

La Conversión de Registros de Representación Semiótica en el Trabajo con Fracciones Mayores que la Unidad¹¹

Lic. Ana Katherine Valencia. anny894@hotmail.com

Docente Área de Educación Matemática

Universidad del Valle

Jairo Andrés Salazar. andres.salazarh@gmail.com

Estudiante X semestre Licenciatura Matemáticas y Física

Universidad del Valle

1. Introducción

En la Educación Matemática es ampliamente reconocida la importancia de la investigación de los factores que influyen o generan procesos de aprendizaje, que ayuden a los estudiantes a construir de manera significativa los objetos matemáticos. En el marco de esta propuesta, se reconoce que la investigación actual de carácter cognitivo en educación matemática, evidencia que los problemas de comprensión que presentan los estudiantes tienen que ver tanto con el contenido enseñado, como con la complejidad de la construcción de los saberes, es decir, con los funcionamientos propios que constituyen la parte operativa del pensamiento.

En el marco de la perspectiva semiótica propuesta por Raymond Duval, es relevante contemplar que los modos de funcionamiento cognitivo que requiere la actividad matemática, movilizan sistemas específicos de representación, los cuales constituyen registros de representación semiótica¹². El análisis de la adquisición de conocimientos matemáticos es apropiado orientarlo

¹¹ Este trabajo presentado para la conferencia es una adaptación del informe final de Trabajo de pregrado *La conversión de registros de representación semiótica en el trabajo con fracciones mayores que la unidad* desarrollado por Amúd y Valencia (2008)

¹² Duval (1995) Un sistema de signos se constituye en un registro semiótico de representación cuando permite cumplir las tres actividades cognitivas inherentes a toda representación: en primer lugar, constituir una marca o un conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como *una representación de alguna cosa* en un sistema determinado. Luego, transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias al sistema, de modo que se obtengan otras representaciones que puedan constituir una ganancia de

desde el estudio de las representaciones semióticas (lengua natural, representación gráfica, representación numérica, entre otros), dado que los objetos trabajados en la actividad matemática poseen la característica de no ser objetos sensorial o instrumentalmente asequibles sino que requieren pasar por un registro semiótico de representación, son irreducibles entre sí y sus procesos de conversión no son espontáneos.

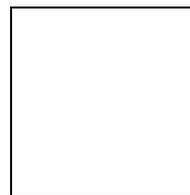
En la investigación desarrollada, se analizaron y discutieron algunas actividades propuestas en textos escolares de grado cuarto y quinto, de mayor uso entre las escuelas de Cali. Se optó por las actividades de los textos escolares debido a que en muchas instituciones educativas a nivel nacional es común encontrar que el texto escolar resulta ser el acompañante permanente del trabajo del docente dentro del aula, plantea los ejes temáticos, las actividades a desarrollar, los ejemplos, los ejercicios complementarios (algunos de ellos para la casa), determina las competencias. De igual manera, según Vasco (1999) el texto escolar dentro de sus diferentes elementos constitutivos presenta el conocimiento a enseñar, estructura los planes de estudio, designa las actividades, la evaluación y “hasta la configuración del discurso mismo del docente y sus estrategias didácticas”.

Uno de los objetos matemáticos en los que se evidencia claramente el trabajo con diferentes representaciones semióticas, son las fracciones, pero hoy en día se reduce prácticamente a la memorización de un procedimiento para realizar cada operación, dejando de lado la importancia de la congruencia entre las representaciones lo cual es una posible causa de los bajos rendimientos de los estudiantes en dicho tema, como lo evidenciado en pruebas censales, como por ejemplo, las pruebas SABER¹³. Resultados de estas pruebas y de situaciones de aula, dejan ver la poca apropiación por parte de los estudiantes de aspectos conceptuales y operativos relacionados con las fracciones, no logran comprender los procesos procedimentales, ni realizar tratamientos en un mismo registro de representación, ni procesos de conversión de un registro de representación a otro. Lo que permite afirmar que existe un desconocimiento por parte de

conocimiento en comparación con las representaciones iniciales. Por último, las representaciones dadas en un sistema de representaciones convertirlas en otro sistema, de manera que éstas últimas permitan explicitar otras significaciones relativas al objeto que se representa.

¹³ Las Pruebas Censales y Formación de Pensamiento Matemático en la Escuela. (2003). En el marco del Programa de Mejoramiento de la Calidad de la Educación en Cali. Hacia un Proyecto Educativo de Ciudad. Pág. 25- 26.

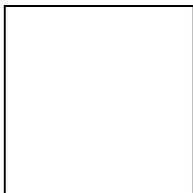
docentes y autores de textos escolares sobre la complejidad que tiene el estudio, aprendizaje y



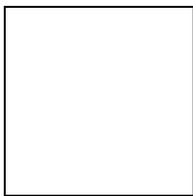
enseñanza del objeto matemático número racional en su expresión , desde una perspectiva epistemológica, didáctica y cognitiva. Como también deja entrever, el predominio de actividades de enseñanza centradas en un carácter operatorio, que limitan la construcción y desarrollo de competencias y desempeños relacionados con los procesos de razonamiento matemático, argumentación, visualización, etc.

Los significados de las fracciones a nivel de la educación media, básica, y en algunos casos a nivel superior, que circulan, son: como operador, en una relación parte-todo, división o cociente, razón, fracción medidor, porcentaje, probabilidad, tasa, (Ministerio de educación Nacional, 1998). Sin embargo, un significado ha estado desligado del otro, lo que hace que los estudiantes no reconozcan para el mismo concepto diferentes significados y los tomen de manera aislada sin hacer integraciones. Se ha privilegiado la enseñanza de las fracciones en un contexto continuo y bajo la relación parte todo, que es potente a la hora de aprender sobre las fracciones pero que debe ser el punto de relación con los otros significados, importantes a la hora de resolver situaciones problemas particulares de las matemáticas y de otros espacios de aplicación (Rodríguez O. Becerra D. Becerra A. Nocua B. Suárez J., 2003)

Regularmente en algunos textos escolares, para el caso de interés del presente trabajo, las fracciones, específicamente la enseñanza de las fracciones mayores que la unidad, se ha llevado a cabo mediante procesos mecánicos, independientes y desligados de cualquier contexto (ejemplo: comercio, medición, etc.); además las fracciones mayores que la unidad como eje temático se está abordando, desde los textos escolares, simplemente bajo la designación de cuando el numerador es mayor que el denominador, lo que deja aislada toda reflexión posible en torno a la unidad, lo cual lleva a que algunos estudiantes a obstáculos frecuentes cuando se les solicita representar



, y optan por realizar indistintamente un cambio de dicha fracción a



, mostrando así un desconocimiento de la unidad fraccionaria y su relación con el todo. Acciones que no han tenido en cuenta aspectos que caracterizan la construcción y desarrollo de capacidades de razonamiento, de análisis y de visualización de los estudiantes.

Debido a la aplicación mecánica de algoritmos en un discurso mono-registro, el estudiante no es involucrado en un proceso significativo, y no logra **comprender**, evaluar, cuestionar o sustentar sus respuestas a la luz de una situación- problema específico, sin lograr generar algún tipo de razonamiento que le permita plantear o sustentar sus hipótesis.

Con todo lo mencionado anteriormente se pueden generar diversos cuestionamientos tales como: ¿Cuáles son las representaciones semióticas más utilizadas en los textos escolares, para introducir el tema de fracciones mayores que la unidad? ¿Es natural el paso de los enunciados a la resolución de los ejercicios planteados en los textos escolares, después de haber designado o caracterizado el objeto matemático a trabajar? ¿Cuáles son las representaciones más utilizadas en los textos escolares, para presentar en el tema de fracciones mayores que la unidad?, son muchas las preguntas que se pueden considerar concerniente al aspecto. Fundamentalmente se ha centrado la atención del presente trabajo de indagación en desarrollar y aportar caminos para alguna solución del siguiente cuestionamiento:

En general, se plantea como un interrogante central para la conferencia, el siguiente: *¿Cuales son las variables o las unidades significantes de las actividades propuestas en dos textos escolares de grado quinto, que posibilitan u obstaculizan la conversión de un registro de representación a otro?*

2. Marco de referencia

Para el desarrollo del trabajo de indagación se tomó como referencia un enfoque cognitivo basado en el análisis de los registros de representación semiótica y su incidencia en el aprendizaje de nociones matemáticas, para el caso particular, lo referente a las fracciones mayores que la unidad. Este enfoque ha sido desarrollado por Raymond Duval (1995, 1999, 2005) y se apoya en la noción de sistemas de representación semiótica, en la cual se centra la atención en determinar los modos de funcionamiento cognitivo necesarios para la producción de una actividad matemática, los

cuales buscan potenciar el desarrollo general de las capacidades de **razonamiento**, de **análisis** y de **visualización** de los estudiantes, que les permitan reflexionar en las matemáticas mismas y en dominios distintos a estas (Duval, 1995).

En la adquisición de conocimientos matemáticos, según Duval (1995), hay al menos dos características de la actividad cognitiva implicadas. Por una parte, se recurre a varios registros de representación semiótica, algunos de los cuales han sido específicamente desarrollados para efectuar tratamientos matemáticos; y por otra, los objetos matemáticos no son accesibles mediante la percepción, como ocurre con la mayoría de los objetos en las otras disciplinas. Por lo cual, se hace conveniente afrontar los problemas de aprendizaje de las matemáticas no centrándose simplemente en los contenidos a enseñar, sino interesándose por las representaciones semióticas que han de permitir el acceso a los objetos matemáticos. De hecho, al centrarse en la variedad de registros de representación posibles para trabajar en matemáticas es vital reconocer que el contenido de la representación está por completo determinada por el sistema que permite producirla, representaciones diferentes de un mismo objeto no tienen el mismo contenido.

Cada contenido está determinado por el sistema por el cual se produce la representación, de donde surge la consecuencia de que cada representación no presenta las mismas propiedades o las mismas características del objeto (Duval, 1999). Desde esta perspectiva, los sistemas semióticos, en efecto, han de permitir que se cumplan las tres actividades cognitivas inherentes a toda representación.

En primer lugar, constituir una marca o un conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado de acuerdo a sus propias reglas de conformidad. Luego, transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias al sistema (reglas de expansión), de modo que se obtengan otras representaciones que puedan constituir una ganancia de conocimientos en comparación con las representaciones iniciales. Por último, convertir las representaciones producidas en un sistema de representaciones en otro sistema, de manera tal, que estas últimas permitan explicar otras significaciones relativas a aquello que es representado, en otras palabras, caracterizado por Duval (1995) así:

- **La formación** de representaciones en un registro semiótico particular, bien sea para expresar una representación mental, o para “evocar” un objeto real. Esta formación

implica siempre una selección en el conjunto de los caracteres y de las determinaciones que lo constituyen, lo que se “quiere” representar.

- **El Tratamiento**, lo cual se refiere a las transformaciones que se efectúan al interior de un mismo registro y;
- **La Conversión**, refiriéndose a las transformaciones que se hacen al pasar de un registro de representación a otro. Cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial.

2 Verifica si cada par de fracciones son equivalentes.

$$\frac{4}{3} \text{ y } \frac{20}{15} \quad \frac{4}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{20}{15} \text{ Sí son equivalentes.} \quad \frac{18}{21} \text{ y } \frac{18}{21} \quad \frac{18}{21} \times \frac{1}{1} = \frac{18}{21} \text{ Sí son equivalentes.}$$

$$\frac{6}{9} \text{ y } \frac{36}{54} \quad \frac{6}{9} \times \frac{6}{6} = \frac{36}{54} \text{ Sí son equivalentes.} \quad \frac{24}{24} \text{ y } \frac{48}{48} \quad \frac{24}{24} \times \frac{2}{2} = \frac{48}{48} \text{ Sí son equivalentes.}$$

Algunos tratamientos posibles serían :

Tratamiento 1 Por división de los numeradores entre sí y de los denominadores entre sí

$$\frac{4}{3} \text{ y } \frac{20}{15} = \frac{20 \div 4}{15 \div 3} = \frac{5}{5} \text{ Como en ambos casos se obtuvo el mismo número. Ahora sí } \frac{4}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{20}{15} \text{ Sí son equivalentes.}$$

Tratamiento 2 Por descomposición de los números en factores primos

Hallar el MCD de los numeradores y los denominadores

$$\begin{array}{r|l} 4 & 20 \\ 2 & 10 \\ 1 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3 & 15 \\ 1 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 5 \end{array}$$

por lo tanto **5** es el máximo común divisor en ambos casos, entonces la fracción por la cual se amplificó la fracción fue $\frac{5}{5}$ las fracciones son equivalentes

Tratamiento 3 Por producto cruzado

$$\frac{4}{3} \times \frac{20}{15} : \frac{4 \times 15}{3 \times 20} = \frac{60}{60} \text{ Como los productos son iguales, las fracciones son equivalentes}$$

Estos tratamientos se podrían aplicar a las otras parejas de fracciones propuestas en la actividad

Según Duval (1999), la cuestión de la variedad de los tipos de representaciones utilizadas en matemáticas centra una preocupación en cuanto a una clasificación de los principales registros

semióticos trabajados en matemáticas, para lo cual él mismo responde en sus investigaciones: las matemáticas movilizan cuatro tipos de registros de representación, los cuales pueden definirse de manera muy simple. De una parte, hay registros discursivos (como la lengua natural, la representación figural) y registros no discursivos (como el figural, el gráfico, las tablas, los esquemas): los registros discursivos permiten describir, inferir, razonar, calcular, mientras que los registros no discursivos permiten visualizar lo que nunca es dado de manera visible (Duval 1999).

Debido a la diversidad de representaciones semióticas para un mismo objeto matemático, es necesario tener en cuenta la importancia de la congruencia de los diferentes registros de representación ligados a la objetivación o al tratamiento de los conocimientos, ya que ésta no se da espontáneamente, incluso en el transcurso de una enseñanza que moviliza esta diversidad de registros. Lo anterior puede verificarse fácilmente en los diversos niveles de enseñanza de las matemáticas.

Centrándose ahora en el proceso de conversión, es importante resaltar que un cambio de registro puede tropezar con dificultades específicas de no congruencia, dificultades que no son de naturaleza conceptual (dándose el caso que el pasaje inverso no origina las mismas dificultades). Para establecer la congruencia o no congruencia entre diferentes registros de representación se deben considerar los siguientes criterios:

- La posibilidad de una correspondencia lexical entre las unidades significantes propias a cada registro. Se considera como unidad significativa elemental todo lo que proviene del léxico de un registro. El primer criterio de congruencia consiste en disponer, para la representación unidades significantes elementales en el registro de llegada que corresponden a las unidades significantes elementales de la representación a convertir.
- La univocidad semántica terminal. Es decir que a cada unidad significativa elemental de la representación de partida le corresponde una única unidad significativa elemental en el registro de llegada.
- El orden de organización de las unidades significantes en la representación de salida se conserva o no en la representación de llegada. Se trata de reconocer si se constituye o no igual orden posible de aprehensión de las unidades significantes en las dos representaciones. Ahora bien, en las lenguas naturales el sujeto gramatical constituye un anclaje cognitivo natural, pero no así en las escrituras literales y simbólicas.

Para la enseñanza de las matemáticas resulta fundamental el proceso de coordinación de los registros de representación numérica y figural con el registro semiótico de la lengua natural. De esta manera, es central el problema de la coordinación entre lengua natural y registros semióticos matemáticos; en el caso de los racionales con el sistema de escritura numérica fraccionaria o decimal con coma, y el registro figural; coordinación que resulta ser compleja dados los fenómenos de congruencia y no congruencia entre las representaciones que se deben explicitar. En la tabla 1, se presenta una ilustración desde las actividades de los textos escolares, donde el registro de la lengua natural sobresale como registro de partida más utilizado, y el cual trae consigo una conversión a otro registro de representación, en este caso al registro numérico.

La conversión entre registros no se efectúa espontáneamente a menos que se trate de representaciones congruentes, en cuanto a la correspondencia entre las unidades significantes del registro de partida y el de llegada, pero según Duval (1995, 1999), puede ser un obstáculo cuando no hay congruencia. Cuando se presentan casos donde la conversión no se establece fácilmente como es el caso de la ilustración presentada en la tabla 1, en la cual la identificación de las unidades significantes no son explícitamente perceptibles, lo que hace complejo el proceso de resolución.

ENUNCIADO-PROBLEMA	<p>David trabajó $4\frac{3}{4}$ horas y Daniel $\frac{21}{4}$ horas. ¿Quién de los dos trabajó más tiempo? ¿Cuánto más?</p>
ANÁLISIS	<p>Unidades significantes: Los personajes involucrados, los datos numéricos que corresponden a las horas de trabajo de cada personaje.</p> <p>$4\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{19}{4}$</p> <p>La primera pregunta en la que interviene la palabra <u>más</u>, sugiere una comparación entre las dos representaciones numéricas (la mixta y la impropia), para ello se debe realizar un tratamiento en el registro numérico para que se unifiquen.</p> <p>La segunda pregunta en la que interviene la palabra <u>más</u>, puede confundir al estudiante puesto que ellos lo pueden relacionar con la aplicación de una suma, y no del inverso aditivo, que es lo que requiere el problema para su solución, lo cual generaría una no congruencia porque no se presenta una correspondencia semántica entre las unidades significantes y por lo mismo no hay univocidad semántica terminal en los términos que intervienen en el proceso de solución.</p> <p>Además no hay conservación de orden debido a que las operaciones requeridas en el registro de llegada no se presentan en el mismo orden de aparición que en el registro de partida</p>
POSIBLE PROCESO DE SOLUCIÓN, MEDIANTE UNA CONVERSIÓN AL REGISTRO NUMÉRICO	<p>David Daniel Cuánto más</p> <p>$\frac{19}{4}$ $\frac{21}{4}$ $\frac{19}{4} + \frac{21}{4}$ $\frac{21}{4} - \frac{19}{4} = \frac{2}{4}$</p> <p style="text-align: center;"> Comparación</p>
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA DE LAS UNIDADES SIGNIFICANTES	No
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA TERMINAL	No
CONSERVACIÓN DEL ORDEN	No

Tabla 1. Identificación de factores de congruencia de una actividad tomada de un texto escolar de grado quinto

3. Conclusiones

Después de haber realizado el análisis de las actividades y de dar fundamento al interrogante que generó este trabajo de indagación, es posible considerar algunas conclusiones en torno al papel de los registros de representación semióticas en los textos escolares, específicamente el proceso de conversión en las actividades propuestas en los textos escolares, a las labores a considerar como

maestros en el momento de proponer dichas actividades a los estudiantes; y entorno al objeto matemático estudiado:

- Es importante reconocer la diversidad de representaciones y registros de representación semiótica posibles para acceder a los objetos matemáticos, puesto que cada registro promueve nuevas características de él, para el caso de los números racionales es posible encontrar su representación en el registro numérico fraccionario, numérico mixto, decimal con coma, gráfico, lengua natural, figural; por lo cual hay que conocer muy bien las reglas de conformidad de cada uno de ellos, para así identificar cómo se constituye el objeto matemático bajo determinadas circunstancias.
- Alrededor del papel de los registros de representación es importante señalar que los procesos de conversión, constituyen según la perspectiva semiótica, el factor fundamental en la construcción de conocimiento y apropiación de los objetos matemáticos. No es suficiente el trabajo monorregistro en la enseñanza de las matemáticas sino que es necesario establecer el paso de un registro a otro, establecer correspondencias entre el registro de partida y el de llegada.
- Según lo evidenciado en el análisis de las actividades de los textos escolares seleccionados, se puede deducir que la mayoría de las actividades no permiten el paso inmediato de una representación a otra, lo que conlleva a que el estudiante requiera identificar informaciones relevantes dadas en los enunciados o que se puedan inferir de ellos al realizar tratamientos al interior de los registros y posteriormente, hacer corresponder las unidades significantes de cada representación semiótica, no es en todos los casos claro ni espontáneo, por lo cual el maestro debe cumplir el papel de mediador constante, posibilitando algunas estrategias a partir de tratamientos matemáticos que le permita al estudiante la resolución de la actividad.
- Centrados puntualmente en los textos seleccionados es común encontrar la introducción a cada tema referente a fracciones, desde designaciones como las presentadas en el caso de las fracciones impropias: *la fracción es impropia cuando el numerador es mayor que el denominador*, las cuales influyen en que no se considere la fracción como un número en contextos donde la fracción se presenta como operador, sino que se ve el numerador y el denominador como cantidades aisladas. Son casi nulas las actividades que permiten

exploraciones, que implican algo más que un simple conteo o la aplicación de reglas o de algoritmos, actividades ya sean desde lo geométrico, que impliquen reconfiguraciones, transformaciones posicionales, etc.

- En lo referente al maestro en formación y en ejercicio, se debe considerar aspectos como: realizar un análisis a priori de las actividades que van a proponer en el aula, identificar la variación ya sea temática o cognitiva de una actividad respecto a otra desde los criterios de congruencia. La potencialidad del trabajo multirregistro en la constitución de determinado objeto matemático ya que cada registro permite ver variadas características del mismo objeto, por lo que es necesario reconocer la importancia de pensar la comprensión, significación y objetivación de los saberes matemáticos a partir del trabajo con diferentes representaciones, no de manera aislada, sino estableciendo principalmente la coordinación entre ellas.

Bibliografía

AMÚD, A.; VALENCIA, A. (2008). *La conversión de registros de representación semiótica en el trabajo con fracciones mayores que la unidad*. Trabajo de grado. Universidad del Valle.

DUVAL, R. (1995) *Semiosis y pensamiento humano*. Peter Lang. Universidad del Valle.

_____. (1999). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Cap. IV, Curso doctoral. Universidad del Valle.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Santa Fé de Bogotá. Panamericana formas e impresos,

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. (2003). *Estándares de calidad para el área de educación matemática*.

PONTÓN, T. (2008). Tesis de maestría. "Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones" Universidad del Valle.

RODRÍGUEZ O. BECERRA D. BECERRA A. NOCUA B. SUÁREZ J. (2003) *Fracciones, juego y aprendizaje*. Asesora. Ligia Amparo Torres. Ministerio de Educación Nacional.

VASCO, C. (1.999). *Significado educativo del texto*. En: Análisis de textos escolares. Universidad del Valle.

Las Pruebas Censales y Formación de Pensamiento Matemático en la Escuela. (2003). En el marco del Programa de Mejoramiento de la Calidad de la Educación en Cali. Hacia un Proyecto Educativo de Ciudad. Pág. 25- 26.