capacidades que Sallantin (1991) atribuye a los agentes racionales semi-empíricos: la producción de diálogos. Esos diálogos pueden ser de diferentes tipos (Ver cuadro de diálogos, Cuadro N° 1), pero desde el punto de vista colaborativo, nosotros retenemos la idea que el sistema está en la obligación de dar un máximo de información para ayudar a su interlocutor en el intercambio (ARA o ARH).

En lo que sigue presentaremos las características que hemos distinguido en la colaboración entre agentes artificiales (ARA-ARA) y un agente artificial y un agente humano (ARA-ARH).

**ARA-ARA.** Desde el punto de vista cooperativo hay dos tipos de roles: los ARAs capaces de proveer información con respecto al conocimiento que ellos manipulan, que llamaremos ARAs servidores, y los ARAs que necesitan objetos del conocimiento que son manipulados por otros ARAs, a los que llamaremos ARAs clientes. Esta claro que un ARA cliente puede ser un ARA servidor de otro ARA que pide sus servicios con respecto al conocimiento que él manipula:



*Figura N° 2. Características en la colaboración tipo ARA-ARA.*

Si tomamos como ejemplo el ARA que sirve a la construcción de la prueba deductiva, este agente será un cliente con respecto al agente que permite la construcción de la figura, ya que en la formulación de los enunciados el agente verifica que los objetos existan en la figura. Por otro lado el agente de la prueba será un agente servidor con respecto a un agente encargado de la redacción de la demostración.

En todos los casos el agente servidor debe ser capaz de proveer a todo ARA cliente de todas las informaciones y funcionalidades (creación, manipulación, etc.) de los objetos abstractos que él manipula.

La tarea fundamental del ARA servidor es responder a las preguntas y pedidos de construcción y manipulación relativas al conocimiento en juego durante la interacción. Cuando el ARA cliente pide alguna información, las repuestas deben darse en términos de los objetos del saber, ya que esto per-

mitirá al cliente hacer el análisis que le corresponde. Es evidente que las preguntas serán también en relación a esos objetos, como por ejemplo la existencia, sus características o su relación con otros objetos.

Además como el ARH puede eventualmente interactuar con todos los ARAS servidores, los ARAs que tienen el rol de cliente deben cuidar la coherencia de la información, ya que el ARH puede modificar las características de los objetos que existen. Si por ejemplo un ARA cliente utiliza la información con respecto a un objeto del ARA servidor y luego este objeto es suprimido, la información del ARA cliente puede ser incoherente si no toma en cuenta esta nueva acción.

**ARA-ARH.** Concebimos el aspecto colaborativo entre un ARA y un ARH desde el punto de vista de la resolución de problemas. La idea es que cada agente participe en la resolución del problema. Los tipos de participación pueden ser diferentes: ya sea colaborando en la resolución misma, ya sea soportando el trabajo del agente responsable de la resolución, gracias a herramientas que le faciliten la tarea (memoria, organización, seguimiento, transmisión de la información), o facilitando la comunicación con otros agentes que intervienen igualmente en la resolución.

Nos interesamos particularmente en las interacciones en las que interviene el aprendizaje. Esto implica para nosotros que es necesario proveer los medios tanto al ARA como al ARH para aprender en la interacción. El aprendizaje de los ARAs puede ser concebido de diferentes maneras, ya sea automáticamente a través de un razonamiento sobre el objeto del conocimiento, o gracias a la intervención de un ARH que tiene los medios de transmitir nuevos conocimientos al ARA. Esto implica que el ARA debe ofrecer la manera como el ARH va a poder crear nuevos objetos o relaciones en relación al conocimiento en juego. En el ejemplo de Cabri-Euclide que veremos más tarde, podremos ilustrar cómo a través de las macro-definiciones el ARA puede aprender.

Con respecto al aprendizaje del ARH, es esencialmente gracias a la construcción de situaciones de resolución de problemas en interacción con los ARAs que el aprendizaje será posible.

Otra forma de colaboración se refiere a la capacidad de explicar y negociar que hemos presentado dentro del cuadro del Diálogo Hombre-Máquina y que ilustraremos más adelante con el ejemplo de Cabri-Euclide.

## CABRI-EUCLIDE: UN AGENTE SEMI-EMPÍRICO

### Los tres agentes artificiales

Hemos asociado tres tipos de registros a la construcción de la prueba: la figura, el texto y el grafo. Para la construcción de la figura y del grafo utilizamos programas que han sido concebidos para un dominio más grande que el que nosotros tratamos. En consecuencia tuvimos que decidir el rol de esos dos agentes y de los objetos que serán utilizados en nuestra concepción (Figura N° 3).

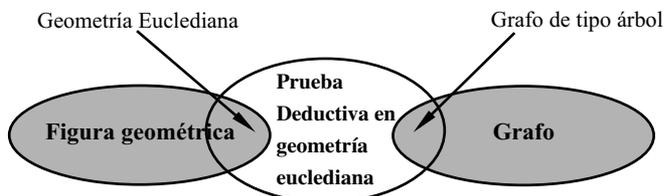


Figura N° 3.

El registro de la figura y el registro del grafo son micromundos construidos antes de la representación y construcción de Cabri-Euclide. En el siguiente punto explicaremos porque los representamos como agentes.

### Los micromundos

Las teorías piagetianas sobre el aprendizaje dan origen a esta corriente de utilización de la computadora. Según Piaget es el mismo niño quien a través de sus experiencias es motor de su aprendizaje, constructor de su propio saber. Una primera concretización de esa idea es la aparición del lenguaje LOGO (Papert, 1980). Papert describe a los objetos del micromundo como objetos que se asemejan a aquellos con los cuales trabajamos en el mundo real y que, de otra manera, son semejantes a objetos abstractos.

Para nosotros la idea interesante de los micromundos es que la actividad principal es la de construir, explorar, e intervenir y no solamente observar. Es para nosotros la mejor vía para que el estudiante pueda construir su representación del problema.

Laborde (15, p. 115) presenta el concepto de micromundo como:

- un ambiente de objetos y relaciones;
  - un conjunto de operadores que operan sobre esos objetos creando nuevos objetos y presentando ciertas nuevas relaciones;
- y

- una relación con el concepto de manipulación directa.

Así, el modelo de micromundo parece responder a las condiciones del modelo de aprendizaje colaborativo que nosotros buscamos desarrollar y que se inspira en el modelo de pruebas y refutaciones (Lakatos, 1976). Con respecto a la necesidad de transparencia en las interacciones entre agentes (humano y artificial) el micromundo no impone ningún modelo de aprendizaje, a diferencia de los tutores. El micromundo es un lugar en el que el sujeto manipula objetos y relaciones, con la posibilidad de crear nuevos objetos y relaciones, estos últimos deben ser coherentes con respecto a la teoría en juego y no con respecto a un modelo externo preestablecido. Esta teoría es “expresada” en un modelo formal que controla la interface.

En lo que concierne el aprendizaje en la interacción agente humano y agente artificial, el modelo de micromundo permite construir nuevos objetos y relaciones que representan para el agente artificial la posibilidad de aprender. En relación al agente humano, algunos estudios (Laborde, y Capponi, 1994; Bellemain, 1992; Dreyfus y Swarcz, 1995) han mostrado como la interacción con un micromundo produce hechos en la interface, estos hechos constituyen fenómenos al filo de la construcción del conocimiento que permiten la comprensión. Para esto los micromundos deben satisfacer tres características estudiadas por Dreyfus (ibid, p. 45): abundancia, calidad y estructura. La abundancia es relativa a la cantidad de operaciones que es posible efectuar en función del dominio que es tratado. El término de calidad se refiere a la información, a la manera como ella está presentada y a la posibilidad de control que tiene el estudiante sobre sus acciones. Finalmente, la estructura se refiere a la identificación de una unidad de interpretación en una secuencia de operaciones efectuadas en el micromundo, como lo es en nuestro caso la construcción de un paso de prueba o la construcción de un objeto geométrico en el caso de Cabri-Géomètre.

Una condición fundamental para que un micromundo pueda ser parte del modelo que presentamos es que tenga la capacidad de comunicar. En nuestro caso los tres micromundos (Figura N° 4), que presentamos anteriormente, tienen esa capacidad.

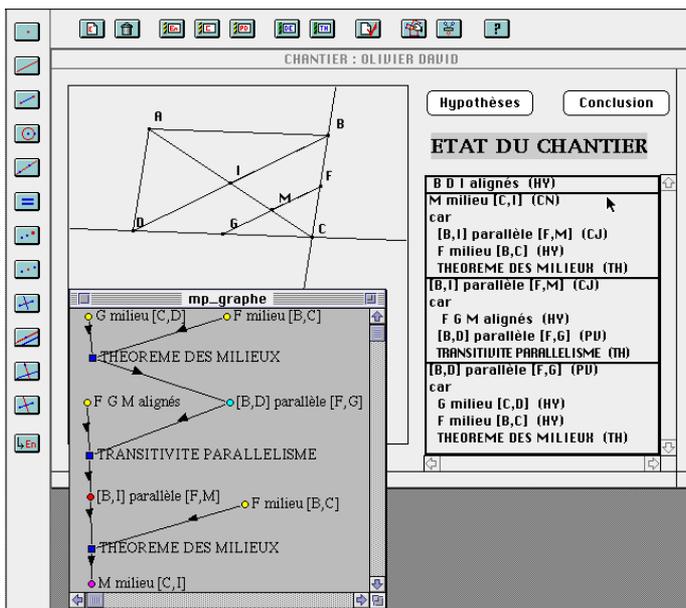


Figura N° 4. Una vista de Cabri-Euclide.

### La figura

La puesta en evidencia de propiedades geométricas que van a permitir la resolución del problema sucede en una interacción entre la figura y la prueba. Nosotros decidimos favorecer esta interacción permitiendo la asociación de enunciados y de figuras, la asociación de pruebas y de figuras y el tratamiento coherente de estas interacciones. La figura puede jugar diferentes roles en esta interacción figura-prueba, lo más interesante para nosotros es que ella permite refutar conjeturas gracias a la producción de contraejemplos en la figura.

La construcción de la figura y la construcción de la prueba no son ejecutadas secuencialmente. Como podemos ver en los trabajos de Bazin (1993), en varias etapas de la resolución hay momentos en donde se producen enriquecimientos de la figura inicial, extracción de sub-figuras como resultado de idas y venidas entre la figura y la prueba.

Hay una exigencia de coherencia entre la construcción de la figura y la declaración de enunciados. Así, para cada construcción de un nuevo objeto o relación (ya sea en la figura o en la prueba), hay verificaciones que son hechas con respecto a los objetos ya existentes. Las verificaciones son hechas sobre la existencia de propiedades geométricas que han sido construidas en

la figura y la prueba, siguiendo el modelo de interacción entre agentes artificiales que hemos presentado.

La figura está representada en nuestro caso por el micromundo Cabri-géomètre. Cabri-géomètre (Bellemain, 1992), (Laborde, 1989) es un micro-mundo que permite, con una interface de manipulación directa y operadores en un lenguaje de alto nivel, construir y deformar configuraciones geométricas respetando las reglas iniciales. Así, el usuario puede construir y manipular figuras para explorar sus propiedades y descubrir propiedades geométricas confirmadas por los fenómenos gráficos.

La versión capaz de comunicar, que nosotros utilizamos, permite trabajar la geometría euclidiana. Las figuras en este caso hacen intervenir esencialmente puntos, rectas y círculos como objetos de base y los objetos y nociones que les son habitualmente asociadas: segmentos, triángulos, paralelismo, perpendicularidad, punto medio, etc. La originalidad de este programa es que ofrece en todo momento la posibilidad de modificar dinámicamente la figura, conservando las propiedades geométricas expresadas entre los elementos del programa. Cabri-géomètre tiene un “oráculo” que permite interrogar a la figura sobre la validez de sus propiedades geométricas. En algunos casos si la propiedad no es válida el programa puede dar un contra-ejemplo gracias al desplazamiento dinámico de los objetos de la figura. Este tipo de validación es perceptivo ya que todo sucede en el diseño o figura.

Desde el punto de vista de la prueba el agente Cabri-géomètre tiene un rol heurístico, es un agente empírico. “La problemática de la prueba en la interacción con este micromundo está marcada por el empirismo de la percepción y el valor ostensivo de la acción” (Laborde y Capponi, 1994). Finalmente “el usuario puede mostrar la validez de las propiedades obrando materialmente en el espacio gráfico de la experimentación, quedamos entonces en el paradigma de las pruebas pragmáticas” (Balacheff, 1999).

### *El chantier y la caja de herramientas*

Definimos el “chantier” como el lugar privilegiado para la resolución del problema. La coherencia de un “chantier” es intrínseca a él mismo. Cada elemento del “chantier” será analizado con respecto al resto de los elementos que intervienen en el “chantier”. El “chantier” está compuesto por el registro gráfico y el registro textual. En el “chantier” es posible construir una prueba no secuencial, retroceder en una prueba o hacer tentativas que no conducen a la solución del problema. Igualmente, si el estudiante produce un enunciado falso, en donde una refutación ha sido propuesta por el programa, el enunciado puede quedarse en el “chantier” ya que él forma parte de la traza del trabajo del estudiante durante la resolución del pro-

blema, de esta manera el estudiante puede escoger entre guardarlo para trabajarlo más tarde como un problema aparte o reformular las proposiciones (de la figura o del texto) para que esta proposición sea válida.

Gracias al agente textual es posible formular en el “chantier” los objetos y propiedades de la geometría euclidiana. Es igualmente posible asociar esos enunciados organizándolos deductivamente para producir una prueba o pasos de prueba, es decir permitir el razonamiento deductivo. Las reglas de deducción son accesibles gracias a la “caja de herramientas”.

La caja de herramientas puede ser considerada como el lugar donde es posible encontrar los enunciados institucionalizados y que pueden ser utilizados en otro contexto sin que su carácter de validez sea cuestionado. La “Caja de herramientas” esta compuesta de definiciones y teoremas. Es dinámica, es decir, es posible de quitar o agregar reglas (teoremas o definiciones) según la situación de aprendizaje. Esta gestión será hecha por el profesor quien esta encargado del proceso de institucionalización.

### El estatus de un enunciado

El estatus de un enunciado se define en función del valor epistémico de una proposición. El valor epistémico es el grado de certitud o de convicción que un usuario le da a un enunciado (Duval, 1992-1993).

Para favorecer el razonamiento deductivo, Duval enfatiza la importancia del paso de los diferentes valores epistémicos a valores operatorios: “Los valores epistémicos deben ser traducidos en uno de los tres estatus operatorios para que las proposiciones puedan ser relacionadas deductivamente” (ibid, p. 46). El estatus operatorio es el lugar asignado a un enunciado en el modelo ternario de la deducción. Hay tres tipos de valores operatorios: las proposiciones de entrada, la regla de deducción y la proposición de salida. Si distinguimos esos valores operatorios con respecto al grado de validez o valor epistémico, encontramos varios tipos de enunciados. Así, aceptamos como enunciados posibles de entrada las hipótesis, los lemas, las conjeturas y las propiedades verdaderas. La regla de deducción puede ser una definición o un teorema, y la proposición de salida puede ser una conjetura, una propiedad verdadera o la conclusión del “chantier”<sup>2</sup>.

La declaración del estatus modifica el contexto común a los dos interlocutores (ARA y ARH) y permite la negociación. En función del estatus el programa analizará de manera diferente la validez o la coherencia del enunciado. La negociación se produce ya que gracias al estatus, el agente puede interpretar las intenciones del aprendiz con respecto al enunciado y eventualmente proponer otro estatus o pedirle algunas condiciones para aceptar el estatus.

### *El grafo*

El rol del grafo en nuestra concepción es, por un lado, el de ayudar a la organización del trabajo durante la resolución del problema y por otro lado, el poder tomar en cuenta el rol operatorio de los enunciados. Queremos mostrar con el grafo la estructura subyacente a la organización deductiva de los enunciados.

El grafo es orientado, cada vértice tiene un enunciado asociado y cada arista representa la asociación entre dos enunciados.

Con respecto a la ayuda en la organización para la resolución del problema, pensamos que la posibilidad de acceder a los sub-grafos permite al usuario situarse en la construcción de su prueba. Es posible pedir el grafo del “chantier”, pero es igualmente posible pedir el grafo de un enunciado o de una parte de la resolución. En el grafo del “chantier” están representados todos los enunciados y su organización deductiva, mientras que en el grafo de un enunciado está el enunciado mismo y el paso de prueba que lo deduce, en caso de que exista.

El grafo es una herramienta de ayuda al razonamiento deductivo ya que es posible visualizar los dos pasos en una prueba deductiva: la inferencia y el encadenamiento (ibid). Los diferentes tipos de estatus epistémicos son igualmente visibles ya que cada vértice tiene un color diferente según el estatus.

Para la edición del grafo utilizamos una versión que comunica el programa Cabri-Graph (Carbonneaux, Laborde y Madani, 1995). Cabri-Graph es un editor de grafos acompañado de ciertas funcionalidades o conjunto de algoritmos. Cabri-Graph nos permite crear grafos orientados y poder manipularlos de manera dinámica.

### **Las interacciones**

Nosotros consideramos necesarios al pasar de las pruebas pragmáticas a las pruebas intelectuales, disponer de un lugar de trabajo sobre la figura que permita el análisis heurístico y la producción de pruebas pragmáticas y de un lugar en donde se puedan tratar las expresiones lingüísticas y su organización desde el punto de vista lógico, para poder producir pruebas intelectuales. En otras palabras concebimos un ambiente que permita la expresión de pruebas pragmáticas con la ayuda del registro figural y de pruebas intelectuales en el registro lingüístico. Cabri-Euclide permite el acceso a esos dos registros y organiza la interacción entre ellos.

“El paso de pruebas pragmáticas a pruebas intelectuales reposa sobre la evolución estrecha de tres polos que no se pueden disociar: el polo a nivel de la acción, el polo lingüístico, o de formulación y el polo de validación” (Balacheff, 1999).

Las interacciones de tipo acción deben ser posibles en el ambiente que nosotros concebimos. El acceso a la construcción de la figura permite interacciones de tipo acción, así como su manipulación dinámica permite las pruebas pragmáticas en los momentos de validación. De la misma manera es indispensable permitir interacciones de tipo acción en la construcción de la prueba. Esas acciones deben ser reversibles, es decir que debe ser posible construir y destruir o reconstruir sin que el programa pueda prejuzgar sobre la dirección en que las acciones deben realizarse.

Con respecto a las fases de formulación éstas están fundamentalmente centradas en la producción de los enunciados gracias al agente textual. La formulación gráfica es igualmente posible en la construcción de la figura.

Las características de la fase de validación juegan un rol determinante: “el acceso posible o no a la experiencia constituye una característica de la situación que va a jugar un rol central en el funcionamiento de esta dialéctica de validación. Producir una decisión o realizar el contenido de una afirmación, permite lo que nosotros llamaremos validaciones pragmáticas de la decisión, o pruebas pragmáticas, cuando ellas son realizadas por el estudiante para establecer una validación de una proposición. Cuando este acceso a la realización no es posible, entonces las validaciones son necesariamente intelectuales. La producción de estas pruebas intelectuales requieren en particular la expresión lingüística de los objetos y sus relaciones” (Balacheff, 1987, p. 157).

Al igual que las fases de formulación, concebimos la posibilidad de crear fases de validación en el contexto figural y en el contexto textual. Las validaciones empíricas van a realizarse en el registro figural y las validaciones intelectuales se harán en el registro textual. Así, en el registro gráfico se pueden hacer validaciones heurísticas, utilizando el carácter dinámico de Cabri-géomètre. Poder desplazar la figura constituye uno de los medios que va a permitir en un momento dado el continuar o no manteniendo una proposición. Las validaciones en este registro son del lado pragmático y es por esa razón que debemos inducir fases de validación en el registro textual que permitirán el paso a las pruebas intelectuales.

Determinamos varias variables para favorecer ese paso de pruebas pragmáticas a pruebas intelectuales. Nos apoyamos principalmente en la distinción entre los valores operatorios de los enunciados y sobre el aspecto deductivo de las pruebas. Duval (1992-1993) muestra como la capacidad de distinguir entre el valor operatorio de los enunciados utilizados y de su valor informacional constituyen una evolución esencial para pasar de la argumentación a la demostración. Con respecto al aspecto deductivo, la validación se refiere a las reglas utilizadas en la deducción, es decir, ver si un teorema sirve para deducir el enunciado, y se refiere igualmente a la organización de-

ductiva, es decir si las hipótesis son suficientes y apropiadas en la deducción. Este tipo de verificación se separa de la figura y es específica de las pruebas intelectuales. El interés de esas validaciones depende de la capacidad de refutación y de los medios dados para superar esa refutación.

Podemos distinguir en el cuadro que sigue las capacidades de los diferentes registros en función de las posibles interacciones que presentamos en nuestro modelo:

	Objeto del conocimiento	Formulación	Acción	Validación
 Cabri-geomètre I	Figura geométrica	Objetos de la geometría euclidiana:  • punto, rectas, círculos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construcción,</li> <li>• Macro-construcción</li> <li>• Guardar</li> <li>• Abrir</li> <li>• Salir</li> <li>• Cambios de las propiedades</li> <li>• Desplazamiento</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desplazamiento,</li> <li>• Verificación de las propiedades de la figura</li> </ul> <p><b>Pruebas pragmáticas</b></p>
 Cabri-Euclide	Pruebas deductivas en geometría euclidiana	Enunciados:  • propiedades, • definiciones, teoremas, • regla de inferencia • Hipótesis => Conclusión	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construcción</li> <li>• Macro-construcción</li> <li>• Asociación</li> <li>• Guardar</li> <li>• Abrir</li> <li>• Salir</li> <li>• Cambios de las propiedades de los objetos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificación de la coherencia</li> <li>• Contra-ejemplo</li> <li>• Hipótesis =&gt; Conclusión</li> <li>• Estatus</li> </ul> <p><b>Pruebas intelectuales</b></p>
 Cabri-graph		Pareja:  • (vértice o enunciado, • arista o asociación inferencial)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construcción</li> <li>• Desplazamiento</li> <li>• Guardar</li> <li>• Abrir</li> <li>• Salir</li> </ul>	<b>Modalidad de presentación de pruebas intelectuales</b>

Cuadro N° 2. Tipos de interacciones

El aspecto semi-empírico de estas interacciones juega un rol esencial en el paso de las pruebas pragmáticas a las pruebas intelectuales. El acceso a la evidencia empírica (gracias a la figura) es esencial en el proceso de descubrimiento. De igual manera siguiendo la idea de la teoría semi-empírica del lado de la prueba, podemos decir que la prueba de un enunciado y su des-

composición en un conjunto de enunciados probados o evidentes constituyen un conjunto de argumentos suficientes para producir la adhesión.

### *La capacidad de refutación*

La refutación en Cabri-Euclide se refiere a la coherencia del trabajo del usuario. La verificación de la coherencia en la dialéctica de pruebas y refutaciones consiste en un análisis del nivel de validez de las proposiciones hechas por los sujetos. Ella tiene como objetivo permitir al ambiente informático, en su rol de sujeto antagonista, verificar si existe una validación posible con las proposiciones del usuario. En el programa, la refutación puede expresarse en la figura o en el texto.

Cabri-Euclide puede rechazar una proposición del usuario refutando una configuración particular de la figura geométrica o criticando la prueba. El usuario puede responder a este rechazo modificando la definición de los objetos o las propiedades de los enunciados en Cabri-Euclide o modificando la construcción de la figura en Cabri-géomètre.

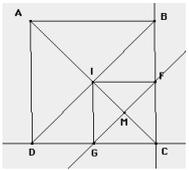
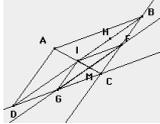
Es importante recalcar que en este tipo de interacciones, deben existir los medios necesarios para expresar la refutación y para superarla, esto tomando en cuenta el hecho de que el estudiante debe tener acceso a las acciones y que Cabri-Euclide no debe realizar automatismo sobre las acciones cognitivas del estudiante. El agente semi-empírico tiene como función dirigir a una formulación teórica del conocimiento provocando la organización de una relación crítica entre la construcción de la prueba y la experimentación que permite refutar o mantener el enunciado. Aquí retomamos la idea del diálogo Hombre-Máquina (Caelen, 1994).

Así, un problema de geometría dado, el estudiante construye la figura y produce los enunciados que él desea en el registro textual. Cabri-Euclide analiza la estructura del conjunto de los enunciados y diagnostica si esta estructura es o no una prueba matemática relativa al enunciado dado como conclusión. Para la construcción de las refutaciones tomamos en cuenta tres aspectos: figural, deductivo y epistémico. La primera es una refutación de tipo pragmática y las otras dos son refutaciones intelectuales.

### La refutación figural

Aquí la refutación principal es la presentación de contra-ejemplos. Un enunciado al cual podemos proponer un contra-ejemplo será una conjetura falsa, y quedará en el "chantier" como tal. Si el usuario produce un enunciado, Cabri-Euclide le solicitará a Cabri-géomètre que verifique la propiedad y el usuario puede recibir uno de estos mensajes: "Esta propiedad es errónea, ver la figura", "Esta propiedad es aparentemente verdadera sobre su figura pero no lo es en el caso general ¿Desea un contra-ejemplo?" Si el

contra-ejemplo es producido, él será representado por el desplazamiento de la figura (Ejemplo N° 1) y la refutación será de tipo pragmática. Los mensajes son producidos en función de la capacidad de Cabri-géomètre de producir un contra-ejemplo.

<p>La figura del usuario:</p> 	<p>Enunciado:  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">[C, I] tiene la misma longitud que [F, G]</div></p> <p>Retroacción de Cabri-Euclide:   Cette propriété est apparemment vraie sur votre figure, mais elle ne l'est pas dans le cas général : voulez-vous un contre-exemple ?</p> <p>Traducción:                  Esta propiedad es aparentemente verdadera en su figura pero no lo es en el caso general. ¿Quiere un contra-ejemplo?</p>	<p>El contra-ejemplo:</p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>[C,I] même longueur [F,G] (CF)                      car                      [A,C] même longueur [B,D] (CF)                      [A,C] = 2[C,I] (HV)                      [B,D] = 2[F,G] (PV)                      TRANSITIVITE EGALITE (TH)</p> </div> <p>(CF) = conjetura Falsa</p>
---	--	---

Ejemplo N° 1.

### La refutación epistémica

La construcción de la prueba comprende diferentes etapas, los enunciados utilizados en esas etapas son o bien previamente válidos (hipótesis, teoremas, definiciones o propiedades verdaderas), o bien no validados por el momento (conjeturas o lemas). Las etapas no conocidas o no construidas serán llamadas sub-problemas. Se puede querer resolver los sub-problemas durante la resolución del problema dado, en este caso será una conjetura, o aceptarlas como verdaderas y tratarlas más tarde, en ese caso será un lema (todos los tipos de verificaciones están en la especificación del programa Luengo (1997, p. 135)).

Las refutaciones en relación a los estatus son refutaciones epistémicas. Por ejemplo, un mensaje enviado por Cabri-Euclide puede ser del tipo: “la prueba es válida pero es necesario probar las conjeturas”, “el enunciado es una conjetura falsa la prueba no es valida” o “el enunciado es una propiedad verdadera, si un enunciado de su prueba es suprimido el enunciado será una conjetura”.

### La refutación deductiva

El análisis es hecho aquí en función de los dos pasos del razonamiento deductivo: la inferencia y el encadenamiento. En Cabri-Euclide la relación entre dos pasos de prueba (o encadenamiento) está formado por una relación lógica. El análisis puede que no sea lineal, no solamente en el sentido clásico de la resolución (proposición de la prueba de la conclusión a las hipótesis, de las hipótesis a la conclusión o mixta), sino también desde el

punto de vista de la resolución general del problema. Eso significa que se puede reexaminar todo un conjunto de pasos, cambiar una definición o realizar pasos que no tienen relación directa con la solución.

La verificación de la coherencia en este caso es realizada por un lado por la verificación de la organización deductiva de la prueba y por otro asegurándose que la regla de deducción (teorema o conclusión) utilizada es coherente con respecto al enunciado que se deduce. Verificar la exactitud de la organización deductiva consiste en examinar la presencia de proposiciones de entrada, las regla de deducción y la proposición de salida.

El teorema o definición sirven primero para verificar si la deducción es posible (la regla puede deducir el enunciado) y en segundo lugar para verificar si las hipótesis son suficientes y apropiadas. La primera verificación es hecha de manera automática cuando el usuario propone el teorema en el paso de prueba y la segunda verificación será hecha cuando el usuario lo desee ya que Cabri-Euclide no puede saber cuándo el usuario considera que completó la prueba.

El tipo de refutación que Cabri-Euclide puede producir en relación a la estructura de la deducción es una consecuencia de los dos tipos de verificaciones. Los mensajes de refutación harán referencia a la organización deductiva y a la regla de deducción. Entre otro podemos citar:

tipo de acción del usuario	mensaje dado por Cabri-Euclide
Agregar un teorema en una prueba que ya tiene un teorema	El enunciado (A,C) paralelo a (G,H) ya tiene un teorema
Agregar la conclusión del "chantier" en las proposiciones de entrada de un enunciado	Agregar el enunciado (G,H) paralelo a (K,L) es imposible: es la conclusión del "chantier"
Prueba circular, de tipo $A \rightarrow B$ y $B \rightarrow A$	G medio de (A,D) es parte de las hipótesis de (A,C) paralelo a (G,H)
Del teorema no se deduce el enunciado	El enunciado (G,H) paralelo a (K,L) no puede ser deducido de ese teorema

Los instrumentos de negociación existirán en función del tipo de refutación. Una refutación llamada definitiva, como por ejemplo el rechazo de un teorema en la prueba, no puede ser negociado pero puede ser explicado. En cambio sobrepasar una refutación con respecto a la estructura de la prueba puede ser negociado ya sea cambiando la lista de enunciados que están en la prueba, ya sea cambiando la regla de deducción, o reformando el enunciado.

### *Sobrepasar la refutación*

#### La explicación y la negociación

Las explicaciones del programa se presentan en función de los mensajes que él envía. Ellas pueden ser vistas como medios para sobrepasar o com-

prender los límites impuestos por el programa. Hay explicaciones que hacen referencia a la utilización correcta del programa y explicaciones que hacen referencia al contenido que interviene en el proceso de negociación, son estas últimas las que nos interesan.

Estos mensajes deben ser relativos al objeto del conocimiento en juego, ya que nuestro objetivo inicial es el de acompañar al usuario en su proceso de construcción y resolución y de vigilar la coherencia de su trabajo. Esto se hace sin mostrar cuál debe ser la manera de resolver el problema, ya que en la dialéctica de pruebas y refutaciones ninguno de los participantes conoce a priori la solución del problema.

En esta problemática de negociación, nosotros concebimos a los medios de explicación entre la máquina y el usuario para poder avanzar en la interacción. Así, los medios de explicación dados a Cabri-Euclide son: los contra-ejemplos y las justificaciones producidas por el programa. Los medios dados al usuario son: la declaración del estatus y la posibilidad de crear nuevas definiciones.

Las explicaciones son accesibles cuando el usuario lo desea y este último puede decidir acerca del detalle de la explicación. En los mensajes de refutación de Cabri-Euclide existe una funcionalidad (botón llamado “justificación”) que permite el acceso al análisis hecho por la máquina con respecto al último mensaje:

<p>Interacción #1</p>  <p><b>L'énoncé [E,F] est parallèle à [I,J] ne peut pas être déduit de ce théorème</b></p> <p><input type="button" value="Justifier"/> <input type="button" value="OK"/></p>	<p>Interacción #3</p> <p>TRANSITIVITE EGALITE</p> <p>VOICI LE THEOREME</p> <p>THEOREME TRANSITIVITE EGALITE</p> <p>TEXTE : Si deux distances sont égales à une même troisième, alors elles sont égales entre elles</p>  <p>PROPRIETE DEDUCTIBLE : [A,B] a la même longueur que [C,D]</p> <p>HYPOTHESES [A,B] a la même longueur que [E,F] [C,D] a la même longueur que [E,F]</p> <p><input type="button" value="Suivante"/> <input type="button" value="Annuler"/> <input type="button" value="OK"/></p>
<p>Traducción: el enunciado (EF) paralelo a (IJ) no puede ser deducido por ese teorema.</p> <p>Interacción #2</p>  <p>Message d'erreur</p> <p>L'énoncé [E,F] est parallèle à [I,J] ne peut pas être déduit de ce théorème</p> <p> Justification</p> <p>le théorème TRANSITIVITE EGALITE ne permet pas de déduire la propriété "est parallèle à"</p> <p><input type="button" value="voir Théorème/Définition"/> <input type="button" value="OK"/></p> <p>Traducción: el teorema tratividad de la igualdad no permite deducir la propiedad "es paralelo a"</p>	<p>Traducción: He aquí el teorema: Teorema: transitividad de la igualdad</p>

Ejemplo N° 2. Una interacción con el botón justificar

Con respecto a las explicaciones dadas por el usuario a la máquina, ellas son las construcciones figurales y textuales. La máquina puede igualmente pedirle al usuario que se explique: si, por ejemplo, el usuario produce una formulación incluyendo un objeto que no existe en la figura, el programa le pedirá al usuario construir ese objeto para poder comprender la relación de ese objeto con los otros ya existentes; cuando el usuario construye el objeto explica al programa lo que él representa.

La declaración del estatus de los enunciados es igualmente un medio de explicación para el usuario, esta declaración permite la gestión de la negociación, ya que las refutaciones producidas por la máquina dependen del estatus del enunciado.

### La creación de definiciones

Otro tipo de explicación que Cabri-Euclide permite es la posibilidad de crear definiciones que pueden ser vistas como macro-construcciones. Si hay un objeto que el usuario quiere usar y que el programa no le propone, el usuario puede expresar ese nuevo objeto creando una definición. Como toda explicación, puede no ser aceptada: en nuestro caso el programa no aceptará una nueva definición si ésta no es coherente al “chantier”. La creación de definiciones se hace a partir de los objetos existentes. Por ejemplo, si la definición de cuadrado no existe, se puede construir a partir de la definición de paralelogramo y las propiedades asociadas al cuadrado.

La creación de definiciones es una herramienta fundamental a la dialéctica de pruebas y refutaciones. En el caso de la refutación de una conjetura, la creación de una definición puede servir para aumentar el contenido de la conjetura o para delimitar su dominio de validez.

Desde el punto de vista de la interface, la creación de definiciones debe ser lo más próximo posible al sistema de representaciones manipulado por el usuario en el programa. Esto impone un conjunto de condiciones desde el punto de vista informático de manera que la creación de definiciones no exija al usuario otros conocimientos diferentes que aquellos relacionados con la prueba en geometría. Así, por ejemplo, aunque agregar una nueva definición implique, desde el punto de vista informático, agregar nuevas reglas a la base del conocimiento, esta agregación debe ser para el usuario en el dominio de la geometría (agregando propiedades y objetos) y no en el dominio de la informática (creación de reglas en cálculo de predicados).

	<p>Nueva regla agregada a la base de conocimientos de Cabri-Euclide:                  Paralelogramo(A,B,C,D):                  Cuadrilatero(Pt(A), Pt(B),Pt(C),Pt(D))                  ' Medio(Pt(E),Sg(Pt(A),Pt(C)))                  ' Medio(Pt(E), Sg(Pt(B),Pt(D)))</p>
--	--

Ejemplo N° 3.

### La cooperación entre agentes artificiales

Un aspecto de la arquitectura de agentes que nos interesa es el aspecto cooperativo. Esto nos permite integrar las diferentes capacidades gracias a la distribución del conocimiento. Cada agente en nuestro caso es autónomo, pero debe tener capacidades de cooperación. Caracterizamos esta cooperación por dos condiciones:

- Permitir la construcción y la manipulación de objetos y relaciones que el agente propone, tanto para el agente humano como para el agente artificial;
- Tener la capacidad de informar sobre los objetos y relaciones construidas en el programa.

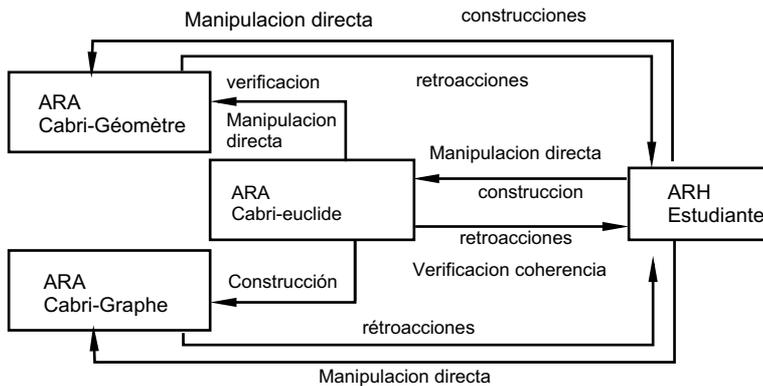
En nuestro caso, como es Cabri-Euclide el que se encarga del proceso de pruebas y refutaciones, es él quien es cliente de Cabri-Graph y Cabri-géomètre.

Definimos Cabri-Euclide como un agente colaborativo con respecto al agente humano. Para esto el agente es capaz de:

- Producir diálogos que permiten un examen crítico de proposiciones del usuario; por ejemplo, el programa es capaz de producir diálogos con respecto a las refutaciones.
- Tiene la capacidad de argumentar y comunicar; la justificación es un medio de argumentación para Cabri-Euclide.

- Permite la construcción de un razonamiento a partir de conocimientos que se pueden revisar, y son susceptibles de evolucionar en la interacción. Cabri-Euclide no exige la expresión de conocimientos “verdaderos”, sino la expresión de conocimientos aceptables localmente y que pueden ser revisados. El pide una organización coherente al conjunto de enunciados con respecto a su validez empírica (la figura), su estatus y sus relaciones explícitas. Esto se garantiza gracias a la capacidad de verificación de la coherencia.

En la figura que sigue, podemos distinguir tipos de colaboraciones posibles entre los diferentes agentes:



## La comunicación entre agentes artificiales

La comunicación entre agentes artificiales se realiza gracias a la utilización de 'Apple-events'. Ellos son accesibles a partir del sistema 7 de apple. Los principios de comunicación son definidos por una relación cliente-servidor. El principio de comunicación es el siguiente:

- El programa activo emite un mensaje (Apple-event) al sistema en dirección de un programa en espera;
- El programa que recibe es ahora la aplicación activa y el programa que envía el mensaje suspende su actividad y espera, eventualmente, la respuesta de la otra aplicación.
- La aplicación que recibe trata el mensaje y envía eventualmente una respuesta.

Los Apple-events introducen una comunicación por cooperación entre aplicaciones: la aplicación queda activada tanto como ella (o el usuario) lo desee.

## CONCLUSIÓN

Nuestro trabajo consiste en la especificación de un ambiente de ayuda a la resolución de problemas y a la construcción de las pruebas, Cabri-Euclide, el cual no está limitado por la manera como hay que resolver el problema, ni por el tipo de solución. La concepción, buscando eliminar la limitación de la anticipación de soluciones aceptables, se centró en la capacidad de “seguir” las soluciones del estudiante y de eventualmente negociar su aceptación. Esta exigencia se traduce en un modelo que tiene como característica principal que toda interacción está concebida en función de los conocimientos que intervienen y que respeta las estrategias propias del estudiante.

Las investigaciones sobre Ambientes Informáticos de Aprendizaje Humano tienen como característica la integración de diferentes disciplinas y la condición pragmática de la necesidad de probar el programa en una clase.

En nuestro caso utilizamos diferentes áreas del conocimiento (didáctica de matemáticas, informática, interacción hombre-máquina), las cuales nos dieron las bases de la concepción de un modelo y su desarrollo.

El modelo está basado en las interacciones de tipo acción, formulación y validación, con el conocimiento en juego como objeto de la interacción. El modelo está inspirado en la teoría de situaciones en el área de didáctica de las matemáticas. Esta decisión está ligada a la hipótesis que plantea que la resolución de problemas es una herramienta de aprendizaje. Para nosotros un sistema informático de ayuda a la resolución de problemas debe permitir al estudiante organizar sus ideas y sostenerlas en la búsqueda de una solución, poniendo a su disposición un universo en el cual el estudiante puede actuar. Al contrario de los tutores artificiales, un sistema basado en nuestro modelo no busca ser autónomo desde el punto de vista del aprendizaje, él depende de las situaciones que sean construidas para su utilización. Cabri-Euclide, como parte del medio, no es “responsable” de la concepción de los procesos utilizados para la enseñanza. El objetivo está centrado en los medios para construir ese proceso. Permitir los diferentes tipos de interacción para la resolución de problemas es para nosotros la base de la concepción de situaciones. En consecuencia, la construcción de situaciones utilizando Cabri-Euclide será determinante para el logro en las interacciones y por lo tanto del aprendizaje.

Un programa que determina a priori su funcionamiento y sus métodos en relación a la resolución de problemas reduce, según nuestro punto de vista, su contribución a la construcción de situaciones. Con Cabri-Euclide se pueden concebir situaciones con objetivos diferentes como la búsqueda de una conjetura, el trabajo heurístico, la resolución de problemas abiertos, la construcción de pruebas y la redacción de demostraciones. En cambio en los tutores que conocemos en el área (Luengo, 1997, p.18), los problemas y la manera cómo deben ser resueltos están fijados con anterioridad por la máquina, y en el caso en donde se pueden agregar problemas, estos deben ser bajo el formato y los objetivos anteriormente establecidos por los que concibieron el tutor.

La decisión de seguir el trabajo del estudiante sin tener como referencia al menos una solución nos obliga a buscar otros medios de comprensión de la actividad del estudiante, como por ejemplo: el análisis de la figura, la verificación de la prueba con la validación de los pasos de prueba y la organización deductiva gracias a la regla deductiva y al valor epistémico de los enunciados.

Permitir la dialéctica de pruebas y refutaciones implica para nosotros por un lado que el programa produzca refutaciones y por otro lado la necesidad de trabajar con conocimiento que se pueda revisar y que sea susceptible de evolucionar durante la interacción. Este aspecto nos condujo a la utilización de agentes semi-empíricos.

La utilización de la teoría de agentes semi-empíricos nos permitió conjugar la capacidad de sistemas con interacciones empíricas que permiten la evolución del aprendizaje en un contexto pragmático con sistemas que deben velar por la validez de las formulaciones, en otras palabras, sistemas que analizan el rigor lógico de los procedimientos.

Desde el punto de vista de la implementación de los agentes semi-empíricos, es interesante mostrar la integración de varios programas que fueron desarrollados separadamente con capacidades diferentes: Cabri-géomètre, Cabri-graph y Cabri-Euclide. Es importante recalcar que la posibilidad de integración depende de las características de los programas, en particular de su capacidad de comunicación.

Pudimos constatar que la utilización de los agentes semi-empíricos en un cuadro de enseñanza (ibid) deja la posibilidad de la evidencia empírica gracias a razonamientos como la abducción y permite el razonamiento deductivo gracias a la organización deductiva de las proposiciones. La interacción con ese tipo de agentes se alcanzará en mayor o menor grado, según la capacidad de esos agentes de negociar y de convencer. Esto se debe a que los agentes funcionan con conocimientos que se pueden revisar y que en el caso de la interacción (la refutación, por ejemplo), el sistema debe entonces ser

capaz de argumentar sobre la veracidad de su formulación. Observamos durante la experimentación (ibid, p. 145) como un conocimiento erróneo puede resistir ante un contra-ejemplo propuesto por Cabri-Euclide. Podemos concluir que nuestro trabajo depende en gran parte de su capacidad de argumentación y negociación, es decir en su capacidad de comunicar.

## REFERENCIAS

- Baker, M., Charnay, L., Gréboval, M., Joab, M., Lemaire, B., Safar, B. y Schlienger, D. (1997). Transposer les principales fonctions d'un dialogue explicatif dans une interface graphique. En *Actes des 6e journées nationales PRC-GDR Intelligence artificielle* (pp. 339-355). Paris: Editions Hermes.
- Baker, M. J. y Bielaczyc, K. (1995). Missed opportunities for learning in collaborative problem-solving interactions. En J. Greer (Ed.), *Proceedings of IA-ED '95: World Conference on Artificial Intelligence in Education* (pp. 210-217). AACE: Washington D.C.
- Baker, M. (1993). Dialogic Learning: Negotiation and Argumentation as Mediating Mechanisms. En *Proceedings of IA-ED '93: World Conference on Artificial Intelligence in Education*, (4-11). Edinburgh (GB).
- Balacheff, N. (1999). Apprendre la preuve. En J. Sallantin y J. Szczeciniarz (Eds.), *Le concept de preuve à la lumière de l'intelligence artificielle* (pp. 197-236). Paris: PUF.
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 147-176.
- Balacheff, N. (1994). Didactique et Intelligence Artificielle. En N. Balacheff y M. Vivet (Eds.), *Didactique et intelligence artificielle* (pp. 7-42). Grenoble: Editions La Pensée Sauvage.
- Bazin, J.M. (1993). Un modèle d'expert en résolution de problème de géométrie. En M. Baron, R. Gras y J. F. Nicaud (Eds.), *Actes des Troisièmes Journées EIAO Cachan* (pp. 27-38). Paris: Eyrolles.
- Bellemain, F. (1992). Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie: Cabri-géomètre. (tesis doctoral). LSD2-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- Caelen, J. (1994). Une logique pour le dialogue coopératif homme-machine. En H. Prade, R. Jeansoulin y C. Garbay (Eds), *Le Temps, l'Espace, et l'Evolutif en Sciences du Traitement de l'Information* (pp. 329-344) Cepaduès, 2000.

- Carbonneaux, Y., Laborde, J.-M. y Madani, M. R. (1995). Cabri-graph: A Tool for Research and Teaching in Graph. En J. Frank y Brandenburg (Eds.), *Memorias Graph Drawing'95, Lecture Notes in Computer Science n°1027* (pp. 123-126). Springer Verlag.
- Dillembourg, P. y Self, J. (1995). Designing human-computer collaborative learning. En C. E. O'Malley (Ed.), *Computer Supported Collaborative Learning*. Hamburg: Springer-Verlag.
- Dreyfus, T. y Swarcz, B. (1995). Cognitive Interpretation of Microworld operations. En *Nato Asi Series* (pp. 36-45). Berlin: Springer Verlag.
- Duva, R. (1992-1993). Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive. *Petit X*, 3, 37-61.
- Laborde, J. (1989). Intelligent Microworlds and Learning Environments. En J. M. Laborde (Ed.), *Intelligent Learning Environments: The Case of Geometry* (Vol. 117, pp. 113-132) NATO Serie F: Computer and Systems Sciences.
- Laborde, C. y Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (1.2), 165-210.
- Laborde, J. (1985). Projet d'un Cahier Brouillon Informatique de Géométrie. Rapport interne IMAG, Grenoble.
- Lakatos, I. (1976). *Proof and Refutations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Luengo, V. y Balacheff, N. (1998). Contraintes informatiques et environnements d'apprentissage de la démonstration en mathématiques, *Sciences et Technologies Educatives*, 5 (1), 15-45.
- Lemaître, C., Sánchez, V. y Loyo, C. (1993). Cooperative Open Systems Architecture. In Collaborative dialogue technologies in distance learning. En *Proceedings of the NATO advanced research workshop* (pp.126-141). España: Springer Verlag.
- Luengo, V. (1997). Cabri-Euclide: un micromonde de preuve intégrant la réfutation. Principes didactiques et informatiques. Réalisation. (tesis doctoral), Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Luengo, V. y Balacheff, N. (1998). Contraintes informatiques et environnements d'apprentissage de la démonstration en mathématiques, *Sciences et Technologies Educatives*, 5 (1), 15-45.
- Papert, S. (1980). *Mindstorm, Children, Computer and powerful ideas*. New York: Basic Books.
- Sallantin, J. (1991). Théories semi-empiriques: conceptualisation et illustrations. *Revue d'intelligence artificielle*, 5 (1), 9-67.

Self, J. (1988). *Artificial Intelligence and Human Learning*. Londres; New York: Chapman and Hall Computing.

*Vanda Luengo*  
*Investigadora equipo Arcade*  
*Laboratorio CLIPS*  
*38041 Grenoble*  
*Francia*  
*Vanda.Luengo@imag.fr*