

REFLEXÕES SOBRE CONTEXTOS DE DETERMINAÇÃO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA ²⁶

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino – UEL/Brasil

marciacyrino@uel.br

Júlio Faria Corrêa – UEL/Brasil

Relatamos neste artigo algumas reflexões resultantes de uma investigação que teve como objetivo constituir uma história sobre alguns métodos de determinação de áreas, particularmente de alguns trabalhos sobre a quadratura de figuras planas, orientada para a formação inicial de professores de Matemática. Explicitamos aqui as práticas sociais e relações de poder que influenciaram o problema de determinação de áreas no antigo Egito, na Babilônia, e nos trabalhos de quadratura de Hipócrates, Arquimedes e Fermat, bem como alguns questionamentos no sentido de evidenciar as múltiplas dimensões da Matemática, tirando-a de seu suposto isolamento das demais práticas sociais que participam da constituição da cultura matemática.

We told in this article some reflections resulting of an investigation with the goal to constitute a history on some areas' methods of determination, particularly some works about squaring of planes pictures, oriented for pre-service Mathematics Teacher Education. We made clear here the socials practices and relationships of power which influenced the concept of area in the ancient Egypt, in Babilonia, and the Hippocrates, Archimedes and Fermat' work of squaring, as well as some questions about the dimensions multiple of Mathematics, remove it of itself supost isolation of other socials practices that participate of formation of mathematics culture.

Estudos sobre os aspectos envolvidos nas relações entre a história e a educação matemática, em todos os níveis educacionais, têm mobilizado muitos educadores matemáticos nos últimos anos. O ICMI Study, the International Commission on Mathematics Instruction, tem reunido uma diversidade de trabalhos na busca de compreender o papel da história da matemática no ensino da matemática. Dentre estes, temos analisado àqueles que discutem a participação da história da matemática na formação inicial professores de Matemática.

Nosso grupo de estudo e pesquisa busca investigar os possíveis modos de relacionar o desenvolvimento histórico de um determinado conhecimento matemático e a constituição ou apropriação deste por futuros professores de Matemática. A questão básica assumida refere-se ao modo de se conceber a relação entre a cultura matemática

²⁶ Esta investigação faz parte do projeto “A história da matemática na educação matemática de professores”, desenvolvido na Universidade Estadual de Londrina – UEL (Brasil), financiado pela Fundação Araucária e pelo CNPq.

(cultura entendida como o conjunto de formas simbólicas até hoje produzidas)²⁷ e as formas de apropriação dessa cultura no presente (Miguel & Miorim, 2004), ou seja, os vínculos podem ser promovidos entre filogênese (a produção sócio-histórica do conhecimento) e a psicogênese (produção ou apropriação deste conhecimento no presente).

Existem várias maneiras de conceber a relação entre filogênese e psicogênese. Radford, Boeiro e Vasco (2000) discutem as perspectivas: de Obstáculo Epistemológico, Sociocultural e dos “Jogos de Vozes e Ecos”. Além destas, Miguel e Miorim (2004) apresentam outras quatro, nomeadamente: Evolucionista Linear; Estrutural-Constutivista Operatória; Evolutiva Descontínua e a perspectiva proposta por eles de uma História Pedagogicamente Vetorizada que defende uma *concepção orgânica da participação da história na produção do saber docente*, por meio da problematização.

[...] a história – desde que devidamente constituída com fins explicitamente pedagógicos e organicamente articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de ensino-aprendizagem escolar da matemática - pode e deve se constituir um ponto de referência tanto para a problematização pedagógica quanto para a transformação qualitativa da cultura escolar e da educação escolar e, mais particularmente, da cultura matemática que circula e da educação matemática que se promove e se realiza no interior da instituição escolar (Miguel & Miorim, 2004, p. 151).

No presente estudo relatamos parte de uma investigação que teve como objetivo constituir uma história pedagogicamente vetorizada sobre a quadratura de figuras planas, orientada para a formação inicial de professores de Matemática. Mais especificamente, explicitamos algumas características de uma história pedagogicamente vetorizada, algumas práticas sociais e relações de poder que podem ter influenciado a determinação de áreas no antigo Egito, na Babilônia, e nos trabalhos de quadratura de Hipócrates, Arquimedes e Fermat.

História Pedagogicamente Vetorizada e a Formação de Professores de Matemática

A forma de participação da história, defendida por Miguel e Miorim (2004), não é a de uma história que deva ser discutida em uma única disciplina no curso de Licenciatura em Matemática, mas que seja trabalhada de forma orgânica, articulada em todas as disciplinas. O adjetivo orgânica busca dizer que a história não é algo a mais para ser colocado em meio ao que já é trabalhado, mas algo que *faça parte da e seja indispensável* à formação de futuros professores.

A participação orgânica da história na formação do professor pode contribuir para problematizar o conhecimento matemático e explicitar outras dimensões deste conhecimento (como política, ética, estética, epistemológica, etc.) e não somente a dimensão lógico-axiomática. Esta concepção nos dá uma possibilidade de buscar em outras histórias (e não somente na História da Matemática), argumentos que possam auxiliar a problematização do conhecimento matemático, ou, mais amplamente, da cultura matemática escolar.

²⁷ Segundo Thompson (2002), são formas simbólicas: expressões linguísticas, gestos, ações, obras de arte etc. Ele ainda destaca cinco características das formas simbólicas: intencionais, convencionais, estruturais, referenciais e contextuais.

A idéia de problematização é fundamental nesta maneira de se conceber a participação da História na educação matemática de futuros professores, e se caracteriza por ser multidimensional, interativo-dialógica e investigativa (Miguel & Miorim, 2004).

De acordo com estes autores a problematização procura exercer quatro papéis. O papel *interdisciplinar*, que possibilita tirar a Matemática do seu confinamento e tomar seu lugar na formação crítica do cidadão; o papel *didático-metodológico*, por ser um meio crítico e humano de apropriação e (re)significação do saber e, ainda, possibilitar ao futuro professor uma ampliação e uma flexibilização das possibilidades a serem seguidas em sua prática em sala de aula; o papel *psicológico motivacional*, visto que pode propiciar um ambiente que estimula o envolvimento e a participação ativa do estudante; e o papel *político-crítico*, pois tende a propiciar discussões sobre as relações de poder que influenciam e são influenciadas pelo saber matemático em diferentes momentos e lugares.

Contar uma história pedagogicamente vetorizada é contar uma história a partir de diferentes práticas sociais que participaram da constituição e transformação do problema e que seja, mais do que uma discussão estritamente técnica do problema (diferenciando-se da história do historiador da matemática que dá ênfase aos aspectos técnicos); mais do que uma apresentação das diferentes formas do problema por diferentes grupos sociais ao longo do tempo; mais do que uma história das necessidades de outros campos do conhecimento e de outras práticas sociais que fizeram o problema surgir e se desenvolver; uma história que contemple as razões que levaram diversos grupos sociais a valorizarem o problema em questão; uma história das diversas mudanças sofridas pelo problema no interior das diversas práticas sócias de diferentes épocas e contextos e uma história que discuta as relações de poder relacionadas ao problema (Miguel & Miorim, 2004).

Estes autores apontam três características da história pedagogicamente vetorizada. A primeira é que ela é uma história institucional da cultura matemática, ou seja, uma história que deveria se constituir a partir de problemas e questões que emergem ou se relacionam com os diversos momentos ou lugares em que a Matemática está envolvida (escola, pesquisas em diversas áreas do conhecimento, mídia, religião, política etc.). A segunda é a noção de história-problema, isto é, uma história que busca questionar, colocar problemas que se manifestam tanto nas práticas do professor de Matemática quanto do pesquisador em Educação Matemática. O terceiro aspecto se refere ao modo de se encarar a historiografia. Aqui ela é concebida como uma fonte de diálogo e não de respostas ou procedimentos a serem repetidos no presente. A história não é um objeto para ser usado, mas um campo de diálogo.

Desenvolvimento metodológico

Na constituição de uma história pedagogicamente vetorizada sobre a quadratura de figuras planas, estudamos episódios e contextos que envolveram os processos de determinação de áreas no antigo Egito, na Babilônia, e nos trabalhos de quadratura de lúnulas proposto por Hipócrates de Quio, o método de quadratura de Arquimedes e o método de quadratura de hipérbolas proposto por Fermat, na busca de responder as seguintes questões problematizadoras.

- Quais práticas sociais influenciaram no método de quadratura presentes nos episódios em questão?
- Como essas práticas sociais influenciaram estes métodos?

- Existiam relações de poder que condicionavam o desenvolvimento destes?
- Que questões sociais, culturais, econômicas, políticas influenciaram estes métodos?
- Que razões levaram a valorização dos episódios que estudamos?

Essas questões possibilitaram diálogo entre textos e pesquisadores, já que a história “se constitui num processo contínuo de interação entre o historiador e seus fatos, um diálogo interminável entre passado e presente” (Carr, 2002, p. 65).

Para Bloch (2001), o papel do historiador é compreender e não julgar. Assim, procuramos compreender o que os matemáticos fizeram em seu tempo, e não dizer o que eles não conseguiram fazer.

Práticas sociais e relações de poder em contextos de determinação de áreas

Enquanto os egípcios e babilônios desenvolveram uma matemática voltada para soluções de problemas práticos, Arquimedes e Hipócrates desenvolveram outro tipo de matemática, que se encontra na etapa das *magnitudes constantes*. Uma mudança importante se configura nesse período: os trabalhos matemáticos começam a se subordinar a um **ideal de rigor**.

Mas o que pode ter provocado esta mudança no modo de conceber a natureza dos objetos matemáticos? Os gregos desenvolveram muito a abstração e a generalização, não por conta de problemas estritamente lógicos, mas por uma grande influência do *logos* e do *agon*, ou seja, o culto a razão e à excelência individual (Jaguaribe, 2001). O aumento do número de escravos, a falta de uma religião concentradora, pode ter provocado o surgimento de um homem que desprezava trabalhos braçais (relegados aos escravos) e que tinha tempo e liberdade religiosa para questionar a razão das coisas serem como são, enaltecendo a contemplação (atribuída aos intelectuais).

O **rigor e a axiomatização** foram fortemente cultivados pelos gregos. Prova disso são os elementos de Euclides que durante séculos foram encarados, por muitos, como os padrões de rigor e axiomatização na Matemática. Tanto Hipócrates quanto Arquimedes utilizaram estes padrões. Arquimedes, em particular, estabeleceu uma forma de demonstração (redução ao absurdo e método de exaustão) que foi seguida durante muitos anos por vários matemáticos. Mesmo que tivesse feito sua descoberta de maneira distinta, Arquimedes sempre apresentava seus resultados por meio destes padrões (o que parece ser perpetuado pelos matemáticos até hoje). Struik (1997) comenta esta predominância do método de demonstração (método de exaustão) em relação ao método de descobertas (método atomista).

A atitude de Arquimedes em relação às suas publicações pode ser atribuída a uma prática social da época – a contemplação em oposição à invenção – ou pode ser devida a uma relação de poder, uma correlação de forças – a vitória do idealismo em relação ao materialismo, pois tinha um modo de descoberta que era desvalorizado por esse grupo. Estas correlações se modificaram com o tempo para alguns, mas não para outros, isto é, as relações de poder não são algo espacial e temporalmente bem definidas e imutáveis, elas podem se modificar em um mesmo tempo ou espaço.

Simon Stevin e Luca Valério foram os primeiros a modificá-la radicalmente no século XVI. Esta mudança ocorreu porque eles se preocuparam mais com os resultados que poderiam obter do que com a realização de uma prova que seguisse o rigor

arquimediano. Stevin era engenheiro e estudava centros de gravidade, possivelmente interessado em algo prático, talvez em auxiliar seu rei em alguma guerra. Para esses matemáticos o rigor era outro.

Uma pergunta que pode ser feita aos futuros professores é em relação a essa axiomatização euclidiana: ela tem alguma influência sobre a matemática escolar atual? Em caso positivo, como isso pode ser percebido?

Fermat encontra-se no período das magnitudes variáveis, entretanto a quadratura de hipérbolas deve ser vista com cuidado. Não conseguimos perceber neste trabalho de Fermat a idéia de variação, movimento que se desenvolvia nesse período. Entretanto, uma mudança que pode ser apontada é que ele parte de uma relação entre assíntotas, para determinar a área de uma hipérbole, quer dizer, ele define a hipérbole a partir de um referencial (as assíntotas), diferentemente dos gregos. Sua notação era distinta e foi influenciada por Viète.

O trabalho de Fermat que estudamos exemplifica o fato de que **uma prática social pode possuir valores diferentes** em uma mesma época para diferentes grupos sociais. Este matemático utilizava um método grego de demonstração e ridicularizava aqueles que não o utilizavam. Todavia ele pertencia a uma época em que alguns estudiosos deixaram de lado o método grego em prol da possibilidade de novos desenvolvimentos e do tratamento de novos problemas (Baron, 1985).

Uma pergunta que pode ser feita aos futuros professores é em relação a essa axiomatização euclidiana: ela tem alguma influência sobre a matemática escolar atual? Em caso positivo, como isso pode ser percebido?

Na etapa da matemática prático-empírica, não é difícil de encontrar **relação da Matemática com outros campos do saber**, já que a Matemática foi desenvolvida para solucionar problemas de ordem prática. Essa relação se torna mais complexa no estudo histórico do método da quadratura na matemática grega. Entretanto o que chama atenção é que o modo de organizar o saber matemático dos gregos não era alheio a sua própria cultura.

Com Stevin e Luca Valério, ocorre uma mudança nos modos de fazer matemática, que passam a ser influenciados pela engenharia, por exemplo. Fermat retorna à organização grega, talvez devido ao fato de não pertencer às discussões mais eminentes de sua época sobre as diversas áreas do conhecimento, tendo se restringido ao estudo da matemática dos antigos.

A questão da **beleza matemática** precisa ser colocada nos cursos de formação de professores. Muitos alunos saem dos cursos de Matemática achando que a matemática é feita apenas por demonstrações, negligenciando os aspectos da criação em matemática. Poderíamos questionar a razão de Arquimedes ter ocultado como ele descobriu a área do círculo, que só pôde ser descoberto ao encontrarem um tratado intitulado “O Método”, no qual ele explica seu método (Baron, 1985). Ou ainda, discutir a questão de Fermat criticar àqueles que não seguiam o padrão grego de rigor. Por que em matemática há ênfase nos resultados e em suas demonstrações e não no processo de criação?

Quando falamos em Arquimedes surgem questões relativas aos **aspectos ético e político**. Primeiro, porque ele era conselheiro de um rei e seu engenheiro de guerra. Segundo, porque os trabalhos de Arquimedes influenciaram o fazer matemático durante muitos anos após a sua morte, muitos matemáticos discutiram e criticaram sua obra (Baron, 1985).

Arquimedes teve condições sociais, culturais e econômicas para o desenvolver sua matemática. Teve um bom ensino (estudou com um dos discípulos de Euclides em Alexandria), foi filho de astrônomo, pertenceu a uma classe favorecida e foi sustentado por um rei. Enfim, várias relações de poder permitiram que Arquimedes entrasse para a história, não só da matemática.

A situação com Fermat era um pouco distinta, pois na quadratura de hipérbolas ele retomou o rigor grego, que já estava sendo deixado de lado. Sua posição era interessante, um jurista que criticava àqueles que não seguiam as regras de beleza na Matemática, que ele julgava corretas.

Há necessidade de discutirmos sobre os **motivos que levam as pessoas a fazerem matemática**, não que estes motivos devam ser exclusivamente teóricos, afinal Fermat é um exemplo de alguém que desenvolveu matemática por curiosidade intelectual. Ele não fez a generalização da quadratura de hipérbolas para solucionar algum problema da física, da astronomia, ou mesmo da matemática. Ele o fez por prazer de estudar matemática.

Fermat permite colocar em dúvida a afirmação de que para se fazer matemática basta querer, afinal apesar de utilizar boa parte de seu tempo em seu trabalho como jurista, ele só pôde se dedicar à matemática por ter um sustento e uma formação que lhe permitisse tal feito. Temos que ter o cuidado de não veicular a idéia de que somente os superdotados, os gênios são capazes de fazer matemática.

Considerações Finais

A constituição de uma história orientada para a formação inicial de professores de Matemática não é uma tarefa simples. Primeiro, porque exige que nos apropriemos de um modo completamente particular de conceber a participação da história na educação matemática. Modo este que exige mais do que uma busca de fatos históricos sobre a vida de matemáticos e seus trabalhos, exige um novo modo conceber e questionar estes fatos, de questionar o papel do historiador, e de pensar em possibilidades de estabelecer um diálogo não só com a História da Matemática, mas com a História da Educação Matemática, a História da Arte, a História da Ciência e de todas as histórias que possam auxiliar na educação matemática de futuros professores. Segundo, porque, tendo nos apropriado dessa forma de investigar a história, o estudo exige que nosso olhar se direcione à aspectos da história com os quais não são tradicionalmente trabalhados.

A participação da história na Educação Matemática que defendemos tem como pressuposto um diálogo com a história na busca de abalar a visão extremamente difundida de uma matemática absoluta, e de situar essa matemática como uma prática social influenciada por diversas outras práticas, de modo que os futuros professores possam se conscientizar da alienação causada pela visão de uma matemática sem história e de seres humanos sem história, assumindo a responsabilidade que lhes cabe de auxiliar na mudança do atual quadro educacional.

REFERÊNCIAS

- Baron, M. E. (1985). *Curso de História da Matemática: origem e desenvolvimento do Cálculo*. Brasília: UnB, v. 1/2/3/4.
- Bloch, M. (2001). *Apologia da História: ou o ofício do historiador*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.

- Carr, E. H. (2002). *O que é história?* . Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra, 8ª Ed.
- Jaguaribe, H. (2001). *Um estudo crítico da história*. São Paulo: Paz e Terra, 2 ed., 2v.
- Miguel, A.; Miorim, M.A. (2004). *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Radford, L.; Boeiro, P.; Vasco, C. (2000). Epistemological assumptions about student understanding. In Fauvel, J.; Maanen, J.V. (eds.), *History in mathematics education: the ICMI study*, (pp. 162-167). Dordrecht: Kluwer.
- Struik, D. J. (1997). *História concisa das matemáticas*. Lisboa: Editora Gradiva, 3 ed.
- Thompson, J. B. (2002). *Ideologia e cultura moderna: Teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa*. Petrópolis: Editora Vozes, 6 ed.