REVISTA EMA
2002, VOL. 7, Nº 1, 101-116

MATERIAL MULTIVALENTE COMO ELEMENTO DEL AULA-TALLER DE MATEMÁTICAS[1]

El contenido de este artículo hace referencia a una propuesta de trabajo que involucra material multivalente como herramienta didáctica para el aprendizaje matemático de una gran diversidad de estudiantes, incluyendo niños invidentes y sordos. Los resultados obtenidos hablan de aportes notorios en todos los alumnos con respecto a conceptos y procedimientos básicos de las matemáticas.

INTRODUCCIÓN

Desde hace 20 años en el colegio de atención al limitado sensorial, Francisco Luis Hernández Betancur del municipio de Medellín, se ha venido desarrollando un trabajo matemático innovador con grupos de 8 a 10 alumnos invidentes entre los 6 y los 14 años. En los últimos años también se ha experimentado con niños sordos. Además, esta innovación se ha implementado en otras instituciones que se han motivado por conocerla, como la Escuela Juan de Dios Aránzazu del municipio de la Ceja.

La innovación consiste en una adecuación y readaptación de material multivalente didáctico tradicional, y también de actualidad, cuya utilización facilita el trabajo matemático con una gran diversidad de estudiantes, incluyendo los niños invidentes, sordos o con necesidades educativas especiales. El material ha permitido el redescubrimiento de las operaciones matemáticas, con sus propiedades y relaciones, y la construcción de las tablas de multiplicar. Se ha logrado igualmente, la materialización de una aula-taller de matemáticas que complementa los laboratorios de ciencias.

En los casos en que los estudiantes están acostumbrados a contar con los dedos y a poner en práctica de memoria los algoritmos, la implementación de la innovación ha tomado más tiempo. Aunque algunos maestros se han interesado por esta innovación y han empezado a aplicarla individualmente, sólo se han observado resultados positivos cuando se hace un trabajo conjunto entre todos los maestros de la institución, en todos los grados.

1. La autora de este proyecto recibió la distinción de Maestra Ilustre del Premio Compartir al Maestro, versión 1999. La interacción académica con Luisa Andrade, de "una empresa docente", para la elaboración de este artículo fue apoyada por la Fundación Compartir con el ánimo de divulgar los trabajos galardonados por dicho Premio.

FUNDAMENTACIÓN CONCEPTUAL

Como sustento teórico se han tomado los principios base de la escuela activa con el enfoque constructivista. También, algunas ideas de diversos autores que apoyan el uso del material didáctico en el aula de clase, considerando el aula no como la tradicional donde el alumno es un receptor del supuesto conocimiento del profesor y al que el alumno debe acceder recurriendo a la memorización para posteriormente, mediante pruebas casi siempre escritas, convencer que sí ha aprendido y lograr aprobar un nivel.

El constructivismo

El punto de mayor interés dentro del enfoque constructivista es que el conocimiento no se adquiere de manera sencilla ni pasiva; como diría Freire (1996, citado en Salinas, 1998), "el conocimiento ni se recibe, ni es una copia de la realidad, sino que es una construcción que hace el sujeto a partir de la acción" (p. 80). Señala Lucio (1994) que "no se trata simplemente de la acción como recurso didáctico, tal como se la concibe en las pedagogías activas (mantener al niño activo para que no se distraiga); es algo más, es acción que le permite al sujeto establecer (construir) los nexos entre los objetos, y que, al interiorizarse, al reflexionarse y abstraerse, configura el conocimiento del sujeto" (pp. 17-18). Es el propio niño quien debe construir sus conocimientos; pero esos conocimientos los construye en un medio social interactuando con los adultos y con otros niños; tiene que aprender a coordinar sus puntos de vista y sus acciones con las de otros.

Escuela activa

Al enfoque constructivista anteceden diversas propuestas pedagógicas como la de la escuela activa de Piaget, Vygotsky y Ausubel, que sustentan teóricamente este trabajo. El eje fundamental común a estas propuestas está en la concepción de que el conocimiento lo construye el propio sujeto, y que para que el individuo se comporte constructivamente se requiere que "posea una estructura cognitiva previa tan avanzada o compleja como la que debe adquirir" (Corral, 1994).

La escuela activa intenta que los niños aborden los temas a aprender en formas asimilables a sus estructuras intelectuales y a las diferentes fases de su desarrollo; no imparte conocimientos desde fuera; respeta los intereses y necesidades de los estudiantes; genera oportunidades para que experimenten con objetos de manera que sean sujetos activos que los transforman.

En una situación nueva de aprendizaje, es importante la etapa de las acciones concretas mediante la manipulación física con objetos reales, pero sólo hasta el momento en que el niño sea capaz de sustituir tal manipulación por la correspondiente actividad mental. Por ejemplo, la conceptualización de las operaciones aritméticas entre números, depende tanto de las acciones efectuadas en la mente sobre la base de un conocimiento previo como de la familiaridad con manipulaciones relevantes y concretas. Para el aprendizaje de las matemáticas, en una etapa posterior de acciones formales se puede esperar que vaya desapareciendo la dependencia de referentes concretos.

Refiriéndose al trabajo concreto Piaget (1973, citado en Labinowicz, 1987), afirma:

> Hasta esta edad (11-12 años), las operaciones de la inteligencia son solamente "concretas", esto es, sólo les concierne la realidad misma y, en particular, los objetos tangibles que puedan ser manipulados y se sujetan a movimientos reales. En el nivel concreto cuando el pensamiento se aleja de la realidad tangible, los objetos son reemplazados por representaciones más o menos vivas que son el equivalente de la realidad. (p. 190)

En el mismo sentido Orton (1998) argumenta:

> La comprensión no puede enseñarse ni surge por sí misma, independientemente de la experiencia […] Esto no significa que el profesor no pueda hacer más que esperar a que ésta aparezca. Puede proporcionar el tipo de experiencia que ayuda al niño a pasar del pensamiento intuitivo al operacional […] ellos mismos rechazan materiales reales en el momento apropiado[…] y con el tiempo, cuando se enfrentan con un problema, ignorarán todos los materiales existentes y lo abordarán de un modo abstracto. (p. 86)

Entre los mensajes para los profesores incluidos en la planeación de esta propuesta, está el que las matemáticas se deben enseñar mediante una participación activa de los estudiantes a través de proyectos pedagógicos, prácticas en laboratorio, clases formales, sesiones de discusión y confrontación, actividades prácticas con los recursos disponibles.

El lenguaje y el símbolo

Una de las principales causas del fracaso en la educación formalizada es, según Piaget (1973) la preponderancia que por encima de la acción se da al lenguaje para enseñar a los niños; se empieza por el lenguaje cuando se debía empezar por la acción "real o material" (p. 103). Como es obvio, el lenguaje no es suficiente para transmitir una lógica; se ayuda a comprender mediante la manipulación de material (pp. 103-104), que depende, por su parte, de la coordinación de acciones.

Sin embargo, Piaget (1973) también afirma que la verbalización es importante porque teóricamente abre los procesos mentales a una inspección y a una modificación consciente. Contribuye a la recuperación de esquemas si se apoya en acción real ejercida por el niño para posteriormente llegar al símbolo (etapas para lograr una sólida fundamentación matemática). Skemp (1982, citado en Orton, 1998) apoya esta idea y asevera que "el símbolo debe ser introducido como la etapa final de una secuencia de aprendizaje que se desarrolla a partir de la personificación física o concreta de conceptos". (p. 9).

El profesor Gastón Mialaret (1986) presenta una serie de etapas bien delimitadas para el logro de una sólida fundamentación matemática, etapas que tienen que ver con la acción, el relato y el símbolo:

- La acción real ejercida por el niño. No la acción imaginada o narrada por el profesor.
- La acción acompañada por el lenguaje. Cuando está haciendo, el niño aprende las palabras y expresiones necesarias para describir lo que hace.
- La conducta del relato: el niño debe llegar a ser capaz de decir lo que hace, sin hacerlo. Así se inicia en el trabajo sobre el nivel abstracto; toma una cierta distancia con relación a las operaciones concretas. Pero es evidente que esto no puede ser válido sino con la condición de que el niño haya realmente ejecutado la acción; así el verbalismo está ligado correctamente a la acción.
- Representación gráfica: enseñar al niño a traducir de otra forma lo que él ha hecho, con dibujos, gráficos, esquemas, etc. Aquí las representaciones gráficas pueden, ante todo, ser muy concretas, y luego irse alejando poco a poco de la realidad hasta llegar a convertirse en símbolos.
- El símbolo. El niño está preparado ahora para expresar simbólicamente las operaciones que él ha hecho concretamente (con símbolos numéricos, operativos como +, -, /, x, etc.).

LA PROPUESTA

En esta sección para empezar se describe brevemente el material multivalente usado. Luego, se da cuenta de algunas actividades que se han llevado a cabo exitosamente al trabajar las regletas de Cuisenaire y el ábaco cerrado de nueve cuentas, con estudiantes invidentes.

Material multivalente

Las acciones abstractas tienen su origen en lo concreto, en el mundo físico. Como el niño en su contacto con el exterior se orienta a través de la intuición y el tacto, el material le sirve para un contacto con la realidad; más tarde, por abstracción y siguiendo un camino que parece preestablecido por la inteligencia, separa lo esencial de lo accidental, y así construye ideas matemáticas nuevas.

El término multivalente hace referencia a múltiples valores o usos. Material multivalente es aquel que se utiliza en varios aprendizajes o temas, sugiere ideas matemáticas y deja entrever una idea abstracta a través de una imagen concreta. Se ha comprobado que el material natural como palillos, bolitas, etc., es poco eficaz en el aprendizaje porque incorpora poca información de valor matemático.

Una idea básica acerca del empleo del material multivalente que hay que destacar en nuestra propuesta es que el material es para el alumno; no es para que el maestro dé explicaciones, haga ilustraciones o ejemplos intuitivos en su clase. Sirve para facilitar al educando la investigación personal, dirigida en una situación matemática específica. Para el uso correcto del material multivalente es necesario conocer la técnica de su uso, pues cada material tiene unas posibilidades, lleva dentro de sí una determinada cantidad de información.

Es también importante conocer el momento en el cual el material ha generado todas las ideas matemáticas que incorporaba y ha agotado sus posibilidades expresivas, es decir, ha cumplido así su papel. Es entonces el momento de reforzar la idea abstracta.

Los siguientes materiales son considerados multivalente cuando se les da usos múltiples.

Mesa matemática

Es una mesa en madera de un metro cuadrado, ranurada en decímetros cuadrados, con una altura de sesenta centímetros; lleva varillas sobresalientes en el contorno perimetral para impedir que el material se caiga al piso.

Bloques lógicos

Los bloques que se utilizan en nuestro trabajo son los mismos que diseñó el profesor Dienes pero con algunas variaciones que proporcionan una mayor riqueza matemática. Dienes (citado en Kothe, 1984) ha señalado que “la comprensión matemática universal tiene un precio: la utilización de una gran cantidad de material didáctico”.

El material le ayuda al niño en sus intentos de comprensión de estructuras matemáticas como el número. El número es abstracción, una propiedad relativa al conjunto de objetos. Hay un mundo intermedio, dice Dienes, entre los objetos y los números: “el mundo de los conjuntos”. Las relaciones entre conjuntos son de orden lógico, las propiedades de los conjuntos son de orden matemático. Más que el resultado, interesa entonces el proceso para lograr acceder a las estructuras.

Los bloques lógicos brindan una gran oportunidad para iniciar al niño en las nociones lógico - matemáticas que son la base para el razonamiento lógico. El empleo de este material con niños pequeños no se debe limitar al simple reconocimiento de figuras geométricas; su finalidad es desarrollar la reflexión y adquisición de nociones lógicas.

El juego consta de 64 bloques en madera, ranurados cada centímetro cuadrado. De acuerdo a sus características —forma, color, tamaño y espesor—se pueden diseñar juegos estructurados a partir de los cuales se construyen diagramas de árbol esquematizados; se aborda la teoría de conjuntos, por ejemplo, utilizando aros sobre el piso para trabajar la unión, intersección, complemento, diferencia; se trabajan operaciones lógicas como negaciones, conjunciones, disyunciones, implicaciones y equivalencias; se ejercita la suma y resta con acarreo (llevando o prestando); se trata el concepto de área, pues gracias a sus ranuras que forman centímetros cuadrados, el alumno recuerda qué es un centímetro cuadrado, un decímetro cuadrado y efectúa medidas de áreas en figuras planas; se trabajan los fraccionarios y los conceptos de amplificación y simplificación; se abordan los números decimales, ya que con los bloques de color naranja y de color madera y el cuadrado grande se puede introducir la idea de décima y centésima.

Regletas en color de Cuisenaire

Como ayuda a la comprensión de las estructuras dinámicas de la matemática moderna por parte del alumno, el educador belga Cuisenaire, ha utilizado regletas de forma prismática, cada una de diferente color, para representar los diez primeros números y cuya longitud es de 1 a 10 centímetros. Al conjunto de las regletas se les ha adicionado una base en madera de 40 cm. por 20 cm., con un marco en los extremos para evitar que las regletas se caigan al piso y con rectángulos y cuadrados delimitados para la clasificación y trabajo con unidades, decenas y centenas. Las regletas de color madera o blancas, son las más cortas y se utilizan como patrón de medida.

Con las regletas se intenta alcanzar la noción de estructura de un conjunto, es decir de un conjunto dotado de relaciones y operaciones entre sus elemento. Se trabajan fundamentalmente las cuatro operaciones de los números naturales, sus propiedades y las tablas de multiplicar.

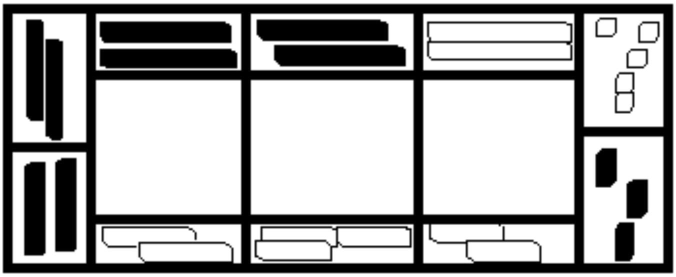

Figura Nº 1. Regletas de Cuisenaire en la base de madera

Las regletas de Cuisenaire poseen vigencia plena como método heurístico para guiar la iniciación al cálculo aritmético. A partir del tercer año, las regletas ya han cumplido su cometido como símbolos numéricos concretos, pero continuarán siendo un valioso auxiliar, incluso en la básica media.

Metro lineal fraccionado

El metro fraccionado consiste en dos barras prismáticas de un metro de longitud, ranuradas cada centímetro. Los colores de las caras longitudinales de la primera barra se relacionan con las medidas en medios, cuartos, octavos, dieciseisavos; los de la segunda barra se relacionan con las medidas en tercios, sextos, novenos y doceavos.

Con este material se facilita la comprensión y práctica de operaciones con los números racionales, como la clasificación, amplificación, simplificación, suma, resta y multiplicación de fraccionarios. También todo lo relacionado con números decimales, medidas de longitud, múltiplos y submúltiplos del metro.

Círculo fraccionado

Consta de once círculos de 20 centímetros de diámetro fraccionados de distinta manera y pintados de colores. Es semejante al metro en cuanto a los colores y utilidad. También se usa en problemas con fracciones de tiempo, arcos, grados sexagesimales y para interpretación de gráficos en estadística.

Juego de recipientes de medida

Es un conjunto de 22 recipientes de forma prismática regular, en acrílico transparente, ranurados en su interior en bajo relieve, cada centímetro cuadrado. Es de gran utilidad para la práctica de mediciones de volumen y área de superficies planas. También para reforzar el tema de los fraccionarios con cantidades continuas y discretas.

Ábaco de nueve cuentas
Una de las primeras herramientas de cálculo de la humanidad fue el ábaco, del que se encuentran versiones primitivas en el Medio Oriente hacia el año 2500 A. C.

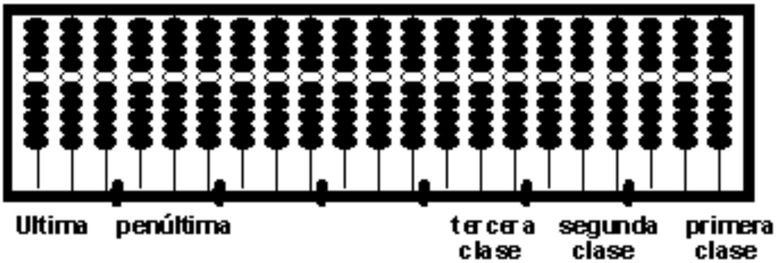

Figura Nº 2. Abaco cerrado de nueve cuentas

En nuestro trabajo utilizamos un ábaco cerrado de nueve cuentas, con colores determinados para las unidades, decenas y centenas. La cuenta número cinco se diferencia de las demás por la textura, que no es semejante al resto de las otras cuentas. Tiene un tamaño portátil, 21 barras con sistema de freno en cuero y espuma que aparta el rozamiento de las cuentas sobre el fondo. En este ábaco se realizan no sólo operaciones de conteo sino operaciones aritméticas que no se logran totalmente con el ábaco abierto.

Geoplano de Gattegno
Gattegno, (ver Vargas y Maat, 1996) investigador egipcio, ha preparado un material que facilita el estudio experimental y dinámico del espacio, llamado el geoplano.

El geoplano que usamos en nuestro trabajo es un cuadrado en madera de 25 cm. de lado, ranurado en centímetros con una perforación central de 20 cm. por 20 cm. También tiene un círculo inscrito de 10 cm. de radio para trabajar la trigonometría. Las puntillas móviles que se incrustan en la intersección de las ranuras de los centímetros facilitan la construcción de las figuras planas. La parte posterior lleva una cubierta blanda que permite el trazado a lápiz en bajo relieve de las figuras geométricas y diagramas de Venn con los invidentes. Estos logros no se pueden obtener con el geoplano tradicional.

Algunas actividades puestas en práctica

Durante los primeros años de trabajo con invidentes se observó que su nivel de comprensión de las matemáticas era bajo, comparado con el de los videntes. Evidencias de esto eran la memorización de los algoritmos, la repetición en el conteo de elementos, la confusión para la representación gráfica de conjuntos y figuras planas.

Después de recurrir a varias fuentes bibliográficas sobre didáctica de las matemáticas y sobre educación para invidentes, se encontró que las regletas de Cuisenaire ayudan a mejorar los procesos de aprendizaje matemático. Así nació la idea de usar material multivalente en matemáticas con los alumnos invidentes.

Las actividades que se presentan aquí abordan el trabajo inicial con las regletas de Cuisenaire y con el ábaco cerrado de nueve cuentas. La propuesta se ha estructurado modularmente de acuerdo al contenido matemático que trata: los números y las cuatro operaciones aritméticas. En ella se tienen presentes las etapas de enseñanza y aprendizaje que recomienda Mialaret (1986), las cuales apuntan a lograr una sólida fundamentación matemática.

Actividades con las regletas de Cuisenaire

Para empezar el trabajo, se hacen prácticas de conteo y de familiarización con las regletas. A través del juego libre el alumno construye sus propias figuras. Posteriormente, el maestro orienta las construcciones hacia la representación de objetos específicos, como el salón de clase, el patio de recreo, una casa, etc. Los niños invidentes no realizan estas acciones tan creativamente como los niños videntes; con ellos se hacen actividades para llevarlos, por el reconocimiento táctil, a la clasificación y seriación. Esta fase se aprovecha también para abordar y evaluar las nociones intuitivas de cantidad como mucho, poco, ninguno, igual, etc.

Luego se pasa a la presentación de los números, en donde cada maestro utiliza el método que considere apropiado. Se continúa con los siguientes pasos: hallar el valor numérico de las regletas; trabajar las cuatro operaciones con los números naturales menores que 10; hacer sumas con tres sumandos; ampliar la numeración; introducir las decenas; realizar sumas con más de cinco sumandos menores que 10; hacer restas de varios números con el sustraendo menor que 10 y el minuendo menor que 100; iniciar el trabajo con las tablas de multiplicar.

La presentación de los números se ha hecho tanto de una forma global, introduciendo los números inferiores a 10, como de forma analítica, donde cada número está unido al precedente por la relación “nuevo número igual al número anterior más uno”; también se puede presentar globalmente los tres primeros números, y proceder de la forma analítica para los siguientes. Sea cual fuere la forma en que cada maestro presenta los números, para el reconocimiento del número a lo largo de los primeros años de escolaridad se siguen las etapas recomendadas por Mialaret (1986), puesto que es fundamental que el niño haya logrado construir el concepto de número en la práctica con el material concreto, antes de iniciar las operaciones aritméticas.

Una vez conocidos los números del 1 al 10, las regletas se usan para representarlos y para ampliar el sistema de numeración, para realizar las cuatro operaciones fundamentales y para manejar las propiedades de éstas, sin necesidad de utilizar otro material.

La asignación de un número para cada regleta se hace con base en la regleta de menor longitud. Para esto se toma una regleta cualquiera, por ejemplo la de color amarillo y se ubica en un rectángulo; se compara con la regleta menor y se colocan regletas de éstas una a continuación de la otra, hasta lograr cubrir la regleta amarilla completamente; se necesitan cinco regletas color madera, por lo tanto así se logra deducir que esta regleta tiene un valor de 5. Es decir, la regleta amarilla representa el número cinco, porque equivale a cinco regletas de color madera.

De esta forma los estudiantes concluyen que cada regleta se asocia con un número entre uno y diez. Los niños invidentes logran identificarlas al tacto; reconocen los valores hasta el cinco con gran rapidez; el valor para las otras regletas lo descubren al comparar el espacio que falta en el rectángulo de 10 cm. por 10 cm. de la tabla donde se trabaja. Una vez identificado cada valor de la regleta, las colocan en los rectángulos de la base, donde las dejan para todo el trabajo. El cero representa un resto nulo o ausencia de regleta.

Se debe disponer del tiempo suficiente para que los alumnos invidentes sigan este proceso exitosamente, pues hemos visto que mientras los niños videntes lo logran en menos de tres clases, no es así con los primeros.

Se trabajan ejercicios complementarios como presentar distintos conjuntos de objetos con un número determinado de elementos, según el cual el alumno le asigna una regleta al conjunto. Ejercicios para encontrar la diferencia de longitud al ubicar en los rectángulos dos clases de regletas, que se exploran al tacto, y donde se presentan tres grupos de regletas de longitudes diferentes y se procede a clasificarlas de acuerdo a la longitud en largo, corto, mediano.También se utilizan ejercicios rítmicos, donde el maestro golpea o da un número de palmadas y el alumno debe mostrar la regleta que corresponda al número de golpes, y viceversa.

Después de haber reconocido el valor numérico de las regletas, se trabajan con éstas las cuatro operaciones para cada uno de los números del 0 al 10. Luego, el alumno repite el trabajo sin el material expresando verbalmente los procedimientos y resultados (conducta del relato) hasta lograr representarlo simbólicamente; el niño invidente lo escribe en el sistema Braille. Los niños sordos y videntes afianzan el concepto de sumandos de un número, mediante el dibujo de las regletas.

Posteriormente se trabajan situaciones cotidianas y problemas sencillos que inicialmente se resuelven con las regletas, asignando una regleta a los conjuntos involucrados (v.g., confites de distinto sabor) y haciendo las operaciones entre éstos.

A continuación se presenta el trabajo con las cuatro operaciones con el número 6. Se procede de la misma forma para los otros números.

Suma

Seleccione las siguientes regletas: dos regletas de seis, dos de cinco, dos de tres, dos de dos y dos de una.

Las instrucciones para la suma comienzan por la descomposición de un número en dos sumandos. Tome la regleta de 6 (verde oscuro), colóquela en el cuadrado derecho de la base en el extremo inferior izquierdo. A continuación coloque parejas de regletas que cubran la de 6. Analice las regletas seleccionadas así y nombre las parejas. Se enfatiza en que son dos regletas que unidas son iguales a la regleta 6 (primera etapa según Mialaret (1986)).

Luego se le pide al niño que coloque de nuevo la regleta de 6, seguidamente la regleta de 5, de 4, de 3, de 2, y de 1 (formando una escalera), y que exprese verbalmente los números que representan en orden descendente y ascendente. Posteriormente se le pide que complete con la regleta que falta para ser igual a la de seis. Se pregunta por ejemplo, ¿cuánto le falta a la regleta de 5 para ser igual a la de 6? Se pide al niño que describa el proceso que acaba de realizar (segunda etapa según Mialaret). Se espera llegar a que el niño diga: tener 6 es lo mismo que 5 y 1; 4 y 2; 3 y 3; 2 y 4; 1 y 5; 0 y 6; y luego que lo pueda decir lo repita sin mirar las regletas (tercera etapa según Mialaret). Por último se le invita a expresar las sumas como se muestra a continuación:

$6 = 5 + 1$, $5 + 1 = 6$, $6 = 4 + 2$, $4 + 2 = 6$, … $6 = 0 + 6$, $0 + 6 = 6$

Resta

Una vez que los niños reconocen los sumandos de un número y que a partir de dos sumandos se encuentra el total, es decir el número, se practica la resta como complemento o como el proceso inverso de la suma. Se da un sumando y se solicita hallar el otro.

Al estudiante se le pide colocar la regleta de 6 en la base, contigua a ésta, la regleta de 1 y se hacen preguntas como ¿cuánto le falta a 1 para llegar a 6? Se empieza con la regleta 1 para determinar cuánto hay de 1 a 6. Se continúa con la regleta de 2. Se espera que el estudiante llegue a expresar que de 0 a 6 hay 6 y así sucesivamente. O también que de 1 para llegar a 6, faltan 5 y lo escriba así:

$$6 - 0 = 6,\ 6 - 1 = 5,\ 6 - 2 = 4,\ \ldots 6 - 6 = 0$$

Para restar quitando o cambiando, dada una regleta como la de 6, se pregunta por ejemplo, ¿por cuáles otras dos regletas se puede cambiar? Teniendo la regleta de 6, se le pide al estudiante que cambie por la de 4, y él debe cambiar la de 6 por la de 4 y la de 2. Así se realizan muchos ejercicios con los números de 1 a 10, (siempre en forma secuencial y utilizando números que antes se han trabajado).

Multiplicación

Se toma la regleta de 6, se buscan regletas iguales que cubran la de 6. Se orienta al alumno a que inicie con la regleta de 1 hasta cubrir completamente la de 6; se, continúa con la de 2 y la de 3; se cuentan cuántas regletas cubren la de 6. Se coloca la de 4, y se pide establecer qué pasa. Se espera que el estudiante indique que no cabe otra regleta de cuatro completamente y que determine cuánto sobra; se hace lo mismo para otros números; luego de varios ejercicios se modifica el lenguaje para indicar que por ejemplo, la regleta de 4 cabe una vez en la de 6 y sobran 2 o lo que es igual, el espacio para una regleta de 2. Se llega entonces a observar que es necesario colocar 6 veces la regleta de 1, 3 veces la de 2, y 1 vez la de 6, lo que se escribe así:

6 veces 1 = 6, 3 veces 2 = 6, 2 veces 3 = 6, 1 vez 6 = 6

Posteriormente se indica al alumno que se puede cambiar la palabra "veces" por el signo "x" que se lee "por".

División

La división se trata como el proceso inverso de la multiplicación. Se hacen preguntas como ¿cuántas veces cabe la regleta de 3 en la de 6? ¿La de 2 en la de 6? Luego de expresar verbalmente las respuestas, con la ayuda del profesor se llega a formalizar la escritura, así:

6/1 = 6, 6/2 = 3, 6/3 = 2, 6/6 = 1

Actividades con el ábaco cerrado de nueve cuentas

Posterior al trabajo con regletas y con el propósito de ampliar la numeración y el cálculo, se utilizó el ábaco cerrado de nueve cuentas, el que permite usar las mismas actividades de aula con el alumno invidente que con el vidente. En este ábaco se tienen siete clases, cada una compuesta por tres barras; empezando por la derecha se toman las clases de las unidades, unidades de mil, unidades de millón, unidades de miles de millones, etc.

Para representar los números se inicia con las cuentas ubicadas en la parte superior del ábaco; en este caso también el número 0 está representado por la ausencia de cuentas en la parte inferior. El número 1 se representa por una cuenta que hace contacto con el borde inferior, al deslizarla de la zona superior. Para "borrar", se devuelve a su posición inicial hasta que la cuenta quede ajustada al borde superior.

Para representar cantidades mayores o iguales a las decenas, se procede igual que con las unidades pero deslizando las cuentas en la segunda barra; las centenas en la tercera barra. Para representar el número 11, se desliza una cuenta de la primera barra y una cuenta de la segunda barra. Para representar, por ejemplo, el número 795, se mueven cinco cuentas en la primera barra, nueve en la segunda y siete en la tercera. Para representar el número 205631, se ocupan dos clases y se mueven las cuentas en las seis primeras barras de la derecha.

Tanto los alumnos videntes como los invidentes, hacen conteos y realizan operaciones como suma, resta, multiplicación, división y descomposición factorial, con números naturales, fraccionarios y decimales.

RESULTADOS OBTENIDOS

Aunque esta propuesta fue inicialmente concebida para alumnos invidentes y se han evidenciado resultados notables en ellos, también ha habido muy buenos resultados en los niños videntes, tanto oyentes como no oyentes.

En el trabajo con las regletas, todos los estudiantes fueron capaces de ordenarlas por longitud de menor a mayor o viceversa, de clasificarlas y de hacer correspondencias entre ellas. Los alumnos invidentes logran esto con gran agilidad haciendo uso del tacto y la ubicación espacial. Se detecta así que reconocen conceptos de cantidad como mayor, menor o igual. Además los alumnos ya no utilizan el conteo manual para realizar las operaciones básicas, es decir, no recurren a llevar las cuentas con sus dedos y manos; ahora, al momento de resolver los problemas que se proponen, ejercitan el cálculo mental rápidamente y se ayudan con los materiales usados.

Con el uso del material multivalente se ha logrado un rendimiento extraordinario de los alumnos invidentes y sordos al trabajar las cuatro operaciones fundamentales entre los números dígitos; posteriormente logran extender con facilidad este trabajo a operaciones con números más grandes que involucran centenas, miles y millones. Esto se evidencia claramente en la rapidez con que realizan operaciones en el ábaco con números hasta de cinco cifras.

Además, es notoria la facilidad con que descomponen los números en sumandos o factores, lo que propicia el llegar de manera natural a la construcción de las tablas de multiplicar y del concepto de ecuación. Los procesos seguidos al tener que cambiar de regletas para encontrar resultados de la sumas, llevan a esto. Por ejemplo, al sumar 9 y 8, el alumno cambia la regleta de 9 que está ubicada en la base de madera por una de 7 y otra de 2; pasa esta última junto al 8 y obtiene una regleta de 10, la cual se ubica en la casilla de las decenas y le queda una de 7 en las unidades, teniendo como resultado $9 + 8 = 17$. Lo anterior se hace hasta que el alumno es capaz de realizar tales operaciones en su mente sin necesidad de recurrir a las regletas.

Las propiedades de las operaciones surgen en el trabajo con éstas y empiezan a ser reconocidas por los estudiantes para luego ser identificadas más precisamente. Por ejemplo, al sumar una regleta con cero siempre da la misma regleta, lo que es la base de la propiedad modulativa; al trabajar con los alumnos la representación de la suma de los sumandos correspondientes a los diferentes números y de la multiplicación de los factores cambiando el orden, se hace referencia a la propiedad conmutativa. También reconocen algunas de las relaciones entre las operaciones, como el ser mutuamente inversas la suma y la resta, lo mismo que la multiplicación y la división. Se facilita así un verdadero redescubrimiento de las operaciones matemáticas por parte de los estudiantes sin importar si son videntes o no.

Hemos visto que cuando los alumnos han trabajado con el material multivalente presentan mayor habilidad para el cálculo mental frente a sus compañeros que no lo han hecho. El uso de los conceptos matemáticos tratados y la destreza demostrada en la resolución de problemas y situaciones cotidianas acordes a su grado y edad, muestra una mejora notable en el nivel de comprensión de la mayor parte de los alumnos durante el proceso.

Es decir, que el material multivalente aporta a una clase de matemáticas para la diversidad, es decir una clase que incluye niños con necesidades educativas especiales. La experiencia ha mostrado que el manejo del material puede ser dominado con facilidad por todos los estudiantes, gracias a las adecuaciones que se le hacen, como marcas detectables al tacto para los alumnos invidentes. Los alumnos invidentes y sordos pueden así, estar integrados a la educación regular y competir en condiciones más favorables con compañeros videntes y oyentes en el trabajo no sólo acerca de los sistemas numéricos sino de la geometría plana, de la teoría de conjuntos y de las medidas.

Casos de alumnos invidentes formados en el trabajo con este material, muestran que la propuesta además de propiciar un mejor desenvolvimiento con las matemáticas, también les ha ayudado en las otras áreas del conocimiento. En la actualidad veinte alumnos invidentes cursan diferentes carreras en la Universidad de Antioquia, y son tan competentes como sus compañeros videntes. De igual forma dos alumnas sordas integradas al aula regular en el grado 9º, se desempeñan en el área de las matemáticas sin mayor dificultad, y más aun presentan óptimos resultados en álgebra.

La principal dificultad que se ha presentado durante este proceso es la poca disposición y la educación tradicional de los profesores, que hace que no crean en el cambio y que se les dificulte enseñar algo que no manejan; con frecuencia son ellos mismos quienes recurren a estrategias de enseñanza como el conteo con los dedos, la representación en símbolos o el uso temprano de la calculadora; no fueron formados para resolver problemas o para ejercitar el cálculo mental. Por estas razones, el primer paso de la propuesta ha sido orientar y capacitar a los profesores. En varios casos es claro que ni aun así, se han logrado los resultados esperados.

La ansiedad que manifiestan muchos profesores al pretender obtener resultados instantáneos, sin comprender que este trabajo requiere tiempo, dedicación, paciencia y que los resultados se ven en su mayoría a largo plazo, ha entorpecido en algunos casos el proceso.

RECOMENDACIONES

Nuestra experiencia nos ha mostrado que la lentitud inicial de los estudiantes, incrementada muchas veces por el gran número de alumnos por grado, se compensa luego con creces. Se debe así advertir al profesor para evitarle caer en posibles desalientos, pues la actitud ansiosa del maestro es perjudicial; ha de ser vigilante y tener mucho ánimo e interés. A través de su experiencia, es él quien va estructurando su propio proceso y el de sus alumnos.

Se debe permitir que el niño viva su propia experiencia a su ritmo, y no ahorrarle la posibilidad de errores para lograr una construcción personal en su aprendizaje. No debe propiciarse en los estudiantes una actitud competitiva; el material multivalente facilita la práctica de una labor en cooperación, lo que creemos que didácticamente resulta más eficaz.

PROYECCIONES

Desde la Secretaría de Educación Departamental se viene desarrollando el plan piloto llamado "Mejoramiento en la enseñanza de las matemáticas" en el municipio de Ebéjico, Antioquia, para aplicar esta innovación con material multivalente. Se ha conformado así un grupo de maestros de matemáticas de básica primaria, que periódicamente se reune (durante tiempo no escolar, casi siempre en día sábado) a estudiar y compartir los logros o formas de trabajo que han sido exitosas en sus escuelas. En el año 2000 este material se entregó a 40 escuelas normales y capacitó a 28 maestros de apoyo sobre la innovación para que multipliquen la experiencia con los futuros maestros, y éstos a su vez, la repliquen con sus alumnos.

Los maestros han estructurado el plan de estudios de matemáticas para todo el municipio, integrando el sector urbano y rural. Este plan incluye las prácticas del laboratorio de matemáticas para los estudiantes, en las que ya se están utilizando variadas ayudas didácticas como regletas, ábacos, computador, televisor, VHS, juegos, etc., es decir, elementos tendientes a conformar una aula-taller o laboratorio de matemáticas en cada institución.

REFERENCIAS

Corral, A. (1994). *Capacidad mental y desarrollo*. Madrid: Visor Distribuidores, S. A.

Kothe, S. (1984). *Cómo utilizar los bloques lógicos de Z. P. Dienes. Pensar es divertido*. Barcelona: Editorial Teide.

Labinowicz, E. (1987). *Introducción a Piaget. Pensamiento. Aprendizaje Enseñanza.* Wilmington, Delaware, U.S.A.: Adison Wesley Iberoamericana, S. A.

Lucio, R. (1994). El enfoque constructivista en la educación. *Educación y Cultura, 34,* 6-12.

Mialaret, G. (1986). *Las matemáticas, cómo se aprenden, cómo se enseñan*, Madrid: Visor Libros.

Orton, A. (1998). *Didáctica de la Matemática*. Madrid: Ediciones Morata, S.A.

Piaget, J. (1973). *To understand is to invent: The future as education*. New York: Grossman.

Salinas, F. (1998). *Educación y transformación social. Homenaje a Paulo Freire*. Caracas: Editorial Laboratoio Educativo.

Vargas, S. y Maat, H. (1996). *Orientaciones para mejorar el aprendizaje de la matemática en I y II ciclos*. San José, Costa Rica: Editorama, S. A.

María Dolores Aristizábal
Calle 11A No 43E 46 Apto 201
Medellín
Tel.: 311 3523 - 258 5010
Colombia
Email: madab99@latinmail.com, laristizabal@grupomun.com