

O TRABALHO COOPERATIVO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ÁREAS

Maria Helena Lopes Guerreiro e Maria Jesus Salinas Portugal

Universidade de Santiago de Compostela

mahe@portugalmail.pt

Pedro Palhares

Universidade do Minho

RESUMO: Apresentamos um estudo de caso, que incidiu sobre um grupo de quatro alunos, do 5º ano de escolaridade, submetidos a uma metodologia que privilegia o trabalho cooperativo, durante uma sessão em que se propuseram dois problemas de áreas e no qual se analisa o modo como os alunos interagem para os resolver. Os principais elementos de recolha de dados foram as notas de campo produzidas após a sessão de trabalho, as gravações áudio e vídeo e o protocolo preenchido pelo grupo durante a realização das tarefas.

ABSTRACT: This presentation is about a case-study conducted with 4 fifth schooling year children. They were submitted to a methodology privileging collaborative work, during a session in which two problems about area were proposed. The way children interacted with each other to solve the problems is analysed. The main instruments used to collect data were the field notes written after the session took place, the audio and video recordings of the session and the protocol filled by the group during the task work.

1. Introdução

O estudo da medida das grandezas foi, desde sempre, considerado um dos núcleos essenciais dos conteúdos básicos da formação matemática, quer pela vertente prática da aplicação da medida a diferentes situações da vida quotidiana, quer pela forma privilegiada como esta permite estabelecer conexões no seio da própria matemática e nas outras disciplinas, em geral.

Apesar de, tradicionalmente, estes conteúdos serem raramente negligenciados, a experiência e os estudos efectuados dão-nos conta que as práticas utilizadas não proporcionam aos alunos condições de garantir índices de competência aceitáveis.

2. Referencial Teórico

O Ensino/Aprendizagem da Área – Os estudos que incidem sobre o ensino/aprendizagem da área, convergem nas conclusões de que há um elevado grau de incompreensão do conceito por parte dos alunos e as razões que subjazem a este estado de coisas estão, normalmente, associadas a questões de natureza didáctica: ou porque se dedica tempo insuficiente ao tema, ou porque o ensino é feito precocemente ou ainda porque as abordagens não são as mais apropriadas (Freudenthal, 1983; Douady &

Perrin-Glorian, 1989; Olmo, Moreno & Gil, 1993; Puig, 1997; Abrantes, Serrazina & Oliveira 1999; Chamorro, 2001; Owens & Outhred, 2006).

A incompreensão/incorrecção deste conceito é muitas vezes patenteada na tendência em sobrepor a noção de área à de perímetro (Douady & Perrin-Glorian, 1989; Corberán, 1996; Jaquet, 2000; Chamorro, 2001). Owens e Outhred (2006) mencionam os estudos dirigidos por Kidman e Cooper que revelam ser um erro comum, a alunos do 4º, 6º e 8º anos de escolaridade, a determinação da área de um rectângulo através da soma das suas dimensões lineares. Também a aplicação de uma fórmula do cálculo de área para encontrar o perímetro (e reciprocamente), ou a expressão de uma área em metros (ou um perímetro em metros quadrados) são igualmente erros identificados com frequência. Olmo, Moreno e Gil (1993) afirmam que é usual os alunos calcularem a área e o perímetro de uma figura e atribuírem o maior valor à área e o menor ao perímetro.

Para superar estas dificuldades vários investigadores e documentos oficiais sobre currículo (Freudenthal, 1983; Douady & Perrin-Glorian, 1989; Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; NCTM, 2000; Chamorro, 2001) aconselham metodologias que convoquem os alunos a realizar tarefas geradoras de conflito cognitivo no intuito de permitir a dissociação entre os dois conceitos.

Se os conhecimentos didácticos enunciados anteriormente se apresentam como um referencial teórico regulador da acção subjacente ao trabalho do professor, no que respeita à selecção das tarefas a propor aos alunos, pouco aprofundam quanto às estruturas de aprendizagem que deverão servir de suporte ao trabalho na sala de aula.

As Estruturas Cooperativas de Aprendizagem – Atendendo a que a aprendizagem é hoje encarada como um processo pessoal de construção de significados, no qual as interacções sociais desempenham um papel central (Ponte, Matos & Abrantes, 1998), o recurso às estruturas cooperativas de aprendizagem é largamente apoiado por muitos investigadores (Slavin, 1995; Johnson, Johnson & Holubec, 1999, Cohen et al, 1999; Serrano, González-Herreiro & Martínez Herrero, 1997; Melero & Fernandez, 1995; Wiersema, 2000; Davidson & Kroll, 1991) e associações internacionais de reconhecido mérito (NCTM, 1991). Estas estruturas surgem como um modelo curricular importante para desenvolver uma comunidade de aprendizagem onde a diversidade dos sujeitos aprendentes é valorizada e rentabilizada. Nestes contextos os alunos têm a oportunidade de expor as suas concepções, confrontá-las com as dos outros, discutir, argumentar e criticar. A apologia a estas metodologias é suportada por várias teorias psicológicas da

aprendizagem, das quais destacamos os trabalhos de Vigotsky, que enfatizam o papel da linguagem na aquisição de conhecimento (NCTM, 2001). À luz das suas teorias, os ambientes de trabalho que promovem a interacção dos alunos contribuem para a assimilação de conceitos, na medida em que os obriga a argumentar e defender os seus pontos de vista e lhes propicia a oportunidade de ocorrência de conflitos sociocognitivos, que são o verdadeiro motor do desenvolvimento intelectual.

Actualmente está em curso uma geração de investigações que se propõe identificar e clarificar os fenómenos que ocorrem no interior dos grupos e os mecanismos que suportam e justificam os resultados obtidos. De facto, o reconhecimento dos fenómenos didácticos que originam certas disfunções permitem ao professor intervir de forma consciente, minorando os seus efeitos na aprendizagem. Estes estudos desenvolvem-se em ambiente natural, procurando averiguar de forma circunstanciada, a natureza e a qualidade dos processos interactivos. César (2000) defende que já não se procura estudar o aluno como agente isolado, produtor do seu próprio conhecimento. A nova unidade de análise desloca-se para as interacções que os sujeitos, enquanto parceiros sociais no acto de aprendizagem, desenvolvem entre si. O estudo que agora se apresenta inscreve-se nesta corrente.

3. Metodologia

Este estudo inclui-se num trabalho de investigação mais amplo que teve como objectivo averiguar os efeitos de uma intervenção didáctica que privilegia as metodologias do trabalho cooperativo na aprendizagem de conceitos relativos à área, após identificado o problema de ensinar em turmas de rendimento heterogéneo. Foi nosso propósito investigar com detalhe, se as estruturas cooperativas de aprendizagem introduzem ou não, mudanças significativas nos participantes em contexto natural – sala de aula.

Por razões que se prendem com as restrições impostas a esta comunicação apenas daremos conta dos resultados obtidos por um grupo durante uma sessão em que foram propostas duas tarefas que jogavam com os conceitos de área e perímetro, seleccionadas de acordo com as orientações didácticas vindas de investigadores e de documentos oficiais sobre currículo (Freudenthal, 1983; Douady & Perrin-Glorian, 1989; Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; NCTM, 2000; Chamorro, 2001) já referidas anteriormente. As duas tarefas configuravam problemas da vida real.

Sujeitos envolvidos: Um grupo de quatro elementos – a Ângela, a Ana, o Alexandre e o António – de uma turma do 5º ano de escolaridade, constituída por 25 alunos que foram divididos em seis grupos de trabalho, heterogéneos quanto ao rendimento académico e ao sexo, mas com alguma coesão interpessoal, reconhecida pelos dados colhidos através de um teste sociométrico, aplicado à turma antes da operação didáctica.

A investigadora era também a professora titular da turma na disciplina de Matemática.

Procedimentos efectuados:

1- Planificou-se a unidade de aprendizagem criando um ambiente propício à resolução de problemas pois todo o trabalho desenvolvido teve uma forte componente não rotineira admitindo-se, nomeadamente, várias estratégias de resolução. Tal como preceitua Freudenthal (1983), houve a preocupação de estabelecer ligações entre a matemática e o mundo exterior à sala de aula bem como de relacionar e integrar outros conceitos matemáticos já aprendidos. Optou-se, como sugerem Johnson, Johnson e Holubec (1999), por fornecer aos grupos os recursos materiais estritamente necessários, com intuito de forçar os alunos a interagir, trabalhando para o mesmo fim, e deste modo criar interdependência positiva.

As actividades propostas foram desenhadas de modo a criar condições para explorar os domínios da comunicação, quer escrita, quer oral, abrindo caminho para gerar a necessidade de estabelecer rigor na linguagem.

2- Foi feita uma sessão instrutiva prévia acerca do funcionamento dos grupos cooperativos e discutiu-se, em plenário, algumas normas básicas de trabalho em equipa de acordo com as orientações dadas por Johnson, Johnson e Holubec (1999).

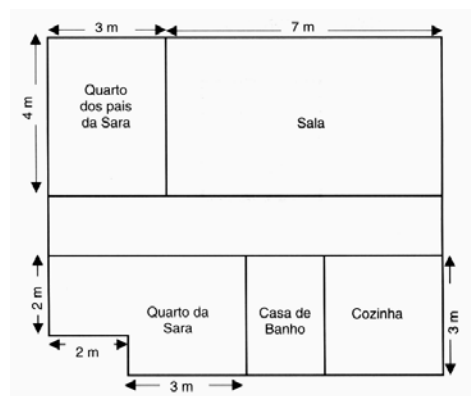
Métodos e instrumentos de recolha de dados: A recolha de dados foi feita a partir:

- Da observação
- Das notas de campo produzidas pela professora após as aulas;
- Das gravações áudio e vídeo de um dos grupos de trabalho;
- Dos documentos produzidos pelo grupo durante a sessão;

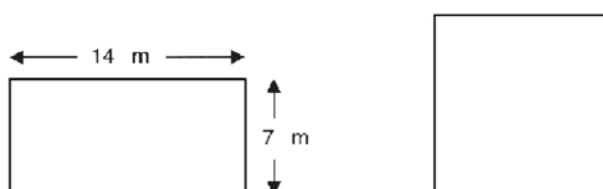
Caracterização das tarefas propostas

Tarefa 1 – Era apresentada a planta de uma casa, na qual estavam assinaladas algumas dimensões lineares dos seus compartimentos, como mostra a figura ao lado.

Com base nos dados anunciados, os alunos eram incitados a indicar qual dos quartos tinha maior área e justificar com esquemas e/ou cálculos a resposta dada.



Tarefa 2 – Os alunos teriam que analisar os dados, apresentados no enunciado e na representação gráfica, e reestruturá-los de forma a definir uma estratégia que desse resposta à questão central que era a de saber se os dois terrenos, indicados na figura, tinham a mesma área.



O problema mencionava que os terrenos eram isoperimétricos, pelo que havia que conjugar, idónea e coerentemente, diversos conceitos, designadamente, os de *perímetro* e *área*.

4. Apresentação e discussão dos resultados

Os elementos recolhidos no decurso desta sessão permitem-nos apurar que:

- Os alunos iniciaram a actividade proposta pela **tarefa 1** determinando a área do quarto dos pais da Sara.

O diálogo seguinte expõe as fragilidades dos conhecimentos procedimentais do Alexandre, no que respeita à determinação da área de um rectângulo com base nas suas dimensões lineares. O aluno confunde a fórmula de cálculo da área de um rectângulo com a do seu perímetro:

António – 4 vezes ... 12... o quarto dos pais da Sara tem 12 (...) olha... olha... o quarto dos pais da Sara têm 12! (...)

Alexandre – Eu acho que tem 14...olha...eu acho que tem 14, porque aqui...4... 4 e 4...8! 3 e 3...6!... 8...9,10,11,12,13,14!

António – Sim 14!

Ângela – Não é nada... isto é o perímetro!

Alexandre – E o que é que fala ali...?

António – Área!

Alexandre – Ah...
António – Ah! Porque é 12... o dos pais!
Alexandre – Como é que sabes!?
António – 3 ... 4 vezes 3?

Através do discurso é possível descobrir, por um lado, a deficiente compreensão instrumental do Alexandre, que se repercute na ineficácia em determinar a área de um retângulo com recurso a uma fórmula, e por outro lado, a inconsistência das aquisições feitas pelo António que, em face do processo de resolução proposto pelo colega, manifestou alguma hesitação em assumir as suas próprias ideias. Contudo, a Ângela contraditou, de forma peremptória, explicando ao Alexandre que a medida por ele encontrada correspondia ao perímetro da figura. Este comentário parece não ter sido suficiente para elucidar o colega porque, aparentemente, o aluno não entendeu como se gerava a medida apontada. Terá sido este facto que o levou a solicitar a ajuda do António, que prontamente lhe aclarou o processo.

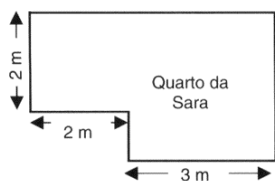
No seguimento da resolução do problema, e depois de acordada a medida da área do quarto dos pais da Sara, os alunos encetaram diligências para encontrar a área do quarto da Sara.

A análise do discurso do grupo permite-nos aprofundar um pouco mais a forma como os alunos foram contribuindo para a aquisição da referida medida:

António – São iguais... são iguais [*referindo-se à área dos quartos*] porque olha... 3 vezes 2 ...6!... 6 vezes 2 ... 12!
(...)
Alexandre – Eu acho que tem este mais... área... [*indicando o quarto da Sara*]

Neste excerto transparecem duas propostas de cariz diferente: a do António, de carácter marcadamente aritmético e a do Alexandre, de natureza perceptiva e que decorre da aparente incoerência entre a sua percepção e a solução encontrada pelo colega.

De acordo com a estratégia seguida pelo António, este limita-se a calcular o produto das três dimensões lineares assinaladas no quarto da Sara, e assumir que o resultado corresponde à medida da área da referida divisão. Como se pode aferir, pela figura seguinte e pelo discurso supra transcrito, o António usou a estratégia multiplicativa seguinte:



Medida da área do quarto da Sara = $3 \times 2 \times 2$

A aplicação de fórmulas inválidas, para determinação da medida da área de uma figura, tal como o processo perfilhado pelo António, é um dos erros identificados por Douady e Perrin-Glorian (1989) como muito frequentes no ensino básico. A forma pouco reflexiva e aparentemente rotineira, proposta pelo aluno, indicia algumas falhas na aprendizagem que poderão vir a invalidar-lhe a possibilidade de executar tarefas em que a compreensão das fórmulas seja um requisito prévio (Corberan, 1996).

Mas, através do grupo é possível, de forma quase imediata, proceder à rectificação dos erros ou inexactidões, como está patente no diálogo que se seguiu à sugestão do António:

Ângela – Não! Não... calma... 2 vezes 2...4...fica 4 aqui! ... um lápis... eu quero um lápis!*[registando no enunciado]* aqui tem 4 metros quadrados...

Alexandre – É 4 metros...

Ângela – Agora... **António** – Pois...4 vezes 3 ...12! ...tem iguais ... são os dois iguais!

Alexandre – Mas então porque é que dizes que o quarto da Sara é o maior?

António – Não... aqui já puseste...2 vezes 2 ... 4. Agora...3 vezes 4.../

Ângela – Não! Não...

António – Então?

Ângela – 3 vezes 2!... Este bocadinho...

António – Ah... tá bem... 6 vezes 4...

Ângela – Não! 6 mais 4...

Com efeito, a Ângela reorienta o colega e tenta explicar o processo correcto, mas o António continua a manifestar algumas dificuldades em compreendê-lo. Aparentemente o aluno associa o cálculo da área com a operação multiplicação e por isso fica confuso com o processo indicado pela Ângela para determinar a área do quarto da Sara, já que para o outro compartimento ele havia seguido uma estratégia multiplicativa e no segundo caso o processo envolve uma adição:

António – Eu então aqui pus 4 vezes 3 *[referindo-se ao quarto dos pais da Sara]*

Ângela – Porque aqui já está...já está... como (diz) a área do rectângulo...

Alexandre – Hã ohhh [interjeição que demonstra grandes dúvidas]

Ana – ...o comprimento e a largura...

António – Pronto... e esta aqui...6 mais 4 ...10...

Ângela – Esta aqui, temos que partir a meio...[referindo-se à figura representativa do quarto da Sara]

Também a Ana demonstra, agora, algumas dúvidas quanto ao método de cálculo explicado pela Ângela, mas recorre ao artifício de perguntar de forma indirecta:

Ana – O quarto da Sara mede o mesmo?

Ângela – Não!

António – Não! 2 vezes 2...4!

Alexandre – Sim!

Ângela – É deste bocadinho...

António – É deste bocado!... Depois... 3 vezes 2...que é este bocado... dá 6!
6 metros quadrados... 6 metros quadrados mais 4, porque dividimos... dá 10!

Ana – Ah!

Deste trecho, infere-se que o António compreendeu a explicação oferecida anteriormente pela Ângela e já sente segurança para desenvolver argumentos esclarecedores no sentido de contribuir para ajudar a Ana a crescer no seu percurso cognitivo, verificando-se uma verdadeira comunidade de aprendizagem.

Todavia, tal como noutros grupos, observaram-se alguns erros procedimentais na determinação de determinadas medidas lineares do quarto da Sara, necessárias à execução do plano

Face à ausência de refutações relativamente ao processo seguido, a professora inquiriu o grupo no sentido de apurar a linha de pensamento adoptado. A explanação feita por um dos elementos do grupo bastou para os alunos se darem conta do lapso cometido. De facto, ao acompanhar a exposição que o António vinha fazendo, a Ângela apercebeu-se da lacuna do processo seguido. A partir daí ficou claro que havia que proceder a alguns ajustes no processamento dos dados como patenteiam as emendas produzidas na resposta dada:

- Qual dos quartos tem maior área - o da Sara ou o dos seus pais ?

É o ~~quarto~~ da Sara.

Explícaí como chegastes à resposta.

Podeis fazê-lo utilizando esquemas ou cálculos.

Quarto ~~da~~ ^{da} Sara = 4x3 (comprimento x largura) -
12 m²

Quarto da Sara = 2x2 = 4 + 3x3 = 9
4 m² + 9 m² = 13 m²

- Relativamente ao problema proposto na **tarefa 2**, o grupo apresentou uma resolução correcta pois os passos seguidos revelaram-se apropriados e corresponderam, genericamente, aos descritos na resposta seguinte:

1º Achámos a área do rectângulo e deu $98m^2$
 2º Achámos o perímetro do rectângulo e deu 42
 3º Como os terrenos tinham de ter o mesmo
 perímetro dividimos 42 por 4
 4º Multiplicámos 10,5 por 10,5 e deu $110,25m^2$
↑
área do quadrado

Todavia, durante resolução do problema observou-se, pontualmente, a persistência de erros conceptuais que aparentemente se revelam de difícil remoção, designadamente a concepção de que figuras com o mesmo perímetro têm a mesma área. Este facto é patente nos diálogos do grupo, durante a **tarefa 2**:

Após a leitura do problema, o grupo tentava esboçar uma estratégia que permitisse determinar a área do terreno quadrado:

António – [lendo a questão] “Qual será a área do quadrado?”

Ana – A área! Não é o perímetro!

Alexandre – É... 14 vezes 7! [note-se que 14 e 7 eram as dimensões do rectângulo]

(...)

Ana – Dá 98!

Alexandre – Dá quê!?...mostra, mostra, mostra...

António – Portanto... isto aqui... a área também tem que ser 98...

Alexandre – Percebeste...? [indagando a Ana]

Ana – Não!

(...)

Ana – E porque é que tem que ser 14 vezes 7?

Ângela – Porque ele sabe que os dois terrenos têm o mesmo perímetro!

(...)

Transparece, no diálogo do grupo, que a Ângela, o António e o Alexandre assumem como premissa verdadeira que se os dois terrenos têm o mesmo perímetro é porque são equivalentes e partem desse pressuposto para concluir que o terreno quadrangular tem $98 m^2$ de área pois é essa a área do terreno rectangular. Todavia, a Ana não compreende o raciocínio seguido pelos colegas e questiona-os:

Ana – As figuras que têm o mesmo ... a mesma... a mesma área tem que ter o mesmo perímetro?

Ângela e António – Não!

Ângela – Mas também podem ter...

Alexandre – A mesma área tem que ter o mesmo perímetro?

Ângela – Neste caso... ahhhh...

Ana – Só sabemos que tem o mesmo perímetro...

António – A mesma área...tem... . Se as duas figuras têm a mesma área, têm que ter o mesmo perímetro!

Ana – Não!

Neste excerto, a Ana apercebe-se da falibilidade dos raciocínios dos seus pares e a Ângela, face às hesitações da Ana, a partir de certa altura também fica vacilante quanto à legitimidade dos seus argumentos, mas o António reitera a sua concepção inicial.

A pressão do grupo em concluir rapidamente a tarefa levou a Ana a sentir-se constrangida por perseverar em declinar as ilações dos seus pares pelo que abdicou das suas refutações, como indicia a sua intervenção neste diálogo:

Ângela – (...) percebeste?

Ana – [*Ana oscila a cabeça dizendo que não*] Não... mas põe...

Ângela – Mas não percebeste...!?

António – [*Apressado*] Põe... ora põe... qual é a área?

Mas, ao supervisionar o trabalho desenvolvido pelo grupo a professora deu conta que este não seguia o percurso desejável.

Em face da troca dos argumentos e objecções apresentados pela professora os alunos tomaram consciência da necessidade de reequacionar as premissas sobre as quais assentava a sua estratégia de resolução. Volvidos alguns minutos, e após algum intercâmbio de opiniões, a Ângela expôs ao grupo a sua proposta:

Ângela – Olha...olha como é que fiz 14 mais 14 mais 7 mais 7... isto e isto deu-me 42 e agora ... 42 a dividir por 4 lados...

Aluno – Hã!

Ângela – E depois... [*voltando atrás para explicar o processo descrito*] isto mais isto mais isto mais isto... quanto dá?

Ana – 4 lados!

António – Então fizeste 14 mais 14 mais 7 mais 7... 42, este também era... [*querendo dizer que o perímetro do quadrado era igual*] depois dividiste por 4... deu-te 105...!

Ana – Não!...10,5!

(...)

Ângela – 10,5 vezes 10,5... que dá a área do quadrado...

Este plano de resolução teve a aprovação plena de todos os membros.

5. Comentários finais

Os dados recolhidos ao longo do estudo de caso, que nos parecem bem ilustrados pela selecção aqui apresentada, permitem-nos depreender que:

- Ao contrário do que transparece nos registos efectuados pelo grupo, estes seguem, na construção do conhecimento, um trajecto de aprendizagem caracterizado por percalços, por hesitações, por avanços e recuos e não um percurso linear.

- Aparentemente os alunos sentem maior confiança e apresentam mais iniciativa em colocar as suas dúvidas ao grupo do que ao professor. Esta circunstância possibilita a exteriorização de pensamentos e de dúvidas individuais mas também de rectificações e de ajustes, de ofertas de ajuda e de apoio às dificuldades, propiciando o progresso cognitivo e a aprendizagem efectiva de todos os membros. Estamos certos que alunos com determinadas características individuais jamais se exporiam de forma similar, numa estrutura de ensino que correspondesse ao modelo tradicional, coarctando assim a possibilidade de serem identificadas as suas falhas e de ver desfeitas as suas dúvidas.

- É mais fácil para o professor a identificação dos fenómenos geradores de obstáculos cognitivos já que a comunicação oral que se produz no seio do grupo projecta os juízos, as percepções e as dúvidas dos seus membros e o professor tem a oportunidade de intervir directamente e estimular os alunos a desenvolverem os seus raciocínios e até de interpretar o que o aluno pretendia dizer.

- Aparentemente, os alunos concentram melhor a sua atenção às explicações do professor, quando este as apresenta em pequeno grupo.

Pelo exposto parece poder inferir-se que a conjugação das orientações didácticas recomendadas para o ensino da *área*, levadas a cabo em turmas organizadas segundo os preceitos das metodologias cooperativas configura uma prática curricular altamente recomendável, na medida em que favorece a aprendizagem.

6. Referências Bibliográficas

- Abrantes, P. ; Serrazina, L & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Básico.
- César, M.; (2000). Interacções na aula de matemática: um percurso de 20 anos de investigação e reflexão. In C. Monteiro, F. Tavares, J. Almiro, J.P. da Ponte, J.M. Matos, & L. Menezes (Eds.), *Interacções na aula de matemática* (pp. 13-34). Viseu: SPCE - Secção de Educação Matemática.
- Chamorro, C. (2001). Las dificultades en la enseñanza-aprendizaje de las magnitudes en educación primaria y ESO. En Chamorro (ed.) in *Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid. MEC. (pp 81-124)
- Cohen, E; Lotan, RA, Scarloss, BA; & Arellano, AR. (1999). "Complex instruction: Equity in cooperative learning classrooms." *Theory into Practice*, 38: 80-86.
- Corberán, R. (1996). *Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde Primaria a la Universidad* (tesis doctoral). Universidad de Valencia: Valencia
- Davidson, Neil & Kroll, D. (1991). An overview of research on cooperative learning related to mathematics. In *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.22, nº5, 362-365.
- Douady, R. & Perrin-Glorian, M. J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. In *Educational Studies in Mathematics*. Vol.20 nº4; (p. 387-424)
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht : D. Reidel
- Jaquet, F. , (2000). Il conflitto area-perimetro, *L'educazione Matematica*. Ano XXI - serie VI- Vol 2, nº 2 pp. 66-77 e nº3 (pp.126-143).
- Johnson, D. W.; Johnson, R. T. & Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires : PAIDOS
- Melero, M.A. & Fernandez, P. (1995). El aprendizaje entre iguales. In P. Fernandez Berrocal & M. A. Melero Zabal (comps), *La interacción social en contextos educativos* (pp. 35-98). Madrid: Siglo XXI de España Editores S.A.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM & IIE
- National Council of Teachers of Mathematics (2001). *Geometria nos 2º e 3º ciclos; Normas para a avaliação e o currículo em Matemática, colecção de adendas, anos de escolaridade 5-8* . Lisboa: APM
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y Estándares para la*

Educación Matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales

- Olmo, M.A. , Moreno, M.F. & Gil, F. (1993). *Superficie y Volumen. Algo mas que el trabajo con formulas?* Madrid: Editorial Síntesis
- Owens, K. & Outhred, L. (2006). The Complexity of Learning Geometry and Measurement. In Gutiérrez, A. & Boero, P. (eds.). *Handbook of Research on the Psycology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. SensePublishers: Rotterdam (pp 83-115)
- Ponte, J. P., Matos, P. M. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: implicações curriculares*. Lisboa: IIE
- Puig, L. (1997). Análisis Fenomenológico. In Rico et al (Eds.) *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. (pp 61-94)Barcelona: Editorial Horsori.
- Serrano, JM, González-Herreiro, M.E. & Martínez Herrero, MC. (1997). *Aprendizaje cooperativo en Matemáticas. Un método de aprendizaje cooperativo-individualizado para el aprendizaje de las matemáticas*. Murcia: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Murcia.
- Slavin, R. (1995). *Cooperative learning. Theory, research and practice*. Boston: Allyn and Bacon.
- Wiersema (2000). *How does Collaborative Learning actually work in a classroom and how do studenta react to it? A Brief Reflection* [versión electrónica London Guildhall University. Disponible em: www.ipsonet.org/congress/5/papers]