

## CONTRIBUCIÓN DE LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS AL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO. LA ENSEÑANZA PARA LA COMPRENSIÓN.

Jorge Eliécer Villarreal Fernández. [jorgevf2005@gmail.com](mailto:jorgevf2005@gmail.com)

Natalia Andrea Herrera Méndez. [naty2518a@gmail.com](mailto:naty2518a@gmail.com)

Universidad de Antioquia

### 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las observaciones en el aula de clase y el trabajo con los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Normal Superior de Medellín mostraron que existían dificultades en el nivel de los procesos de pensamiento que se utilizaban al resolver los problemas matemáticos o querer aprender un concepto, estas dificultades consistían en la no aplicación del proceso necesario para resolver la tarea planteada fuera ésta el comprender, el realizar, explicar o verificar. Estas observaciones mostraron además que los procesos que manejaban los estudiantes no estaban acordes con los niveles que las teorías cognitivas plantean para su edad, el pensamiento formal propio de esta época aun no emergía y cada problema en el aula era resuelto solamente desde el punto de vista concreto. Teniendo en cuenta esto se concluyó que era necesario mejorar el proceso de razonamiento matemático, es decir llevar al estudiante a que aplique los procesos mentales necesarios para llegar al aprendizaje del concepto, la resolución de problemas y siga avanzando hasta llegar a la argumentación, pero en medio del trabajo cotidiano en el aula, esto es elevar los niveles de razonamiento de los estudiantes y con ello equilibrar el desarrollo de su pensamiento a su edad.

### 2. MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

*APRENDIZAJE.* Para este trabajo se toma como base del aprendizaje una teoría cognitiva de la adquisición donde el aprendizaje es el resultado o el efecto del pensamiento que procesa los materiales informativos presentados en el momento inicial del proceso de enseñanza – aprendizaje. Identificar los componentes de este proceso de aprendizaje no es más que identificar los distintos movimientos, fases o funciones del pensamiento al aprender. Enseñar, que

es ayudar a aprender, no será otra cosa que enseñar a pensar, es decir, ayudar a desarrollar las distintas funciones del pensamiento, y no solo ayudar a almacenar contenidos. No se trata de enseñar a pensar al margen del currículo, sino de introducir estas ideas dentro de la enseñanza formal del currículo (Beltrán, 1998). En este caso se está considerando el aprendizaje como una construcción de significados, donde el papel del estudiante es el que corresponde a un estudiante autónomo, auto – regulado, que conoce sus propios procesos cognitivos y tiene en sus manos el control del aprendizaje. El estudiante no se limita a adquirir conocimiento, sino que lo construye, usando la experiencia previa para comprender y moldear el nuevo aprendizaje. Consiguientemente, el profesor, en lugar de suministrar conocimientos, participa en el proceso de construir conocimiento junto con el estudiante; se trata de un conocimiento construido y compartido (Beltrán, 1998).

**RAZONAMIENTO.** Los razonamientos desde el punto de vista lógico se definen como la forma de pensamiento mediante la cual, y a base de ciertas reglas de inferencia, de uno o varios juicios se obtiene un nuevo juicio, que se infiere de aquellos de modo necesario o con determinado grado de probabilidad. El razonamiento es el eslabón fundamental que permite pasar a nuevas formas de organización del conocimiento. De ahí su importancia como vía para la sistematización de este último. Para el objetivo de este trabajo fue necesario determinar un concepto y visión acerca del razonamiento, para esto tomaremos como base el que plantea que *“el razonamiento es un proceso que permite a los sujetos extraer conclusiones a partir de premisas o acontecimientos dados previamente, es decir, obtener algo nuevo a partir de algo ya conocido”*. (Carretero, 2004). En este caso se tomará lo ya conocido como los procesos de pensamiento que el individuo ha desarrollado y no un tema en específico, esto teniendo en cuenta que sin estos procesos es imposible que el sujeto sea capaz de obtener algo nuevo en su cerebro.

**PROCESOS DE PENSAMIENTO.** Los procesos de pensamiento son acciones interiorizadas-organizadas y coordinadas, por las cuales se elabora la información procedente de las fuentes internas y externas, que permiten al ser humano enfrentar por si mismo nuevas situaciones de aprendizaje. Estas habilidades se van consolidando a lo largo del proceso de aprendizaje. Pueden presentarse en distintos niveles, de acuerdo al estadio de pensamiento del estudiante o a su nivel de abstracción. A esto se suma el estilo de aprendizaje particular del individuo y su tipo de inteligencia. La cadena del desarrollo de los procesos de pensamiento inicia por la observación y

finaliza en la contrastación de leyes y teorías, cada proceso de pensamiento involucra los inmediatamente anteriores, es decir, para realizar una clasificación es necesario que la persona ya haya desarrollado la habilidad de realizar comparación, descripción y observación. Un proceso nos exige siempre que el anterior ya esté más consolidado, esto teniendo en cuenta que se esté en niveles semejantes de complejidad (De Sánchez, 2004). Es importante que el docente conozca el procedimiento de cada proceso de pensamiento para que pueda observar en sus estudiantes cuales han desarrollado y cuales no, y de esta manera definir las acciones a seguir para poder promover mayores habilidades cognitivas. De la misma manera es importante tener claro que cada uno de estos pensamientos pueden presentarse en un nivel de desarrollo concreto o abstracto, cuando están en un nivel concreto es importante que el docente proporcione los medios al estudiantes para que este pueda llevarlos a nivel más complejo.

*LOS CONCEPTOS.* Margarita A. de Sánchez define el concepto como “un ente abstracto que, bajo una denominación, agrupa objetos, eventos o situaciones con características comunes o esenciales, denominadas también propiedades definitorias. Dichas características hacen que un objeto, evento o situación pertenezca a la categoría o clase que lo define” (de Sánchez, 2004). Por lo anterior, es posible definir un concepto a partir de la clasificación, el proceso consiste en identificar las características esenciales del conjunto de la clase que lo define y la palabra que lo identifica. También es posible realizar el proceso inverso, es decir, ubicar un elemento por sus características dentro de la clase de determinado concepto. Se puede decir que un concepto es una forma lógica de pensamiento donde están agrupadas las características generales y/o esenciales de un objeto, evento o clase.

### **3. METODOLOGÍA**

A partir de estas definiciones y las relaciones entre ellas se presenta una propuesta de solución al problema de mejorar el razonamiento de los estudiantes a partir de la enseñanza de los conceptos. Esta propuesta tiene como base la utilización en la enseñanza de los conceptos de metodologías de tipo cognitivas ya que estas tienen como finalidad la movilización del pensamiento, cada una desde su perspectiva. En la enseñanza se buscó el que se pudieran manejar los procesos de pensamiento desde los niveles básicos (más simples) hasta niveles superiores (más complejos). A la vez que se manejaran tareas que fueran familiares para los estudiantes pero a la vez tareas que no lo fueran, esto con el fin de tener una dinámica en los procesos utilizados y permitir el que los dispositivos básicos de aprendizaje tengan también

movilidad en su disposición. Un punto muy importante en la propuesta fue el intento por desarrollar los procesos con independencia de campo, teniendo en cuenta que por las diferencias individuales podría haber dificultades para los estudiantes si el desarrollo de estos solo se diera en los temas del área. Esto se consiguió a través de la exposición de las experiencias. La intervención realizada en la institución consistió en el diseño y estructuración de las clases de acuerdo al enfoque cognitivo enseñanza para la comprensión en los conceptos de razón trigonométrica, ley del seno y coseno el concepto de parábola en la geometría analítica.

*ENSEÑANZA PARA LA COMPRENSIÓN.* La comprensión es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe. Para decirlo de otra manera, la comprensión de un tópico es la "capacidad de desempeño flexible" con énfasis en la flexibilidad, o de otro modo es la capacidad de usar el conocimiento de maneras novedosas (Stone, 1999).

El conocimiento, la capacidad o habilidad y la comprensión son los materiales que se intercambian en la educación, así como los valores que suponen los procesos de enseñanza y de aprendizaje, así las relaciones praxis – axiología son praxiológicas. La enseñanza para la comprensión involucra a los educandos en los desempeños de comprensión, para cuyo efecto es necesario responder a algunas interrogantes y elementos. Las preguntas clave definen determinar que contenidos deben de comprenderse identificando temas relevantes y pertinentes a través de temas generativos y organizando propuestas curriculares alrededor de ellas; además clarifica lo que los estudiantes tienen que comprender articulando metas claras centradas en comprensiones clave, motiva el aprendizaje de los educandos involucrándolos en desempeños de comprensión o capacidades que exigen que éstos apliquen, amplíen y sinteticen lo que saben, esto a través de actividades de exploración, investigación guiada y actividades de síntesis; y controla y promueve el avance de los educandos por medio de evaluaciones diagnósticas continuas de sus desempeños o capacidades, habilidades, destrezas con criterios directamente vinculados con las metas de comprensión (Quispe, 2004).

Preguntas Clave	Elementos
¿Qué contenidos vale la pena comprender?	Contenidos Generativos
¿Qué aspectos de esos contenidos deben ser comprendidos?	Metas de comprensión.
¿Cómo podemos promover la comprensión?	Desempeños de comprensión
¿Cómo podemos averiguar lo que comprenden los alumnos?	Evaluación diagnóstica continúa.

Para la resolución de problemas de aplicación donde se utilicen las razones trigonométricas (Contenido generativo) se inicia el proceso con el diseño de los objetivos a alcanzar (Meta de comprensión) y con los indicadores que muestren que el estudiante va comprendiendo lo que se quiere enseñar (Desempeños de comprensión), para llevar a cabo la actividad, después de tener los indicadores, se inicia con la exploración, para lo se estructuran grupos de trabajo nombrando coordinadores iniciales de cada equipo teniendo como criterio para esta elección el rendimiento que han mantenido durante los dos periodos anteriores.

La primera fase inicia con el nombramiento de las cabezas de cada equipo de trabajo para que entre ellos escojan los estudiantes que van a pertenecer a cada uno. Cada equipo de trabajo va a nombrar un supervisor, un expositor, un secretario, un controlador del tiempo y un observador. Al concluir el periodo asignado al trabajo por equipos, cada uno entrega su reporte de solución. Los equipos redactan un manual de normas de funcionamiento nace del consenso entre todos los miembros y que tendrá vigencia por el tiempo en que se esté trabajando con la solución de triángulos.

Se realiza la introducción a la tarea, con el propósito de ubicar a los estudiantes en contextos similares a la actividad; destacando la importancia que representa su participación en el

desarrollo de la sesión. La tarea en este caso tiene que ver con la medición de la altura de la torre de la parte frontal del colegio. La tarea es esa, encontrar la altura de la torre utilizando los recursos que puedan utilizar. El fin de esta sesión hace parte de la introducción a la siguiente ya que se resuelven las inquietudes iniciales de los estudiantes sobre el problema a resolver en lo que tiene que ver con uso de materiales, tiempos de trabajo, posibilidades que no se deben tomar en cuenta. Aquí el estudiante empieza a traer a su mente las nociones y conceptos que ya maneja para de estar forma pensar las posibles actividades a realizar para cumplir con la tarea.

La fase de investigación dirigida se da por fuera de la clase, cada grupo de estudiantes realizó la tarea de la manera que le pareció mejor, o como lo encontró en los libros o como la intuición le determinó. Después de realizar las mediciones necesarias se debe realizar un reporte escrito de cada grupo donde se explique el proceso que se realizó, los conceptos utilizados, las dificultades que se presentaron frente a la tarea y al trabajo en los equipos.

La fase de síntesis comienza preguntando acerca de la forma en que se realizó el trabajo y como les había ido en la actividad. En el siguiente momento se le solicita a cada equipo que presente a la clase su solución al problema planteado, permitiendo que los demás equipos pregunten libremente a quienes exponen. La idea es que el profesor promueva la discusión colectiva entre los estudiantes, con la idea de analizar ventajas y desventajas de los diferentes métodos de solución presentados y, cuando sea necesario, realizar una sistematización de las ideas e identificar posibles extensiones del problema. Se realizó una exposición de un grupo que realizó la tarea aplicando las razones trigonométricas y haciendo una aproximación para el ángulo de elevación, realizó un dibujo del problema ubicando en él los datos que habían medido. Enseguida, a partir de la discusión colectiva y el trabajo del docente sobre las diferentes posibilidades de realización, los estudiantes tienen la posibilidad de volver a la actividad y aplicar los nuevos entendimientos que se generaron como producto de la interacción y abordan individualmente la tarea, produciéndose nuevas ideas que se trabajan bajo la supervisión del docente quien va realizando observación del trabajo individual de los estudiantes y de los interrogantes que presentan. Seguidamente se les plantea un problema a resolver por los equipos el cual debe también ser entregado con un escrito donde se escriba la resolución y las dificultades presentadas. La resolución del problema se realizó de manera rápida mostrando un mejor manejo en la aplicación de los conceptos después de la discusión del inicio de la clase. Se hace una

explicación corta que sintetice las logradadas por los estudiantes y donde se analiza el tipo de explicaciones que realizan.

#### **4. TIPO DE INVESTIGACIÓN**

El tipo de investigación es cuasiexperimental ya que los grupos no fueron seleccionados al azar sino que estaban ya conformados. De acuerdo al tipo de investigación seleccionado el diseño escogido para llevar a cabo la investigación fue: preprueba – postprueba – grupo control. Se realizó investigación cualitativa apoyándose en datos cuantitativos.

La población son aproximadamente 80 estudiantes pertenecientes al grado 10° de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín, ubicada en el barrio Villa Hermosa al Nororiente de Medellín. Las características de la población son: estudiantes entre los 15 y 17 años de edad, pertenecientes a los estratos 1, 2 y 3, ninguno con diagnóstico de necesidades educativas especiales. Los estudiantes son bastante diversos, presentándose diferencias a nivel social en relación con lo económico encontrando estudiantes con dificultades muy grandes en este campo y otros que tienen solucionado sus necesidades básicas.

El tipo de muestra seleccionado es no probabilístico ya que los grupos estaban conformados desde el inicio del año lectivo, por tanto no se podían hacer cambios. Otros factores que influyeron en que fuera este tipo de muestra es que los investigadores intervinieron en el grupo seleccionado de acuerdo a su disponibilidad horaria. Partiendo de esto el total de la muestra fue de 40 estudiantes pertenecientes al grado 10°C, el grado 10°D fue seleccionado como grupo control.

#### **5. ANÁLISIS DE DATOS**

Frente a los datos cuantitativos el promedio de estudiantes aumento el número de preguntas respondidas correctamente en la prueba de salida con respecto a la prueba de entrada, este

aumento es de un punto en promedio, es decir que el promedio de un grupo podía haber estado en la prueba de entrada en 4 preguntas correctas y este subió a cinco, lo cual muestra un avance en el desarrollo de los procesos de pensamiento y a su vez en el razonamiento. El número de preguntas no contestadas disminuyó, se puede observar aquí un mayor nivel de confianza en el estudiante frente a la prueba, perdiendo el miedo a equivocarse e intentando resolver los problemas planteados analizando las situaciones. Se superó al grupo control en los resultados es de indicar que el grupo control tuvo como enfoque de trabajo el tradicional.

Ya a nivel cualitativo, la prueba de salida muestra un mayor nivel de argumentación por parte de los estudiantes, no se marcaron solamente las respuestas sino que se intentaron argumentar, encontrándose en esto que algunos estudiantes argumentan bien los pasos a seguir para resolver el problema pero no logrando resolverlo. De esto se puede analizar que frente a los niveles que se manejan en las competencias se podría plantear que este tipo de estudiante se encuentra en el nivel de adquisición pero aun no es capaz de usar, otros usan pero no son capaces de explicar y otros explican pero aun no verifican los procesos realizados. Los resultados nos muestran una mejora significativa en el mejoramiento de estos niveles. En el desarrollo de las actividades, donde se trabajo en equipos se avanzo en la meta de conformarlos y realizar las actividades con ellos. El trabajo en equipo era una meta del proceso dado lo complicado que ha sido esta forma de organización del aula. Los análisis realizados por los estudiantes durante las etapas de socialización, así como las verificaciones de los procesos realizados permitieron un mejoramiento de los procesos de razonamiento y de su muestra de manera pública, es decir hay una mejora en la competencia comunicativa.

## 6. CONCLUSIONES

El enfoque de Enseñanza para la Comprensión permitió un avance en el razonamiento de los estudiantes el cual se deja ver en el desarrollo de cada uno de los procesos de pensamiento que estaban siendo trabajados y evaluados durante la intervención. Esta activación de los procesos pone al estudiante en la capacidad de enfrentar situaciones de la vida cotidiana, de las matemáticas y de otras áreas de manera consciente y profunda. El proceso de abstracción dentro del enfoque tiene una vía más natural en el caso de la intervención realizada, inductiva, lo cual

permite un trabajo sobre cada uno de los procesos de razonamiento, fortaleciendo paso a paso los niveles de razonamiento, teniendo además el docente la posibilidad de verificar en que proceso se encuentra el estudiante y el nivel en cada procesos.

El aumento en la cantidad y calidad de las preguntas argumentadas es otra muestra de la mejora en el proceso de razonamiento, hay un paso del nivel de comprensión y uso al nivel de explicación de lo realizado desde las matemáticas, lo cual a nivel cognitivo significa un desarrollo cognitivo más cercano al que debería tener el adolescente.

Las formas de trabajo del enfoque permiten que los estudiantes asuman su aprendizaje de manera autónoma, es decir que gran parte del peso del proceso se encuentra en la capacidad de indagación y de creatividad que muestren en el desarrollo de las actividades. Es por esto que el proceso en el que más avance se vio fue en el planteamiento de hipótesis, ya que por la forma de trabajo el estudiante estaba enfrentado todo el tiempo a problemas que requerían el que se arriesgaran propuestas de resolución, se aplicaran y analizaran las posibilidades de cada una en la consecución del objetivo.

El estudiante genera un manejo de lenguajes del pensamiento, es decir, se habitúa a trabajar con términos que estimulan la reflexión como predecir, formular hipótesis, sustentar, creer y dar instrucciones en las que usa expresiones que estimulan el pensamiento y que permiten establecer relaciones causa – efecto.

El enfoque permite al estudiante estructurar una mentalidad abierta, mantenerla en contacto con variados puntos de vista y crear ciertas disposiciones naturales, como la flexibilidad ante el conocimiento, la disposición para ser intelectualmente amplio y arriesgado, para tener una curiosidad intelectual constante, para la búsqueda de comprensión y esclarecimiento, para la planificación y la estrategia, para ser intelectualmente cuidadoso y para buscar y evaluar razones.

En la Enseñanza para la Comprensión además de aprender los instrumentos cognitivos, los estudiantes se vuelven más afectivos ya que en la misma cotidianidad de la clase esta implícita esta dimensión dada la interacción que se tiene permanentemente. El docente debe estar atento y preparado para orientar procesos emocionales con instrumentos propios para hacerlo.

El proceso de evaluación (autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación) recobró su sentido, en cuanto dejó de ser solo un momento, para multiplicarse en oportunidades que le permitieron al estudiante celebrar el camino recorrido, reflexionar y criticar las estrategias escogidas y recibir la retroalimentación necesaria que le facilita seguir adelante.

Al proponer otros contextos de aula, el enfoque permite un acercamiento a otras cogniciones, a otras formas de construir los conceptos, permitiendo esto que diferentes esquemas mentales tengan diferentes maneras de racionalizar cada una de las actividades.

El enfoque privilegia las diferencias en el aula, viéndolas como un valor que permite que el aprendizaje se pueda dar en diferentes niveles. La diferencia en este caso permite que los estudiantes se mantengan en la zona de desarrollo próximo, situación altamente deseable para que se puedan dar los procesos de aprendizaje. Es interesante el logro en el trabajo en equipo, pese a un comienzo difícil, el enfoque consiguió que los equipos de trabajo se organizaran, se distribuyeran y redistribuyeran los roles dentro de los equipos y llegar al final de los trabajos para la discusión general. No sin problemas, el trabajo en equipo fue un impulsador del mejoramiento del razonamiento ya que permite la interacción entre pares de diferentes capacidades donde el efecto de estas discusiones y diferencias es un reajuste a nivel cognitivo individual para cumplir con los requerimientos que el equipo esta realizando.

El papel del docente en este enfoque es primordial. Direcciona las discusiones y centraliza las conclusiones sin permitir que la construcción conceptual se aleje de los planteamientos del área pero permitiendo que sean exploradas diversas posibilidades de resolución y de aprendizaje. Además su papel de evaluador permanente exige nuevas responsabilidades frente a la planeación de cada una de las fases del enfoque, es por esto que debe dedicar especial cuidado a cada una

de ellas teniendo los conceptos a trabajar y los procesos a conseguir como guía académica para conseguirlo.

## 7. REFERENCIAS

Beltrán Llera, Jesús A. (1998). *Psicología de la instrucción I. Variables y procesos básicos*. España: Síntesis, S.A.

Carretero, M. y García Madruga, J. A. (2004). *Lecturas de Psicología del pensamiento. Razonamiento, solución de problemas y desarrollo cognitivo*. España: Ediciones Alianza.

Quispe Santos, Walter Paz. (9 de noviembre de 2004). *La enseñanza para la comprensión*. Boletín IFP. Edición 9. [Boletín electrónico] Consultado el día 28 de marzo de 2008 de la World Wide Web: <http://www.programabecas.org/numero/9.9.htm>.

Sánchez, Margarita A. de. (2004). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: procesos básicos del pensamiento: guía del instructor*. México: Editorial Trillas.

Stone, M. (1999). *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós.